

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université

Amar Thelidji de Laghouat



Faculté de Technologie

Département Génie Mécanique

**Mémoire**

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Énergie

Option : Génie Mécanique

Présenté par

**Bsissa Noureddine**

**Khaznadji Ahmed**

**THEME**

---

**Etude numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite  
cylindrique en utilisant ANSYS**

---

Soutenu publiquement devant le jury composé de :

Mr. Bouali B

MCA

Président

Mr. Bensenouci A

MCA

Examineur

Mr. Mechikel M

MAA

Rapporteur

« Année Universitaire 2021 / 2022 »

## Remerciements

---

### Remerciements

Nos remerciements vont tout premièrement, le bon DIEU le tout puissant de nous avoir donné le courage, la patience et la santé durant toutes ces années et que grâce à lui ce travail a pu être réalisé.

Tout d'abord, nous tenons ainsi à exprimer nos vifs remerciements et notre profonde gratitude à

**Mr Mechikel Mohamed** pour les conseils précieux, les orientations, et l'aide qu'il nous a accordé pour mener ce travail à terme.

Nous remercions également les membres de jury **Mr Bouali Belkacem** et **Mr Ahmed bensnoucci** d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Notre profonde reconnaissance et nos respects les plus distingués à l'ensemble des enseignants de la faculté de technologie de l'université de Laghouat, qui ont assuré notre formation tout au long de nos années d'études.

Nous voudrions associer à nos remerciements toutes personnes qui ont contribué de près ou de loin à ce travail. A ce jeu, il est impossible de ne pas oublier des noms. On voudrait présenter

d'avance nos excuses à ceux qui pourraient alors

subir les affres de l'oubli.

Enfin, nous tiens remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de notre projet final et qui nous ont aidés lors de la rédaction de ce mémoire

## Dédicace

---

Je dédie ce travail :

À Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien,  
tous les Sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son  
assistance et sa

Présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il,  
l'expression De mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

À Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues  
années de

Sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse  
Dieu faire en Sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les  
valeurs nobles, l'éducation et le Soutient permanent venu de toi.

À Mes professeurs de département mécanique qui doivent voir dans ce  
Travail la fierté d'un savoir bien acquis.

À toute ma famille,

À tous mes amis (es) et collègues,

À tous ceux qui me sont chers et proches,

À tous ceux qui ont semé en moi à tout point de vue,

À tous ceux que j'aime.

Noureddine Bsissa

Ahmed Khaznadj

### ملخص

نقدم في هذا العمل دراسة عددية للخصائص الديناميكية لتدفق مضطرب عبر أنبوب أسطواني. يتم إجراء تحليل التدفق كدالة لرقم رينولد. في هذه المحاكاة ، تم استخدام كود ANSYS FLUENT لحل معادلات الاستمرارية والزخم. في حالة النظام المضطرب ، تم استخدام معادلات نموذج k-المضطرب القابل للتحقيق في دراستنا. يتم توضيح تحليل نتائج هيكل التدفق في شكل خطوط انسيابية ، وملامح سرعة على عدة مواضع للأنبوب بالإضافة إلى تغير الضغط.

**الكلمات المفتاحية:** أنبوب أسطواني ، تدفق مضطرب ، نموذج  $\epsilon$ -k

### Résumé

Dans ce travail on présente une étude numérique des caractéristiques dynamiques d'un écoulement turbulent à travers une conduite cylindrique. L'analyse de l'écoulement est effectuée en fonction du nombre de Reynolds.

Dans ces simulations, le code ANSYS FLUENT a été utilisé pour résoudre les équations de continuité et de quantité de mouvement. Dans le cas du régime turbulent, les équations du modèle de turbulence k- $\epsilon$  réalisable ont été utilisées dans notre étude.

L'analyse des résultats de la structure d'écoulement sont illustrés sous forme des lignes de courant,, des profils de vitesse sur plusieurs positions de la conduite ainsi que la variation de pression

**Mots clefs :** Conduite cylindrique , écoulement turbulent, modèle k- $\epsilon$  réalisable

### Abstract

In this work we present a numerical study of the dynamic characteristics of a turbulent flow through a cylindrical pipe. The flow analysis is performed as a function of the Reynolds number. In these simulations, the ANSYS FLUENT code was used to solve the continuity and momentum equations. In the case of the turbulent regime, the equations of the realizable k- $\epsilon$  turbulence model were used in our study.

The analysis of the results of the flow structure are illustrated in the form of streamlines, velocity profiles on several positions of the pipe as well as the pressure variation.

**Keywords :** Cylindrical pipe, turbulent flow, feasible k- $\epsilon$  model

# Liste Des Symboles et des Abréviations

## Liste Des Symboles et d'Abréviations

<b><u>NOMENCLATURE</u></b>		
Notations latines		
$A$	surface	$[m^2]$
$C_{1\varepsilon}; C_{2\varepsilon}; C_{\mu}; C_s$	constantes	
$G$	accélération	$[m/s^2]$
$GK$	terme de production de l'énergie cinétique turbulente	$[kg/m.s^3]$
$N$ faces	nombre de faces d'une cellule	
$P$	pression	$[N/m^2]$
$p_0$	pression statique	$[N/m^2]$
$K$	Energie cinétique de turbulence	$[m^2/s^2]$
$U_i$ ( $i=1, 2, 3$ )	Composante la vitesse instantanée suivant la direction $i$	$[m/s]$
$U_i$ ( $i=1, 2, 3$ )	composante de la vitesse moyenne suivant la direction $i$	$[m/s]$
$u_i'$ ( $i=1, 2, 3$ )	composante de la vitesse fluctuante suivant la direction $i$	$[m/s]$
$L$	échelle de longueur des grosses structures de turbulence	$[m]$
$Re$	nombre de Reynolds	
$\bar{u}_i' \bar{u}_j'$	tension de Reynolds	$[m^2/s^2]$
$G$ et $K$	rapports d'espace	
$X_i$	coordonnées	
Notations grecques		
$\varepsilon$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$[m^2/s^3]$
$\mu$	viscosité dynamique	$[kg/ms]$
$\mu_t$	dynamique turbulente	$[kg/ms]$
$\nu$	viscosité cinématique	$[m^2/s]$
$\nu_t$	viscosité cinématique turbulente	$[m^2/s]$
$\rho$	masse volumique	$[kg/m^3]$

## Liste Des Symboles et d'Abréviations

---

$\sigma_k ; \sigma_\varepsilon$	Nombres de Prandtl turbulent associés à k et $\varepsilon$ statique	
$\tau_{ij}$	tenseur de contrainte	
$\Gamma_\Phi$	coefficient de diffusion	
$\nabla\Phi$	gradient du scalaire $\Phi$	
$(\nabla_\Phi)_n$	gradient du scalaire $\Phi$ dans la direction normale à la face f	
$\theta$	angle de rotation du cylindre	

## Liste Des Figures

## LISTE DES FIGURES

---

---

## LISTE DES FIGURES

<b>Figures</b>	<b>Désignation</b>	<b>Page</b>
<b>Figure 1-1</b>	Régime d'écoulement	4
<b>Figure 1-2</b>	Evolution de la vitesse dans une conduite circulaire	4
<b>Figure 2-1</b>	Volume de contrôle bidimensionnel	5
<b>Figure 2-2</b>	Procédure de la simulation sur Fluent	5
<b>Figure 2-3</b>	géométrie cylindre 2D	7
<b>Figure 2-4</b>	Maillage de la conduite	7
<b>Figure 3-1</b>	profil ligne de courant pour $Re=10^4$	8
<b>Figure 3-2</b>	profil ligne de courant pour $Re=2.10^4$	9
<b>Figure 3-3</b>	profil ligne de courant pour $Re=3.10^4$	9
<b>Figure 3-4</b>	profil ligne de courant pour $Re=4.10^4$	10
<b>Figure 3-5</b>	profil de la pression statique pour $Re=10^4$	11
<b>Figure 3-6</b>	profil de la pression statique pour $Re=2.10^4$	11
<b>Figure 3-7</b>	profil de la pression statique pour $Re=3.10^4$	12
<b>Figure 3-8</b>	profil de la pression statique pour $Re=4.10^4$	13
<b>Figure 3-9</b>	profil de la vitesse axial pour $Re=10^4$	13
<b>Figure 3-10</b>	profil de la vitesse axial pour $Re=2.10^4$	14
<b>Figure 3-11</b>	profil de la vitesse axial pour $Re=3.10^4$	14
<b>Figure 3-12</b>	profil de la vitesse axial pour $Re=4.10^4$	15
<b>Figure 3-13</b>	profil de la vitesse radial pour $Re=10^4$	16
<b>Figure 3-14</b>	profil de la vitesse radial pour $Re=2.10^4$	16

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure 3-15</b>	profil de la vitesse radial pour $Re=3.10^4$	17
<b>Figure 3-16</b>	profil de la vitesse radial pour $Re=4.10^4$	17
<b>Figure 3-17</b>	profil de la vitesse magnitude pour $Re=10^4$	18
<b>Figure 3-18</b>	profil de la vitesse magnitude pour $Re=2.10^4$	18
<b>Figure 3-19</b>	profil de la vitesse magnitude pour $Re=3.10^4$	19
<b>Figure 3-20</b>	profil de la vitesse magnitude pour $Re=4.10^4$	19
<b>Figure 3-21</b>	profil Energie cinétique turbulente k pour $Re=10^4$	13
<b>Figure 3-22</b>	profil Energie cinétique turbulente k pour $Re=2.10^4$	14
<b>Figure 3-23</b>	profil Energie cinétique turbulente k pour $Re=3.10^4$	14
<b>Figure 3-24</b>	profil Energie cinétique turbulente k pour $Re=4.10^4$	15
<b>Figure 3-25</b>	profil Taux de dissipation $\varepsilon$ pour $Re=10^4$	16
<b>Figure 3-26</b>	profil Taux de dissipation $\varepsilon$ pour $Re=10^4$	16
<b>Figure 3-27</b>	profil Taux de dissipation $\varepsilon$ pour $Re=10^4$	17
<b>Figure 3-28</b>	<b>profil Taux de dissipation <math>\varepsilon</math> pour <math>Re=10^4</math></b>	17

# Liste de Tableaux

## Liste de Tableaux

<b>TABLEAU</b>	<b>DÉSIGNATION</b>	<b>Page</b>
<b>Tableau 2.1</b>	Equation des paramètres moyens	<b>43</b>
<b>Tableau 2.2</b>	Equation des paramètres turbulents pour le modèle k- $\epsilon$	<b>43</b>
<b>Tableau 2.3</b>	Choix des schémas de discrétisation	<b>45</b>
<b>Tableau 2.4</b>	<b>Les facteurs de sous relaxation</b>	<b>47</b>

# Table des Matière

## Sommaire

---

Introduction générale .....	1
<b>Chapitre 1: Généralités sur les écoulements dans les conduites .....</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction.....	5
1.2 Caractéristiques de l'écoulement.....	5
1.2.1 Régime d'écoulement des fluides : .....	5
1.2.2 Les types de l'écoulement .....	5
1.2.3 Comment caractériser les écoulements.....	7
1.3 Généralités sur la turbulence .....	8
1.4. Distribution des vitesses dans une conduite circulaire .....	8
1.5. Ecoulement à l'entrée de conduits .....	10
1.6. Modélisation des écoulements turbulents .....	10
1.6.1. Simulation numérique directe-DNS.....	11
1.6.2. Simulation des grandes échelles LES .....	11
1.6.3. Modèles turbulence (RANS) : .....	12
<b>Chapitre 2 : Problématique et mise en équations .....</b>	<b>16</b>
2.1 Introduction :.....	17
2.2 Equations de transport.....	17
2.2.1 Equation de continuité :.....	17
2.2.2 Equations de quantité de mouvement (de Navier Stokes): .....	17
2.3 Décomposition statique .....	17
2.3.1 Règles de Reynolds : .....	18
2.3.2 Les tensions de Reynolds :.....	18
2.4 Modèle de turbulence k- $\epsilon$	

## Table de matière

---

2.5 Détails sur la procédure de résolution .....	20
2.6. Méthodes numérique :.....	22
2.6.1. Introduction.....	22
2.6.2. Description du code de calcul .....	23
2.6.3. Méthode des Volumes finis .....	23
2.7. Procédure de la simulation .....	25
2.7.1. Hypothèses .....	25
2.7.2 Organigramme.....	25
2.8. Résolution par fluent .....	26
2.8.1. Géométrie.....	26
2.8.2. Maillage : .....	27
2.8.3. Choix des schémas de discrétisation .....	28
2.8.4. Sous relaxation : .....	28
<b>2.9. Conclusion .....</b>	<b>29</b>
<b>Chapitre 3: résultats et discussions.....</b>	<b>30</b>
3.1 Introduction.....	31
3.2. Etude de l'effet du Reynold sur la structure de l'écoulement.....	32
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>53</b>

## **Introduction générale**

# Introduction générale

Depuis plus d'un siècle déjà, il est reconnu que les conduites cylindriques jouent un rôle important comme éléments des machines dans différents domaines d'ingénierie. En effet, les écoulements turbulents internes en tube cylindrique ont été un sujet de recherche d'une grande importance et représentent un intérêt pratique pour l'ingénieur motivé par l'augmentation du transfert de chaleur et / ou la réduction de la perte de charge.

La turbulence est décrite généralement comme étant un écoulement désordonné, en temps et en espace, elle est imprévisible au sens qu'une petite perturbation initiale à un instant donné s'amplifie rapidement et rend impossible, une prédiction déterministe de son évolution. Elle présente des structures en mouvement organisés et identifiables ou parfaitement désordonnées, contribuant ainsi à amplifier le transfert et à renforcer les mécanismes de mélange.

La turbulence est générée en présence des parois car celle-ci donnent lieu à la création de la vortécité qui diffuse ensuite dans l'écoulement initialement irrotationnel.

Ces filaments 'vortex' sont ensuite transportés par l'écoulement et participent à la production de vortécité par des mécanismes d'étirement avant de dégénérer en turbulence développée.

La simulation numérique de ces écoulements turbulents est un formidable outil aussi bien pour essayer de mieux comprendre les mécanismes physiques que pour la conception et le développement dans l'industrie.

L'extraordinaire essor du développement des méthodes de prédétermination par voie numérique a été rendu possible par les progrès réalisés dans le domaine de la résolution numérique des équations de la mécanique des fluides et surtout par l'explosion des moyens de calcul.

Aujourd'hui, la simulation numérique est un véritable complément aux études expérimentales et permet de prédire les écoulements sans recourir systématiquement à l'expérience, en entraînant une limitation d'essais en soufflerie, une réduction des coûts et des délais de conception.

La première approche (LES) est une approximation par filtrage en espace, elle résout la dynamique des grandes et moyennes échelles porteuses d'énergie et utilise un modèle dit de

## Introduction générale

---

sous maille, pour représenter l'action des échelles dont la taille est inférieure à celle de la maille du calcul, sur les échelles résolues, cette méthode requiert un maillage très fin et encore très coûteux.

La seconde approche (RANS), quant à elle, est une approche par traitement statistique, dont l'intérêt a été présent dès 1895 par O.Reynolds [1] et qui est désormais classique. C'est l'approche la plus couramment utilisée dans l'industrie et dont le succès est fortement lié à la modélisation du tenseur de Reynolds.

En effet, l'application d'une opération de moyenne sur les équations du mouvement introduisent des fluctuations, ces dernières lorsqu'elles sont évaluées en un point, forment le tenseur de Reynolds.

Dans la décennie passée, l'application des codes de simulation devient de plus en plus utile et indispensable afin de comprendre beaucoup de phénomènes physiques et surmonter les problèmes industriels. Une de ces applications, les écoulements aérodynamiques à travers un coude sont largement utilisés dans les domaines sus-cités.

Le but de ce travail est le traitement par simulation numérique de l'écoulement bidimensionnel turbulent d'un fluide supposons incompressible (l'air) dans une conduite cylindrique.

La création de la géométrie ainsi que le maillage se font sous le logiciel " ANSYS ICM CFD", c'est le meilleur logiciel qui propose des solutions étendues pour les géométries les plus compliquées. La génération du maillage et l'incorporation des conditions aux limites sont indispensables avant d'entamer tout autre objectif.

**Ansys CFD** regroupe la totalité des solveurs de mécanique des fluides proposés par Ansys.

Fluent, le logiciel phare d'Ansys en mécanique des fluides, offre une palette de possibilités inégalée pour calculer les écoulements les plus complexes. Logiciel tout-en-un, son interface conviviale guidera lors des étapes de maillage, mise en données, calcul et post-traitement des résultats de calculs. il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles structurées ou non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une facilité relative [2]

## Introduction générale

---

Ensuite le traitement de la simulation à été basé sur l'utilisation de deux modèles mathématiques de turbulence à savoir le modèle ( $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega SST$ ), Et dans notre travail, nous utiliserons le modèle ( $k - \varepsilon$ ).

Le présent travail se décompose en trois chapitres :

- Introduction générale
- Chapitre 1 : Généralités sur les écoulements dans les conduites
- Chapitre 2 : Problématique et mise en équations
- Chapitre 3 : Résultats et discussions
- Conclusion

Le premier chapitre contiendra généralités sur l'écoulement dans conduites de connaissance et de ses types et modèles.

Le deuxième chapitre comportera des formulations mathématiques, dont on expose les équations mathématiques régissant l'écoulement du fluide. Modèle mathématique de turbulence sont présenter le modèle  $k - \varepsilon$ .en plus présenter le système ANSYS FLUENT et les méthodes numériques utilisées, et la résolution du problème (schéma et maillage) utilisé

Le troisièmes chapitre ; Les résultats sont discutés et présentés sous forme graphique représentant les structures d'écoulement.

Enfin, nous terminons notre mémoire par une conclusion générale résumant l'essentiel de notre travail.

