

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
جامعة عمار تليجي بالأغواط  
Université Amar Téliidji de Laghouat  
كلية العلوم  
Faculté des Sciences  
قسم علوم المادة



Département Sciences de la Matière

## Mémoire de Master

Domaine : Sciences de la matière

Filière : Physique

Option : Physique des appliquées

Par : M<sup>elle</sup> . SALMI Imane Nourelhouda

## THEME

*Critère de flux Non-Darcien dans les matériaux poreux : Limite entre le régime de Darcy et le régime de Forchheimer*

Mr.BENGHIA Ali	MCA	Président
Mr.LOKBICHI Ahmed	MAA	Examineur
Mr.ABDALLAH Abdelouhab	MAA	Examineur
Mr.KADIRI Cheikh	MCB	Rapporteur

Année universitaire :2021-2022

# *Remerciement*

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été menés principalement au sein du **Laboratoire de départementde physique**.

J'exprime mes remerciements à mon encadreur Mr: **KADIRI CHEIKH** pour avoir dirigé ce travail et pour ses nombreux et précieux conseils.

Mes remerciements aussi à Mr: **BENGHIA ALI**, le président du jury de ma soutenance.

Je tiens à remercier énormément tous l'examineur Mr :**LOKBICHI AHMED** et Mr : **ABDELLAH ABDELWAHAB** pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je voudrais associer à mes remerciements toutes les personnes qui m'ont aidé en mettant à ma disposition le matériel et les appareillages dont j'avais besoin et sans quice travail n'aurait pas pu aboutir :

Je tiens à remercier Pr. **Bouzerara Ferhat** de l'université Mohammed Seddiki Ben Yahia De Jijel dont une partie desynthèse des membranes a été accomplie dans son

laboratoire : << Laboratoire de physique de la matière condensée et Nanomatériaux >>

Madame **Mostefaoui Fattoum** Ingenieur principale et chef des Laboratoires de physique; **Oubatti Walid** Technicien des Laboratoires Superieur; **Djoubar Ali** chefd'atelier; **Rezzeoug Ahmed** Ingenieur des laboratoires; **Feidjel Brahim** Ingenieur principale de Laboratoire chimie; **Bennmoulai Sara** Ingenieur principale de Laboratoire chimie.

*Sommaire*

Liste des figures	i
Liste des tableaux	iii
Liste des symboles	iv
Introduction	1
Chapitre I : Généralité sur les matériaux poreux	3
Introduction	3
I. Notions sur les milieux poreux	3
I.1. Définition un milieu poreux	3
I.2. Classification des matériaux poreux	3
I.3. Les paramètres physiques des matériaux poreux	4
I.3.1. Porosité	4
I.3.2. Tortuosité	7
I.3.3. Longueur caractéristique visqueuse	7
I.3.4. Perméabilité	8
I.4. Généralités sur les membranes	11
I.4.1. Définition de la membrane	11
I.4.2. Classification des membranes	11
I.4.3. Quelques caractéristiques des membranes poreuses	13
I.5. Effet de la température sur la perméabilité de la membrane	14

Chapitre II : flux de fluide dans les matériaux poreux	16
Introduction	16
II.1.Dérivation des équations de Navier-Stokes	16
II.2.Grandeur non-dimensionnelle	21
II.3.Régimes d'écoulement dans un milieu poreux	24
II.4.Modèles théoriques	27
Chapitre III : Etude Expérimentale. Résultats Et Discussions	34
Introduction	34
III.Etude du support céramique	34
III.1.Préparation de support céramique	35
III.2.Étude de l'évolution du flux en termes de temps et de pression	36
III.3.Protocole expérimentale	36
III.3.1.Méthode 1	38
III.3.2.Méthode 2	43
III.4.Intervalle Darcy- Forchhimer	51
Conclusion	54
Références bibliographiques	
Résumé	

