



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Telidji- Laghouat

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

MÉMOIRE DE MASTER

Présenté par : **BOUAFIA Baba et AOUISSI Aissa**

DOMAINE. Sciences et Technologies

FILIERE : Génie Civil

OPTION : Conception et Calcul des Structures

Thème

**Stabilité des pentes par méthodes d'équilibre limite
et la méthode des éléments finis : Etude comparative**

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Qualité
<i>M. BENFERHAT Bachir</i>	Président
<i>M. TADJ Walid</i>	Examineur
<i>M. MOUATTAH Kaddour</i>	Encadreur
<i>M. NOUIOUA Tahar</i>	Co-Encadreur

Promotion : 2017

Remerciements

Tout d'abord, nos remerciements et nos louanges vont à Dieu qui nous a accordé la confiance et le courage tout au long de notre cursus universitaire.

Nos remerciements vont, ensuite, à nos grandes familles et, plus particulièrement, nos parents, nos frères et nos sœurs.

M. MOUATTAH Kaddour a eu l'amabilité de proposer et de diriger le présent travail. Qu'il veuille bien trouver, ici, l'expression de notre reconnaissance pour son dévouement, sa patience, sa disponibilité, ses conseils et ses aides constantes qu'il nous a apportés tout au long de ce travail.

Messieurs Benferhat Bachir, président du jury, Tadj Walid, Examineur nous ont fait l'honneur d'examiner ce travail. Qu'ils trouvent, ici, nos sentiments de gratitude les plus sincères.



Dédicace

Je dédie ce modeste travail en premier lieu

À... Ma chère mère mebarka.

Mon cher père Mohamed.

mes frères et mes sœurs.

et ma chère femme nihal et ma fille merieme taouba

Ainsi qu'à toute ma famille, sans exception

A tous les Amis sans exception depuis l'enfance jusqu'aujourd'hui.

A toute la Promotion de génie civil 2017 C.C. S.

A Tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin dans ce travail

Et Tous ceux qui connaissent Aouissi Aïssa

Aïssa



Merci



Dédicace

Je dédie ce modeste travail en premier lieu

À... Ma chère fatima

Mon cher père mohamed

mes frères et mes sœurs :

Ainsi qu'à toute ma famille, sans exception :

A tous les Amis sans exception depuis l'enfance jusqu'aujourd'hui.

A toute la Promotion de génie civil 2017 C.C. S.

A Tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin dans ce travail

Et Tous ceux qui connaissent bouafia baba.

baba



إن دراسة توازن المنحدرات له أهمية كبيرة وذلك لأنه يتسبب في كوارث ضخمة وخسائر مادية وبشرية كبيرة في جميع دول العالم ومنها الجزائر التي تعاني من هذه الظاهرة. ولهذا قمنا في هذه المذكرة بدراسة مختلف الطرق التي تقوم بحساب القيمة الدنيا لمعامل الأمان الذي من خلاله نتمكن من معرفة مدى خطورة واستقرار المنحدرات.

والهدف من هذه الدراسة هو إجراء مقارنة بين الطرق التقليدية وطريقة العناصر المنتهية وذلك من خلال دراسة ثلاثة أمثلة مختلفة وحساب معامل الامان في كل حالة ومقارنة قيمة معامل الأمان المحصل عليه .

ويعد دراسة هذه الأمثلة وحساب معامل الأمان خلصنا إلى أن طريقة العناصر المنتهية تعطي أقل قيمة لمعامل الأمان و ذلك بطريقة آلية وسريعة دون اللجوء إلى فرضيات تحد من مجال الصلاحية .

Trilingue

L'étude de l'équilibre des pentes est d'une grande importance en raison des dégâts tant sur le plan de vies humaines que sur le plan socioéconomique.

Dans ce travail, nous avons passé en revue les différentes méthodes de calcul du coefficient de sécurité minimal, sur la base duquel on peut évaluer la stabilité des pentes.

L'objectif de ce travail consiste, alors, à effectuer une étude comparative entre les méthodes classiques de calcul du facteur de sécurité et la méthode des éléments finis et ce en étudiant trois différents exemples.

À l'issue de cette étude comparative, nous avons constaté que la méthode des éléments finis, qui donne la valeur minimale du facteur de sécurité, est la méthode qui est, à priori, la plus fiable de par sa rapidité et l'absence d'hypothèses limitant son champ de validité.

Abstract

The study of slope stability is of great importance because of both human and socio-economic damage caused by the loss of stability.

In this work, we have reviewed the different methods for calculating the minimum factor of safety, on the basis of which the stability of the slopes can be assessed.

The purpose of this work is to carry out a comparative study between the classical methods of calculating the factor of safety and the finite element method and this by studying three different examples.

At the end of this comparative study, we can conclude that the finite element method, which gives the lowest value of the factor of safety, is the one which is, a priori, the most reliable because of its speed and the absence of assumptions limiting its validity.

الكلمات المفتاحية:

توازن المنحدرات، معامل الأمان، الطرق الكلاسيكية، طريقة العناصر المنتهية

Mots-clés :

Stabilité des talus, facteur de sécurité, méthodes classiques, méthode des éléments finis

Keywords :

Slope stability, factor of security, classical methods, finite element method

Table des matières

Table des matières

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Trilingue	iii
Table des matières	iv
Liste des figures	vi
Liste des tableaux	vii
Liste des notations	
Introduction générale	1
Chapitre 1 Généralités sur la stabilité des pentes	3
1.1 Introduction	4
1.2 Définition d'une pente	5
1.3 Types de rupture	5
1.3.1 Pentes naturelles	6
1.3.2 Pentes artificielles	6
1.3.2.1 Pente en déblais et pente en remblais sur sols non compressibles	7
1.3.2.2 Pente en remblais sur sols compressibles	8
1.3.3. Digue et barrage en terre	9
1.4. Mouvements de terrain	9
1.4.1 Définition du mouvement de terrain	9
1.4.2 La classification des mouvements de terrain	9
1.4.3 Types de mouvement de terrain	10
1.4.3.1 Les mouvements rapides	10
1.4.3.2 Les mouvements lents	10
1.4.3.3. Les mouvements rapides et discontinus	15
1.4.4. Le processus du glissement de terrain	17
1.5. Les paramètres influençant des mouvements de terrains	20
1.5.1 Les paramètres naturels influençant des mouvements de terrains	20
1.5.2 Les paramètres anthropiques influençant des mouvements de terrains	21

Table des matières

1.5.3.	Les techniques de protection	21
1.6.	Exemples de mouvement de terrain en Algérie	22
1.6.1.	Les mouvements de terrain dans la région de Mila	22
1.6.2.	Glissement de terrain à Constantine	23
1.6.3.	Glissement de terrain à Texenna route coupée par un glissement de terrain	23
1.6.4.	Glissement de terrain dans la wilaya Médéa janvier 2017	24
1.7.	Conclusion	25
Chapitre 2	Méthodes classiques de calcul de la stabilité des pentes	26
2.1.	Introduction	27
2.2.	Facteurs de sécurité	28
2.3.	Choix de la méthode de calcul	29
2.4.	Procédures un seul corps libre	29
2.4.1.	Procédure de pente infinie	29
2.4.2.	Méthode du cercle suédois ($\varphi = 0$)	32
2.5.	Méthodes à l'équilibre limite	35
2.5.1.	Principes et hypothèses des méthodes d'équilibre limite	35
2.5.2.	Méthode de Fellenius	39
2.5.3.	Méthode simplifiée de BISHOP	40
2.5.4.	Méthode simplifiée de JANBU	41
2.5.5.	Méthode de Spencer	42
2.5.6.	Morgenstern-Price	43
2.5.7.	Méthode des coins	43
2.5.8.	La méthode de Taylor	44
2.6.	Evaluation et limitations des méthodes	48
Chapitre 3	Présentation de la méthode des éléments finis	50
3.1.	Introduction	51
3.2.	Principe général	51

Table des matières

3.3.	Les étapes de la méthode des éléments finis	52
3.3.1.	La discrétisation et le maillage	52
3.3.2.	Fonctions de forme	53
3.3.3.	Formule générale de la matrice de rigidité	54
3.3.3.1.	Rappel sur la relation déformations et déplacements	54
3.3.4.	Élément de reference	56
3.3.5.	Formulation isoparamétrique	57
3.3.5.1.	Élément isoparamétrique	57
3.3.6.	Assemblage et introduction des conditions aux limites	60
3.3.6.1.	Méthode directe	60
3.3.6.2.	Méthode de pénalité	61
3.3.7.	Les méthodes de résolutions	62
3.3.7.1.	Les méthodes directes	62
3.3.7.1.1.	Méthode d'élimination de Gauss et factorisation	62
3.3.7.2.	Les méthodes indirectes	65
3.3.7.2.1.	Les méthodes de Jacobi, et de relaxation	65
3.4.	Erreurs dans L'analyse des logiciels utilisant La MEF	67
3.4.1.	Erreurs usuelles	67
3.5.	Critique Des Résultats Obtenus Par MEF	67
Chapitre 4	Etude comparative	68
4.1.	Introduction	69
4.2.	Etude des application	70
4.2.1	Application 1 : Talus homogène sans nappe	70
4.2.1.1	Calcul avec les méthodes d'équilibre limite	70
4.2.1.2.	En utilisant le programme de STB	71
4.2.1.3.	En utilisant la méthode suédoise	71
4.2.1.4.	En utilisant les Méthode des tranches	72
4.2.1.5.	En utilisant l'abaque de Taylor	74
4.2.1.6.	Calcul avec la méthode des éléments finis	74

Table des matières

4.2.2.	Application 2 : Talus dans un terrain formé de deux couches	75
4.2.2.1	En utilisant le programme de STB	76
4.2.2.2.	Méthodes d'équilibre limite	77
4.2.2.3.	Calcul par la méthode des éléments finis	77
4.2.3.	Application 3	78
4.2.3.1.	En utilisant le programme de STB	79
4.2.3.2.	Méthodes d'équilibre limite	80
4.2.3.3.	Calcul avec la méthode des éléments finis	81
4.3.	Comparaison générale	82
4.4.	Conclusion	82
Chapitre 5	conclusions et perspectives	83
	Références bibliographiques	85
	Annexes	86

LISTE DES FIGURES

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Penten naturelles	6
Figure 1.2 : Pente artificiels	7
Figure 1.3 types cercle de pente	7
Figure 1.4 Remblai sur sol mou	8
Figure 1.5 : Digue et barrages en terre	9
Figure 1.6 : Schéma expliquant la différence entre affaissement minier et effondrement	11
Figure 1.7 : Affaissement de terrain à Ben Aknoun (Alger)	11
Figure 1.8 : phénomènes de Tassement	12
Figure 1.9 : Schéma explicatif du phénomène : glissement de terrain	13
Figure 1.10 : Schéma explicatif des phénomènes : retrait –gonflement	13
Figure 1.11 : Le phénomène de fluage	14
Figure 1.13 : Schéma explicatif des phénomènes : effondrements des cavités souterraines	15
Figure 1.14 : Schéma explicatif des phénomènes : les éboulements, chutes de blocs et de pierres	16
Figure 1.15 : Schéma illustre une coulée de boue	16
Figure 1.16 : Schéma explicatif des phénomènes : L'érosion littorale	17
Figure 1.17 : Glissement plan	18
Figure.1.18 : Glissement circulaire (rotationnel)	18
Figure 1.19 : glissement circulaire : A - à flanc de talus, B -au pied du talus et C- en profondeur	19
Figure 1.20: glissement quelconque (aléatoire)	20
Figure 1.21: glissement de terrain dans la région de Mila	22
Figure 1.22: glissement de terrain dans la wilaya Constantine	23
Figure 1.23: glissement de terrain dans la wilaya jijel	24
Figure 1.24: glissement de terrain dans la wilaya Médéa	24
Figure 2.1 : Inclinaison infinie et surface plane antidérapante	30

LISTE DES FIGURES

Figure 2.2 : Pente et surface de glissement pour le cercle suédois, ou $\varphi = 0$	33
Figure 2.3 : Surface de glissement circulaire subdivisée en segments lorsque La résistance au cisaillement non drainée varie	35
Figure 2.4: Exemple d'une rupture circulaire	37
Figure 2.5 : Forces appliquées sur une tranche dans la méthode de Fellenius	40
Figure 2.6: Forces appliquées sur une tranche dans la méthode de Bishop	41
Figure 2.7: schéma explique la méthode de coin	45
Figure 2.8 : Tableau de Taylor pour $\varphi = 0$ conditions et pour les angles de pente inférieure à 54 (Taylor, 1948, avec permission)	45
Figure 2.9 : abaque de Taylor pour les sols avec de l'angle de frottement (Taylor, 1948, avec permission).	47
Figure 3.1 : Discrétisation d'une structure en nœuds et éléments (dent d'une roue dentée)	53
Figure 3.2 : Rectangle à dimensions incrémentales soumis à la traction suivant les axes x et z et au cisaillement	55
Figure 3.3 : Présentation de l'élément quadrilatéral à quatre nœuds dans le repère local et global	58
Figure 3.4 : Elément isoparamétrique à quatre nœuds	58
Figure 4.1 : schéma de talus application 1	70
Figure 4.2 : calcule FS par le programme de STB	71
Figure 4.3 : schéma de talus application 1	72
Figure 4.4 : schéma de maillage de l'application 1	75
Figure 4.5 : schéma des vecteurs de déplacement et la déformée au maillage de l'application 1	75
Figure 4.6 : schéma d'application 2	76
Figure 4.7 : calcule FS par le programme de STB	76
Figure 4.8 : schéma d'application 2 après changement du rayon	77
Figure 4.9 : schéma de maillage de l'application 2	78
Figure 4.10 : schéma des vecteurs de déplacement et la déformée au maillage de l'application 2	78
Figure 4.11 : schéma d'application 3	79
Figure 4.12 : calcule FS par le programme de STB	79

LISTE DES FIGURES

Figure 4.13 : schéma d'application 3	80
Figure 4.14: schéma de maillage de l'application 3	81
Figure 4.15 : schéma des vecteurs de déplacement et la déformée au maillage de l'application 3	81

LISTES DES TABLEAUX

LISTES DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Différents exemples de définitions d'un facteur de sécurité	28
Tableau 2.1 : Caractéristiques des méthodes d'équilibre des analystes de stabilité de pente (Duncan et Wright, 1996)	49
Tableau 3.1 : Les types d'éléments finis	54
Tableau 4.1 : Les résultats de calcul de FS par (Bishop ; Fellenius et Spencer)	73
Tableau 4.2 : abaque de Taylor	74
Tableau 4.3 : calcul FS par Excel application 2	77
Tableau 4.4 : calcul FS par Excel application 3	80
Tableau 4.5: comparaison entre les méthodes classiques et MEF	82

LISTE DES NOTATIONS

LISTE DES NOTATIONS

Lettres latines

Symbole	Unité	Signification
b	m	Epaisseur de la tranche
c'	Pa	Cohésion effective
c	Pa	Cohésion totale
EL	N	Composante horizontale (gauche) de la force inter tranche
Emoteur	N	Effort moteur
Eresist	N	Effort résistant
Ff	-	Coefficient de sécurité trouvé par équilibre des forces
Fm	-	Coefficient de sécurité trouvé par équilibre moment
Fs	-	Coefficient de sécurité
H	m	Charge hydraulique
Hmax	m	Hauteur maximale de la pente
$m\alpha$	-	Paramètre trouvé par bishop
Mmoteur	N.m	Moment moteur
Mresist	N.m	Moment résistant
N	N	Force normale au plan de glissement
R	m	Rayon du cercle
T	N	Force tangentielle au plan de glissement
W	N	Poids des terres
XL	N	Composante verticale (gauche) de la force inter tranche
XR	N	Composante verticale (droite) de la force inter tranche

LISTE DES NOTATIONS

Lettres grecques

Symbole	Unité	Signification
α	Degré	Angle de tranche de talus
β	Degré	Angle de talus
γ	N/m ³	Poids volumique
σ	Pa	Contrainte totale
τ	Pa	Contrainte de cisaillement
τ_{\max}	Pa	Contrainte de cisaillement maximum
φ	Degré	Angle de frottement interne
φ'	Degré	Angle de frottement interne effectif
ψ	Degré	Angle de dilatance

Introduction générale

Introduction générale

Les mouvements de terrain causent annuellement des milliers de pertes humaines [1] et entraînent des dégâts de plusieurs milliards de dollars. En outre, dans de nombreux pays en transition et en développement, le manque de préparation, de ressources limitées et de mauvaises conditions d'infrastructure se combinent pour améliorer la sévérité des glissements de terrain quand cela se produit. En outre, certains pays et régions sont plus enclins à des événements de glissements de terrain que d'autres, et ce en raison, par exemple, d'une forte pluviométrie comme les pays du sud-est asiatique.

L'Algérie ne fait pas exception à ce phénomène. La cadence des travaux d'infrastructures, construction de barrages et de routes, ainsi que la construction extensive de logements dans des sites à risque, ne fait qu'aggraver le constat des pertes en vies humaines et matérielles. Malheureusement, on ne dispose de chiffres officiels sur l'ampleur du phénomène.

Ceci a poussé les chercheurs et les pays à accorder une grande importance à l'étude de stabilité des pentes et de réduire les risques de pertes humaines et matérielles causées par des glissements de terrain du sol.

Ce phénomène est d'autant plus dangereux qu'il s'agit, en fait, d'un phénomène brusque et, souvent, imprévisible ce qui rend ses conséquences très désastreuses.

L'étude de la stabilité des pentes et des talus a, donc, acquis une importance de plus en plus accrue. Ainsi, c'est depuis le milieu du 19^{ème} siècle que les ingénieurs se sont attelés à l'appréhension et le développement de méthodes de calcul de stabilité. On peut citer, à cet égard, la tentative de l'ingénieur français Alexandre Collin en 1846 [2].

Ces méthodes mises à la disposition des ingénieurs sont toutes basées sur une approche d'équilibre limite classique. Elles ont été et restent, jusqu'à nos jours, très utilisées.

Leur point commun réside dans le fait que l'utilisateur doit définir, a priori, une surface de glissement avant de pouvoir lancer les calculs de stabilité. Cette exigence préalable constitue le handicap majeur lié à ces méthodes.

Le développement de la méthode des éléments finis (MEF) et l'avènement des ordinateurs puissants et performants devenus à la portée de presque tout un chacun a incité les géotechniciens à étudier le problème à travers l'élaboration de programmes de calcul EF pour l'étude du problème de stabilité des talus.

Introduction générale

Cette méthode est basée sur la technique de réduction de la résistance au cisaillement et son principal avantage est qu'il n'est plus nécessaire de postuler au préalable la position de la surface de glissement ni de supposer quelconques forces inter-tranches.

Le présent travail se propose de passer en revue les méthodes classiques de l'étude de la stabilité des talus et la méthode des éléments finis. Ensuite, un certain nombre de cas de figures seront traités selon ces méthodes et une comparaison sera établie afin de tirer des conclusions pour des travaux ultérieurs.

A cet effet ce manuscrit est organisé comme suit :

Une introduction générale où l'on expose l'intérêt du sujet et l'objectif de ce travail

Un premier chapitre est dédié à des généralités sur la stabilité des pentes, les types de rupture et les principales causes des mouvements de terrains en pentes.

Le deuxième chapitre est consacré aux méthodes classiques de calcul de stabilité des pentes et des talus, et plus particulièrement les méthodes de calcul à l'équilibre limite.

Le troisième chapitre il est question d'une présentation concise de la méthode des éléments finis.

Dans le quatrième chapitre une étude comparative entre les différentes méthodes de calcul et la méthode des éléments finis est conduite.

Le cinquième chapitre est dédié à conclusion et Perspectives.

Chapitre 1

Généralités sur la stabilité des pentes

1.1 Introduction :

Les analyses de la stabilité de la pente dans l'ingénieur géotechnique ont suivi de près les développements dans la mécanique du sol et de la roche dans son ensemble.

les pentes se produisent naturellement ou sont conçues par les humains. des problèmes de stabilité de la pente ont été rencontrés tout au long de l'histoire lorsque les hommes et les femmes ou la nature ont perturbé l'équilibre délicat des pentes du sol naturel.

en outre, la demande croissante de pentes de coupe et de remplissage conçues sur les projets de construction n'a fait qu'accroître la nécessité de comprendre les méthodes analytiques, les outils d'enquête et les méthodes de stabilisation pour résoudre les problèmes de stabilité de la pente.

Les méthodes de stabilisation de la pente impliquent des techniques de construction spécialisées qui doivent être comprises et modélisées de manière réaliste.

La compréhension de la géologie, de l'hydrologie et des propriétés du sol est essentielle pour appliquer correctement les principes de stabilité des pentes.

Les analyses doivent être basées sur un modèle qui représente avec précision les conditions de subsurface du site, le comportement au sol et les charges appliquées.

Les jugements concernant des facteurs de risque ou de sécurité acceptables doivent être effectués pour évaluer les résultats des analyses.

Les analyses sont généralement réalisées au début, et parfois tout au long de la vie, de projets lors de la planification, de la conception, de la construction, de l'amélioration, de la réhabilitation et de la maintenance.

Des planificateurs, des ingénieurs, des géologues, des entrepreneurs, des techniciens et des agents de maintenance participent à ce processus.

Dans la plupart des applications, le but principal de l'analyse de la stabilité de la pente est de contribuer à la conception sûre et économique des fouilles, des remblais, des barrages terrestres, des décharges et des tas de gâches. Les évaluations de la stabilité de la pente concernent l'identification des paramètres géologiques, matériels, environnementaux et économiques critiques qui affecteront le projet, ainsi que la compréhension de la nature, de l'ampleur et de la fréquence des problèmes de pente potentiels. en ce qui concerne les pentes en général et l'analyse de la stabilité de la pente en particulier, une expérience géologique et géotechnique antérieure dans une zone est précieuse. Les objectifs des analyses de la stabilité des pentes sont :

- Comprendre le développement et la forme des pentes naturelles et artificielles et les processus responsables des différentes caractéristiques.
- Évaluer la stabilité des pentes à court terme (souvent pendant la construction) et à long terme.
- Évaluer la possibilité de défaillance de pente impliquant des pentes naturelles ou existantes.
- Analyser la stabilité de la pente et comprendre les mécanismes de rupture et l'influence des facteurs environnementaux.
- Pour permettre la refonte des pentes échouées et la planification et la conception de mesures préventives et correctives
- Étudier l'effet des charges sismiques sur les pentes et les remblais.

1.2 Définition d'une pente

La pente topographique est la tangente de l'inclinaison entre deux points d'un terrain donc de son angle vis-à-vis de l'horizontale. C'est donc le rapport entre la différence d'altitudes entre les deux points et la distance horizontale, cartographique, entre ces deux points [5] .

1.3 Types de rupture

Dans leur construction et leur fonctionnement, les talus subissent des conditions de chargement variées. Nous pouvons classer les types de rupture liés aux mouvements de terrains, en deux groupes ; ceux associés à la pente naturelle et ceux des talus artificiels [4].

1.3.1 Pentes naturelles

Le terme de stabilité se réfère à la résistance au déplacement rapide d'un sol de masse ou d'une roche (Fig. 1.1) sur un terrain en pente dans lequel le centre de gravité de la masse mobile progresse dans une direction vers le bas ou vers l'extérieur, la procédure connue sous le nom de «glissement» :



Figure 1.1. Pentes naturelles [6]

Les glissements qui se caractérisent par l'apparition de surfaces de cisaillement relativement bien définies à l'intérieur du milieu. la forme des surfaces de rupture observées permet de classer ces glissements en trois catégories : plane, circulaire et quelconque.

- Les écoulements et les coulées boueuses qui se caractérisent par une déformation et un écoulement de type viscoplastique ou fluide.
- Les éboulements (par perte de la cohésion, fluage).