## **Chapitre 1:**

### **Généralités sur les écoulements dans les conduites**

## 1.1 Introduction

Le domaine d'application de la mécanique des fluides, qui consiste à étudier les mouvements de fluides est extrêmement vaste incluant ainsi par exemple les turbomachines l'aéronautique, la combustion, l'hydraulique.

On s'intéresse en générale à deux types d'écoulements :

- Les écoulements externes utiles dans la conception d'aérodynamique.
- Les écoulements internes utiles dans la conception de systèmes de combustion, de refroidissement, d'hydraulique, etc....

## 1.2 Caractéristiques de l'écoulement

### 1.2.1 Régime d'écoulement des fluides :

Dans tout écoulement, une particule fluide se déplace sur une trajectoire appelée ligne de courant. L'ensemble des lignes de courant défini par des frontières fictives ou réelles constitue un filet de courant ou un tube de courant .Dans un fluide en mouvement dans une conduite, chaque particule du fluide est donc elle-même en mouvement et se déplace selon sa

« ligne de courant » avec une certaine vitesse. Lorsque, en un point, tous les facteurs (vitesse, pression, viscosité, masse volumique etc..) sont indépendants du temps, on dit que l'écoulement est stationnaire ou permanent ou établi. Si l'un des paramètres n'est pas stable dans le temps, le régime est dit instable ou variable.

Cependant, les lignes de courant peuvent être ordonnées ou désordonnées lors de l'écoulement du fluide et il est important de pouvoir évaluer ces transitions.

### 1.2.2 Les types de l'écoulement

#### 1.2.2.1 Ecoulement laminaire (laminaire flow)

Est encore appelé écoulement laminaire tranquille, visqueux ou l'écoulement laminaire de Poiseuille. Il se produit à faible vitesse , par lames ou filets, conservant leur individualité et glissant les unes sur les autres sans se mélanger comme des tubes emboîtés qui se déplacent à des vitesses différentes et parallèles dans tous les points dans la direction du flot, la vitesse est nulle sur la paroi et atteint son maximum au centre du tube selon une variation parabolique.

On admet que le régime laminaire s'établit au-dessous d'une valeur du nombre de

Reynolds de 2300(entre 2000et 2500 selon les auteurs).

Le régime laminaire se rencontre peu dans l'industrie en raison des vitesses faibles, de la viscosité élevée ou des petits diamètres des tubes exigés pour ce régime. Cependant les fluides visqueux peuvent s'écouler en régime laminaire.

### 1.2.2.2 Ecoulement turbulent (turbulent flow)

Est encore appelé écoulement tourbillonnaire ou hydraulique. Il se produit aux moyennes et grandes vitesses, avec formation de tourbillons plus ou moins désordonnés, provoqués par le frottement des diverses couches du fluide.

Les vitesses d'écoulement sont parallèles comme dans le cas régime laminaire. On admettra par la suite que le régime turbulent s'établit au-dessus d'une valeur du nombre de Reynolds de 3000 (la valeur de  $R_e$  n'est pas exactement définie et certains auteurs prennent une valeur inférieure alors que d'autres admettent que des valeurs de  $R_e$  de 5000 même 10000 sont nécessaires pour que le régime turbulent soit parfaitement atteint),l'écoulement laminaireest cependant respecté sur une faible épaisseur, près des parois lisses , mais on observe des tourbillons au centre de la conduite.

En réalité, on fait une distinction entre le régime :

- « Faiblement turbulent », qui produit pour des nombres de Reynolds compris entre 4000 et  $10^5$ , dans ce cas, le coefficient de frottement est surtout fonction de la vitesse d'écoulement.
- « Fortement turbulent » lorsque  $R_e > 10^5$ , dans ce cas, le coefficient de forttement est surtout fonction de la rugosité de la conduite

L'écoulement turbulent est très présent dans la pratique industrielle puisqu'il correspond à desécoulements à grandes vitesses compatibles avec les contraintes de productivité industrielle.

### 1.2.2.3 Ecoulement intermédiaire (transition flow)

Est aussi appelé écoulement transitoire, pour un nombre de Reynolds compris entre 2300-3000, il existe un écoulement instable passant alternativement de l'écoulement laminaire àl'écoulement turbulent pour lequel les petites perturbations s'amortissent jusqu'à ce que

l'écoulement devienne laminaire, ce régime a peu d'intérêt dans la pratique industrielle

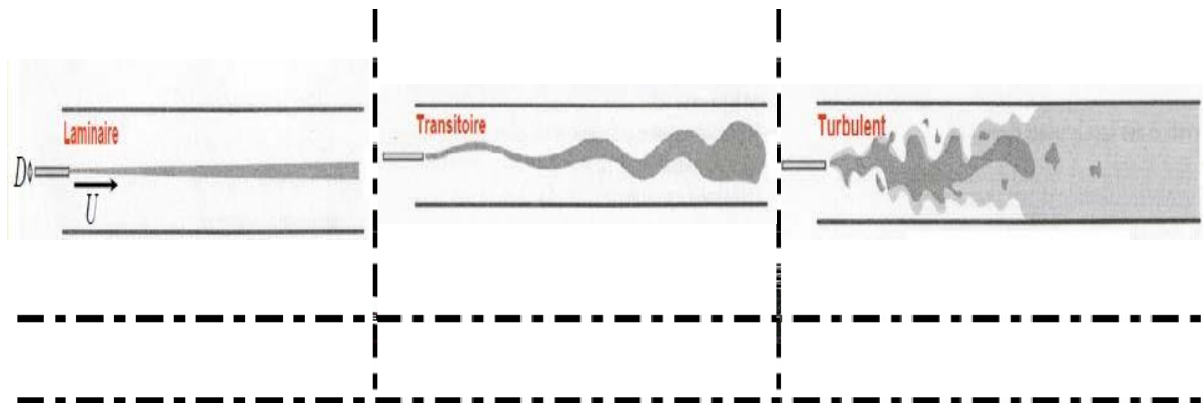


Figure 1-1 : Régime d'écoulement [3]

### 1.2.3 Comment caractériser les écoulements :

Il existe trois types de systèmes de coordonnées pouvant être utilisés pour modéliser des fluides. Le premier est le système Eulérien, il consiste à suivre les caractéristiques de l'écoulement dans un volume fixe par exemple, un écoulement à travers une boîte. Le second est le système Lagrangien, il est basé sur les particules de fluide qui bougent dans le champ d'écoulement. Pour finir, il existe le système mixte Eulérien-Lagrangien. Quel que soit le modèle utilisé, les équations obtenues doivent être les mêmes.

Pour déterminer le type d'écoulement d'un fluide on utilise le nombre adimensionnel dit de Reynolds d'équation :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

avec  $\rho$  la densité,  $V$  la vitesse,  $D$  le diamètre du conduit dans lequel s'écoule le fluide et  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide. Il est nécessaire pour la détermination de la nature de l'écoulement étudié.

- Si **Re > 4000** alors l'écoulement est turbulent (imprévisible, mélanges rapides).
- Si **2300 < Re < 4000** alors c'est un état de transition (c'est-à-dire pas complètement désordonné, éclatement turbulent).
- Si **Re < 2300** alors l'écoulement est laminaire (prévisible, mélange lent).[4]

### 1.3 Généralités sur la turbulence

Depuis la définition, très simple, d'Osborne Reynolds qui décrit le mouvement turbulent comme un "écoulement sinueux", plusieurs descriptions de la turbulence permettent de retracer l'évolution de la compréhension des phénomènes qui a conduit à la connaissance et à la maîtrise que l'on a aujourd'hui des écoulements turbulents.

Taylor et Von Karman en 1937 définissent la turbulence comme "un mouvement irrégulier qui fait son apparence dans les fluides gazeux ou liquides lorsqu'ils s'écoulent sur des surfaces solides ou même lorsqu'ils avoisinent des courants du même fluide s'écoulant le long ou par-dessus l'un l'autre". Cette définition précise que la turbulence peut être générée par les forces de frottement due à l'interaction du fluide avec des parois solides "turbulence de paroi" ou au mélange de couches de fluides "turbulence libre".

Monin et Yaglom (1971) décrivent les écoulements turbulents comme "des écoulements où la vitesse, la pression, la température et les autres grandeurs mécaniques du fluide fluctuent de manière désordonnée avec des variations spatio-temporelles brusques et irrégulières". Landau et Lifchitz (1971) donnent une définition équivalente : "le mouvement turbulent d'un fluide est, pour des valeurs suffisamment grandes du nombre de Reynolds, caractérisé par l'existence d'une variation extrêmement irrégulière, chaotique de la vitesse au cours du temps en chaque point du fluide. Selon Hinze (1975), le mouvement turbulent du fluide est "une situation irrégulière de l'écoulement dans laquelle les diverses quantités montrent une variation aléatoire dans les coordonnées spatiotemporelles de sorte que des valeurs moyennes statistiquement caractérisées peuvent être discernées". Dans un plus récent ouvrage, Lesieur (1994) caractérise la turbulence, à la fois par les qualificatifs désordonné, aléatoire, chaotique et par deux de ses propriétés

essentielles : imprévisibilité et mélange. Dans l'ensemble des définitions, on retrouve la notion d'irrégularité spatio-temporelle et aléatoire de l'écoulement. L'imprévisibilité signifie que le système est sensible aux conditions initiales et la propriété de mélange de la turbulence se manifeste par une forte diffusion des quantités transportées. [5]

### 1.4. Distribution des vitesses dans une conduite circulaire

En fonction du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) les forces dans l'écoulement sont différentes. Cela a pour effet une distribution de la vitesse ponctuelle moyennée dans le temps (que l'on appelle vitesse moyenne temporelle) à l'intérieur du tuyau

qui est différente suivant le régime d'écoulement.

La connaissance du profil de vitesse dans une conduite permet de calculer le débit. La plupart des capteurs en réseau mesurent la vitesse moyenne temporelle en quelques points et reconstituent le profil complet de la vitesse pour en déduire le débit.

Le graphique suivant compare la forme du profil de la vitesse en régimes laminaire et turbulent dans une conduite circulaire.

On constate que la vitesse maximale est au centre de la canalisation. Par contre, le profil de vitesse turbulent varie beaucoup plus qu'en laminaire au voisinage de la paroi. Cette zone de fort gradient de vitesse est appelée couche limite

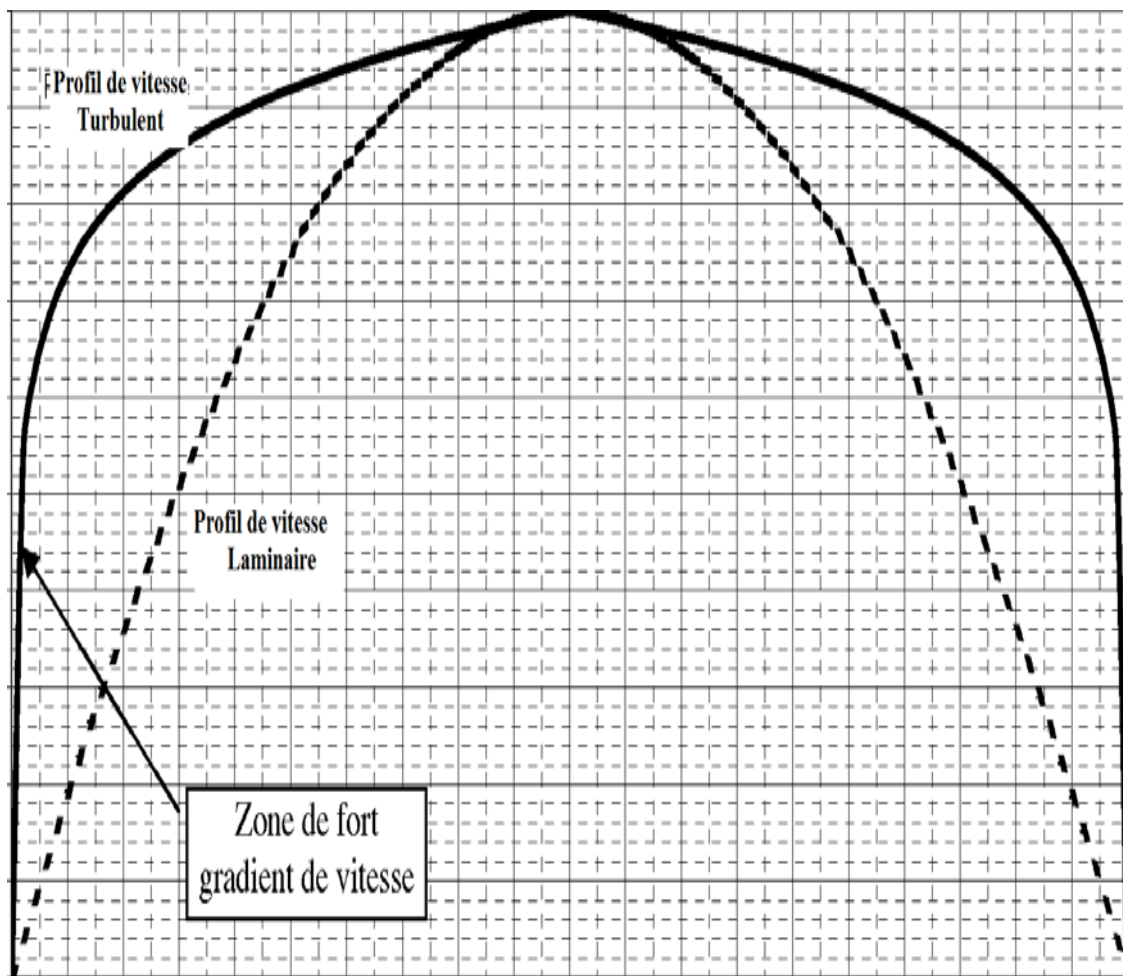


Figure I-2 Evolution de la vitesse dans une conduite circulaire [6]

### 1.5. Écoulement à l'entrée de conduits

L'écoulement à l'entrée de conduit est montré près de la paroi due aux effets de cisaillement et l'accélération du fluide dans la région loin de la paroi. En conséquence le gradient de la distribution de pression dans la région de l'entrée est plus grand par rapport à celui de l'écoulement développé.

Pour l'écoulement laminaire la longueur de la région d'entrée est donnée par :

$$\frac{L_e}{D} \cong 0.06Re$$

Et pour l'écoulement turbulent :

$$\frac{L_e}{D} = 4.4R^{1/6}$$

### 1.6. Modélisation des écoulements turbulents

Les 3 types de modélisation des écoulements turbulents sont :

- Direct numerical simulation (DNS) ;
- Large eddy simulation (LES) ;
- Reynolds averaged Navier-Stokes equations (RANS)

### 1.6.1. Simulation numérique directe-DNS

La simulation numérique directe (DNS) résout les équations de Navier-Stokes instantanées sans aucune modélisation supplémentaire des effets de la turbulence.

Elle doit donc calculer toutes les échelles turbulentes les caractères tridimensionnel et instationnaire de la turbulence et la présence d'un large spectre de tourbillons conduisent d'une part à des calculs coûteux sur supercalculateurs et, d'autre part à des simulations numériques d'écoulement académiques à nombre de Reynolds encore modeste par rapport aux situations industrielles. En effet le nombre de points dans un maillage pour capturer toutes ces informations est de l'ordre de  $Re^{9/4}$ , où  $Re$  est le nombre de Reynolds basé sur la longueur intégrale  $L$ , et le coût associé varie comme le cube du nombre de Reynolds  $Re = U \cdot L/\nu$  de l'écoulement où  $U$  est la vitesse moyenne de l'écoulement. Ainsi compte tenu des capacités informatiques actuelles, les écoulements complexes à grand nombre de Reynolds ne peuvent pas être traités par la DNS.

Cependant les calculs DNS restent une base de données très faible pour la comparaison, et la validation des calculs utilisant des modèles de turbulence.

L'approche DNS étant limitée à des écoulements simples, on peut envisager d'appliquer un filtrage fréquentiel aux échelles de turbulence afin de ne résoudre directement que les grandes échelles [7]

### 1.6.2. Simulation des grandes échelles LES

La simulation des grandes échelles (LES), à l'inverse de la DNS qui représente sans modélisation l'ensemble des tourbillons présents dans l'écoulement, repose sur une séparation d'échelles. En effet, la LES ne résout que les échelles de l'écoulement supérieur à une taille arbitrairement fixée. Les plus petites structures (supposées isotropes) sont prises en compte au moyen d'un modèle statistique appelé modèle de sous maille. La qualité des résultats est donc conditionnée par celle du modèle sous maille. On note toutefois que le modèle de sous maille le plus utilisé est celui proposé par Smagorinsky en 1963 [8]. Une description assez complète de l'ensemble des modèles existants est présentée dans l'ouvrage de Pierre Sagaut

[9].

L'approche LES permet à l'heure actuelle d'effectuer des calculs sur des géométries complexes relativement réalistes à des nombre de Reynolds entre 1000 et 50000 environ.

Mais cette approche s'avère trop couteuse en temps de calcul. C'est pourquoi plusieurs travaux visent à diminuer le cout de cette approche .Ces travaux portent sur l'optimisation des méthodes numériques (Schéma spatial hybride, intégration temporelle implicite, maillage adaptatif...), le développement des modèles physiques, l'extension vers le couplage RANS/LES, la modélisation des conditions aux limites...

Il n'en reste pas moins que l'approche LES, en l'état actuel des méthodes des modèles et des supercalculateurs, constitue un outil important aux techniques des mesures qui a, par exemple, permis une meilleure compréhension de certains phénomènes aérodynamiques fondamentaux .Des nombreuses simulations des grandes échelles ont été effectuées dans des conduites à section carrées. On peut citer les travaux de Madabhushi et VanKa [10] et de Xu [11] .

### 1.6.3. Modèles turbulence (RANS) :

Pour étudier les mouvements des fluides, l'approche aux équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) est la plus répandue parmi les logiciels de simulation dans le secteur industriel, car cette méthode présente un temps de calcul plus court que les méthodes LES et DNS, et n'a pas besoin de recourir à des maillages extrêmement fins. Cependant, cette méthode est très empirique et ne s'appuie pas sur de solides démonstrations théoriques.