Liste des figures

<b>Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux.</b>	3
<b>Figure I.2 : Classification des matériaux poreux.</b>	4
<b>Figure I.3 : Présentation des différentes porosités d'un milieu poreux.</b>	5
<b>Figure I.4 modélisation de la porosité par empilement régulière de sphères.</b>	6
<b>Figure I.5 : Définition de la tortuosité.</b>	7
<b>Figure I.6: la longueur caractéristique visqueuse par rapport à la géométrie du pore.</b>	8
<b>Figure I.7: Schéma de principe de l'expérience de Darcy</b>	9
<b>Figure. I.8 : Schéma simplifié du membrane sélective</b>	11
<b>Figure I.9: Membrane symétrique poreuse.</b>	11
	12
<b>Figure I.10 : Membrane asymétrique.</b>	13
<b>Figure I.11 : Modèles de géométries des membranes.</b>	18
<b>Figure II.1: Illustration découlemente élément de volume</b>	22
<b>Figure II.2: Régimes découlement laminaire.</b>	23
<b>Figure II.3 : Régimes découlement turbulent.</b>	25
<b>Figure II.4 : Graphique illustre les diverses régions du flux.</b>	27
<b>Figure II.5: Bouchon du matériau poreux élaboré dans un montage de tuyau, de rayon <math>R</math> et d'épaisseur .</b>	31
<b>Figure II.6 :Le débit prévu à travers le bouchon <math>Q_{tm}</math> en fonction de la pression. La perméabilité.</b>	32
<b>Figure II.7 : Flux à deux dimensions 2D dans un tuyau cylindrique de matériau poreux.</b>	33
<b>Figure II. 8 : Écoulement dans le tuyau poreux et différents paramètres géométrique</b>	33
<b>Figure III. 1: Image du protocole expérimental utilisé pour mesurer la perméabilité</b>	34
<b>Figure III. 2 : Image de support céramique et les son encapsulation.</b>	35
<b>Figure III.3: Image de support céramique est placé de l'eau distillée pendant 24 heures.</b>	

<b>Figure III .4: Type de manomètre utilisé pour mesurer les pressions en bar.</b>	<b>36</b>
<b>Figure III. 5 : dispositif expérimentale pour la mesure de la perméabilité.</b>	<b>36</b>
<b>Figure III.6 : Variation de flux de saturation en fonction de pression.</b>	<b>39</b>
<b>Figure III.6 : Variation de flux de saturation en fonction de pression.</b>	<b>40</b>
<b>Figure III. 8. Variation du flux en fonction de temps pour une pression de 0.2 bar</b>	<b>43</b>
<b>Figure III.9. Variation de flux en fonction du temps pour différentes valeurs de pressions.</b>	<b>45</b>
<b>Figure III. 10 :Variation de flux de saturation en fonction de pression.</b>	<b>46</b>
<b>Figure III. 11. Variation du flux en fonction du temps pour les pressions : 1, 1.2 et 1.4 bar.</b>	<b>48</b>
<b>Figure III. 12 Variation du flux en fonction du temps pour l'ensemble des pressions 0.2 – 1.4 bar.</b>	<b>48</b>
<b>Figure III.13 : Variation de flux de saturation en fonction de pression en utilisant une interpolation quadratique</b>	<b>49</b>
	<b>51</b>
<b>Figure III.14 : Variation de flux de saturation en fonction de pression pour les pressions autour de 0.8 et 0.9 bar</b>	
<b>Figure III.15 : Variation de flux de saturation en fonction de pression 0.7 et 0.8 bar</b>	<b>51</b>
<b>Figure III.16 : Variation de flux de saturation en fonction de pression 0.7 et 0.8 bar</b>	<b>52</b>
<b>Figure III.17 : Variation de flux de saturation en fonction de pression 0.7 et 0.8 bar</b>	<b>52</b>