La majorité du glissement observé se rattache assez correctement à l'une des familles précédentes, la première étant la plus répandue

1.3.2 Pentes artificielles

Les pentes artificielles (Fig. 1.2) sont essentiellement affectées par des glissements et parfois par des phénomènes du fluage. on peut les classer en fonction des types d'ouvrages:

- Talus en déblai ;
- Talus en remblai sur sol non compressible ;
- Talus en remblai sur sol compressible
- Dignes et barrages en terre

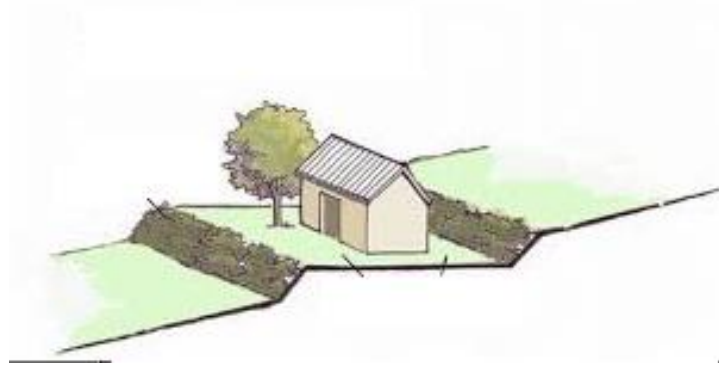


Figure 1.2Pente artificiels [6]

1.3.2.1 Pente en déblais et pente en remblais sur sols non compressibles

Les ruptures ont, d'une façon générale, l'allure de glissements rotationnels circulaires on distingue (Figure 1.3) :

- ✚ Les cercle de pentes qui se produisent généralement dans les sols hétérogènes, la base du résistant ; cercle correspondant à une couche plus résistante
- ✚ Les cercles de pied (sont les plus courants dans ce type d'ouvrages).
- ✚ Les cercles profonds qui ne se produisent que dans le cas où le sol situé sous le niveau du pied du talus est de mauvaise qualité[4] .

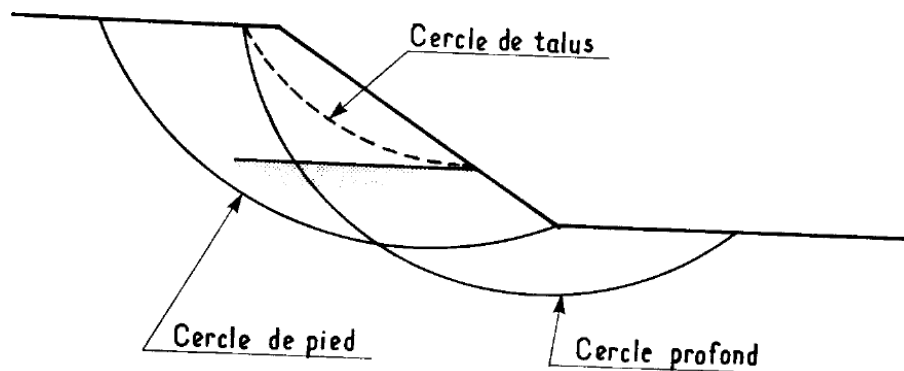


Figure 1.3 types cercle de pente [7]

1.3.2.2 Pente en remblais sur sols compressibles

La rupture constatée dans remblais en sol compacté (remblai routier par exemple) repose sur une couche d'argile molle, de vase ou de tourbe souvent profonde. les cercles de rupture sont tangents à la base de la couche molle lorsque celle-ci est relativement peu épaisse (Figure 1.4).

Si le facteur de sécurité vis-à-vis de la rupture est peu élevé tout en étant supérieur à 1, il peut se produire un fluage du sol de fondation entraînant un tassement anormal du remblai latéral de la couche molle et une perte de résistance du remblai ou de la fondation ou des deux [4]

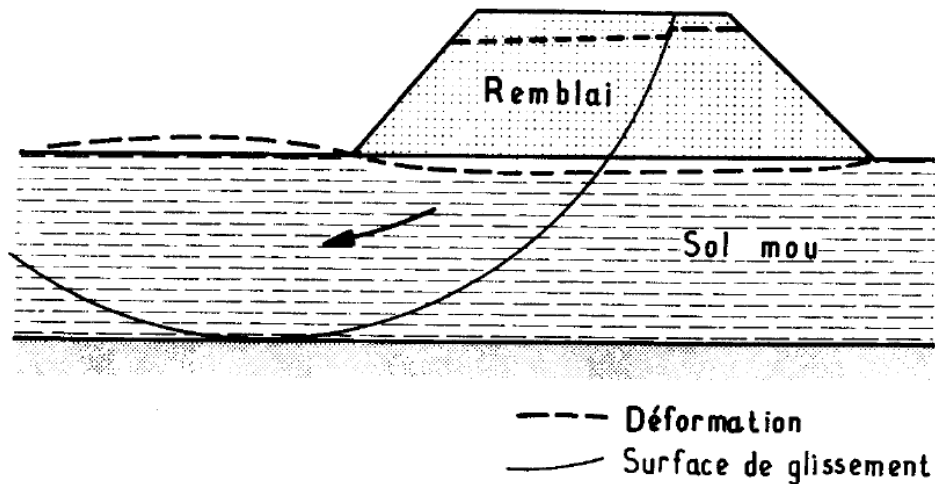


Figure 1.4 Remblai sur sol mou [7]

1.3.3. Digues et barrage en terre

L'étude de la stabilité des talus amont et aval est la partie essentielle de la conception des barrages en terre. Différent cas doivent être étudiés en tenant compte de l'état des pressions interstitielles à l'intérieur de la digue (Figure 1.5).



Figure 1.5. Digues et barrages en terre [6]

- ✚ Pratiquement, on calculera le facteur de sécurité FS le long des cercles de glissement supposés ;
- ✚ Pendant la construction et peu après la construction ;
- ✚ Lorsque le barrage vient d'être rempli (avec percolation permanente) ;
- ✚ Lors d'une vidange rapide [4].

1.4. Mouvements de terrain

1.4.1 Définition du mouvement de terrain

Les mouvements de terrain regroupent un ensemble de déplacements, plus ou moins brutaux du sol ou du sous-sol. les volumes en jeu sont compris entre quelques mètres cubes et plusieurs millions de mètres cubes. il est fonction de la nature et de la disposition des couches géologiques. il est dû à des processus lents de dissolution ou d'érosion favorisés par l'action de l'eau et de l'homme[4].

1.4.2 La classification des mouvements de terrain

Les formes et l'ampleur des mouvements de terrain sont très diverses en raison de la multiplicité des mécanismes d'initiation et d'évolution (érosion, déformation et rupture sous charge statique ou dynamique) [8]

- ✚ La topographie (pente du versant, dénivelée, etc....)
- ✚ à la lithologie (caractéristiques physiques et mécaniques et la sensibilité des matériaux solide, plastique, visqueux et liquide),
- ✚ à la structure géologique (pendage, fracturation, superposition des couches...) aux nappes aquifères,
- ✚ à la teneur en eau, etc.

Les mouvements de terrain sont liés à un mouvement gravitaire de masses de terrain déstabilisés sous l'effet de sollicitations naturelles (fonte de neige, pluviométrie anormalement forte, secousses sismiques, diminution de butée par érosion de la mer,) ou anthropiques (terrassment, vibration, déboisement, exploitation des matériaux ou de nappes aquifères. Toutes les classifications se basent sur l'association de plusieurs informations

Les types de mouvements et types de matériel auxquels s'ajoutent des informations sur l'activité et la vitesse des déplacements [8].

1.4.3 Types de mouvement de terrain

Le mouvement de terrain a pour caractéristique d'être difficilement prévisible et constitue un danger pour la vie humaine en raison de son intensité, de la soudaineté et du caractère dynamique de son déclenchement.

Selon la vitesse de déplacement, deux ensembles peuvent être distingués [8] .

1.4.3.1 Les mouvements rapides

Les mouvements rapides se propagent de manière brutale et soudaine ils regroupent les effondrements, les chutes de pierres et de blocs, les éboulements et les coulées boueuses.

Les mouvements de terrain, qu'ils soient lents ou rapides, peuvent entraîner un remodelage des paysages. celui-ci peut se traduire par la destruction de zones boisées, la déstabilisation de versants ou la réorganisation de cours d'eau [8]

1.4.3.2 Les mouvements lents

Les mouvements lents entraînent une déformation progressive des terrains, pas toujours perceptible par l'homme. ils regroupent les affaissements, les tassements, les glissements, la solifluxion, le fluage, le retrait-gonflement et le fauchage [8]

L'affaissement

L'affaissement c'est une dépression topographique en forme de cuvette à grand rayon de courbure dû au fléchissement lent et progressif du terrain de couverture avec ou sans fractures ouvertes. dans certains cas il peut être le signe annonciateur d'effondrement des bâtiments(Figure 1.6et7)

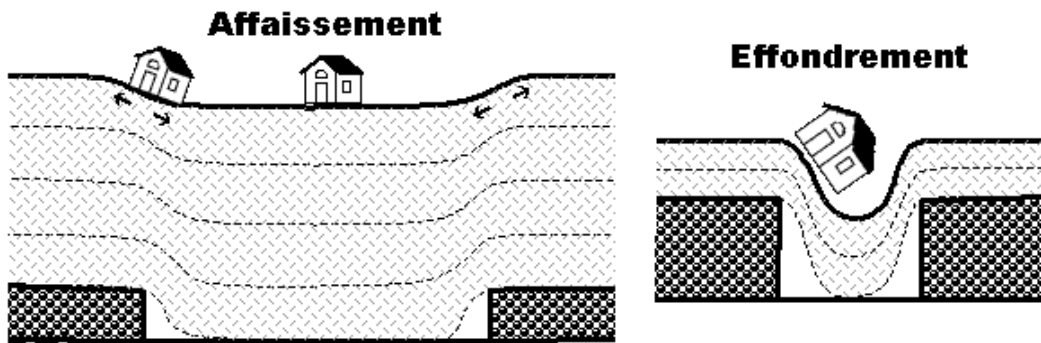


Figure 1.6 : Schéma expliquant la différence entre affaissement minier et effondrement [5].



Figure 1.7 : Affaissement de terrain à Ben Aknoun (Alger)[6]

Le tassement

Le tassement du sol est sa déformation verticale due à l'application des contraintes extérieures telles que les remblais, les fondations ou son propre poids (Figure 1.8).

Les tassements peuvent être uniformes ou différents d'un point à l'autre selon la nature du sol en place. dans les sols non saturés les tassements sont presque instantanés mais dans les sols saturés, ils peuvent s'étendre sur quelques secondes dans les sols sableux-graveleux, jusqu'à plusieurs dizaines d'années dans les argiles peu perméables. pour vérifier la conformité des structures vis-à-vis des conditions de sécurité et de service on doit faire un calcul de tassement[4].

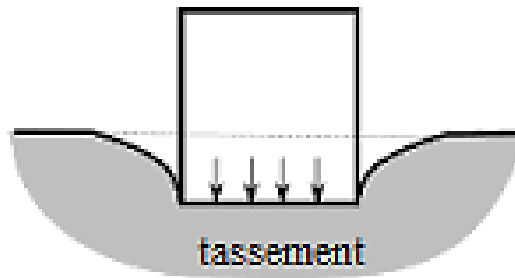


Figure 1.8: phénomènes de Tassement [6]

Le glissement de terrain

Il s'agit du déplacement lent d'une masse de terrain cohérente le long d'une surface de rupture. cette surface a une profondeur qui varie de l'ordre du mètre à quelques dizaines voire quelques centaines de mètres dans des cas exceptionnels. les volumes de terrain mis en jeu sont alors considérables. les vitesses d'avancement du terrain peuvent varier jusqu'à atteindre quelques décimètres par an. lorsqu'il y a rupture, ces vitesses peuvent atteindre quelques mètres par jour durant la période la plus active (Figure 1.9)[4].

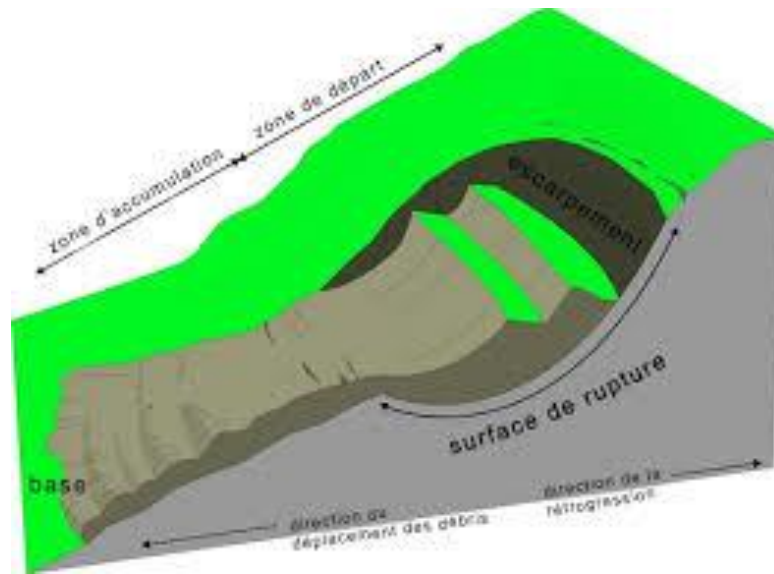


Figure 1.9: Schéma explicatif du phénomène : glissement de terrain [6]

Le retrait-gonflement

Le retrait-gonflement se manifeste dans les sols argileux, il est lié aux variations d'eau dans le sol. lors des périodes de sécheresse, le manque d'eau entraîne un tassement irrégulier du sol en surface (retrait). a l'inverse, un nouvel apport d'eau dans ces terrains produit un phénomène de gonflement (Figure 1.10)[4].

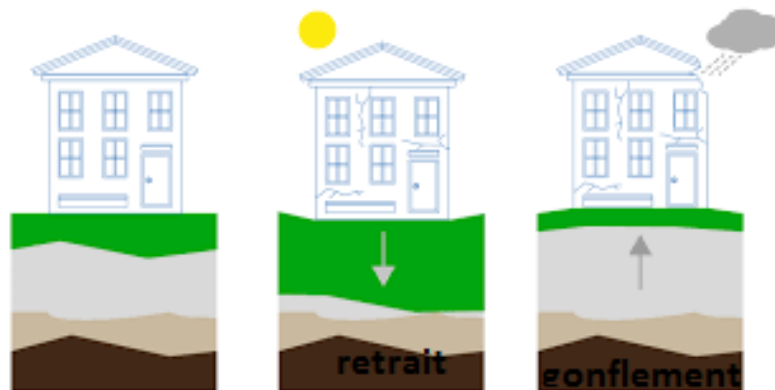


Figure 1.10: Schéma explicatif des phénomènes : retrait –gonflement [6]

Le fluage

Le fluage est caractérisé par des mouvements lents et continus, mais à des vitesses faibles. dans le cas du fluage, il est difficile de mettre en évidence une surface de rupture. le mouvement se produit généralement sans modification des efforts appliqués (contrairement aux glissements) : en fait le matériau est sollicité à un état proche de la rupture. ce type de mouvement peut : soit se stabiliser, soit évolué vers une rupture.

la figure ci-après (Figure 1.11) montre le mécanisme du phénomène de fluage.

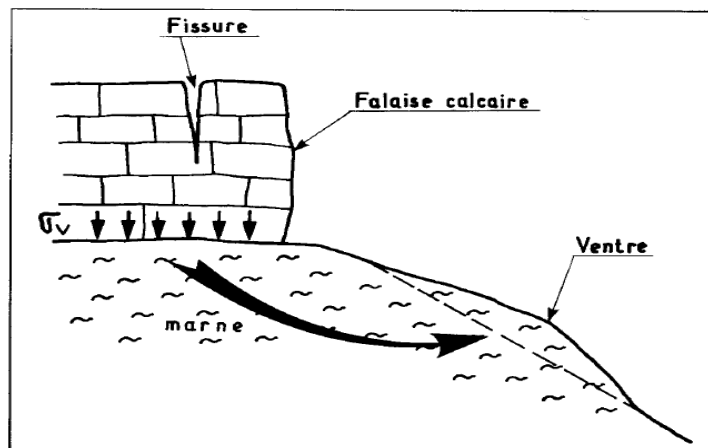


Figure 1.11: Le phénomène de fluage [7].

Solifluxion

La solifluxion est un phénomène d'écoulement des sols en surface sur des pentes très faibles (Figure 1.12). elle correspond à un mouvement de masse superficiel qui est déclenché lorsque la charge en eau dépasse le seuil de plasticité du matériau. le sol peut alors fluer dans la pente sur un plan de décollement saturé d'eau.

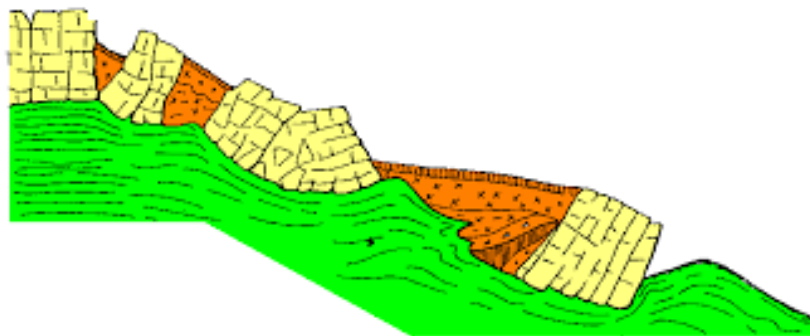


Figure 1.12 : Phénomène de la Solifluxion [6].

1.4.3.3. Les mouvements rapides et discontinus

Ils se propagent de manière brutale et soudaine. ils regroupent l'effondrement, les chutes de pierres et de blocs, l'éboulement et les coulées boueuses.

les mouvements rapides touchent majoritairement les personnes, avec des conséquences souvent dramatiques. ces mouvements ont des incidences sur les infrastructures (bâtiments, voies de communication...etc.), allant de la dégradation à la ruine totale.

Les effondrements de cavités souterraines

Ils résultent de la rupture des appuis ou du toit d'une cavité souterraine, rupture qui se propage jusqu'en surface de manière plus au moins brutale, et qui détermine l'ouverture d'une excavation grossièrement cylindrique (Figure 1.13).

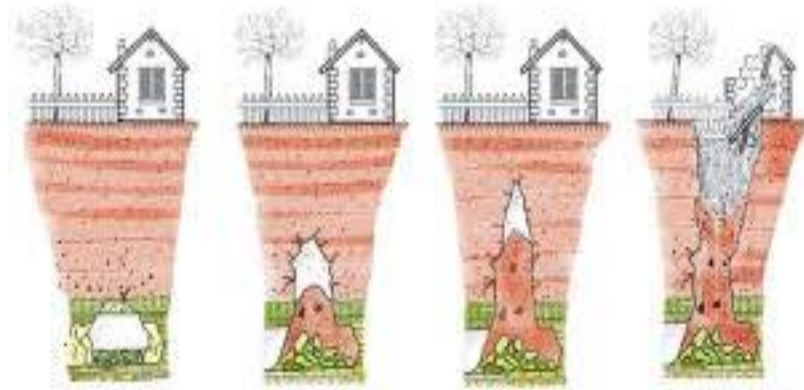


Figure 1.13 : Schéma explicatif des phénomènes : effondrements des cavités souterraines[6].

L'éboulement, chutes de blocs et de pierres

L'évolution des falaises et des versants rocheux engendre des chutes de pierres

(Volume $< 1 \text{ dm}^3$), des chutes de blocs (volume $> 1 \text{ dm}^3$), ou des écroulements en masse

(Volume pouvant atteindre plusieurs millions de m^3). (Figure 1.14)

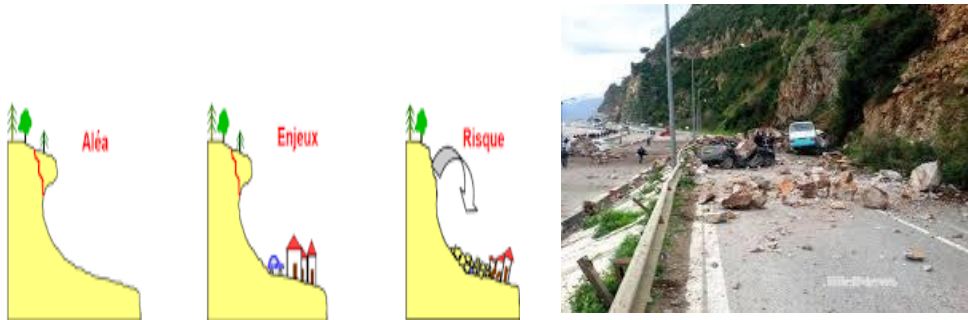


Figure 1.14 : Schéma explicatif des phénomènes : les éboulements, chutes de blocs et de pierres [6].

✚ Les coulées de boues et laves torrentielles

Il s'agit d'un mouvement rapide d'une masse de matériaux remaniés à forte teneur en eau et de consistance plus ou moins visqueuse. Ces coulées de boues prennent fréquemment naissance dans la partie aval d'un glissement de terrain (Figure 1.15).

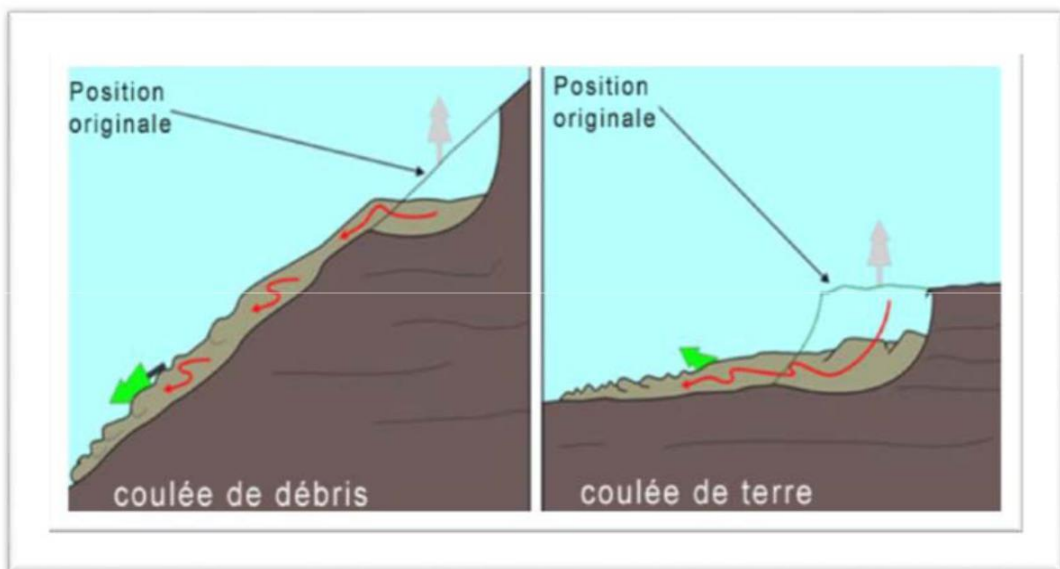


Figure 1.15 : Schéma illustre une coulée de boue [6].

Erosion littorale

Les zones littorales sont soumises à un recul quasi généralisé : glissements ou effondrements dans le cas de côtes à falaises, érosions dans le cas de côtes basses sableuses (Figure 1.16).

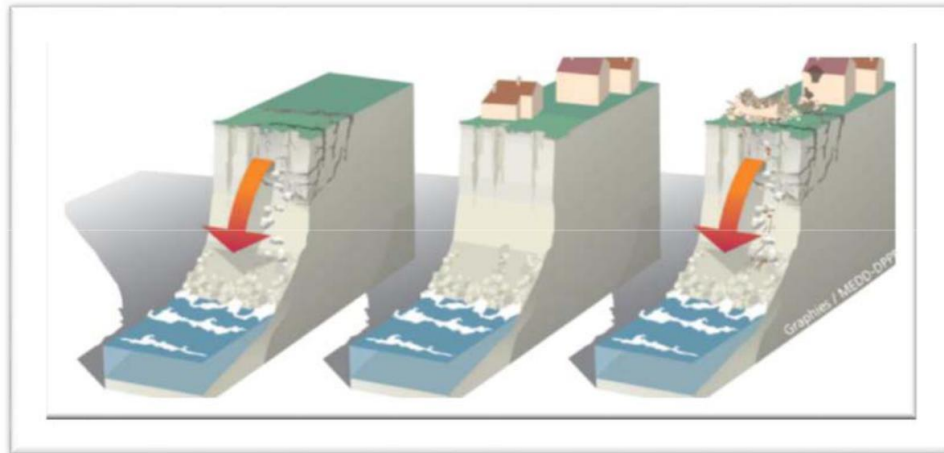


Figure 1.16 : Schéma explicatif des phénomènes : L'érosion littorale [6].

1.4.4. Le processus du glissement de terrain

Les glissements de terrain peuvent se produire sur des pentes modérées à raide de 10° à 40° degrés et se différencient selon la nature du sol et l'influence de l'eau ; Les mouvements de degrés et se vitesse et par leur forme.

❖ Différents types des glissements de terrain

En se basant sur la surface de rupture, Robitaille et Tremblay (1997) distinguent trois principaux types de glissements :

Le glissement plan

Le glissement plan voir (figure1.17), est un mouvement au long d'une surface sensiblement plane (couche ou surface tectonique). il se produit surtout en milieu rocheux feuilletés (schistes).