De plus, la méthode RANS s'appuie principalement sur ce qu'on appelle la décomposition de Reynolds, qui consiste, pour une grandeur  $f$ , à la décomposer de la façon suivante :

$f = \hat{f} + \bar{f}$  avec  $\bar{f}$  la valeur moyenne, dite moyenne de Reynolds et  $\hat{f}$  qui représente les fluctuations, c'est-à-dire l'écart par rapport à la moyenne.

La méthode RANS va utiliser cette décomposition pour toutes les variables de l'équation de Navier-Stokes ( $u, p, T$ ). Ainsi, quand un écoulement devient turbulent, les équations de Navier- Stokes, même si elles sont toujours valables, ne sont plus utilisables car il devient trop compliqué de suivre tous les détails de cet écoulement. La décomposition de Reynolds permet alors de simplifier les équations de Navier-Stokes pour donner les équations de Navier-Stokes moyennées, qui prennent en compte la moyenne de Reynolds (Reynolds-

averaged Navier- Stokes équations - RANS).

Pour un fluide newtonien incompressible en écoulement stationnaire, les équations de Navier-Stokes moyennées en coordonnées cartésiennes sont :

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \rho \bar{f}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -\bar{p} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (1.1)$$

On peut remplacer la viscosité  $\mu$  par le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$ , ce qui donne l'équation de Reynolds :

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \sum_j \bar{u}_j \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \right) = \rho \bar{g}_i + \sum_j \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \right) (\sigma_{i,j} - \rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (1.2)$$

Avec  $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$  le tenseur de Reynolds. La principale différence entre l'équation de Reynolds et les équations de Navier-Stokes moyennées est donc l'utilisation du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  au lieu de la viscosité  $\mu$  pour les équations moyennées. Le tenseur des contraintes est défini par

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left( \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (1.3)$$

avec  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et 0 sinon.

Les deux grandes catégories de modèles de turbulence utilisés par la méthode RANS sont :

- Les modèles du premier ordre basés sur l'hypothèse de Boussinesq, qui consiste à modéliser directement les tensions de Reynolds à l'aide d'une viscosité turbulente :

$$\tau_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (1.4)$$

- Les modèles du second ordre dans lesquels les tensions de Reynolds sont directement calculées.

Les modèles du premier ordre sont appelés modèles à viscosité turbulente. Ils traitent de la dissipation de l'énergie cinétique et se concentrent sur l'énergie dissipée à un niveau physiquement correct. Dans les modèles à viscosité turbulente, on néglige les petites cellules de la maille tout en considérant qu'elles sont toujours présentes lors de la modélisation, ce qui

permet de ne pas avoir à les simuler. A noter qu'il existe plus de 200 modèles de ce type, qui sont classés en fonction du nombre d'équations de transport résolues en plus des équations de RANS : modèles à une équation (modèle de Prandtl, modèle de Baldwin-Barth, modèle de Spalart-Allmaras...), modèles à deux équations (modèle k- $\epsilon$ , modèle k- $\omega$ , modèle SST...).

Les modèles du second ordre sont appelés modèles de transport de la contrainte de Reynolds. Ils résolvent les équations de transport des tensions de Reynolds  $\overline{u'u_j'}$  et des flux de chaleur turbulents  $\overline{u'T'}$ , qui sont longues et compliquées à résoudre. Ces modèles du second ordre sont en effet plus compliqués à mettre en œuvre que les modèles du premier ordre. Effectivement, ils sont recommandés pour les écoulements turbulents complexes en 3D et réclament beaucoup de ressources

- Modèle k- $\epsilon$

Ce modèle est utilisé pour les flux turbulents. Celui-ci fonctionne sur un système de deux équations dites de transport pour ainsi donner une description la plus complète de la turbulence.

La première variable est l'énergie cinétique turbulente notée k :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \epsilon \quad (1.5)$$

La seconde variable est le taux de dissipation de l'énergie cinétique notée :

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (1.6)$$

Ce modèle est utile pour les couches de cisaillement planaire et les flux de recirculation. Il est également très utile pour les fluides turbulents car il nécessite seulement de connaître les conditions limites. C'est pour cela qu'il est utilisé dans des applications telles que les écoulements industriels ou environnementaux. Cependant, il est inapproprié de l'utiliser dans de nombreux cas comme : les flux non définis, les couches limites circulaires, les flux rotatifs... Il est toutefois utile pour avoir une première représentation globale d'un écoulement.

- Modèle k- $\omega$

Ce modèle cherche à prédire la turbulence grâce à deux équations pour deux variables,

l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et la dissipation spécifique  $\omega$  telle que  $\omega \approx \frac{\epsilon}{k}$ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \rho P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_k \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \text{ avec } P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\alpha \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_\omega \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

Ce modèle est plus précis pour modéliser l'écoulement près des parois comparé au modèle  $k-\epsilon$ .

- Modèle standard de turbulence k- $\omega$  SST

Ce modèle est représenté par deux équations de viscosité. De plus, SST est la formulation de transport de stress de cisaillement. Il s'appuie sur une combinaison des modèles  $k-\epsilon$  et  $k-\omega$  près des limites de l'écoulement le modèle  $k-\omega$  est utilisé pour plus de précision, et au cœur de l'écoulement c'est le modèle  $k-\epsilon$  qui est utilisé.

- Modèle Spalart-Allmaras

C'est un modèle à une équation, il résout l'équation de transport pour une variable comparable à la viscosité, notée  $\tilde{\nu}$ . Ce modèle est adapté pour les écoulements près des parois et pour les couches limites soumises à des gradients de pression défavorables. Ce modèle est particulièrement efficace pour des faibles nombres de Reynolds. Ce modèle est surtout conseillé pour des applications aérodynamiques, d'où son utilisation dans le domaine aéronautique[12].

## Chapitre 2 : Problématique et mise en équations

### 2.1 Introduction :

Dans le présent travail, l'écoulement est considéré bidimensionnel turbulent instationnaire d'un fluide incompressible (l'air), sans transfert de chaleur. Dans ce qui suit, seront décrites les équations traduisant le transport de masse et de quantité de mouvement régissant de tels écoulements avec les simplifications nécessaires qui sont faites dans le code FLUENT selon les cas étudiés.

La formulation détaillée du problème étudié dans ce travail sera présentée avec toutes les hypothèses, et les équations utilisées pour la modélisation et la simulation en logiciel Ansys-Fluent.

### 2.2 Equations de transport

Les équations qui régissent l'écoulement d'un fluide incompressible Newtonien sont :

#### 2.2.1 Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (2.1)$$

#### 2.2.2 Equations de quantité de mouvement (de Navier Stokes):

La loi de conservation de quantité de mouvement traduite par les équations de Navier Stokes exprime tout simplement la loi fondamentale de la dynamique à un fluide Newtonien. Les équations de quantité de mouvement écrites suivants  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) sont

#### 1.1. Décomposition statique

Pour résoudre ce système une approche statique est utilisée. Les grandeurs caractéristiques instantanées de l'écoulement turbulent seront décomposées selon les règles de Reynolds comme suit : le premier représente le mouvement d'ensemble et le second le mouvement fluctuant, soient :

$$\begin{aligned} U_i &= \bar{U}_i + u_i, \quad \bar{u}' = 0 \\ P &= \bar{P} + p, \quad \bar{p}' = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

En général : la quantité  $f(x, t)$  est décomposée en deux parties distinctes

## Chapitre 2 : Problématique et mise en équations

---

$$f = f' + \bar{f}$$

$\bar{f}$  est la partie moyenne (d ensemble)

$f'$  est la partie fluctuante

Remarque : la partie fluctuante est centrée  $\bar{f}' = 0$

### 1.1.1. Règles de Reynolds :

En utilisant les règles dites « règles de Reynolds Hinze (1975) qui sont les suivants:

$$\overline{\bar{\phi}} = \bar{\phi}$$

$$\overline{\phi'} = 0$$

$$\overline{f\bar{\phi}} = \bar{f} \cdot \bar{\phi}$$

$$\overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g}$$

$$\overline{f\phi'} = \bar{f} \cdot \bar{\phi}' = 0. \quad (2.3)$$

$$\overline{f \cdot \phi} = \bar{f} \cdot \bar{\phi} + \overline{\phi' \cdot f'}$$

$$\overline{\frac{\partial \phi}{\partial x}} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x}$$

### 1.1.2. Les tensions de Reynolds :

Le formalisme des règles de Reynolds conduit en prenant la moyenne de chaque équation aux équations de Reynolds.

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_i + u'_i) + (U_j + u'_j) \frac{\partial}{\partial x_j}(U_i + u'_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i}(P + p') + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial}{\partial x_i}(U_i + u'_i) \right) \quad (2.4)$$

On moyenne ensuite ces équations et après calcul, on retrouve l'équation de continuité et celle de chaque celle de Navier-Stokes moyenné.

### 1.1.3. Equation de continuité :(conservation de la masse)

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.5)$$

### 1.1.4. Equation de transport de quantité de mouvement :

$$\underbrace{\bar{U}_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{U}_i)}_{\text{Terme convectif}} = -\frac{1}{\rho} \underbrace{\frac{\partial p}{\partial x_i}}_{\text{effet de la pression}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j^2}}_{\text{contrainte visqueuse}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{-\nu u'_i u'_j} \right)}_{\text{contrainte de Reynolds}} \quad (2.6)$$

## Chapitre 2 : Problématique et mise en équations

---

Les équations de Reynolds moyennées obtenues font apparaître un nombre

d'inconnues Supplémentaire ( $\overline{u'_i u'_j}$ ) d'où la nécessité d'un modèle de turbulence afin de fermer le système d'équation à résoudre.

### 1.2. Modèle de turbulence k-ε

Dans le code Fluent, il existe différents modèles de turbulence, qui se distingue par un nombre d'équation de transport supplémentaires nécessaires pour fermer le système d'équations du problème à résoudre. Dans notre cas, on a utilisé le modèle k-ε standard qui est un modèle semi empirique basé sur le concept de Boussinesq reliant les contraintes de Reynolds au taux de déformation moyen :

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \quad (2.7)$$

$\frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$  : est le tenseur de déformation.

Où  $K = \frac{\overline{u'^2}}{2}$  représente l'énergie cinétique turbulente.

Par analogie avec la viscosité laminaire caractérisée par une vitesse (des molécules) et une distance (le libre parcours moyen), la viscosité turbulente, caractérisée par une vitesse  $\sqrt{9}$  et une distance  $[L = \frac{K^{3/2}}{\varepsilon}]$ , est donnée par :

$$v_t = C_\mu \sqrt{k} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.8)$$

Avec  $c_\mu = 0.09$ , et  $\varepsilon$  le taux de dissipation.

k et L sont obtenus à partir de leur équation de transport présentée ci-dessous

**. Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente k :**

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho k U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (2.9)$$

**. Equation de transport du taux de dissipation ε de l'énergie cinétique turbulent :**

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \varepsilon U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.10)$$

## Chapitre 2 : Problématique et mise en équations

$\sigma_\varepsilon$  et  $\sigma_{\varepsilon'}$  sont respectivement les nombre de Prandtl turbulents relatifs aux taux de dissipation et à l'énergie cinétique turbulent, et l'ensemble des autres coefficients est déterminé de façon empirique.

$C_{1\varepsilon}=1.44$ ,  $C_{2\varepsilon}=1.92$ ,  $\sigma_s=1.3$ ,  $\sigma_K=1.0$ . Ces valeurs sont prises par défaut par Fluent. Le terme de production  $G_k$  est donnée par :

$$G_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} = \rho \nu_t \left[ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right] \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

Les équations des paramètres du champ moyen et turbulent sont résumées dans les Tableaux suivant :

Equation	$\Phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Continuité	1	0	0
Quantité demouvement	$u_i$	$(\mu + \mu_t)$	$-\frac{\partial p}{\partial x_i}$

Tableau 2.1 : Equation des paramètres moyens

Equation	$\Phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Energie cinétique turbulent	$k$	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$G_K + \rho\varepsilon$
Taux de dissipation	$\varepsilon$	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{\kappa} (G_K) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa}$

Tableau 2.2 : Equation des paramètres turbulents pour le modèle k-ε

### 1.3. Détails sur la procédure de résolution

Les équations qui gouvernent l'écoulement sont des équations aux dérivés partielles non Linéaires qui n'ont pas de solution analytique d'où la nécessité de faire appel à une méthode de résolution numérique. Dans notre cas, Fluent a été utilisé, incorporant la méthode des volumes finis, basée sur :

- ❖ Une génération du maillage : division du domaine physique en volumes de contrôles.

## Chapitre 2 : Problématique et mise en équations

---

- ❖ Une discrétisation de différentes équations par intégration sur des volumes de contrôles permettant d'obtenir ainsi un système d'équations algébriques pour chaque variable dépendante du problème à résoudre.

Pour la résolution de ceci, on utilise l'algorithme SIMPLE qui suit les étapes suivantes :

- ❖ Mettre à jour des propriétés du fluide.
- ❖ Mettre à jour le champ de vitesse, c'est-à-dire la résolution des équations de transport de quantité de mouvement de  $u, v, w$ , en utilisant les valeurs courantes de pression.
- ❖ Corriger la pression si les vitesses trouvées dans l'étape précédente ne satisfont pas l'équation de continuité.
- ❖ Résoudre les équations de transport de  $k$  et de  $\epsilon$  en prenant compte des dernières valeurs trouvées dans ce qui précède.
- ❖ Tester la convergence, si celle-ci est atteinte, on arrête le processus de calcul.

La discrétisation des équations régissant peut être illustrée simplement en considérant l'équation de transport d'une quantité scalaire, exprimée sous sa forme intégrale, en régime permanent par :

$$\iiint_V \operatorname{div}(\rho \phi \vec{v}) dV = \iiint_V \operatorname{div}(\Gamma_\phi \operatorname{grad} \phi) dV + \iiint_V S_\phi dV \quad (2.12)$$

Où  $\rho$  = masse volumique

$$\vec{v} = U\vec{i} + V\vec{j} + W\vec{k} \quad \text{est le vecteurs vitesse}$$

$\Gamma$  = coefficient de diffusion

de  $\phi$

$S_\phi$  = source de  $\phi$  par unité de volume

En utilisant le théorème de Green Ostrogorski, les intégrales sur le volume peuvent être réécrites sous forme d'intégrale sur la surface enveloppant le volume, et l'équation (2-5) deviendra alors

$$\iint_S (\rho \Phi \vec{v}) \cdot \vec{n} ds = \iint_S (\Gamma_\Phi \operatorname{grad} \Phi) \cdot \vec{n} ds + \iiint_V S_\Phi dV \quad (2.13)$$

Après intégration, l'équation (2-6) donne :

$$\sum_f^{N_f \text{ faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \vec{A}_f = \sum_f^{N_f \text{ faces}} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n \vec{A}_f + \bar{S}_\phi V \quad (2.14)$$

Le code Fluent stocke les valeurs discrètes de la grandeur scalaire  $\phi$  aux centres des cellules. Les valeurs de  $\phi_F$  sont exigées au niveau des faces pour les termes de convection de l'équation (2-6) et doivent être déterminées par interpolation à partir des valeurs du centre de la cellule. Ceci est accompli en utilisant le schéma décentré amont (upwind). « Upwinding » signifie que la valeur de la face  $\phi_F$ . Lorsque le nombre de Peclet est supérieur à 2 est dérivée des quantités dans la cellule en amont. Fluent permet donc de choisir entre plusieurs schémas : (upwind 1<sup>er</sup> ordre, upwind 2<sup>eme</sup> ordre, loi de puissance et (QUICK). Dans le présent travail, le choix s'est porté sur schéma upwind second ordre dont les solutions sont physiquement réalistes[13].

### 2.6. Méthodes numérique :

#### 2.6.1. Introduction

La simulation numérique consiste à reproduire par le calcul le fonctionnement d'un système, préalablement décrit par un ensemble de modèle. Elle s'appuie sur des méthodes mathématiques et informatiques spécifiques. Les principales étapes de la réalisation d'une étude par simulation numérique sont communes à de nombreux secteurs de la recherche et de l'industrie, en particulier le nucléaire, l'aérospatial ou l'automobile. Dans une simulation numérique, le dispositif numérique consiste en un ensemble de programmes informatiques exécutés sur des ordinateurs. Les codes ou logiciels de calcul sont la traduction, à travers des algorithmes numériques, des formulations mathématiques et des modèles physiques étudiés.

En amont et en aval du calcul, les logiciels d'environnement effectuent la gestion de plusieurs opérations complexes de préparation des calculs et de leur dépouillement.

Les données initiales de la simulation comporteront d'abord la délimitation du domaine de calcul à partir d'une représentation approchée des formes géométriques (produite par ledessin).

Toutes ces données (produites et générées par les logiciels d'environnement) seront saisies et vérifiées par les codes. Les résultats des calculs proprement dits, c'est à dire les valeurs numériques des paramètres physiques, seront sauvegardés au fur et à mesure. En fait, un protocole spécifique structura les informations produites par l'ordinateur afin de constituer une base de données numériques.

### 2.6.2. Description du code de calcul

A l'heure actuelle, il existe un certain nombre de codes tridimensionnels industriels conviviaux et surtout le système ANSYS Fluent. Le but de cette partie est de mettre en évidence l'efficacité et la précision des techniques numériques développées en dynamique des fluides pour une complexité dite de type industriel.

Lors d'une simulation numérique, la qualité des solutions trouvées est souvent jugée sur la base d'une approche analytique et/ou d'après des résultats menés en laboratoire. Dans certains cas et plus particulièrement en l'absence d'une référence analytique ou expérimentale, les réponses seront confrontées aux solutions trouvées à partir de modèles d'éléments finis affinés.

