

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE LAGHOUAT



DEPARTEMENT : PHYSIQUE

## MEMOIRE DE MAGISTER

*En vue de l'obtention du diplôme de Magister en Physique*

**Option : interaction champ-matière**

**THEME DU PROJET :**

**ETUDE NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE D'UN PROCESSUS  
MAGNETOHYDRODYNAMIQUE : APPLICATION AU BRASSAGE ELECTROMAGNETIQUE**

Présenté par :

M. Brahim HIBA

Dirigé par :

Dr. Lakhdar HACHANI  
Dr. Mohammed NAIJATE

### DEVANT LES MEMBRES DU JURY

M.LEFKAIER Ibn Khaldoun	Professeur	Université de Laghouat	Président
M.HELIFA Bachir	M.C.A	Université de Laghouat	Examineur
M.TEGGAR Mohammed	M.C.A	Université de Laghouat	Examineur
M.HACHANI Lakhdar	M.C.A	Université de Laghouat	Directeur
M.NAIDJATE Mohammed	M.A.A	ENS de Laghouat	Co-Directeur

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2017-2018

# REMERCIEMENTS

Tout d'abord je remercie, en premier lieu, mon Dieu le plus Puissant qui a bien voulu me donner la force et le courage pour effectuer Le présent travail.

En second lieu, mes remerciements s'adressent à mon directeur de thèse, monsieur **Lakhdar HACHANI**, qui m'a guidé, encouragé et accompagné de près durant tout ce travail du magister. En me laissant présenter mes travaux dans des réunions de projet ou au cours de conférences internationales (NUMELEC à Paris) et nationale (5<sup>ème</sup> colloque national sur l'inductique à Oran), Je voudrais lui exprimer ma profonde gratitude pour son soutien dans les périodes difficiles et pour son optimisme, son enthousiasme, son conseil, son patience et son bienveillance, ainsi que lui disponibilité malgré lui lourdes responsabilités. Je lui suis reconnaissant de m'avoir permis de faire mes premiers pas dans le domaine de la recherche appliquée, Travailler avec lui a été une grande satisfaction. Merci Monsieur **HACHANI Lakhdar**.

Mes remerciements vont également à mon Co-encadrant Monsieur **Mohammad NAIDJATE**, pour la confiance qu'il a su nos accorder et les conseils précieux qu'il nos prodigués tout au long de la réalisation de ce projet.

J'adresse mes remerciements également à tout le personnel du laboratoire LPM, J'adresse plus particulièrement mes remerciements à Messieurs le professeur **Ibn Khaldoun LEFKAIER** directeur du Laboratoire des Sciences Fondamentales de Laghouat et le professeur **Mohamed YOUSFI** et **Bachir HALIFA**, Pour l'organiser le projet du magister qui m'ont permis de réaliser mon travail de thèse dans un climat chaleureux.

Un grand merci à Messieurs **Khaled GARBOUNE** ingénieur de Laboratoire Sciences Techniques à Université Amar Telidji de Laghouat et **Ahmed GADOUH** Pour m'aider à expérimenter le dispositif.

Je ne saurai oublier Mon Père et ma Mère, mon épouse, mes frères et sœurs, ma famille ainsi que tous mes amis qui m'ont toujours soutenu durant la période d'étude.

# SOMMAIRE

NOMENCLATEUR.....1

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....4

## CHAPITRE I: INTRODUCTION SUR LA MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE

I. INTRODUCTION.....6

I.1 Que signifie magnétohydrodynamique (MHD) ?.....6

I.2 Les fluides concernés.....7

II. RAPPEL SUR L'ÉLECTROMAGNÉTISME .....9

II.1. Notions fondamentales et définitions.....9

II.2. principe de conservation d'une charge électrique.....11

II.3 les équations de maxwell.....12

II.3.1.1 Mesure d'un champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  par une mini-spire.....13

II.3.2 Loi d'Ampère.....15

II.4. Loi d'Ohm.....16

II.5 Force de Lorenz.....16

II.6 Equation d'induction.....19

II.6.1. Equation d'induction pour le potentiel vecteur.....21

III. RAPPEL SUR LA MÉCANIQUE DES FLUIDES.....22

III.1. Equations d'état.....22

III.2. Equations de continuité.....22

III.3. Equations de Navier Stokes.....	23
III.4. Equation et les propriétés de la vorticité.....	25
<b>IV. CONCLUSION: système global d'équation MHD.....</b>	<b>27</b>
<b>V. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE I.....</b>	<b>28</b>

## **CHAPITRE II : PROBLEMATIQUE ET METHODOLOGIE**

<b>I. PROCEDES DE BRASSAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE.....</b>	<b>30</b>
I.1. Introduction.....	30
I.2. champ magnétique permanent.....	30
I.3.Champs pulsants (monophasés).....	31
I.4. Champs tournants.....	31
I.5. Champs glissants.....	32
<b>II. SIMULATION NUMERIQUE D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE GLISSANT.....</b>	<b>34</b>
II.1. Configuration �tudi�e.....	34
II.2. Etapes de simulation.....	34
<i>Etape 1 choix de la physique de résolution.....</i>	<i>35</i>
<i>Etape 2 la construction de la géométrie.....</i>	<i>36</i>
<i>Etape 3 définition des matériaux.....</i>	<i>38</i>
<i>Etape 4 définition des variables et les conditions aux limites.....</i>	<i>39</i>
<i>Etape 5 choix du régime de résolution.....</i>	<i>39</i>
<i>Etape 6 Maillage.....</i>	<i>40</i>
II.3. Convergence de la solution.....	40

<b>VI.</b>	<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE II.....</b>	<b>45</b>
------------	--	-----------

## **CHAPITRE III : RÉSULTAT ET DISCUSSION**

<b>I.</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>47</b>
<b>II.</b>	<b>PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT.....</b>	<b>47</b>
<b>III.</b>	<b>CHAMP MAGNÉTIQUE GLISSANT.....</b>	<b>48</b>
<b>IV.</b>	<b>PARTIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE.....</b>	<b>50</b>
	IV.3.1 simulation de trois bobines alimentées par un courant triphasé.....	51
	IV.3.2 simulation de l'inducteur.....	52
<b>V.</b>	<b>PARTIE MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE MHD.....</b>	<b>56</b>
	V.1.développement de la force de Lorentz.....	57
	V.2.brassage électromagnétique.....	61
	V.2.1.Solutions proposées.....	64
	V.2.1.1. Inversement du sens du courant.....	64
	V.2.1.2. Déplacement de la cavité avec l'inversement de sens du courant.....	67
	V.2.2. Effet des encoches.....	69
	V.2.2.1. Brasseur sans encoche.....	69
	V.2.2.2. Brasseur sans encoche et sans séparation entre les bobines.....	72
	V.2.3. Contrôle du mouvement.....	74
	V.2.3.1. Contrôle de sens d'écoulement.....	74
<b>VI.</b>	<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE III.....</b>	<b>78</b>

# **CHAPITRE IV : RÉALISATION EXPÉRIMENTALE ET VALIDATION**

<b>I.</b>	<b>RÉALISATION DU BRASSEUR.....</b>	<b>80</b>
	I.1. Outils et matériaux.....	80
	I.2 Préparation du mécanisme.....	80
<b>II.</b>	<b>FORMULES ET COUPLAGES ÉLECTRIQUES.....</b>	<b>82</b>
	II.1. Système électrique triphasé symétrique.....	82
	II.2. couplages entre bobines.....	83
	II.2.1 couplage triangle.....	83
	II.2.2. couplage étoile.....	84
	II.3. Choix du couplage des bobines.....	85
<b>III.</b>	<b>PROCESSUS EXPÉRIMENTAL.....</b>	<b>86</b>
	III.1. couplage étoile avec bobines en série.....	87
	III.2. couplage étoile avec bobines en parallèle.....	89
<b>IV.</b>	<b>CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU BRASSEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE.....</b>	<b>90</b>
<b>V.</b>	<b>VALIDATION EXPÉRIMENTALE MAGNÉTO-HYDRO-DYNAMIQUE : PRINCIPE ET MESURES.....</b>	<b>92</b>
<b>VI.</b>	<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE IV.....</b>	<b>99</b>
	<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>100</b>

# NOMENCLATEUR

## Systèmes de coordonnées

$x$	Abscisse	[m]
$y$	Ordonnée	[m]
$z$	Altitude	[m]
$r$	Rayon	[m]
$\theta$	Angle	[rad]
$t$	Temps	[s]

## Grandeurs électromagnétiques

$\vec{H}$	Champ magnétique	[A/m]
$\vec{E}$	Champ électrique	[V/m]
$\vec{B}$	Induction magnétique	[T]
$\vec{D}$	Induction électrique	[C/m]
$\vec{A}$	Potentiel vecteur magnétique	[We.m]
$\varphi$	Potentiel scalaire électrique	[V]
$\vec{J}$	Densité de courant	[A/m <sup>2</sup> ]
$\delta$	d'épaisseur de la peau magnétique	[m]
$\vec{F}$	Force de Laplace ou Force de Lorentz	[N/m <sup>3</sup> ]
$F_{em}$	force effective	[N/m <sup>3</sup> ]
$q$	Charge électrique	[Cb]
$\phi$	Flux courant	
$\mu$	Perméabilité magnétique	[H/m]
$\mu_0$	Perméabilité magnétique dans le vide	$4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]
$\mu_r$	Perméabilité magnétique relative	
$\varepsilon$	Permittivité électrique	$8.854 \times 10^{-12}$ [F/m]
$\sigma$	Conductivité électrique	[ $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ]
$I$	Intensité de courant	[A]
$f$	la fréquence de courant d'alimentation	[Hz]
$S$	Surface de spire	[m <sup>2</sup> ]
$S_{fil}$	Surface de coupe de file	[m <sup>2</sup> ]
$L$	Langueurs de file	[m]
$V$	Volume	[m <sup>3</sup> ]

$U_s$	Vitesse de synchronisation de l'onde glissant	[m/s]
$f$	la fréquence de courant d'alimentation	[Hz]
$\omega$	Pulsation de champ magnétique	[s <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	longueur d'onde	[m]
$L_{IN}$	longueur totale d'inducteur	[m]
$\tau$	Pas polaire	[m]
$C$	Vitesse de lumière	[m/s]
$\kappa$	nombre d'onde	
$U$	Tension	[V]
$U_c$	Tension composée	[V]
$V_s$	Tension simple	[V]
$I_l$	Courant en ligne	[A]
$J_{ch}$	Courant en charge	[A]
$Z$	impédance caractéristique de la bobine	[ $\Omega$ ]

### Grandeurs hydrodynamiques

$u$	la vitesse locale de la matière à l'échelle référentielle	[m/s]
$v$	la vitesse relative des porteurs de charge par rapport	[m/s]
$U$	Vitesse	[m/s]
$T$	Température	[K]
$P$	Pression	[Pa]
$Q$	Quantité de chaleur	[J]
$\beta$	Coefficient de d'expansion thermique	
$\nu$	viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> /s]
$\mu$	viscosité dynamique	[Pa.s]
$\rho$	masse volumique	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_0$	masse volumique de référence	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$g$	Gravité	[m/s <sup>2</sup> ]
$f_0$	la fréquence des ondes acoustique	[Hz]
$f_{PRF}$	fréquence doppler	[Hz]
$Re$	le nombre de Reynolds	
$Rm$	le nombre de Reynolds magnétique	

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Depuis la découverte de l'induction par Faraday en 1831 des progrès constants ont été réalisés dans l'analyse fondamentale des phénomènes physiques associés. En particulier, les configurations complexes mettant en jeu les liquides conducteurs de l'électricité soumis à des champs magnétiques de nature et de distributions variées ont fait l'objet de nombreux travaux et ont donné naissance à une discipline originale associant mécanique des fluides et électromagnétisme : la magnétohydrodynamique (MHD). Les domaines d'application de la connaissance fondamentale développée principalement en ex-URSS et en Europe étaient l'astrophysique et la physique des plasmas, notamment une tentative d'application industrielle pour la conversion directe d'énergie. Au cours des vingt dernières années, les spécialistes de la MHD ont été interpellés par la nécessité rencontrée par les industriels métallurgistes d'améliorer la qualité des matériaux aussi bien que d'accroître l'efficacité des procédés d'élaboration. Par exemple, dans le processus de solidification et de la croissance cristalline, les mouvements hydrodynamiques dans la phase liquide sont toujours présents. Ces mouvements ont un effet sur le processus de solidification et la qualité du cristal final. Il peut changer les champs de température et de concentration autour de l'interface et par conséquent influencer les macrostructures ainsi que les microstructures obtenues en fin de solidification.

Afin d'isoler les phénomènes dus aux mouvements de la convection dans les métaux liquides, le contrôle de ces mouvements s'avère une solution très pertinente et techniquement possible. Ce contrôle de l'écoulement permet la maîtrise de la structure de solidification, ainsi que les défauts liés à la convection, notamment les défauts de ségrégation à différentes échelles. L'utilisation d'un champ électromagnétique pour le contrôle de ces écoulements dans le cas d'alliages métalliques, est devenue un moyen privilégié et a déjà fait l'objet de plusieurs expériences et d'applications industrielles.

Ce travail se situe dans la perspective d'un contrôle des mouvements hydrodynamiques au sein des milieux électriquement conducteurs, afin d'améliorer à terme la maîtrise des configurations dynamiques grâce à un brassage électromagnétique connu et surtout contrôlé. La possibilité retenue dans ce travail est de réaliser un brassage par la force de Lorentz sans avoir recours à un contact direct avec la charge (à l'état liquide) et sans pollution de celui-ci par d'autres éléments.

Cette étude s'intéresse en particulier à la réalisation d'un brasseur électromagnétique, générant un champ glissant, afin de brasser la charge choisie par le biais de la force de Lorentz. En effet, notre travail se concentrera sur l'étude, numériquement et expérimentalement, des différentes possibilités de contrôle de la configuration dynamique de la matière fondue champ magnétique glissant à l'échelle du laboratoire. Notre approche est basée essentiellement sur deux aspects: la simulation numérique prédictive soutenue par une caractérisation expérimentale d'un inducteur magnétique. Le milieu envisagé dans notre travail est un alliage ternaire (In-Ga-Sn) à la composition eutectique, vue sa basse température de fusion. Les travaux envisagés, visent à étudier l'interaction champ électromagnétique glissant - charge conductrice en termes de configuration dynamique. La présentation de ce travail se fera en quatre chapitres :

**Le premier chapitre** permettra de rappeler les principes fondamentaux de la magnétohydro-dynamique en termes de notions de base d'électromagnétisme et mécanique des fluides et finalement une conclusion partielle sur les équations gouvernantes d'un processus magnétohydrodynamique (MHD).

**Le deuxième chapitre** décrit les différents procédés de brassage électromagnétique utilisés dans le contrôle appliqué dans des applications industrielles complexe en occurrence dans le domaine d'élaboration des matériaux. Ce chapitre présente également, une description détaillée sur la méthodologie de résolution adopté dans notre simulation numérique du système global (inducteur électromagnétique et charge conductrice), sous le logiciel COMSOL Multiphysics.

**Le troisième chapitre** sera consacré à la présentation des différents résultats obtenus par simulation numérique, ainsi que une étude paramétrique sur les facteurs essentiels pour optimiser le procédé du brassage électromagnétique.

**Le quatrième chapitre**, présentera une description des différentes étapes expérimentales suivies pour réaliser le brasseur électromagnétique, ainsi que la validation des résultats obtenus numériquement, avec ceux obtenus expérimentalement

# CHAPITRE I

## INTRODUCTION SUR LA MAGNETOHYDRODYNAMIQUE

L'essentiel des notions de base de la magnétohydrodynamique ici présentées est directement inspiré de la littérature classique telle que R. Moreau [1], P.A. Davidson [2] ou encore P.H. Roberts [3]. Ces notions permettront d'appréhender les problématiques développées par la suite. Un bref état des lieux sera présenté afin de situer les études menées dans un cadre scientifique plus global.

## I. INTRODUCTION

### I.1 Que signifie magnétohydrodynamique (MHD) ?

Le terme magnétohydrodynamique comporte les phénomènes caractérisant le couplage entre la présence d'un fluide conducteur, un mouvement au sein du fluide avec vitesse  $\mathbf{u}$  et un champ magnétique  $\mathbf{B}$ . Dans les objets solides soumis à des mouvements tels que les rotors, Le champ de vitesse est réduit à un changement d'échelle de référence, et sa relation avec le champ magnétique est considérablement simplifiée à des phénomènes appartiennent à électromagnétisme. De même, les mouvements des fluides isolants qui sont insensibles à la présence des champs magnétiques, ils font partis de la mécanique des fluides. Cependant, dès que ces deux champs vectoriels  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{B}$  sont dépendants l'un de l'autre, leur description va au-delà de ces deux disciplines indépendantes, et appelle à plus de formalisme.

Le couplage entre le champ dynamique  $\mathbf{u}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  peut être plus au moins fort. Il est faible lorsque l'un des deux champs agit sur l'autre sans significativement être affecté par lui-même. On peut voir, par exemple, qu'à l'échelle de laboratoire le champ magnétique est pratiquement non modifié par l'écoulement, Tandis que le premier peut contrôler très fortement ce dernier. Le couplage est fort lorsque les deux champs diffèrent fortement de ce qu'ils doivent être, soit dans l'électromagnétisme ou dans la mécanique du fluide. Dans ces conditions, on peut citer quelques phénomènes très spectaculaires tel que l'effet dynamo ou l'expulsion du champ magnétique [1].

La compréhension de ces phénomènes couplés est basée sur deux effets fondamentaux simultanément présents, mais de point de vue pédagogique il est convenable de les étudier séparément. En effet, chaque mouvement d'un matériau conducteur dans un champ magnétique, génère une force électromotrice, et faire circuler un courant électrique de densité  $\mathbf{j}$ , ce qui induit son propre champ magnétique. Le champ magnétique réel ne coïncide pas avec celui qui existerait dans un matériau isolant. Ce premier effet est bien connu dans l'électromagnétisme, mais sous une forme simplifiée par le caractère des objets solides

mobiles. Il devient beaucoup plus subtil lorsque le matériau conducteur est fluide. Le deuxième effet est la force de Laplace  $\vec{j} \times \vec{B}$ , à laquelle chaque volume élémentaire de la matière est soumis (souvent appelée la force de Lorentz dans la littérature anglaise). Puisque les courants induits et la force de Laplace tendent à s'opposer au mécanisme qui leur a donné naissance, les mouvements qui entraînent un phénomène d'induction, sont systématiquement freinés par la force de Laplace.

## I.2 Les fluides concernés

Le tableau (I.1) compare la conductivité électrique de quelques fluides typiques, et leur extension par comparaison aux métaux solides, notamment le cuivre. A part les plasmas à très haute température, les fluides les plus conducteurs sont des métaux liquides, pour lesquels la conductivité varie peu de celle du mercure, [1]. Il est remarquable qu'elles soient inférieures 60 fois en ordre de grandeur, à celle du cuivre à l'état solide. En effet, que pour cette raison la majorité des composants constituant les machines électrotechniques sont fabriqués en cuivre, malgré le défaut d'usure. Les pompes électromagnétiques, les fours à induction et certaines cellules électrolyses sont des exemples typiques.

Les plasmas astrophysiques et les plasmas des fusions thermonucléaires ( $T \approx 10^7 \text{ K}$ ) sont des excellents conducteurs, mais seulement quelques aspects de leur comportement peuvent être décrits par les modèles des fluides. La modélisation et l'interprétation de nombrable effets observés ne peuvent pas obéir à l'approche d'équilibre thermodynamique, [2].

Les plasmas froids ( $T \approx 10^3 \text{ à } 10^4 \text{ K}$ ), qui sont plus adaptées aux descriptions basées sur des modèles de fluide, sont moins conducteurs. Cependant, puisque elles sont très lumineuses, la force électromagnétique les affecte de la même intensité que les métaux liquides. Il est très important de signaler l'existence d'une difficulté spécifique correspond au manque d'information sur le caractère tensoriel de sa conductivité électrique à cause des différentes trajectoires des ions et les électrons, ainsi que la dépendance significative des composantes du tenseur de conductivité avec la température et le champ électrique.

**Tableau I.1.** Conductivité électrique de quelques fluides concernés par les phénomènes magnétohydrodynamiques, [1].

Matériau	Conductivité électrique $\sigma$ , ( $\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ )
Eau distillée	$\approx 10^{-4}$
Electrolyte léger	$10^{-4}$ à $10^{-2}$
Electrolytes forts	$10^{-2}$ à $10^2$
Eau + 25% Na Cl (20 °C)	21,6
H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> pur à (20°C)	73.6
Verre fondu (1400°C)	$10$ à $10^2$
Plasma froide ( $T \approx 10^4\text{K}$ )	$\approx 10^3$
Plasma chaude ( $T \approx 10^6\text{K}$ )	$\approx 10^6$
Gaz totalement ionisé	$\approx 10^7 T^{3/2}$
Métaux liquides	$10^6$ à $10^7$
Acier (1500°C)	$0.7 \cdot 10^6$
Mercure (20°C)	$10^6$
Aluminium (700°C)	$5 \cdot 10^6$
Sodium (400°C)	$6 \cdot 10^6$
Métaux solides	$10^6$ à $10^8$
Acier (20°C)	$\approx 10^6$
Sodium (20°C)	$\approx 10^7$
Cuivre (20°C)	$6 \cdot 10^7$

Comme il est indiqué dans le tableau, les électrolytes et les verres fondus, dans lequel les porteurs de charges électriques sont des ions, sont des conducteurs relativement faibles. Ces liquides lourds ne sont donc, que des milieux légèrement sensibles aux effets MHD. Cependant, il est possible de fondre les verres par induction. En effet, il s'agit de la distribution des quantités électromagnétiques, à travers lesquelles on contrôle la puissance thermique et par conséquent on peut contrôler le brassage de la charge fondue. Cependant, la force prépondérante est la force d'Archimède, qui beaucoup plus importante que celle de Laplace, [2].

Dans ce chapitre qui se focalise sur le couplage MHD, le fluide est assumé incompressible et les propriétés physiques essentielles (la perméabilité magnétique  $\mu$ , la conductivité électrique  $\sigma$  et la viscosité du fluide  $\nu$ ), sont considérées constantes. Il est clair que les métaux liquides correspondent mieux à ces conditions. Les résultats expérimentaux cités dans le cadre de ce travail sont généralement effectués sur le mercure, mais ils ont un

large spectre de validité. Il est important de noter que le temps caractéristique des effets électromagnétique d'ordre  $(\rho/\sigma B^2)$ , dans plusieurs cas est de 1 s pour les liquides soumis à des champs magnétiques de l'ordre de  $10^{-1}$  T, [3]. Il est donc de même ordre que la magnitude du temps de transition, souvent proche e1s (distance de 1 m parcourue par une vitesse de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ ).

## II. RAPPEL SUR L'ELECTROMAGNETISME

### II.1. Notions fondamentales et définitions

Les notions fondamentales de l'électricité sont directement liées à la charge électrique. Elle joue un rôle analogue à celui de la masse dans la mécanique des fluides. En effet, il s'agit d'une valeur intrinsèque indépendante de l'observateur. Ainsi, la charge d'un électron est  $-1.6 \times 10^{-19}$  Cb, quelle que soit sa vitesse. Le concept de la charge ponctuelle est souvent utilisé, par exemple pour analyser et décrire l'action des particules chargées (électrons ou ions), l'une sur l'autre. Cependant, dans l'électrodynamique des milieux continus, [4]. Il faut accepter que la charge électrique, soit définie comme des quantités distribuées continuellement. On peut donc définir une densité volumique d'une charge électrique  $q$ , comme une charge  $Q$  dans un domaine D comme suit :

$$Q = \int_D q dv \quad (\text{I.1})$$

Si  $u$  la vitesse locale de la matière à l'échelle référentielle, et  $v$  la vitesse relative des porteurs de charge par rapport à la matière, la densité du courant dans l'échelle référentielle du laboratoire est :

$$j = q(u + v) \quad (\text{I.2})$$

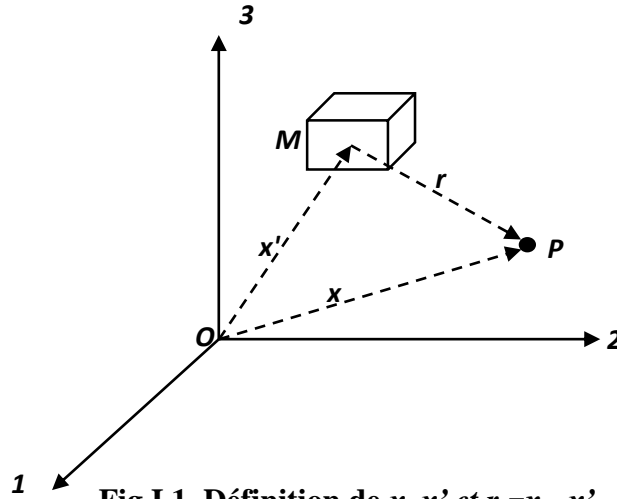
Cette quantité pour un courant électrique traversant une surface  $S$  est le flux de courant  $j$  à travers cette dernière :

$$I = \iint_S j \cdot n \cdot ds \quad (\text{I.3})$$

Afin de prendre en compte l'action des charges l'une sur l'autre, action à longue portée, deux potentiels sont définis, scalaire  $\varphi(x,t)$  et vectoriel  $A(x,t)$ . Le volume élémentaire  $dv$  au voisinage du pont  $M$  ( $OM = x'$ ) à l'instant  $\tau$ , induit au point  $p$  ( $OP = x$ ) à l'instant  $t$  (Fig. I.1), les potentiels suivant :

$$\begin{cases} d\varphi(x,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q(x',\tau)dv}{r} \\ dA(x,t) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{j(x',\tau)dv}{r} \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

D'où  $r = x-x'$  et  $t = \tau + r/C$ , avec  $C = (\epsilon\mu)^{-1/2}$ .



Cette définition implique les hypothèses suivantes :

- Chaque changement dans la matière se déplaçant avec la vitesse de la lumière  $C$ , par rapport un récepteur.
- Un changement dans  $M$  à l'instant  $\tau$  causant un changement dans les potentiels au point  $P$  à l'instant  $\tau + r/C$ .

Les symboles  $\epsilon$  et  $\mu$ , représentent respectivement la permittivité et la perméabilité de la matière (ou le vide). Dans ce manuscrit ces propriétés sont considérées constantes et égales à leurs propres valeurs dans le vide, puisque c'est bien le cas pour les fluides conducteurs et isotropes, comme par exemple les métaux liquides, les sels fondus et les électrolytes qui sont les milieux qui nous intéressent. Les expressions décrivant les potentiels issus par la distribution des charges électriques à travers l'espace sont données par :

$$\begin{cases} \varphi(x,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{q(x',\tau)}{r} dv \\ A(x,t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{j(x',\tau)}{r} dv \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

Le retard  $r/C$  introduit dans les définitions des potentiels, implique une spéciale règle dérivative. Les formules pour le divergent et le gradient retardés, appliqué à l'expression (I.5),

donne naissance aux relations suivantes qui expriment les propriétés des ondes électromagnétiques :

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{q}{\varepsilon} \\ \nabla^2 A - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu j \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

En utilisant le Potentiel scalaire électrique  $\varphi$  et Potentiel vecteur magnétique  $A$ , le champ, électrique  $E$  et l'induction magnétique  $B$  sont définis comme suit :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (\text{I.7})$$

De la même manière l'induction électrique  $D$  et le champ magnétique  $H$  :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad (\text{I.8})$$

Dans le système international d'unité,  $\varepsilon$  a une valeur de  $8.85 \times 10^{-12} F.m^{-1}$  et  $\mu$  la valeur de  $4 \pi \times 10^{-7} H.m^{-1}$ . La charge électrique  $Q$  est mesurée en Coulomb ( $Cb$ ), le potentiel scalaire en Volts ( $V$ ), le vecteur potentiel en Weber mètres ( $We.m$ ), le champ électrique en volts par mètre ( $V.m^{-1}$ ) et le champ magnétique en Tesla ( $T$ ).

## II.2. principe de conservation d'une charge électrique

Le principe de conservation d'une charge électrique est un concept accepté universellement. Ce principe analogue à celui de la conservation de la masse, implique que  $Q$  est la charge d'une quantité de matière donnée, donc sa dérivée particulière ( $\frac{dQ}{dt}$ ), doit être nulle :

$$\frac{dQ}{dt} = \int_D \left[ \frac{\partial q}{\partial t} + \text{div} \{q(u + v)\} \right] dV = 0 \quad (\text{I.9})$$

Afin d'avoir un intégral nul quel que soit le domaine  $D$ , il faut que la relation suivante à tout point, doit être validée :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \text{div} j = 0 \quad (\text{I.10})$$

*NB : la dérivée particulière d'une fonction  $f(x, t)$ , scalaire ou vectorielle est :*

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u \cdot \nabla f \quad (\text{I.11})$$

La dérivée particulière d'un intégral volumique comme (I.1), d'où  $S$  sa surface fermée qui délimite le domaine  $D$  est donnée comme suit :

$$\frac{dQ}{dt} = \int_D \frac{\partial q}{\partial t} dv + \oint_S q(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS = \int_D \left[ \frac{\partial q}{\partial t} + \text{div} \{q(\mathbf{u} + \mathbf{v})\} \right] dv \quad (\text{I.12})$$

La dérivée particulière d'un intégral surfacique tel que le flux du courant :

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad (\text{I.13})$$

### II.3 les équations de maxwell

Les phénomènes électromagnétiques classiques sont régis par les équations de Maxwell, qui constituent un système d'équations aux dérivées partielles et qui expriment des lois universelles unifiant les quatre grandeurs qui caractérisent le champ électromagnétique. Ce système s'écrit :

- *Maxwell Faraday*  $\quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.14})$

- *Maxwell Ampère*  $\quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \quad (\text{I.15})$

- *Maxwell Gauss*  $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{I.16})$

- *Maxwell flux*  $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{I.17})$

#### II.3.1 Loi de Lenz (Faraday)

Elle stipule que lorsqu'un champ magnétique est variable dans le temps, ses variations engendrent un champ électrique  $\vec{E}$  tel que :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.18})$$

Il existe une autre forme de la loi de Lenz en introduisant le potentiel vecteur  $\vec{A}$ , tel que  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ . Sachant que :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} + \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} &= \mathbf{0} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Sachant que mathématiquement le rotationnel d'un gradient de scalaire est nul, ce que donne :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad}(\varphi) \tag{I.20}$$

Donc un champ électrique peut être généré par :

- Une variation temporelle d'un champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  ou un potentiel  $\vec{A}$   $\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$
- Une variation spatiale d'un scalaire (différence de potentiel  $V$ ), c'est-à-dire  $(\vec{\nabla} \cdot \varphi)$

### II.3.1.1 Mesure d'un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ par une mini-spire

La figure (I.3), présente une application de la loi de Lenz pour mesurer un champ inductif  $\vec{B}$ , traversant une spire en cuivre, ayant les bornes a et b jointifs géométriquement mais pas forcément électriquement.

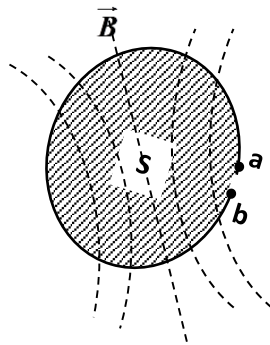


Fig.I.3. Schéma illustratif d'une spire en cuivre traversée par un champ inductif  $\vec{B}$

- 1<sup>er</sup> cas : a et b sont séparé électriquement

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot ds - (\varphi_2 - \varphi_1) \tag{I.21}$$

Or selon la loi d'Ohm, nous avons :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \tag{I.22}$$

- Avec
- $\vec{J}$  : Densité de courant
  - $\sigma$  : Conductivité électrique
  - $\vec{E}$  : Champ électrique

Pour notre cas  $\vec{J} = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds = (\varphi_b - \varphi_a) \quad (\text{I.23})$$

Si la spire est petite le produit  $\vec{B} \cdot \vec{n}$  reste constant à travers la surface « S », on peut donc écrire :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \cdot \vec{n} \int_S ds = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{B} \cdot \vec{n} S) = (\varphi_b - \varphi_a) \quad (\text{I.24})$$

*Ce que signifie que lorsqu'un champ magnétique traverse une spire conductrice, il engendre entre les bornes une différence de potentiel « d.d.p » mesurable.*

Posons :  $\vec{B} \cdot \vec{n} = B_0 \cos(\omega t)$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S &= -\frac{\partial}{\partial t} [B_0 \cos(\omega t) S] = (\varphi_b - \varphi_a) \\ \Rightarrow \omega B_0 \sin(\omega t) S &= \varphi_b - \varphi_a \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

D'où le module de  $\vec{B}$  est :

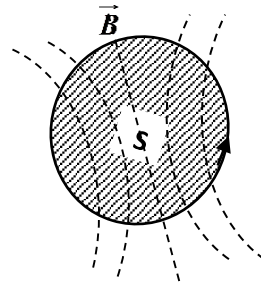
$$B_0 = \frac{|\varphi_b - \varphi_a|}{\omega \cdot S} \quad (\text{I.26})$$

- **2<sup>em</sup> cas : a et b sont contacté électriquement**

Dans ce cas  $\varphi_b = \varphi_a$ , ce que implique la formulation suivante :

$$\begin{aligned} \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds - \underbrace{(\varphi_b - \varphi_a)}_{=0} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds \\ \Rightarrow -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds &= \int_C \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{l} \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

Ce que signifie que le passage du champ magnétique  $\vec{B}$  crée un courant électrique  $\vec{J}$ , circulant le long du fil conducteur, donc c'est phénomène *d'induction*, (voir la figure I.4)



**Fig.I.4. Schéma illustratif de la création du courant électrique par induction**

Pour un circuit de fil fermé, la densité du courant  $\vec{J}$  est dirigée le long du contour « C », donc on peut écrire :

$$\begin{aligned} \vec{I} &= s_{fil} \cdot \vec{J} \\ \Rightarrow \int_C \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{l} &= \frac{I}{\sigma s_{fil}} \cdot L \quad (L : \text{longueur du fil}) \quad (\text{I.28}) \\ \frac{I}{\sigma s_{fil}} \cdot L &= \omega B_0 S \sin(\omega t) \Rightarrow I = \frac{\sigma s_{fil}}{L} \omega B_0 S \sin(\omega t) \end{aligned}$$

La formule (I.28) représente le principe de mesure du champ magnétique inductif de type « Gaussmètre ».