---

## Liste des Tableaux

<b>Tableau I.1 : Valeurs moyennes de la porosité de quelques matériaux.</b>	<b>05</b>
<b>Tableau I.2 : Perméabilités de quelques matériaux poreux.</b>	<b>11</b>
<b>Tableau III.1 : Les caractéristiques géométriques du matériau poreux élaboré par extrusion.</b>	<b>35</b>
<b>Tableau III.2 : Variation de masse en fonction de temps et de pression : <math>p = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.2</math> et <math>1.4</math> bar.</b>	<b>38</b>
<b>Tableau III.3 : Variation du flux en fonction de masse et de pression</b>	<b>38</b>
<b>Tableau III.4 Variation du flux en fonction du temps pour une pression de <math>0.2</math> bar.</b>	<b>42</b>
<b>Tableau III. 5 Variation de flux en fonction de temps et de pression : <math>p = 0.2, 0.4, 0.6</math> et <math>0.8</math> bar.</b>	<b>44</b>
<b>Tableau III. 6 : Variation de flux de saturation en fonction de pression.</b>	<b>45</b>
<b>Tableau III. 7 Variation de flux en fonction de temps et de pression : <math>p = 1, 1.2</math> et <math>1.4</math> bar.</b>	<b>47</b>
<b>Tableau III. 8 Variation de flux en fonction de temps et autour des pressions <math>p = 0.8 - 1</math> bar.</b>	<b>50</b>

## Liste des symboles

$\varphi$	La porosité
$\tau$	La tortuosité
$\Lambda$	Longueur caractéristique visqueuse
$K$	La conductivité hydraulique
$k$	La perméabilité
$Q$	Le débit volumique
$J$	Le flux de filtration
$m$	La masse
$F_{gravité}$	La force de gravité
$F_{surface}$	La force de surface
$a$	L'accélération
$V$	Vecteur de vitesse
$\sigma_{ij}$	Le tenseur de contrainte
$\tau_{ij}$	Le tenseur de visqueux
$g$	La gravité
$\rho$	La densité volumique du fluide
$\mu$	La viscosité dynamique
$Re$	Le nombre de Reynolds

$\beta$	le coefficient non-Darcy
$F_0$	Le nombre de Forchheimer
$t$	Le temps
$\omega$	La longueur de bouchon
$L$	La longueur de tuyau poreux
$R$	Le rayon du tuyau
$r$	Le rayon de bouchon
$Q_m$	Le débit à travers un bouchon
$Q_{tuyau}$	Le débit volumique à travers un tuyau
$P_{in}$	Pression à l'entrée
$P_{out}$	Pression à la sortie
$P_{perm}$	Pression à la sortie du perméat
$\lambda$	constante
$S$	La surface



# *Introduction*



Les matériaux poreux sont importants pour la protection de l'environnement. De nos jours, il y a une demande croissante pour la quantité et la qualité de l'eau potable, car elle est importante pour l'organisme vivant comme l'a dit Dieu Tout-Puissant, et nous avons fait de l'eau tout ce qui vit. .

Dans un contexte de forte concurrence internationale, les membranes poreuses sont apparues pour la purification de l'eau, et en effet cette technologie s'est avérée être la plus rapide, la plus efficace et la moins coûteuse que les méthodes de séparation traditionnelles et est utilisée comme moyen de séparation et de filtration dans divers secteurs. Industries économiques, agricoles, biotechnologiques et chimiques. Pour cette raison, une variété de recherches et de séparations de membranes peut être observée. En 1998, environ 1 065 articles ont été publiés et en 2016, cette valeur est passée à 3 568 articles.

Cette recherche porte sur la fabrication de films céramiques qui présentent de nombreux avantages, stabilité chimique, durabilité et efficacité de séparation élevée. Cependant, son coût est très élevé. Pour cette raison, les chercheurs ont cherché à fabriquer des films céramiques en utilisant des matières premières naturelles moins chères telles que la dolomite et la silice.