La discrétisation des équations aux dérivées partielles a pour but de transformer le problème continu en un problème discret, de façon à pouvoir assurer sa résolution par des méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis, la méthode de différences finis et la méthode des volumes finis. Cette dernière est la plus utilisée actuellement dans les codes de simulation numérique CFX d'ANSYS et Fluent .

### 2.6.3. Méthode des Volumes finis

#### 2.6.3.1. Introduction

La méthode numérique utilisée repose sur une formulation aux volumes finis. Elle présente le très grand avantage d'être à la fois facilement applicable sur un maillage quelconque, et assure également la conservation des propriétés physiques. De plus, une régularité suffisante des solutions ne peut pas toujours être garantie : le cas des écoulements avec chocs en est un exemple classique, ou encore l'écoulement sur le bord de fuite d'une aile lorsque la production d'entropie est différente le long des lignes de courants de part et d'autre du profil (discontinuité tangentielle). Il est alors important de représenter précisément les lois de conservation dans leur formulation intégrale. La méthode la plus naturelle pour y parvenir est évidemment de discrétiser la formulation intégrale des équations et non la forme différentielle.

Dans la méthode aux volumes finis, le domaine est subdivisé en cellules quelconques. Sur chacune d'elles les lois de conservation sont appliquées afin de déterminer les variables du champ de l'écoulement en des points discrets des cellules (nœuds). Les méthodes aux volumes finis n'exigent pas un maillage structuré. Il y a donc bien évidemment une liberté

## Chapitre 2 : Problématique et mise en équations

considérable dans le choix des cellules et des nœuds. Cependant, des règles doivent être suivies dans la construction du maillage pour garantir la stabilité du code et s'assurer de la pertinence du calcul (maillage fin lorsque l'on s'attend à trouver de petites structures, raffinement plus précis dans les zones de discontinuités etc.). On dispose ainsi d'une méthode de discrétisation très facilement adaptable à tous types de géométrie, et également capable de gérer des discontinuités.

### 2.6.3.2. Rappel sur la méthode des volumes finis :

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires appelés volumes de contrôles chacun englobe un nœud dit nœud principal. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles décrites au chapitre précédent sur chaque volume de contrôle, (Gislain.L. K, 2004).

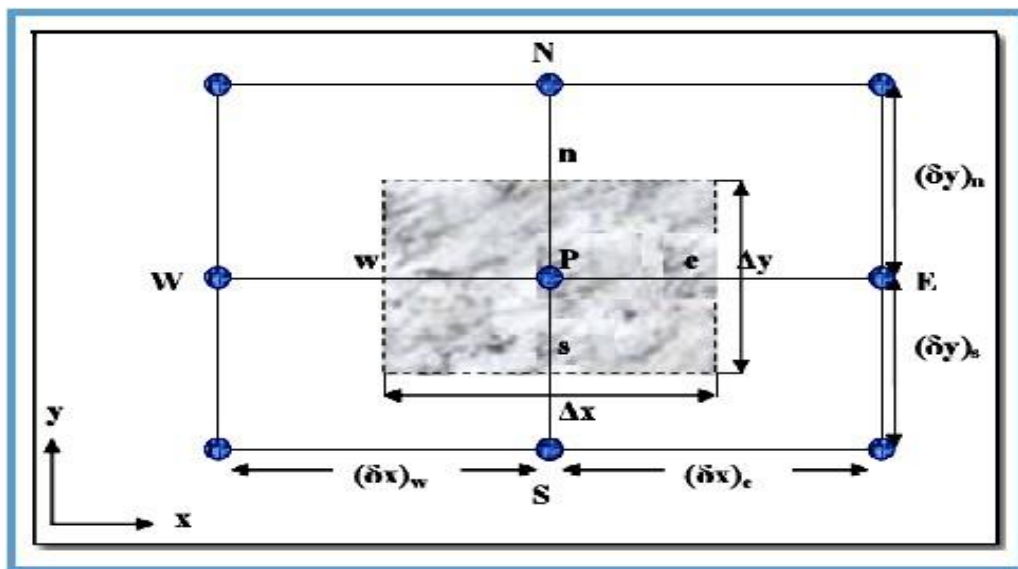


Figure 2.1 – Volume de contrôle bidimensionnel

Pour un nœud principal P les points E et W (E=Est, W= Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (N=Nord, S=Sud) sont des voisins dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues, les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction x, net s dans la direction y, (Azil F, 2004).[14]

### 2.7. Procédure de la simulation

C'est un pré processeur intégré pour l'analyse en CFD (computation fluide Dynamics).

Il est utilisé pour construire une géométrie et générer son maillage. Les options de génération de maillage de ANSYS FLUENT offrent une flexibilité de choix. La géométrie peut être décomposé en plusieurs parties pour générer un maillage structuré, sinon ANSYS FLUENT génère automatique un maillage non structure adapté au type de géométrie construite. Les défauts sont détectés à l'aide de son interface comportant plusieurs fenêtres d'outils de création, génération, vérification du maillage du modèle étudié et l'incorporation des conditions aux limites.

Les calculs numériques d'écoulement ont été faits à l'aide du code commercial ANSYS Fluent, basé sur la méthode des volumes finis. C'est un code de calcul de la dynamique des écoulements (pour modéliser les écoulements de fluides et le transfert de chaleur) écrit en langage C. En outre, et pour une exécution plus efficace, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en plusieurs processus simultanément, sur le même poste de travail ou sur plusieurs postes (calcul parallèle).

#### 2.7.1. Hypothèses

Les hypothèses prises par considération pour le fluide sont les suivantes : La simulation a été réalisée en respectant les conditions suivantes:

- Le fluide est newtonien et incompressible.
  - Ecoulement 2D, turbulent.
  - **Régime** : instationnaire
  - **Modèle de turbulence** : Le modèle  $k-\varepsilon$
  - **Domaine fluide** : l'air
- **Pression de référence** : 1 atm

#### 2.7.2. Organigramme

La figure (2.1) montre un organigramme décrivant la procédure de la simulation sur Fluent et les méthodes de contrôle de la convergence et l'exactitude de résultat.

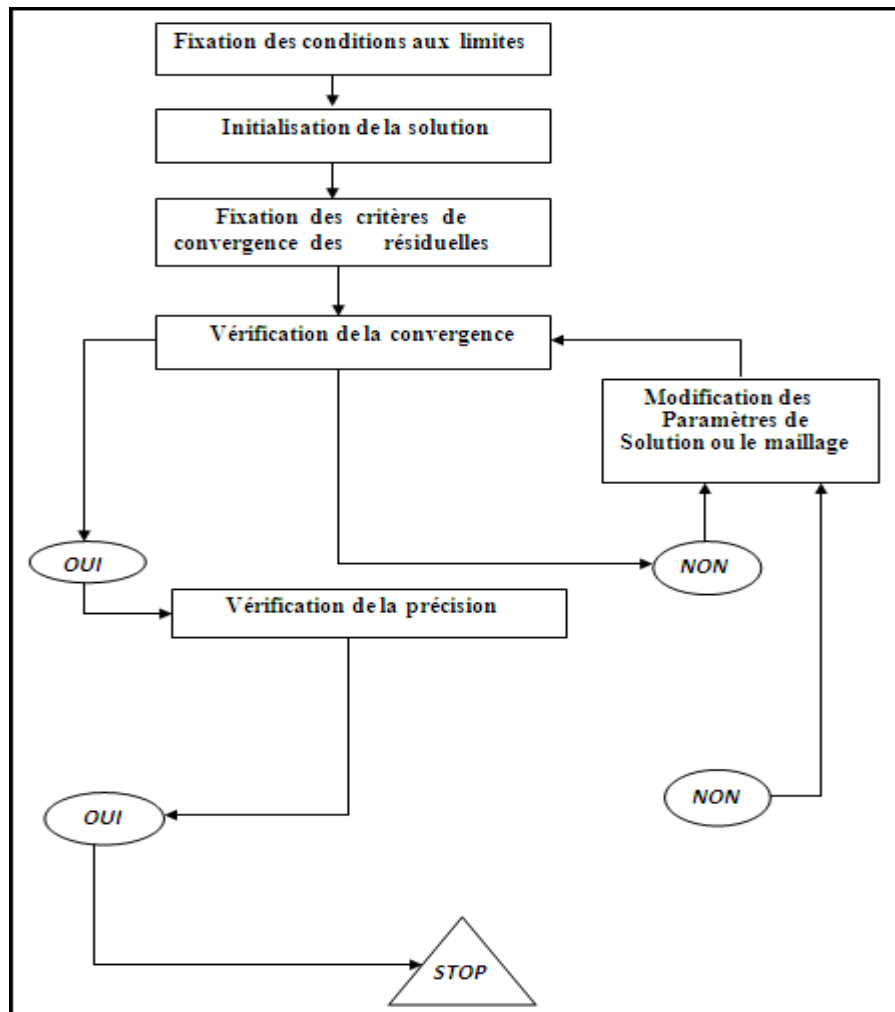


Figure 2.2: Procédure de la simulation sur Fluent

## 2.8. Résolution par fluent

### 2.8.1. Géométrie

L'écoulement dans une conduite cylindrique 2D, a été simulé à l'aide du code Fluent. Le domaine de calcul est une surface de dimension (3m x 0,2m ) avec une entrée, une sortie et deux cotés latéraux. Figure (2.3).

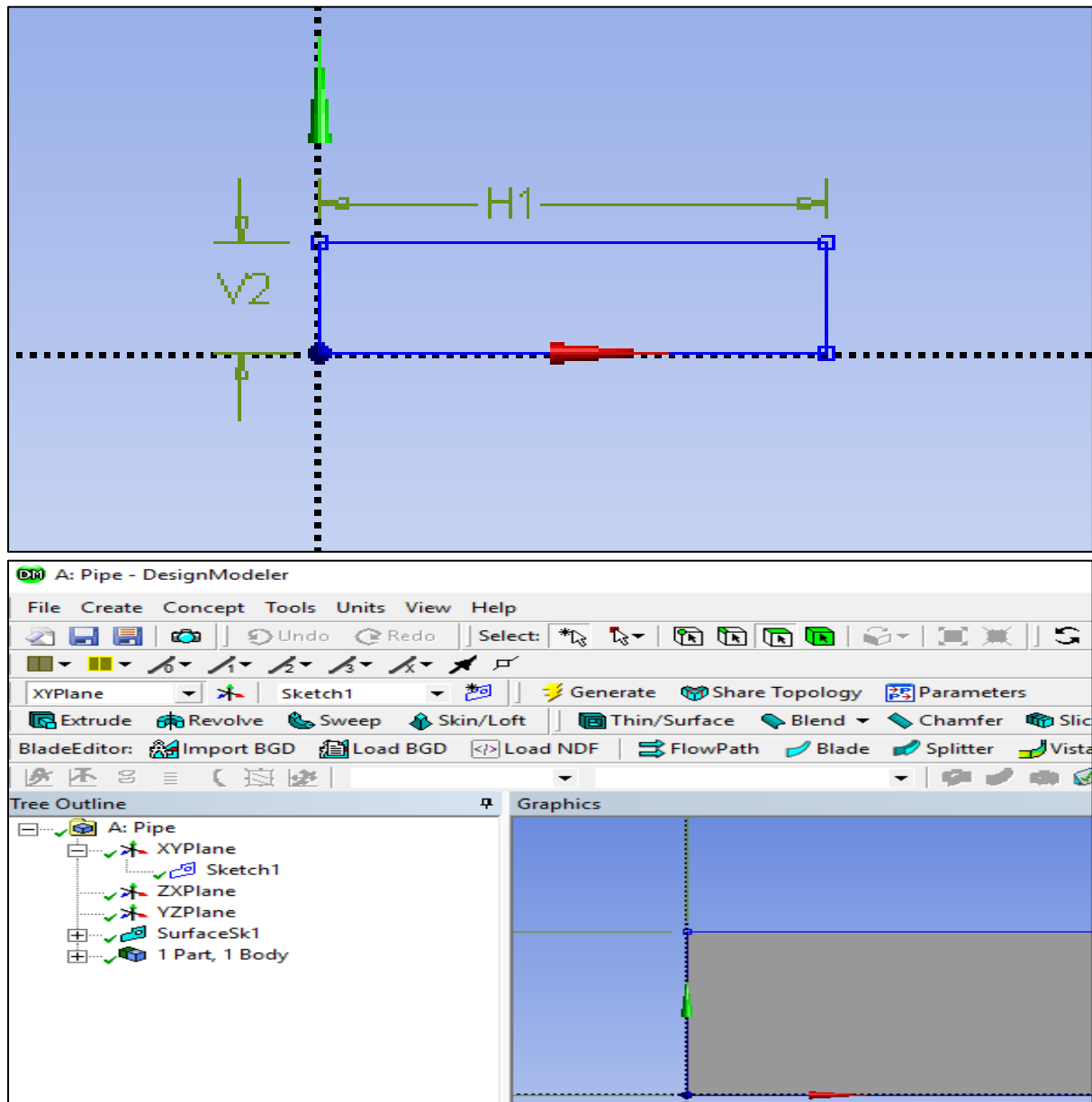


Figure (2.3) : géométrie cylindre 2D

### 2.8.2. Maillage :

Avoir une meilleure précision des résultats par le solveur Fluent nécessite un maillage suffisamment raffiné de sorte que la solution soit indépendante du maillage. Un test de l'effet du maillage sur la solution a été effectué en utilisant différents nombre de cellules.

Il a été opté pour un maillage rectangulaire dans la conduite cylindrique.

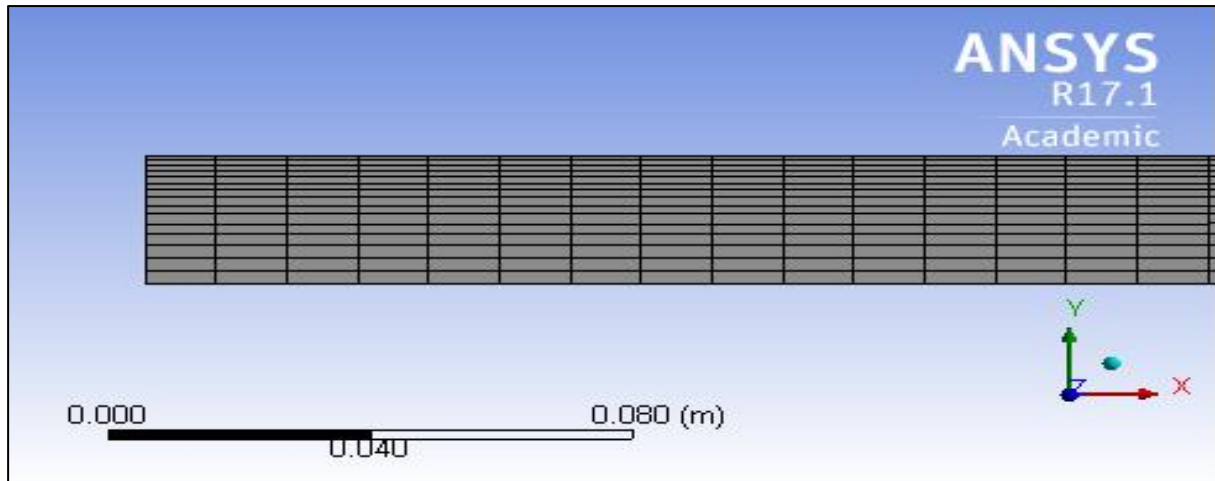


Figure (2.4) : Maillage de la conduite

### 2.8.3. Choix des schémas de discrétisation :

Les schémas de discrétisation utilisés dans le présent travail sont résumés comme suit :

pression	standard
Quantité de mouvement	Second ordre upwind
Couplage vitesse-pression	simple
Energie cinétique turbulente	Second ordre upwind
Taux de dissipation	Second ordre upwind

### 2.8.4. Sous relaxation :

Lors de la résolution, le contrôle du changement du scalaire  $\Phi$  est nécessaire. La sous relaxation réduit justement ce changement pendant chaque itération. La nouvelle valeur dépend de la valeur précédente et de l'écart entre les deux :  $\Phi = \Phi_{old} + \alpha \Delta\Phi$

Dans le présent travail, les facteurs de sous relaxation sont :

Pression	Quantité de mouvement	Energie cinétique turbulente k	Taux de dissipation
0.3	0.7	0.8	0.8

### 2.9. Conclusion

Dans le présent chapitre, nous avons fait une présentation de la turbulence et les système d'équations qui régit l'écoulement, comme on a présente les modèle basée sur le concept de viscosité turbulente, où nous avons présent à titre indicatif le modèle  $k - \xi$ , qui est un modèle à deux équations de transport.

La résolution des équations de Navier Stokes numériquement nécessite une technique CFD basée sur la discrétisation de l'équation de transport par la méthode des volumes finis, pour le problème des écoulements turbulent dans le conduit suivant un schéma de discrétisation défini par le code de calcul utilisé ANSYS.

## **Chapitre 3: résultats et discussions**

### 3.1 Introduction

Les présentes simulations ont été réalisées en utilisant le code Ansys Fluent version 15.1 avec un mode de calcul à double précision, Il s'agit de l'étude d'un écoulement turbulent d'air dans une conduite cylindrique, l'écoulement est supposé axisymétrique bidimensionnel.