### II.3.2 Loi d'Ampère

Cette loi stipule que la circulation du champ magnétique  $\vec{B}$  le long d'une courbe quelconque « C », orientée et fermée, que l'on appelle contour d'Ampère, est égale au produit de la perméabilité  $\mu$  par la somme algébrique des courants qui traversent la surface délimitée par « C ».

Avec  $\mu_0$  la perméabilité du vide ( $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ ).

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \sum I_{traversant} \quad (\text{I.29})$$

### II.4. Loi d'Ohm

La loi d'Ohm c'est une loi de comportement de matériaux. En effet, s'il y a un courant  $\vec{I}$ , dans un conducteur. La densité du courant  $\vec{J}$ , est reliée à un potentiel et un champ électrique  $\vec{E}$ .

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}_{total} \quad \vec{E}_{total} : \text{le champ électrique total} \quad (I.30)$$

$$\vec{E}_{total} = \vec{E} + \underbrace{\vec{u} \times \vec{B}}_{\text{dû à un écoulement}} \quad (I.31)$$

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = \sigma \cdot \vec{E} + \sigma \cdot \vec{u} \times \vec{B}$$

$$\vec{J} = \underbrace{-\sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}}_{\substack{\text{densité de} \\ \text{courant} \\ \text{courant crée par} \\ \text{induction c-à-d} \\ \text{variation temporelle} \\ \text{d'un vecteur potentiel } \vec{A}}} - \underbrace{\sigma \vec{\nabla} \cdot \varphi}_{\substack{\text{courant crée par} \\ \text{variation spatiale} \\ \text{d'un potentiel scalaire } \varphi}} + \underbrace{\sigma \cdot \vec{u} \times \vec{B}}_{\substack{\text{courant crée par} \\ \text{induction d'un champ} \\ \vec{B} \text{ à travers un écoulement } \vec{u}}} \quad (I.32)$$

Il est important de remarquer que la densité de courant doit être conservée ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ ).

Le rôle du champ électrique est précisément de préserver cette conservation du courant.

**NB.** La loi d'Ohm peut aussi contenir une contribution supplémentaire en provenance de l'effet thermoélectrique, soit :

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) - \sigma \cdot C_{TE} \vec{\nabla} \cdot T \quad (I.33)$$

$C_{TE}$  est la constante thermoélectrique du milieu. Ce constant est en générale très faible, de l'ordre de  $10^{-6}$  SI, c'est pourquoi ce terme est la plupart du temps négligés sauf lorsque les gradients de température sont élevés.

### II.5 Force de Lorenz

Une particule se déplaçant avec la vitesse  $u$  et portant une charge  $q$  est, en général, soumis à trois forces électromagnétiques:

$$\vec{F} = q\vec{E}_s + q\vec{E}_i + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (I.34)$$

Le premier est la force de Coulomb, qui résulte de la répulsion mutuelle ou de l'attraction des charges électriques ( $\vec{E}_s$  est le champ électrostatique). Le second est la force que la charge subit en présence d'un champ magnétique variant dans le temps,  $\vec{E}_i$  étant le champ

électrique induit par le champ magnétique changeant. La troisième contribution est la force de Lorentz qui résulte du mouvement de la charge dans un champ magnétique.

La loi de Coulomb nous dit que  $\vec{E}_s$  est irrotationnelle, et la loi de Gauss fixe la divergence de  $\vec{E}_s$ . Ensemble, ces lois donnent

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_s = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{I.35})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = \mathbf{0} \quad (\text{I.36})$$

D'autre part, le champ électrique induit  $\vec{E}_i$  a une divergence nulle, et le rotationnelle de  $\vec{E}_i$  régie par la loi de Faraday.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_i = \mathbf{0} \quad (\text{I.37})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_i = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.38})$$

Il est convenable de définir le champ électrique total  $\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_i$  et nous avons donc, la loi de Faraday (I.14) et la loi de Gauss (I.16).

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{I.39})$$

Dans un système magnétohydrodynamique « MHD », nous sommes moins préoccupés par les forces sur les charges ponctuelles comparant aux forces volumiques agissantes sur le milieu. Si l'équation (I.39) est intégrée sur un volume unitaire d'un conducteur, alors  $\sum q$  devient la densité de la charge,  $\rho_e$ , et  $\sum qu$  devient la densité de courant,  $J$ . La forme en volume de l'équation (I.39) est donc :

$$\vec{F} = \rho_e \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (\text{I.40})$$

Où  $F$  est la force par unité de volume agissant sur le conducteur.

Cependant, dans les charges conductrices se déplaçant à la vitesse qui nous intéresse (négligeable devant la vitesse de la lumière). Le premier terme de l'équation (I.40) est négligeable. Nous pouvons le démontrer comme suit. La conservation de la charge nécessite que :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t} \quad (\text{I.41})$$

(Cela dit simplement que la vitesse à laquelle la charge diminue dans un petit volume doit être égale à la vitesse à laquelle la charge s'écoule à la surface de ce volume). En prenant la divergence des deux côtés de (I.32) et (I.41), nous trouvons que :

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\rho_e}{\tau_e} + \sigma \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{I.42})$$

$$\tau_e = \frac{\varepsilon_0}{\sigma}$$

La quantité  $\tau_e$  est appelée temps de relaxation de la charge, et pour un conducteur typique, elle vaut environ  $10^{-18}$  s (c'est extrêmement petit). Pour apprécier d'où vient son nom, considérons la situation où  $u = 0$ . Dans ce cas,  $\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\rho_e}{\tau_e} = 0$  et ainsi :

$$\rho_e = \rho_e(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right) \quad (\text{I.43})$$

Toute densité de charge nette qui, à ( $t = 0$ s), se situe à l'intérieur d'un conducteur se déplace rapidement vers la surface sous l'action des forces de répulsion électrostatique. Il s'ensuit que  $\rho_e$  est toujours nul dans les conducteurs stationnaires. Considérons maintenant le cas où  $u$  est non nulle. Nous nous intéressons aux événements qui se déroulent sur une échelle de temps beaucoup plus longue que  $\tau_e$  et nous pouvons  $d\rho_e/dt$  par rapport à  $\rho_e/\tau_e$ . Il nous reste l'équation pseudo-statique :

$$\rho_e = -\varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{I.44})$$

Ainsi, lorsqu'il y a un mouvement, nous pouvons maintenir une densité de charge finie à l'intérieur du conducteur. Cependant, il s'avère que  $\rho_e$  est très petit, c'est-à-dire trop faible pour produire une force électrique significative,  $\rho_e E$ . C'est à partir de (I.44) que nous avons  $\rho_e \sim \varepsilon_0 \left(\frac{u \cdot B}{l}\right)$ , alors que la loi d'Ohm exige  $E \sim J/\sigma$ , et ainsi :

$$\rho_e E \sim \left[ \varepsilon_0 \left(\frac{u \cdot B}{l}\right) \right] \times [J/\sigma] \sim \varepsilon_0 J/\sigma \left(\frac{u \cdot B}{l}\right) \sim \tau_e \frac{u}{l} (J \cdot B)$$

Ici  $l$  est une longueur caractéristique pour l'écoulement. Evidemment, puisque  $u\tau_e/l \sim 10^{-18}$ , la force de Lorentz domine complètement le processus donné par l'équation (I.45) et nous pouvons écrire :

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} \quad (\text{I.45})$$

## II.6 Equation d'induction

Il est très utile de considérer le champ magnétique  $\mathbf{B}$  comme la principale quantité électromagnétique. En effet, toutes les autres quantités ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{q}$ ), peuvent être simplement déduites de  $\mathbf{B}$  en utilisant les équations de Maxwell et la loi d'Ohm. L'équation qui relie le champ magnétique d'induction  $\mathbf{B}$  à la dynamique, exprimée par une vitesse  $\mathbf{u}$ , fait apparaître aussi, d'autres quantités électromagnétiques fondamentales. Il est possible de déduire directement de la loi d'Ohm (I.35), dans laquelle le terme du rotationnel peut être décomposé en utilisant l'équation d'Ampère (I.15) et la loi de Lenz (I.14). Ainsi on peut éliminer le champ électrique, la densité de courant entre les équations de Maxwell ci-dessous, afin d'obtenir une équation qui dépend uniquement du champ magnétique  $\mathbf{B}$  ou le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ . Dans le cadre de l'approximation quasi-statique, les courants de déplacement  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  sont négligés devant  $\mathbf{J}$ . Cette hypothèse est pleinement justifiée pour de faibles fréquences et des matériaux suffisamment bon conducteurs. Les équations de Maxwell se réduisent alors au système.

$$\begin{aligned} \text{Loi de Lenz} \quad \quad \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{Loi d'Ampère} \quad \quad \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu \vec{J} \quad \text{avec} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \\ \text{Loi d'Ohm} \quad \quad \quad \vec{J} &= \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \end{aligned}$$

Les trois lois peuvent être combinées comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= -\vec{\nabla} \times \vec{E} \\ &= -\vec{\nabla} \times \frac{1}{\sigma} (\vec{J} - \vec{u} \times \vec{B}) \\ &= -\vec{\nabla} \times \frac{1}{\sigma} (\vec{J} - \vec{u} \times \vec{B}) = -(\vec{\nabla} \times \frac{\vec{J}}{\sigma} - \vec{\nabla} \times \vec{u} \times \vec{B}) \\ &= -\vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\sigma \mu} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right) + \vec{\nabla} \times \vec{u} \times \vec{B} \\ &= -\frac{1}{\mu \sigma} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} + \vec{\nabla} \times \vec{u} \times \vec{B} \end{aligned} \tag{I.46}$$

Sachant que :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \quad (\text{Due à la conservation du champ magnétique})$$

Donc l'équation d'induction magnétique peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{I.47})$$

On définit la diffusivité magnétique par  $\eta = \frac{1}{\mu\sigma}$ , donc l'équation d'induction (I.47) s'écrit.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})$$

On remarque l'équation d'induction est très analogue dans sa forme à l'équation de tourbillon (équation de Helmholtz), donnée par :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = \nu \nabla^2 \vec{\Omega} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{\Omega}) \quad (\text{I.48})$$

NB la diffusivité magnétique  $\eta$  et analogue à la viscosité cinématique  $\nu$ .

A partir de la propriété vectorielle du double rotationnel, on a :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u} - (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{B}$$

Donc on aura :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \eta \nabla^2 \vec{B} + \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) \\ &= \eta \nabla^2 \vec{B} + [(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u} - (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{B}] \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{B} &= \eta \nabla^2 \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u} \end{aligned} \quad (\text{I.49})$$

L'équation (I.49) comporte trois termes physiques :

$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{B}$  : Dérivée totale de  $\vec{B}$ , appelée aussi la dérivée particulière au lagrangienne

$\eta \nabla^2 \vec{B}$  : Diffusion du champ magnétique  $\vec{B}$

$(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u}$  : Production ou destruction du champ magnétique  $\vec{B}$

Si  $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u} > 0 \rightarrow$  effet de dynamo

Si  $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{u} < 0 \rightarrow$  effet de pompage ou brassage

Il est possible de réécrire l'équation de l'induction en développant le dernier terme de l'équation (I.49), soit :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \equiv \frac{d\vec{B}}{dt} = \eta \nabla^2 \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \quad (\text{I.50})$$

Cette expression permet de mettre en évidence le véritable terme de production/destruction du champ magnétique dans le membre de droite.

### II.6.1. Equation d'induction pour le potentiel vecteur

Une autre forme de l'équation d'induction peut être reformulée en fonction du vecteur potentiel  $\vec{A}$ . Le développement est basé sur les trois équations mathématiques formant le système de Maxwell à savoir :

$$\text{Loi de Faraday (Lenz)} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{avec} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\text{Loi d'Ampère} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} \quad \text{avec} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

$$\text{Loi d'Ohm} \quad \vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = \sigma \left( -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \varphi + \vec{u} \times \vec{B} \right)$$

D'où :

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \varphi + \vec{u} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \frac{1}{\mu \sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \varphi + \vec{u} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \eta \vec{\nabla} \times \vec{B} = \eta \cdot \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \quad (\text{I.51})$$

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \varphi + \vec{u} \times \vec{B} = \eta \left( -\nabla^2 \vec{A} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \right)$$

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{A} + \vec{u} \times \vec{B} - \vec{\nabla} \cdot \varphi - \eta \left( \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \right) \quad (\text{I.52})$$

Selon le principe dit *la gauge de Coulomb*, on a  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = 0$ , donc on aura finalement :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{A} + \vec{u} \times \vec{B} - \vec{\nabla} \cdot \varphi \quad (\text{I.53})$$

L'équation (I.53) est plus facile à résoudre numériquement avec les logiciels commerciaux Flux, Ansys-Fluent et COMSOL.

### III. RAPPEL SUR LA MECANIQUE DES FLUIDES

#### III.1. Equations d'état

La science a montré que le temps de transit des particules fluides dans un domaine observé est extrêmement long par rapport aux temps caractéristiques des interactions moléculaires ( $10^{10}$  à  $10^{15}$  fois dans les liquides). Par conséquent, tout équilibre non thermodynamique d'une particule par rapport à son environnement est pratiquement instantanément, [5]. En conséquence, les équations d'état, qui s'appliquent à la matière au repos, sont encore vraies pour les fluides en mouvement. Notez que cette propriété, vraie pour tous les matériaux *en équilibre thermodynamique*, ne peut plus être justifiée dans certains gaz ionisés (plasmas). Dans les liquides simples, deux variables telles que la pression et la température sont suffisantes pour définir l'état thermodynamique. Parmi les équations d'état d'un liquide, le plus simple est :

$$\rho = Cst \quad (1.54)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique. Cela signifie que le fluide est à la fois incompressible ( $\rho$  est indépendante de la pression  $p$ ) et non- dilatable ( $\rho$  est indépendante de la température  $T$ ). Alors l'hypothèse de l'incompressibilité est bien justifiée, la dilatation thermique doit parfois être prise en compte. Pour l'équation d'état, nous pouvons alors utiliser une relation du type:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (1.55)$$

Le coefficient d'expansion thermique  $\beta$  est généralement de l'ordre de  $10^{-4} K^{-1}$ . À titre d'exemple, les verres et certains oxydes, qui sont des bons conducteurs à l'état liquide lorsqu'ils sont maintenus en fusion dans les fours à induction, montrent un comportement dynamique qui ne s'explique pas par l'effet des forces de Laplace. En effet, Le mouvement est dû à une convection naturelle qui se développe en raison des différences de température et des variations de densité résultantes, en accord avec la relation (1.55). Toutes les autres variables d'état (viscosité, conductivité électrique, énergie interne spécifique, etc.) suivent des relations analogues à (1.54) ou (1.55) dans les liquides conducteurs.

#### III.2. Equations de continuité

Le principe de conservation de la masse, appliqué à un domaine matériel donné « D » exige que :

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho dv = \int_D \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho u) \right] dv = 0 \quad (1.56)$$

A chaque point, le champ de vitesse  $u$  et la densité  $\rho$  sont alors liés par l'équation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (1.57)$$

Il est clair l'analogie totale entre ceci et l'équation de la conservation de la charge électrique (1.10). Pour les liquides qui nous intéressent, l'équation d'état (1.54) réduit cette équation à :

$$\text{div} \vec{u} = 0 \quad (1.58)$$

Par ailleurs, les champs vectoriels  $B$ ,  $J$  et  $u$ , dont les trois sont conservateurs, ont les mêmes propriétés que celles décrites précédemment pour le champ magnétique  $B$ . Même si l'on tient compte des variations de faible densité selon l'équation (1.55), la description donnée Par (1.58) peut toujours être justifié, en accord avec l'approximation de Boussinesq, [6].

### III.3. Equations de Navier Stokes

La loi fondamentale de la dynamique implique que si  $F$  représente la densité massique des forces appliquées dans un domaine  $D$  et si  $T$  représente la contrainte sur une surface limite fermée  $S$ , la relation suivante doit être satisfaite:

$$\int_D \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) dv + \oint_S \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS = \int_D \rho \vec{F} dv + \oint_S \vec{T} dS \quad (1.59)$$

Pour que cette relation soit indépendante du domaine  $D$ , en prenant en compte l'équation de continuité (1.57) et en introduisant les composantes du tenseur de contrainte, alors à chaque point, nous devons avoir :

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = F_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (1.60)$$

Ici nous sommes intéressés que par des fluides visqueux qui suivent la loi constitutive de Newton :

$$\sigma_{ji} = - \left( p + \frac{2}{3} \mu \nabla u \right) \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.61)$$

Où  $\mu$  représente la viscosité dynamique. Compte tenu de l'hypothèse d'incompressibilité, cela peut être réduit à :

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.62)$$

Pour les fluides incompressibles ayant une viscosité constante, l'équation du mouvement, appelée équation de Navier-Stokes, s'écrit comme suit:

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho \nu \nabla^2 u_i + \rho F_i \quad (1.63)$$

Les fluides qui nous intéressent ici sont influencés par la force gravitationnelle  $g$  et la force de Laplace ( $\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$ ) de sorte que la densité volumique des forces externes est donnée par :

$$\rho \vec{F} = \rho \vec{g} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.64)$$

La forme simplifiée de l'équation de Navier-Stokes que nous allons utiliser dans notre étude, peut alors être exprimée sous la forme:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.65)$$

Avec les relations suivantes :

$$(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \nabla \left( \frac{\vec{u}^2}{2} \right) + (\nabla \times \vec{u}) \times \vec{u} \quad (1.66)$$

$$\vec{g} = -\nabla(gz) \quad (1.67)$$

$$\vec{j} \times \vec{B} = \nabla \left( \frac{-\vec{B}^2}{2\mu} \right) + \frac{1}{\mu} (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (1.68)$$

Où  $z$  représente la composante verticale ascendante. L'équation (1.65) peut être réécrite comme suit:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{u} \times \vec{u} = -\nabla \left( \frac{\vec{p}}{\rho} + \frac{\vec{u}^2}{2} + g\vec{z} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu} \right) + \frac{1}{\mu} (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} + \nu \cdot \nabla^2 \vec{u} \quad (1.69)$$

Cette forme d'équation de Navier-Stokes est très intéressante dans la discipline de la mécanique de fluide puisque  $\text{rot } \mathbf{u} \times \mathbf{u}$ , est un vecteur orthogonal à la vitesse  $u$ , nous pouvons déduire immédiatement le théorème de Bernoulli en le projetant sur la tangente d'une ligne de courant  $C$ . Si l'écoulement est permanent ( $\partial / \partial t = \mathbf{0}$ ) et la viscosité est négligeable, nous obtenons alors:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gz = Cst \text{ sur } C \quad (1.70)$$

En effet, nous pouvons immédiatement constater la possibilité de faire une extension de ce théorème aux phénomènes MHD. Une supposition complémentaire est nécessaire pour annuler la projection de  $(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}$  sur les lignes de courant, ce qui donne alors:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gz + \frac{B^2}{2\mu} = Cst \text{ on } C \quad (1.71)$$

#### III.4. Equation et les propriétés de la vortacité

Le vecteur  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} \equiv \text{rot } \mathbf{u}$  s'appelle la vortacité (du latin pour un tourbillon). Le vecteur de vortacité  $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t)$  définit un champ vectoriel, tout comme le champ de vitesse  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ . Dans le cas de la vitesse, nous pouvons définir des lignes de courant qui sont partout parallèles au sens du vecteur vitesse à un instant donné. De même, nous pouvons définir des lignes de vortex qui sont partout parallèles à la direction du vecteur de vortacité à un moment donné. Nous montrons que la vortacité est deux fois la vitesse angulaire locale dans un écoulement, [7]:

- i. L'ensemble de lignes de vortex forment des tubes vortex.
- ii. Les tubes vortex minces, de sorte que leurs lignes de vortex constitutives sont approximativement parallèles à l'axe du tube, s'appellent les filaments de vortex.
- iii. Le champ de vortacité est solénoïdal, c'est-à-dire  $\nabla \cdot \boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$ . Ce résultat très important est approuvé comme suit:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\omega} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{u}) \quad (1.72)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right]$$

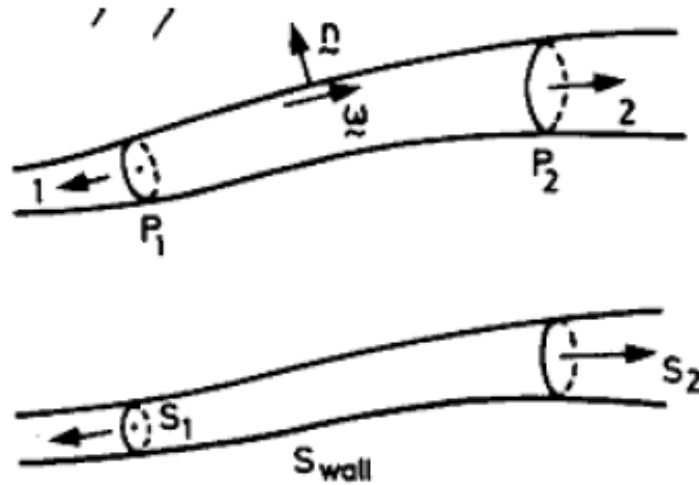


Figure 1.2 Champ de vorticité, [7].

#### IV. Conclusion : système global d'équation MHD

Le système d'équations, gouvernant du processus magnétohydrodynamique (MHD) que nous avons obtenu pour un fluide incompressible avec des propriétés physiques invariantes est le suivant:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{u} = \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\vec{u} \times \vec{B}) + \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B} \\ \frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\operatorname{grad}} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{j} \times \vec{B} \end{cases} \quad (1.73)$$

Le terme  $\operatorname{rot}(\vec{u} \wedge \vec{B})$  est négligeable devant les autres termes de l'équation d'induction. Le système est ensuite découplé en deux parties. Résoudre un problème de MHD consiste à résoudre successivement:

- Problème d'électromagnétisme basé sur le système suivant :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B} \end{cases} \quad (1.74)$$

- Problème de mécanique de fluide basé sur le système suivant :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{u} = 0 \\ \frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\operatorname{grad}} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{j} \times \vec{B} \end{cases} \quad (1.75)$$

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE I

- [1] R. Moreau, « *MagnetoHydroDynamics : Fluid Mechanics and its applications* », volume 3. Springer Science+ Business Media Dordrecht, 1990.
- [2] P.A. Davidson, « *An introduction to MagnetoHydroDynamics* ». Cambridge University Press, 2001.
- [3] P.H. Roberts, « *An introduction to MagnetoHydroDynamics* ». *School of Mathematics University of Newcastle upon Tyne*, 1967.
- [4] L.D. Landau et E.M. Lifchitz, « *Mechanics : Course of theoretical physics* ». Pergamon Press, 1969.
- [5] P. Germain, « *Cours de Mécanique des Milieux Continus , Tome 1: Théorie Générale* », Masson p.143-145, 1973.
- [6] S. Ostrach, « *Laminar Flows with Body Forces, in Theory of Laminar flows* ». Edition F. K. Moore, Princeton University Press, p.534, 539, 1964.
- [7] K. Smith. Roger, “*Introductory lectures on fluid dynamics*”. Version: Juin 13, 2008.

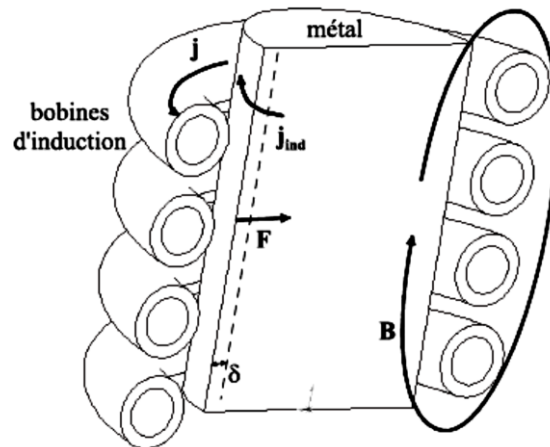
# CHAPITRE II

## PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE

## I. PROCÉDES DE BRASSAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

### I.1. Introduction

Comme il a été montré dans le premier chapitre, le mécanisme de brassage électromagnétique (*Electro-Magnetic Stirring, EMS*) est basé sur la production d'un champ de force de Lorentz dans la charge liquide, provoquant l'apparition d'une convection forcée (mouvement dû aux forces volumique). En effet, si on considère une charge conductrice entourée d'une bobine d'induction, la circulation d'un courant,  $j$ , dans les spires d'induction, crée un champ magnétique,  $B$ . Ce champ magnétique pénètre dans la charge et génère un courant induit,  $j_{ind}$ , dont le sens est globalement opposé à  $j$ , [1]. L'interaction entre le courant induit et le champ magnétique crée un champ de force volumique,  $F$ , qui s'applique uniquement dans une zone appelée la peau magnétique,  $\delta$ .



**Figure. II.1.** Représentation d'une coupe longitudinale d'un système de chauffage par induction illustrant le principe du brassage électromagnétique, [2].

Le mouvement du liquide est alors créé par l'inhomogénéité de la force de Lorentz (force de Laplace). Cette inhomogénéité peut être causée par des variations de la direction (cas du champ pulsant), ou de la phase (cas du champ glissant).

### I.2. champ magnétique permanent

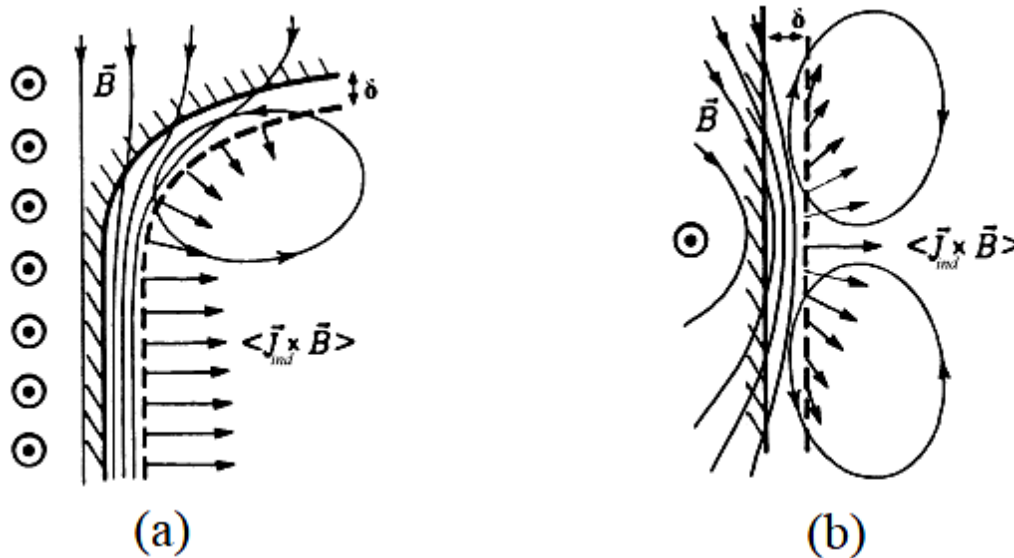
Considérons tout d'abord le cas de l'action d'un champ magnétique permanent sur un liquide conducteur. Ce champ magnétique permanent peut être créé soit par une bobine alimentée par un courant continu soit par un aimant. Il peut être utilisé pour freiner, voire rendre négligeable, la convection naturelle qui peut apparaître lors du procédé.

### I.3. Champs pulsants (monophasés)

L'inducteur est parcouru par un courant monophasé qui crée donc un champ magnétique alternatif fixe .

$$B(r, t) = B_0(r) \cos(\omega t + \varphi). \quad (2.1)$$

Dans le cas d'un brassage proche de la partie supérieure, notamment dans l'application de la coulée continue, cette force s'applique surtout dans les coins de la poche liquide (voir Fig. II.2), créant ainsi une accélération du liquide dans cette région, [3].



**Figure. II.2.** Orientation et variation de la force de Lorentz dans le cas d'un champ pulsant proche d'une surface libre de liquide (a) et en volume (b) d'après [2].

### I.4. Champs tournants

Les champs magnétiques tournants (*RMF pour Rotating Magnetic Field*) ont été largement utilisés dans les procédés du contrôle de mouvement au sein des charges liquides, notamment dans la métallurgie. Cette technique est basée sur le principe d'un moteur asynchrone. Le moteur est alimenté par un courant alternatif triphasé. On utilise généralement les trois phases du réseau, avec une fréquence de fonctionnement du moteur de 50 Hz. Chaque phase est décalée de  $2\pi/3$  dans l'espace et dans le temps [7].

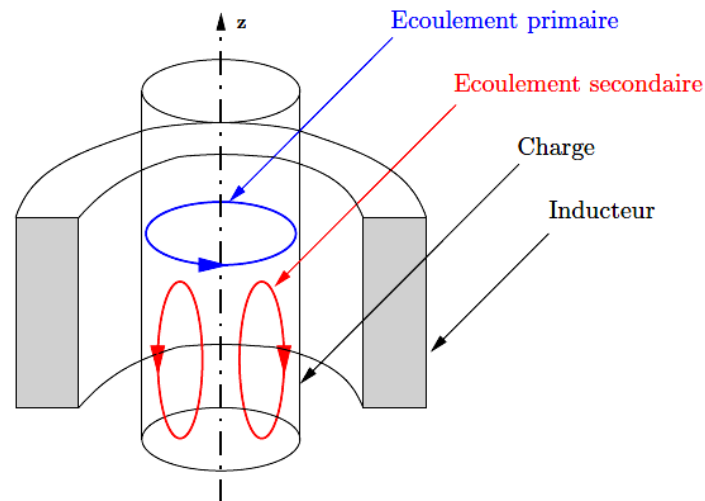
La charge conductrice liquide peut être alors comparée à un rotor d'un moteur asynchrone classique (Figure II.3). Dans le cas d'un inducteur idéal de longueur infinie, la force électromagnétique se réduit à la seule composante tangentielle, R. Moreau [4].

En coordonnées polaires  $(r; \theta; z)$ , pour un inducteur à une seule paire de pôle, l'expression générale de la force moyenne est :

$$F_{\theta} = \frac{1}{2} \sigma \omega B_0^2 R \Phi \left( \frac{r}{R} \right) \quad (2.2)$$

où  $\sigma$ ,  $\omega = 2\pi f$  et  $R$  sont respectivement la conductivité électrique, la pulsation et le rayon de l'échantillon.  $B_0$  est la valeur maximum du champ magnétique. La fonction  $\Phi$ , dépend de l'épaisseur de la peau,  $\delta_{\text{skin}}$ , qui quantifie la pénétration du champ magnétique dans la charge. Si  $\delta_{\text{skin}} \gg 1$ , la distribution du champ magnétique n'est pas modifiée par la présence de la charge liquide.

Le principal effet d'un RMF est de générer une force centrifuge. La vitesse azimutale est directement créée par les forces électromagnétiques mais il existe nécessairement un écoulement secondaire (voir illustration figure II.3). En effet, il existe une zone de basse pression au centre de l'échantillon (vitesse de rotation du fluide plus importante au centre qu'à l'extérieur) responsable d'un effet de pompage centrifuge. Pour de faibles valeurs de champs magnétiques, l'écoulement est généralement laminaire. L'augmentation du champ conduit à des instabilités.



**Figure II.3.** Schéma de configuration d'écoulement pour un brasseur à champ magnétique tournant, [1].

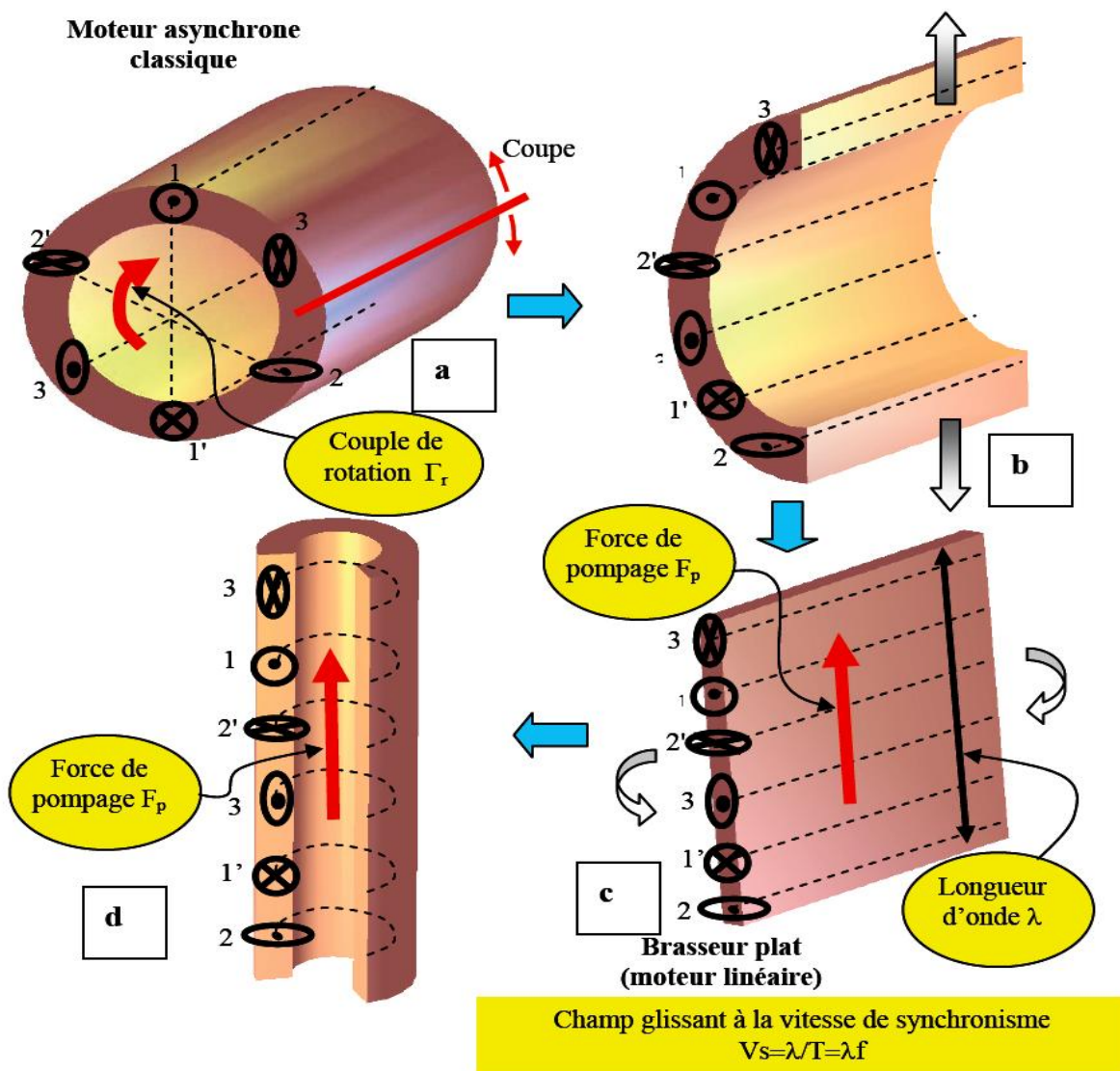
### I.5. Champs glissants

La théorie du champ magnétique glissant est développée dans plusieurs travaux [1,5 et 7]. Cette technique est basée sur le principe d'un moteur linéaire alimenté par un courant alternatif triphasé, comme celui présenté dans le moteur asynchrone (champ tournant décrit

ci-dessus), sauf au lieu de utilisé un stator qui créer un champ magnétique tournant, ont utilisé un inducteur linéaire qui crée un champ magnétique glissant.