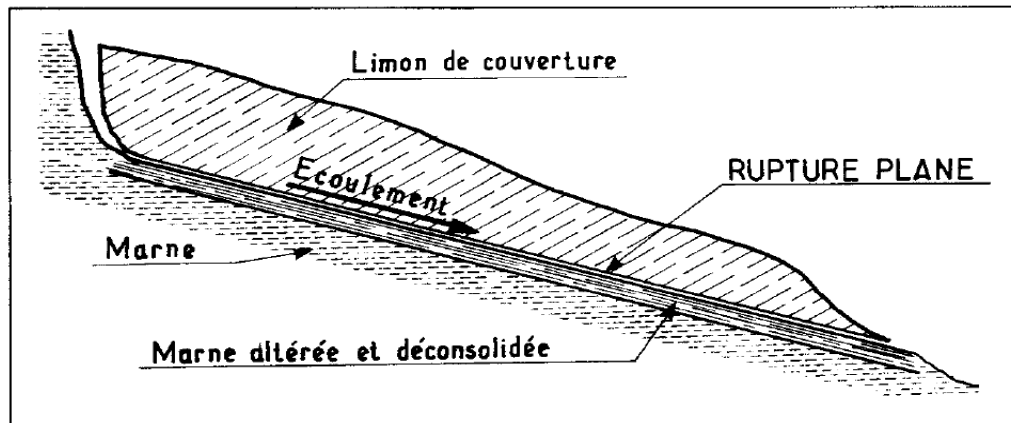


Figure 1.17 : Glissement plan [7].

Les ruptures selon des plans de cisaillement rectiligne peuvent adopter différentes positions. Il peut y avoir glissement à flanc de talus ou au pied de talus.

Le glissement circulaire ou rotationnel

Dans ce cas de mouvement voir (figure 1.18), la surface de glissement est plus ou moins circulaire. le mouvement est caractérisé généralement par l'existence d'une zone de départ nette et par un bourrelet frontal plus ou moins marqué ; le remaniement interne dépend de la nature des terrains et de l'importance du déplacement. il se produit en particulier en terrains meubles et dans les roches homogènes à faible cohésion ou très divisées.

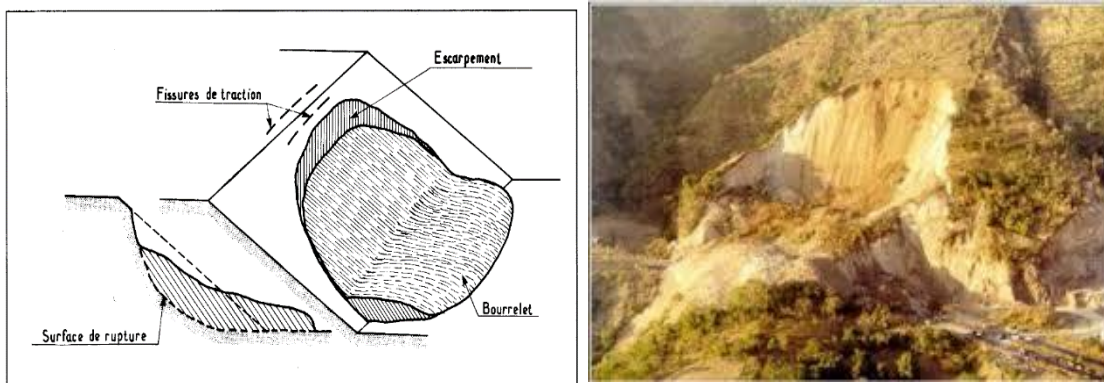


Figure.1.18 : Glissement circulaire (rotationnel) [7]. [6]

Chapitre 1 : Généralités sur la stabilité des pentes

Les ruptures selon des plans de cisaillement circulaires sont causées par un mouvement de rotation de la masse instable du sol. Elles peuvent se produire en trois endroits dans le dépôt, à flanc de talus, au pied du talus et au-delà du pied du talus, voir(figure 1.19).

Dans chacun des cas, le centre du cercle de rupture peut occuper un nombre infini de positions.

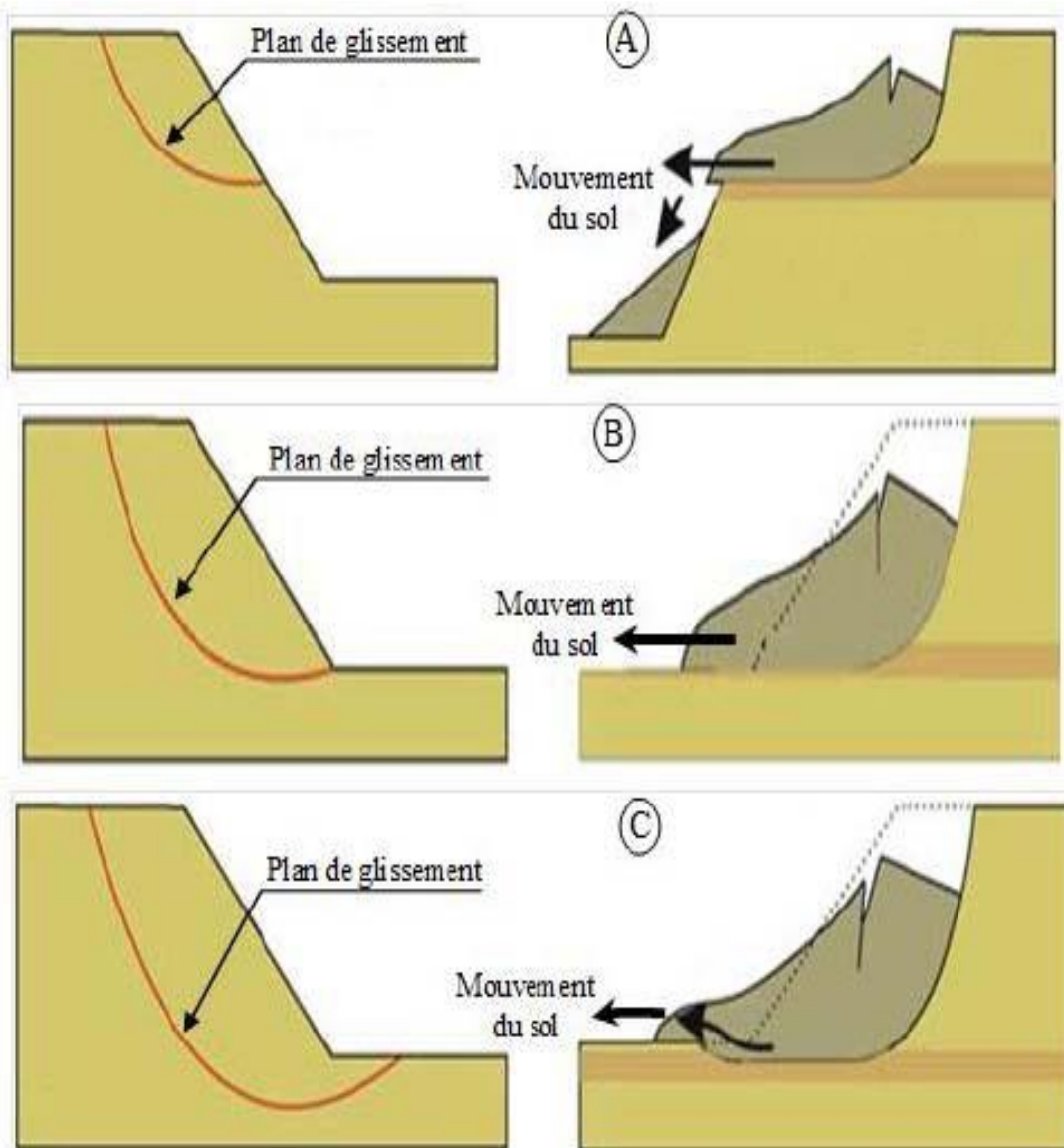


Figure 1.19 : glissement circulaire : A - à flanc de talus, B -au pied du talus et C- en profondeur [6].

✚ Le glissement quelconque (aléatoire)

Dans ce cas voir(figure1.20), le mouvement est très semblable au précédent dans son allure externe, mais la section verticale de la surface de glissement est de forme irrégulière. il s'agit souvent d'une combinaison des deux cas précédents, les ruptures selon un plan de cisaillement aléatoire sont généralement causées par un mouvement de translation et se développent dans les dépôts hétérogènes. le plus souvent, le plan de cisaillement rejoint une couche de faible résistance.

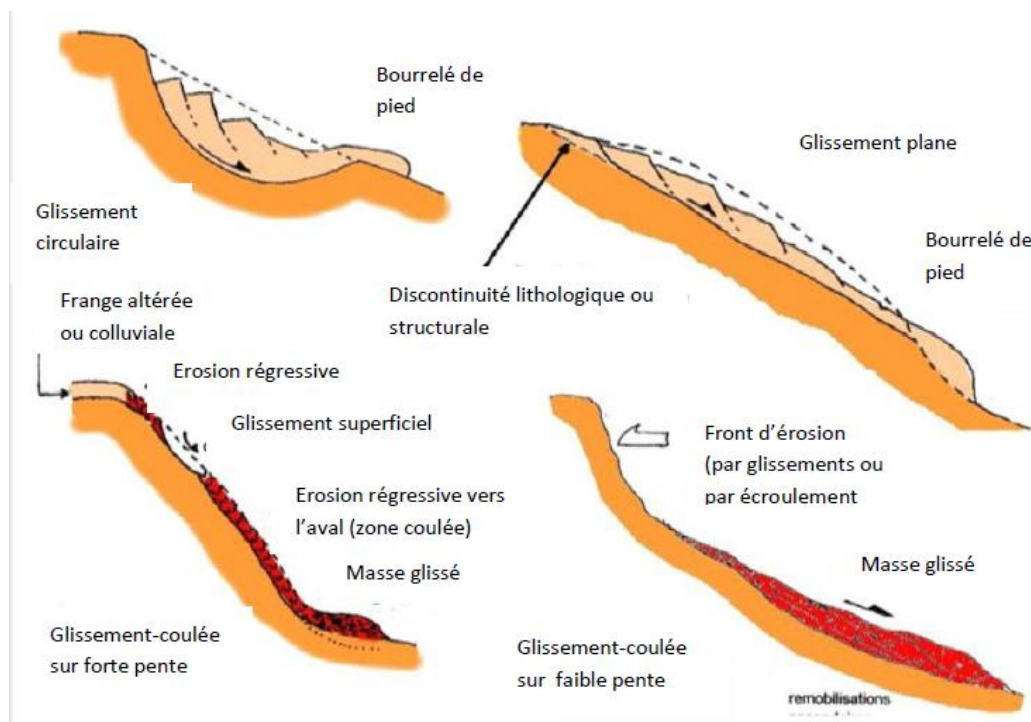


Figure 1.20: glissement quelconque (aléatoire)[6].

1.5. Les paramètres influençant des mouvements de terrains

1.5.1 Les paramètres naturels influençant des mouvements de terrains

✚ **La géologie** : les caractéristiques mécaniques d'un matériau, sa perméabilité, son état d'altération sont autant de paramètres conditionnant la pente limite d'équilibre et l'occurrence du mouvement. la géomorphologie : l'importance de la pente de terrain va permettre le développement de certains types de glissement. une pente faible sera suffisante pour le déclenchement de phénomènes de solifluxion ou de fluage.

La couverture végétale joue également un rôle dans la stabilité, la propagation et le déclenchement des glissements de terrain. ce rôle peut être bénéfique ou néfaste selon le cas. ainsi, les racines des végétaux renforcent la cohésion des sols, mais en cas de vent, l'effet de levier peut déraciner les arbres, ouvrant ainsi des brèches dans le sol et favorisant les infiltrations d'eau.

✚ **L'hydrogéologie** : outre les phénomènes d'infiltration, les circulations d'eau en surface contribuent aux instabilités des masses de sol, par un phénomène d'entraînement des matériaux.

✚ **Les séismes** : là encore, c'est la mise en vibration des éléments du sol et la modification des conditions de pesanteur qui peuvent être à l'origine de la déstabilisation des masses en place [3].

1.5.2 Les paramètres anthropiques influençant des mouvements de terrains

✚ **La modification de l'hydrologie** : de la même manière que pour les phénomènes d'éboulements, la modification de l'hydrologie par une activité humaine peut créer des zones à risques nouvelles.

✚ **La modification du relief** : lors des chantiers de construction, les opérations de terrassement peuvent entraîner la suppression d'une butée de pied stabilisatrice d'une masse de terrain, ou bien augmenter la pente d'un versant composé de matériaux pas assez cohérents pour cette nouvelle topographie. Le remblaiement engendre une surcharge pouvant déclencher ou aggraver un glissement. de même il entraîne un tassement du sol et ainsi une diminution de la perméabilité, amplifiant l'instabilité [3].

1.5.3. Les techniques de protection

Dans le cas des glissements de terrain, les techniques actives sont privilégiées aux méthodes passives. en effet, une fois qu'un glissement de terrain mettant en jeu de grandes quantités de matériaux est amorcé, il est difficile d'en maîtriser les conséquences.

La réalisation d'un système de drainage (tranchée drainante, éperon drainant, masque drainant ou drains ponctuels subhorizontaux) est une technique couramment utilisée pour limiter les infiltrations d'eau. Les murs de soutènement en pied de glissement limitent également leur développement.

Dans le cas des coulées boueuses, la végétalisation des versants permet de réduire la quantité de matériaux mobilisables, et donc l'intensité du phénomène. L'utilisation de végétaux dans le cas des autres types de glissements est à préconiser avec prudence, ceux-ci pouvant également avoir un rôle néfaste [3].

1.6. Exemples de mouvement de terrain en Algérie

1.6.1. Les mouvements de terrain dans la région de Mila

Mila, particulièrement sa partie septentrionale, se caractérise par une sismicité importante et par conséquent des mesures appropriées sont prises en compte lors de la réalisation de grands ouvrages d'art. dans la région étudiée, les risques naturels tels les mouvements de terrain, sont assez fréquents et pourraient entraîner des pertes préjudiciables à l'économie nationale. une cartographie, à différentes échelles, reste réaliser afin d'assurer une meilleure prise en charge de ces phénomènes (Figure 1.21).

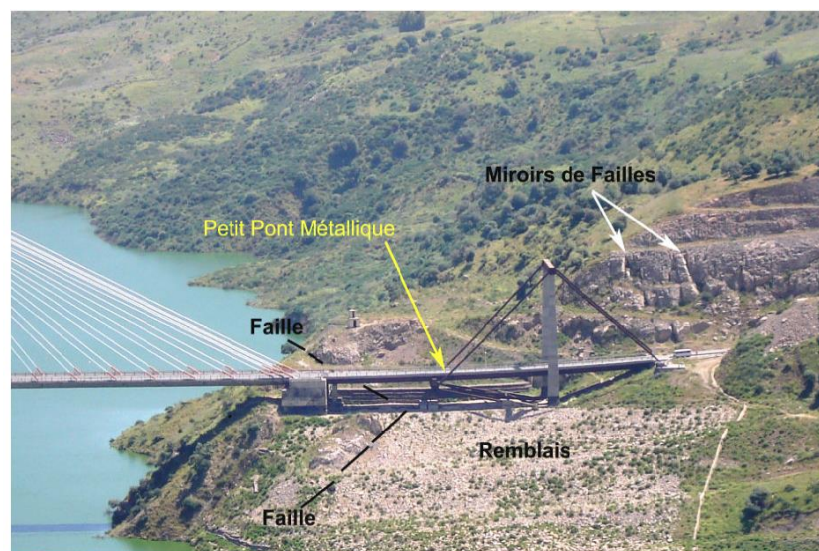


Figure 1.21: glissement de terrain dans la région de Mila[6].

1.6.2. Glissement de terrain à Constantine

A côté des catastrophes naturelles qui ont ébranlé des villes algériennes ces dernières années, Constantine est touchée par les phénomènes des glissements de terrain.

ce phénomène semble être dû à la conjonction d'un certain nombre de facteurs intervenant dans les processus d'instabilité des terrains à savoir :

fragilité naturelle des lieux, la nature des terrains, infiltration des eaux pluviales, action et influence des eaux, mais surtout à la vétusté du réseau de distribution d'eau qui entraîne dans le sous-sol . (Figure 1.22)



Figure 1.22: glissement de terrain dans la wilaya Constantine [6].

1.6.3. Glissement de terrain à Texenna route coupée par un glissement de terrain janvier 2017 (Figure 1.23)

Un glissement de terrain "effondrement, chute de blocs, glissement" s'est produit samedi 14 janvier 2017 sur la route reliant la commune de Texenna à Selma Benziada (jijel)



Figure 1.23 : glissement de terrain dans la wilaya Jijel [6].

1.6.4. Glissement de terrain dans la wilaya Médéa janvier 2017

Quatre habitations ont été ensevelies, suite à un glissement de terrain qui s'est produit, lundi 25 janvier 2017 soir, au niveau du village "Sidi-Ali», commune de ouamri, à 30 km à l'ouest de Médéa(Figure 1.24)



Figure 1.24 : glissement de terrain dans la wilaya Médéa [6].

1.7. Conclusion

Les pentes naturelles qui sont restées stables pendant des siècles s'écroulent parfois à la suite d'une lente modification de l'environnement en entraînant des conséquences catastrophiques. Il arrive que des travaux de construction accélèrent les changements. Les pentes raides peuvent rester stables pendant quelques années mais s'écroulent soudainement lors d'un changement des conditions existantes.

Il est impossible de prédire avec précision la stabilité d'une pente. Un ingénieur géotechnicien expérimenté peut cependant établir une évaluation raisonnable d'un secteur en se basant sur une investigation complète des lieux. Ce genre de recherche exige une analyse des conditions du sol et de la nappe aquifère associée à une étude de la géologie locale; on examinera en particulier les pentes stables et instables existantes.

Chapitre 2

Méthodes classiques de calcul de la stabilité des pentes

Introduction :

L'étude des mouvements de terrain peut être reliée à celle de la stabilité des pentes. Cette problématique créée par diverses formes d'instabilité des couches superficielles du sol peut être accentuée par la géologie, la topographie, la morphologie ou de facteurs plus complexes, à la fois naturels et artificiels. Les instabilités de pentes surviennent lorsque la résistance des terrains est inférieure aux efforts moteurs engendrés par la gravité et l'eau souterraine ou par les travaux de l'homme ; leur dynamique répond naturellement aux lois de la mécanique. La revue de la littérature indique que ces instabilités se produisent quand les forces motrices excèdent les forces de résistances du sol le long d'une surface critique de rupture.

Une étude de stabilité de pentes demande à déterminer plusieurs paramètres et ce, à partir des données toujours plus ou moins incertaines et parfois insuffisantes. C'est pourquoi certains auteurs ont compris la complexité de ce phénomène et développent des méthodes de calcul pour étudier de manière simplifiée à partir des hypothèses les instabilités.

Ces méthodes font intervenir la géométrie de la pente, le régime hydraulique, les caractéristiques géotechniques du massif de sol

Dans cette partie, nous reprendrons succinctement les notions principales des méthodes de calcul de stabilité des pentes qui vont nous permettre d'avoir une meilleure compréhension du problème étudié et servir ensuite de bases théoriques supposées connues. Nous allons utiliser principalement les bases théoriques des méthodes d'équilibre limite [9].

2.1. Facteurs de sécurité

Si les données géotechniques nécessaires sont définies, le calcul de la stabilité des pentes peut être effectué à l'aide d'une des méthodes de calcul connues. Le principe de calcul consiste à déterminer le facteur de sécurité F_s par lequel il faut diviser la résistance de la surface de glissement pour que la masse potentiellement stable soit à la limite de l'équilibre. En réalité, le calcul du facteur de sécurité est lié à celui de la stabilité. La surface de glissement déterminante, résultant d'essais, est celle qui fait paraître le plus petit facteur de sécurité. il existe plusieurs façons de définir ce facteur de sécurité F_s . il peut être défini comme un rapport de contraintes, de forces, de moments, de grandeurs par rapport à une grandeur limite [9]

Tableau 2.1 : Différents exemples de définitions d'un facteur de sécurité [9]

Définition	Formule
Rapport de contraintes	$F_s = \frac{\tau_{\max}}{\tau}$
Rapport de forces	$F_s = \frac{F_{\text{resist}}}{F_{\text{moteur}}}$
Rapport de moments	$F_s = \frac{M_{\text{resist}}}{M_{\text{moteur}}}$
Rapport de grandeurs	Par exemple : H/H_{\max}

Le facteur de sécurité F_s minimal à adopter dépend de la nature de l'ouvrage, de son utilisation et des conséquences que pourrait entraîner sa rupture en termes de risque humain et de dommages matériels. De manière classique, dans les études de stabilité des pentes, on considère que : [9]

- si $F_s < 1$: la rupture est inévitable,
- si $F_s = 1$: le massif est en état d'équilibre,
- si $F_s > 1$: le milieu est en équilibre et le massif est stable.

2.2. Choix de la méthode de calcul

Dans la littérature scientifique, il existe de nombreuses méthodes de calcul de stabilité des pentes, méthodes d'équilibre limite (supposant que la résistance au cisaillement le long de la surface est gouvernée par la relation de Mohr Coulomb) et la méthode des éléments finis (permettant de calculer les contraintes et déformations) bénéficiant d'une assise assez solide.

Toutes ces méthodes ont des avantages et inconvénients, et reposent sur un certain nombre d'hypothèses et d'approximations. Dans le cas des méthodes d'équilibre limite, les hypothèses portent sur les lois qui régissent le comportement du sol et sur la géométrie du problème alors que dans celles des éléments finis, les hypothèses portent particulièrement sur les lois de comportement des sols et sur les conditions aux limites.

Dans les méthodes d'équilibre limite également, le calcul du facteur de sécurité définira une surface de rupture critique amenant l'instabilité alors que les méthodes des éléments finis modélisent toute la masse et fourniront la zone de rupture la plus probable. L'utilisation de l'une ou l'autre méthode dépend des moyens disponibles pour déterminer les paramètres de calcul correspondant à la méthode choisie [9].

2.3. Procédures un seul corps libre

La pente infinie, la spirale logarithmique et le cercle suédois, Les méthodes considèrent l'équilibre pour un seul corps libre. Ces procédures sont relativement simples à utiliser et utiles dans leur gamme d'applicabilité [10].

2.3.1. Procédure de pente infinie

Comme l'indique son nom, dans la procédure pente infinie, la pente est supposée être infinie dans l'étendue, et le glissement est supposé se produire le long d'un plan parallèle à la face de la pente (Taylor, 1948). Parce que la pente est infinie, les contraintes doivent être les mêmes sur deux plans perpendiculaires à la pente, comme les plans A - A' et B - B' dans la Figure (2.1).

Les équations d'équilibre sont obtenues par l'étude d'un bloc rectangulaire comme celui illustré à la Figure (2.1). Les forces sur les deux extrémités du bloc seront identiques en grandeur, en face dans la direction, et alignées [10].