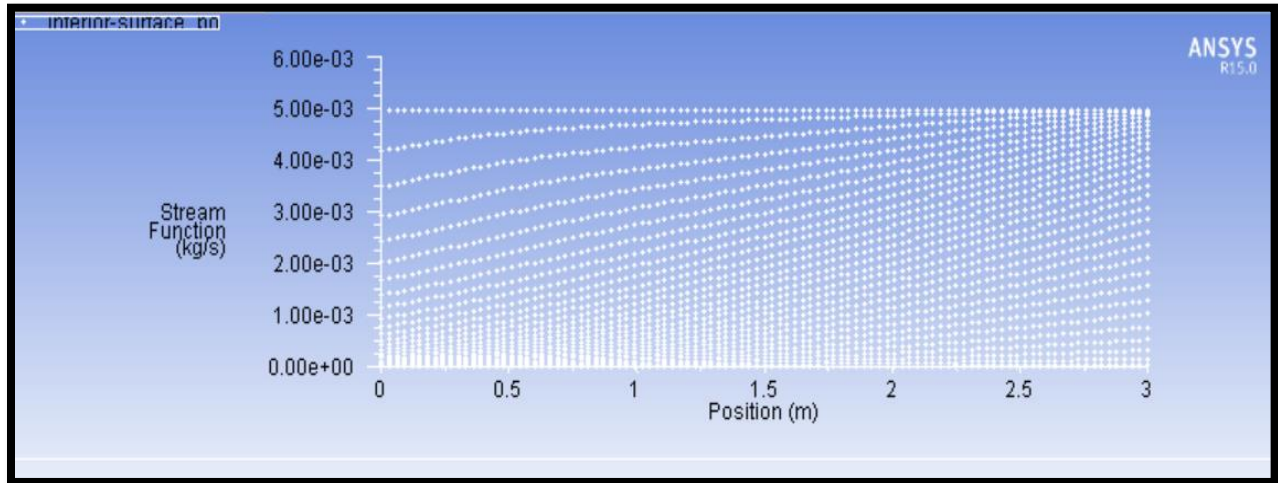
Les résultats numériques présentés dans ce chapitre ont été obtenus à l'aide du code commercial Ansys- Fluent version basé sur la méthode numérique des volumes finis, cette méthode est bien exposée dans le chapitre II. Ces résultats obtenus de la simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite de forme cylindrique Le schéma " Standard " d'interpolation de la pression est approprié pour cet écoulement. Le schéma au "1er Ordre" peut être utilisé pour améliorer la précision en écoulements incompressibles. Avec un maillage en 2D quadrilatérale le couplage vitesse-pression est calculé selon l'algorithme SIMPLE développée par Spalding et Patankar [ 15 ], les résidus normalisés étaient toujours inférieurs à  $10^{-6}$  pour la continuité et quantité de mouvement des équations,  $10^{-5}$  pour les équations de turbulence et de  $10^{-8}$  pour l'équation de l'énergie.

Dans le package solveur, la solution équations de Navier-Stokes (RANS) est obtenu en utilisant la méthode des volumes finis pour la discrétisation des équations de continuité, quantité de mouvement et de l'énergie. En utilisant le modèle k- $\epsilon$  pour voir ces capacités à résoudre des problèmes simples. D'après plusieurs études le modèle k- $\epsilon$  bien qu'il n'est pas précis ni apprécié par ces résultats peut donner des prédictions satisfaisantes qui peuvent être appliquées dans certains cas.

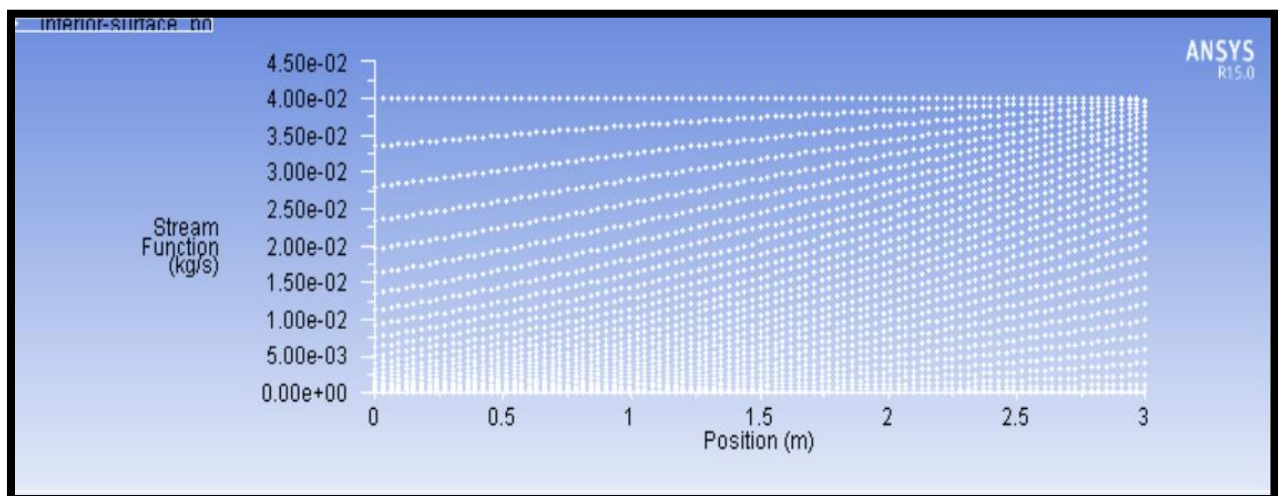
Le domaine physique étudié est une conduite cylindrique, la configuration géométrique est bidimensionnelle de dimensions, longueur L de 3 m et de diamètre D égale à 0.2 m. avec injection du fluide (l'air) à l'entrée supposé incompressible, en faisant varier cette vitesse  $U_0$  sur une plage allant de 1 à 4 m/s et voir l'influence de cette variation c'est-à-dire l'influence du nombre de Reynolds sur le comportement :

1. Lignes de courants
2. Champs de pression
3. Champs de vitesses (vitesse axiale ,vitesse transversale et vecteurs vitesse
4. Energie cinétique turbulente
5. Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente

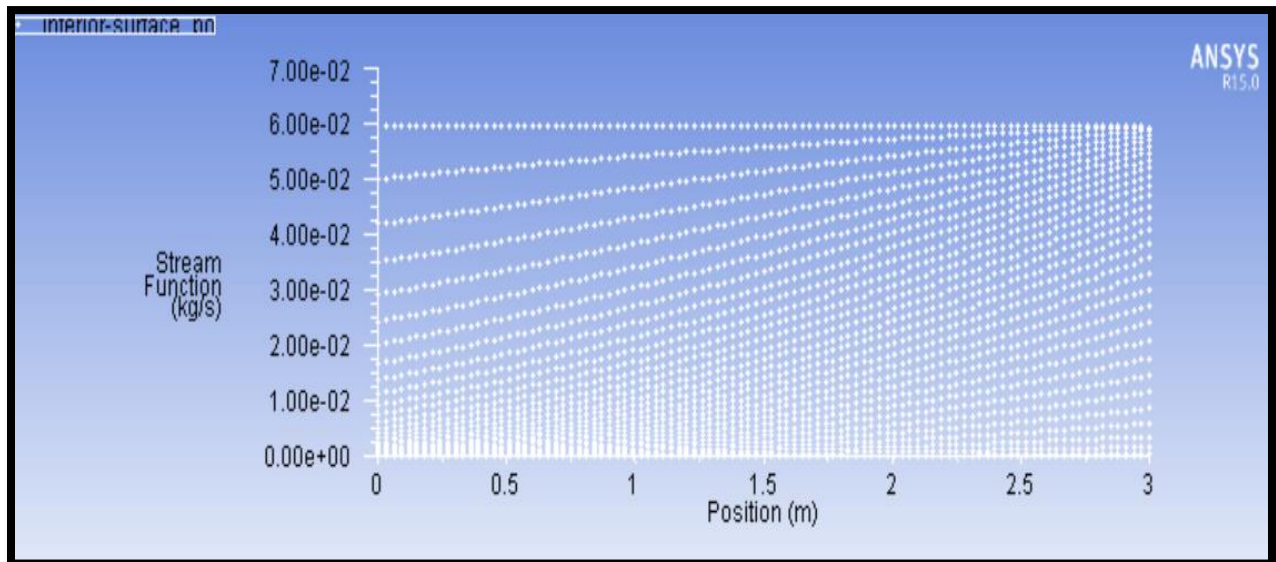
### 3.2. Etude de l'effet du Reynold sur la structure de l'écoulement :



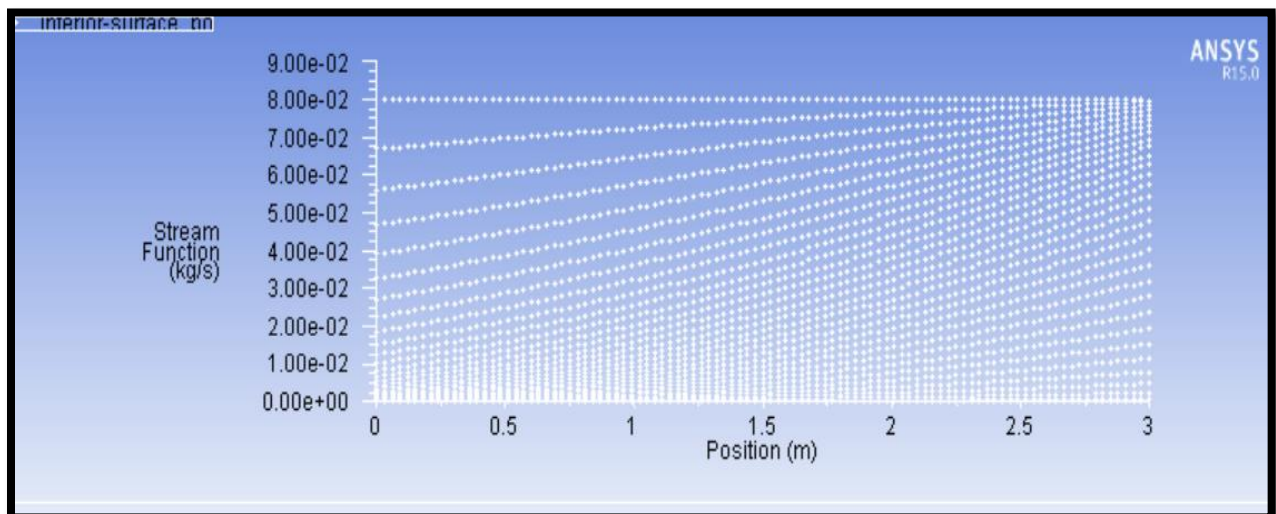
**Fig 3.1** : profil ligne de courant pour  $Re=10^4$



**Fig 3.2** : profil lignes courants pour  $Re=2.10^4$



**Fig 3.3** : profil ligne de courant pour  $Re=3.10^4$

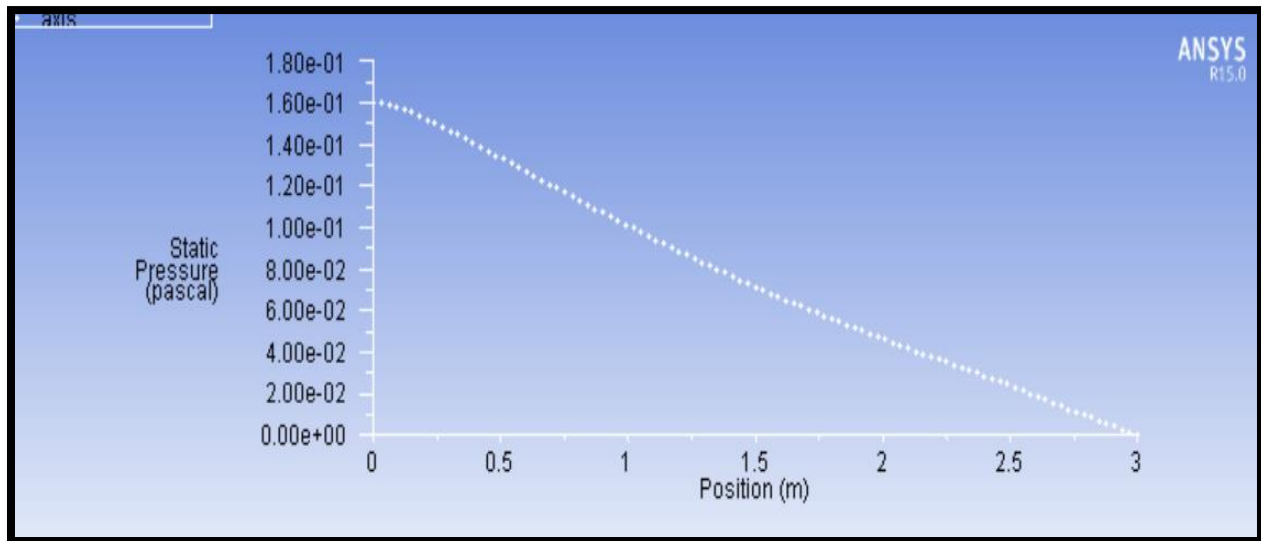


**Fig 3.4** : profil lignes courants pour  $Re=4.10^4$

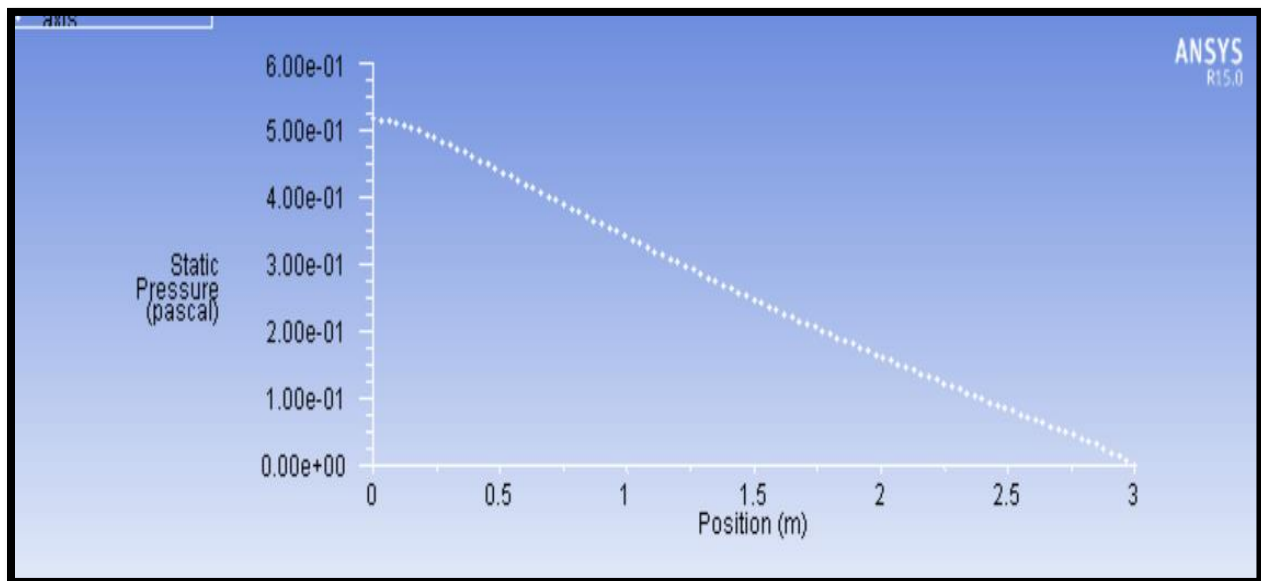
Dans ce cas on met en œuvre l'étude de l'écoulement à travers une conduite cylindrique en se fixant longueur  $L$  et un diamètre  $D$  de cette conduite et on fait varier la vitesse d'entrée c'est-à-dire on varie le nombre de Reynolds.

- Lignes de courant :

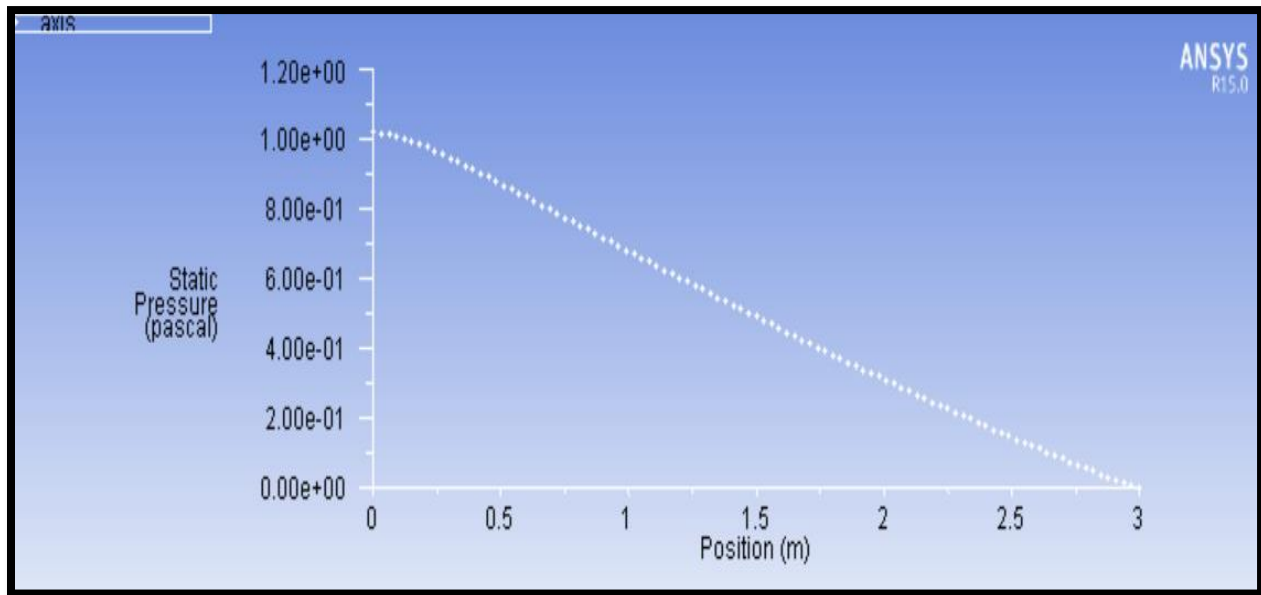
D'après ces résultats numériques ci-dessus, les figures 3.1 à 3.4 représentent les lignes de courant de l'écoulement, pour les différents nombres Reynolds. On constate que la structure d'écoulement se déforme et s'active en fonction de l'augmentation du nombre de Reynold. Les déformations sont très proches des couches limites de la paroi.