Sur la figure (II.4), on a représenté les différentes étapes successives qui permettent de passer d'un moteur asynchrone à un moteur linéaire plat et puis tubulaire à champ glissant. Après une première transposition (figure II.4.b), on obtient le passage d'une force rotative (champ tournant) vers une force linéaire susceptible de pomper un mouvement poloïdal. Les paramètres principaux de ce brasseur électromagnétique sont la longueur d'onde  $\lambda$  (ou pas polaire) et la fréquence  $f$ , d'où l'on déduit la vitesse de synchronisme  $v = \lambda.f$  (figure II.4.c).

Notre étude et base sur un brassage électromagnétique par un champ magnétique glissant crée par un moteur linéaire à géométrie plat (figure II.4.c).

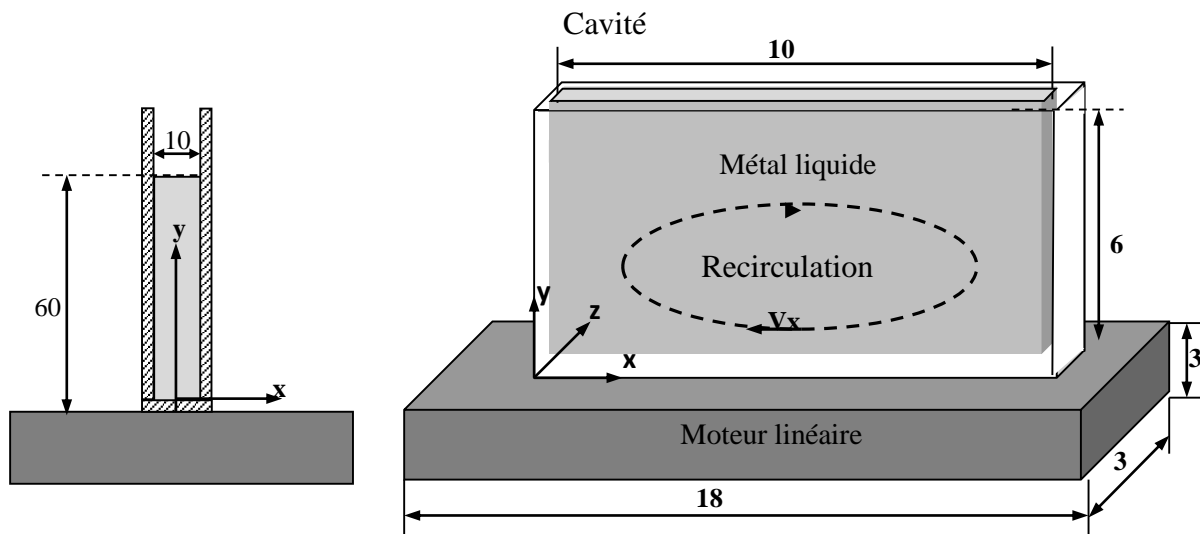


**Figure II.4.** Schéma explicatif du passage d'un moteur asynchrone vers un brasseur à champ magnétique tournant et puis un brasseur à champ magnétique glissant : a) Moteur asynchrone b) Linéarisation des phases c) Moteur linéaire plat d) Moteur linéaire tubulaire.[1]

## II. SIMULATION NUMERIQUE D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE GLISSANT

### II.1. Configuration étudiée

Le système à étudier est présenté sur la figure (II.7). L'alliage (Ga-In-Sn) liquide à la température ambiante, avec une composition proche du point eutectique (67wt% Ga-20,5wt%Sn- 12,5wt% In), et une température de fusion sensiblement égale à  $T_m = 10,5^\circ\text{C}$ , est contenu dans une cavité rectangulaire de largeur  $W = 1\text{cm}$ , longueur  $L = 10\text{cm}$ , et de hauteur  $H = 6\text{cm}$ . L'origine des coordonnées se situe à l'angle inférieur gauche du plan de symétrie vertical. Les propriétés physiques pertinentes de l'alliage seront abordées ultérieurement.



**Figure II.7.** Vues schématiques du système global à simuler: vue de face (a) et vue en coupe transversale (b).

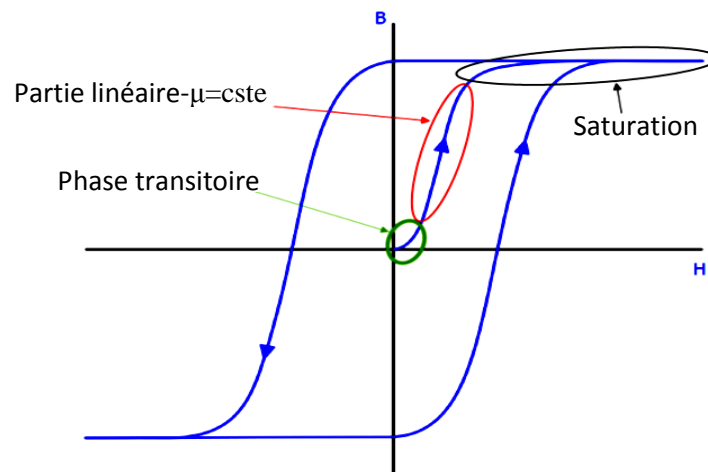
### II.2. Etapes de simulation

Généralement un modèle de résolution est constitué d'un ensemble d'équations, de conditions aux limites et de conditions initiales. L'ensemble est défini sur une géométrie décomposée en sous domaines et limitée par des frontières. La mise au point d'une simulation avec COMSOL Multiphysics comprend d'abord la description physique du problème (variables, équations, conditions aux limites et conditions initiales), ensuite l'implémentation de ce modèle, enfin la vérification des résultats obtenus par comparaison avec les solutions analytiques (si elles existaient) ou avec des données expérimentales. La phase de l'implémentation se décompose en six étapes:

### *Etape 1 choix de la physique de résolution*

Nous avons utilisé le logiciel *COMSOL Multiphysics*, comme environnement de résolution, vu son efficacité de résoudre les processus magnétohydrodynamique, et par conséquent son aptitude à effectuer le couplage entre l'électromagnétisme et la mécanique des fluide. Pour réaliser ceci on a utilisé deux physiques :

- 1 **Physique AC/DC→Magnétique field**: la physique AC/DC est utilisée pour calculer les champs électriques et magnétiques dans les systèmes statiques à basse fréquence, c'est-à-dire dans les systèmes où la longueur d'onde est sensiblement plus grande que le dispositif étudié. En effet cette physique utilise une formulation vectorielle complète pour résoudre le système étudié. La sous interface champs magnétiques (*Magnetic fields*) qui fait partie de la physique (AC/DC), est utilisée pour calculer le champ magnétique et les distributions de courant induits dans et autour les bobines, les conducteurs et les aimants. L'analyse stationnaire, le domaine fréquentiel et la modélisation du domaine temporelle, sont prises en charge en 2D et 3D. Il est important de noter que cette interface résout les équations de Maxwell en utilisant le potentiel du vecteur magnétique et, dans le cas échéant pour les bobines, le scalaire du potentiel électrique comme variables dépendantes. Ainsi, pour traiter la partie concernant la culasse ferromagnétique nous avons adopté une perméabilité relative magnétique constante ( $\mu_r = 10^4$ ). En effet, on travaille dans la partie linéaire (il n'y a pas de saturation), dont le champ est assez fort pour faire bouger la charge mais reste au-dessous de la zone de saturation. cependant, il y a aussi la première phase transitoire quand on allume le brasseur, ici,  $\mu_r$  est variable aussi, mais elle va rapidement se fixer au point de fonctionnement et pour cette partie-là on peut dire qu'on s'intéresse au régime permanent seulement.



**Figure II.8.** Schéma illustratif du cycle d'hystérésis et première aimantation

2 La deuxième physique c'est (*Fluid Flow-single phase flow-laminar flow*), Les interfaces (*Fluid Flow*) sont utilisées pour simuler les écoulements et le champ de pression dans les fluides (liquides et gaz). Les interfaces physiques traitent les écoulements monophasés, multiphasiques, film mince et les écoulements dans les milieux poreux. Le module d'écoulement monophasique (*single phase flow*) contient des interfaces physiques pour la modélisation des écoulements ayant un nombre de mach relativement faible ( $M < 0.3$ ).

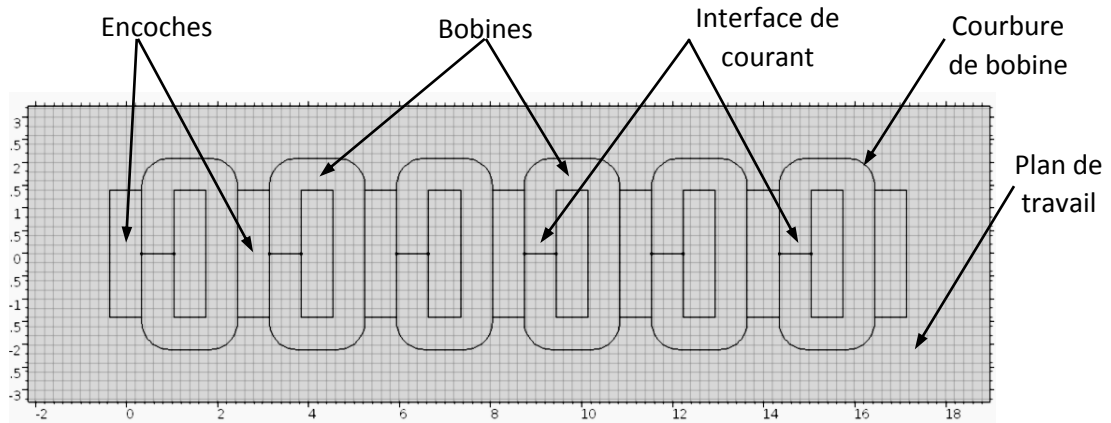
Par ailleurs, Le module (*Laminar Flow*) est utilisé pour calculer les champs de vitesse et de pression dans le régime d'écoulement laminaire. Un écoulement restera laminaire tant que le nombre de Reynolds est inférieur à une certaine valeur critique. En effet, pour les nombres supérieurs de Reynolds, les perturbations ont tendance à croître et à provoquer une transition vers la turbulence. Ce nombre critique de Reynolds dépend de la configuration étudiée, (un exemple classique est l'écoulement à travers un canal circulaire où le nombre critique de Reynolds est environ 2000).

### *Etape 2 la construction de la géométrie*

COMSOL Multiphysics propose un outil de conception de géométries 1D, 2D et 3D. L'import des géométries est effectivement permis, si nous disposons du module d'import CAO (Conception Assistés par Ordinateur). La géométrie est décrite par un ensemble de points, courbes et surfaces. Elle est le support de génération du maillage. La configuration étudiée dans notre cas est réalisée selon les étapes principales suivantes :

- *Plan de construction de la géométrie*

Cette étape est basée essentiellement sur l'option «*Work Plane*». Cette option nous a permis de définir la forme géométrique de base sur un plan bidimensionnel (des rectangles dans notre cas), afin d'attribuer les dimensions réelles de chaque bobine et encoche de la culasse magnétique de l'inducteur (voir la figure II.9).



**Figure II.9.** Plan 2D des rectangles avec dimensions pour former la géométrie de base de l'inducteur magnétique : culasse ferromagnétique et les six bobines. La figure montre également les dimensions de la géométrie globale en centimètre (cm).

- *Courbure des bobines*

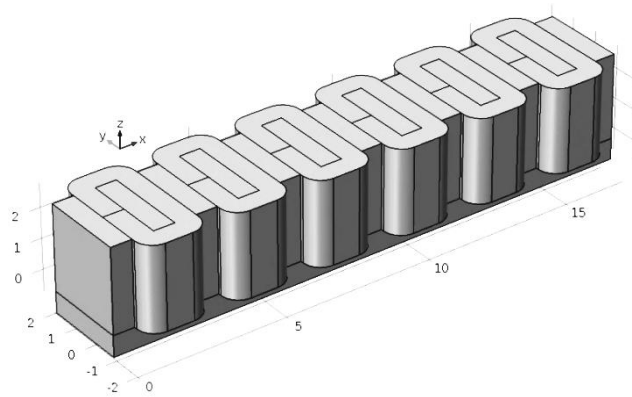
Il est important de noter que la construction de la courbure de chaque bobine est obtenue par l'utilisation de l'option « *Fillet* », en donnant le rayon de courbure de chaque bobine afin de s'approcher de la géométrie réelle des enroulements des fils, (Rayon = 6 mm pour notre cas).

- *Surface de courant*

Les interfaces de courant sont définies par l'approche « *Bézier Polygon* ». En effet, cette option nous a permis de déterminer les surfaces transversales (plan  $xoz$ ), où on impose les courants d'excitation ainsi que le déphasage voulu.

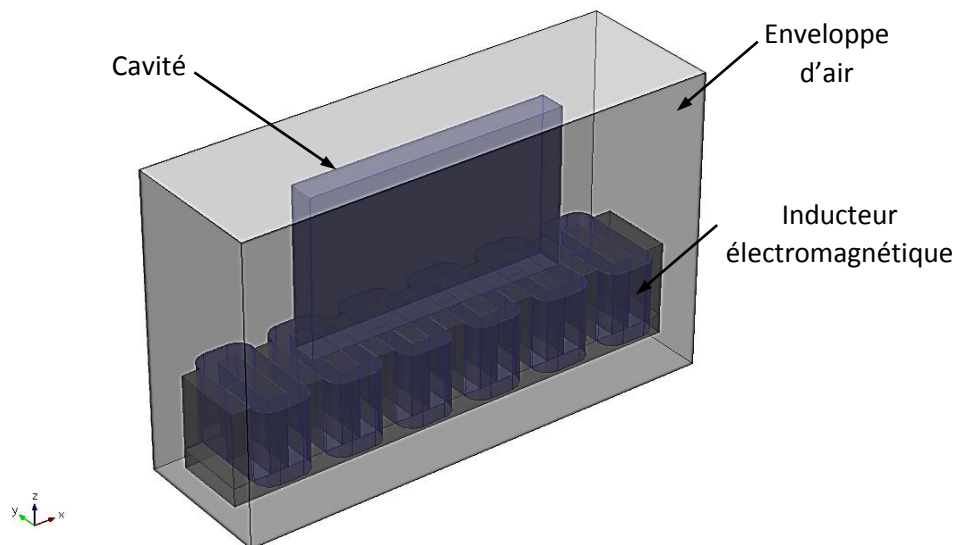
- *Extension tridimensionnelle*

L'extension tridimensionnelle du système réalisée précédemment dans le plan de travail « *Work Plane* », est effectuée par le traitement « *Extrude* ». Cette option a l'aptitude de générer une extension des formes géométriques bidimensionnelles (2D) vers des géométries tridimensionnelles (3D), en définissant la troisième dimension d'extension (28 mm pour notre cas). La géométrie obtenue est présentée sur la figure (II.10).



**Figure II.10.** Géométrie (3D) de l'inducteur électromagnétique.

L'enceinte qui contient l'alliage métallique est l'enveloppe d'air sont introduites à travers l'ajout de deux cubes. Le premier concerne la cavité de longueur 10 cm, hauteur 6m et épaisseur 1 cm, quant à le deuxième cube sera suffisamment large pour contenir le système global (voir la figure II.11).



**Figure II.11.** Géométrie (3D) finale du système.

### **Étape 3 définition des matériaux**

Cette partie est consacrée à la définition des différentes propriétés physiques des matériaux utilisés. Les matériaux choisis dans notre système d'étude sont le Fer pour la culasse magnétique, l'alliage ternaire (Ga-Sn-In) comme un fluide conducteur dans le récipient (cavité) et l'air pour l'enveloppe. Les tableaux qui indiquent les propriétés physiques pertinentes de chaque matériau sont présentés dans l'annexe II.

### *Etape 4 définition des variables et les conditions aux limites*

Cette étape consiste à définir pour l'ensemble des physiques de résolution, les paramètres qui ont un lien direct avec la solution. En effet, chaque physique dans les interfaces sélectionnées à savoir : *Magnetic fields* et *Laminar Flow*, il faut définir les variables spatiales et temporelles avec leurs conditions aux limites (conservation, non-glissement, fréquence, ...etc.). Le tableau (3) dans l'annexe (II), présente tous les paramètres nécessaires pour faire le couplage magnétohydrodynamique adéquat à la configuration du système.

### *Etape 5 choix du régime de résolution*

La sélection du régime de résolution est une étape très importante pour la stabilité et la convergence du calcul. Le logiciel COMSOL Multiphysics offre des solveurs basés sur deux types de méthodes de résolution : (i) les solveurs directs qui sont précis et rapides mais demande beaucoup de mémoire vive, (ii) les solveurs itératifs, dont la convergence est soumise à certaines conditions, moins précis mais plus économiques en mémoire. Il n'y a pas de solveur plus précis qu'un autre, puisque tous les solveurs devraient répondre aux mêmes critères de convergence abordés. Notre modèle est basé sur trois régimes de résolution présentés ci-dessous.

#### *- Partie électromagnétisme*

Dans cette partie on a utilisé deux régimes de résolutions. Le premier est le régime (*coil geometry analysis*) pour calculer la distribution dans le domaine qui concerne uniquement les bobines multi-tours, définies physiquement comme un faisceau de fils conducteurs connectés en série. Quant au deuxième est le régime (*frequency domain*) qui est utilisé pour calculer la réponse d'un système électromagnétique linéaire ou linéarisé soumis à une excitation harmonique pour une ou plusieurs fréquences.

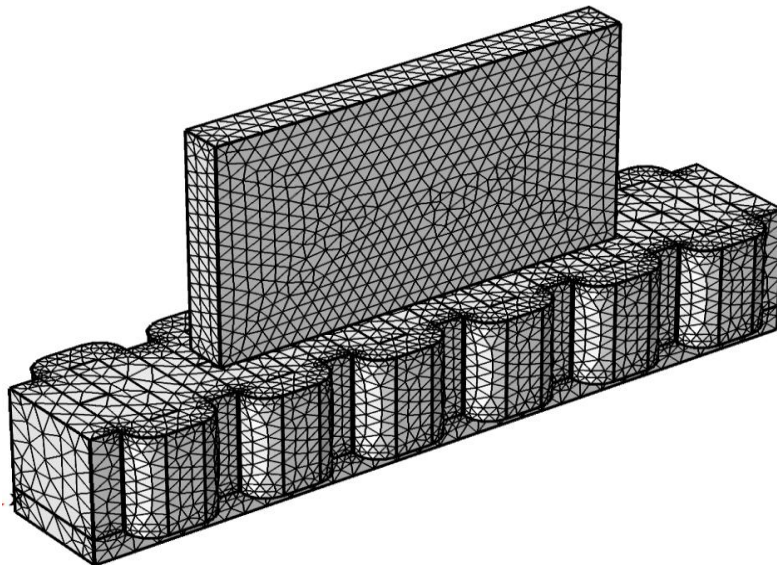
#### *- Partie mécanique des fluides*

On a utilisé le régime temporel (*Time dependent*) pour la résolution de la partie mécanique des fluides. En effet, le champ dynamique et champ de pression, varient dans l'espace et dans le temps (comportement imposé par la configuration d'écoulement), donc le recours vers le régime de résolution instationnaire est indispensable pour la physique magnétohydrodynamique du système.

### *Etape 6 Maillage*

Elle correspond à la discrétisation spatiale de la géométrie. Les mailles sont de formes polygonales en 2D (triangle ou quadrangle) et polyédriques en 3D (tétraèdre, prisme, brique, ou cube). Dans certains cas 3D, le domaine est discrétisé difficilement de façon exacte. Le maillage est généré automatiquement ou importé, ou encore paramétré par l'utilisateur qui peut choisir le type de mailles. Le nombre de nœuds, le nombre de variables inconnues et l'ordre des fonctions d'interpolation déterminent le nombre de degrés de liberté (DDL) du problème à résoudre. Plus le nombre de mailles est important, plus le problème a besoin de mémoire vive de la machine. Le point faible de COMSOL Multiphysics serait peut-être dans cette étape, car ce code n'offre pas un maillage adaptatif pour les calculs temporels, et les mailles sont isotropes alors que pour un problème tel que le nôtre, un maillage anisotrope serait préféré.

Le maillage adopté dans ce travail est un maillage décrit *normal* (voir la figure II.11), réalisé automatiquement par logiciel COMSOL Multiphysics. Le maillage entier composé de 70256 éléments de domaine, 15495 éléments de frontière et 2489 éléments d'arête.



*Figure II.11. Maillage3D du système.*

### **II.3. Convergence de la solution**

Le modèle numérique consiste à interpoler la solution sur une discrétisation de la géométrie (maillage). Une solution numérique est acceptable quand le critère de convergence est établi, c'est-à-dire lorsque le résultat numérique est très proche de la solution exacte. Cette dernière est justement inconnue, elle n'est accessible que dans certains cas pour des

géométries simples. Donc une estimation d'erreur est construite à partir d'un développement de Taylor au second ordre de l'opérateur différentiel du système d'équations. La convergence est atteinte quand la valeur de l'erreur estimée est inférieure à une valeur seuil. L'estimation d'erreur n'a de sens que dans le cas d'un système d'équation non linéaire et/ou temporel, car pour un cas linéaire la solution correspond à l'inversion de la matrice du système sans vérification :

- L'erreur pour le cas non linéaire est  $err = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_i \left(\frac{|E_i|}{W_i}\right)^2\right)}$ , où  $N$  est le nombre de nœuds,  $E$  est l'estimation d'erreur, et  $W$  est le poids de chaque nœud (égale à 1 par défaut). Cette valeur doit être inférieure à un facteur défini par l'utilisateur (sa valeur par défaut est de  $10^{-6}$ ).

- Pour un calcul temporel, il faut que la solution vérifie le critère  $\sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_i \left(\frac{|E_i|}{A_i + R|U_i|}\right)^2\right)} < 1$ , à chaque pas de temps, où  $A_i$  est la tolérance absolue (valeur par défaut  $10^{-3}$ ), et  $U_i$  est la tolérance relative (valeur par défaut  $10^{-2}$ ).

La convergence traduit l'adéquation de la solution numérique avec la solution approchée du modèle. La qualité (numérique) de la solution obtenue et sa stabilité dépendent du raffinement du maillage et du pas de temps choisi afin de satisfaire la condition CFL (Courant-Freidrish-Levy), qui est de notre cas :  $CFL = \frac{V \Delta t}{\Delta x} \leq 1$ .

**ANNEXE II****Tableau II.1.** Propriétés physiques de l'alliage Ga-In-Sn

Composition	67wt.% Ga-20.5wt.% Sn-12.5wt.% In
Température de fusion	10.5 °C
Densité	$6.4 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
conductivité électrique	$3.4 \times 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$
viscosité cinématique	$3.4 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
vitesse du son	2860 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
tension superficielle	0.533 $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$

**Tableau II.2.** Propriétés physiques du Fer

Composition	<i>Fe</i>
État ordinaire	Solide ferromagnétique
Point de fusion, $T_m$	1 538 °C
Point d'ébullition	2 861 °C
Énergie de fusion	13.8 $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$
Énergie de vaporisation	349.6 $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$
Volume molaire	$7.09 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$
Pression de vapeur	7.05 Pa
Vitesse du son	4 910 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à 20 °C
Électronégativité (Pauling)	1.83
Chaleur massique	440 $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Conductivité électrique	$9.93 \times 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Conductivité thermique	80.2 $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Perméabilité relative	$10^4$

Tableau (II.3) Les paramètres de l'interface (*Magnetic fields*)

Paramètre	Valeur	Unité
<b>Intensité de courant</b>	3, 4 et 5	[A]
$\varphi_1$	0	----
$\varphi_2$	$2 \times \pi / 3$	----
$\varphi_3$	$4 \times \pi / 3$	----
<b>Nombre de spires</b>	160	----
<b>Fréquence</b>	50	Hz
<b>Section de fil</b>	$10^{-6}$	$m^2$

Tableau (II.4) Propriété physique et géométrique des bobines

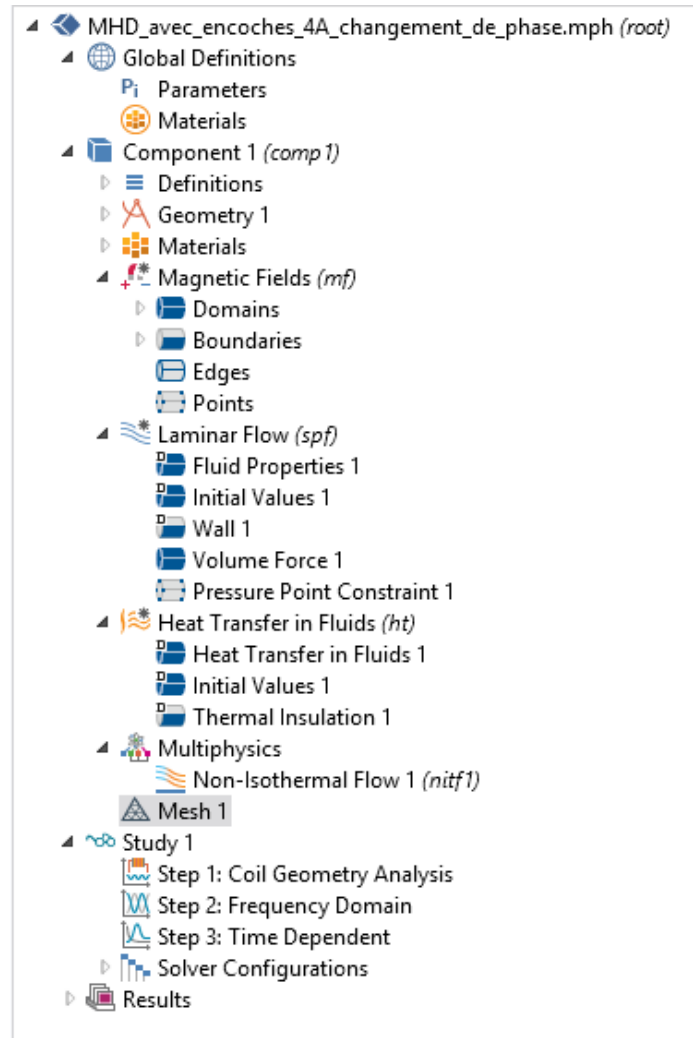
Paramètre	Valeur	Unité
<b>Intensité de courant</b>	3, 4 et 5	A
$\varphi_1$	0	----
$\varphi_2$	$2 \times \pi / 3$	----
$\varphi_3$	$4 \times \pi / 3$	----
<b>Nombre de spires</b>	160	----
<b>Fréquence</b>	50	Hz
<b>Section de fil</b>	$10^{-6}$	$m^2$
<b>Matériau du fil</b>	Cuivre	----
<b>Largeur des encoches</b>	$7 \times 10^{-3}$	m
<b>Largeur de la bobine</b>	$21 \times 10^{-3}$	m
<b>Hauteur de la bobine</b>	$30 \times 10^{-3}$	m

---

<b>Longueur de la bobine</b>	$42 \times 10^{-3}$	m
<b>Largeur de l'encoche entre bobine</b>	Variable	m

---

### Interface du modèle de résolution sous COMSOL



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE II

- [1] Lakhdar HACHANI, «*Etude de l'influence de la convection naturelle et forcée sur le processus de la solidification : cas d'un alliage métallique binaire*». Thèse de l'Université de Grenoble-Alpes, 2013.
- [2] R. Berton, “*Magnéto-hydrodynamique*”, Masson, 1991.
- [3] Thomas CAMPANELLA, «*Etude de l'effet du brassage électromagnétique sur les microstructures d'alliages cuivreux*», Thèse d'école polytechnique fédérale de Lausanne, 2003.
- [4] R. Moreau, “*The fundamental of MHD Related to crystal Growth*”, Progress in crystal growth and characterization of materials, (1999).
- [5] Su. Yanqing, Xu.Yanjin ; Zhao Lei ;Zhang Tiejun ; Wu.Shiping and Guo Jingjie, “*Study on travelling magnetic field casting of sheet components*”, Journal of china foundry, (2010).
- [6] Jinlin « *Gong Modélisation et conception optimale d'un moteur linéaire a induction pour système de traction ferroviaire* ». Thèse d'école centrale de Lille (2011).
- [7] Kader ZAIDAT, «*Influence d'un champ magnétique glissant sur la solidification dirigée des alliages métalliques binaires*». Thèse de l'institut national polytechnique de Grenoble, 2005.

# CHAPITRE III

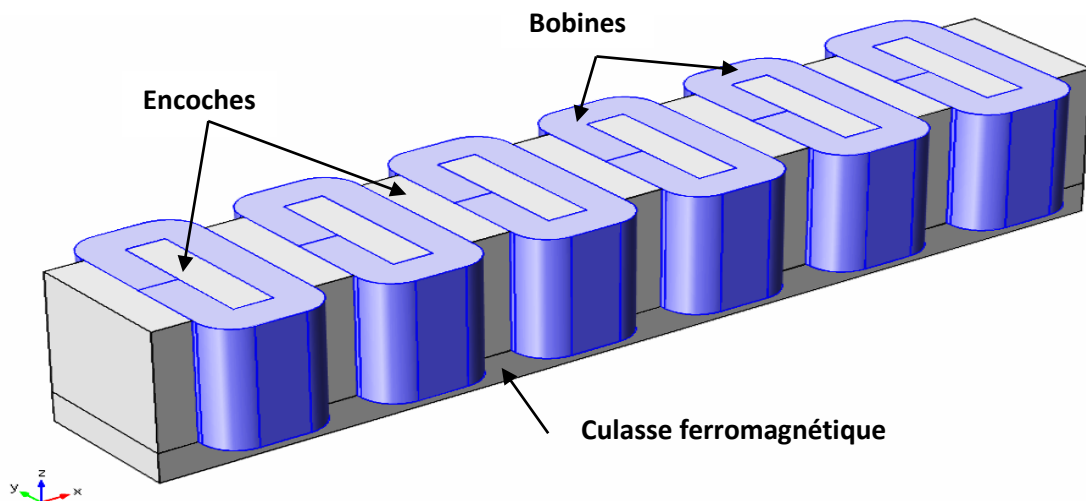
## RÉSULTATS ET DISCUSSION

## I. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons une simulation numérique 3D instationnaire d'un système composé d'un brasseur électromagnétique générant un champ magnétique glissant (*TMF : Travelling Magnetic Field*) et une cavité parallélépipédique contenant un alliage ternaire. L'accent sera mis sur son application pour contrôler la configuration dynamique d'alliage—choisi (Ga-In-Sn), à l'état liquide. Une étude comparative sur les différentes configurations d'écoulement obtenues, sera réalisée. Ainsi, une étude paramétrique sera effectuée, afin d'optimiser la configuration la plus convenable pour notre application (brassage électromagnétique des alliages fondus).

## II. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

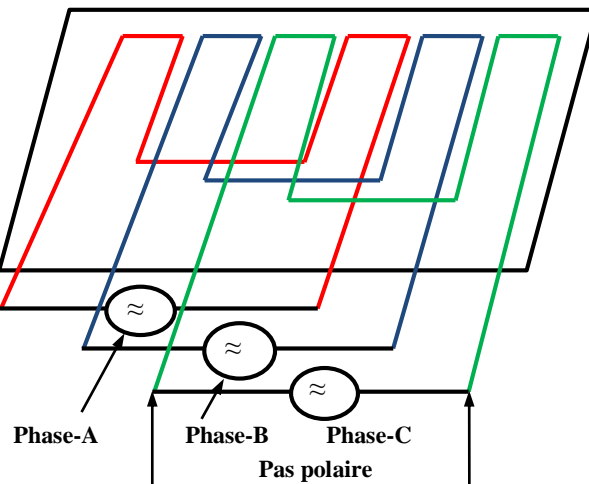
L'inducteur électromagnétique proposé est illustré sur la figure (III.1). Il se compose de six bobines réparties le long de la culasse ferromagnétique placée en bas. Une telle répartition des bobines permet l'amélioration de la force magnétomotrice (mmf), définie comme une force issue d'un courant continu d'intensité 1A, circulant à travers une spire (un seul tour). Ainsi, la distribution linéaire des bobines fournit un vecteur de champ magnétique maximal qui pointe vers le haut et qui se déplace linéairement sur la culasse magnétique horizontalement (selon x).



**Figure III.1.** Vue schématique de l'inducteur magnétique : culasse ferromagnétique et six bobines.

Puisque l'inductance est un système triphasé composé de six bobines, chacune des deux bobines est connectée à une phase d'alimentation, fournissant un enroulement de phase (voir la figure III.2). Par exemple, les bobines (a et a') forment la phase A, et par similitude (b et b')

et (c et c') formant les deux autres phases B et C, respectivement, comme il est illustré sur la figure (III.2). La répartition des bobines entre les trois phases est réalisée de manière à assurer une densité de flux magnétique constante raisonnable à la suite des trois phases qui se déplacent au-dessus de la cavité contenant la charge [1].