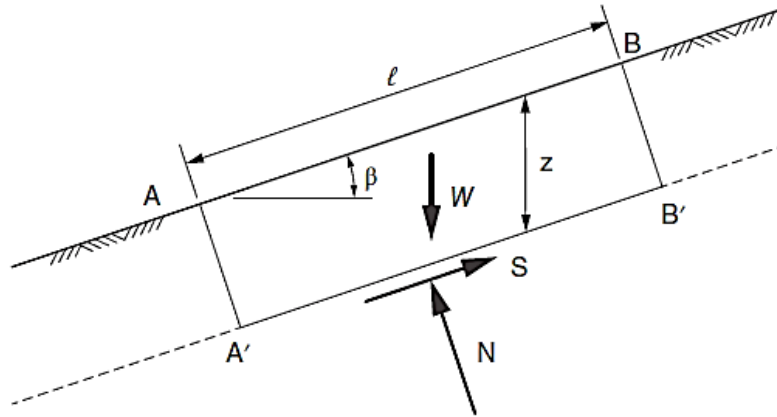


Figure 2.1 Inclinaison infinie et surface plane antidérapante [10]

Les forces sur les extrémités du bloc s'équilibrent entre elles exactement et peuvent être ignorées dans les équations d'équilibre. constituer des forces dans des directions perpendiculaires et parallèles au plan de glissement donne les expressions suivantes pour la force de cisaillement S et la force normale N , sur le plan :

$$s = w \sin \beta \quad (2.1)$$

$$N = w \cos \beta \quad (2.2)$$

ou β est l'angle d'inclinaison de la pente et le plan de glissement, mesuré à partir de l'horizontale, et W est le poids du bloc. pour un bloc d'épaisseur unité dans la direction

Perpendiculaire au plan de la section transversale de la figure 2.1, le poids est exprimé comme :

$$w = \gamma l z \cos \beta \quad (2.3)$$

ou γ est le poids unitaire total du sol, ℓ est la distance entre les deux extrémités du bloc, mesurée parallèlement à la pente et z est la profondeur du plan de cisaillement, mesurée verticalement en remplaçant l'équation (2.3) dans l'équations (2.1) et (2.2), on obtient :

$$s = \gamma \ell z \cos \beta \sin \beta \quad (2.4)$$

$$N = \gamma \ell z \cos^2 \beta \quad (2.5)$$

Le cisaillement et les contraintes normales sur le plan de cisaillement sont constants pour une pente infinie et sont obtenus en divisant les équations. (2.2) et (2.3) par la zone du plan ($\ell \cdot 1$) pour donner

$$\tau = \gamma z \cos \beta \sin \beta \quad (2.6)$$

$$\sigma = \gamma z \cos^2 \beta \quad (2.7)$$

En remplaçant ces expressions par les contraintes dans l'équation du facteur de sécurité pour les contraintes totales :

$$F_s = \frac{c + \gamma z \cos^2 \beta \cdot \text{tg} \phi}{\gamma z \cos \beta \sin \beta} \quad (2.8)$$

Pour des contraintes effectives, l'équation pour le facteur de sécurité devient

$$F_s = \frac{c + (\gamma z \cos^2 \beta - u) \text{tg} \phi'}{\gamma z \cos \beta \sin \beta} \quad (2.9)$$

Pour un sol sans cohésion ($c = 0$, $c' = 0$), le facteur de sécurité calculé par une analyse de pente infinie est indépendant de la profondeur, z , de la surface de glissement. pour les contraintes totales (ou des contraintes effectives avec une pression interstitielle nulle) l'équation du coefficient de sécurité devient

$$F_s = \frac{\text{tg} \phi}{\text{tg} \beta} \quad (2.10)$$

2.3.2. Méthode suédoise ($\phi = 0$)

Dans la méthode suédoise, la surface de glissement est supposée être un arc de cercle et la composante des moments est calculée par rapport au centre du cercle pour obtenir le facteur de sécurité. une forme de la méthode semble avoir été utilisé pour la première fois par Peterson dans environ 1916, mais la méthode semble avoir d'abord été formulée pour $\phi = 0$ par Fellenius en 1922. l'angle de frottement est supposé être nul, et, donc, la force de cisaillement est supposée être due à la cohésion seulement. Pour cette raison, la méthode du cercle suédois est également appelé méthode $\phi=0$.

En se référant à la pente et la surface de glissement circulaire représentées sur la la figure 2.2, le moment d'entraînement (de renversement) tendant à produire la rotation de la masse de sol autour du centre du cercle est donné par

$$M_d = w_a \quad (2.11)$$

Où w est le poids de la masse du sol au-dessus du bordereau circulaire et a est le bras horizontale entre le centre de cercle et le centre de gravité de la masse du sol

Le moment de résistance est fourni par les contraintes de cisaillement (τ) agissant le long de l'arc de cercle. Pour une épaisseur unitaire de la section transversale montrée à

la figure 2.2, le moment résistant est donné par

$$M_r = \tau l r \quad (2.12)$$

Où l est la longueur de l'arc de cercle et r est le rayon.

À l'équilibre, le moment de renversement et le moment résistant et doivent s'équilibrer. Ainsi,

$$w_a = \tau l r \quad (2.13)$$

La contrainte de cisaillement dans cette équation peut être exprimée en fonction de la résistance au cisaillement et du facteur de sécurité

$$w_a = \frac{c l r}{F_s} \quad (2.14)$$

Ou,

$$Fs = \frac{clr}{wa} \quad (2.15)$$

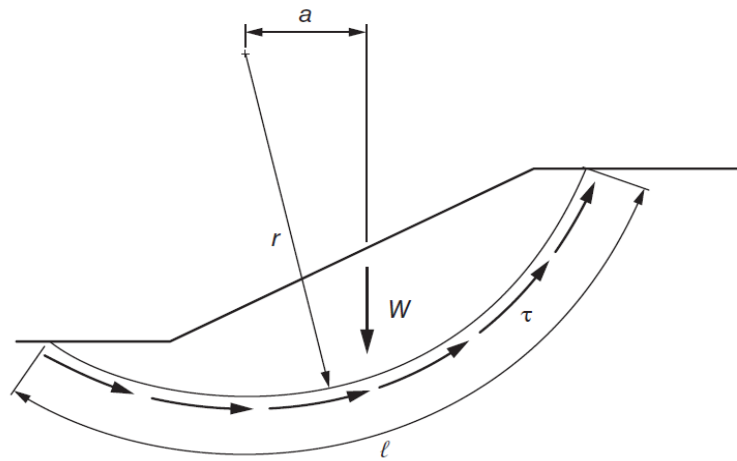


Figure 2.2 Pente et surface de glissement pour le cercle suédois, ou $\phi = 0$ [10].

✚ L'équation (2.13) est utilisée pour calculer le facteur de sécurité par la méthode suédoise.

✚ Le terme $c\ell r$ dans le numérateur de l'équation (2.13) représente le moment résistant disponible ; le terme wa dans le dénominateur représente le moment de renversement. par conséquent, le facteur de sécurité dans ce cas est égal au moment résistant disponible, M_r , divisé par le moment d'entraînement, M_d :

$$Fs = \text{Moment résistant disponible} / \text{le moment d'entraînement réel} \quad (2.16)$$

L'équation (2.13) a été dérivée pour une valeur constante de cohésion. Mais l'équation est facilement étendue au cas où la cohésion varie. Si c varie, la surface de glissement circulaire est subdivisée en un nombre approprié de segments de longueur, $\Delta\ell_i$, chacun avec une force moyenne correspondante, (Figure 2.3). L'expression du moment résistant devient

$$M_r = \frac{\sum (c_i \Delta\ell_i r)}{Fs} \quad (2.17)$$

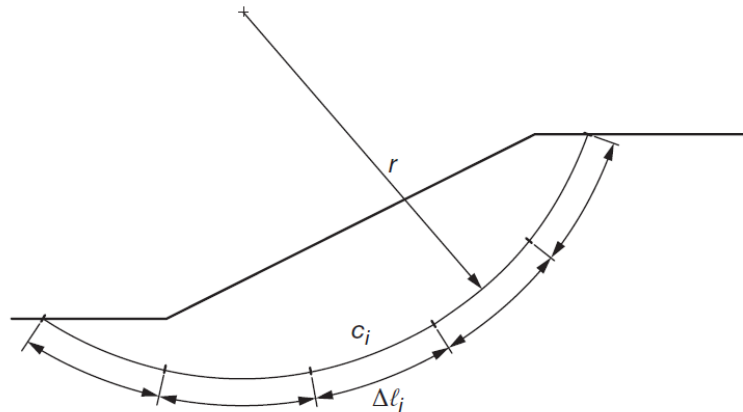


Figure 2.3 Surface de glissement circulaire subdivisée en segments lorsque la résistance au cisaillement non drainée varie [8]

Où la sommation est effectuée pour les segments le long de la surface de glissement. L'équation du facteur de sécurité est alors

$$F_s = \frac{r \sum (c_i \Delta l_i)}{wa} \quad (2.18)$$

Le terme Wa dans les équations. (2.13) et (2.16) représente le moment d'entraînement dû au poids du sol. Pour calculer le bras du moment, a , il faut calculer le centre de gravité de la masse du sol au-dessus de la surface de glissement, ce qui est encombrant en raison de la forme souvent irrégulière de la masse du sol. Les procédures des tranches fournissent un moyen plus pratique de calculer le moment de renversement, et pour une surface de glissement circulaire. les procédures des tranches produisent la même valeur pour le facteur de sécurité que la méthode du suédoise [10].

✚ Récapitulation

- La méthode suédoise (ou $\Phi = 0$) satisfait explicitement l'équilibre des moments et implicitement l'équilibre des forces.
- La méthode suédoise (ou $\Phi = 0$) est une méthode d'analyse précise de la stabilité des pentes homogène et des pentes hétérogènes pour $\Phi = 0$ à condition que la surface de glissement puisse être approchée par un cercle [10].

2.4. Méthodes à l'équilibre limite

Quand on étudie la stabilité d'un massif, deux cas peuvent se présenter :

- Soit il n'y a pas de surface de glissement préférentielle, c'est le cas des sols relativement homogènes ne présentant pas de discontinuités géologiques, la surface sur laquelle il pourrait y avoir rupture n'est pas connue. elle est alors définie sur la base d'un coefficient de sécurité minimal et d'une rupture cinématiquement possible. Afin de préciser la surface de rupture la plus critique et le coefficient de sécurité qui lui est associé, on utilise généralement des méthodes à l'équilibre limite itérées de nombreuses fois.
- Soit la masse rigide en glissement se déplace le long d'une surface de géométrie bien définie, c'est le cas des massifs rocheux fracturés, pour lesquels la cinématique du mouvement est conditionnée par les discontinuités et leur orientation spatiale. c'est aussi le cas pour les sols lorsqu'il peut y avoir mouvement le long d'une surface de glissement préexistante.

Dans les deux cas, le comportement du géomatériau est supposé suivre la loi de Mohr-coulomb, qui donne la résistance au cisaillement à la rupture : $\tau = c' + \sigma' \operatorname{tg} \Phi'$. Les méthodes dites à l'équilibre limite sont très appropriées car on peut écrire facilement les équations qui relient les variables, mais, sauf pour les cas les plus simples, le nombre d'inconnues est bien supérieur au nombre d'équations. Pour pouvoir résoudre les équations, il faut alors introduire des hypothèses supplémentaires et simplificatrices de manière à égaliser le nombre d'inconnues et le nombre d'équations [11].

2.4.1. Principes et hypothèses des méthodes d'équilibre limite

Le principe de base de toutes ces méthodes est de découper le volume de sol étudié en un certain nombre de tranches et d'appliquer les différentes forces comme le montre à titre indicatif la (Figure 2.4). Toutes ces méthodes ont en commun la même difficulté qui est de trouver à la fois :

- La surface critique
- Les contraintes normales et tangentielles le long de cette surface

- Le facteur de sécurité (sur le critère de rupture) en partant des équations d'équilibre [9].

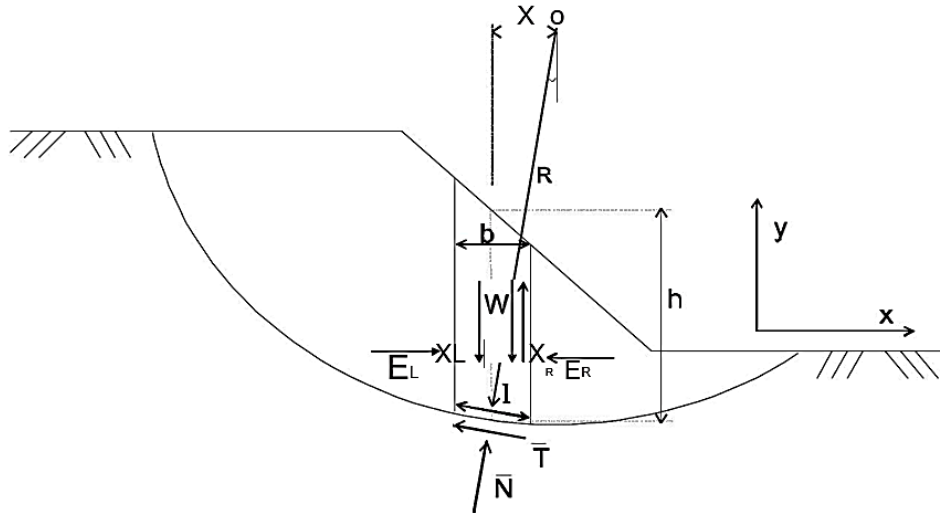


Figure 2.4: Exemple d'une rupture circulaire [9]

Comme on peut le voir sur la (figure 2.4) les forces agissant sur la tranche peuvent être définies comme suit :

W = poids total de la tranche de largeur b et de hauteur h

N, T = composantes normale et tangentielle de la force agissant à la base de la tranche
 X, E = composantes verticale et horizontale des forces inter tranches

b = épaisseur de la tranche ($b = l \cdot \cos \alpha$)

α = angle que fait la base de la tranche avec l'horizontale

R = rayon du cercle de rupture de centre o

l = longueur du plan de glissement de la tranche

x = bras de levier du poids des terres

Définissons les efforts comme suit

$$\begin{aligned}\bar{N} &= \sigma * l \\ \bar{T} &= T_m * l\end{aligned}\quad (2.19)$$

où τ_m est la contrainte de cisaillement mobilisée à la base de la tranche qui peut être exprimée par:

$$T_m = \frac{T}{F_s} \quad (2.20)$$

où

τ est donnée par l'équation de Mohr- Coulomb: $\tau = c' + (\sigma - u) \tan\phi'$

F_s est le facteur de sécurité par lequel la résistance au cisaillement du sol doit être réduite pour amener la masse de sol dans un état d'équilibre limite.

Il vient alors:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \frac{\tau}{F_s} l = [c' + (\sigma - u) \tan\phi'] \\ \bar{T} &= \frac{1}{F_s} [c' * l + (\bar{N} - ul) \tan\phi']\end{aligned}\quad (2.21)$$

Pour une tranche :

✚ En projetant verticalement toutes les forces :

$$\bar{N} \cdot \cos \alpha + \bar{T} \cdot \sin \alpha = w - (X_r - X_l) \quad (2.22)$$

Si on remplace T par sa valeur (équation [2.19]), on obtient :

$$\Rightarrow \bar{N} = \left[w - (X_r - X_l) - \frac{1}{F_s} (c'l \cdot \sin \alpha - u \cdot l \cdot \tan\phi') \right] \frac{1}{m_\alpha} \quad (2.23)$$

$$m_\alpha = \cos \alpha \left[1 + \tan \alpha \frac{\tan\phi'}{F_s} \right] \quad (2.24)$$

✚ En projetant horizontalement toutes les forces :

$$\bar{T}.\cos \alpha - \bar{N}.\sin \alpha + E_r - E_l = 0 \quad (2.25)$$

Si on remplace T par sa valeur équation (2.19), on obtient :

$$E_r - E_l = \bar{N} \sin \alpha - \frac{1}{F_s} \left[c'.l + (\bar{N} - u.l) \operatorname{tg} \Phi' \right] \cos \alpha \quad (2.26)$$

On peut définir le coefficient de sécurité comme suit :

1. soit on le définit à partir de l'équilibre moment de toutes les forces et on va le désigner par F_m ;
2. soit on le définit à partir de l'équilibre global des forces horizontales, les unes tendant à bouger la masse de sol, les autres tendant à la stabiliser, et on va le désigner par F_f .

✚ Equilibre global des moments :

$\sum W.x = \sum T.R$ et si on remplace T par sa valeur (l'équation (2.19)) et x par $R \sin \alpha$:

$$F_m = \frac{\sum \left[c'.l + (\bar{N} - u.l) \operatorname{tg} \phi' \right]}{\sum w.\sin \alpha} \quad (2.27)$$

✚ Equilibre global des forces :

En absence de tout chargement de la masse de sol étudiée :

$$\sum E_R - E_L = 0$$

$$\sum X_R - X_L = 0$$

D'où, l'équation (2.24) donne :

$$F_f = \frac{\sum \left[c'.l + (\bar{N} - u.l) \operatorname{tg} \phi' \right] \cos \alpha}{\sum \bar{N}.\sin \alpha} \quad (2.28)$$

En général, les deux facteurs de sécurité sont assez proches et Bishop (1955) montre que F_m est moins sensible aux hypothèses sur les forces inter tranches.

Pour trouver les deux facteurs de sécurité F_m et F_f , certaines hypothèses doivent être posées pour résoudre les équations. à titre indicatif, nous citons certaines méthodes d'équilibre limite et leurs hypothèses[9] :

2.4.2. Méthode de Fellenius [1927]

Hypothèses :

- La méthode suppose une surface de glissement circulaire et divise le talus en tranches
- Elle néglige les forces entre les tranches (verticales et horizontales), (figure 2.5)

Après la projection des opérations horizontales et verticales sur la tranche, nous obtenons la force normale N devient :

$$\begin{cases} \bar{N} \cdot \cos \alpha + \bar{T} \cdot \sin \alpha = w \\ \bar{T} \cdot \cos \alpha - \bar{N} \cdot \sin \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{N} = w \cos \alpha \quad (2.29)$$

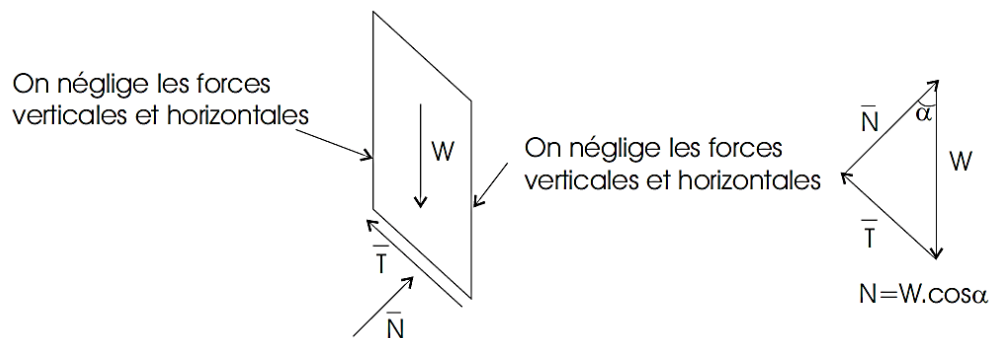


Figure 2.5: Forces appliquées sur une tranche dans la méthode de Fellenius [9]

La méthode de Fellenius vérifie l'équilibre global des moments tout en négligeant les forces entre tranches comme nous venons de le voir, ce qui fait qu'en remplaçant dans les équations (2.25) \bar{N} par la valeur trouvée ($\bar{N} = W \cdot \cos \alpha$), on aura :

$$F_m = \frac{\sum c' \cdot l + (w \cdot \cos \alpha - u \cdot l) \operatorname{tg} \phi'}{\sum w \cdot \sin \alpha} \quad (2.30)$$

C'est une méthode moins précise que les autres méthodes des tranches et elle est sûre pour des sols homogènes seulement [9]

2.4.3. Méthode simplifiée de BISHOP [1955]

Hypothèses :

- La méthode suppose une surface de glissement circulaire
- Elle néglige les forces verticales entre les tranches (figure 2.6).

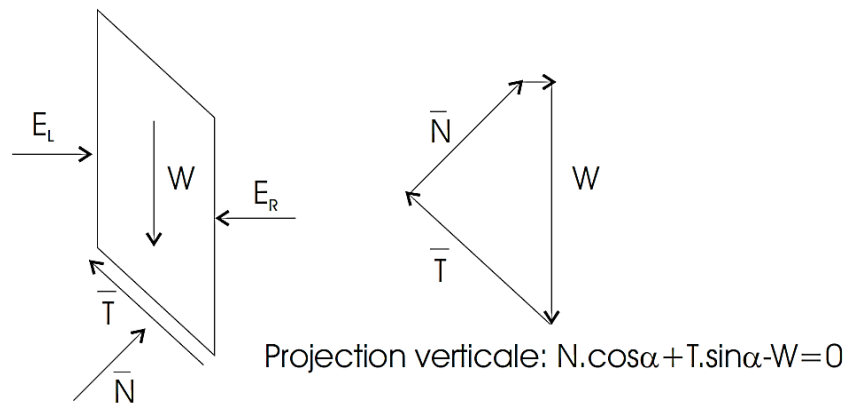


Figure 2.6: Forces appliquées sur une tranche dans la méthode de Bishop [11]

La méthode de Bishop vérifie l'équilibre des moments ainsi que l'équilibre vertical pour chaque tranche, mais elle néglige l'équilibre horizontal des forces.

L'équilibre vertical donne l'équation (2.25) et d'après l'hypothèse faite sur les forces entre les Tranches ($X_R - X_L = 0$), nous aurons:

$$\Rightarrow \bar{N} = \left[w - \frac{1}{F_s} (c'l \sin \alpha - u.l \operatorname{tg} \phi' \sin \alpha) \right] \frac{1}{m_\alpha} \quad (2.31)$$

Si on remplace N dans l'équation (2.20) nous aurons :

$$F_m = \frac{\sum [c'l \cos \alpha + (w - ul \cos \alpha) \operatorname{tg} \phi'] / m_\alpha}{\sum w \sin \alpha} \quad (2.32)$$

ou

$$m_\alpha = \cos \alpha \left(1 + \operatorname{tg} \alpha \frac{\operatorname{tg} \phi'}{F_m} \right)$$

Nous constatons que le coefficient de sécurité F_m (dû à l'équilibre moment) se retrouve dans les deux membres de l'équation, et donc, la résolution passe par des techniques itératives. Généralement, on prend la valeur du coefficient obtenue avec la méthode de Fellenius comme point de départ de cette itération. cette méthode est plus précise que celle de Fellenius et le calcul se prête particulièrement bien au traitement par ordinateur [11].

2.4.4. Méthode simplifiée de JANBU [1956]

Hypothèses :

- La méthode suppose une surface de glissement quelconque (non circulaire);
- Elle suppose que les forces entre les tranches sont horizontales.

La méthode de Janbu vérifie l'équilibre des forces horizontales et verticales tout en négligeant l'équilibre des moments, ce qui aboutit à l'équation (2.36):

$$F_f = \frac{\sum [c'l + (\bar{N} - u.l) \operatorname{tg} \phi'] \cos \alpha}{\sum \bar{N} \cdot \sin \alpha} \quad (2.33)$$

et si on projette parallèlement à la base de la tranche, cette équation équivaut à:

$$F_f = \frac{\sum [c'.l + (\bar{N} - u.l)tg\phi'] / \cos \alpha}{\sum w.tg\alpha} \quad (2.34)$$

Ce coefficient de sécurité F_f est corrigé par un facteur f_0 dépendant de l'allure de la courbe de rupture et des propriétés du sol : $F_f = f_0 . F_f$ [11].

2.4.5. Méthode de Spencer [1967]

Hypothèses : [9]

- Forces entre les tranches sont parallèles entre elles
- L'inclinaison q est constante
- Force normale agit au centre de la base de chaque tranche
- Equilibre des forces horizontales et verticales ainsi que l'équilibre des moments sont respectés

Procédure de Spencer la procédure de Spencer (1967) est basée en supposant que les forces d'intersection sont parallèles (c'est-à-dire, toutes les forces d'intersection ont la même inclinaison) la spécificité l'inclinaison des forces interstellaires est calculée comme une seule des inconnus dans la solution des équations d'équilibre. la procédure de Spencer suppose également que la force normale (N) agit au centre de la base de chaque tranche. cette hypothèse a une influence négligeable sur les valeurs calculées pour les inconnues à condition qu'un nombre raisonnablement important de tranches soit utilisé. Pratiquement tous les calculs avec la procédure de Spencer sont réalisés par ordinateur et un nombre suffisamment important de tranches est facilement atteint [10]

$$F_s = \frac{\sum [(w.\cos \alpha)tg\phi + c\Delta l]}{\sum w.\sin \alpha} \quad (2.33)$$

2.4.6. Morgenstern-Price [1965]

Hypothèses : [9]

- Forces entre les tranches sont parallèles entre elles
- L'inclinaison θ varie linéairement à chaque tranche
- $X = \lambda f(x)E$, avec $f(x)$ variant continuellement le long de la surface de glissement et λ le facteur d'échelle
- Force normale agit au centre de la base de chaque tranche
- Equilibre des forces horizontales et verticales ainsi que l'équilibre des moments sont respectés

Les coefficients de sécurité sont obtenus par la détermination de deux séries de coefficients de sécurité pour diverses valeurs de λ . la première série correspond à l'équilibre des moments et la deuxième à l'équilibre des forces. ces coefficients de sécurité sont mis en graphique en fonction de λ . le point d'intersection satisfait les deux conditions d'équilibre

Cette méthode est précise, mais demande une certaine pratique pour donner le bon $f(x)$.

2.4.7. Méthode des coins [10]

Il s'agit d'une méthode approximative. la masse sur le plan de rupture potentiel est séparé en une série de coins et l'équilibre de chaque coin est considéré.

-Équilibre des forces horizontales et verticales.