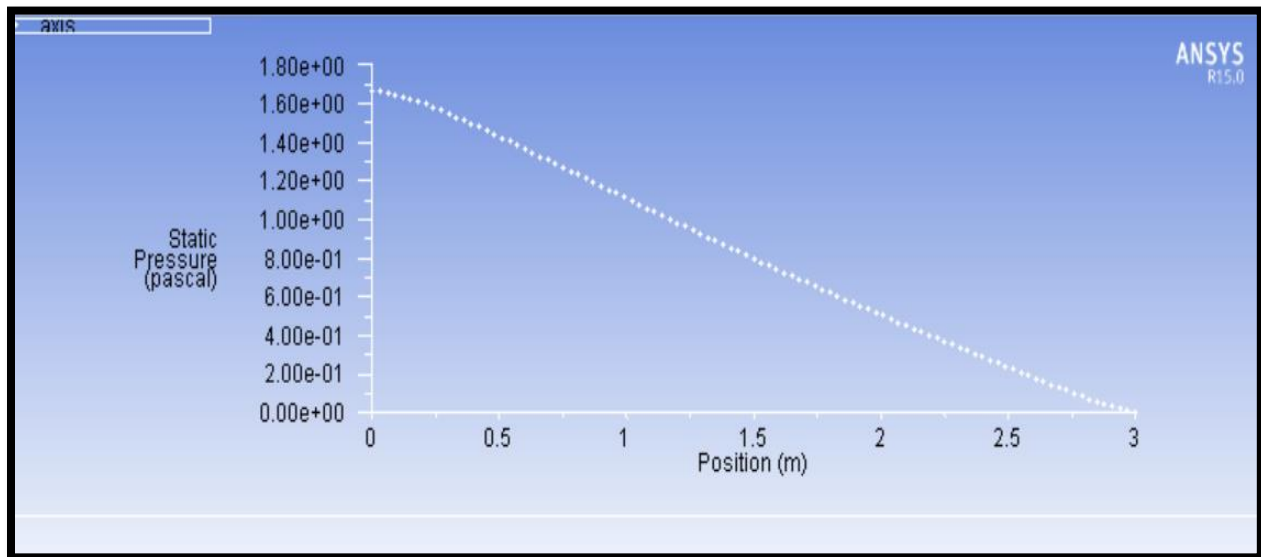
**Fig 3.5** : profil de la pression statique pour  $Re=10$



**Fig 3.6** : profil de la pression statique pour  $Re=2.10^4$



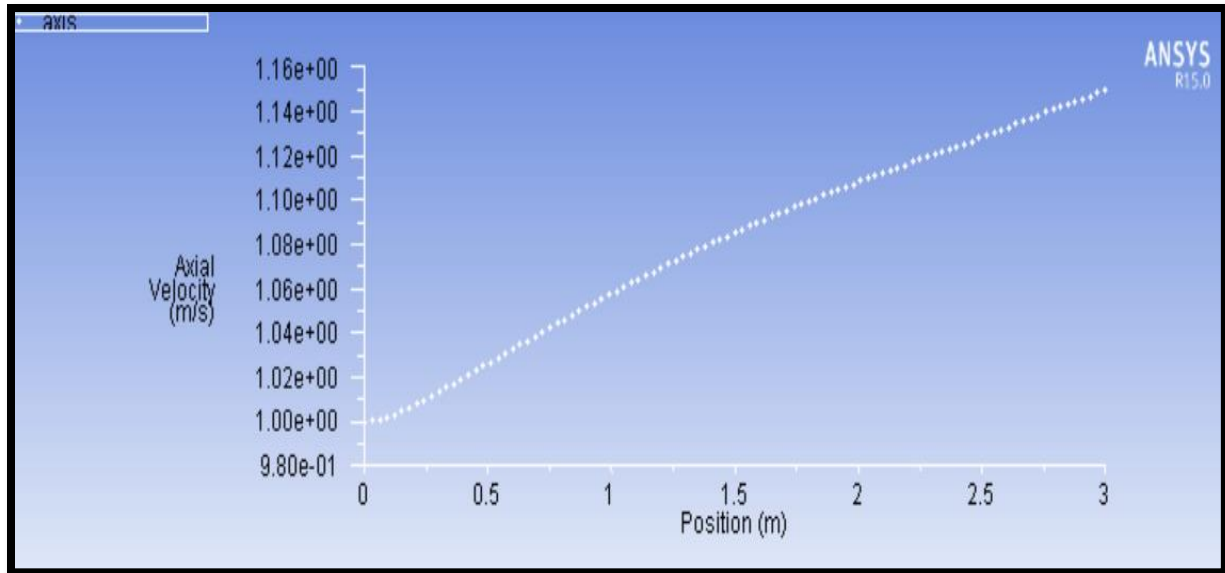
**Fig 3.7** : profil de la pression statique pour  $Re=3.10^4$



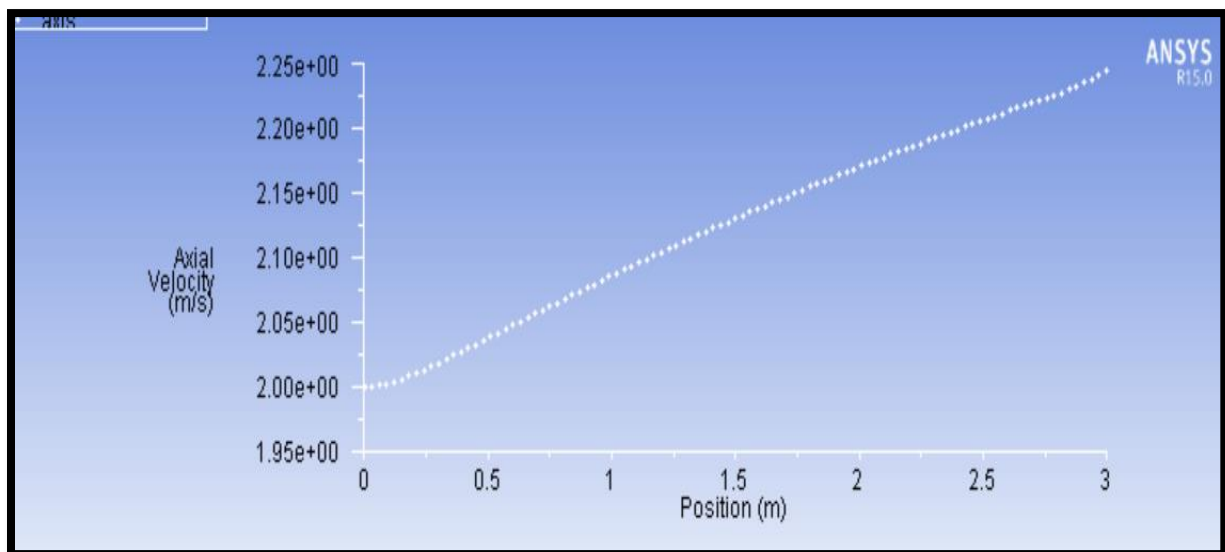
**Fig 3.8** : profil de la pression statique pour  $Re=4.10^4$

### **Pression statique :**

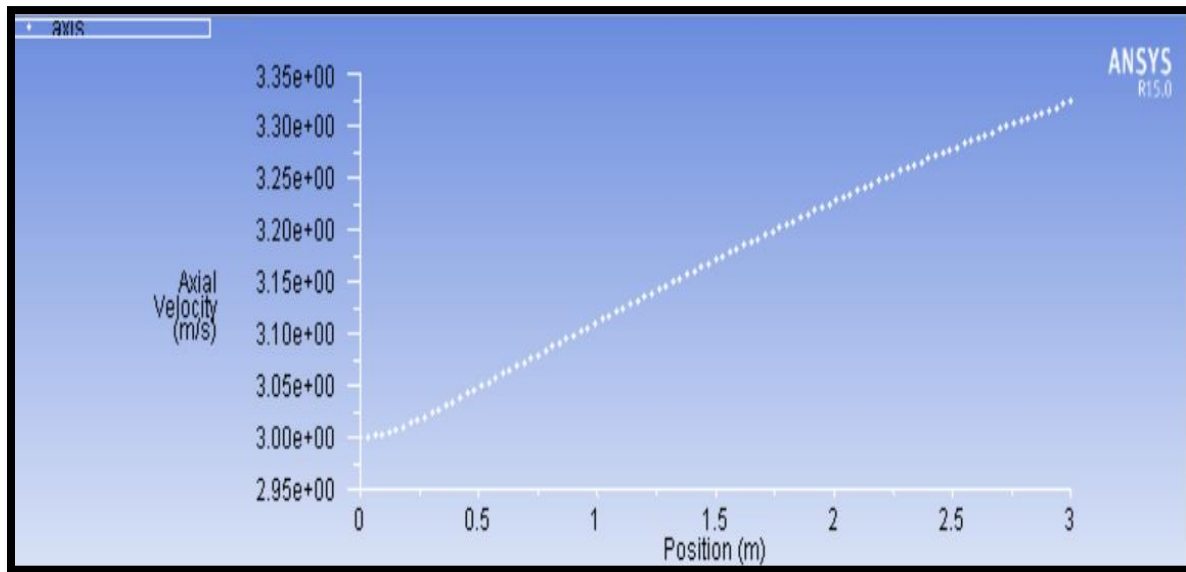
L'évolution de la pression statique le long de l'axe de la conduite pour des nombres de Reynolds ( $10^4$  ;  $2.10^4$  ;  $3.10^4$  et  $4.10^4$ ). est illustrée dans la figure 3.5 .On constate une variation pratiquement linéaire de la pression le long du canal. Cette linéarité montre que le gradient de pression statique est pratiquement constant, ce qui justifie l'établissement des profils de la pression.



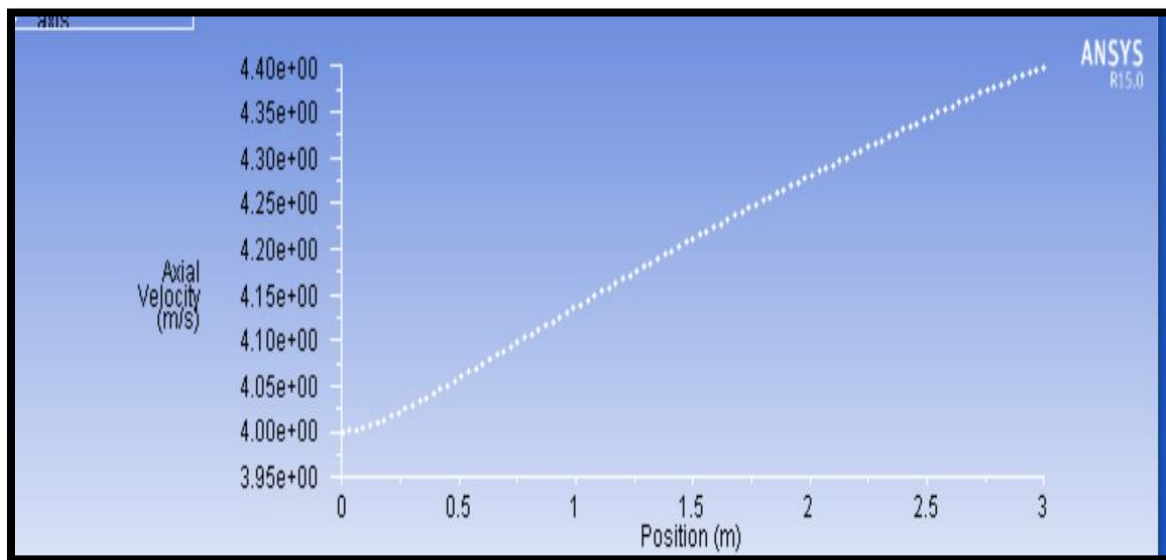
**Fig 3.9:** profil de la vitesse axial pour  $Re=10^4$



**Fig 3.10:** profil de la vitesse axial pour  $Re=2.10^4$



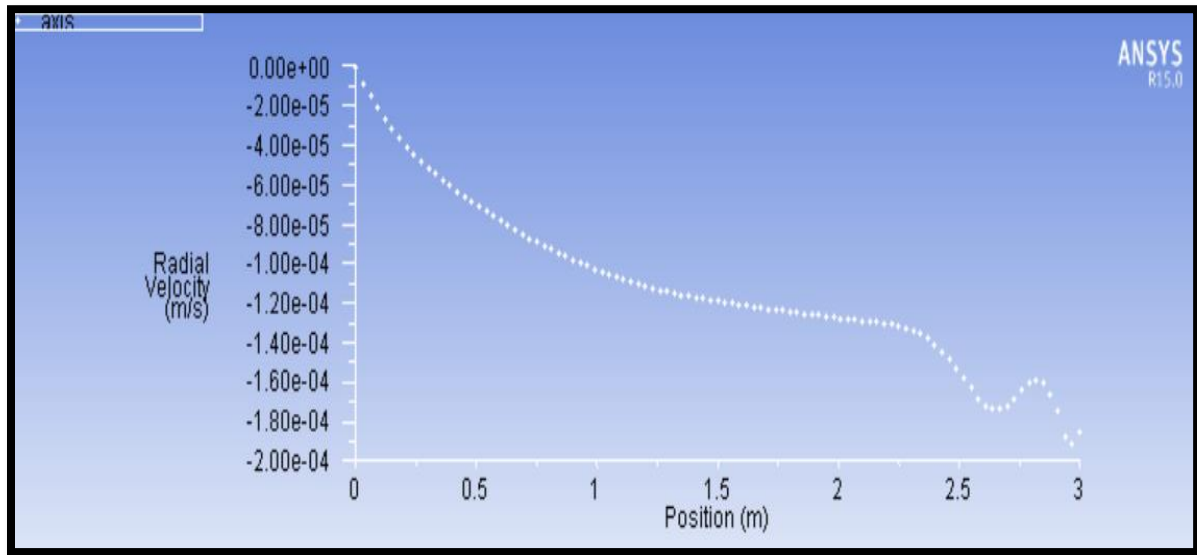
**Fig 3.11:** profil de la vitesse axial pour  $Re=3.10^4$



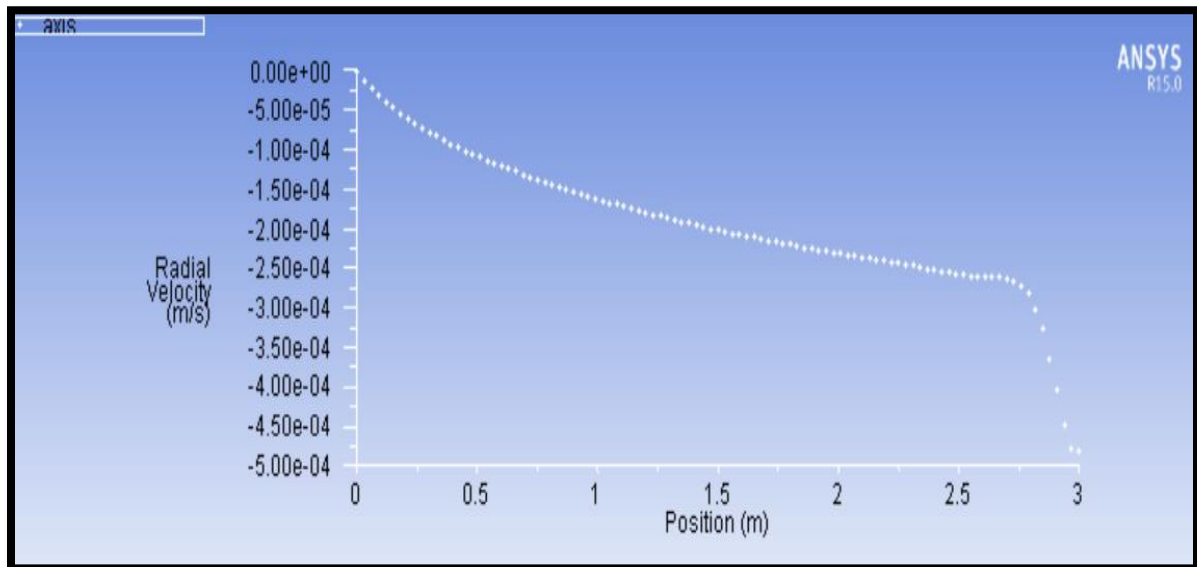
**Fig 3.12:** profil de la vitesse axial pour  $Re=4.10^4$

- **Profils de vitesse axiale :**

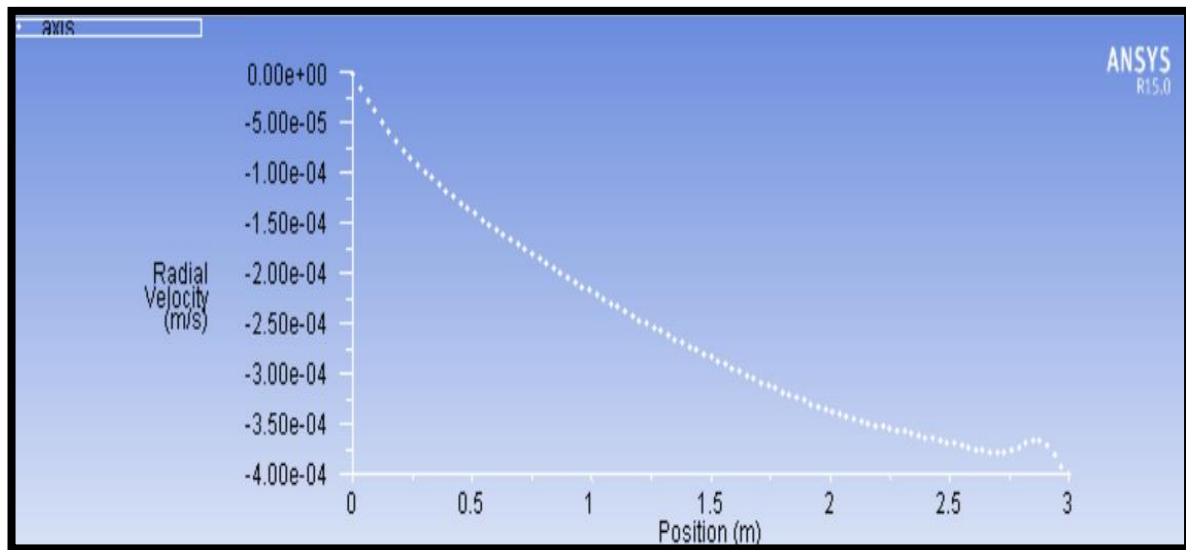
On constate pour une vitesse d'entrée constante ( $Ue$ ) (sauf aux parois), un développement de cette dernière jusqu'à l'établissement de l'écoulement où elle aura une forme parabolique (voir figure (3.9)) après une certaine distance bien définie de l'entrée de conduite pour chaque cas, avec le développement progressif de la couche limite la vitesse de partie centrale Croît pour assurer la conservation du débit. En se déplaçant en aval de la conduite les particules fluide commencent à se coller aux parois jusqu'à l'établissement total de l'écoulement. Pour des nombres de Reynolds élevés, il faut pour que l'écoulement s'établisse une longueur importante de la conduite.