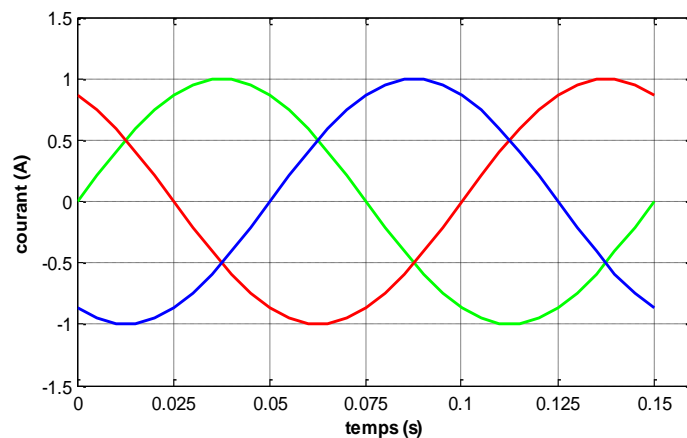


**Figure III.2.** La répartition des bobines entre les trois phases

### III. CHAMP MAGNÉTIQUE GLISSANT

Le champ magnétique glissant peut être créé par un courant alternatif triphasé avec un déphasage de 120 degrés ( $2\pi/3$ ). Les densités des courants peuvent être exprimées comme suit:

$$\begin{cases} I_A = I_0 \sin(\omega t) \\ I_B = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ I_C = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (3.1)$$



**Figure III.3.** Variation du courant triphasé en fonction du temps.

Lorsque les courants varient en fonction du temps, le point maximal de la densité magnétique se déplace linéairement sur l'ensemble de la culasse et les bobines. En effet, lorsque  $\omega t = 0^\circ$ , le point qui présente le maximum se localise au niveau de la première bobine (voir la figure III.4). Avec l'incrémentement du temps et par conséquent de l'angle «  $\omega t$  », le point maximal se déplace de A vers B et puis vers C, ce mécanisme de déplacement linéaire est appelé le *glissement du champ magnétique* sur l'inducteur.

En réaction, Comme il est présenté sur la figure (III.1), les bobines sont placées suivant l'axe transversal  $\overrightarrow{OY}$ . Ainsi, les courants créent un champ d'induction magnétique, dirigée suivant l'axe  $\overrightarrow{OZ}$ . Si les bobines sont convenablement réparties et alimentées par une source électrique polyphasée (Figure III.3) de pulsation «  $\omega t$  », le champ magnétique se propage sous la forme d'une onde glissante selon la direction  $\overrightarrow{OX}$ , selon la formule suivante :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{max} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau} - \omega t\right) \quad (3.2)$$

Où  $\tau$  représente le pas polaire du moteur linéaire, c'est-à-dire la distance entre deux pôles voisins sur la longueur axiale du moteur, comme il est représenté sur la figure (III.2),  $\omega$  est la pulsation ( $\omega = 2\pi f$ ) et  $f$  est la fréquence de l'alimentation électrique des bobines. On peut constater à partir de la figure (III.3) que si l'onde mmf parcourt complètement le pas polaire, le déplacement  $x$  est égal à  $\tau$ , au fur et à mesure  $\theta$  terminé un demi-cycle ( $\pi$ ) d'une période.

$$\frac{x}{\theta} = \frac{\tau}{\pi} \text{ or } x = \theta \frac{\tau}{\pi} \quad (3.3)$$

Comme  $\theta = 2\pi ft$ , la vitesse de synchronisation de l'onde progressive peut être donnée comme suit:

$$U_s = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{\tau}{\pi} \times \omega = 2\tau f \quad (3.4)$$

Notez que la vitesse de synchronisation ne dépend pas du nombre de pôles et elle dépend uniquement du pôle [2].

Sachant que les courants induits créent le champ magnétique, et par conséquent une force volumique de translation apparaît due à l'interaction entre l'ensemble d'inducteurs et la charge conductrice. Le principe est identique à celui du moteur rotatif à induction, mais au lieu de créer un champ magnétique tournant, c'est un champ magnétique glissant qui est créé. Tous les types de moteurs rotatifs peuvent être réalisés en moteur linéaire [3].

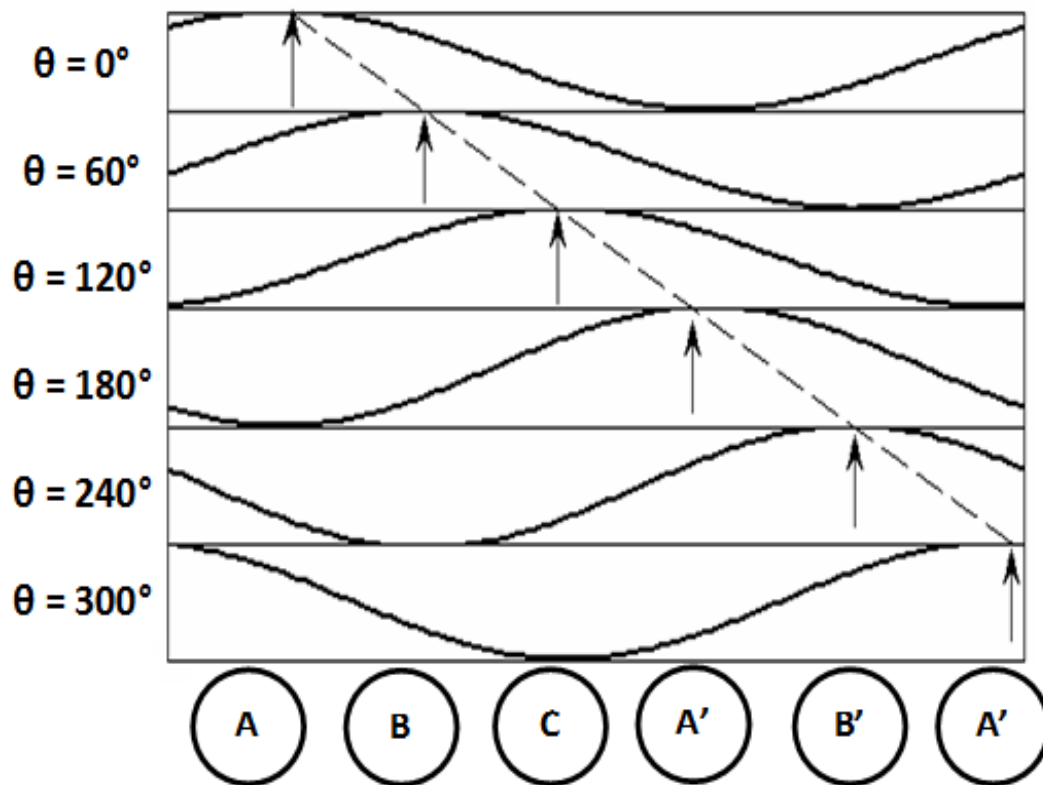


Figure III.4. Création du glissement par un courant triphasé.

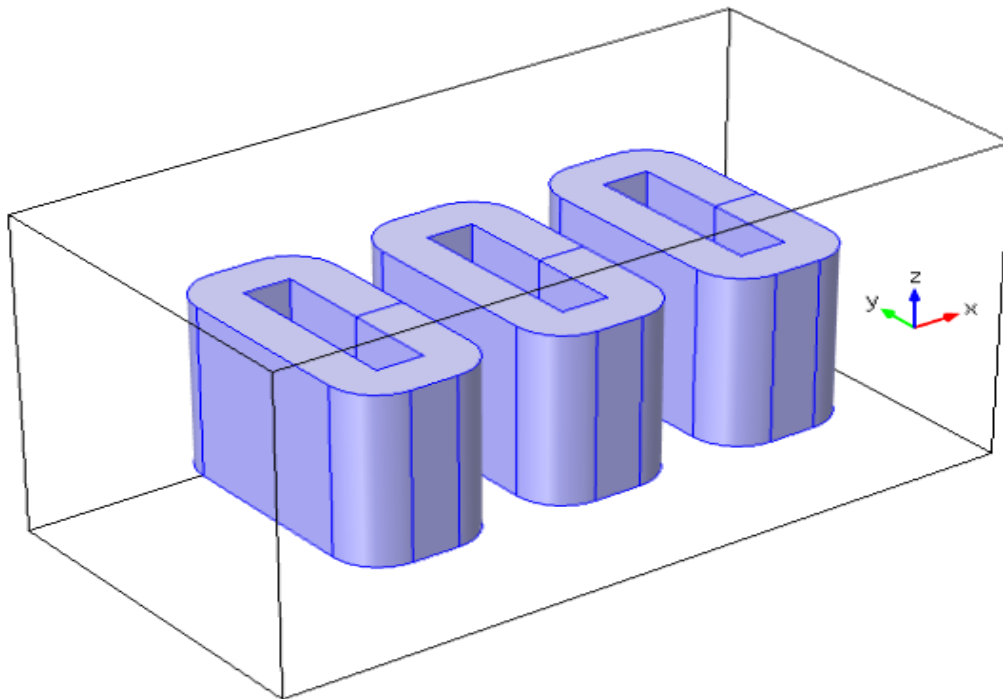
#### IV. PARTIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Vu le degré de complexité du système étudié nous avons subdivisé notre simulation du système global en deux étapes essentielles suivantes :

- Simulation d'une configuration composée de trois bobines alimentées par un courant triphasé
- Simulation de l'inducteur : culasse ferromagnétique et six bobines alimentées par un courant triphasé

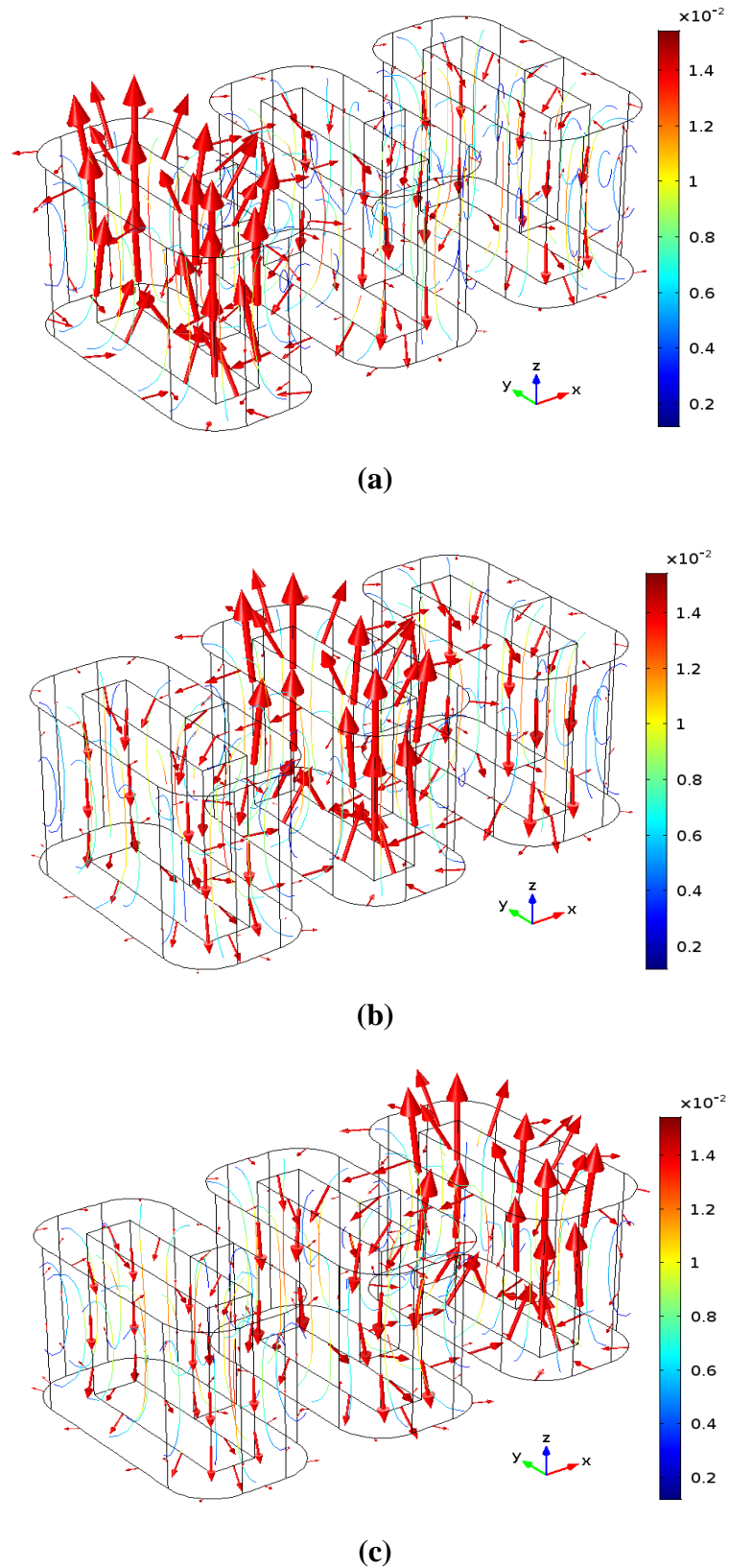
### IV.3.1 simulation de trois bobines alimentées par un courant triphasé

Cette partie est consacrée à la simulation numérique d'un système composé de trois bobines ayant 160 spires en cuivre et alimentée par un courant alternatif triphasé (équation 3.1). La fréquence utilisée est 50 [Hz] et l'intensité de courant  $I_0=3A$ . La géométrie 3D des trois bobines étudiées dans une boîte d'air est présentée sur la figure (III.5). L'objectif est d'étudier ce système simple en termes de configuration magnétique (distribution des lignes de champ) et courant d'excitation.



**Figure.III.5** Vue perspective de la géométrie 3D des trois bobines étudiées.

Lorsque le courant d'excitation est sinusoïdal et triphasé, le comportement du champ magnétique sera identique à son courant de génération. En effet, pour tester l'effet de déphasage sur le comportement du champ magnétique, nous avons calculé et visualisé le champ magnétique, en termes de déplacement du champ vectoriel maximal présentés dans la figure (III.6) avec une valeur de  $1.4 \times 10^{-2} T$ .



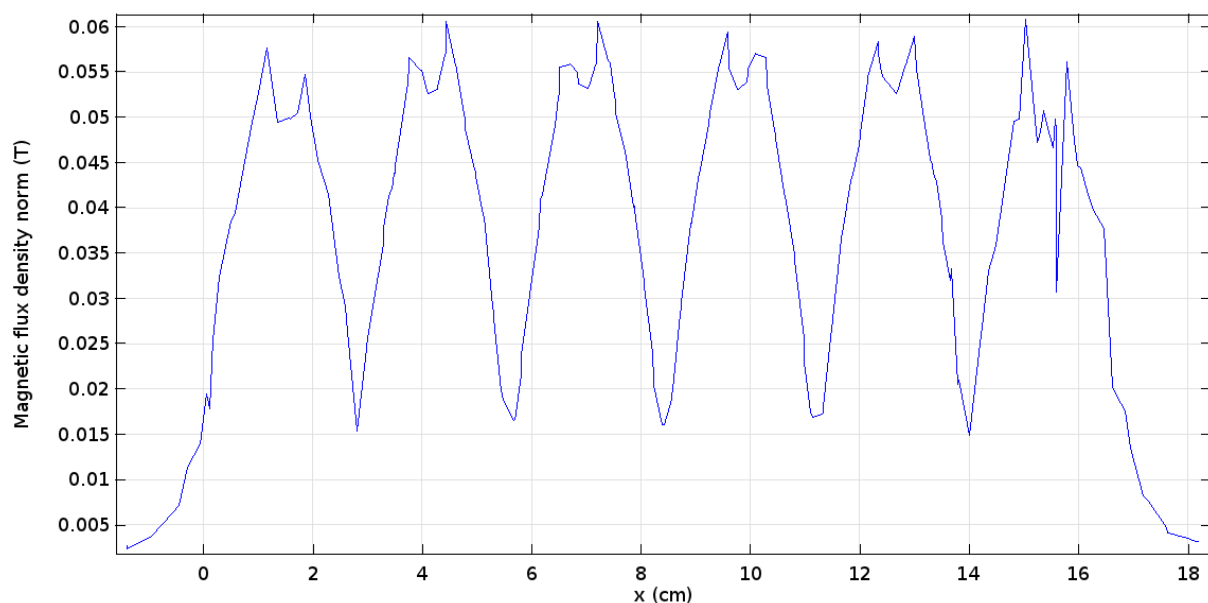
**Figure.III.6.** déplacement du maximal du champ magnétique : (a) le maximum se localise au niveau de la première bobine (b) le maximum se situe à la deuxième bobine et finalement (c) le maximum s'est déplacé à la dernière bobine

### IV.3.2 simulation de l'inducteur

Dans cette partie nous avons réalisé une simulation du système électromagnétique : culasse ferromagnétique et l'ensemble des six bobines caractérisées par un enroulement de 160 spires et une alimentation triphasée avec une intensité de  $I=3A$  et une fréquence  $f=50Hz$ . Il est important de noter que l'ajout de la culasse ferromagnétique aura des conséquences très significatives sur la configuration, l'intensité et le glissement du champ magnétique.

Après avoir effectué la simulation de l'inducteur à travers l'utilisation du logiciel COMSOL multiphysics, nous avons réussi à caractériser numériquement les propriétés électromagnétiques de l'inducteur. En effet, et grâce à ces résultats, nous avons pu évaluer quantitativement et qualitativement la répartition du champ magnétique au niveau de la surface du moteur linéaire et notamment la localisation des pôles magnétiques de l'inducteur, ainsi que la configuration du glissement.

La figure (III.7) représente la courbe de l'évolution de champ magnétique  $B$  selon l'axe  $\vec{OX}$  sur la surface de l'inducteur.

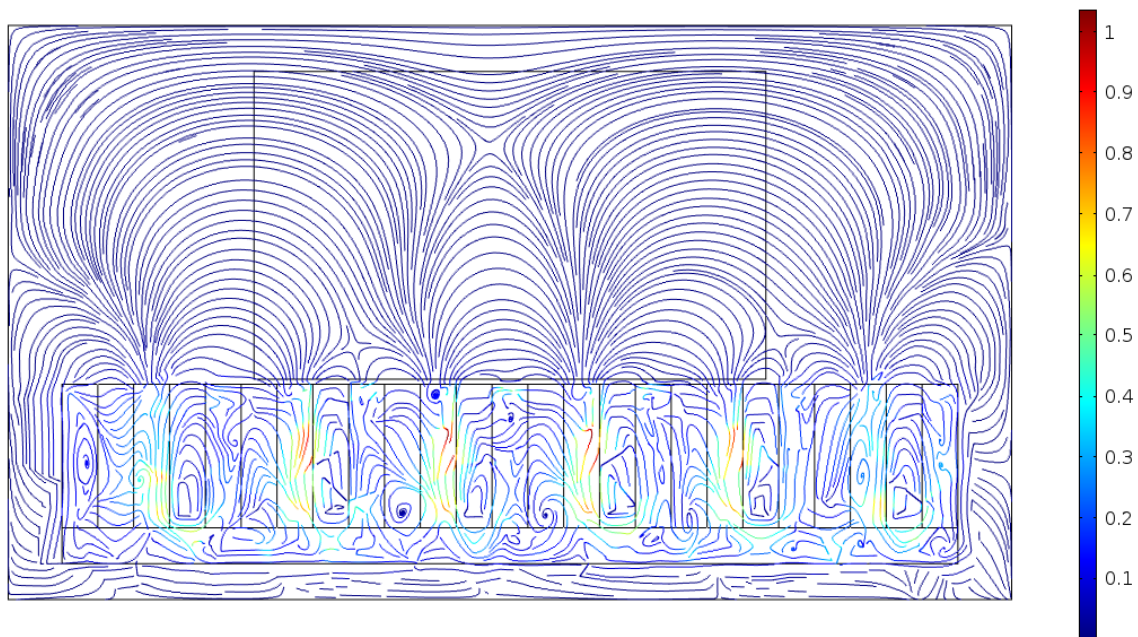


**Figure.III.7** évolution de la magnitude de  $B$  en fonction de  $x$  à la surface du moteur linéaire.

La figure (III.7) montre la distribution du champ magnétique. Nous pouvons identifier les zones qui ont des valeurs maximales ( $\|B\| = 60 \text{ mT}$ ) par rapport à celles ayant des valeurs minimales ( $\|B\| = 15 \text{ mT}$ ) du champ magnétique.

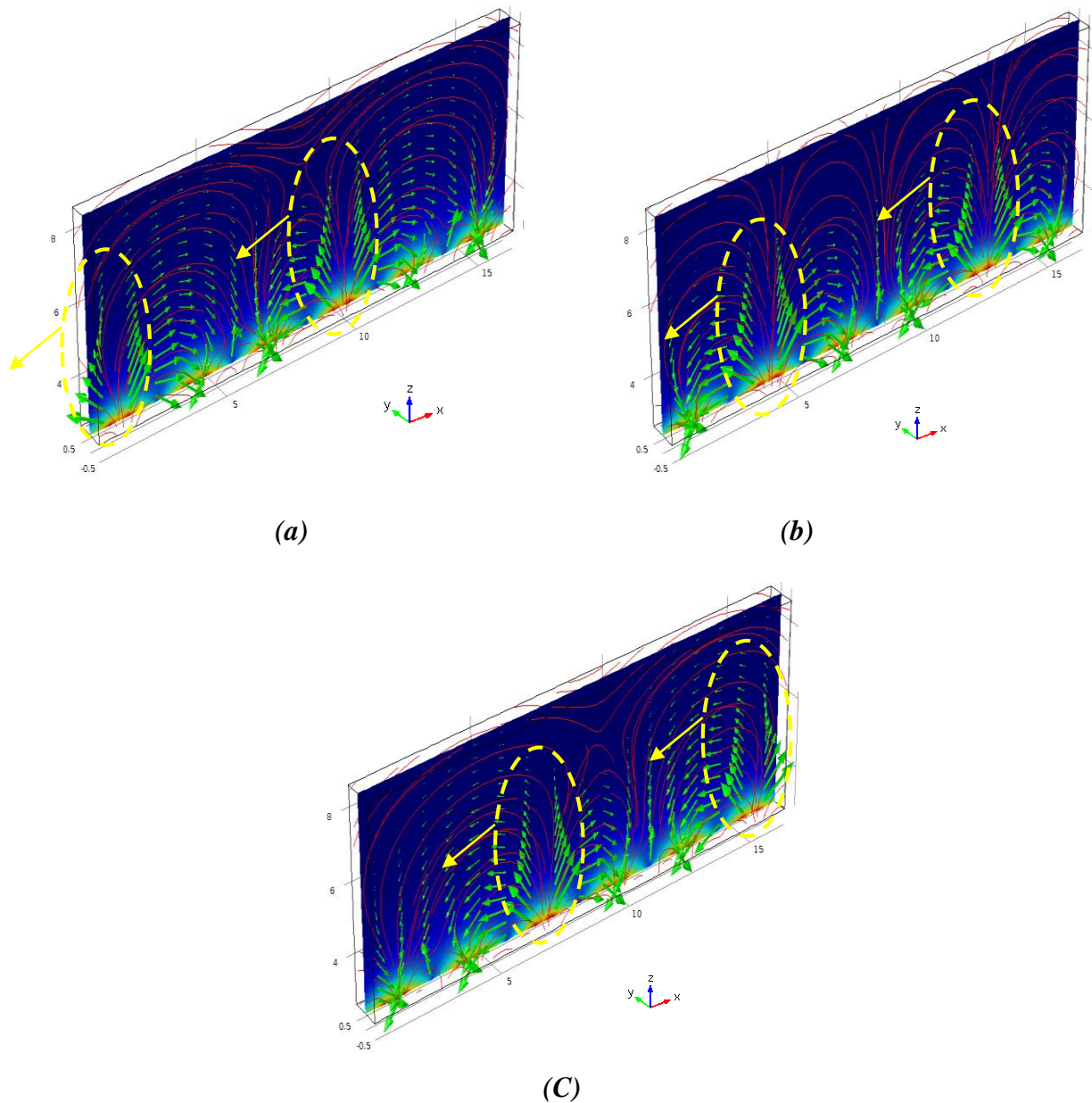
Les valeurs maximales présentent les pôles de l'inducteur, dont on peut déterminer la position effective de chaque pôle qui correspond à la position de bobine génératrice. Quant aux valeurs minimales, elles donnent des indications claires sur la position des encoches situées entre les bobines, ayant un effet d'amortissement sur le champ magnétique.

Par ailleurs, la figure (III.8) présente les lignes de courants (iso-valeurs) du champ magnétique dans le plan (XOZ) avec  $y = 0$ .



**Figure.III.8** l'évolution spatiale des lignes de courants du champ magnétique dans le plan (XOZ).

La figure (III.8) montre l'existence de deux ondes du champ magnétique, qui se présente comme une vague sur la figure. Lorsque ces vagues se déplacent, elles produisent ce qu'on appelle *le glissement du champ magnétique*, comme il est illustré sur la figure (III.9), qui montre à son tour, le glissement des deux vagues de gauche vers la droite.



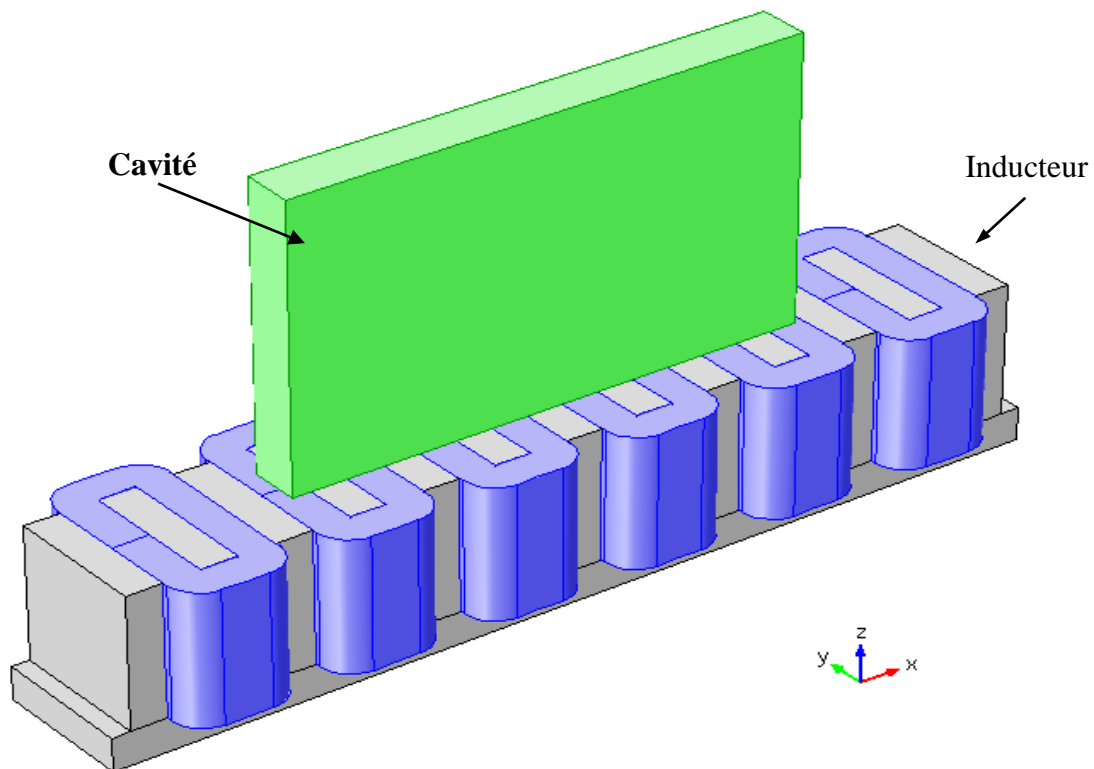
**Figure.III.9.** Représentation 3D des lignes de courant et les vecteurs du champ magnétique dans le plan (XOZ) avec  $y = 0$ .

Puisque le courant d'alimentation est alternatif, les vecteurs du champ magnétique changent de direction en alternance pendant le glissement du champ magnétique c'est-à-dire la direction des vecteurs de champ magnétique il n'est pas fixe durant tout le temps en termes de sens par rapport la direction du glissement comme le montre la figure1(III.9). En effet, si on suppose que les vecteurs de champ magnétique ont la direction positive selon l'axe OX dans la figure (III.9-a), ils changent la direction vers la direction négative dans la figure (III.9-c). La figure (III.9-b) montre également, quatre ensembles d'ondes électromagnétiques (vagues), dont deux vagues sont en train de disparaître ayant des vecteurs dans la direction

positive (les premières vagues qui sont apparues dans la figure III.9-a), et deux vagues sont en train de développer avec des vecteurs de champ magnétique avec une direction négative toujours selon l'axe OX. Il est important de noter que ce processus se répète d'une façon harmonique selon la fréquence choisie du système (voir la figure III.9-c).

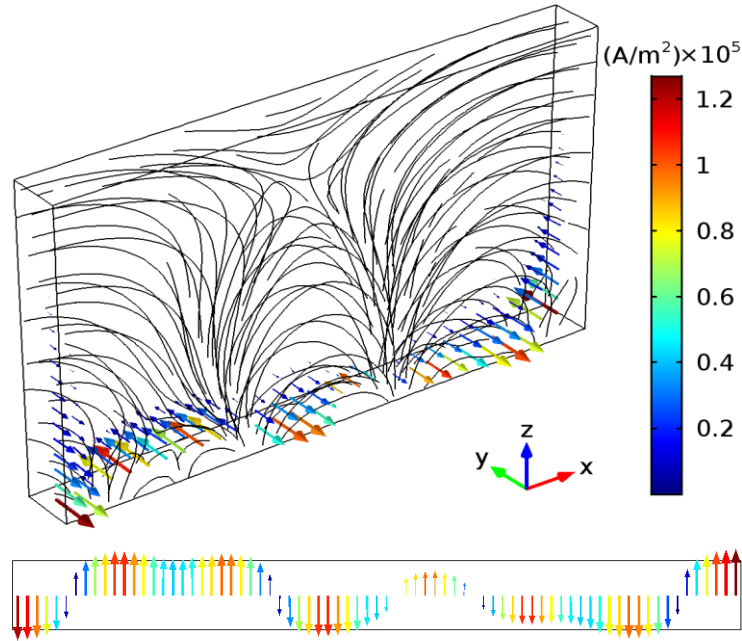
## V. PARTIE MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE MHD

Cette partie est focalisée sur la simulation numérique du système magnétohydrodynamique c'est-à-dire le couplage entre la partie électromagnétique traitée précédemment et la partie mécanique des fluides qui est introduite par la création d'un mouvement hydrodynamique dans l'alliage métallique (*Ga-In-Sn*) ; à l'état liquide pour réaliser un brassage électromagnétique à travers le glissement du champ magnétique qui pénètre dans la charge conductrice (l'alliage). La figure (III.10) présente le système MHD qui est composé de la cavité qui contient l'alliage (*Ga-In-Sn*) et l'inducteur électromagnétique qui génère le champ magnétique glissant.



**Figure.III.10** Vue perspective de la géométrie 3D de système MHD : inducteur et cavité.

La pénétration du champ magnétique dans la cavité (Figure.III.9) engendre des courants induits dans la charge voir (figure.III.11).



**Figure.III.11.** Évolution spatiale 3D des courants induits: les lignes noires correspondent du champ magnétique et d'iso-valeurs des vecteurs des courants induits. La figure montre également une représentation 2D des vecteurs des courants induits dans le plan (XOY).

La figure (III.11) montre la distribution des courants induits dans la cavité (épaisseur de peau) et leur comportement, Alors cela illustre que le comportement des courants induits comme le comportement de champ magnétique glissant c'est-à-dire les courants induits distribue dans l'épaisseur de peau sous forme d'une onde transversale comme illustre dans la figure b (III.11) et l'interaction entre le champ magnétique et les courants induits, crée une force de type volumique appelé force de Lorentz ou force de Laplace.

### V.1.développement de la force de Lorentz

Afin de déterminer la force volumique responsable du brassage électromagnétique, il est nécessaire de caractériser techniquement l'inducteur utilisé. La longueur d'onde  $\lambda$  et le pas polaire  $\tau$  sont  $\lambda=2\tau=168$  mm, de sorte que le nombre d'onde est  $k=2\pi/\lambda=37.4$  m<sup>-1</sup>. La vitesse de synchronisation du champ magnétique en mouvement est  $U_s=f_0.\lambda=\omega/k=8.4$  m/s. Il est important de noter que la largeur est relativement courte par rapport la longueur de l'inducteur et celle de la cavité; on verra plus tard que cela affecte significativement l'intensité de la force motrice effective. En tenant compte du rapport d'aspect moyen ( $L/e=20$  et  $L/H=5/3$ ), le modèle d'écoulement du fluide repose sur l'hypothèse que ces rapports sont suffisamment importants pour justifier l'existence d'une région centrale dans laquelle l'écoulement peut être considéré comme étant quasi parallèle à l'axe OX.

L'expression de la force électromagnétique pour un domaine de fluide infini dans la direction  $y$  est détaillée dans la référence [1]. Le potentiel vecteur  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)\mathbf{e}_y$  n'a qu'une seule composante non nulle; selon les équations de Maxwell, la densité du courant et le champ magnétique obéissent aux relations suivantes:

$$\begin{cases} \vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = \sigma \left( -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{u} \times \vec{B} \right) \\ \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \left( -\frac{\partial A}{\partial z}, 0, \frac{\partial A}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (3.4)$$

Par ailleurs, le potentiel vecteur peut être exprimé comme suit:

$$A = A_0 M(z) \exp[i(kx - \omega t)] \quad (3.5)$$

Avec :

$$M(z) = \exp\left[-\left(k + i \frac{\mu\sigma\omega}{2k}\right)z\right] \quad (3.6)$$

Dans ces expressions,  $\mu$  et  $\sigma$  représentent la perméabilité et la conductivité, respectivement, de la masse fondue.