L'écoulement dans les milieux poreux est un aspect important de nombreux systèmes tels que : la séparation des fluides, l'échange de chaleur, la filtration et la purification. Les scientifiques et les chercheurs ont utilisé des modèles mathématiques dont le plus courant est le modèle de Darcy, qui est généralement décrit par la loi de Darcy, mais lorsque la vitesse du fluide augmente, cette loi n'est plus suffisante, ici un nouveau modèle apparaît appelé le régime Non- Darcy ou régime Forchheimer.

Dans cette recherche, le critère d'écoulement non-darcyien dans les matériaux poreux a été étudié. L'importance de cette étude est d'améliorer la perméabilité d'un support en céramique et afin de connaître la transition entre les frontières du régime de Darcy et du régime de Forchheimer et ce qui affecte cette transition. Une autre raison de la recherche est que l'étude des flux dans les milieux poreux contribuera à la protection de l'environnement. Quelle que soit la taille de ces contributions, petites ou grandes. Il s'adresse à tous les chercheurs, scientifiques et ingénieurs qui envisagent d'étudier les écoulements en milieu poreux.

Pour mener à bien cette étude, un support céramique a été réalisé au Laboratoire de Physique des Nanomatériaux de l'Université Seddik Ben Yahia de la wilaya de Jijel, à base de matériaux locaux.

Notre étude se divise en deux grandes parties. La première partie : c'est une étude biographique. Il comprend deux chapitres, où le premier chapitre traite des concepts et des propriétés physiques les plus importantes des matériaux poreux en général. Ensuite on traite les caractéristiques des membranes et des supports pour connaître leurs types et leurs formes.

Pour le deuxième chapitre, les écoulements en milieu poreux ont été étudiés. Les écoulements en milieu poreux ont été étudiés en dérivant les équations de Navier-Stokes pour un fluide non compressible et isotherme et en connaissant les systèmes d'écoulement selon le nombre de Reynolds, avec preuve de l'existence de la loi de Darcy dans les première et deuxième dimensions.

Le troisième chapitre contribue à l'étude expérimentale. On représente les différentes procédures expérimentales utilisés pour identifier et étudier les régimes de Darcy et celui de Forchheimer. Les différentes caractéristiques ont été mesurées ou calculées. Les discussions nécessaires pour expliquer ces résultats sont faites à l'aide des connaissances des chapitres précédents.

# *Chapitre I*

## *Généralité sur les matériaux poreux*



## Introduction :

Les matériaux poreux font partie des matériaux largement répandus autour de nous et jouent un rôle important dans nos vies. Comprenant plusieurs types, naturels (roches, sable...), industriels (céramique, papier, pain...) ou organiques (os, poumons, reins...) Ces matériaux sont devenus une partie importante de la science et de la technologie, leur utilisation couvrant plusieurs domaines (Gestion de l'énergie, isolation thermique, absorption acoustique, filtration des fluides...)[1,2] .Dans ce chapitre, une définition des milieux poreux sera présentée et certains paramètres et concepts de base qui caractérisent ces milieux seront expliqués (ex : porosité, perméabilité, tortuosité, longueur caractéristique visqueuse) [3].

Après le développement industriel et économique, le phénomène de pollution de l'environnement sous toutes ses formes s'est propagé, c'est pourquoi les chercheurs cherchent à développer des techniques de purification de l'eau, grâce à la technologie de filtration utilisant des membranes poreuses à support céramique, qui jouent un rôle efficace dans la lutte contre la pollution. Nous définirons les types et les caractéristiques de ces membranes [1,4].

## I. Notions sur les milieux poreux :

### I.1. Définition un milieu poreux :

Un milieu poreux est défini comme contenant deux parties, une partie constituée d'un solide et appelée "matrice" ou "squelette", qui comprend les vides (pores), et la deuxième partie est un liquide (gaz ou liquide) qui circule à l'intérieur des pores [2].voir figure I.1.