-On doit cependant faire une hypothèse sur l'inclinaison de la

force entre les coins : $10^\circ < \delta < 15^\circ = 0^\circ$ conservateur.

En A et B, on voit que en plus de la translation du bloc sous son propre poids, il y'aurai des efforts à chacune des extrémités. en A semblable à pousser sur un mur en B semblable à buté sur un mur on retrouve donc deux façons de traiter ce problème.

D'abord on fait l'équilibre des forces sur les blocs où on considère toutes les masses, incluant celles à l'extérieur.

Problème : il faut maintenant considérer l'interaction des coins. on assume un facteur de sécurité de départ. résolution par polygone des forces du coin 1 (on obtient R_{12}). R_{21} étant égal à R_{12} , le polygone des forces du coin 2 doit fermer si équilibre. Si le polygone ne ferme pas, il faut assumer un autre F.S. [10].

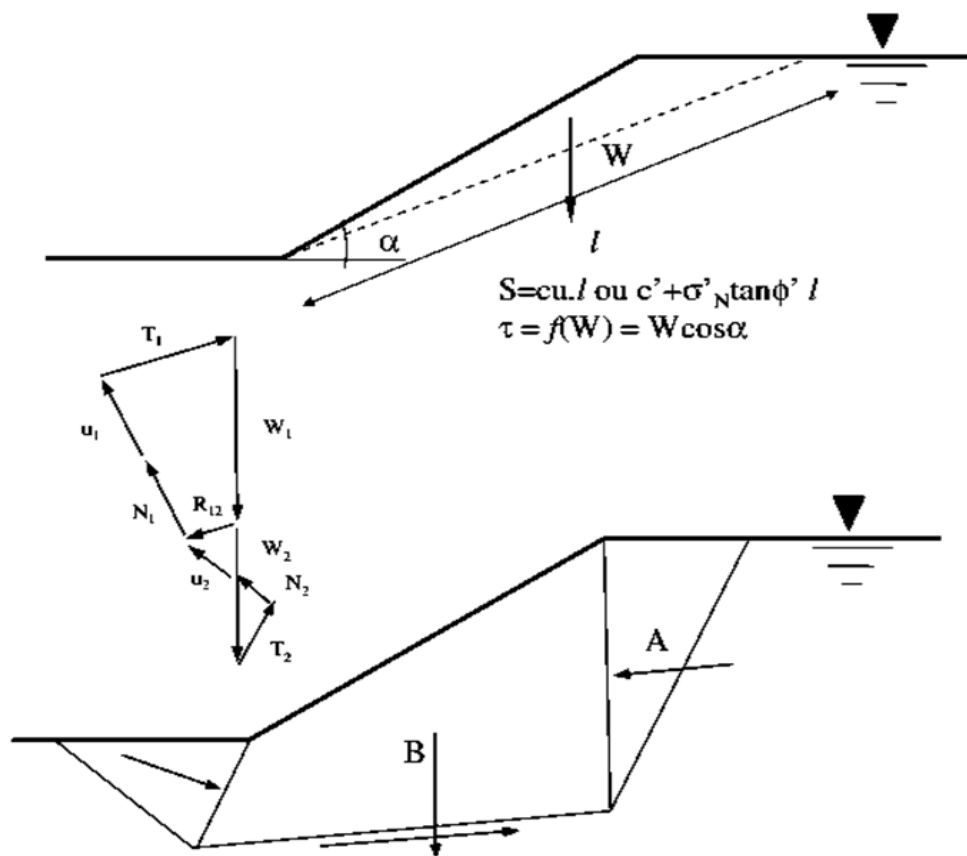


Figure 2.7: schéma explique la méthode de coin [10]

2.4.8. La méthode de Taylor

Taylor (1948) a mis au point des abaques de la stabilité des pentes, dans (figures 2.8 et 2.9) fin pour les sols avec $\phi = 0$ et $\phi > 0$. comme indiqué dans ces abaques, la pente a un angle β , une hauteur H , et couche de base à une profondeur de DH en dessous de la pied, où D est le rapport de profondeur. les cartes peuvent être utilisées pour déterminer la cohésion C_d Comme le montrent les courbes solides, et nH , qui est la distance par rapport à la pied et le cercle critique, comme indiqué par la courbe pointillée.

S'il y a des chargements à l'extérieur de pied qui empêchent la forme de cercle passant en dessous de la pointe, cette courbe pointillée long devraient être utilisés pour déterminer la cohésion développée.

Remarque Que le solide et le long courbe en pointillés comme n approche zéro. Le cercle représenté par les courbes sur le t de n [13]

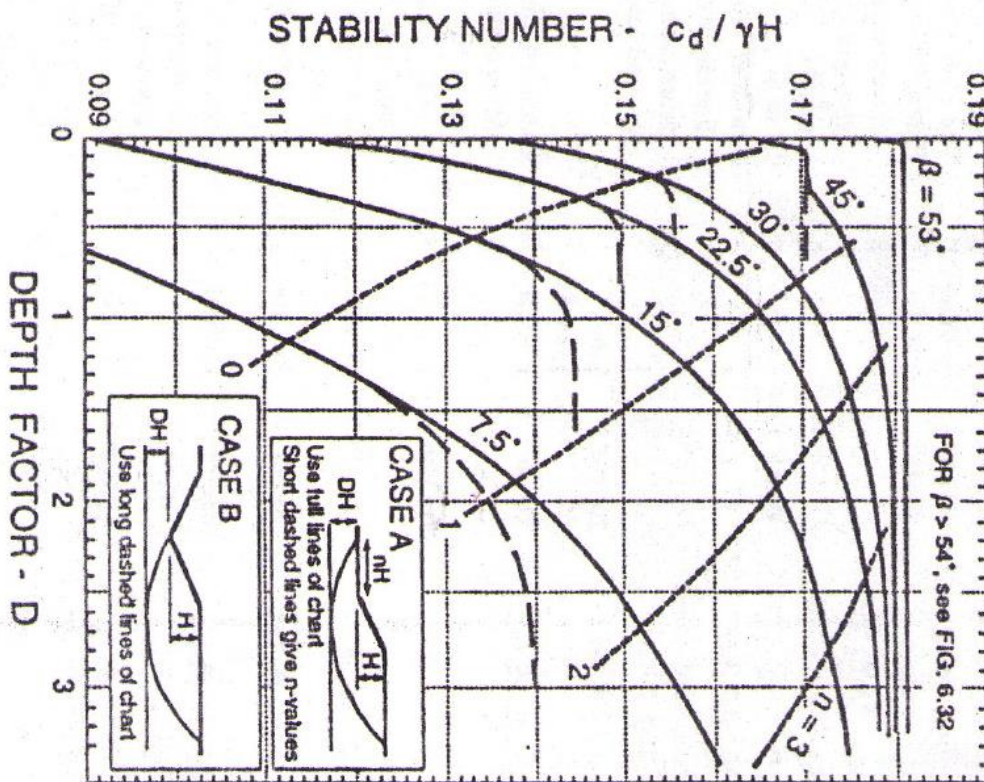


Figure 2.8 : abaque de Taylor pour $\phi = 0$ conditions et pour les angles de pente inférieure à 54 (Taylor, 1948, avec permission)

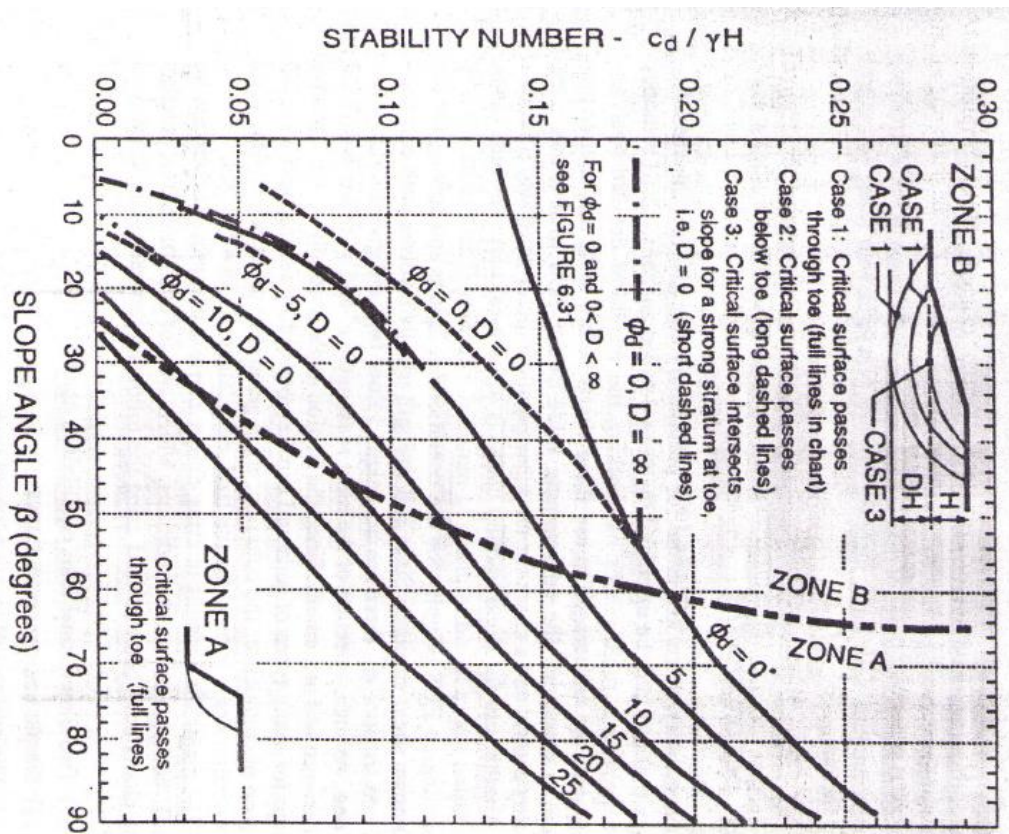


Figure 2.9 abaque de Taylor pour les sols avec de l'angle de frottement (Taylor, 1948, avec permission).

Le problème de ces abaques : suppose sol homogène ($C_u = cte$) et il faut préciser l'épaisseur des Couches dans le cas des cercles profonds.

Exemple : [13]

Une pente avec une hauteur, $H = 40$ pieds, $DH = 60$ pieds, angle de pente, $\beta = 30^\circ$ cohésion $c = 1,2$ livres par pied carré et poids unitaire total, $\gamma = 120$ livres par pied cube déterminer :

1. le FS et la distance forment de pied au point où le cercle le plus critique apparaît sur la surface du sol.
2. le FS s'il y a des charges lourdes à l'extérieur de pied.

Solution :

1. $D = \frac{60}{40} = 1.5$, and $\beta = 30^\circ$ en utilise la courbe dan la figure 2.9

$$N = \frac{c_d}{\gamma H} = 0.176$$

$$c_d = 0.176(120)40 = 844.8$$

$$Fs = \frac{c}{c_d} = \frac{1200}{844.8} = 1.42$$

Dans la courbe au figure 2.9 $n=2.09$ et $\beta=30^\circ$ la distance entre la pointe et cercle critique

$$nH = 2.09(40) = 83.6 \text{ pieds}$$

2. Le pied de la pente est chargé ,le cas b ci-dessus s'applique et si la courbe pointillée de la figure 2.9 $\beta=30^\circ$ Est étendu horizontalement, puis pour

$$D = \frac{60}{40} = 1.5$$

$$N = \frac{c_d}{\gamma H} = 0.1557$$

$$c_d = 0.1557(120)40 = 747.4$$

$$Fs = \frac{c}{c_d} = \frac{1200}{747.4} = 1.61$$

2.5. Evaluation et limitations des méthodes :

A l'issue de ce chapitre, il est nécessaire de dresser un récapitulatif pour une évaluation des méthodes expose ci-avant et de relever leur limite.

Nous reproduisons ici les conclusions de Duncan [8] qui sont mises sous forme d'un tableau

Tableau 2.1 : Caractéristiques des méthodes d'équilibre des analystes de stabilité de pente (Duncan et Wright, 1996)

Méthode	Caractéristiques
Graphiques de stabilité de pente	<ul style="list-style-type: none"> - Assez précise pour beaucoup d'objectifs, - plus rapide que les analyses automatiques détaillées
Méthode ordinaire des tranches (Fellenius 1927)	<ul style="list-style-type: none"> - Uniquement pour les surfaces de glissement circulaire - Satisfait l'équilibre des moments - Ne satisfait pas l'équilibre de la force horizontale ou verticale
Méthode modifiée par Bishop (Bishop 1955)	<ul style="list-style-type: none"> - Uniquement pour les surfaces de glissement circulaire - Satisfait l'équilibre des moments - satisfait l'équilibre des forces verticales - Ne satisfait pas l'équilibre des forces horizontales
Méthodes d'équilibre de la Force (Par exemple Lowe et Karafiath 1960; Corps de l'armée américaine de Ingénieurs 1970)	<ul style="list-style-type: none"> - Toute forme de surface de glissement - Ne satisfait pas l'équilibre des moments - Satisfait à la fois l'équilibre des forces horizontales et verticales
La procédure généralisée de Janbu (Janbu, 1968)	<ul style="list-style-type: none"> - Toute forme de surfaces de glissement - Satisfait toutes les conditions d'équilibre - La force latérale permet de faire varier les emplacements - problèmes numériques plus fréquent que certaines autres méthodes

Méthode de Morgenstern et Price (Morgenstern Price 1965)	<ul style="list-style-type: none">- Toute forme de surfaces de glissement- Satisfait toutes les conditions d'équilibre3. La force latérale permet de faire varier les orientations
Méthode de Spencer (Spencer1967)	<ol style="list-style-type: none">1. Toute forme de surfaces de glissement2. Satisfait toutes les conditions d'équilibre3. La force latérale permet de faire varier les emplacements

Chapitre 3

Présentation de la méthode des éléments finis

3.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation de la technique des éléments finis qui constitue l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui, vu qu'elle nous permet d'avoir des solutions aux équations aux dérivées partielles, qu'on doit préalablement transformer à des systèmes algébriques. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problème stationnaire ou non stationnaire, linéaire ou non linéaire, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions de plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur. [12]

3.2. Principe General [12]

La méthode des éléments finis permet donc de résoudre de manière discrète une EDP dont on cherche une solution approchée « suffisamment » fiable. de manière générale, cette EDP porte sur une fonction u , définie sur un domaine. elle comporte des conditions aux limites permettant d'assurer existence et unicité d'une solution.

Sauf cas particuliers, la discrétisation passe par une redéfinition et une approximation de la géométrie, on considère donc le problème posé sur la géométrie approchée par un domaine polygonal ou polyédrique par morceaux. Une fois la géométrie approchée, il faut choisir un espace d'approximation de la solution du problème, dans la *MEF*, cet espace est défini à l'aide du maillage du domaine (ce qui explique aussi pourquoi il est nécessaire d'approcher la géométrie). Le maillage du domaine permet de définir un pavage dont les pavés sont les *éléments finis*. Un élément fini est la donnée d'une cellule élémentaire et de fonctions de base de l'espace d'approximation dont le support est l'élément, et définies de manière à être interpolant.

Bien qu'il existe de nombreux logiciels exploitant cette méthode et permettant de « résoudre » des problèmes dans divers domaines, il est important que l'utilisateur ait une bonne idée de ce qu'il fait, notamment quant au choix du maillage et du type d'éléments qui doivent être adaptés au problème posé : aucun logiciel ne fera tout pour l'utilisateur, et il faut toujours garder un œil critique vis-à-vis de solutions approchées. Pour cela il existe des indicateurs d'erreur et des estimateurs d'erreur qui permettent d'ajuster les différents paramètres.

La solution trouvée, il reste cependant à déterminer les caractéristiques de la méthode ainsi développée, notamment l'unicité de l'éventuelle solution ou encore la stabilité numérique du schéma de résolution. il est essentiel de trouver une estimation juste de l'erreur liée à la discrétisation et montrer que la méthode ainsi écrite converge, c-à-d que l'erreur tend vers 0 si la finesse du maillage tend elle aussi vers 0.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \hat{u}_{app} = \hat{u}_{exacte} \quad (3.1)$$

Dans le cas d'une EDP linéaire avec opérateur symétrique (comme l'est Δ), il s'agit finalement de résoudre une équation algébrique linéaire, inversible dans le meilleur des cas

3.3. Les étapes de la méthode des éléments finis [12]

3.3.1. La discrétisation et le maillage

Le problème de l'analyse des solides déformables peut être totalement résolu si l'on connaît le champ de déplacement en tout point du milieu. il tout simplement de déterminer ce champ; or dans la pratique, l'évaluation analytique de ce champ est quasiment impossible. C'est pourquoi, pour les systèmes mécaniques, la méthode des éléments finis propose de découper le système réel en un certain nombre d'éléments à géométries simples. Cette procédure est appelée "discrétisation" car le milieu continu est remplacé par une série d'éléments discrets (Figure 3.1).

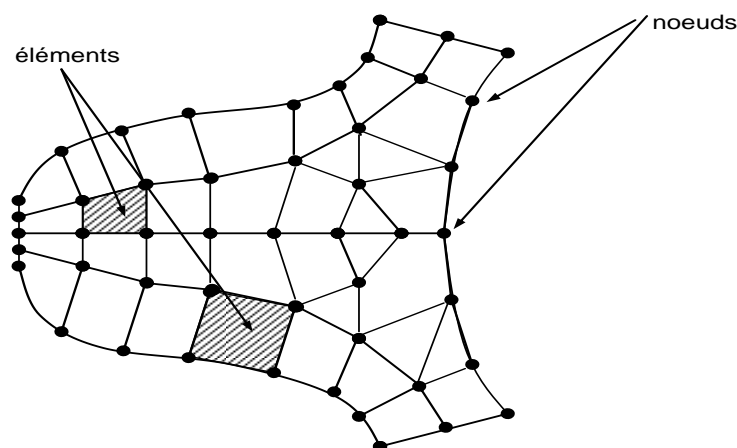



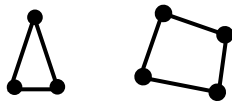
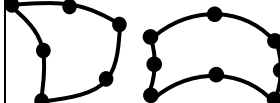
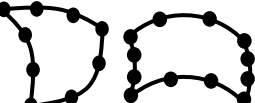
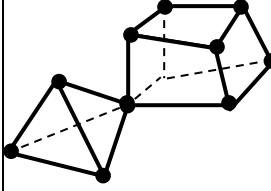
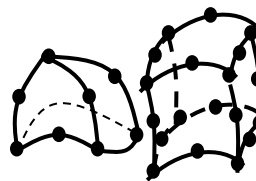
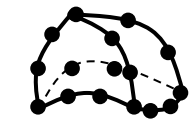

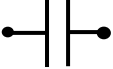


Figure 3.1 Discrétisation d'une structure en nœuds et éléments (dent d'une roue dentée)

La méthode des éléments finis a développé une série de types d'éléments finis qui, pour le début, peuvent être classifiés en (Tableau 3.1) :

Tableau 3.1 : types d'éléments finis

Eléments	Linéaires	Quadratique	Cubiques
unidimensionnels			
bidimensionnels			
tridimensionnels			
autres types	● Masse	Ressort 	Contact 

3.3.2. Fonctions de forme

Le point clé de l'analyse par éléments finis est de définir l'interpolation du champ continu (x, y, z) à partir des valeurs nodales u_i ; i étant le numéro du nœud considéré. Il est à rappeler que ce champ $u(x, y, z)$ n'est qu'une approximation du champ réel $\hat{u}(x, y, z)$. L'expression générale de l'approximation est ainsi donnée par :

$$\hat{u}(x, y, z) \approx u(x, y, z) = \sum_{\text{nœuds}} N_i(x, y, z) \cdot u_i \quad (3.2)$$

Où $N_i(x, y, z)$ est la fonction de forme (ou fonction d'interpolation) associée au nœud i et u_i est la valeur du déplacement au même nœud.

Les fonctions de forme $N_i(x, y, z)$ représentent le poids associé à chacun des nœuds de l'élément. elles permettent de prédire l'évolution du champ à l'intérieur du domaine d'interpolation.

Les fonctions de forme doivent satisfaire les valeurs nodales. Cette condition implique qu'une fonction $N_i(x, y, z)$ doit avoir la valeur 1 au nœud i et 0 à tous les autres nœuds :

$$N_i(x_j, y_j, z_j) = \begin{cases} 1 & \text{au nœud } j=i \\ 0 & \text{aux nœud } j \neq i \end{cases} \quad (3.3)$$

3.3.3. Formule générale de la matrice de rigidité

3.3.3.1. Rappel sur la relation déformations et déplacements

La déformation représente la variation des dimensions géométriques d'un corps au voisinage d'un point et peuvent être des déformations linéaires ou angulaires.

Le changement de la position de certains points d'un corps au cours de sa déformation s'appelle déplacement. Les déplacements peuvent être linéaires ou angulaires.

(Figure 3.2).

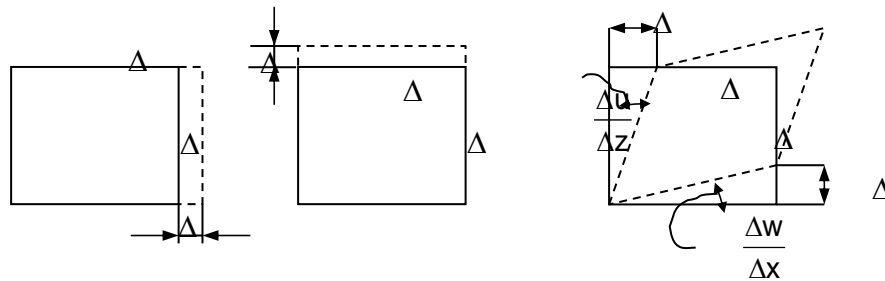


Figure 3.2 : Rectangle à dimensions incrémentales soumis à la traction suivant les axes x et z et au cisaillement

Les relations qui existent entre les déformations et les déplacements sont :

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta w}{\Delta z} \quad \gamma_{xz} = \frac{\Delta u}{\Delta z} + \frac{\Delta w}{\Delta x} \quad (3.4)$$

Cependant, généralement aussi bien les déplacements suivant l'axe ox et suivant l'axe Oz sont tous les deux des fonctions de deux variables, $u = u(x,z)$ et $w = w(x,z)$. C'est pourquoi on doit utiliser les dérivées partielles. dans ce cas, les relations (3.4) deviennent :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.5)$$

ou bien :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} \Rightarrow \varepsilon = \partial u \quad (3.6)$$

Dans la MEF, les déplacements sont interpolés à partir des déplacements nodaux, comme ce qui suit

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} \Rightarrow u = N\delta \quad (3.7)$$

Ni sont les polynômes d'interpolation et N (ou bien [N]) s'appelle matrice de la fonction de forme. et à partir des relations (3.5) et (3.6) on peut écrire :

$$\varepsilon = \partial N \delta = B \delta, \text{ où } B = \partial N \text{ (ou bien : } \{\varepsilon\} = [B] \cdot \{\delta\} \text{)}. \quad (3.8)$$

La matrice [B] s'appelle matrice déformation déplacement.

En partant de l'expression de l'énergie de déformation spécifique (énergie rapportée à l'élément de volume) pour un matériau élastique

$$U_0 = \frac{\{\varepsilon\}^T \cdot [E] \cdot \{\varepsilon\}}{2} \quad (3.9)$$

Où E est la matrice des propriétés du milieu.

on aura :

$$U = \frac{1}{2} \int_V U_0 dV = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \cdot [E] \cdot \{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_V \{\delta\}^T \cdot [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot \{\delta\} dV = \frac{1}{2} \{\delta\}^T \cdot [K] \cdot \{\delta\} \quad (3.10)$$

$$[K] = \int_V [B]^T \cdot [E] \cdot [B] dV$$

Donc, l'expression suivante :

$$[K] = \int_V [B]^T \cdot [E] \cdot [B] dV \quad (3.11)$$

Sera la formule générale de la matrice de rigidité d'un élément quelconque.

Pour une matrice [E] des coefficients élastiques donnée, la nature de la matrice de rigidité [K] dépend exclusivement de la matrice [B] qui dépend à son tour de la matrice [N] des fonctions de forme, En d'autres termes, le comportement d'un élément est gouverné par ses fonctions de forme.

3.3.4. Élément de référence

De manière à simplifier la définition analytique des éléments de formes complexes, on introduit la notion d'élément de référence.