L'expression de la force électromagnétique  $\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$  a été développée dans la référence [1], pour une configuration confinée identique à celle de notre cas, comme suit:

$$F_x = \frac{\sigma\omega k^*}{2} A_0 \exp(-2k^* z) + \frac{k^* A_0^2}{2} \exp(-2k^* z) \left[ \left(\frac{\pi}{2e}\right)^2 \frac{\sin(2X^*)}{\mu} - \sigma\omega \cos(2X^*) \right] \quad (3.7)$$

$$F_y = -\frac{\pi k^* \beta^* A_0^2}{2\mu e} \exp(-2k^* z) \cos(2X^*) + \frac{\pi A_0^2}{4\mu e} \beta^{*2} \exp(-2k^* z) \sin(2X^*) \quad (3.8)$$

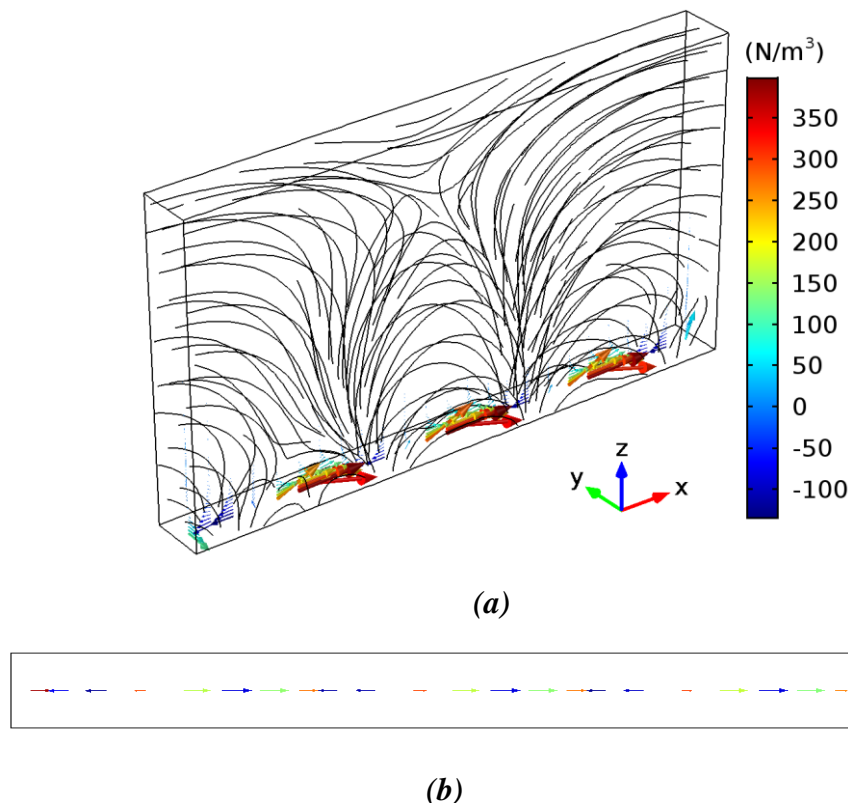
$$\begin{aligned} F_z = & \frac{A_0^2}{2} \left[ \sigma\omega\beta^* - \left(\frac{\pi}{2e}\right)^2 \frac{k^*}{\mu} \right] \exp(-2k^* z) - \frac{A_0^2}{2} \left[ \sigma\omega\beta^* - \left(\frac{\pi}{2e}\right)^2 \frac{k^*}{\mu} \right] \exp(-2k^* z) \cos(2X^*) \\ & - \frac{A_0^2}{2} \left[ \sigma\omega\beta^* - \left(\frac{\pi}{2e}\right)^2 \frac{k^*}{\mu} \right] \exp(-2k^* z) \sin(2X^*) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Avec  $k^{*2} = k^2 + \left(\frac{\pi}{2e}\right)^2$ ;  $\beta^* = -\frac{\mu\sigma\omega}{2k^*}$  et  $X^* = k^* x - \frac{\pi y}{2e} + \beta^* z - \omega t$ . L'indice supérieur (\*) se réfère à des quantités qui tiennent compte le confinement du domaine fluide.

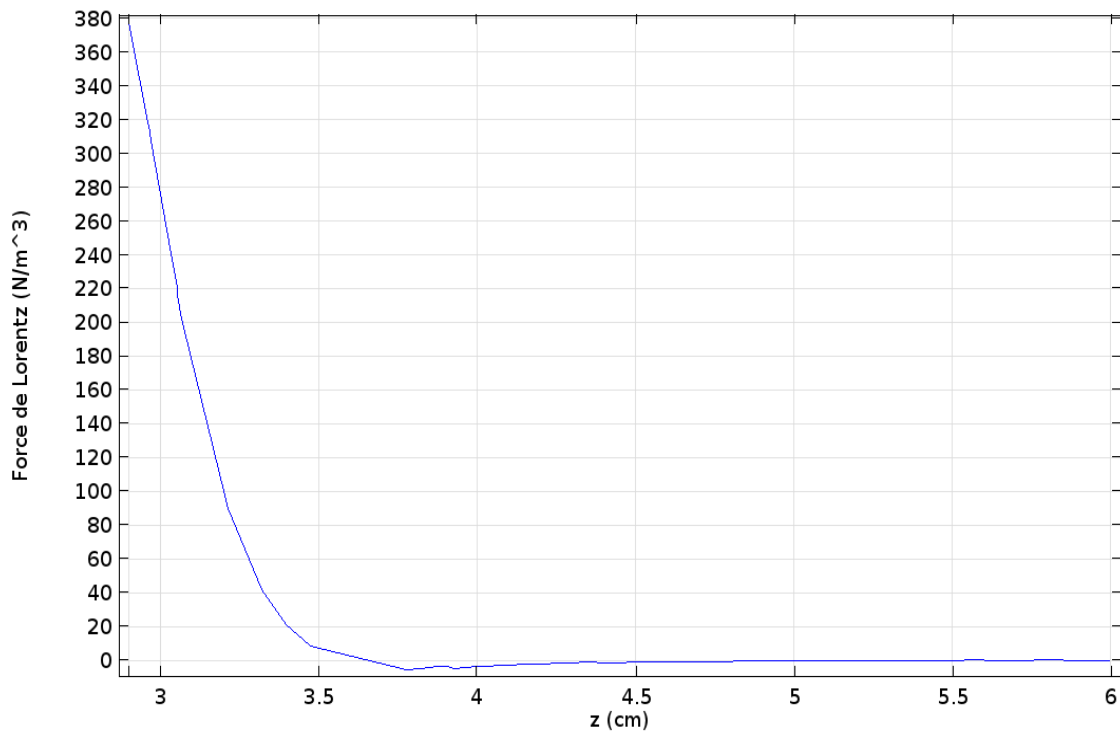
Les deux composantes de la force électromagnétique moyennées activées dans la charge (alliage liquide), peuvent être exprimées comme suit:

$$\begin{cases} \langle F_x \rangle = \frac{\sigma \omega k^*}{2} A_0 \exp(-2k^* z) \\ \langle F_z \rangle = \frac{A_0^2}{2} \left[ \sigma \omega \beta^* - \left( \frac{\pi}{2e} \right)^2 \frac{k^*}{\mu} \right] \exp(-2k^* z) \end{cases} \quad (3.10)$$

Il est clair que le composant  $F_y$  a une moyenne nulle. En outre, tous les termes sont proportionnels à  $\sin(2X^*)$  ou  $\cos(2X^*)$ , qui sont des fonctions périodiques de  $t$  et de  $x$ , respectivement. Comme on peut le constater sur les figures (III.12). Ainsi, les deux composantes  $F_x$  et  $F_z$ , ont des moyennes non nulles qui diminuent exponentiellement verticalement selon  $z$ . La diminution de ces deux composantes moyennées, présentée dans la figure (III.13) illustre l'ordre de grandeur de la taille d'épaisseur de la peau magnétique ( $\delta = 1/k^*$ ). La force moyenne de la composante  $\langle F_x \rangle$  est une force motrice du brassage, créant un écoulement qui se présente sous forme d'un vortex simple, dont le sens dépend de l'agencement des phases électriques. La composante verticale  $\langle F_z \rangle$  est une force gravitationnelle non nulle dirigée vers le haut de type répulsive et n'est pas directement motrice.



**Figure.III.12.** (a) Evolution spatiale 3D des forces électromagnétiques: les lignes noires correspondent aux lignes d'iso-valeurs du champ magnétique et les vecteurs sont les forces volumiques de Lorentz. (b) Représentation 2D des forces de Lorentz dans le plan (XOY).



**Figure.III.13.** Evolution spatiale de l'intensité de la force électromagnétique selon la direction verticale ( $x = 5\text{ cm}$ ,  $y = 0\text{ cm}$  et  $z$  varie entre 2.9 et  $H = 6\text{ cm}$ ). Résultats obtenus pour  $f_0 = 50\text{ Hz}$  et  $I = 3\text{ A}$ .

Cependant, cette inductance a également une longueur finie; cela génère une réduction du champ magnétique. En effet, à un moment donné, sur la longueur totale d'inducteur  $L_{IN} = 17\text{ cm}$ , qui est inférieur à trois fois la longueur d'onde  $\lambda = 2\tau = 64\text{ mm}$ , seules deux paires pôles magnétiques peuvent être trouvés. La réduction correspondante de la force électromagnétique peut également être estimée comme étant de l'ordre de  $1/5$  [1]. En conséquence, une réduction caractérisée par le facteur global  $C \approx 0.05$ , de sorte que la valeur typique de la force effective est:

$$F_{em} = CA_0^2 \frac{\sigma \omega k^*}{2} \quad (3.11)$$

L'ordre de grandeur d'estimation de la force motrice à une échelle confine, à savoir la façon dont elle dépend des paramètres physiques de l'inducteur, reste indépendante du coefficient  $C$ . C'est un point très important, car cela signifie que  $C$  peut être déterminé pour inducteur donné.

## V.2. brassage électromagnétique

Dans cette partie nous nous intéressons à l'étude de la dynamique d'alliage étudié et surtout le contrôle du mouvement du fluide concerné et les éléments liés au mouvement du fluide comme le sens du courant d'excitation et la position de la cavité par rapport à l'inducteur la géométrie de l'inducteur et finalement la matière de la culasse magnétique

Pour ce faire, on considère l'alliage ternaire (*Ga-In-Sn*) utilisé comme fluide conducteur incompressible de densité invariante  $\rho$ , de viscosité cinématique  $\mu$  et de conductivité électrique  $\sigma$  dans une cavité parallélépipédique électriquement non conductrice caractérisée par un grand rapport d'aspect  $L/e = 20$ . Puisque la vitesse du fluide  $u$  est relativement plus petite que la vitesse de glissement du champ magnétique appliqué, les champs magnétiques induits par l'écoulement peuvent également être ignorés, c'est-à-dire les mouvements hydrodynamiques n'affectent pas la configuration du champ magnétique, [4]. Ces conditions peuvent être exprimées mathématiquement comme suit :

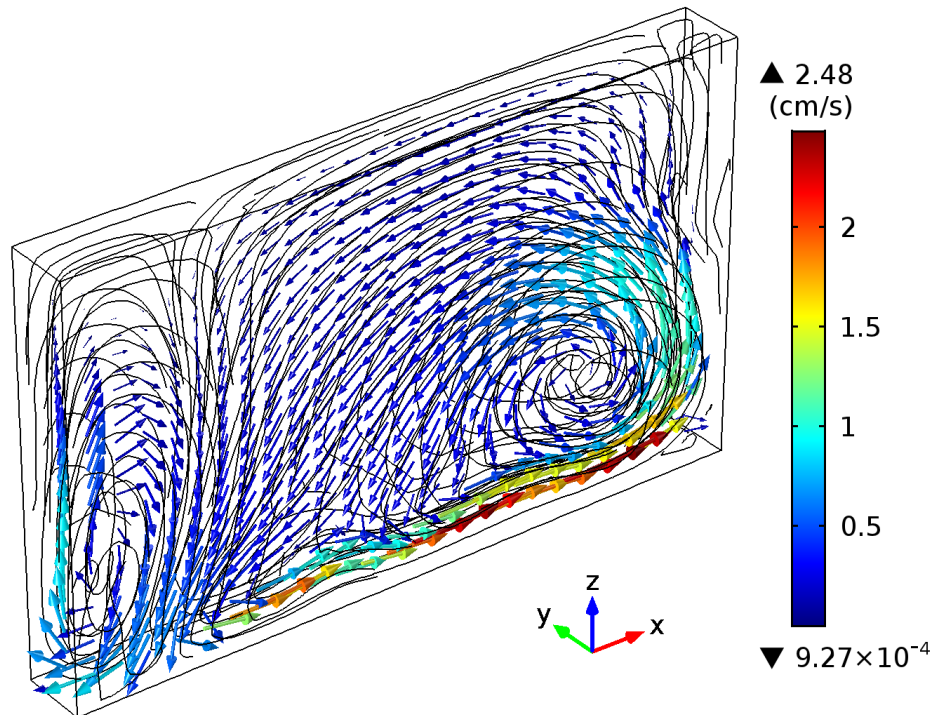
$$R_m \ll 1 \quad (3.11)$$

$R_m = uH/\nu_m$  le nombre de Reynolds magnétique et  $\nu_m = 1/\sigma\mu$  la diffusivité magnétique.

Le système d'équations à résoudre est présenté dans (3.12). Le modèle adopté, prend en considération la convection forcée due à la force électromagnétique. La condition de non glissement est appliquée à toutes les parois limites. La densité de l'alliage fondu est supposée constante. La simulation numérique a été réalisée par le logiciel COMSOL Multiphysics.

$$\begin{cases} \text{div } u = \text{div } J = 0 \\ \frac{\partial A}{\partial t} = \eta \nabla^2 A \nabla \cdot \varphi + u \times B - \nabla \cdot \varphi \\ \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + \frac{1}{\rho} J \times B \end{cases} \quad (3.12)$$

Après avoir effectué une étude sur le champ magnétique glissant et le développement de force du Lorenz nous avons ajouté le couplage entre le champ magnétique et la dynamique du fluide. Les résultats obtenus à partir des calculs sont présentés dans la figure (III.14) pour une intensité de courant ( $I = 3A$ ) et une fréquence de  $f_0 = 50$  Hz.



**Figure.III.14** Configuration d'écoulement dans l'alliage (Ga-In-Sn) à l'état liquide (simulation numérique). Les lignes noires correspondent aux lignes de courants et les vecteurs volumiques sont le champ de vitesse. Résultats obtenus pour  $I=3A$ , et  $f=50\text{ Hz}$ .

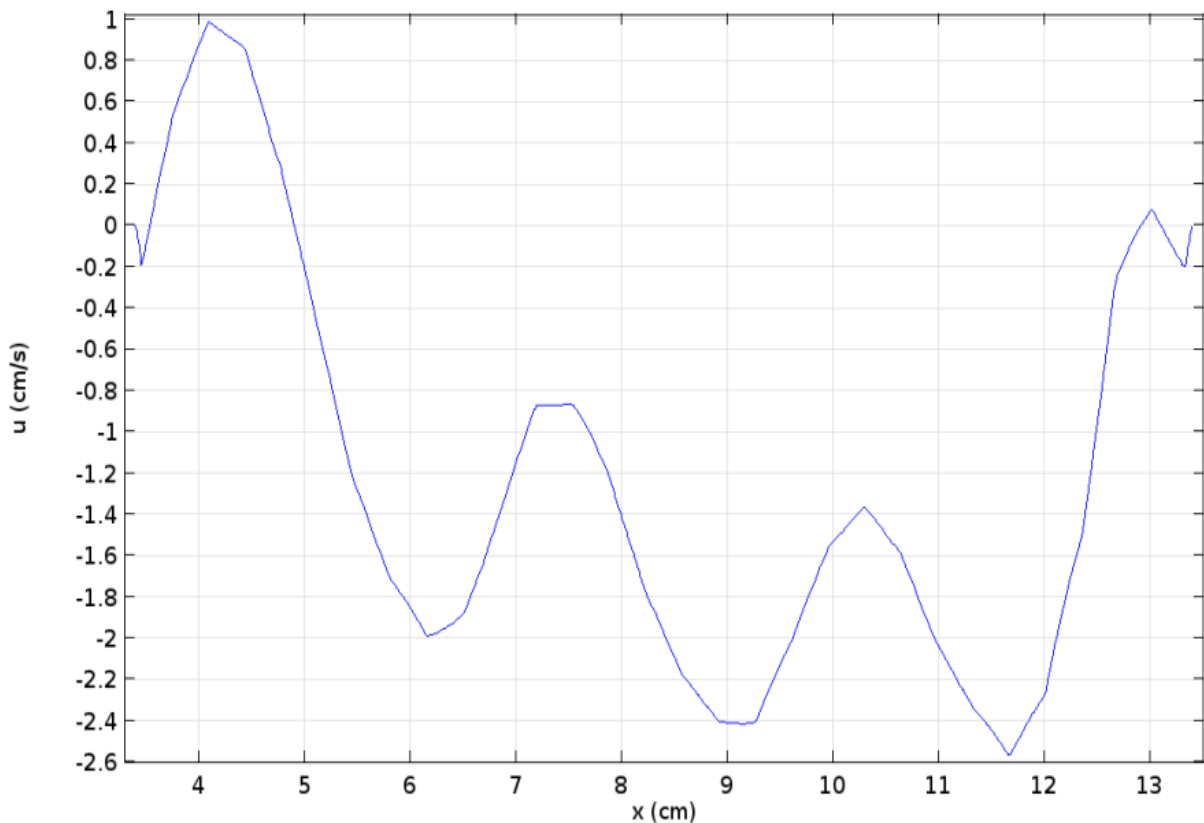
Le comportement du métal brassé dans la cavité peut être décrit comme suit : le métal à l'état liquide est initialement au repos. Lorsque l'inducteur est activé, la force électromagnétique résultante accélère le fluide avec une vitesse caractéristique  $u = 2\text{ cm/s}$  au niveau de la zone de peau magnétique, puis elle diminue jusqu'à atteindre  $0.5\text{ cm/s}$  au centre du vortex (voir figure III.14). La figure illustre également l'apparition de deux vortex, l'un est principal l'autre est secondaire. Ce comportement est acceptable en termes de possibilité de brassage magnétohydrodynamique, cependant il reste insuffisant de point de vue contrôle de la configuration d'écoulement vu la complexité des mouvements qui peuvent déboucher à des résultats non désirés, notamment pour les applications industrielles liées au processus de solidification et la qualité de la structure finale.

Ainsi, nous avons effectué une étude supplémentaire sur les principaux facteurs responsables sur l'apparition de plusieurs vortex au sein de notre charge brassée. En effet, nous avons constaté que ces vortex peuvent être le résultat de changement de la direction de la force de Lorentz durant le glissement du champ magnétique illustré dans la figure (III.15), qui engendre un amortissement de la force volumique responsables du brassage dans des endroits spécifiques.



**Figure.III.15** Distribution de la force de Lorentz dans l'épaisseur de peau magnétique dans le plan (XOY) responsable de la création du mouvement dans la cavité.

Les cercles tracés en couleur rouge dans la figure (III.5), présentent les zones d'amortissement des forces dû au changement de direction, cette forme de distribution se répercutera sur le comportement de la vitesse d'écoulement. Ainsi, nous avons tracé la courbe d'évolution de la composante horizontale de vitesse  $U$  [m/s] selon  $x$  avec ( $z = 3$  cm et  $y = 5$  mm) afin de clarifier l'effet de l'amortissement produit par la fluctuation des forces volumiques qui sont maximales aux niveaux des pôles magnétiques (bobines), et minimales au niveau des encoches séparant les bobines (voir la figure III.16).



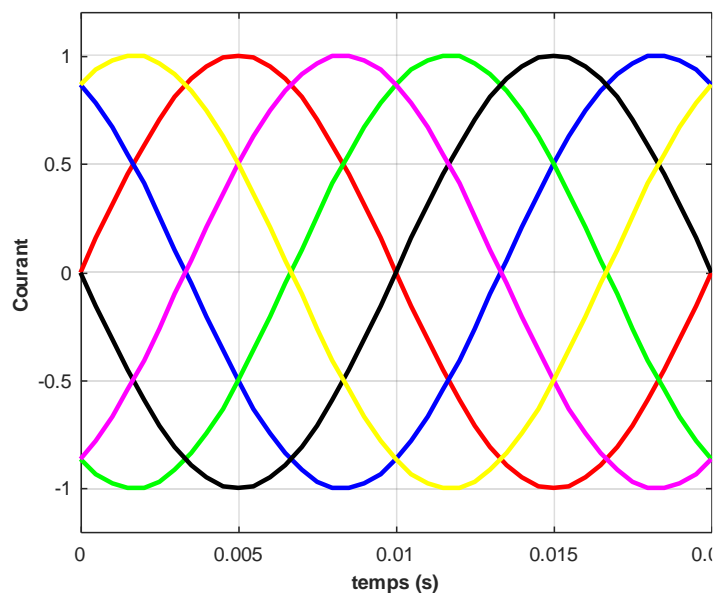
**Figure.III.16** Evolution de la composante horizontale de vitesse " $u$ [cm/s]" dans la direction  $x$  avec ( $z = 3$  cm et  $y = 5$  mm), pour un courant appliqué  $I = 3$ A et une fréquence de  $f_0 = 50$  Hz.

### V.2.1. Solutions proposées

#### V.2.1.1. Inversement du sens du courant

A la lumière de l'étude réalisée précédemment, nous avons examiné l'effet de l'inversement de sens du courant dans les endroits d'amortissement de la vitesse afin d'ajuster le sens des différentes forces agissantes. La localisation des endroits nous a poussé à tester l'inversement du sens de la deuxième, la quatrième et la sixième bobine, à travers l'inversement des bords d'alimentation du courant, (techniquement par l'inversement entre la phase et le neutre). Les densités des courants peuvent être exprimées comme suit:

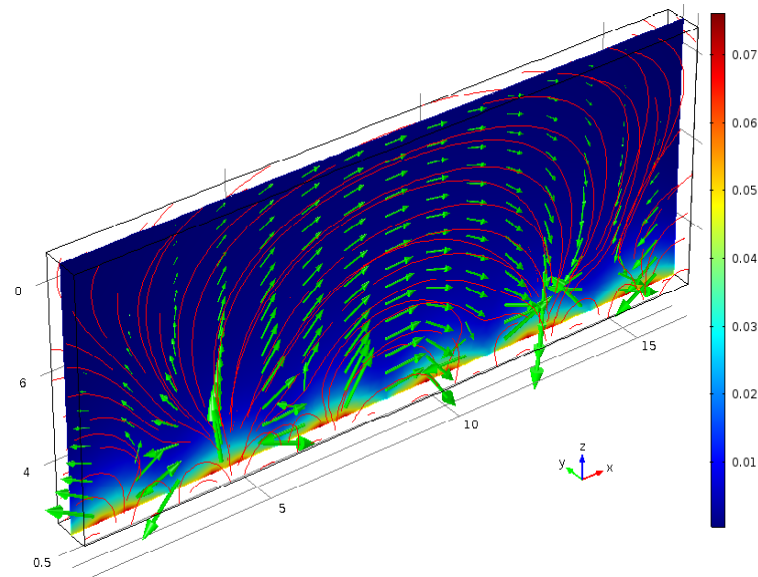
$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = I_0 \sin(\omega t) \\ I_2 = -I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ I_3 = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \\ I_4 = -I_0 \sin(\omega t) \\ I_5 = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ I_6 = -I_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{array} \right. \quad (3.13)$$



**Figure.III.17** Variation du courant triphasé avec l'inversement de sens du courant, en fonction du temps.

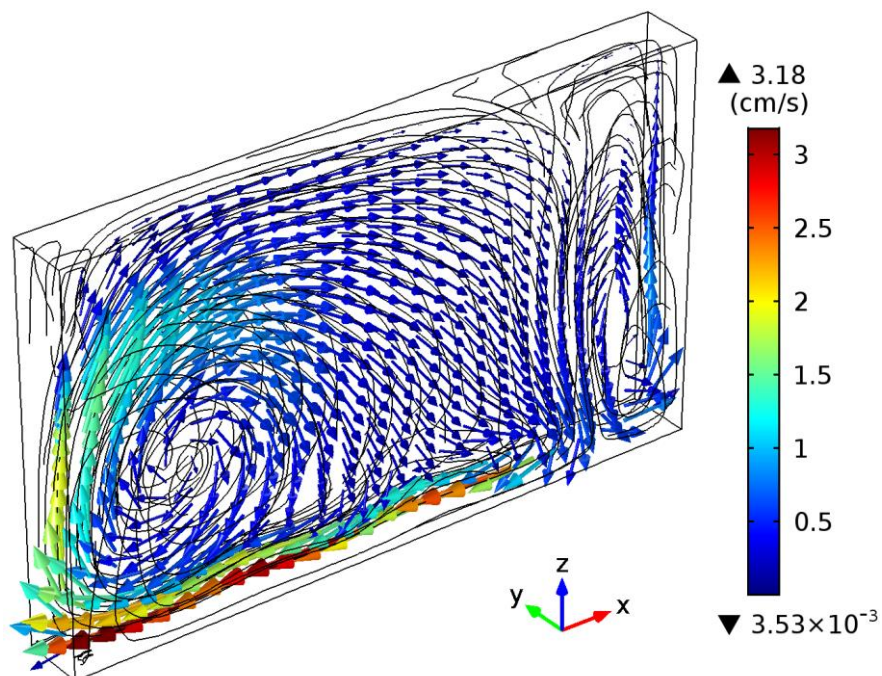
Puisque le courant d'alimentation des bobines (N° : deux, quatre et six) est inversé, la configuration de champ magnétique glissant change, comme il est illustré dans la figure (III.18), dont nous pouvons facilement constater la formation d'une seule vague (ensemble

d'ondes), par rapport au premier cas sans inversement du sens du courant (figure III.9) ou il y a deux ensembles d'ondes.



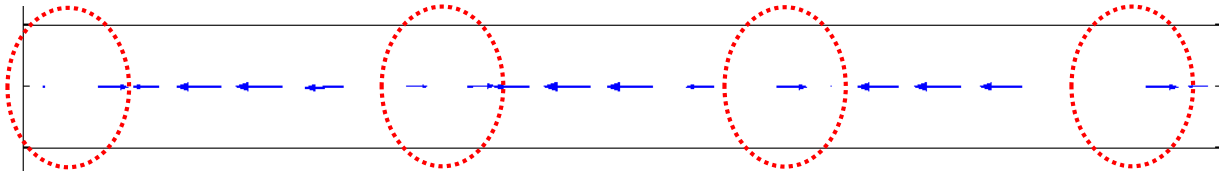
**Figure.III.18** Configuration du champ glissant, les lignes et vecteur de champ électromagnétique avec une densité  $B= 0.07[T]$

La configuration d'écoulement obtenue à partir de cette alimentation (*inversement de sens de courant*) est présentée sur la figure(III.19).



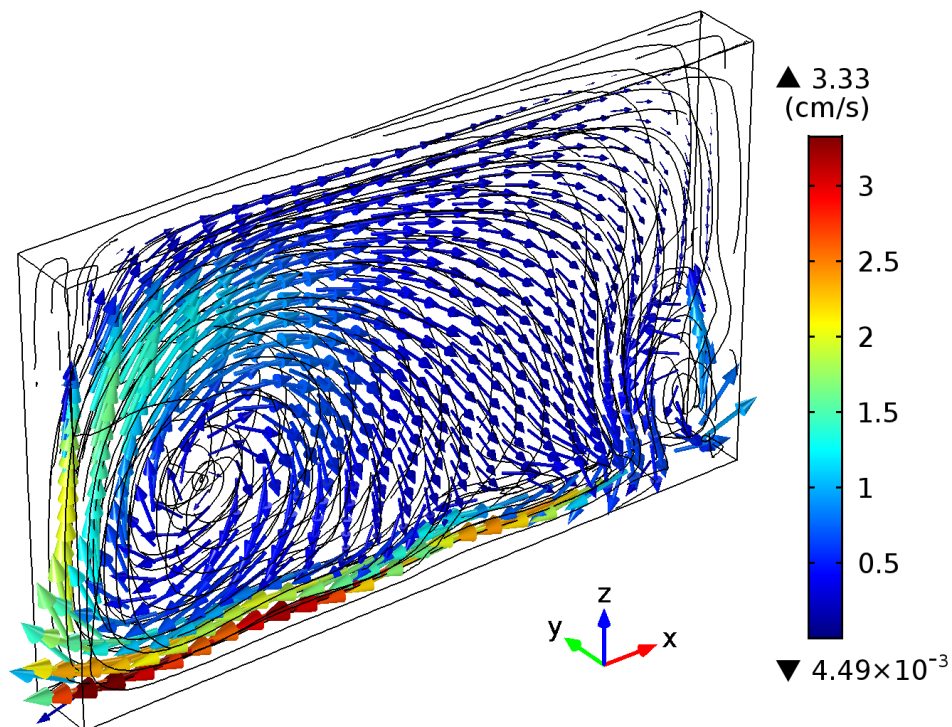
**Figure.III.19** Configuration d'écoulement dans l'alliage brassé. Les lignes noires correspondent aux lignes de courants et les vecteurs volumiques sont les vecteurs du champ de vitesse. Résultats obtenus pour  $I=3A$ , et  $f = 50 \text{ Hz}$  avec une inversement de sens du courant.

Dans la figure (III.19) nous avons remarqué une amélioration du brassage traduit par une augmentation de la vitesse d'écoulement qui peut atteindre  $3\text{cm/s}$  dans ce cas. Ainsi, il est important de noter que le vortex principal, a s'étalé tandis que le deuxième est diminué, donc il y a en général une amélioration. Cependant, on constate encore l'existence des forces relativement petites qui font l'amortissement comme il est indiqué sur la figure (III.15).



**Figure.III.20.** Distribution de force de Lorentz après inversement du sens du courant (première solution).

Nous avons également examiné l'inversement du sens dans la deuxième et la quatrième bobine, pour ajuster le sens de la dernière force du côté droit dans la cavité (figure III.20) supposée responsable de l'existence du vortex secondaire. Les résultats obtenus sont illustrés dans la figure (III.21) présentant la configuration d'écoulement obtenue.



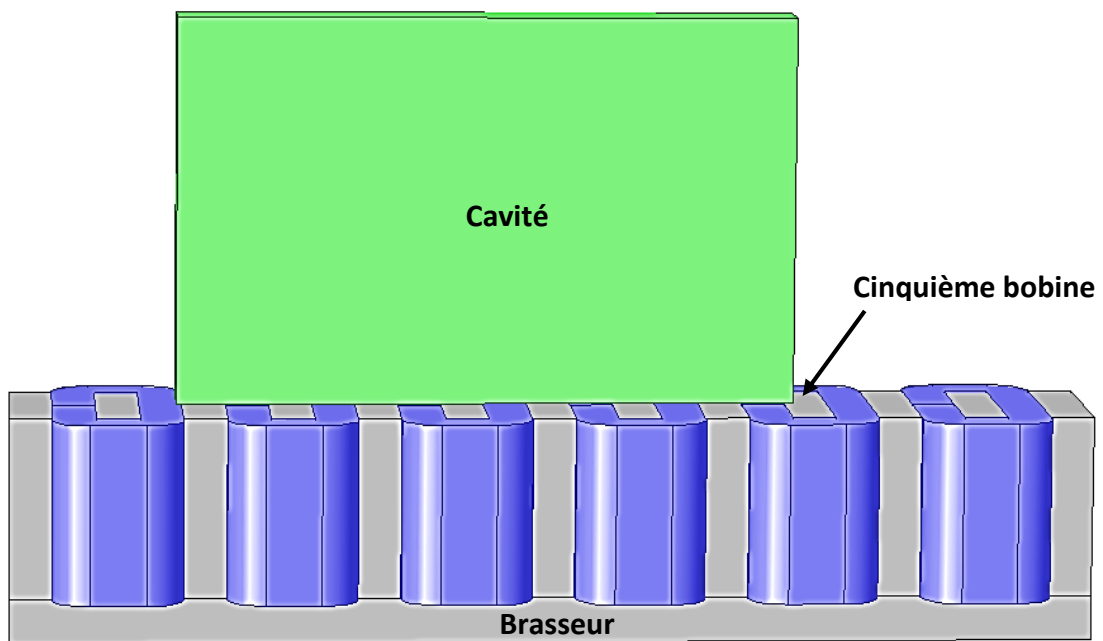
**Figure.III.21.** Configuration 3D d'écoulement dans la cavité créée par inversement de courant de deuxième et la quatrième bobine pour  $I=3\text{A}$  et  $f_0=50\text{Hz}$ .

Il est clair que la vitesse est maintenue à l'ordre de  $3\text{cm/s}$  identique à celle de la première solution, par contre nous avons réussi à anéantir la force du côté droit de la cavité

(figure III.20), et par conséquent le petit vortex est quasiment disparu ce que améliore le contrôle des mouvements hydrodynamiques.

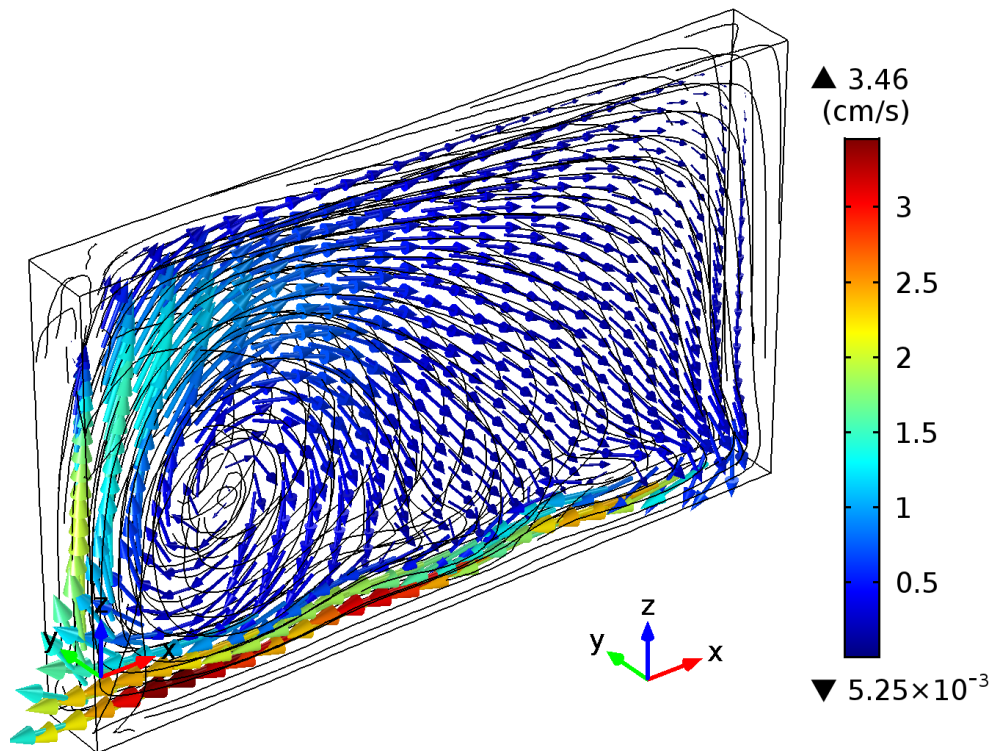
#### V.2.1.2. Déplacement de la cavité avec l'inversement de sens du courant

A la base des résultats obtenus à travers la solution proposée précédemment (inversement du sens du courant), nous avons constaté l'existence des endroits d'amortissement (force de Lorentz avec un sens inversé). L'ajout du paramètre de la géométrie s'avère une solution pertinente afin d'éviter la création d'une force qui peut engendrer un vortex secondaire. En effet, nous examiné l'effet de changement de position de la cavité par rapport les différents pôles magnétiques existants (bobine et encoches). Un changement de position par le décalage de la cavité vers le côté gauche de sorte que la position de la paroi verticale limite du côté droit de la cavité soit au centre de la cinquième bobine, a été testé (voir la figure III.23).