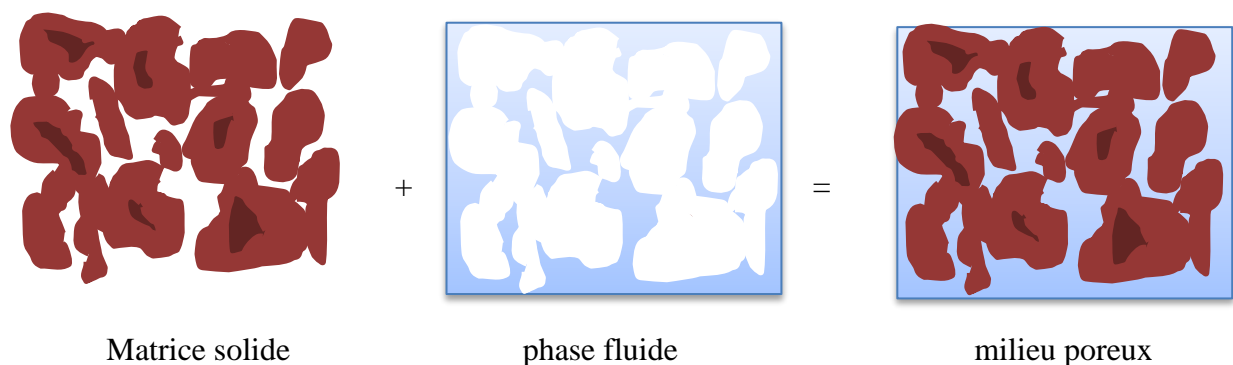
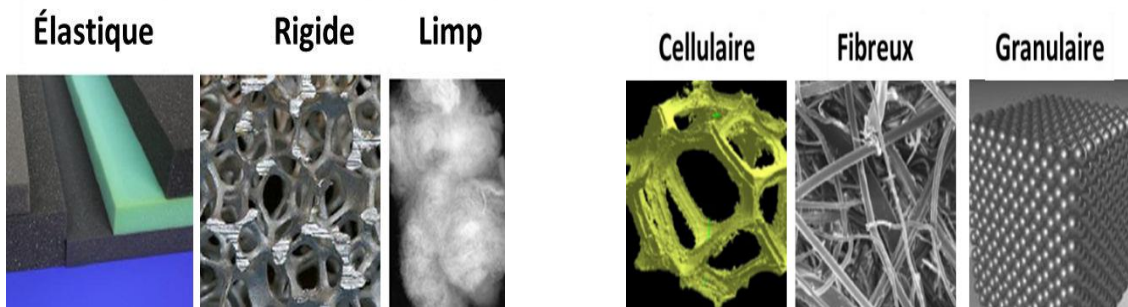


Figure I.1 : Représentation d'un milieu poreux [5].

### I.2. Classification des matériaux poreux :

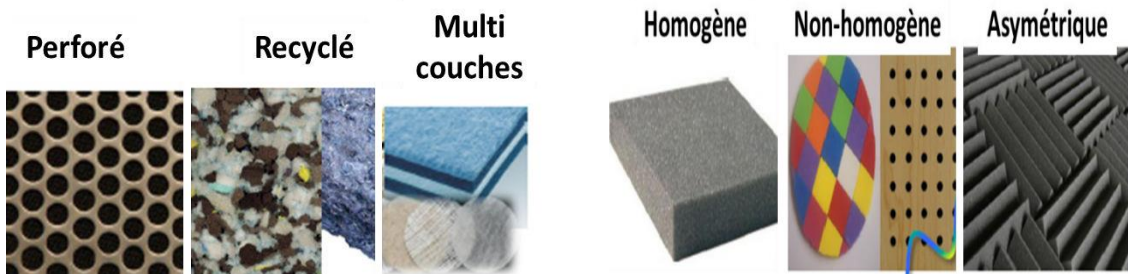
Les matériaux poreux peuvent être classés selon , comme il est montré sur la figure I.2 , le type du squelette (élastique, mou ou rigide), le type de microstructure (cellulaire, fibreuse,

granulaire, perforée, ...), la nature de la matière (polymère, métal, naturelle, recyclée, ...) et le type de surface (uniforme, mosaïque, rugueuse ou sculptée, ...).