Un élément de référence Ω_r est un élément de forme très simple, repéré dans l'espace de référence, qui peut être transformé de chaque élément réel Ω_e par une transformation géométrique bijective τ_e au lieu de travailler sur les coordonnées (x,y,z) on travaille sur (ξ,η,ζ) Un autre intérêt réside dans l'utilisation de l'intégration numérique fortement facilitée par les tableaux disponibles (Figure 3.3)

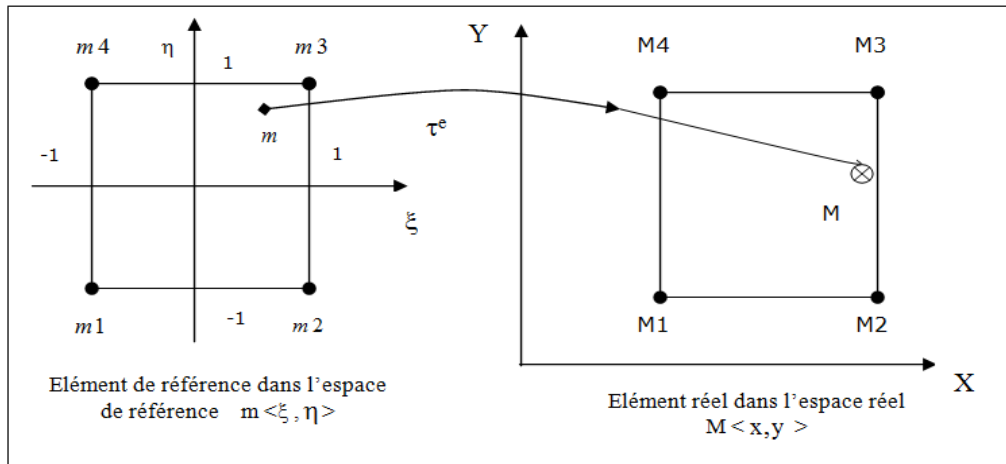


Figure 3.3 : Présentation de l'élément quadrilatéral à quatre nœuds dans le repère local et global.

3.3.5. Formulation Isoparamétrique

3.3.5.1. Élément isoparamétrique

Un élément est dit isoparamétrique si les mêmes fonctions d'interpolations sont prises pour le déplacement et la géométrie. ceci implique que les nœuds géométriques soient confondus avec les nœuds d'interpolations

La formulation isoparamétrique permet d'avoir par exemple des éléments non.rectangulaires, des éléments avec des côtés courbes ou des éléments présentant des singularités utilisés dans la mécanique de la rupture.

A titre d'exemple l'élément quadrilatéral plan à quatre nœuds est exposé

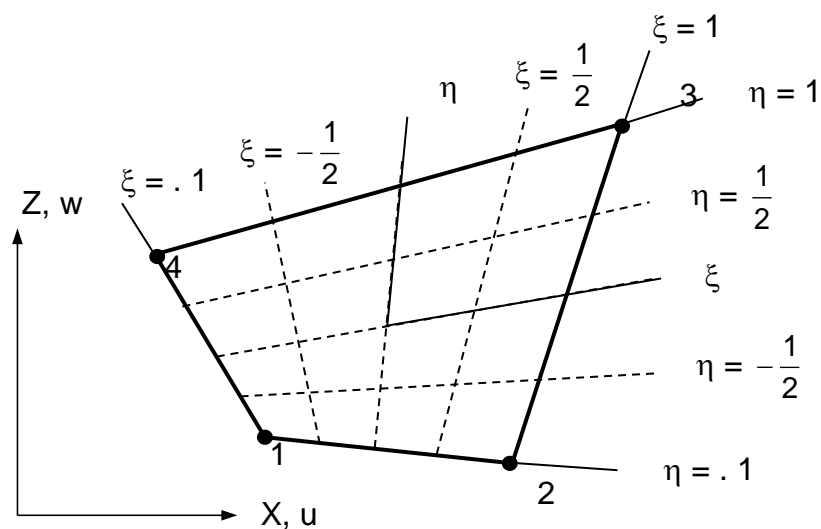


Figure 3.4 : Élément isoparamétrique à quatre nœuds

Un système de coordonnées auxiliaire doit être introduit afin qu'un quadrilatère puisse être non. Rectangulaire. ce système dénommé ξ, η s'appelle système naturel de coordonnées. Son origine,

dans le système de coordonnées XZ est située au milieu des coordonnées des nœuds.

Dans le système de coordonnées naturelles ξ, η , les côtés des éléments sont toujours définis par $\xi = \pm 1$ et $\eta = \pm 1$, indifféremment de la forme ou des dimensions physiques de l'élément ou indépendamment de son orientation dans le système global d'axes de coordonnées XZ.

Généralement les axes ξ et η ne sont pas orthogonaux et n'ont pas une orientation particulière par rapport au système d'axes XZ. (Figure 3.4)

Les coordonnées d'un point situé à l'intérieur de cet élément sont définies par la relation:

$$X = \sum N_i X_i \quad \text{et} \quad Z = \sum N_i Z_i \quad (3.12)$$

dans laquelle X_i et Z_i sont les coordonnées des nœuds situés dans les quatre coins et les fonctions d'interpolation (ou fonctions de forme) sont données par:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta); \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta); \quad N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta); \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \quad (3.13)$$

Ces fonctions N_i sont similaires avec eux.

En connaissant les coordonnées ξ et η d'un point, on peut utiliser les relations (3.12) pour calculer les coordonnées X et Z. Les déplacements d'un point quelconque sont interpolés à partir des degrés de liberté nodaux en utilisant les mêmes fonctions de forme:

$$u = \sum N_i u_i \quad \text{et} \quad w = \sum N_i w_i \quad (3.14)$$

Les déplacements u et w sont parallèles aux axes X et Z, mais pas aux axes ξ et η .

Pour l'écriture de la matrice [B] (déformation. déplacement) il faut établir la relation entre les gradients dans les deux systèmes de coordonnées. Considérons l'un de ces gradients la déformation

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.15)$$

On ne peut pas écrire immédiatement le résultat parce que u est défini comme une fonction de ξ et η et non pas en fonction de X et Z . Dans ce cas on commence par différentier par rapport à ξ et η en utilisant la règle des chaînes :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Z}{\partial \eta} \end{bmatrix}}_J \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X} \\ \frac{\partial u}{\partial Z} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

où J s'appelle la matrice de Jacobi (le Jacobien). Les coefficients de la matrice J sont obtenus à partir de la relation (3.14);

$$\frac{\partial X}{\partial \xi} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i, \quad \frac{\partial Z}{\partial \xi} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Z_i, \quad \frac{\partial X}{\partial \eta} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i, \quad \frac{\partial Z}{\partial \eta} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Z_i \quad (3.17)$$

L'équation (3.17) peut être résolue ainsi :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial X} = J_{11}^* \frac{\partial u}{\partial \xi} + J_{12}^* \frac{\partial u}{\partial \eta} \quad (3.18)$$

$$J_{11}^* \text{ et } J_{12}^*$$

sont les coefficients de la première ligne de J^{-1} et:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} u_i; \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} u_i \quad (3.19)$$

Les déformations ε_x et γ_{xz} s'obtiennent de la même façon. Dans ces conditions, la matrice de rigidité sera écrite sous la forme :

$$[k] = \int [B]^T \cdot [E] \cdot [B] dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot t \cdot |J| d\xi d\eta \quad (3.20)$$

où t représente l'épaisseur de l'élément et $|J|$ le déterminant de J . $|J|$ est en fonction des coordonnées, mais pour un rectangle ou un parallélogramme il est constant et a la valeur de, où $A \frac{1}{4}$ est l'aire du rectangle ou du parallélogramme et "4" est l'aire en coordonnées $\xi\eta$.

D'autres éléments isoparamétriques plans ont plus de nœuds, d'où il en résulte plus de fonctions de forme N_i et plus de colonnes dans la matrice $[B]$. Par contre, le Jacobien

restera toujours 2 x 2 (deux lignes et deux colonnes). Pour les éléments type Solide, le Jacobien sera 3 x 3 et la matrice [B] aura six lignes.

3.3.6. Assemblage et introduction des conditions aux limites

L'étape de l'assemblage consiste à prendre en compte les contributions de tous les systèmes élémentaires pour construire un système linéaire global que l'on devra résoudre. La clé de l'assemblage est le tableau d'adressage des degrés de liberté qui permet de passer du système élémentaire local (sur un élément K) au système global (sur tout le domaine) en fonction de la numérotation des degrés de liberté.

Donc l'assemblage est l'opération qui construit la matrice de rigidité globale [K], et la valeur globale des sollicitations {F} à partir des matrices élémentaires [K^e] et des vecteurs élémentaires.

$$[K] = \sum_{\text{élément}} [K^e] \quad (3.21)$$

Après assemblage, nous obtenons la forme matricielle suivante :

$$[K]\{U\} = \{F_i\} + \{F_d\} \quad (3.22)$$

[K] : la matrice de rigidité globale

{U} : le vecteur de déplacement

{F_i} : le vecteur de forces inconnues

{F_d} : le vecteur de forces données

Pour simplifier les écritures nous présentons dans le cas d'un calcul statique les deux méthodes couramment utilisées pour tenir compte des conditions aux limites, à savoir : la méthode directe et la méthode de pénalisation.

3.3.6.1. Méthode directe

c'est résolution par blocs, nécessite de modifier (réarranger) les termes des matrices (élimination de ligne . colonne). Elle est coûteuse en temps de calcul, on peut la présenter sous la forme suivante.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ U_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{d1} \\ F_{d2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F_i \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (U_i) = K_{21}^{-1} [F_{d1} - K_{12} \bullet U_d] \\ (F_i) = K_{21} \bullet U_i + K_{22} \bullet U_d - F_{d2} \end{cases} \quad (3.24)$$

Dans le cas particulier ou $\{U_d\} = \{0\}$ le seul les termes

$$\begin{cases} (U_i) = K_{21}^{-1} \bullet F_{d1} \\ (F_i) = K_{21} \bullet U_i - F_{d2} \end{cases} \quad (3.25)$$

3.3.6.2. Méthode de pénalité

La matrice [K] est assemblée sans tenir compte des conditions aux limites puis chaque relation de $u_i = \overline{u_{di}}$ est introduite et en remplaçant

K_{ii} par K_{ii}+G et F_i par $\alpha \overline{u_{di}}$

Avec $\alpha = K_{ii} + G$

G : un nombre très grand par rapport à tous les termes K_{ij}

En pratique on prendra $\alpha = 10^{14} \text{Max}(K_{ij})$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1i} & \dots & k_{1n} \\ k_{i1} & \dots & k_{ii} + G & \dots & k_{in} \\ k_{n1} & \dots & k_{ni} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_i \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ \alpha \overline{u_{di}} \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Donc l'équation s'écrit :

$$\alpha u_i + \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} K_{ij} u_j \right) = \alpha \overline{u_{di}} \quad (3.27)$$

Elle admet la solution approchée : $u_i \cong \overline{u_{di}}$ Si

$$\alpha \overline{u_{di}} \gg \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} K_{ij} u_j \quad (3.28)$$

Cette méthode est très simple a utilisée mais elle peut poser des problèmes lorsque la matrice [K] est mal conditionnée et lorsque certaines composantes de $\{u_n\}$ sont grandes.

3.3.7. Les méthodes de résolutions

Le système géométrique ainsi obtenue après introduction des conditions limites en l'occurrence

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3.29)$$

Sera résolu à l'aide des méthodes de résolutions des systèmes d'équation linéaires qui sont classées en deux catégories :

3.3.7.1. Les méthodes directes

Parmi ces méthodes, la plus utilisée est la méthode d'élimination de Gauss. Les méthodes directes que nous avons étudiées dans le paragraphe suivant sont très efficaces et elles donnent la solution exacte (aux erreurs d'arrondi près) du système linéaire considéré avec de nombre d'opération limites mais d'autre coté Les méthodes directes ont deux inconvénients principaux. le premier problème concerne les exigences informatiques, car ces méthodes nécessitent une bonne capacité de mémoire et un temps de calcul long dans le cas de problèmes complexes. La matrice est dispersée (elle contient beaucoup de valeurs nulles) et, plusieurs techniques ont été proposées pour minimiser le travail informatique. Cependant, pour les méthodes en différences et éléments finis, les exigences de stockage peuvent encore s'avérer inévitablement importantes dans le cas de problèmes à trois dimensions. Le deuxième inconvénient concerne les erreurs successives des méthodes directes. Etant donné que beaucoup d'opérations arithmétiques sont effectuées, des erreurs successives peuvent s'accumuler pour certains types de matrices.

3.3.7.1.1. Méthode d'élimination de Gauss et factorisation

LU La méthode d'élimination de Gauss a pour but de transformer le système $Ax=b$ en un système équivalent (c'est à dire ayant la même solution) de la forme $Ux=b$, où U est une matrice triangulaire supérieure et b , est un second membre convenablement modifié convenablement. Ce dernier système peut être alors résolu par une méthode de substitution rétrograde.

Au cours de la transformation, on utilise essentiellement la propriété selon laquelle on ne change pas la solution du système quand on ajoute à une équation donnée une combinaison linéaire des autres équations.

Considérons une matrice inversible $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ dont le terme a_{11} diagonal est supposé non nul. On pose $A(1) = A$ et $b(1) = b$. On introduit les multiplicateurs

$$m_{i1} = \frac{a_{i1}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \quad , \quad i=2,3,\dots,n, \quad (3.30)$$

où les $a_{i1}^{(1)}$ désignent les éléments de $A^{(1)}$. On peut éliminer l'inconnue x_1 des lignes $i = 2, \dots, n$ en leur retranchant m_{i1} fois la première ligne et en faisant de même pour le membre de droite. On définit alors

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - m_{i1} a_{1j}^{(1)} \quad , \quad i,j=2,\dots,n, \quad (3.31)$$

$$b_i^{(2)} = b_i^{(1)} - m_{i1} b_1^{(1)} \quad , \quad i=2,\dots,n, \quad (3.32)$$

Où les $b_i^{(1)}$ sont les composantes de $b^{(1)}$ et on obtient un nouveau système de la forme

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(2)} & \cdots & a_{nn}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ \vdots \\ b_n^{(2)} \end{bmatrix}$$

que l'on note $A(2)x = b(2)$ et qui est équivalent au système de départ. On peut à nouveau transformer ce système de façon à éliminer l'inconnue x_2 des lignes 3, ..., n. En poursuivant ainsi, on obtient une suite finie de systèmes

$$A^{(k)}x = b^{(k)}, \dots, 1 \leq k \leq n \quad (3.34)$$

où, pour $k \geq 2$, la matrice $A^{(k)}$ est de la forme suivante

$$A^{(k)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \dots & \dots & \dots & a_{1n}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & & & & a_{2n}^{(2)} \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & 0 & a_{kk}^{(1)} & & & a_{kn}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_{nk}^{(1)} & \dots & a_{nn}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

où on a supposé $a_{ii}^{(1)} \neq 0$ pour $i=1, \dots, k-1$. Il est clair que pour $k = n$

on obtient alors le système triangulaire supérieur $A^{(n)}x = b^{(n)}$ suivant

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \dots & \dots & a_{1n}^{(1)} \\ \vdots & a_{22}^{(1)} & & & a_{2n}^{(2)} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & & a_{nn}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Pour être consistant avec les notations introduites précédemment, on note U la matrice

Triangulaire supérieure $A^{(n)}$. Les termes a_{kk}^k sont appelées pivots et doivent être évidemment non nuls pour

$$k = 1, \dots, n-1.$$

Afin d'explicitier les formules permettant de passer du k .ième système au $(k+1)$.ième, pour

$$k = 1, \dots, n-1, \text{ on suppose que } a_{kk}^k \neq 0 \text{ et on définit les multiplicateurs}$$

on pose alors

$$m_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}}, \quad i = k + 1, \dots, n. \quad (3.37)$$

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - m_{ik} a_{kj}^{(k)} \quad i, j = k + 1, \dots, n, \quad (3.38)$$

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - m_{ik} b_k^{(k)} \quad i = k + 1, \dots, n, \quad (3.39)$$

3.3.7.2. Les méthodes indirectes

L'utilisation des méthodes itératives est généralement plus avantageuse lorsque celles-ci convergent. les méthodes de Jacobi, de relaxation ne convergent le plus souvent que dans les cas particulier(le rayon spectrale strictement inférieur de 1 , la matrice soit défini positives. etc).mais il existe des méthodes itératives beaucoup plus élaborées et qui convergent dans des cas plus généraux que ceux d'écrits ici., ces méthodes sont beaucoup plus économiques puisqu'il n'est pas nécessaire de stocker en mémoire les coefficients nuls aussi il est souvent avantageux d'utiliser des méthodes itératives qui ne donnent pas toujours la solution exacte du système en un nombre fini d'itérations, mais qui donnent une solution approchée à coût moindre qu'une méthode directe, car elles ne font appel qu'à des produits matrice vecteur.

3.3.7.2.1. Les méthodes de Jacobi, et de relaxation

Dans cette section, nous considérons quelques méthodes itératives linéaires classiques. Si les coefficients diagonaux de A sont non nuls, on peut isoler l'inconnue xi dans la i.eme équation, et obtenir ainsi le système linéaire équivalent

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_j \right], \quad i=1, \dots, n \quad (3.40)$$

Dans la méthode de Jacobi, pour une donnée initiale arbitraire x0, on calcule

$x_i^{(k+1)}$ selon la formule

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right], \quad i=1, \dots, n. \quad (3.41)$$

Ce la revient à effectuer la décomposition suivante de la matrice A :

$$P = D, N = D - A = E + F,$$

où D est la matrice diagonale composée des coefficients diagonaux de A, E est la matrice triangulaire inférieure de coefficients $e_{ij} = -a_{ij}$, si $i > j$, $e_{ij} = 0$ si $i \leq j$, et F est la matrice triangulaire supérieure de coefficients $f_{ij} = a_{ij}$ si $j > i$, $f_{ij} = 0$ si $j \leq i$. Ainsi, $A = D - (E + F)$.

La matrice d'itération de la méthode de Jacobi est donc donnée par

$$B_j = D^{-1}(E + F) = I - D^{-1}A \quad (3.42)$$

Une généralisation de la méthode de Jacobi est la méthode de sur relaxation (ou Jor, pour Jacobi over ω relaxation), dans laquelle on se donne un par a mètre de relaxation et on remplace (3.57) par

$$x_i^{(k+1)} = \frac{\omega}{a_{ii}} \left[b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right] + (1 - \omega) x_i^{(k)} \quad , i=1, \dots, n \quad (3.43)$$

La matrice d'itération correspondante est :

$$B_{J\omega} = \omega B_j + (I - \omega)I \quad (3.44)$$

Sous la forme (4.7), la méthode Jor correspond à

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \omega D^{-1} r^{(k)} \quad (3.45)$$

Cette méthode est consistante pour tout $\omega \neq 0$. Pour $\omega = 1$, elle conduit à la méthode de Jacobi.

3.4. Erreurs dans L'analyse des logiciels utilisant la MEF

3.4.1. Erreurs usuelles

Une matrice de rigidité globale $[K]$ peut être singulière au cas où :

- ❖ Un ou plusieurs nœuds ne sont pas connectés à un élément le manque de supports, ou bien les supports sont insuffisants pour prévenir des mouvements de corps rigide ;
- ❖ Un mécanisme est créé du fait que le modèle (une partie du modèle) est insuffisamment bloqué ;
- ❖ Une partie de la structure a flambé ;

Une matrice $[K]$ singulière déclenche un message d'erreur et arrête le processus d'analyse numérique. Si l'exécution s'arrête ou l'exécution continue mais les résultats sont bizarres il est clair que quelque chose ne va pas et dans ce cas une recherche de l'erreur est absolument nécessaire.

Il est plus dangereux s'il existe des erreurs qui puissent conduire à des résultats plausibles, mais pas précis ou exacts. Dans cette catégorie on peut énumérer :

- ❖ Une utilisation erronée des types d'éléments ; par exemple, les éléments de coque (SHELL) sont utilisés à la place des éléments de type "SOLIDE" ou bien des éléments de symétrie axiale à la place des éléments plans (PLANE éléments);
- ❖ Les appuis (supports) sont mal disposés en direction, type ou location ;
- ❖ Les chargements sont mal disposés en direction, type, location ou grandeur ;
- ❖ Autres données peuvent être incorrectes ; par exemple une utilisation incorrecte des unités de mesure (vitesse angulaire ω en rot/sec au lieu de rad/sec);
- ❖ Un élément peut être défini plusieurs fois ; la duplication est très difficile à détecter à cause du fait qu'il est très difficile d'observer l'erreur lors du traçage ;
- ❖ Une connexion peut être sans aucune signification du point de vue physique.

3.5. Critique des résultats obtenus par MEF

Cette étape est très cruciale et l'on a tendance à ne pas la prendre au sérieux.

L'expérience et les connaissances déjà acquises ainsi qu'une bonne appréhension du phénomène étudié contribuent énormément à distinguer entre une analyse bien menée et Celle mal menée

Chapitre 4

Étude comparative

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous procéderons à réaliser plusieurs calculs à l'aide des méthodes classiques et la MEF. une comparaison sera faite à la lumière de laquelle des conclusions seront tirées.

Les méthodes utilisées, outre la MEF, sont les suivantes :

1. Les méthodes classiques des tranches (bishop et Fellenius)
2. La méthode Bishop simplifiée
3. L'abaque de Taylor
4. Méthode de Spencer.

La MEF est utilisée grâce à un programme développé par Griffiths [14].

On prendra trois cas de figure, à savoir :

- a. Talus homogène sans nappe,
- b. Talus hétérogène avec deux couches sans nappe,
- c. Talus homogène avec nappe.