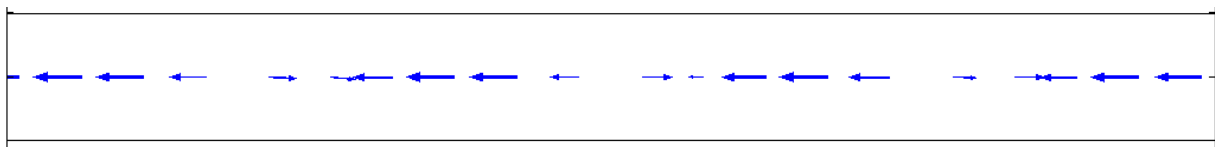


*Figure.III.23. présente la position de la cavité par rapport au brasseur*

Les résultats obtenus sont représentés dans la figure (III.24) qui illustre la configuration d'écoulement, les lignes de courants et les vecteurs du champ de vitesse.



**Figure.III.24** Configuration d'écoulement, les lignes de courants et les vecteurs du champ de vitesse. Résultats obtenus pour une intensité  $I=3A$  et une fréquence  $f=50Hz$ .



**Figure.III.25** Distribution et sens des forces de Lorentz après le décalage de la cavité

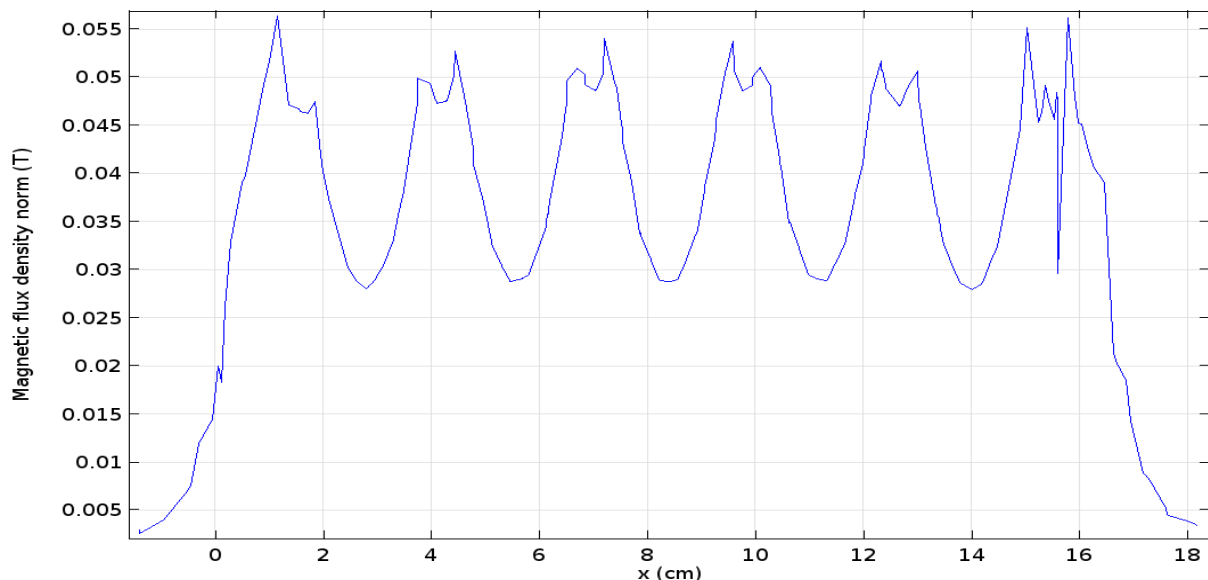
La figure (III.24) montre que la vitesse reste toujours de l'ordre de  $3cm/s$ , et nous avons également, réussi à enlever complètement le petit vortex du côté droit, ce que nous a aidé à contrôler encore mieux le mouvement. Cependant cette solution particulière présente un inconvénient majeure lié à cette position critique, parce que tout inversement du sens du courant ou changement de position, peut créer un vortex secondaire dans le côté gauche de la cavité qui n'est au centre d'une bobine.

## V.2.2. Effet des encoches

### V.2.2.1. Brasseur sans encoche

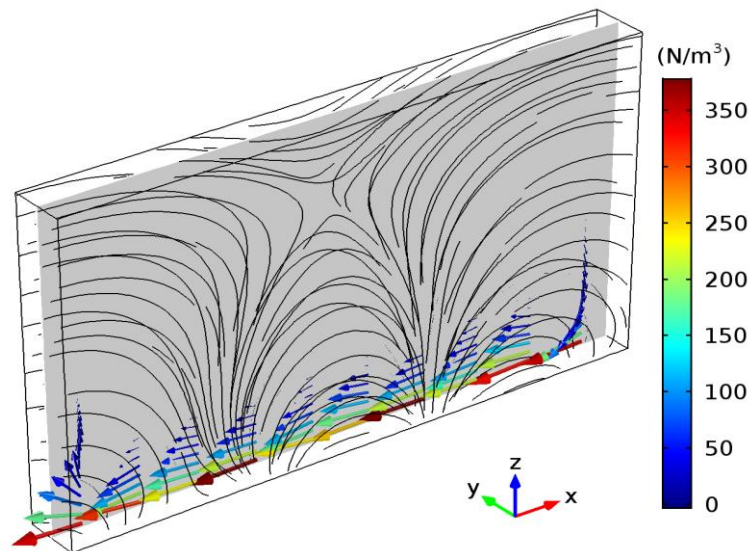
L'étude précédente de l'effet du sens du courant nous a montré clairement que les endroits où il y a des encoches, présentent des forces d'amortissement d'écoulement, ce que entraîne un effet négatif pour le brassage. Dans le but de clarifier cet effet, nous avons effectué une simulation 3D du brassage par un inducteur sans encoche (encoches qui séparent les différentes bobines sont déclarées, numériquement des zones vide).

L'évolution du champ magnétique résultant est représentée sur figure (III.26) en termes de la variation du module du champ d'induction magnétique  $\|\vec{B}\|$  horizontalement, prise au centre de la surface de l'inducteur ( $y = 1.2 \text{ cm}$  et  $z = 0 \text{ mm}$ ).

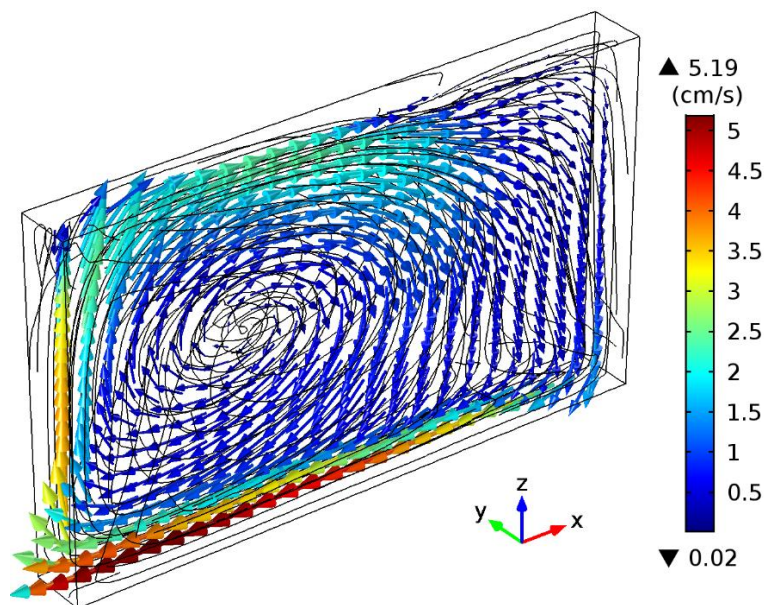


**Figure.III.26** Evolution de la magnitude de  $\|\vec{B}\|$  selon la direction horizontale ( $\vec{ox}$ ) au centre de la surface de l'inducteur ( $y = 1.2 \text{ cm}$  et  $z = 0 \text{ mm}$ ).

La figure (III.26) montre clairement, une amélioration significative de l'intensité du champ d'induction  $\|\vec{B}\|$ , notamment dans les positions des encoches supposées vide dans cette simulation numérique. En effet, l'intensité du champ est quasiment doublée de  $15 \text{ mT}$  à  $29 \text{ mT}$ . La figure (III.27) présente l'évolution des forces volumiques de Lorentz. Les forces ont la même direction, cela signifie que l'existence des encoches séparant les bobines, été la cause principale de la création de plusieurs vortex due aux forces d'amortissement. L'écoulement résultant à travers cette configuration est donné sur la figure (III.28)



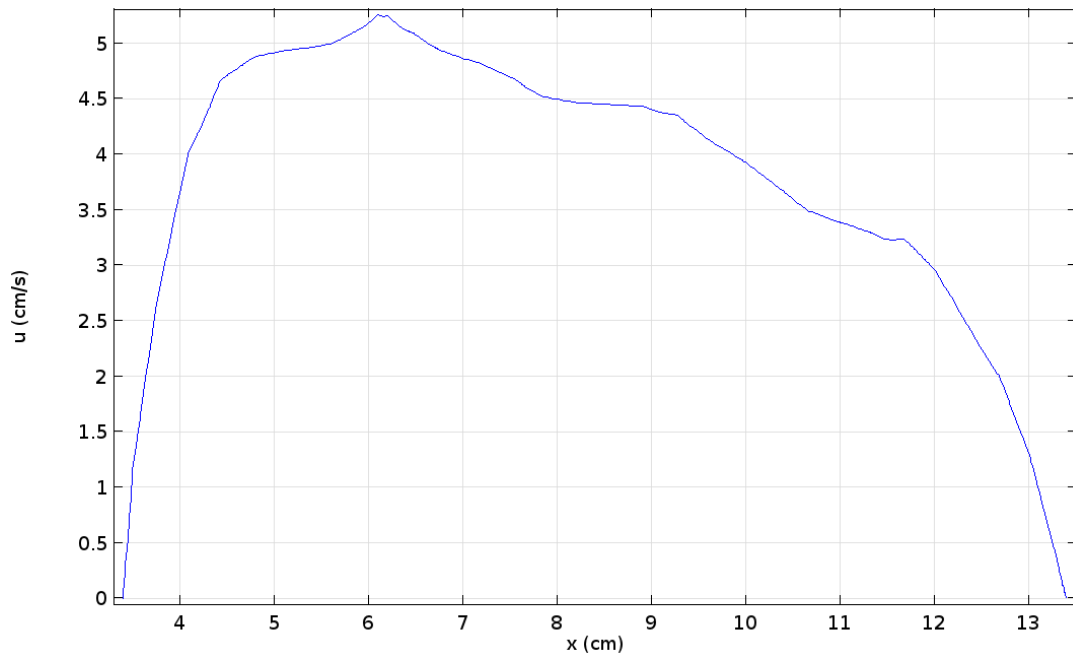
**Figure.III.27** (a) Evolution spatiale 3D des forces électromagnétiques: les lignes noires correspondent aux lignes d'iso-valeurs du champ magnétique et les vecteurs sont les forces volumiques de Lorentz.



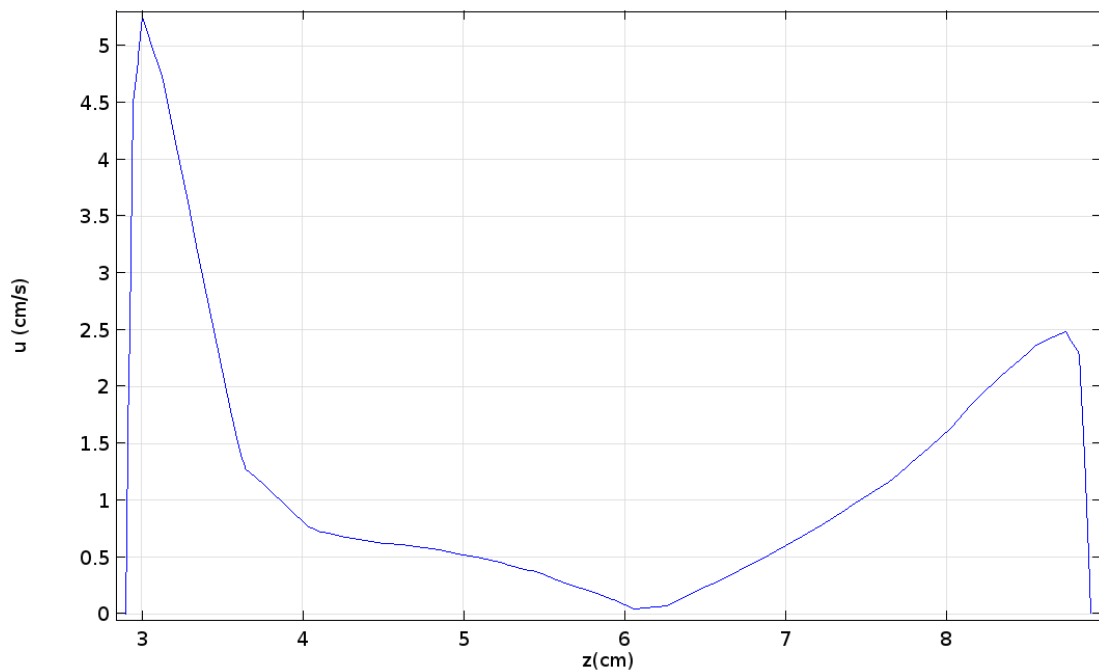
**Figure.III.28** Configuration d'écoulement dans la cavité pour un brasseur sans encoche (bobines séparées par un vide).

La figure (III.28) montre clairement que la vitesse peut atteindre  $5 \text{ cm/s}$  dans ce cas par rapport aux cas précédents dont l'ordre de grandeur de la vitesse été  $3 \text{ cm/s}$ . Ainsi, il y a un seul vortex dans la cavité, ce que signifie une maîtrise du contrôle du mouvement.

Par ailleurs, de point de vue économique, ce brasseur consomme moins d'énergie électrique que les configurations précédentes, et également moins de matière dans la fabrication de la culasse ferromagnétique.



**Figure.III.29** Evolution de la composante horizontale de vitesse ( $u$  [cm/s]) dans la direction  $(\vec{ox})$  à  $z = 2$  mm qui correspond à la taille de l'épaisseur de peau magnétique. Calcul réalisé pour un courant appliqué  $I = 3A$  et une fréquence de 50 Hz.

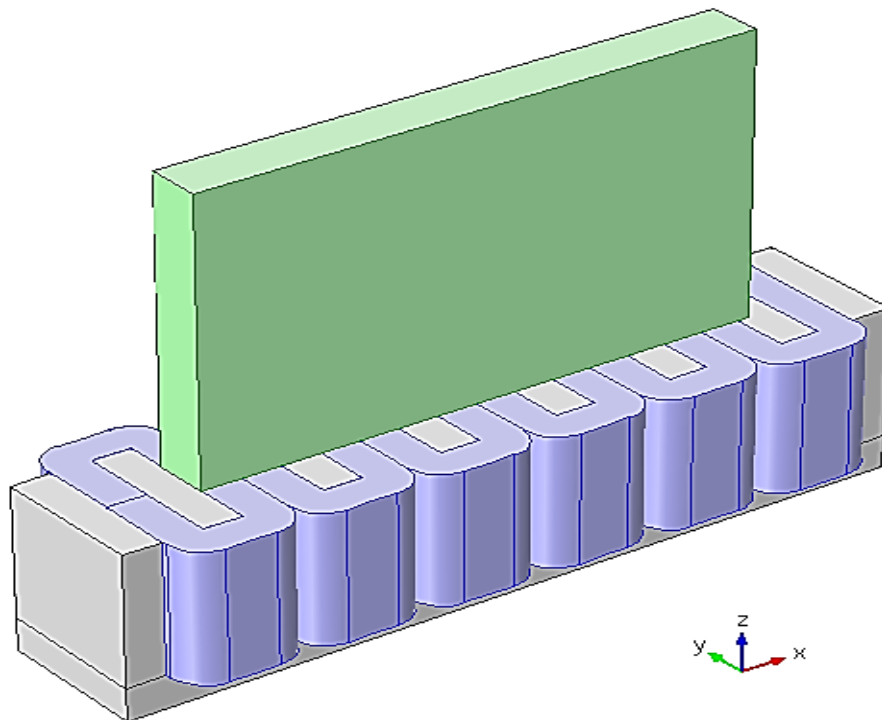


**Figure.III.30** Evolution de la composante horizontale ( $u$  [cm/s]) selon la direction verticale  $(\vec{oz})$  à  $x = 6$  cm, qui correspond à la ligne verticale traversant le centre du vortex. Calcul réalisé pour un courant appliqué  $I = 3A$  et une fréquence de 50 Hz.

Il est clair que la configuration d'écoulement se présente sous forme d'une boucle de recirculation dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre. La vitesse est nulle au niveau des parois (condition de non glissement) et maximale au centre de cavité ( $z=2$  mm et  $x = 5$  cm  $\rightarrow U=5$  cm/s).

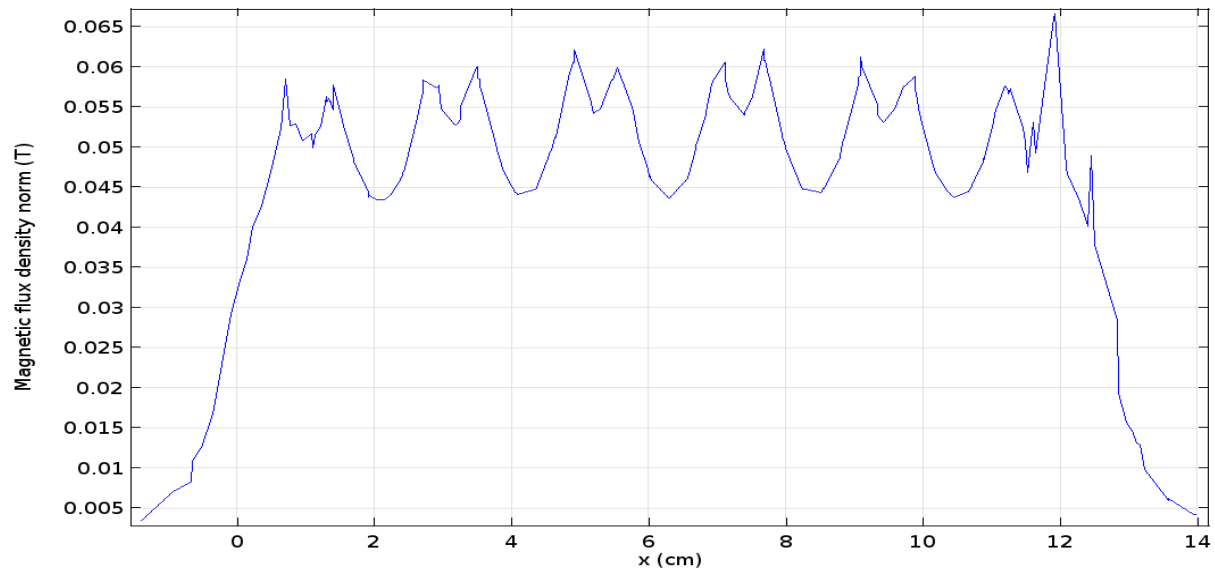
### V.2.2.2. Brasseur sans encoche et sans séparation entre les bobines

Après avoir clarifié l'effet des encoches sur le processus global magnétohydrodynamique, nous allons maintenant examiner le cas d'un brasseur avec des bobines non séparées sous les mêmes conditions aux limites : intensité de courant ( $3A$ ), fréquence ( $50Hz$ ) et même nombre de spires ( $160$ ). Le système global est présenté dans la figure (III.31).



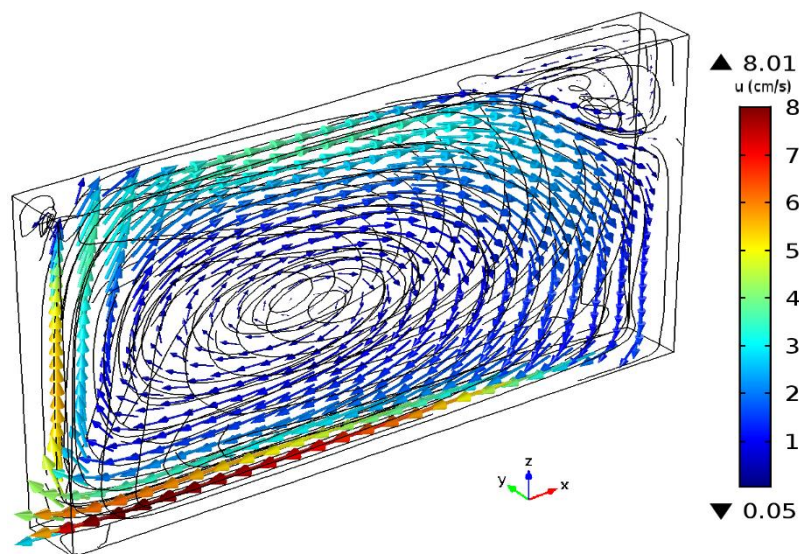
**Figure.III.31** Vue perspective de la géométrie 3D du système MHD. Brasseur caractérisé par des bobines non séparées et électriquement isolées.

Lorsque la géométrie du brasseur est changée, la distribution du champ magnétique sur l'inducteur va changer puisque les pôles des bobines sont plus proches les uns des autres, ce qui conduit à l'intensification de champ magnétique en termes de composante horizontale (l'axe  $OX$ ), comme il est illustré dans la figure (III.32).



**Figure.III.32.** Evolution horizontale du champ magnétique dans la direction  $x$  " $B[T]$ " au niveau de la surface du brasseur (calcul numérique 3D), pour un courant appliqué  $I = 3A$  et une fréquence de  $50\text{ Hz}$ .

La figure (III.32) montre qu'il y a une intensification significative du champ magnétique traduite par l'augmentation de niveau des pics minimaux jusqu'à  $B=45\text{mT}$ , qui représentent précédemment les zones entre les bobines (encoches ou vide), caractérisées par une intensité de l'ordre de  $B \approx 29\text{mT}$ , et par conséquent une amélioration de l'écoulement, de  $5\text{cm/s}$  à  $8\text{cm/s}$  (voir la figure.III.33). Ainsi nous pensons que cette configuration peut être considérée plus économique en termes d'énergie électrique que les configurations précédentes.



**Figure.III.33.** Configuration d'écoulement dans la cavité par un brasseur sans séparation entre les bobines.  $I = 3A$  et  $f_0 = 50\text{ Hz}$ .

### V.2.3. Contrôle du mouvement

Après avoir terminé la partie concernant la création du mouvement dans la charge conductrice choisie par le biais des forces électromagnétiques, nous tenons à rappeler que le deuxième but de ce travail est de contrôler ces mouvements. Nous avons présenté précédemment, les différentes configurations possibles du brasseur en jouant sur le courant d'excitation et la géométrie du brasseur pour atteindre des vitesses significatives d'écoulement.

Dans cette partie, nous intéressons au contrôle des mouvements en termes de forme géométrique et sens de déplacement, à travers l'effet de la variation d'intensité du courant et par conséquent l'intensité du champ magnétique, ainsi que le sens de glissement du champ magnétique à travers le changement de phase entre les bobines c'est-à-dire (le sens et la configuration de glissement TMF). Ceci semble possible à travers la dernière configuration présentée (brasseur sans séparation entre les bobines)

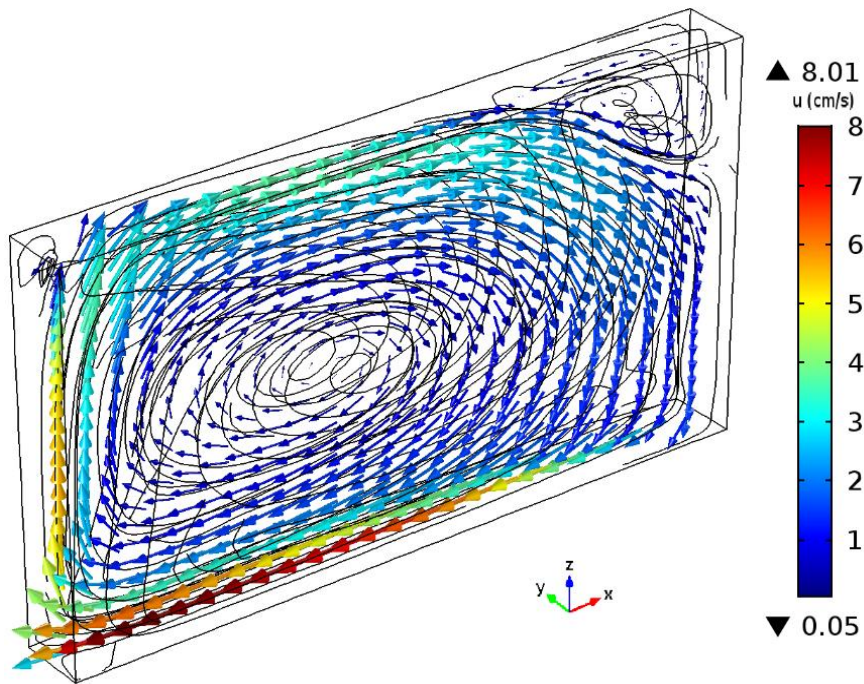
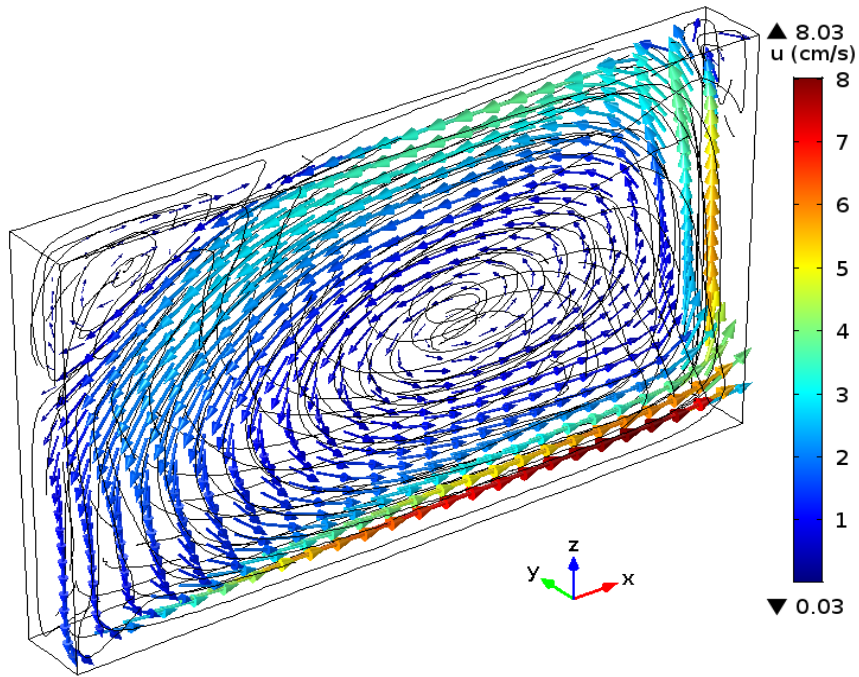
#### V.2.3.1. Contrôle de sens d'écoulement

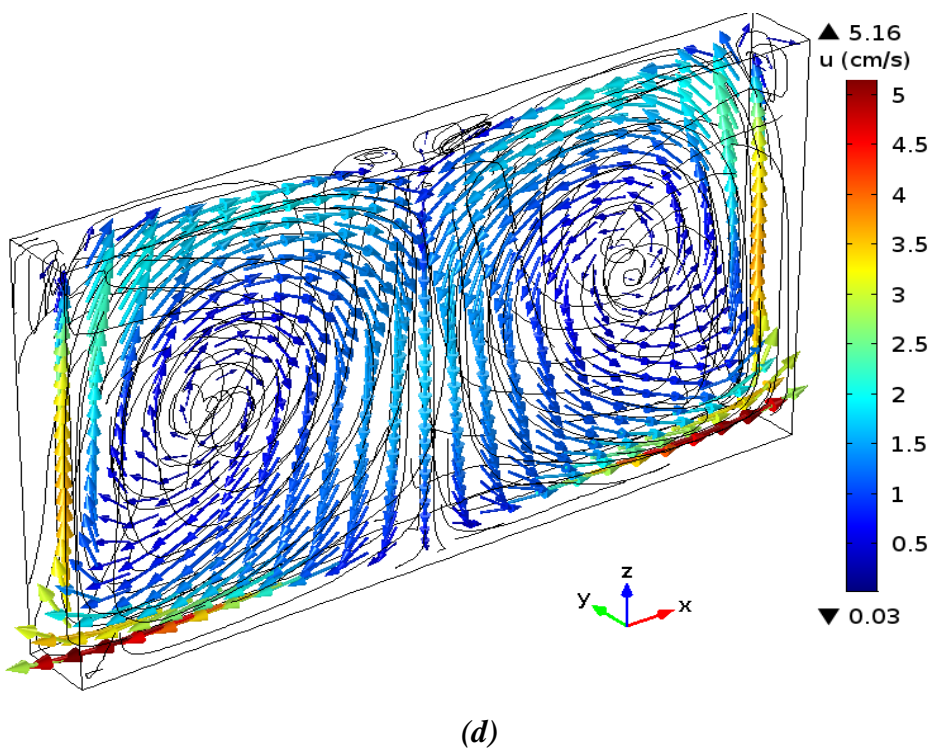
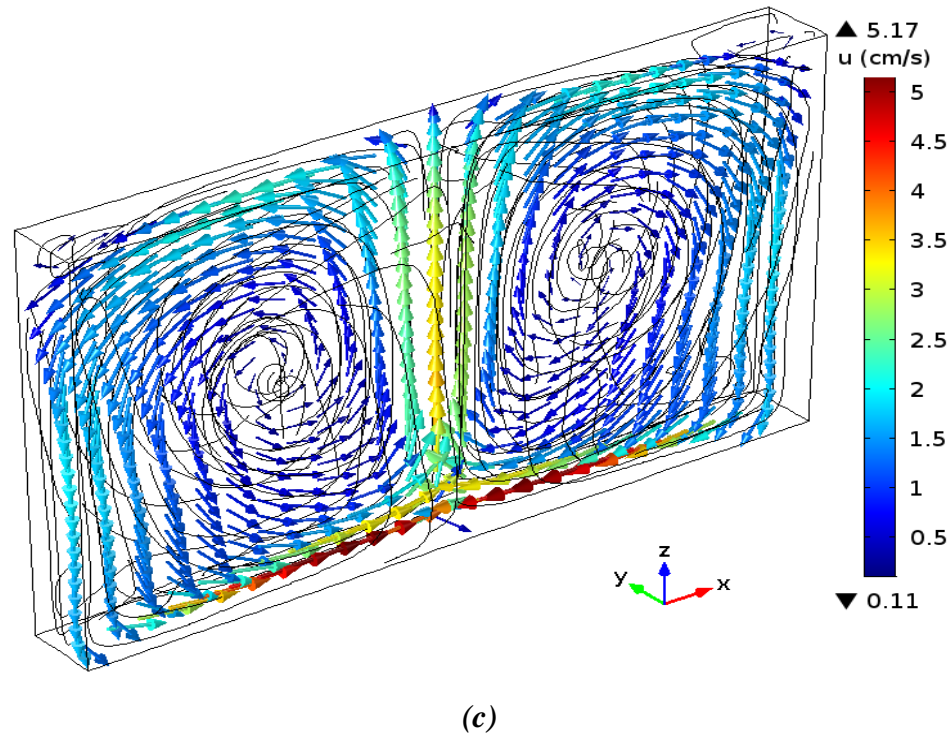
Puisque la direction de la force de Lorenz est imposée par le sens de glissement de champ magnétique, alors que le sens de ce dernier il dépend de la distribution des phases des courants ( $I_A$ ,  $I_B$  et  $I_C$ ) sur les six bobines de l'inducteur. Le tableau suivant présente les différentes configurations de distributions des phases traitées.

*Tableau (III.1) : Distribution de courant triphasé à travers les six bobines*

Configuration	Bobine 1	Bobine 2	Bobine 3	Bobine 4	Bobine 5	Bobine 6
1	$I_A$	$I_B$	$I_C$	$I_A$	$I_B$	$I_C$
2	$I_C$	$I_B$	$I_A$	$I_C$	$I_B$	$I_A$
3	$I_A$	$I_B$	$I_C$	$I_C$	$I_B$	$I_A$
4	$I_C$	$I_B$	$I_A$	$I_A$	$I_B$	$I_C$

Le tableau illustre les distributions des trois phases sur les bobines de l'inducteur qui sont alimentées par le même courant, donc on connaît les pas polaires existants dans chaque cas. La figure (III.34) présente les différentes configurations 3D d'écoulement pour les distributions des trois phases mentionnées dans le tableau ci-dessus.





**Figure.III.34.** Vues 3D des différentes configurations d'écoulement obtenues par simulation numérique pour les quatre distributions du courant triphasé, présentées dans le tableau (III.1). (a) et (b) une seule boucle avec un sens de rotation contre et identique à celui des aiguilles de montre, respectivement. (c) et (d) deux boucles dont le sens de rotation à l'extérieure et l'intérieure de cavité, respectivement.