(a) Type de squelette.

(b) Type de microstructure.



(c) Nature de matière.

(d) Type de surface.

Figure I. 2 : Classification des matériaux poreux [6].

### I.3. Les paramètres physiques des matériaux poreux :

#### I.3.1. Porosité :

C'est un paramètre très important pour étudier les propriétés physiques et mécaniques des médias, par exemple : les propriétés optiques et acoustiques et la filtration des fluides[1]. La porosité est définie comme le rapport du volume de vide dans le matériau occupé par le liquide  $V_P$  au volume total du milieu poreux  $V_T$ . Ce rapport est exprimé sous forme de valeur numérique, soit sous forme de fraction, soit sous forme de pourcentage. Si l'on considère que  $V_S$  est le volume du solide, alors le volume total est donné par la relation I.1 suivante :

$$V_T = V_P + V_S \quad \text{I.1}$$

Ainsi, la porosité est le rapport du volume des pores au volume total, qui s'écrit :

$$\varphi = \frac{V_P}{V_T} = 1 - \frac{V_S}{V_T} \quad \text{I.2}$$

Il existe deux types de porosités :

Porosité totale (y compris pores isolés).

Porosité efficace (c'est-à-dire efficace dans le transport des fluides)[7]. La figure I.3 présentation des différents types de porosités.

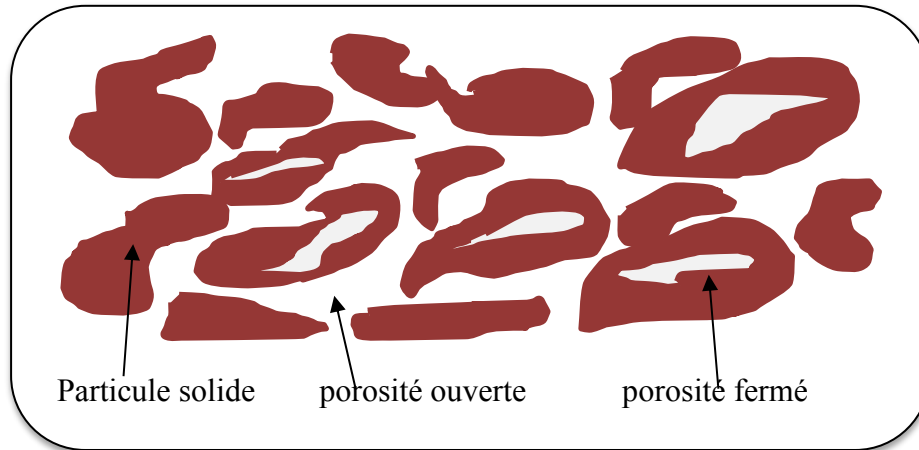


Figure I.3 : Présentation des différentes porosités d'un milieu poreux.

Le tableau I.1. Donne un aperçu sur les valeurs de grandeur de quelques matériaux.

**Tableau I.1** : Valeurs moyennes de la porosité de quelques matériaux[.]

Matériau	Porosité
Sable	0,37- 0,5
Brique	0,12- 0,34
Terre (Argile)	0,43- 0,54
Grain de silice	0,65
Fibre de verre	0,88- 0,93
Béton	0,02- 0,07
Poudre de cuivre	0,09- 0,34
Calcaire (dolomite)	0,04- 0,1

### I.3.1.1 Pores idéale :

La complexité des matériaux poreux a incité les scientifiques à former différents modèles. Des matériaux poreux peuvent être représentés sous la forme de sphère régulière ou de

cylindres. La figure I.4 représente les différents empilements possibles des sphères composant un matériau poreux. Ces modèles ont permis de retrouver quelques propriétés mécaniques et paramètres physiques (porosité, tortuosité, etc.).