✚ La première :

Pour faciliter le travail que nous utilisons logiciel Excel et AutoCAD

Tout d'abord, nous dessinons la forme de sol à l'aide d'AutoCAD avec toutes les mesures et mettre l'arc et le diviser en morceaux

✚ deuxième:

Nous utilisons des programmes qui entrent dans Excel et toutes les relations nécessaires pour calculer le facteur de sécurité et le reste sur le compte d'une manière

Que le changement du rayon de l'ensemble de l'arc de sol glissant et que le changement dans l'angle

✚ En ce qui concerne le programme Verruijt nous intégrons toutes les données dans le programme, nous obtenons un facteur de sécurité

4.2. Etude des applications

4.2.1 Application1 : Talus homogène sans nappe

Les caractéristiques des sols

C (KN /m ²)	Φ (deg)	γ (KN /m ³)
65	0	19

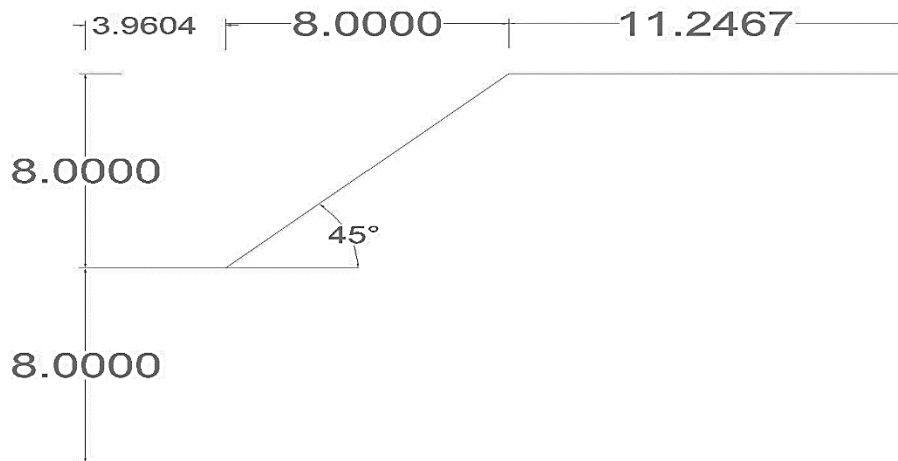


Figure (4.1) : schéma de talus application 1

4.2.1.1 Calcul avec les méthodes d'équilibre limite

Nous calculons le coefficient de sécurité pour un nombre suffisant de cercles. Le coefficient de sécurité réel du talus est celui qui correspond au cercle donnant la valeur minimale de F_s ,

4.2.1.2. En utilisant le programme de STB

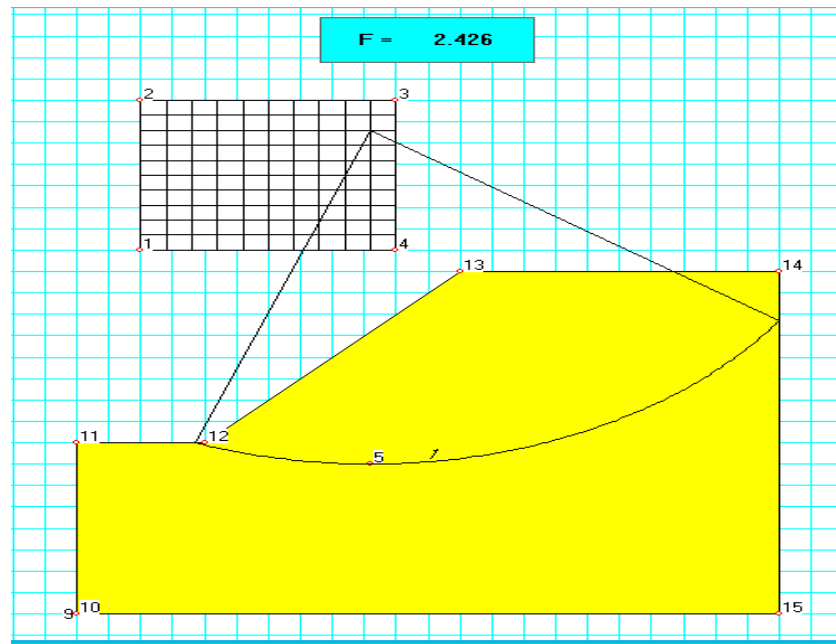


Figure (4.2) : Calcul de F_s Par Le Programme **STB**

4.2.1.3. En utilisant la méthode suédoise

Poids de la masse du sol = $104.2 * 19 = 1979.8 \text{ KN /m}$

le centroïde de ABCD est à 4 m et rayon OC est de 15.4 m, la longueur de l'arc ABC calculée à 23.17 m, le facteur de sécurité est donné par

$$F = \frac{c_u * l_a * r}{w * d} = \frac{65 * 23.17 * 15.4}{1979.8 * 4} = 2.92 \quad (4.1)$$

4.2.1.4. Utilisant les méthode des tranches (Bishop et Fellenius et Spencer)
(figure4.2)

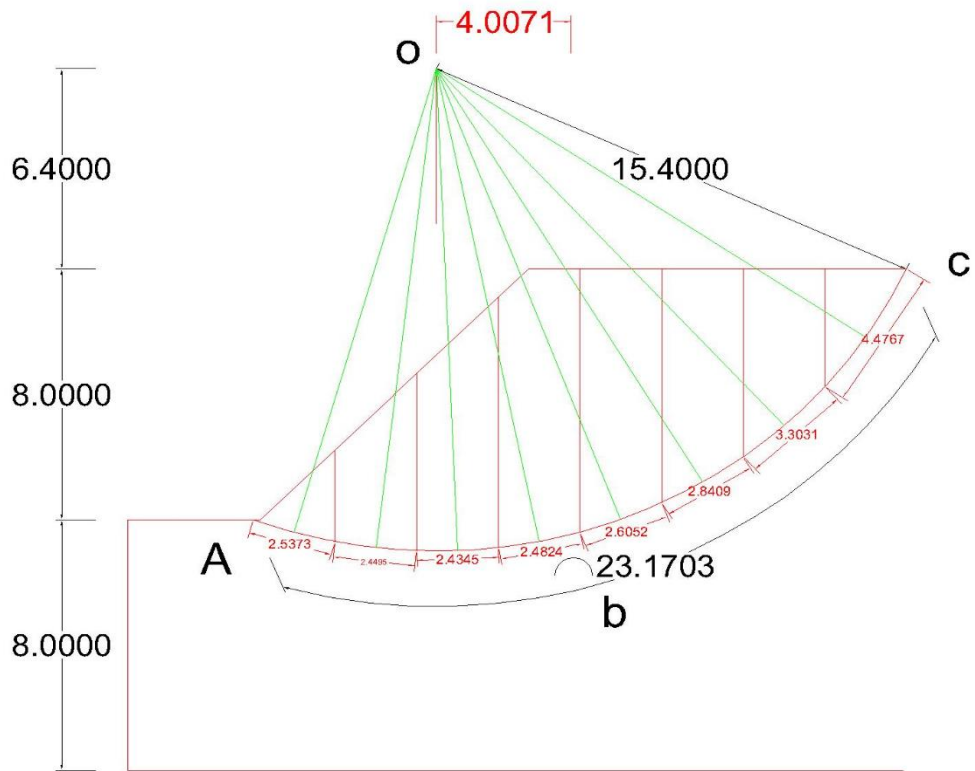


Figure (4.3) : Schéma de talus application 1

4.2.1.5. En utilisant L'abaque de Taylor

Le facteur de sécurité minimum peut être estimé en utilisant

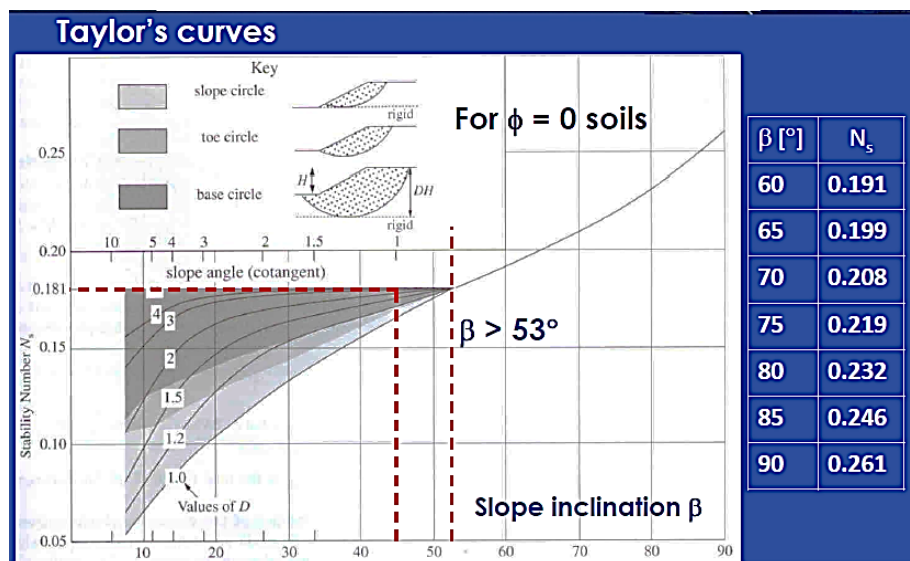
$$F_s = \frac{c_u}{N_s * \gamma * H} \quad (4.2)$$

En utilisant le tableau de Taylor pour N_s vs tranche inclination β pour $\beta = 45^\circ$ et en

Supposant que D soit grand, la valeur de N_s est de 0,18

$$F_s = \frac{c_u}{N_s * \gamma * H} = \frac{65}{0.17 * 19 * 8} = 2.51 \quad (4.3)$$

Tableau (4.2) : Abaque de Taylor



4.2.1.6. Calcul avec la méthode des éléments finis

Nous utilisons le code fortran « slope 64 » écrit par D.V. Griffiths pour le calcul aux éléments finis.

+ Modélisation

Nous ouvrons un fichier de stabilité des talus , puis nous changeons dans le fichier data

Selon l'exemple étudié, nous gardons les données

Ensuite, nous ouvrons le programme slope64 et d'écrire le nom d'exemple et cliquer sur le bouton ok

Vous obtenez les résultats suivants : Facteur de sécurité $F_s = 2.22$

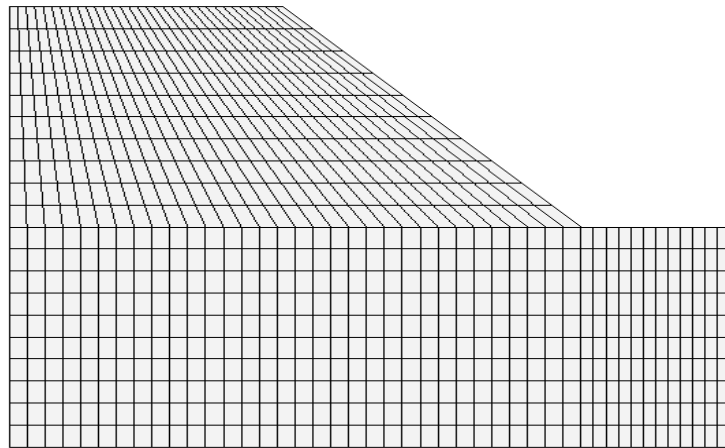


Figure (4.4) schéma de maillage de l'application 1

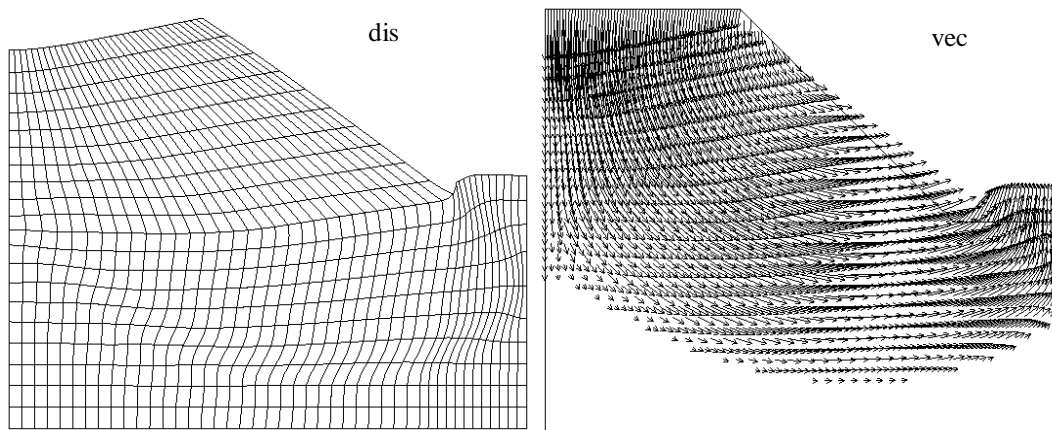


Figure (4.5) schéma des vecteurs de déplacement et la déformée au maillage de l'application 1

4.2.2. Application 2 : Talus dans un terrain formé de deux couches

Nous avons un talus avec les propriétés indiquées dans la figure (4.6).

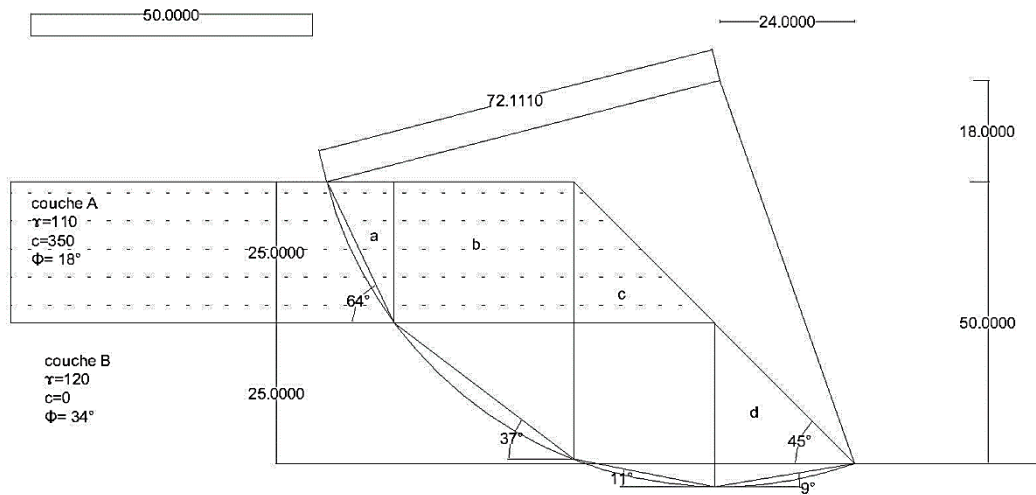


Figure (4.6) : schéma d'application 2

4.2.2.1 En utilisant le programme de STB

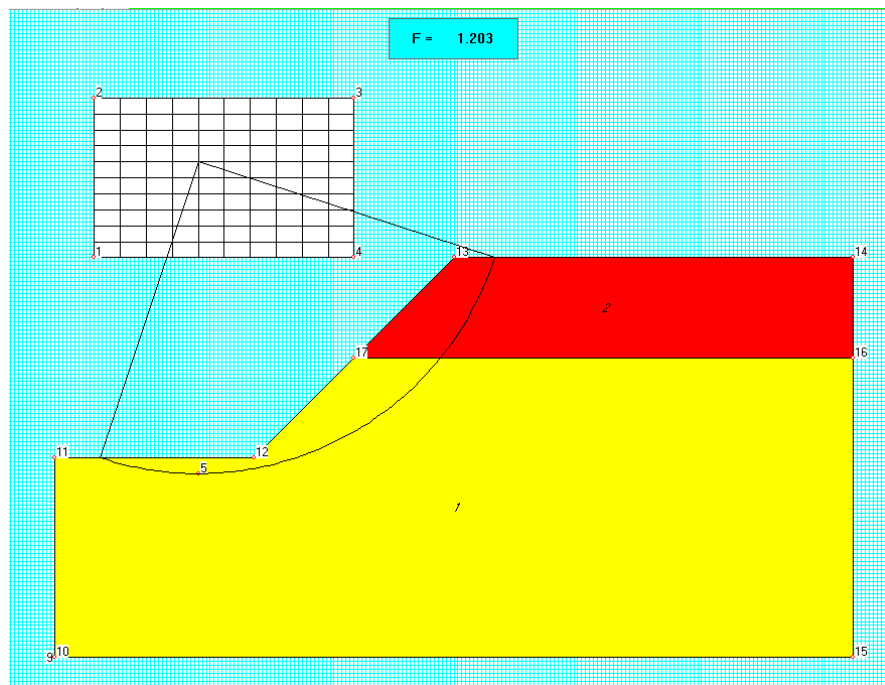


Figure (4.7) : calcul de F_s par le programme STB

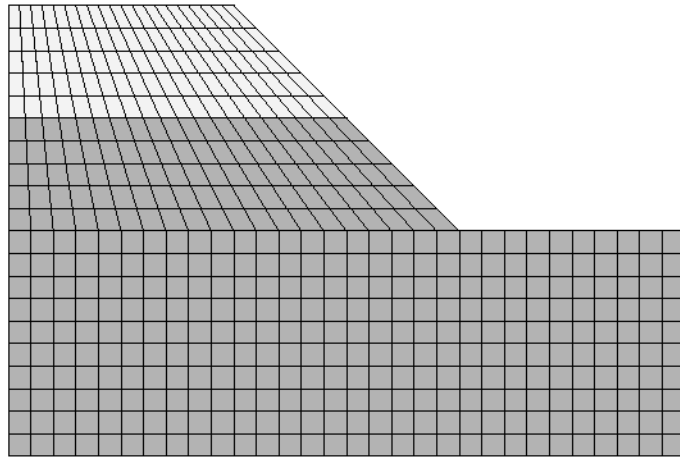


Figure (4.9) : schéma de maillage de l'application 2

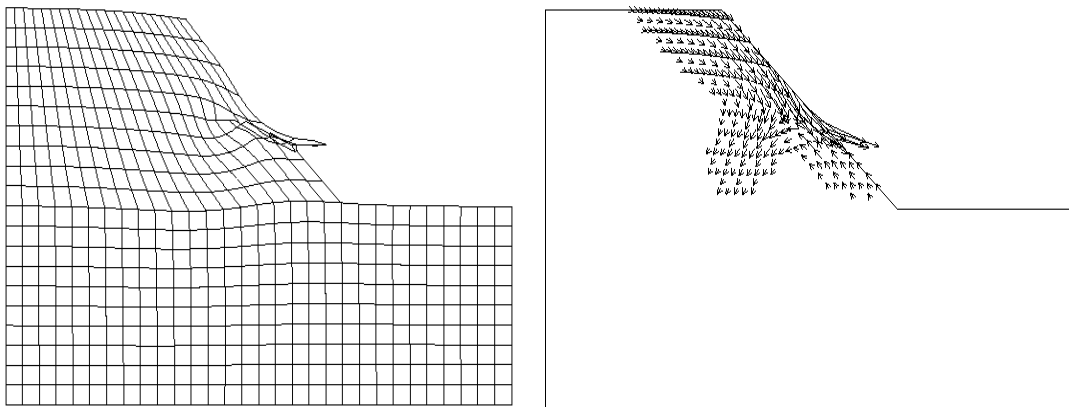


Figure (4.10) schéma des vecteurs de déplacement et la déformée au maillage de l'application 2

4.2.3. Application 3 :

À l'aide de la méthode des Fellenius par tranches, déterminer le facteur de sécurité, en termes de stress effectif, de la figure de la pente pour la surface de défaillance donnée en utilisant les paramètres de résistance de pointe $C' = 10\text{KPa}$ et $\Phi' = 29^\circ$

le poids unitaire du sol ci-dessus et au-dessous de la table est de 20 KN /m^3

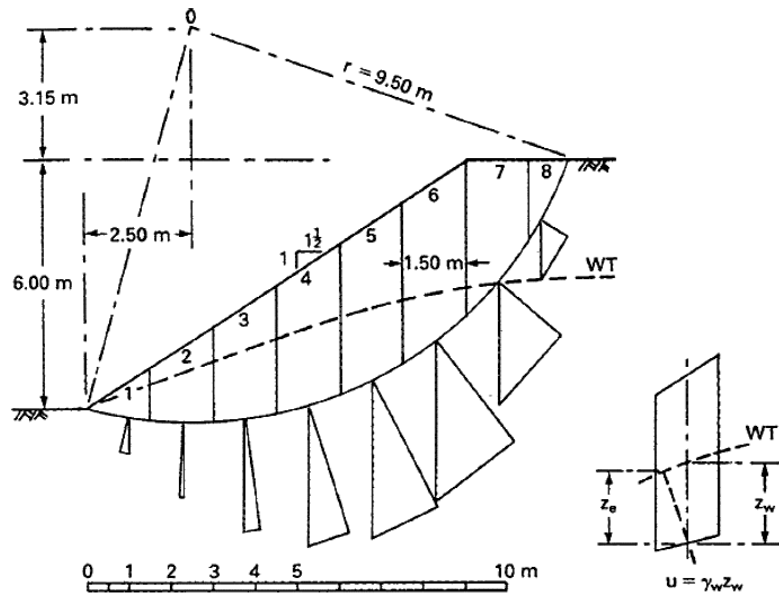


Figure (4.11) : schéma d'application 3

4.2.3.1. En utilisant le programme STB

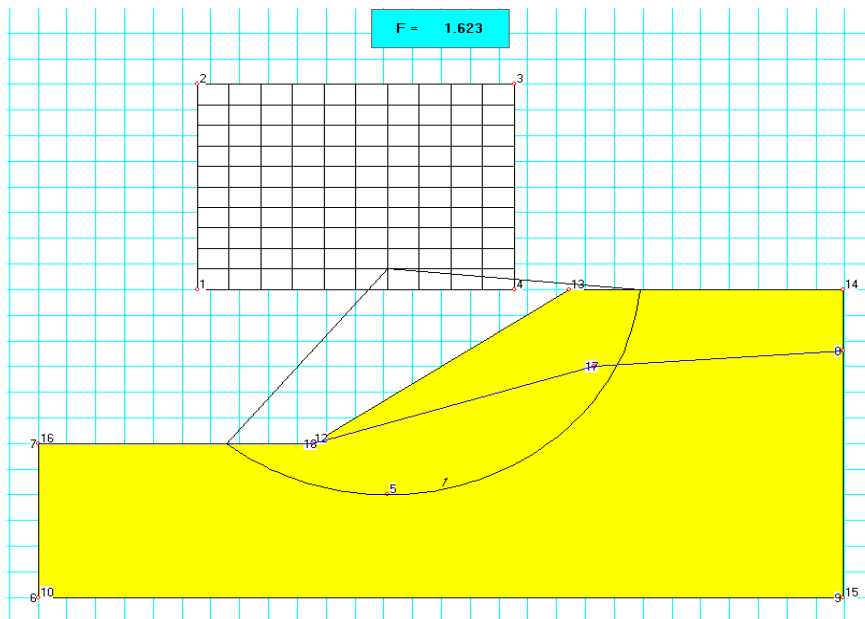


Figure (4.12) : calcul de F_s par le programme STB

4.2.3.3. Calcul avec la méthode des éléments finis :

Nous sommes dans les mêmes étapes de premières d'application Vous obtenez les résultats suivants :

Application 3: Un talus drainé à couches homogène

✚ **Les résultats** : Facteur de sécurité $F_S = 1.02$

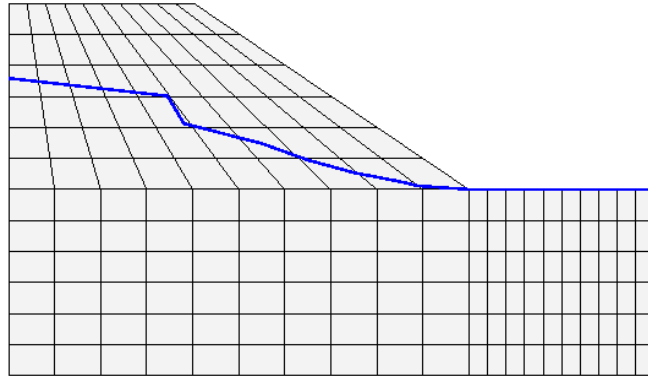


Figure (4.14) schéma de maillage de l'application 3

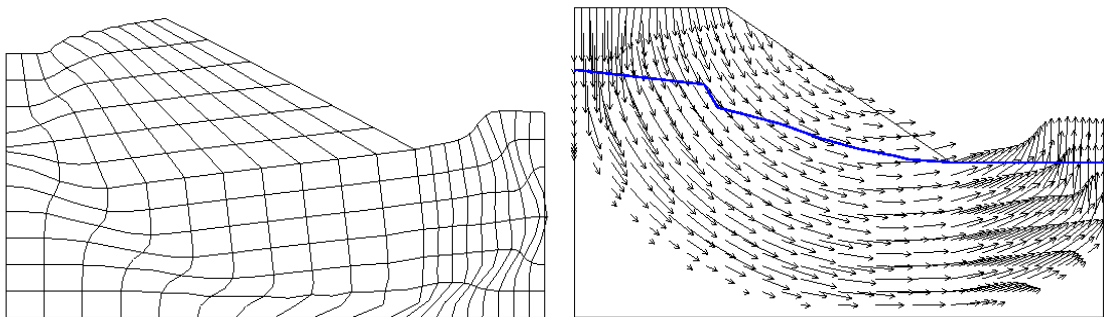


Figure (4.15) schéma des vecteurs de déplacement et la déformée
au maillage de l'application 3

4.3. Comparaison générale

Tableau (4.5) : comparaison entre les méthodes classique et MEF

Méthode		STB	Bishop	Fellenius	Spencer	Suédoise	Taylor	MEF
Application 1	Fs	2.42	2.62	2.63	2.76	2.92	2.51	2.22
Application 2	Fs	1.20	1.64	1.41	0.98	-	-	0.69
Application 3	Fs	1.62	1.54	1.22	2.16	-	-	1.02

4.4. Conclusion :

A travers les résultats obtenus dans cet exemple, nous observons que la méthode des éléments finis est plus précise et plus rapide pour donner des résultats plus proches de la réalité à la différence des méthodes classiques, elles comptent sur un grand nombre de possibilités et les résultats donc moins précis Tableau (4.5)

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

Chapitre 5 : Conclusion et Perspective

À l'issue de ce travail de synthèse et de comparaison entre différentes méthodes de calcul de la stabilité des talus, on peut avancer un certain nombre de conclusions.

- La première est que l'étude de la stabilité des pentes et des talus revêt un intérêt très important pour le concepteur et l'ingénieur dans les deux types de pentes celles créées par l'homme et celles pentes naturelles. il y va de la sécurité des humains et des conséquences socioéconomiques.
- Longtemps, et même de nos jours, les méthodes utilisées sont des méthodes classiques basées sur des hypothèses simplificatrices, parfois grossièrement, qui donnent des résultats éloignés de la réalité. elles sous-estiment l'effet de certains paramètres qui peuvent les rendre ou conservatives ou, au contraire, ou non-conservative comme dans le cas de manière dont on prend en compte l'effet de rabattement.
- L'utilisation généralisée des ordinateurs de bureaux et des laptops et leur puissance et performance de plus en plus accrue, a permis de faire appel à des méthodes numériques sophistiquées pour la résolution des problèmes de stabilité des pentes. La méthode des éléments finis en est le meilleur exemple.
- Cette méthode a l'avantage de ne pas se fonder sur des hypothèses simplificatrices comme la forme de la surface de glissement ou la prise en compte ou non des forces inter-tranches. elle procède à un calcul élastoplastique parfait pour déterminer l'état des contraintes aux points de Gauss et suivre le développement de celles-ci vis-à-vis d'un critère de rupture pour définir, ainsi, une surface de glissement ou de ruine.
- Cette méthode, à travers l'étude comparative que nous avons menée, peut être considérée la meilleure méthode pour l'obtention du facteur de sécurité.
- Toutefois, et ceci est valable quel que soit la méthode utilisée, il faut insister, ici, sur un fait important qui consiste à dire que le facteur de sécurité calculé dépend fortement des paramètres du sol étudié et, notamment, la cohésion et l'angle de frottement interne qui ne sont pas faciles à déterminer en raison de leur variabilité spatiale et de l'écart qui existe entre les valeurs in-situ et les valeurs obtenus par le biais d'essais de laboratoire.