La figure (III.34) montre les différentes topologies d'écoulement obtenues par la sollicitation des six bobines par différentes configurations des phases électriques. Les figures (III.34-a et b) présentent le cas d'une seule boucle avec deux sens de rotations possibles et une vitesse caractéristique maximale qui peut atteindre (8 cm/s) au niveau de la peau magnétique. En effet, le glissement du champ magnétique est assuré sur l'ensemble du culasse magnétique ce qui traduit par une force de Lorentz quasiment constante. Il est important de noter que cette forme stable, est fortement recommandée dans les processus de changement de phase en occurrence la solidification des alliages métalliques, afin de réduire voire même éliminer les défauts liés à l'inhomogénéité de concentration (ségrégation), à différentes échelles.

Par ailleurs, les figures (III.34-c et d) présentent les cas de la formation de deux boucles symétriques à différents sens de rotation. Dans ce cas l'alimentation électrique est effectuée en divisant les six bobines en deux groupes (trois bobines dans chacun), et la répartition des phases est réalisée selon le mode illustré dans le tableau (III.1). Il est clair qu'il y'a une diminution significative de la vitesse (vitesse maximale 5 cm/s), due à la non continuité de la force motrice agissante. Ainsi, cette configuration a montré son efficacité sur la qualité de la structure finale des lingots notamment sur le mécanisme de la transition colonnaire-équiaxe (CET).

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE III**

- [1] R. Moreau: *Magnetohydrodynamics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, (1990), pp. 250\_51.
- [2] A. Abdolkhani and A. P. Hu, "A contactless slipring system by means of axially travelling magnetic field," in
- [3] B. Willers, S. Eckert, P.A. Nikrityuk, D. Raebiger, J. Dong, K. Eckert, and G. Gerbeth: *Metall. Mater. Trans. B*, (2008), vol. 39B, pp. 304–16.
- [4] P. A. Davidson, "Swirling flow in an axisymmetric cavity of arbitrary profile driven by a rotating magnetic field", *J. Fluid Mech.* 245 (1992), pp. 669–699.
- [5] B. HIBA et al. "3D Numerical Simulation and Experimental Investigation of Metallic Alloy (Ga-In-Sn) Flow Driven by a Traveling Magnetic Field", NUMELEC, 15-17 Novembre 2017, Paris, France.
- [6] B. HIBA et al. "Etude numérique et expérimentale d'un processus magnétohydrodynamique : application au brassage électromagnétique", INDUCTIQUE, 13-14 Décembre 2017, Oran, Algérie.

# CHAPITRE IV

## RÉALISATION EXPÉRIMENTALE ET VALIDATION

Les résultats obtenus par simulation numérique du système magnétohydrodynamique présentés dans le troisième chapitre, sont adossés par une validation expérimentale par le biais d'une réalisation expérimentale du moteur linéaire triphasé. En effet, cette partie sera consacrée à la description des différentes étapes expérimentales suivies pour réaliser le brasseur électromagnétique, ainsi que la validation des résultats obtenus numériquement du champ dynamique, avec ceux obtenus expérimentalement dans le travail de L. Hachani [1]. L'objectif principal est de caractériser les mouvements hydrodynamiques issus du brassage électromagnétique dans la charge choisie (Ga-In-Sn).

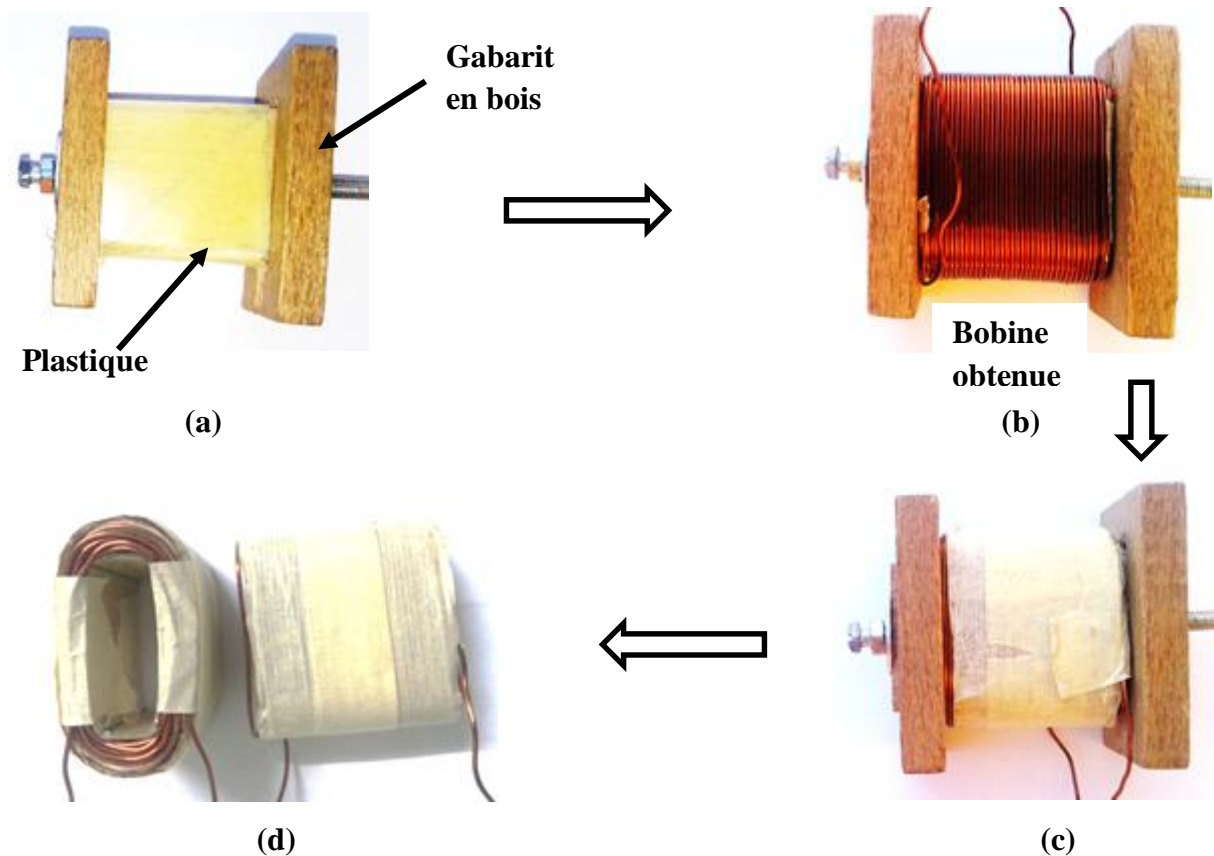
## **I. RÉALISATION DU BRASSEUR**

### **I.1. Outils et matériaux**

Excepté la culasse ferromagnétique (noyau magnétique), la réalisation de ce type de brasseur est pratiquement très possible vu la disponibilité et les simples moyens utilisés. Nous citons à titre d'exemple les moyens et les matériaux fondamentaux pour une telle réalisation : un gabarit à bois, plastique isolant, Poulies (roulettes) de câble en cuivre de sections 0.5mm, papiers collants, tube de cuivre, résine et finalement que un moule en bois.

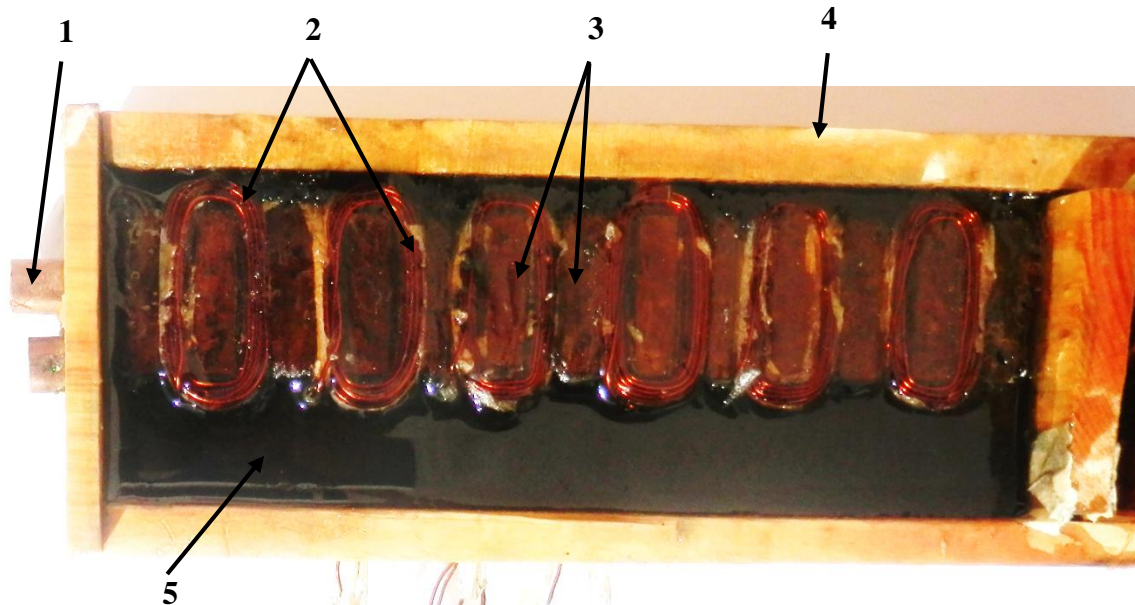
### **I.2 Préparation du mécanisme**

La réalisation du moteur dépend fortement du bon enroulement des bobines. Pour réaliser ceci, nous avons utilisé un gabarit en bois (voir la figure IV.1), ayant les mêmes dimensions de l'encoche de la culasse magnétique utilisée (largeur 7 mm, longueur 28 mm et hauteur 28 mm). Au début on revêt le gabarit par le plastique isolant afin d'assurer l'enroulement des spires l'une à côté de l'autre et aussi pour faciliter leur emplacement dans les encoches de la culasse. Il est important de noter que la bande plastique, joue le rôle de l'isolant entre la culasse et les différentes bobines. Dans le but d'assurer un montage bien structuré les spires extérieures sont attachées par un papier collant. Les bobines ont le même nombre de spires « 160 » et le même sens d'enroulement, selon le sens illustre les démarches de fabrication de la bobine.



**Figure. IV.1** les démarches essentielles pour réaliser une bobine : a) gabarit revêtu par une bande plastique, b) enroulement de la bobine, c) bobine collée par un papier isolant, d) bobines finale prête à placer dans la culasse.

Après avoir terminé l'opération du bobinage, nous avons placé les six bobines réalisées dans la culasse ferromagnétique. Sachant que le glissement électromagnétique est toujours accompagné par un échauffement par effet de joule, nous avons ajouté un serpentin en cuivre à eau froide sous le brasseur pour le refroidissement. L'ensemble est placé dans un moule en bois afin de verser la résine sur les différents composants du système pour constituer un mécanisme unique comportant (culasse, bobines et le serpentin en cuivre). Finalement, le brasseur obtenu mesure 17,4 cm de longueur, 2,8 cm de largeur et 3.8 cm de hauteur (voir la figure IV.2).



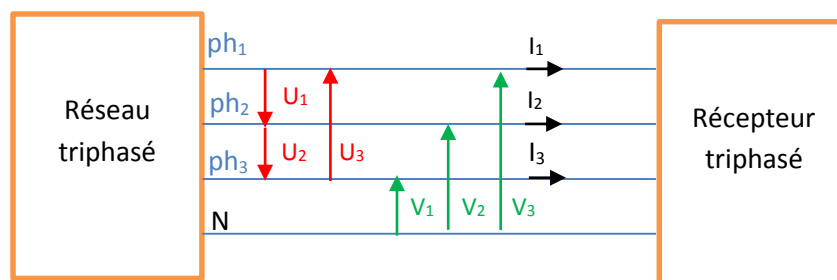
**Figure. IV.2** Vue perspective illustrative des différents composants du brasseur: 1) Serpentin en cuivre, 2) Bobines, 3) Encoches, 4) Moule en bois, 5) résine.

## II. FORMULES ET COUPLAGES ÉLECTRIQUES

Puisque le principe de fonctionnement du brasseur électromagnétique est identique à celui d'un moteur asynchrone, en occurrence l'alimentation en courant triphasé, donc on est sensé sélectionner le couplage approprié entre les bobines du moteur. Ce couplage permet le fonctionnement des moteurs asynchrones sous deux tensions : tension nominale et la tension de réseau caractérisée à son tour par deux types tension simple et tension composée.

### II.1. Système électrique triphasé symétrique

On appelle *tensions (courants) triphasées*, trois tensions sinusoïdales alternatives, de même fréquence, de même valeur efficace et régulièrement déphasées de  $120^\circ$ . (voir la figure.IV.3).



**Figure.IV.3.** schéma illustratif pour un système électrique triphasé

- **Tension nominale** : C'est la tension à appliquer au récepteur pour un fonctionnement normale de celui-ci. Une tension trop élevée ou trop faible par rapport à cette tension nominale entraîne la destruction ou un mauvais fonctionnement suivant les cas et les types de récepteurs.
- **tension simple  $V_s$**  : C'est la tension mesurée entre une phase et le neutre du réseau qui présentée dans la figure (VI.3) par le  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$ . Si le système est symétrique comme notre cas,  $V_1 = V_2 = V_3$ .
- **tension composée  $U_c$**  : C'est la tension mesurée entre deux phases quelconques du réseau présentée dans la figure (VI.3) par le  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$  dans un système symétrique,  $U_1 = U_2 = U_3$ .

La relation entre la tension composée et la tension simple est :

$$U_c = \sqrt{3}V_s \quad (4.1)$$

Dans notre pays (Algérie) la distribution de l'énergie électrique se fait en basse tension (380 V) entre deux phases quelconques et 220V entre chaque phase et le neutre.

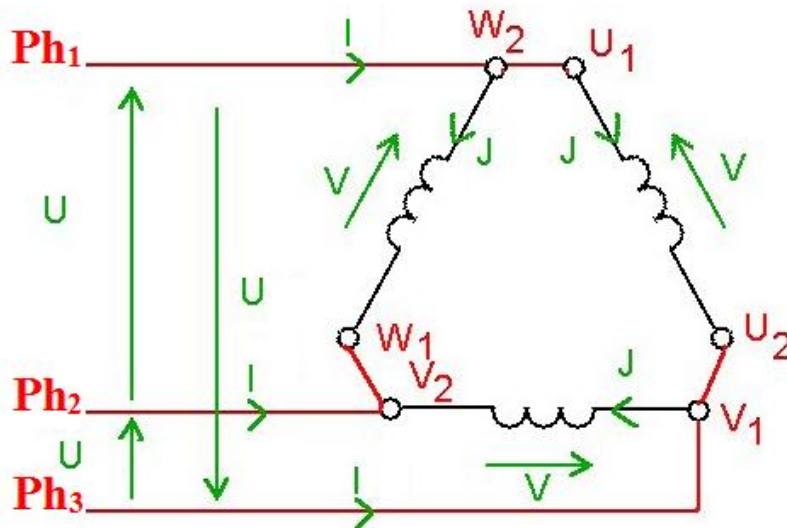
- **Courant en ligne  $I_l$**  : c'est le courant circulant dans les lignes du réseau c'est-à-dire dans chaque phase de réseau indiqué par  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ .
- **Courant en charge  $J_{ch}$**  : c'est le courant qui circule dans le récepteur c'est-à-dire dans chaque bobine dans notre cas.

## II.2. couplages entre bobines

Il existé deux type de connexion entre le réseau triphasé et le récepteur : en mode triangle ou étoile, selon la tension nominale et la tension de réseau.

### II.2.1 couplage triangle

Dans le montage triangle (symbolisé par le signe  $\Delta$ ), les trois bobines de la charge triphasée sont alimentées par les trois tensions composées de la source triphasée, en formant un circuit fermé sur lui-même, dont la charge en montage triangle n'a pas de point neutre (voir la figure IV.4).



**Figure VI.4.** Schéma illustratif de couplage triangle d'un système symétrique:  $U_1, U_2 ; V_1, V_2 ; W_1$  et  $W_2$  correspondent respectivement aux bords des bobines  $U, V$  et  $W$ .

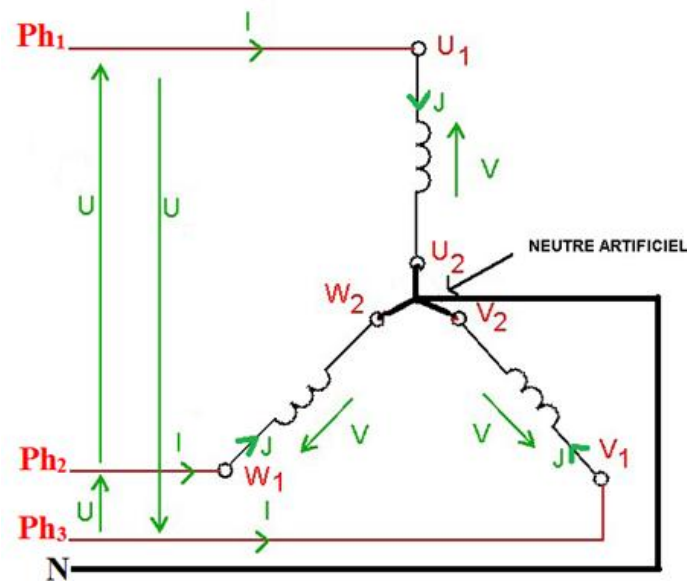
Comme il est illustré sur le schéma (figure IV.4), pour un montage triangle la tension entre les bornes la bobine  $V$  est égale à la tension composée  $U$ . Ainsi et le courant en ligne  $I$  est égale à  $\sqrt{3}$  fois le courant qui circulé dans la bobine  $J$  comme il est montré dans les relations (4.2) et (4.3.)

$$U_c = V \quad (4.2)$$

$$I = J\sqrt{3} \quad (4.3)$$

### II.2.2. couplage étoile

Dans le montage étoile (symbolisé par le signe Y), les trois bobines de la charge triphasée ont un point commun 'N', appelé point neutre de la charge, et sont alimentées par les trois tensions simples comme illustre la figure (IV.5).



**Figure. IV.5.** Schéma illustratif de couplage étoile d'un système symétrique:  $U_1, U_2$ ;  $V_1, V_2$ ;  $W_1$  et  $W_2$  correspond respectivement aux bords des bobine U, V et W.

Dans le montage étoile la tension composée  $U$  est égale  $\sqrt{3}$  fois la tension entre les bornes de la bobine  $V$ , cependant le courant en ligne  $I$  est égale le courant  $J$  qui circulé à travers la bobine comme il est indiqué dans les relations (4.4) et (4.5).

$$U_c = V\sqrt{3} \quad (4.4)$$

$$I = J \quad (4.5)$$

### II.3. Choix du couplage des bobines

Le couplage est choisi en fonction de la tension nominale de la bobine (enroulement) et de la tension du réseau d'alimentation. Un mauvais choix du couplage entraîne la suralimentation ou la sous-alimentation du moteur donc sa destruction ou son dysfonctionnement selon le cas. En effet, pour notre cas, nous avons donc deux possibilités de couplage pour le fonctionnement normal du moteur.

- 1- Soit on utilise une tension nominale égale à la tension composée dans la bobine, alors le moteur sera couplé obligatoirement en triangle car en étoile il sera sous-alimenté.
- 2- Soit on utilise la tension nominale égale à la tension simple, alors le moteur sera couplé obligatoirement en étoile car en triangle il sera suralimenté.

Par ailleurs, l'efficacité du brasseur réalisé dépend fortement de l'ordre de grandeur du courant d'alimentation. Afin de gagner en terme de tension, nous avons choisi le couplage étoile ce qui est cohérent à l'expérimentation numérique discutée dans le troisième chapitre.

Pour assurer un bon fonctionnement du brasseur, nous avons utilisé un générateur de courant triphasés contrôlée (laboratoire de département électrotechnique), avec une valeur maximale d'intensité de courant en ligne  $I_{\max}=10A$ . Rappelons que dans le montage étoile le courant en ligne est égal le courant dans la bobine (relation 4.5), ce qui nous a permis de contrôler les conditions de l'expérience et de favoriser un gain en termes de courant électrique. Cependant, dans le montage triangle on perd l'intensité du courant de l'ordre de  $\sqrt{3}$  (relation 4.3), mais ce type couplage est préférable quand nous utilisons un générateur de tension.

### III. PROCESSUS EXPÉRIMENTAL

Dans cette partie expérimentale, nous avons examiné l'efficacité du moteur pour évaluer en particulier l'effet du glissement, et aussi le couplage adapté pour l'alimentation du moteur. Malheureusement, nous n'avons pas pu avoir l'alliage métallique envisagé, dû aux différentes difficultés rencontrées. Nous avons, alors utilisé une feuille d'aluminium qui peut jouer le rôle de l'alliage concerné (voir la figure IV.6), tel que nous avons réalisé une étude descriptive du phénomène du glissement par le déplacement de la feuille sur la surface du brasseur.

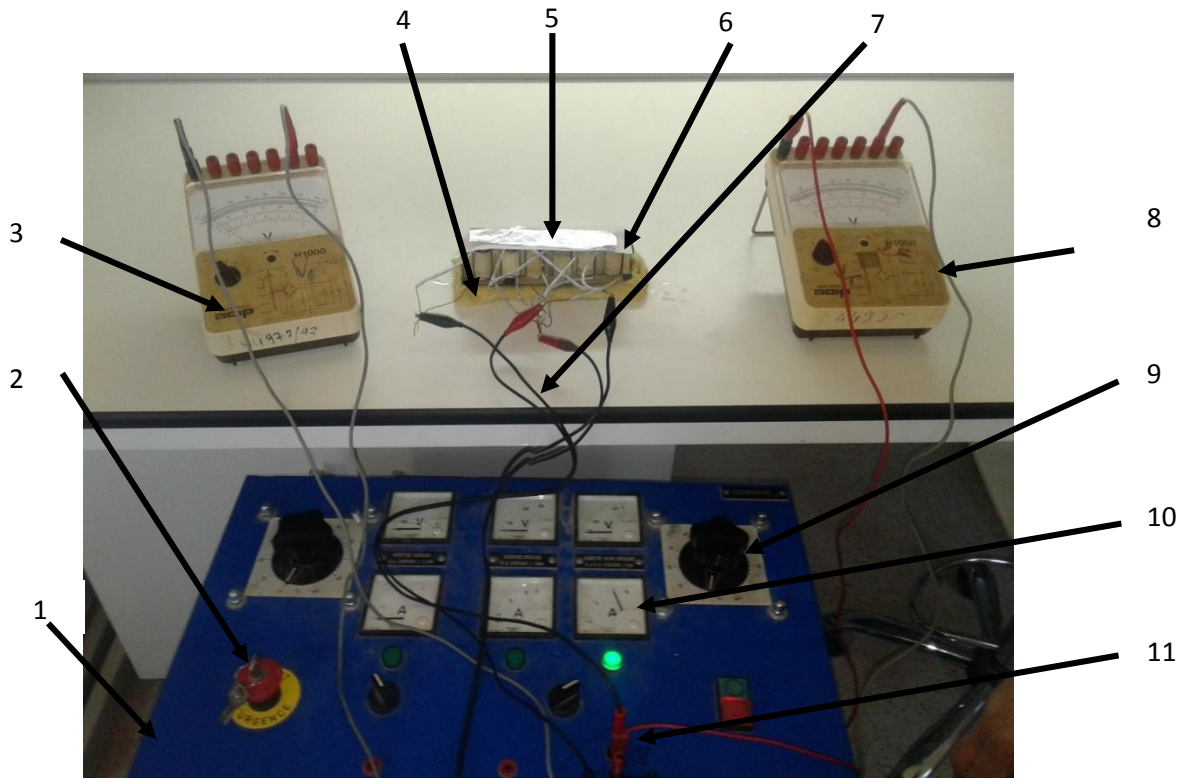
Sachant que le brasseur réalisé contient six bobines, dont chaque deux bobine sont alimentées par une phase. On distingue deux modes de circuit électrique : en parallèle et en série. Théoriquement l'intensité de courant dans un circuit en série est constante, telle que chaque paire de bobines est traversée par la même intensité de courant. Cependant, dans un circuit en parallèle le courant principal est divisé en deux parties. Cela signifie que le circuit en série gagne mieux en termes de courant électrique au sein d'une seule bobine ce qui favorise l'intensité du champ magnétique (la loi d'Ohm).

$$U = Z \times I \tag{4.6}$$

$Z$  : impédance caractéristique de la bobine

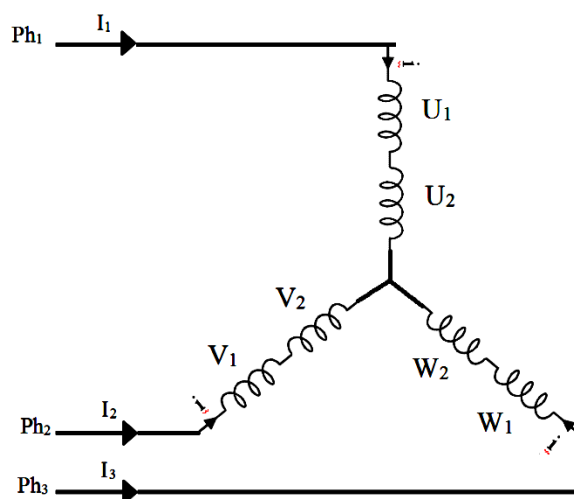
$I$  : intensité de courant traversant la l'impédance

$U$  : tension entre les bornes de l'impédance



**Figure.IV.6** Installation d'expérimentation : 1) Générateur de courant triphasé, 2) Coupe-courant, 3) Voltmètre pour mesurer la tension simple, 4) Chiffon humide de refroidissement, 5) Feuille d'aluminium, 6) Brasseur, 7) Alimentation triphasé, 8) Voltmètre mesuré la tension composée, 9) Variateur de courant électrique, 10) Ampèremètre, 11) Source de courant triphasé

### III.1. couplage étoile avec bobines en sérié



**Figure.VI.7.** schéma illustratif du couplage étoile. La figure montre également que chaque deux bobines ont la même phase en sérié.

Les mesures obtenues à partir de cette alimentation sont présentés dans le tableau (IV.1).

**Tableau. IV.1.** *Mesures obtenues du couplage étoile en sérié*

Tension composée [V]	Tension simple [V]	Courant en ligne [A]	Courant en bobine [A]
72	41.57	9	9

Dans cette première expérience nous avons remarqué clairement l'effet du phénomène de glissement à travers le déplacement de la feuille d'aluminium sur l'inducteur, cependant nous avons constaté aussi la surchauffe de la culasse ce qui a causé le cramé de l'isolation (revêtement en plastique).

On peut calculer la tension appliquée entre chaque bobine comme suit :

$$U_b = \frac{U_T}{2} = \frac{41.57}{2} = 20.785 \text{ V} \quad (4.7)$$

$U_b$  représente la tension entre les bornes de chaque bobine, et  $U_t$  la tension total (tension simple) entre les deux bobines.

L'impédance caractéristique «  $Z$  » du chaque bobine, est :

$$Z = \frac{U_b}{I} = \frac{20.785}{9} = 2.31 \Omega \quad (4.8)$$

### Remarque

*L'inconvénient majeur de ce type de circuit se réside dans le fait que le cramé d'une seule bobine entrainera le dysfonctionnement de la deuxième parce que le courant ne circule pas.*

III.2. couplage étoile avec bobines en parallèle

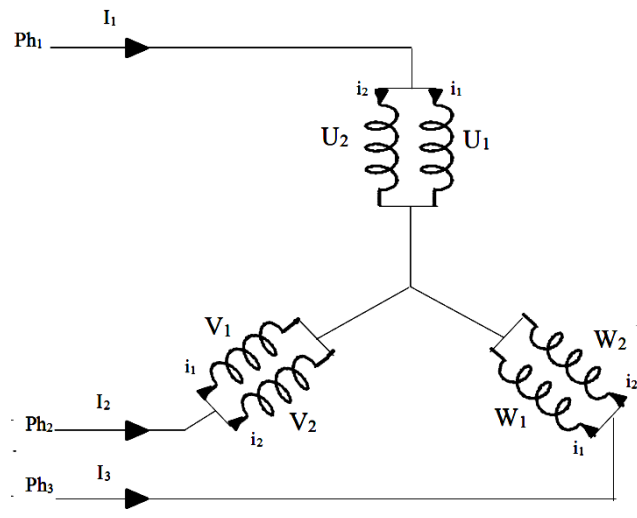


Figure.VI.8. schéma du couplage étoile en parallèle.

Dans ce cas, les mesures obtenues à partir de cette alimentation sont présentés dans le tableau (IV.2).

Tableau. IV.2. les mesures obtenues du couplage étoile en parallèle.

Tension composée [V]	Tension simple [V]	Courant en ligne [A]	Courant en bobine [A]
19.3	11.14	9.5	4.75

Dans cette deuxième expérience nous avons également observé clairement le déplacement de la feuille d'aluminium, donc nous pouvons confirmer l'effet le phénomène de glissement du champ magnétique au niveau de la surface d'inducteur, par contre la surchauffe de la culasse est significativement diminuée par rapport au cas précédent (couplage étoile en série).

En peut calculer le courant circulé dans chaque bobine par la loi de Kirchhoff comme suivant

$$I_T = I_1 + I_2 \tag{4.9}$$

$I_T$ : courant en ligne

Le système est symétrie donc :

$$I_1 = I_2 = \frac{I_T}{2} = \frac{9.5}{2} = 4.75 \text{ A} \quad (4.10)$$

Et l'impédance caractéristique  $Z$  s'obtient comme suit :

$$Z = \frac{U_b}{I} = \frac{11.14}{4.75} = 2.34 \Omega \quad (4.11)$$

### Remarque

*Ce mode d'alimentation électrique présente un avantage par rapport au mode précédent (étoile en série) par le fait que lorsque l'une des bobines est défectueuse, la seconde bobine reste opérationnelle.*

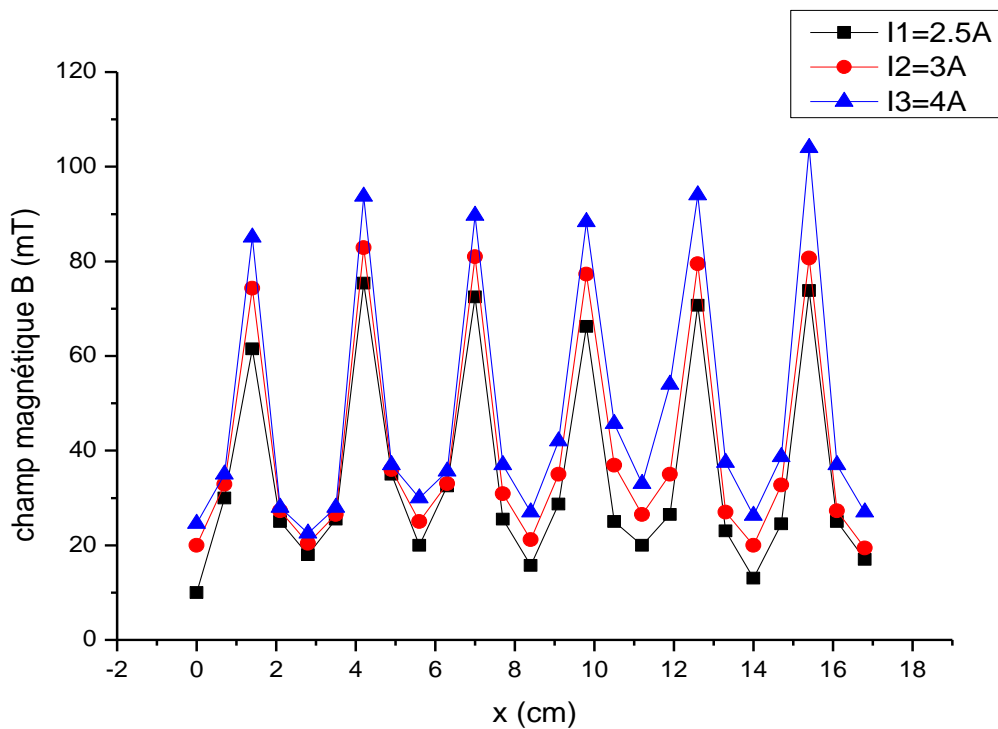
## IV. CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU BRASSEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Une mesure du module du champ magnétique dans différentes positions selon la direction horizontale ( $\vec{Ox}$ ), a été effectuée en absence de la charge conductrice pour différentes intensités de courant en ligne (5A, 6A et 8A), ce que signifie un courant appliqué pour chaque bobine de 2.5A, 3A et 4A, respectivement. Les tensions composées et simples mesurées pour chaque courant appliqué, sont respectivement 10.06, 11.61 et 14.46V (tension composée) et 6, 6.8 et 8.3V (tensions simples). Les résultats obtenus sont rapportés dans le tableau (IV.3) et présentés sur la figure (IV.9).