Les espace poreux sont l'espace entre les sphères, appelé l'espace intergranulaire, ou ceux formés par les boules elles-mêmes, appelés vaculaire, et ici nous constatons que la porosité est indépendante de la taille des grains. Lorsqu'elle est disposée de manière régulière, mais lorsqu'elle s'accumule au hasard, le calcul de la porosité ne devient pas si simple.

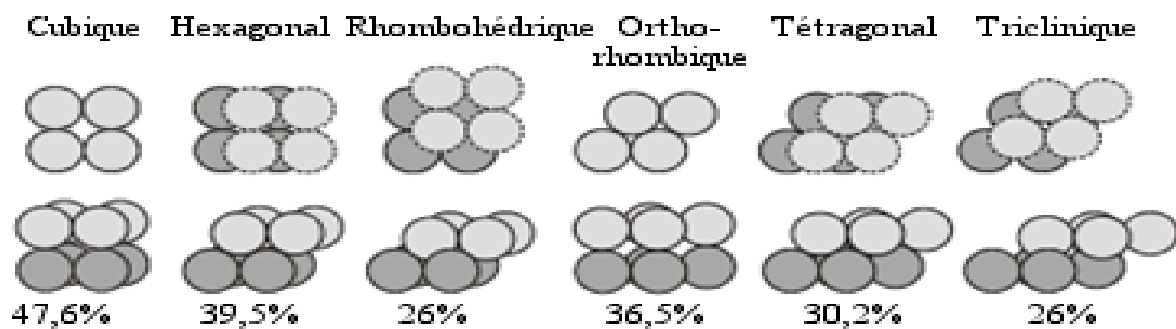


Figure I.4 : modélisation de la porosité par empilement régulière de sphères.

### I.3.1.2 Porosité réelle :

Les matériaux poreux réels ont des géométries beaucoup plus complexes, outre la complexité outre la complexité due à la distribution aléatoire. Cette complexité géométrique est augmentée par le fait que la plupart des méthodes d'observation restent majoritairement bidimensionnelle. Afin de classifier les différents types de porosités, les géologues ont proposé une classification appelée classification de Choquette et Pray. Ils ont proposé une méthode consistant à définir L'espace poreux comme le complément de la matrice solide Trois types de pores sont définis :

1. Intergranulaire : L'espace entre les grains ou les cristaux.
2. Intragranulaire : L'espace poreux à l'intérieur des grains.
3. Moldique : causée par la décomposition du grain.

Cette description peut être affinée grâce à la dépendance de cette porosité par rapport à la structure initiale du matériau. La porosité qui dépend uniquement de la structure appelé la porosité « Fabric sélectives». La porosité qui due à l'altération de cette structure est appelée non « Fabric sélective»[5].

### I.3.1. Tortuosité :

Un deuxième paramètre d'intérêt lors de l'étude des milieux poreux est la tortuosité (notée  $\tau$ ) qui est le ratio entre la distance moyenne parcourue par le fluide au sein du milieu poreux (longueur moyenne d'une ligne de courant) et la distance que parcourrait le fluide en l'absence du milieu poreux (longueur de l'échantillon). La Figure 1.5 illustre le propos et la différence de longueur entre les deux lignes.