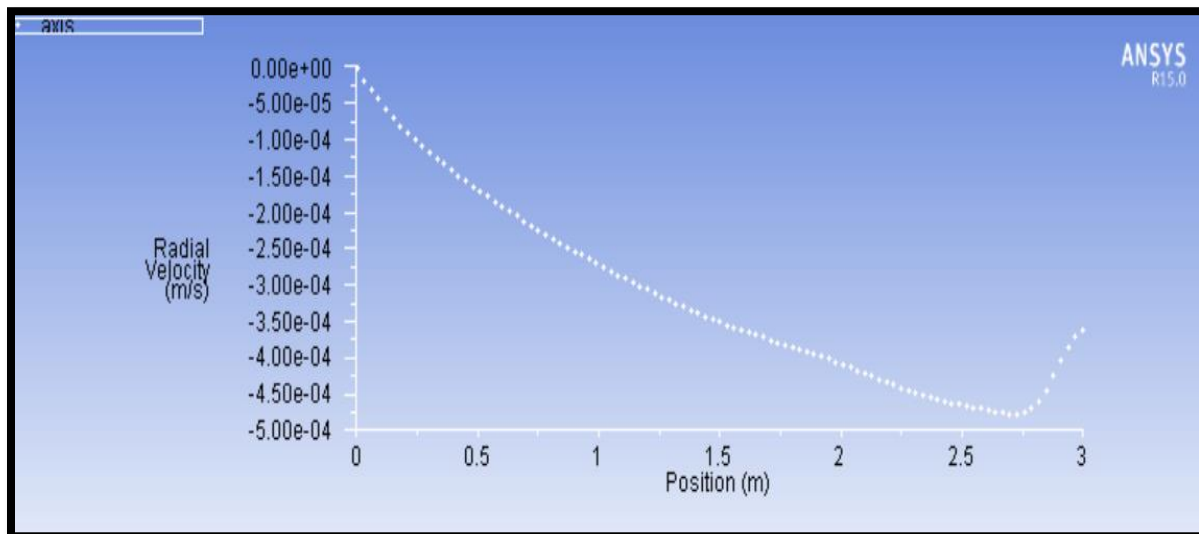
**Fig 3.13:** profil de la vitesse radial pour  $Re=10^4$



**Fig 3.14:** profil de la vitesse radial pour  $Re=2.10^4$



**Fig 3.15:** profil de la vitesse radiale pour  $Re=3.10^4$



**Fig 3.16:** profil de la vitesse radiale pour  $Re=4.10^4$

- **Profils de la vitesse transversale sur l'axe :**

On remarque que pour que pour les différents nombres de Reynolds cités auparavant, le comportement de la vitesse transversale est aléatoire et chaotique avec des valeurs très faibles plutôt négligeable le long de l'axe de la conduite ce qui s'explique que la vitesse  $U$  est dominante sur l'axe de la conduite.

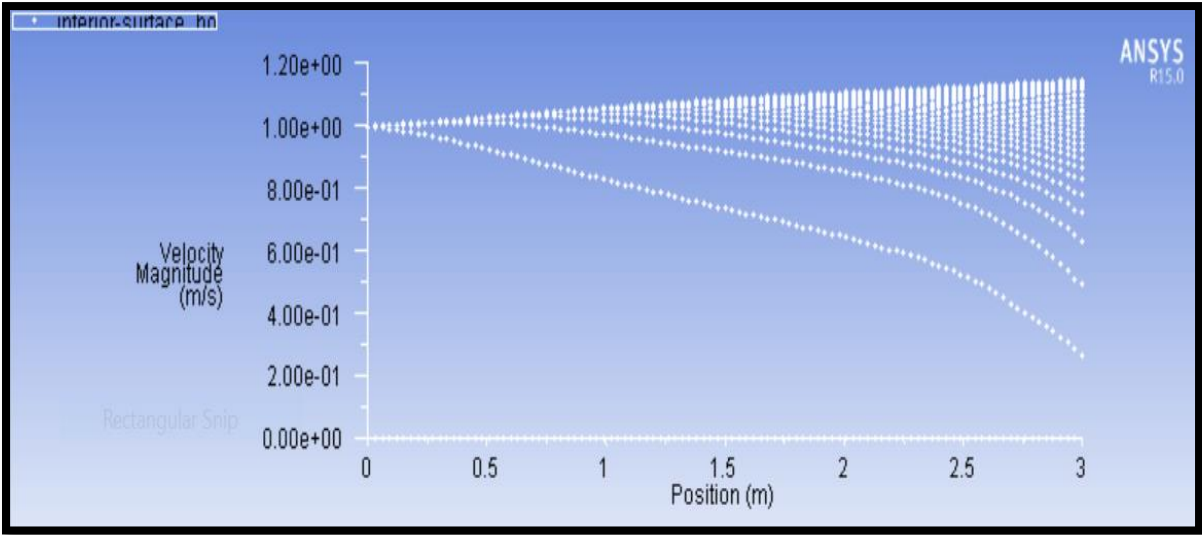


Fig 3.17: profil vecteurs vitesses pour  $Re=10^4$

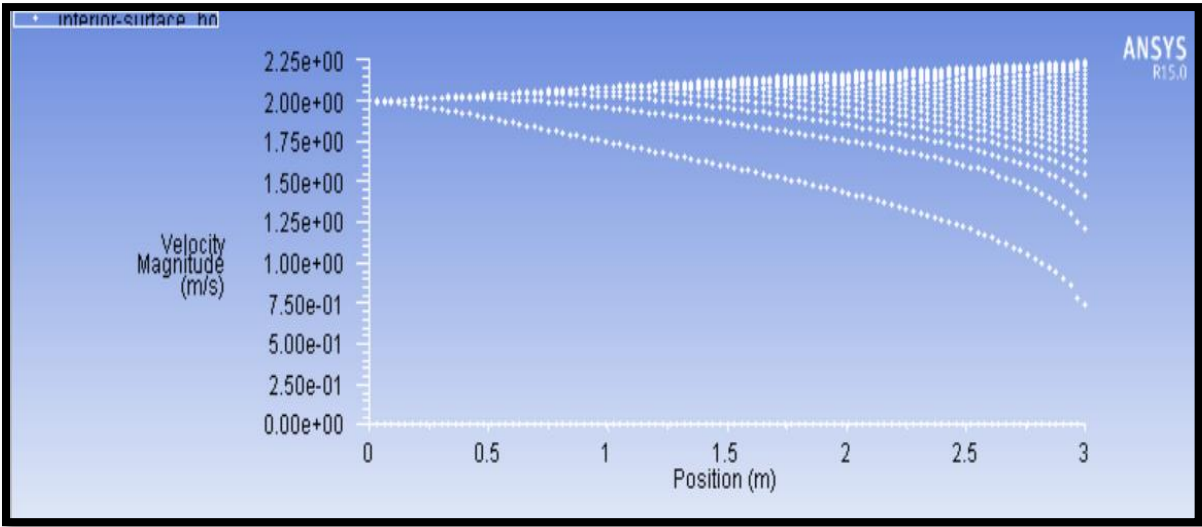
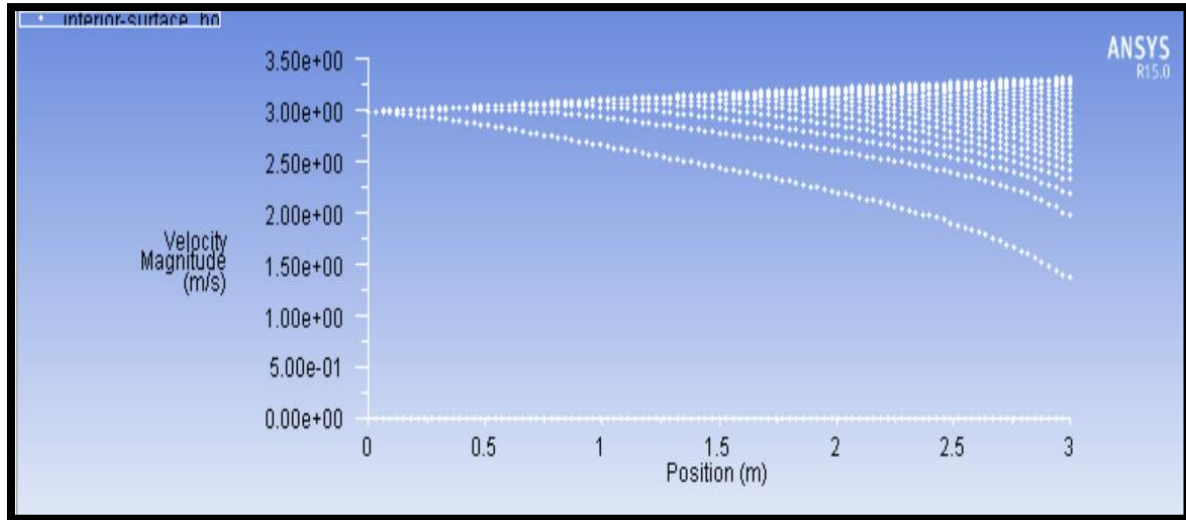
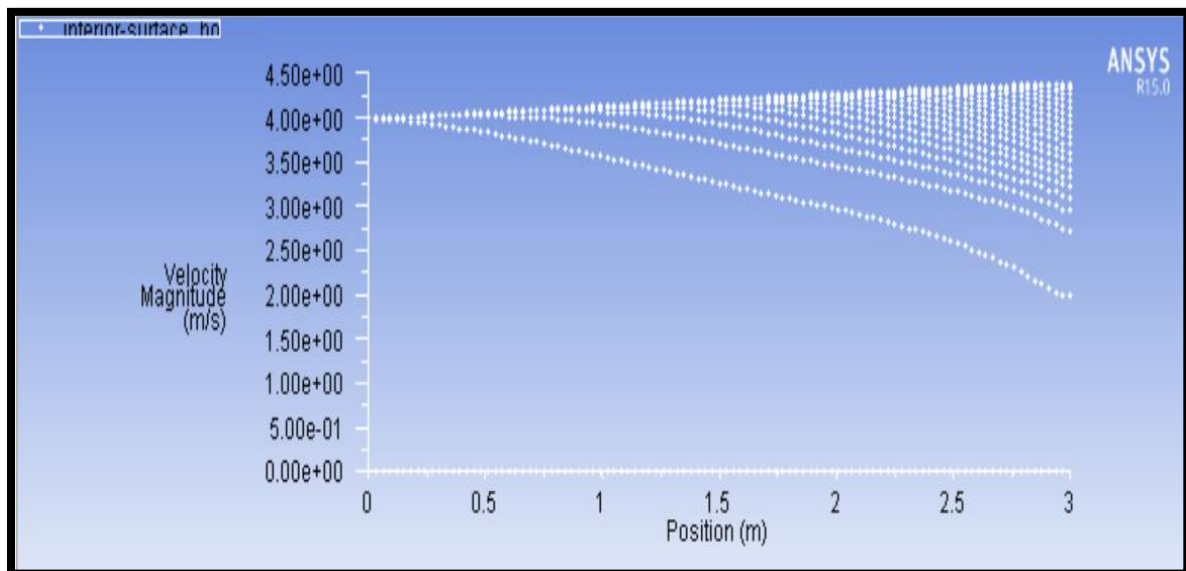


Fig 3.18: profil vecteurs vitesses pour  $Re=2.10^4$



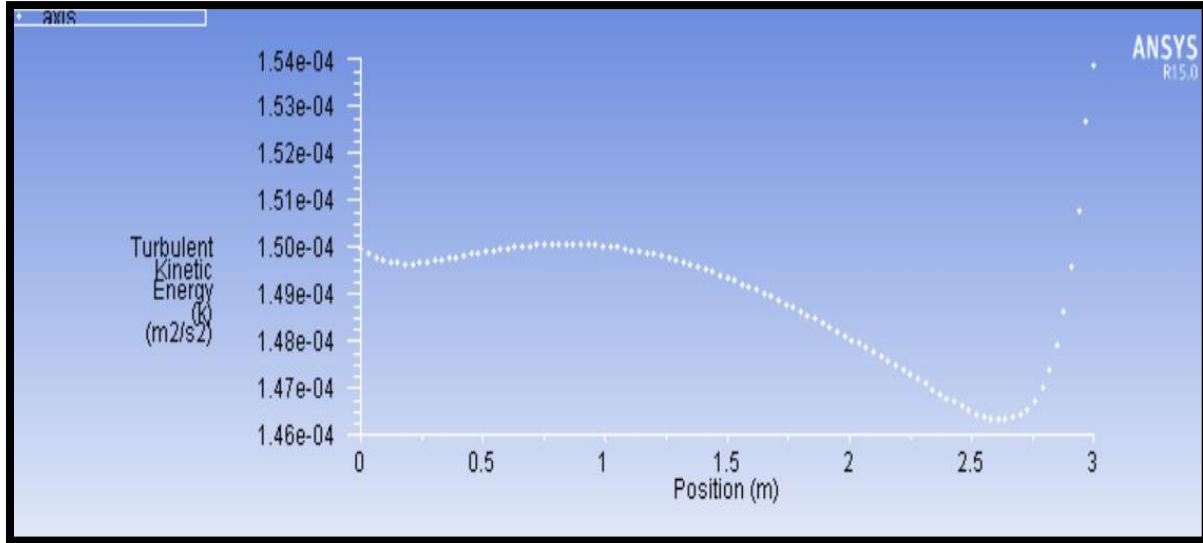
**Fig 3.19:** profil vecteurs vitesses pour  $Re=3.10^4$



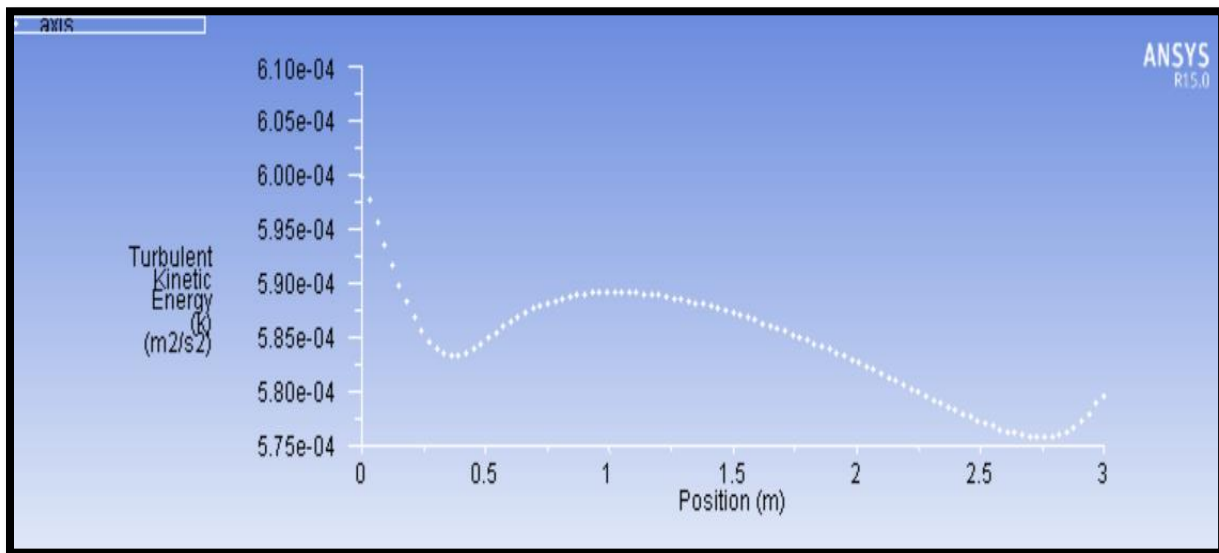
**Fig 3.20:** profil vecteurs vitesses pour  $Re=4.10^4$

- **Profils vecteurs vitesse :**

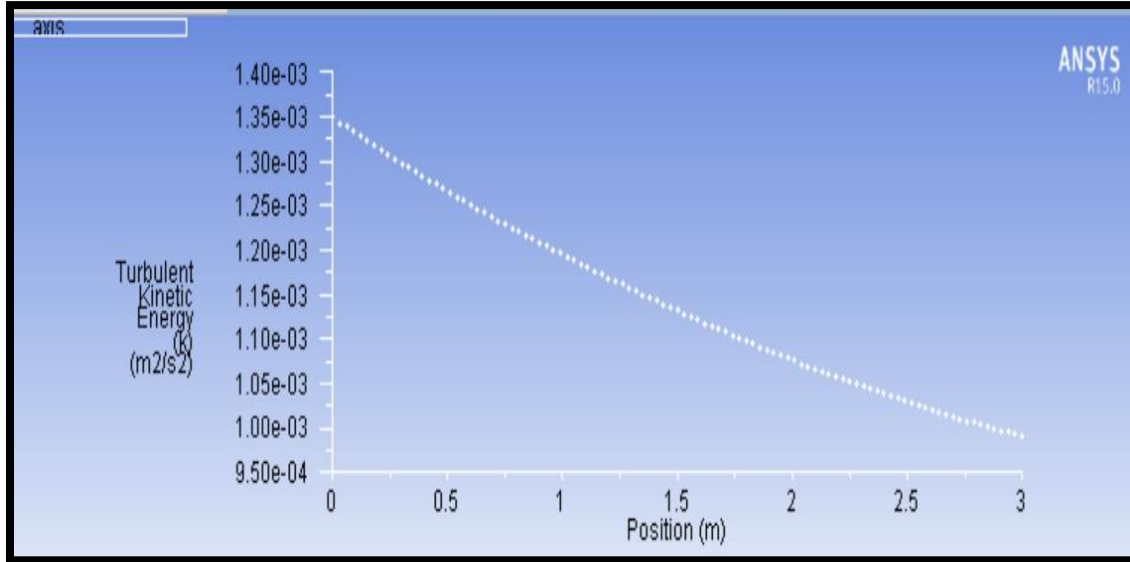
Les figures 3.17 à 3.20 Identifient les profils des vecteurs de vitesse de l'écoulement, pour les nombres de Reynolds ( $10^4$  ;  $2.10^4$  ;  $3.10^4$  et  $4.10^4$ ). On constate que le profil de la vitesse s'établi dans la zone d'entrée en empruntant un profil parabolique avant d'avoir un comportement asymptotique qui tend à diminuer en s'approchant de la section de sortie dues aux pertes de charges. Dans la zone de sortie, le profil de vitesse reprend sa forme établie jusqu'à la sortie de la conduite. La déformation du profil de vitesse le long de la conduite s'accroît avec l'augmentation du nombre de Reynold.