**Tableau IV.3.** Mesures expérimentales du champ magnétique  $\|\vec{B}\|$  le long de la direction horizontale.

x (cm)	Tension composée [V]	<b>10.06</b>	<b>11.61</b>	<b>14.46</b>
	Tension simple [V]	<b>5.9</b>	<b>6.8</b>	<b>8.3</b>
	Courant en ligne [A]	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>8</b>
	Courant en bobine [A]	<b>2.5</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
	Champ magnétique [mT]	$\ \vec{B}\ $		
<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>24.6</b>	
<b>0.7</b>	<b>30</b>	<b>32.9</b>	<b>35</b>	
<b>1.4</b>	<b>61.5</b>	<b>74.4</b>	<b>85.1</b>	
<b>2.1</b>	<b>25</b>	<b>27.3</b>	<b>28</b>	
<b>2.8</b>	<b>18</b>	<b>20.4</b>	<b>22.5</b>	
<b>3.5</b>	<b>25.5</b>	<b>26.5</b>	<b>28</b>	
<b>4.2</b>	<b>75.4</b>	<b>82.9</b>	<b>93.7</b>	
<b>4.9</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	
<b>5.6</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	

6.3	32.5	33	35.6
7	72.5	81	89.7
7.7	25.5	30.9	37
8.4	15.7	21.2	27
9.1	28.7	35	42
9.8	66.2	77.3	88.3
10.5	25	36.9	45.7
11.2	20	26.5	33
11.9	26.5	35	54
12.6	70.7	79.5	94
13.3	23	27	37.5
14	13	20	26.3
14.7	24.5	32.7	38.7
15.4	73.8	80.7	104
16.1	25	27.3	37
16.8	17	19.4	27



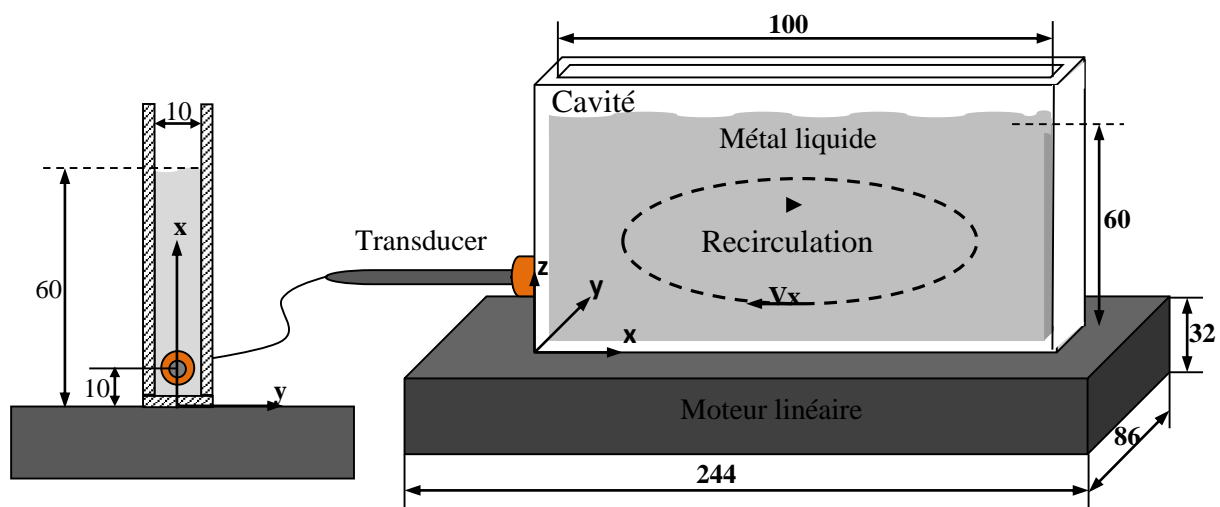
**Figure.IV.9.** Evolution de l'intensité du champ magnétique  $\|\vec{B}\|$  mesurée expérimentalement le long de la direction horizontale ( $\vec{Ox}$ ) à différentes intensités du courant appliqué. ( $I = 5, 6$  et  $8A$ ) pour une fréquence de  $50Hz$ .

Les résultats expérimentaux présentés dans la figure (IV.9) sont en bonne cohérence avec ceux présentés dans le troisième chapitre en termes de distribution du champ électromagnétique sur la surface du brasseur (figure III.7). La figure (IV.9) montre également les positions des six pôles magnétiques présentés par les valeurs maximales dans les différentes courbes (valeurs mesurées dans le centre des bobines). Quant aux valeurs minimales, elles indiquent les positions des encoches et par conséquent on peut estimer le pas polaire qui est 84 mm.

## V. VALIDATION EXPÉRIMENTALE MAGNÉTO-HYDRO-DYNAMIQUE : PRINCIPE ET MESURES

Dans le but de caractériser le mouvement induit par les forces de Lorentz, L. Hachani [1], a effectué des mesures par vélocimétrie Doppler à ultrason (*UDV*), afin de déterminer la topologie de l'écoulement global dans le bain et de mesurer les vitesses caractéristiques de cet écoulement pour un inducteur identique (brasseur sans séparation entre les bobines) à notre configuration choisie.

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure (IV.10). L'alliage (Ga-In-Sn) liquide à la température ambiante, avec une composition proche du point eutectique (67wt% Ga-20,5wt%Sn- 12,5wt% In), et une température de fusion sensiblement égale à  $T_m = 10,5^\circ\text{C}$ , est contenu dans une cavité rectangulaire transparente de largeur  $W = 1\text{cm}$ , longueur  $L = 10\text{cm}$ , et de hauteur  $H = 6\text{cm}$ . L'origine des coordonnées se situe à l'angle inférieur gauche du plan de symétrie vertical. Les propriétés physiques pertinentes de l'alliage sont données en annexe (Table.II.1).

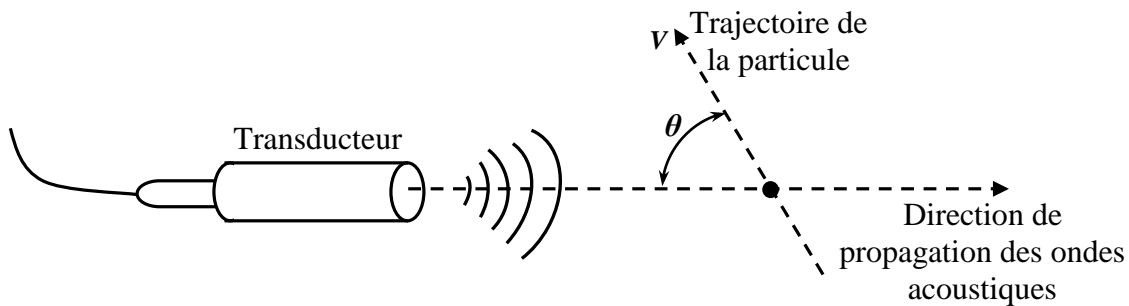


**Figure IV.10.** Vues schématiques de l'équipement expérimental: vue de face (a) et vue en coupe transversale (b).

La vélocimétrie ultrasonore est une technique très utilisée pour les mesures de vitesse dans les métaux liquides. Elle a été utilisée entre autre par Brito et col. [2 ], Eckert et Gerbeth [3 ], et plus tard par B. Saadi [4].

Le principe de fonctionnement schématisé sur la figure (IV.11) est décrit en détail par Takeda [5]. Il est basé sur l'effet Doppler acoustique. Le principe consiste à émettre un faisceau d'ondes acoustiques et à capter l'écho réfléchi par des particules micrométriques solides marquant un fluide en mouvement au moyen d'un transducteur. Le délai entre l'émission et la réception des ondes acoustiques noté  $\tau_{PRF}$  donne l'information sur la distance du point de mesure  $d$  par la relation suivante, dans laquelle «  $c$  » est la vitesse du son dans le fluide (pour le Ga-In-Sn  $c = 2860$  m/s).

$$d = \frac{c \cdot \tau_{PRF}}{2} \quad (4.12)$$



**Figure IV.11.** Schéma de principe de la mesure par vélocimétrie doppler à ultrason (UDV).

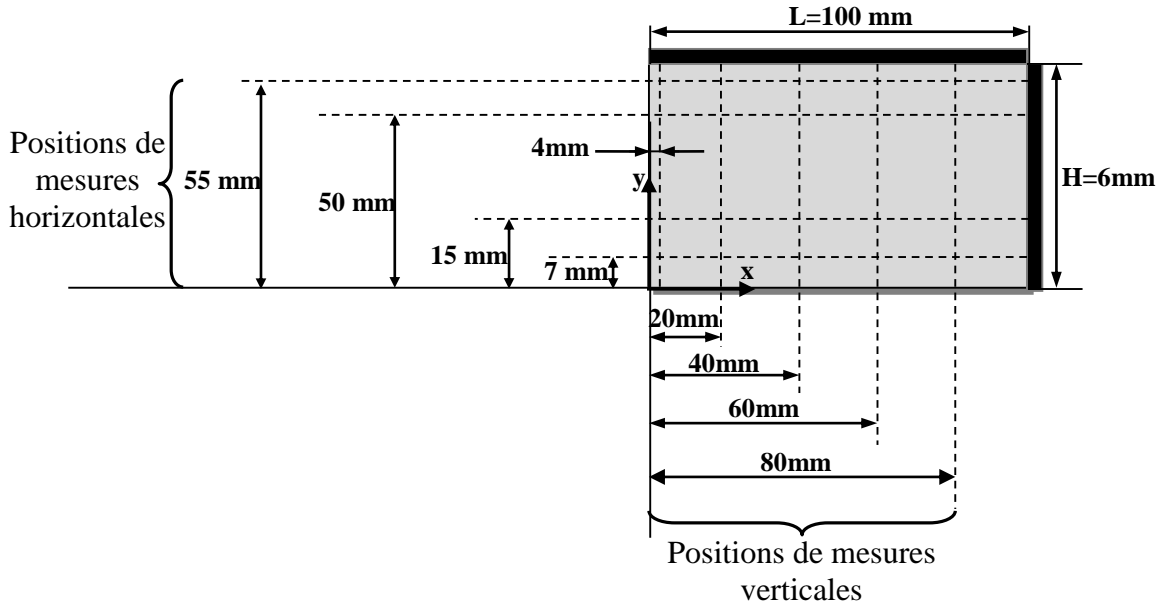
Le décalage des fréquences entre les ondes émises et reçues est appelé fréquence doppler ( $f_{PRF}$ ). Il permet de déterminer la vitesse des particules  $u$  pour chaque point de mesure.

$$\mathbf{u} = \frac{c \cdot f_{PRF}}{2 \cdot f_0 \cdot \cos(\theta)} \quad (4.13)$$

où  $f_0$  et  $\theta$  représentent respectivement la fréquence des ondes acoustique émises par le transducteur ( $f_0 = 4\text{MHz}$ ), et l'angle entre la trajectoire de la particule et l'axe vertical du transducteur.

En principe, le signal de vitesse provient d'un transducteur situé contre l'une des parois transversales dans la direction horizontale. Cette position est définie par les coordonnées du point central de la surface du transducteur. Les mesures de la composante horizontale de la vitesse  $V_x$ , ont été réalisées pour différentes positions verticales ( $z = 5, 15, 50$  et  $55$  mm) pour des coordonnées fixes selon les autres directions ( $x = 0\text{mm}$ ,  $y = 5$  mm). La même procédure, la

composante verticale de la vitesse  $V_z$ , a été mesurée dans les positions horizontales ( $x = 20, 40, 60$  et  $80$  mm avec  $z = 60$  mm et  $y = 5$  mm, et). Un schéma illustrant les différentes positions de mesures est donné sur la figure (IV.12). Ainsi, seule la composante de vitesse parallèle au faisceau d'ultrasons est accessible dans toutes les mesures.



**Figure IV.12.** Représentation des positions des mesures verticales et horizontales de la vitesse dans le bain de Ga-In-Sn.

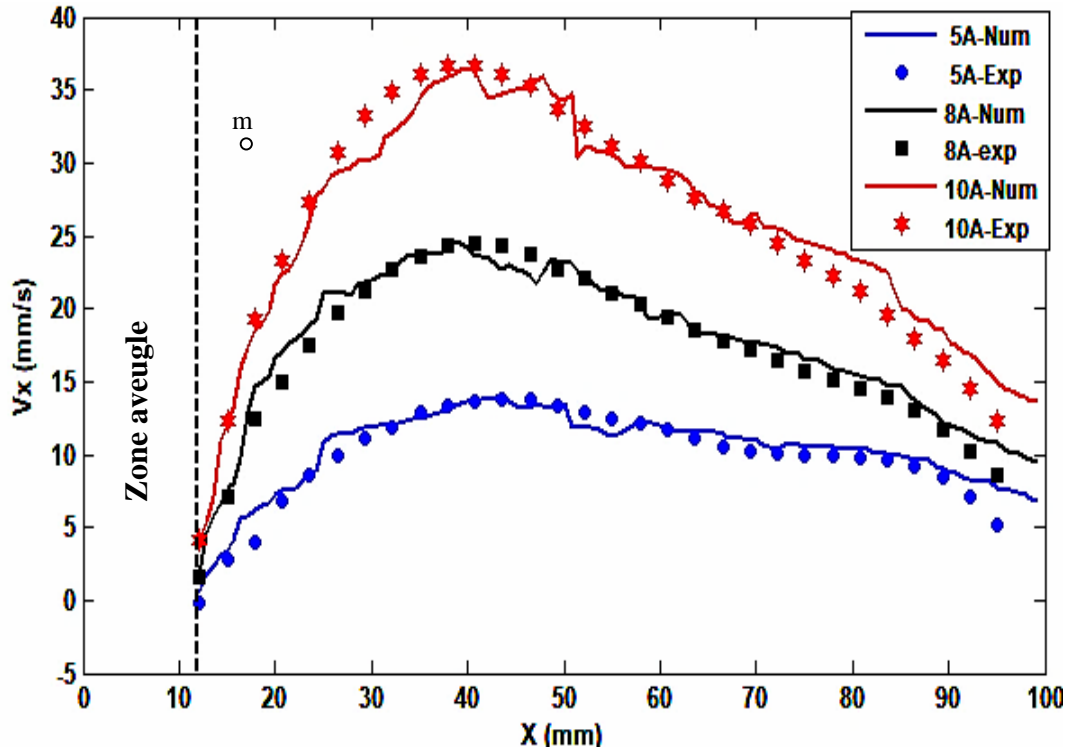
Le transducteur à ultrasons est une sonde de  $8$  mm de diamètre et  $4$  MHz de fréquence. A partir de la relation entre longueur d'onde  $\lambda$  et la fréquence ( $\lambda f = c$ ), où  $c = 2860$  m.s<sup>-1</sup>, est la vitesse du son dans le métal liquide, on peut déduire que la longueur d'onde est  $0,715$  mm. Les paramètres de la vélocimétrie Doppler, à savoir la fréquence de répétition des impulsions ( $f_{PRF}$ ), les cycles, les profils et les émissions par profil, sont ajustés pour obtenir un signal de vitesse optimale. La fréquence  $f_{PRF}$  est un paramètre essentiel, à partir du temps ( $\tau_{PRF}$ ) entre deux émissions, non seulement nous déterminons la longueur du profil, mais également nous contrôlons la vitesse de résolution. Des petites particules d'oxyde dans la masse liquide sont nécessaires pour obtenir des échos importants.

La résolution spatiale des mesures dans la direction des tirs «  $x$  » est  $0,715$  mm dans le métal liquide. Chaque profil se compose de  $123$  points, menant à une zone d'investigation totale de  $0,715 \times 123 = 87,94$  mm. Il est important de signaler l'existence d'une zone aveugle inévitable près de la paroi où se trouve la sonde de mesure.

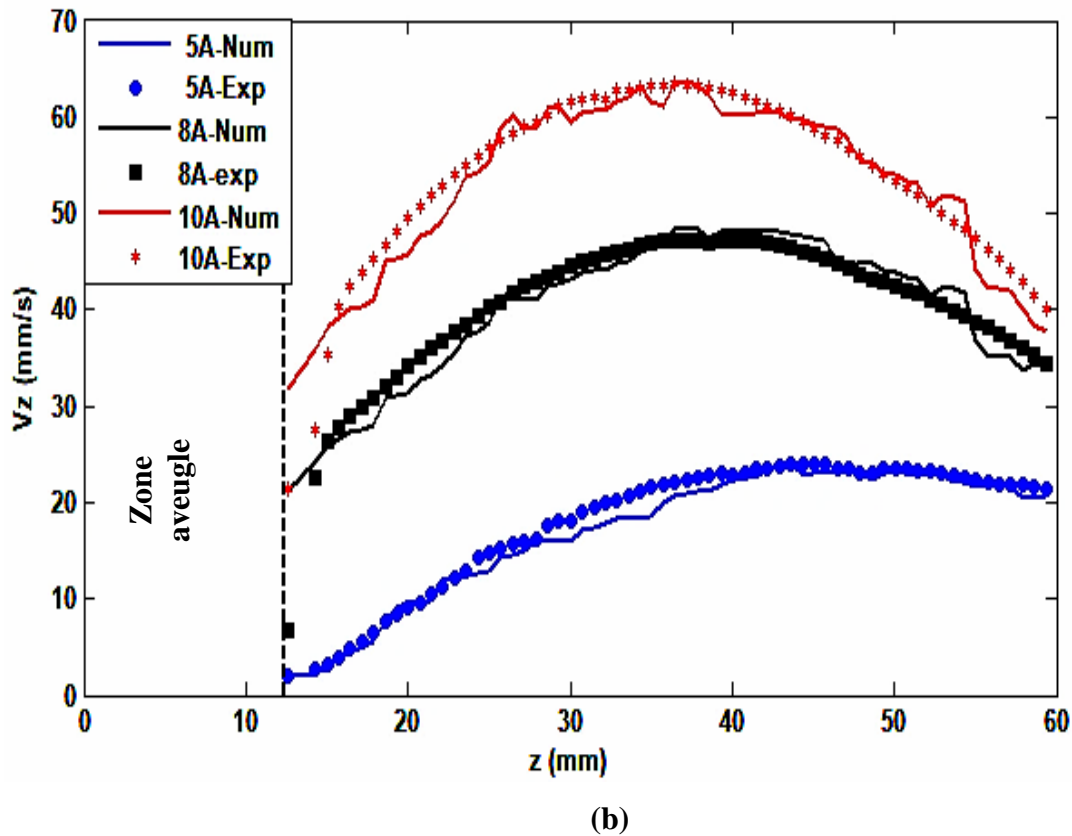
Les données fournies par la vélocimétrie ultrasonore *UDV* consistent en des vitesses instantanées dans la direction horizontale,  $\bar{V}_x(x, t_i)$  pour la sonde transductrice placée à  $(x = 0 \text{ mm}, z = 7 \text{ mm})$  et la direction  $z$ ,  $\bar{V}_z(z, t_i)$  pour la sonde transductrice placée à  $(x = 4 \text{ mm}, z = 60 \text{ mm})$ , pour l'indice «  $i$  », il varie entre 1 et 256. Les caractéristiques principales de l'écoulement sont les vitesses moyennes :

$$\begin{cases} \bar{V}_x(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{xi}(x, t_i) \\ \bar{V}_z(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{zi}(y, t_i) \end{cases} \quad (4.14)$$

où  $N = 256$  est le nombre d'acquisitions correspondant à un point donné, pour un temps total de mesure égal à 147,7 s.



(a)



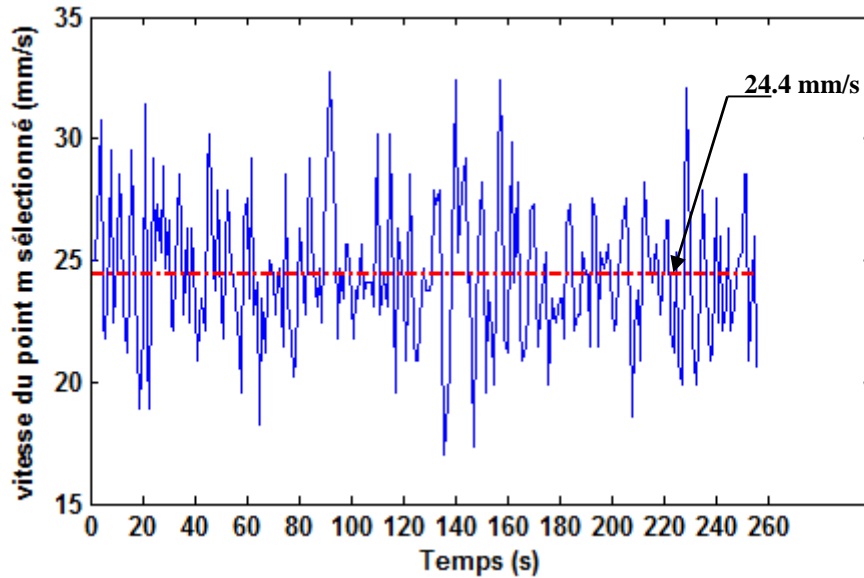
**Figure IV.13.** Profils des vitesses moyennes mesurées par la technique de vélocimétrie ultrasonore UDV, pour différents courants appliqués ( $I = 5 ; 8$  et  $10A$ ). (a) mesures dans la direction horizontale  $\bar{V}_x$  et (b) dans la direction verticale  $\bar{V}_z$ .

Les profils des vitesses obtenues numériquement comparés avec ceux des vitesses moyennes mesurées expérimentalement selon les deux directions (horizontale et verticale) sont présentés sur la figure (IV.13). Les profils montrent clairement que les modules des vitesses sont proportionnels à l'intensité du courant inducteur. En outre, les trois profils de la vitesse moyenne  $\bar{V}_x(x, t_i)$  et  $\bar{V}_z(z, t_i)$ , ont des formes similaires, malgré les différentes intensités du courant appliqué. Les résultats numériques ainsi que les mesures expérimentales obtenues par la technique UDV, ont permis de constater que la configuration de la dynamique d'écoulement est indépendante de l'intensité du courant inducteur.

L'évolution temporelle de la vitesse instantanée du point m ( $x = 45\text{mm}$ ,  $z = 7\text{mm}$ ,  $y = 5\text{mm}$ ), pour un ampérage  $I = 8\text{ A}$ , est présentée dans la figure (IV.14). Cette vitesse varie sur une large gamme de  $17$  à  $32,72\text{mm/s}$  et présente des fluctuations importantes. Dans ce cas, la vitesse moyenne (moyenne dans le temps)  $\bar{V}$  est  $24,4\text{mm/s}$ , et le nombre de Reynolds correspondant est:

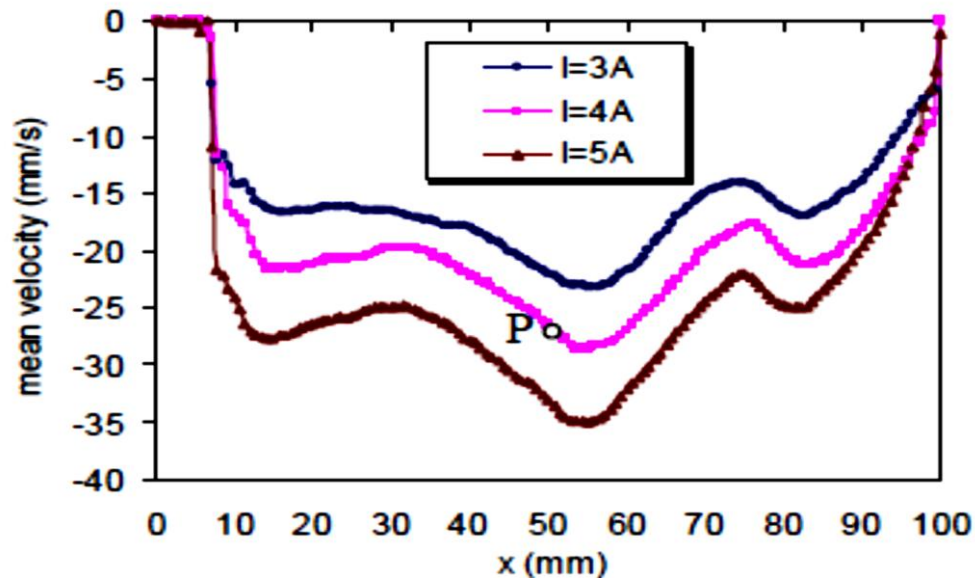
$$\overline{\text{Re}} = \frac{\bar{V} \cdot H}{\nu} = 4307,5 \quad (4.14)$$

Probablement un certain niveau de fluctuation peut être détecté, mais en raison de la valeur modérée de ce nombre, la configuration dynamique, certes turbulente, ne peut pas être pleinement développée.

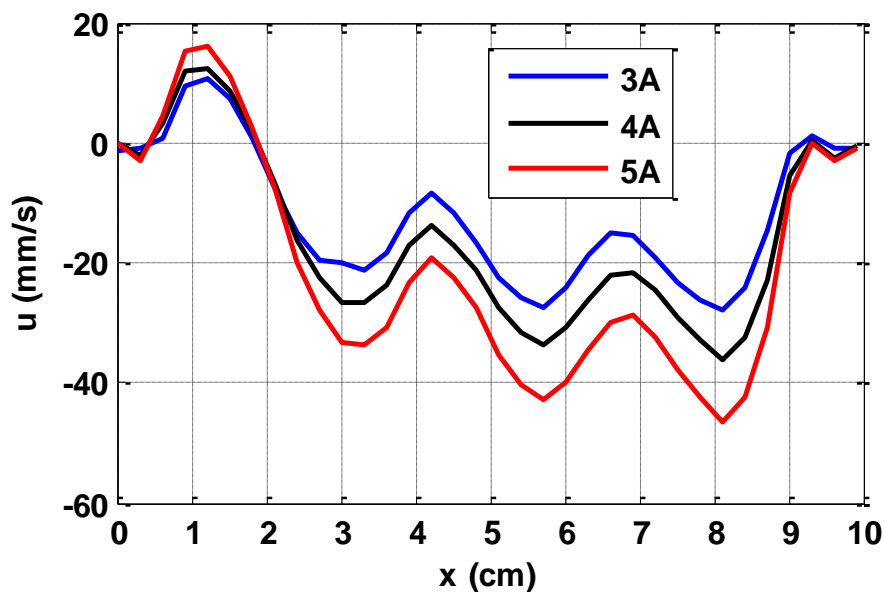


**Figure IV.14.** Evolution temporelle de la vitesse  $V_x$  selon la direction horizontale  $x$  du point  $m$  (45, 5, 7) mm pour un ampérage appliqué  $I = 8$  A.

Pour la validation expérimentale de l'effet d'encoche qui est caractérisé par des forces d'amortissement sur l'écoulement et cela lorsqu'on utilise un brasseur avec encoche. Pareillement, X-D. Wang [6], a effectué des mesures par (UDV), sur un brasseur identique à celui réalisé dans ce travail, afin de déterminer la configuration de l'écoulement global dans le bain et de mesurer les vitesses caractéristiques de cet écoulement pour un inducteur avec encoche. Les résultats obtenus dans son travail sont présentés sur la figure (IV.15). Nous avons constaté que dans ses analyses du comportement du champ magnétique n'a pas attribué les valeurs minimales à la présence des encoches qui séparent les bobines. Cependant, l'expérimentation numérique présentée dans le troisième chapitre, a montré clairement l'effet négatif de leur présence dans l'ensemble qui constitue le système.



**Figure (IV.15)** Profils de vitesse moyenne expérimentale dans la direction  $x$  ( $V_x$ ) Pour différents courants appliqués  $I = 3, 4$  et  $5$  A, avec une fréquence de  $50$  Hz, [6].



**Figure (IV.16)** Composante horizontale de la vitesse dans la direction  $x$  " $u$ " (calcul numérique 3D), pour différents courants appliqués  $I = 3, 4$  et  $5$  A, avec une fréquence de  $50$  Hz.

La comparaison qualitative entre les figures (IV.15) et (IV.16), indique clairement l'existence des zones d'amortissement d'écoulement dans les profils des vitesses selon la direction horizontale ( $\overrightarrow{Ox}$ ), notamment dans les zones limitées par les intervalles  $x = [35 \text{ à } 45 \text{ mm}]$  et  $[57 \text{ à } 69 \text{ mm}]$ .

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE IV

- [1] Lakhdar HACHANI, «Etude de l'influence de la convection naturelle et forcée sur le processus de la solidification : *cas d'un alliage métallique binaire*», Thèse de l'Université de Grenoble-Alpes, 2013.
- [2] D. Brito, H. C. Nataf, P. Cardin, J. Aubert, J. P. Masson. “*Ultrasonic doppler velocimetry in liquid gallium*”, Experiments in Fluids, V. 31, (2001), p. 653 – 663.
- [3] S. Eckert, G. Gerbeth : “*Velocity measurements in liquid sodium by means of ultrasound Doppler velocimetry*”, Experiments in Fluids, V. 32, (2002), p. 542 – 546
- [4] Bachir SAADI, « Contrôle électromagnétique des transferts de masse aux interfaces liquide/liquide », Thèse de l'Institut National polytechnique de Grenoble, 2006.
- [5] Y. Takeda. “*Measurement of velocity profile of mercury flow by ultrasound Doppler shift method*”, Nuclear Technology, V. 79, (1987), p. 120-124.
- [6] X.D. Wang, R. Moreau, J. Etay and Y. Fautrelle. « *A Periodically Reversed Flow Driven by a Modulated Traveling Magnetic Field: Part I. Experiments with GaInSn* », Metall. Mat. Transaction B. V40, (2009), p 82-90.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail s'intéresse essentiellement à l'étude d'un système de brassage électromagnétique d'une charge conductrice à l'état liquide à travers un inducteur électromagnétique linéaire capable de générer un champ électromagnétique glissant (*Travelling Magnetic Field TMF*). L'objectif primordial est d'étudier la possibilité de créer un mouvement connu et surtout contrôlé au sein de cette charge sans contact physique par la force de Laplace. L'approche adoptée est basée essentiellement sur une simulation numérique 3D instationnaire adossée par une réalisation expérimentale d'un inducteur magnétique linéaire et par conséquent une validation.

Le modèle numérique utilisé a montré son efficacité de faire le couplage entre le système électromagnétique représenté par l'inducteur et les phénomènes de la mécanique des fluides dans la charge conductrice (Ga-Sn-In). Les résultats obtenus montrent clairement la possibilité de brasser l'alliage sans contact physique par le biais des forces volumiques (force de Laplace), notamment au niveau de la peau magnétique. Nous avons également constaté que l'utilisation d'un brasseur avec encoches, peut entraîner la création de plusieurs vortex avec différents sens de rotations. Les facteurs principaux responsables de cette configuration quasi-complexe peuvent être attribués à l'existence des forces d'amortissements au niveau des encoches. En effet, cette configuration est indésirable de point de vue contrôle de la configuration d'écoulement en occurrence pour le processus de solidification et la croissance cristalline.

Par ailleurs, nous avons réalisé une étude paramétrique afin de proposer des solutions techniques possibles pour le contrôle rigoureux de la configuration d'écoulement dans les processus sensibles. À la lumière de résultats obtenus des solutions techniques proposées, nous pouvons tirer quelques conclusions d'ordre général :

- Le changement du sens de courant (distribution des phases électriques), affecte d'une manière significative le champ magnétique résultant, et par conséquent l'intensité et le sens du brassage électromagnétique.
- La nature, la géométrie et la position de la charge conductrice sont des facteurs déterminants pour le processus magnétohydrodynamique résultant.
- La configuration d'un brasseur sans encoches peut être une solution technique rentable et efficace en termes d'intensité de brassage et rigourosité du contrôle.

Ce travail a été renforcé par une réalisation et validation expérimentale. Une caractérisation expérimentale de l'inducteur électromagnétique a été effectuée par des mesures de champ magnétique sur la surface du brasseur. Les mesures enregistrées montrent une bonne cohérence avec les résultats calculés numériquement. Le phénomène de glissement a été examiné et confirmé par le déplacement d'une feuille d'aluminium sur la surface supérieure du brasseur. Ainsi, la comparaison quantitative et qualitative a montré une bonne cohérence entre les résultats numériquement obtenus par simulation et ceux obtenus par caractérisation expérimentale par la technique d'ultrasons Doppler Vélocimétrie (UDV) dans le travail antérieur de L.HACHANI. En effet, les données expérimentales obtenues par la technique UDV et les observations de la surface libre de l'alliage de bain liquide Ga-In-Sn, y compris la direction de la vitesse, ont révélé que la configuration de la dynamique d'écoulement est indépendante de l'intensité du courant.

### **Perspectives**

- Etudier l'influence de champ magnétique glissant sur le phénomène de la solidification des alliages métalliques.
- Etudier d'autres configurations de brassage électromagnétique en occurrence le champ tournant et hybride (tournant-glissant)
- Etudier l'effet des champs magnétiques dans les pompes électromagnétiques

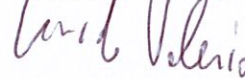
NUMELEC 2017, 15 – 17 Novembre 2017, Paris, France

## CERTIFICAT DE PARTICIPATION

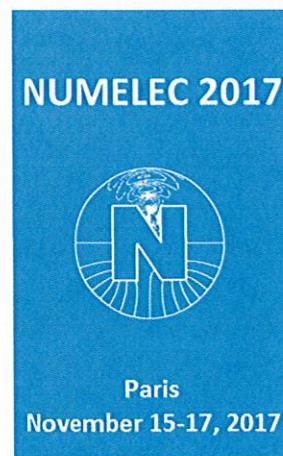
Nous confirmons que M Mohammed Naidjate a participé à la conférence NUMELEC2017, tenue du 15 au 17 novembre 2017 à Paris, France.

Il a présenté l'article « 3D Numerical Simulation and Experimental Investigation of Metallic Alloy (Ga-In-Sn) Flow Driven by a Traveling Magnetic Field », dont les co-auteurs sont B. Hiba, M. Naidjate , L. Hachani, K. Zaidat, Y. Fautrelle et M. Feliachi.

Guido VALERIO



Equipe d'organisation NUMELEC 2017



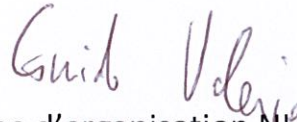
NUMELEC 2017, 15 – 17 Novembre 2017, Paris, France

## CERTIFICAT DE PARTICIPATION

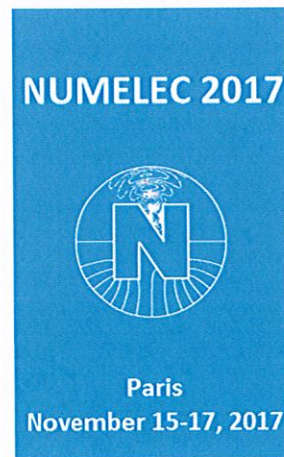
Nous confirmons que M Brahim Hiba a participé à la conférence NUMELEC2017, tenue du 15 au 17 novembre 2017 à Paris, France.

Il a présenté l'article « 3D Numerical Simulation and Experimental Investigation of Metallic Alloy (Ga-In-Sn) Flow Driven by a Traveling Magnetic Field ».

Guido VALERIO



Equipe d'organisation NUMELEC 2017





UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ORAN  
– MOHAMMED BOUDIAF –

## ATTESTATION DE PARTICIPATION

Le Président du Comité d'Organisation du 5<sup>ème</sup> Colloque sur l'Inductique atteste que :

**M. B. Hiba**, a présenté une communication, en session Poster, intitulée :

*Experimental Investigation and 3D Numerical Simulation of the effectd of  
Electromagnetic Stirring on the dynamic configuration of Metallic Alloy (Ga-In-Sn).*

Auteur(s) :

**B. Hiba, M. Naidjate, L. Hachani, K. Zaidat, Y. Fautrelle and M. Feliachi**

Oran, Le 13 décembre 2017

د. محمد بoudiaf