C'est ainsi que des études de fiabilité doivent être réalisées afin de mieux la portée des méthodes utilisées. il est, également, nécessaire de définir une technique adéquate pour déterminer la surface de glissement critique dont dépendent les méthodes classiques.

Ceci peut être l'un des thèmes sur lesquels on doit se pencher dans de futurs travaux.

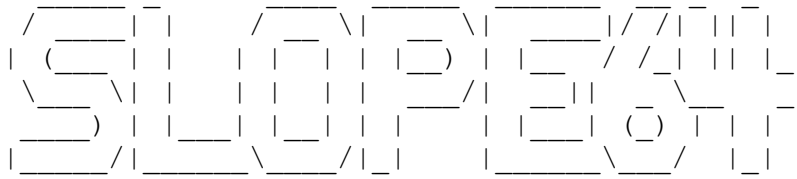
Références bibliographiques

- [1] <https://watchers.news/2017/02/02/landslides-casualties-2016>
- [2] Cheng, Y.M., Lau, C.K. Slope Stability Analysis and Stabilization Routledge, 2008,
- [3] Ministère de l'écologie et du développement durable Direction de la Prévention des pollutions et des risques majeurs en France, Les mouvements de terrain, 2004
- [4] ALAA Koudery, Stabilité des pentes, cours réalisé avec le soutien de l'Agence universitaire de la Francophonie 2005
- [5] Wikipedia .[https://fr.wikipedia.org/wiki/Pente_\(topographie\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Pente_(topographie)) .
[https://fr.wikipedia.org/wiki/Affaissement et effondrement miniers](https://fr.wikipedia.org/wiki/Affaissement_et_effondrement_miniers)
- [6] Google image
https://www.google.dz/imghp?hl=ar&tab=wi&ei=lwMkWeD8E4GxU_3mlg&ved=0EKouCBIoAQ
- [7] Philipponnat G. & Hubert B., Fondation et ouvrages en terre, Editions Eyrolles 1998.
- [8] Duncan, J. M., State Of The Art : Limit Equilibrium And Finite-Element Analysis Of Slopes, Journal of Geotechnical Engineering, July 1996
- [9] Jean, B. J., Étude pluridisciplinaire de la stabilité des pentes : Application au glissement de Kenscoff-Mahotièr (Haïti), Collection Thèses UCL Éditeur Presses universitaires de Louvain, 2012
- [10] J. Michael Duncan, Stephen G. Wright, Thomas L. Brandon. Soil Strength and Slope Stability . Second Edition 2014
- [11] Masekanya, J. P., Stabilité des pentes et saturation partielle : Étude expérimentale et modélisation numérique, thèse de doctorat, université de Liège, 2008
- [12] Zienkiewicz, The finite element method, Vol. I. Basic formulations and linear problems. 1989
- [13] Abramson, L. W. Lee, T. S. Sharma, S. and Boyce G. M., Slope Stability and Stabilisation Methods, Second edition published by John Wiley & Sons 2002
- [14] Smith I. M., Griffiths D. V., Programming the Finite Element Method, Fourth edition John Wiley & Sons 2004

ANNEXES

ANNEXES

Annexe 1 :fichier *.res du programme slope 64



written by
D.V. Griffiths
Colorado School of Mines
2013

Example 1: A homogeneous slope

w1= 7.35
s1= 8.00
w2= 4.00
h1= 8.00
h2= 8.00

nx1= 32
nx2= 12
ny1= 10
ny2= 10

Group	phi	c	psi	gamma	e	v
1	0.00	65.00	0.00	19.00	0.1000E+06	0.30

k_h= 0.00

Iteration ceiling= 1000

Factor of Safety tolerance= 0.020

trial factor	max displ	iterations
0.5000	0.1802E-01	2
1.0000	0.1897E-01	6
1.5000	0.2417E-01	11
2.0000	0.3045E-01	61
2.1250	0.3397E-01	83
2.1875	0.4050E-01	229
2.2031	0.4763E-01	500
2.2188	0.7467E-01	1000

Estimated Factor of Safety = 2.22

ANNEXES

Example 3: A homogeneous slope including a free-surface

w1= 6.00
s1= 8.89
w2= 6.00
h1= 6.00
h2= 6.00

nx1= 10
nx2= 10
ny1= 6
ny2= 6

Group	phi	c	psi	gamma	e	v
1	29.00	10.00	0.00	20.00	0.1000E+06	0.30

k_h= 0.00

Free-surface coordinates

0.00	-2.41
5.14	-2.98
5.67	-3.87
8.18	-4.51
9.69	-5.05
11.19	-5.46
12.70	-5.75
13.22	-5.88
14.95	-6.00
20.89	-6.00

Iteration ceiling= 1000

Factor of Safety tolerance= 0.020

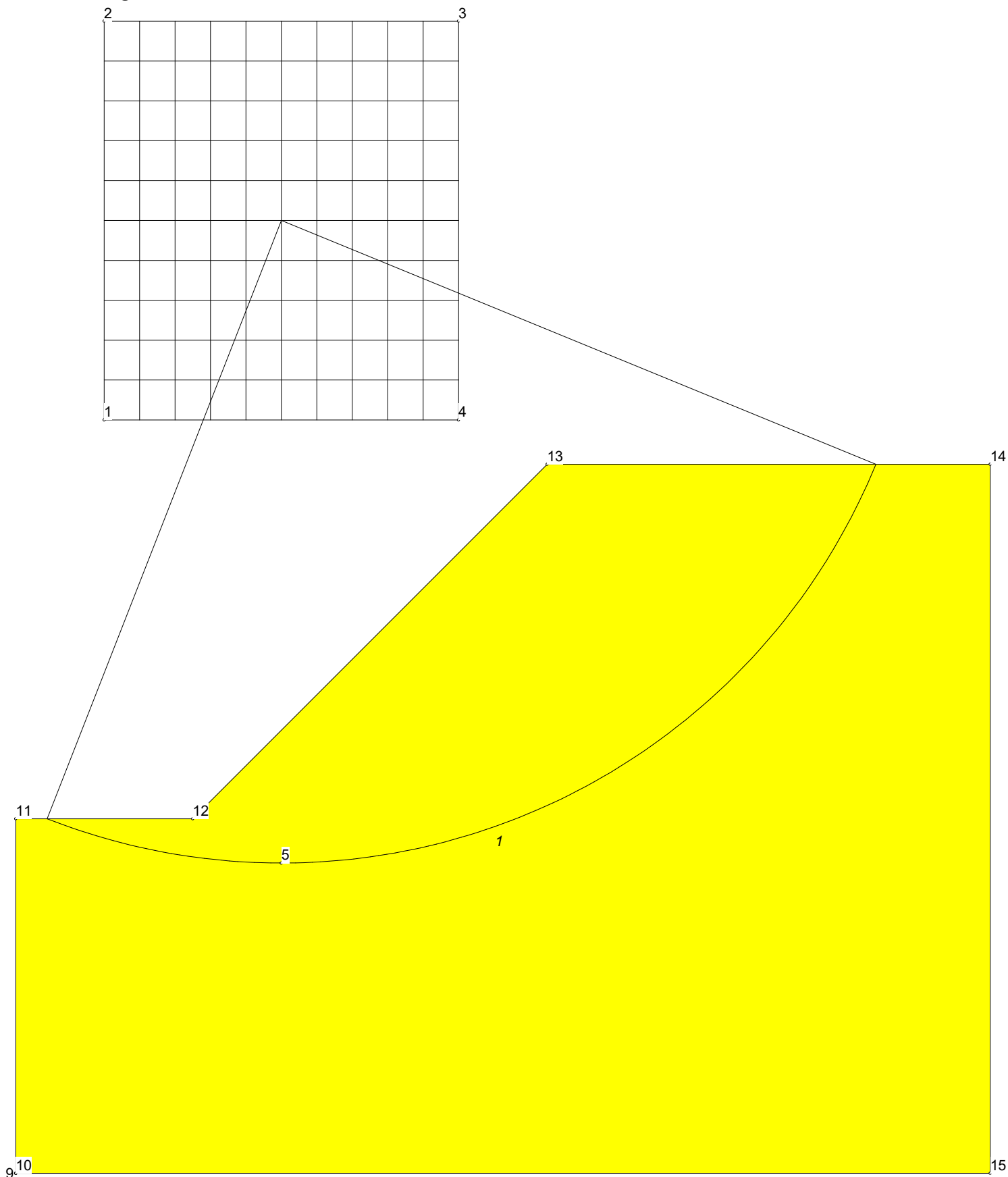
trial factor	max displ	iterations
0.5000	0.1844E-01	56
1.0000	0.3626E-01	959
1.0156	0.4864E-01	1000

Estimated Factor of Safety = 1.02

General Data

Licensed User : Résultat verrujit app/ aouissi et bouafia
File Name : aouissi et bouafia.stb
Problem Name : aouissi et bouafia
Number of Slices : 1000
Relative Horizontal Force: 0.000000
Number of Nodes : 15
Number of Soil Polygons : 1

Definition Figure



Résultat verrujit app/ aouissi et bouafia

Input Data

Coordinates of Nodes

Node	x	y
1	2.000	17.000
2	2.000	26.000
3	10.000	26.000
4	10.000	17.000
5		7.000
6	0.000	0.000
7	0.000	0.000
8	0.000	0.000
9	0.000	0.000
10	0.000	0.000
11	0.000	8.000
12	4.000	8.000
13	12.000	16.000
14	22.000	16.000
15	22.000	0.000

Structure of Polygons

Window of centers of slip circles

Nodes 1 2 3 4

Deepest point of all slip circles

Node 5

Water Polygon

Nodes 6 7 8 9

Soil Polygons

1: Nodes 10 11 12 13 14 15

Properties of Soils

Soil	Wd kN/m ³	Ws kN/m ³	Ko --	c kN/m ²	phi degrees	P/F	p=0 m	cap m
1	19.000	19.000	1.000	65.000	0.000	P		0.000

Output Data

Safety Factors

2.883	2.793	2.742	2.721	2.724	2.718	2.576	2.509	2.514	2.588	2.742
2.914	2.810	2.749	2.721	2.720	2.733	2.603	2.497	2.474	2.525	2.666
2.955	2.834	2.761	2.726	2.719	2.710	2.658	2.510	2.449	2.473	2.607
3.010	2.867	2.780	2.735	2.722	2.689	2.634	2.568	2.450	2.438	2.557
3.083	2.913	2.809	2.752	2.730	2.671	2.612	2.584	2.493	2.426	2.523
3.182	2.975	2.849	2.777	2.745	2.657	2.594	2.563	2.563	2.457	2.513
3.318	3.061	2.905	2.814	2.758	2.649	2.580	2.547	2.547	2.587	2.547
3.508	3.180	2.983	2.867	2.769	2.648	2.572	2.536	2.536	2.596	2.682
3.784	3.350	3.094	2.943	2.794	2.657	2.573	2.533	2.533	2.614	2.766
4.210	3.599	3.255	3.053	2.840	2.683	2.587	2.542	2.542	2.646	2.808
4.913	3.991	3.499	3.210	2.919	2.733	2.622	2.570	2.574	2.701	2.875

Critical slip circle

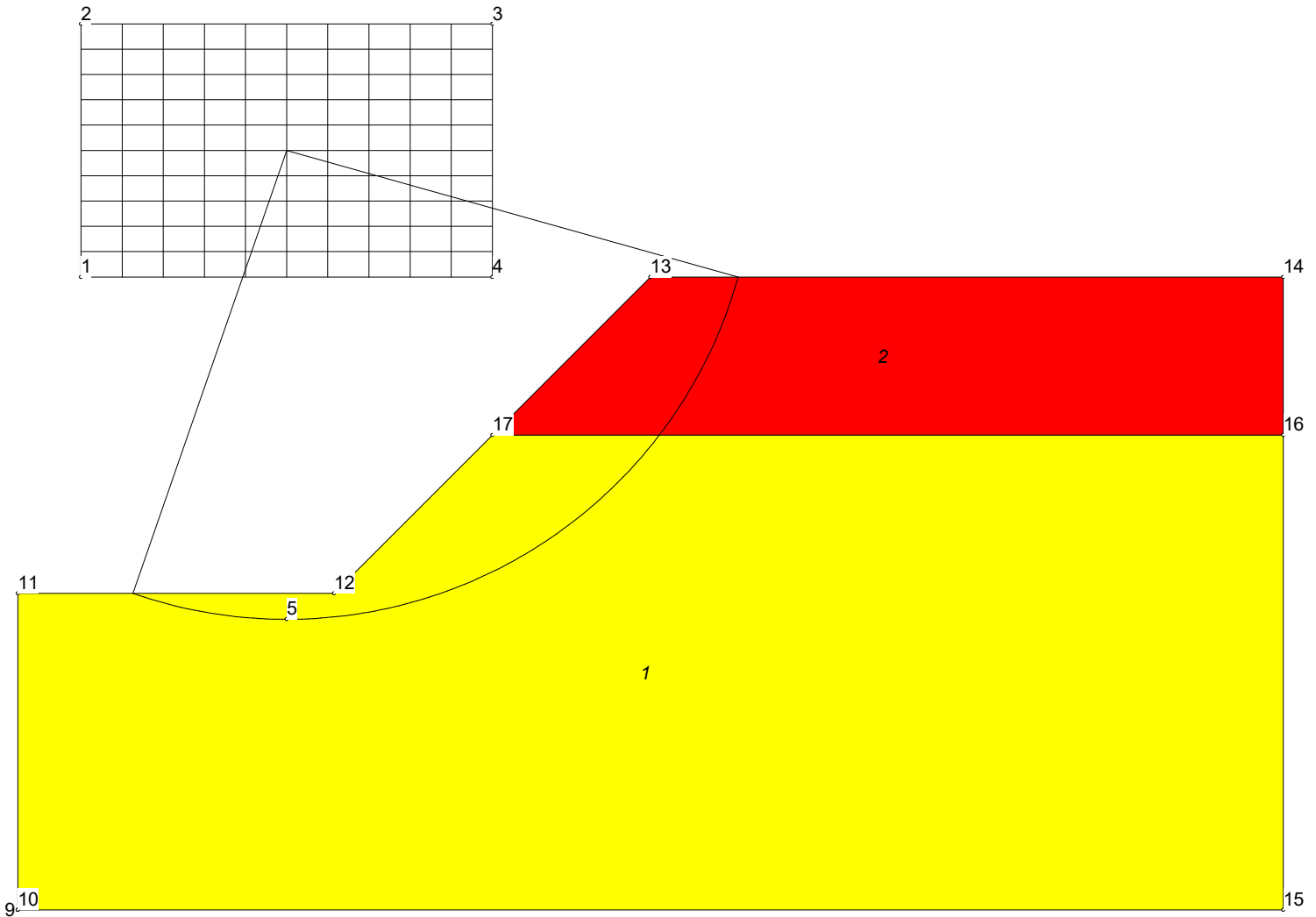
Center: x = 9.200, y = 22.400, Radius: 14.500, F = 2.426

General Data

Licensed User :
File Name :
Problem Name :
Number of Slices : 1000
Relative Horizontal Force: 0.000000
Number of Nodes : 17
Number of Soil Polygons : 2

résultat verrujit app/ aouissi et bouafia
aouissi et bouafia
application 2

Definition Figure



Input Data

Coordinates of Nodes

Node	x	y
1	10.000	100.000
2	10.000	140.000
3	75.000	140.000
4	75.000	100.000
5		45.900
6	0.000	0.000
7	0.000	0.000
8	0.000	0.000
9	0.000	0.000
10	0.000	0.000
11	0.000	50.000
12	50.000	50.000
13	100.000	100.000
14	200.000	100.000
15	200.000	0.000
16	200.000	75.000
17	75.000	75.000

Résultat verrijit app/ aouissi et bouafia

Structure of Polygons

Window of centers of slip circles

Nodes 1 2 3 4

Deepest point of all slip circles

Node 5

Water Polygon

Nodes 6 7 8 9

Soil Polygons

1: Nodes 10 11 12 17 16 15

2: Nodes 17 13 14 16

Properties of Soils

Soil	Wd kN/m ³	Ws kN/m ³	Ko --	c kN/m ²	phi degrees	P/F	p=0 m	cap m
1	120.000	120.000	1.000	0.000	34.000	P		0.000
2	110.000	110.000	1.000	350.000	18.000	P		0.000

Output Data

Safety Factors

3.546	1.587	1.284	1.234	1.265	1.332	1.424	1.539	1.678	1.845	2.045
6.267	1.836	1.327	1.229	1.246	1.307	1.397	1.512	1.651	1.819	2.022
12.374	2.175	1.401	1.233	1.228	1.284	1.371	1.484	1.624	1.793	1.999
12.390	2.763	1.534	1.250	1.216	1.262	1.345	1.457	1.597	1.768	1.977
12.422	4.005	1.695	1.286	1.209	1.242	1.320	1.431	1.570	1.743	1.957
12.473	8.207	1.919	1.355	1.212	1.226	1.298	1.405	1.545	1.719	1.937
12.548	37.761	2.263	1.443	1.230	1.213	1.277	1.382	1.521	1.697	1.920
12.655	41.800	2.861	1.545	1.270	1.209	1.259	1.359	1.498	1.677	1.905
12.801	47.408	4.182	1.680	1.322	1.217	1.245	1.339	1.477	1.659	1.894
12.999	55.613	11.937	1.864	1.378	1.242	1.238	1.324	1.459	1.644	1.886
13.268	68.526	---	2.142	1.445	1.273	---	---	---	---	---

Critical slip circle

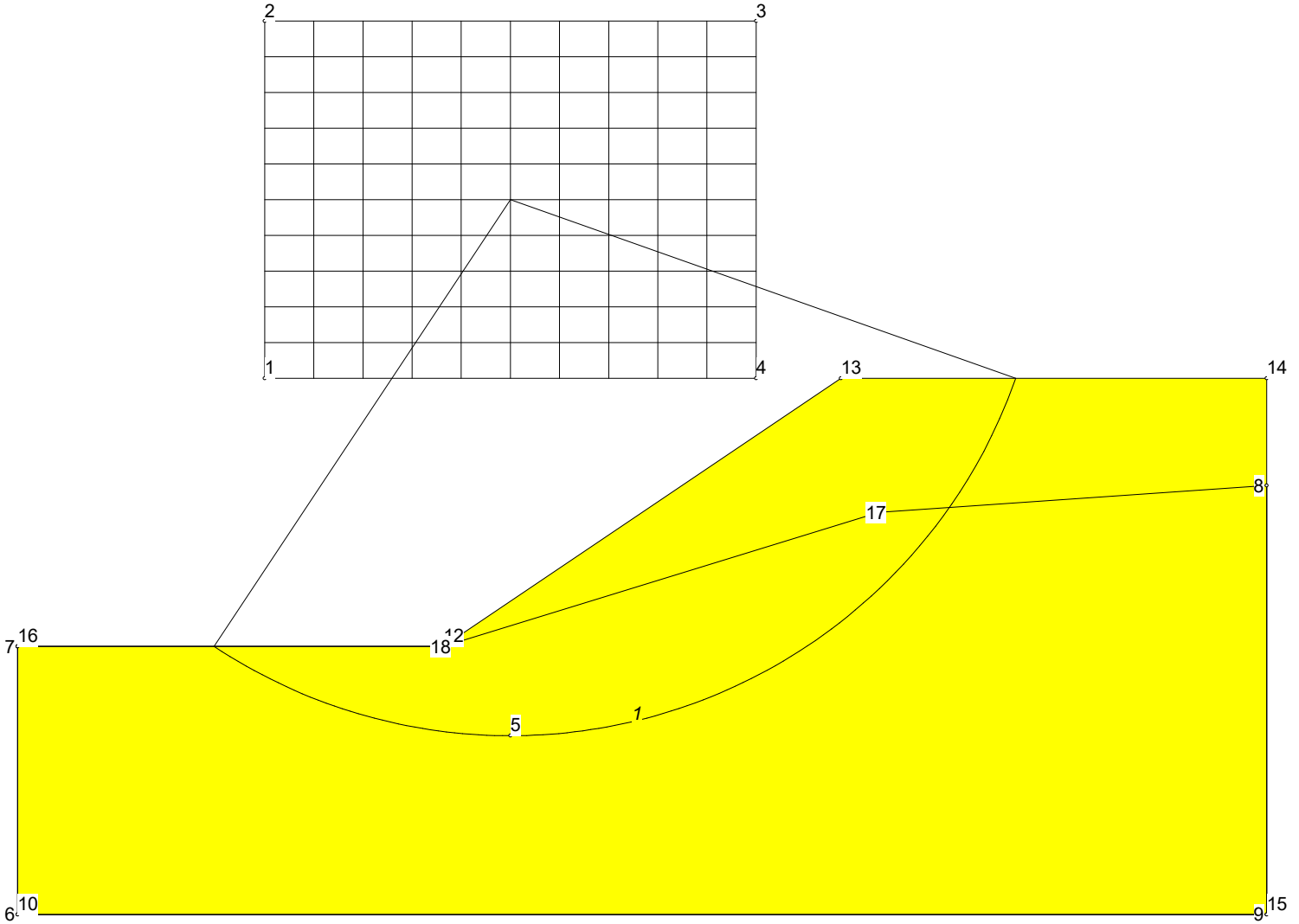
Center: x = 42.500, y = 112.000, Radius: 74.100, F = 1.209

General Data

Licensed User :
File Name :
Problem Name :
Number of Slices :
Relative Horizontal Force :
Number of Nodes :
Number of Soil Polygons :

résultat verrujit app/ aouissi et bouafia
aouissi et bouafia
application 3

Definition Figure



Input Data

Coordinates of Nodes

Node	x	y
1	5.533	12.000
2	5.533	20.000
3	16.533	20.000
4	16.533	12.000
5	16.533	4.000
6	0.000	0.000
7	0.000	6.000
8	27.966	9.600
9	27.966	0.000
10	0.000	0.000
11	0.000	6.000
12	9.533	6.000
13	18.433	12.000
14	27.966	12.000
15	27.966	0.000
16	0.000	6.000
17	19.283	9.000
18	9.533	6.000

Résultat verrijit app/ aouissi et bouafia

Structure of Polygons

Window of centers of slip circles

Nodes 1 2 3 4

Deepest point of all slip circles

Node 5

Water Polygon

Nodes 6 7 18 17 8 9

Soil Polygons

1: Nodes 10 11 16 12 13 14 15

Properties of Soils

Soil	Wd kN/m ³	Ws kN/m ³	Ko --	c kN/m ²	phi degrees	P/F	p=0 m	cap m
1	20.350	20.000	1.000	10.000	29.000	P		0.000

Output Data

Safety Factors

2.307	2.066	1.922	1.809	1.764	1.767	1.809	1.885	1.994	2.184	2.557
2.449	2.124	1.930	1.797	1.743	1.741	1.780	1.857	1.973	2.139	2.479
2.657	2.205	1.946	1.790	1.723	1.715	1.752	1.829	1.947	2.108	2.412
2.915	2.320	1.973	1.789	1.707	1.691	1.725	1.802	1.923	2.097	2.361
3.247	2.486	2.018	1.795	1.694	1.669	1.699	1.776	1.900	2.082	2.336
3.687	2.693	2.089	1.812	1.687	1.650	1.675	1.751	1.880	2.070	2.348
4.292	2.923	2.200	1.844	1.688	1.636	1.654	1.730	1.862	2.064	2.364
5.159	3.215	2.338	1.901	1.700	1.627	1.637	1.711	1.850	2.065	2.389
6.471	3.595	2.505	1.991	1.728	1.628	1.626	1.698	1.844	2.078	2.428
8.567	4.108	2.716	2.099	1.782	1.643	1.623	1.693	1.847	2.107	2.487
12.052	4.834	2.988	2.232	1.860	---	---	---	---	---	---

Critical slip circle

Center: x = 12.133, y = 12.800, Radius: 12.000, F = 1.623