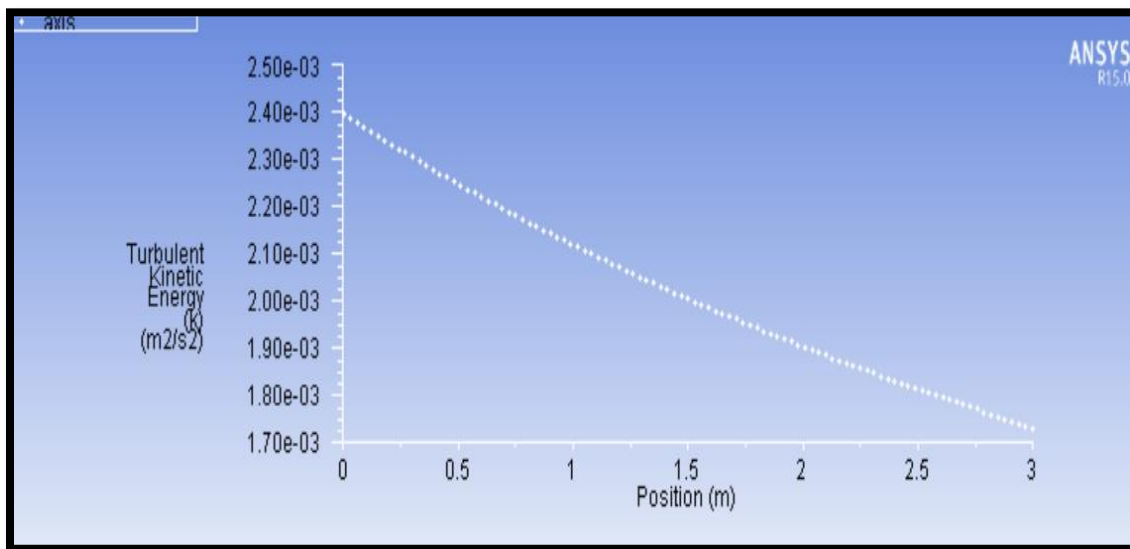
**Fig 3.21:** profil Energie cinétique turbulente k pour  $Re=10^4$



**Fig 3.22:** profil Energie cinétique turbulente k pour  $Re=2.10^4$



**Fig 3.23:** profil Energie cinétique turbulente K pour  $Re=3.10^4$



**Fig 3.24:** profil Energie cinétique turbulente K pour  $Re=4.10^4$

- **Profils de l'énergie cinétique turbulente :**

Les figures ( 3.21; 3.25), représentent l'énergie et l'intensité de la turbulence de l'écoulement, pour les différents nombres de Reynolds, on remarque que la turbulence augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, c'est à dire après établissement de l'écoulement à une certaine distance différente pour chaque cas étudié, cette intensité s'affaiblit en aval en s'approchant de la sortie de la conduite.

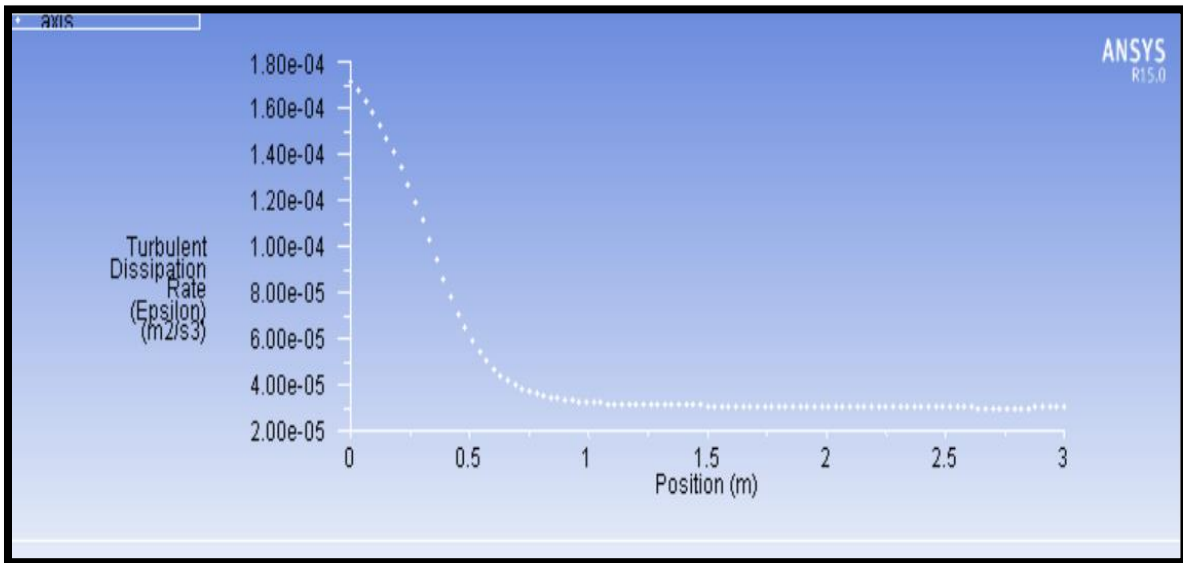


Fig 3.25: profil Taux de dissipation  $\varepsilon$  pour  $Re=10^4$

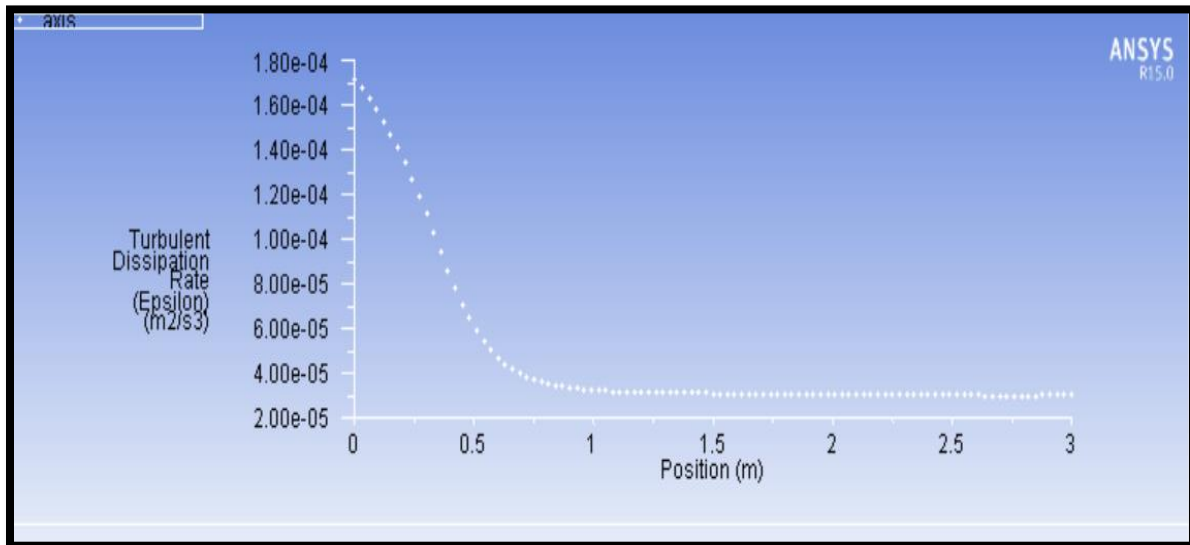


Fig 3.26: profil Taux de dissipation  $\varepsilon$  pour  $Re=2.10^4$

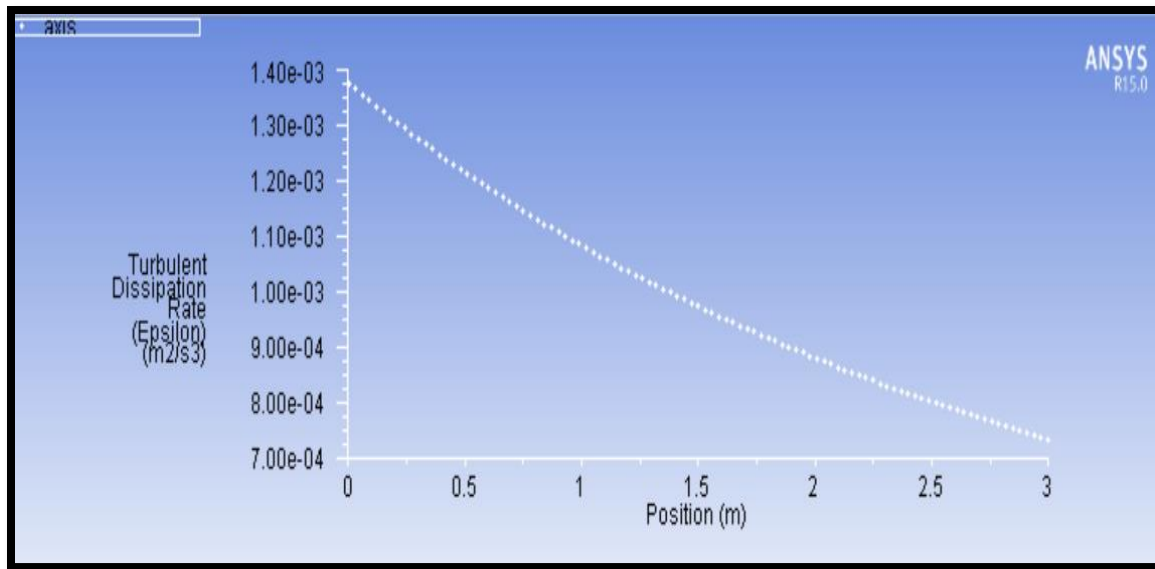


Fig 3.27: profil Taux de dissipation  $\varepsilon$  pour  $Re=3.10^4$

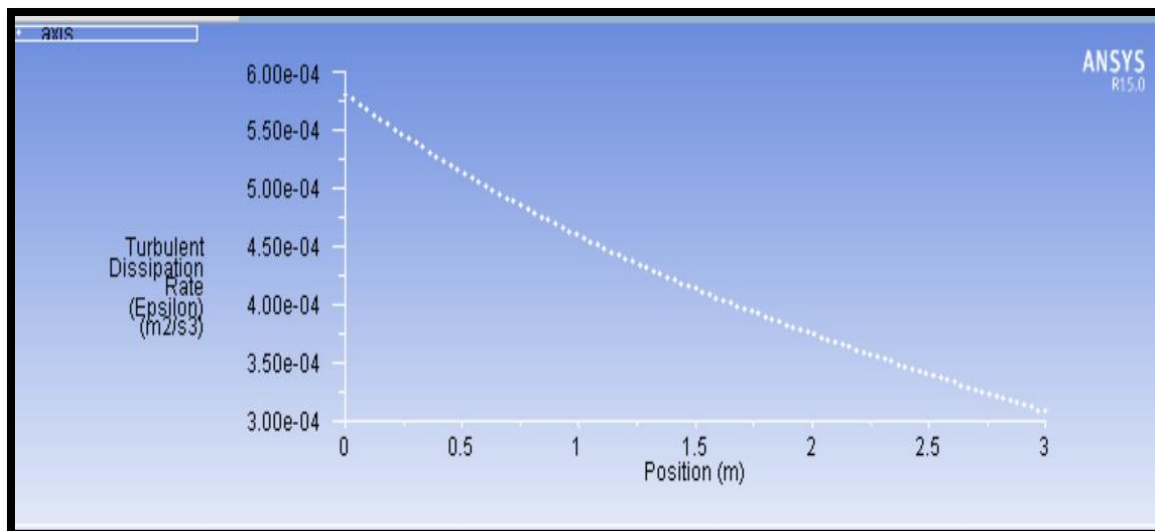


Fig 3.28: profil Taux de dissipation  $\varepsilon$  pour  $Re=4.10^4$

- **Profils du taux de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente :**

On remarque que pour le taux de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente, les profils suivent celles de l'énergie cinétique turbulente et meme allures puisqu'elles sont liées étroitement et apr les équations qui les régissent.

## Conclusion générale

### Conclusion générale

A travers cette étude numérique de l'écoulement on a pu présenter les différents résultats obtenus pour différents nombres de Reynolds turbulent, on remarque que ce nombre a une grande influence sur le comportement des caractéristiques surtout dynamiques.

La modélisation mathématique de ce problème physique est basée sur les équations de conservation de masse et de la quantité de mouvement. Les propriétés thermo physiques sont considérées constantes. Des hypothèses simplificatrices ont été introduites et justifiées afin de simplifier le système des équations utilisées. La résolution numérique de cette dernière est effectuée par la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLE, et la simulation numérique a été effectuée avec le code (Ansys-Fluent).

L'exploration des résultats a permis une meilleure compréhension de la phénoménologie de l'écoulement en question, notamment Les principaux résultats tirés de ce travail peuvent être résumés comme suit :

- On constate que la structure d'écoulement se déforme et s'active en fonction de l'augmentation du nombre de Reynolds.
- On constate que le profil de la vitesse s'établi dans la zone d'entrée en empruntant un profil parabolique avant d'avoir un comportement asymptotique qui tend à diminuer en s'approchant de la section de sortie dues aux pertes de charges.
- , on remarque que la turbulence augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et que le taux de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente suit le même comportement que celle de l'énergie cinétique turbulente vu la liaison étroite entre ces deux caractéristiques.
- L'augmentation du nombre de Reynolds mène à une augmentation proportionnelle de l'énergie cinétique turbulente ainsi que sa dissipation

Dans ce travail, le processus itératif CFD nous a permis de comprendre et de mieux prendre en compte les paramètres adéquats pour ce type d'écoulement. Dans un futur travail, on suggère d'étudier l'écoulement dans une conduite avec parois rugueuse associées à un phénomène de transfert de chaleur et de masse.

## **Bibliographies**

## Bibliographies

---

- [1] Reynilds O «On the dynamique theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion », Phil.Trans.Royal Soc.London, 186:123-161.JFM26.0872.02,1894
- [2] Etude des écoulements turbulents à travers une conduite à section carrée avec un coude à 90°, université oran (2013)
- [3] Said Bouabdallah maître de conférences à l'université de Laghouat(2013)  
«Livre :Ecoulement dans les conduites» Copyright Editions El-Djazair
- [4] Projet de Physique P6 STPI/P6/2021 – 35 MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS TURBULENTS
- [5] Benmebarak M. (2015) Modélisation et simulation des écoulements à surface libre en présence de singularités du fond Mémoire de Magistère en hydraulique. Université de Bejaia. C.LE Provost,
- [6] José Vazquez « Hydraulique générale » Ecole nationale du génie de l'eau de l'environnement de strasbourg
- [7] Honoré Gnanga thèse de doctorat(2008), « analyse Numérique d'écoulements turbulents anisotropes à l'aide de modèles non linéaire de turbulence » Lille 1.
- [8] Smagorinsky J(1963),«Général circulation experiments with the primitive équations,Monthly Weather Review » , 91 : 99-164.
- [9] Sagaut P(1998), « introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements incompressibles »
- [10] Madabhushi R .K. and Vanka S.P(1991) , «Large –eddy simulation of turbulence driven secondary flow in à square» duct,Phys.Fluid A(11) ,2734-2745.
- [11] Xu H(1997) , «Large Eddy Simulation of turbulent flows in square and annular duct and confined square coaxial jet »,PH.D.Thesis , Department of Mechanical Engineering ,Queen's University.
- [12] Projet de Physique P6 STPI/P6/2021 – 35 MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS TURBULENTS
- [13] BEDJEGHIT EL-HOUAS ETUDE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT AUTOUR D'OBSTACLES CARRE ET CYLINDRIQUE
- [14] Diaf .A (2012) , contribution a l'étude des écoulements de surface par

## Bibliographies

---

méthodes numériques      Mémoire de Magistère en hydraulique. Université de Tlemcen.

[15] CARACTÉRISTIQUES

[16] The SIMPLE algorithm was developed by Prof. Brian Spalding and his student Suhas Patankar at Imperial College, London in the early 1970s.