$$\tau = \frac{L'}{L} \quad \text{I.3}$$

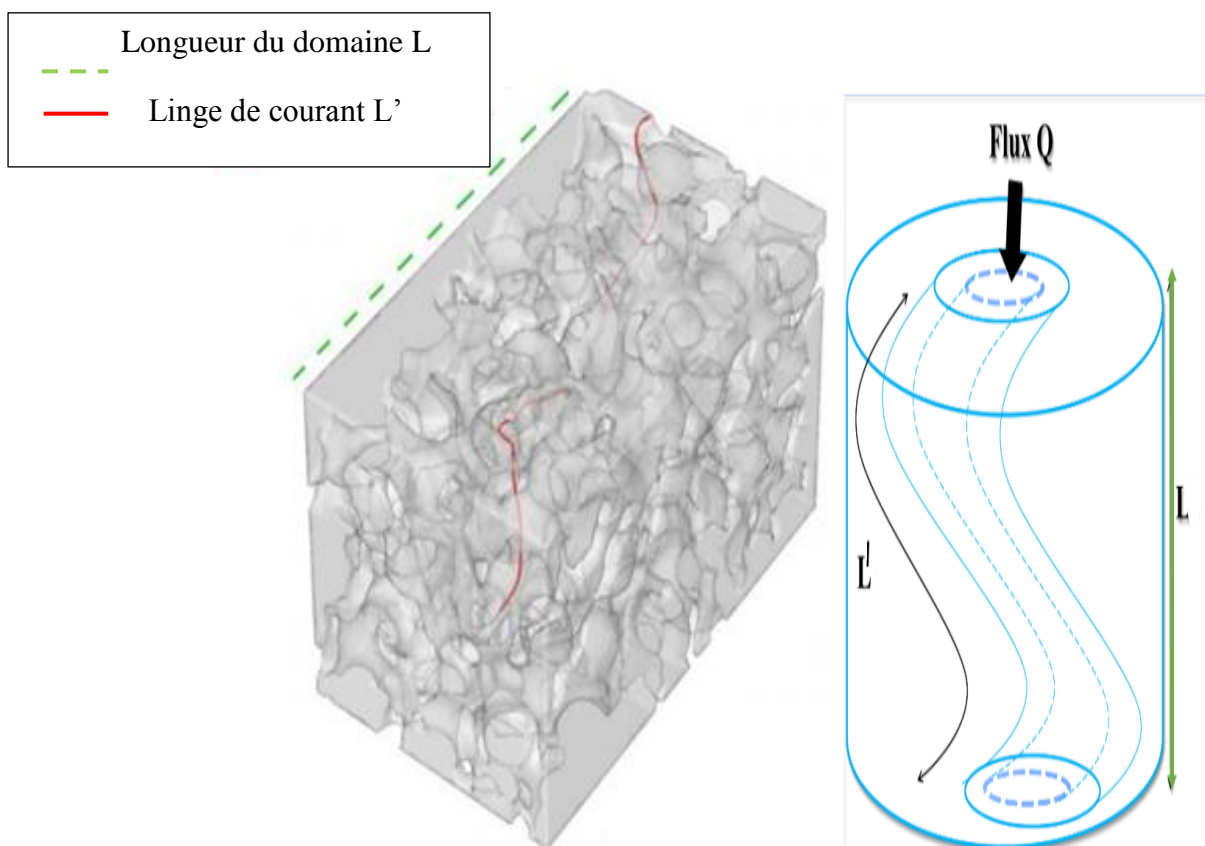


Figure I.5 : Définition de la tortuosité[8,9].

### I.3.3. Longueur caractéristique visqueuse :

Pour décrire l'effet de la viscosité, Johnson a introduit en 1987 la caractéristique de longueur et de viscosité. Ce paramètre est la dimension géométrique pour le plus petit rayon (voir Figure I.6)[5,10]. Il est donné comme suit :

$$\Lambda = \frac{2 \int_V |\nu(r)|^2 dV}{\int_S |\nu_\omega(r)|^2 dS} \quad \text{I.4}$$

$S$  : est la surface de contact fluide-solide,

$V$  : le volume du fluide dans les Pores,

$\nu(r)$  : est le champ de vitesse dans les pores d'un fluide parfait incompressible

$\nu_\omega(r)$  : le champ de vitesse normale associé au niveau de l'interface fluide-squelette.

Cette définition ne s'applique qu'à une surface dure et de très faible épaisseur devant le rayon de courbure. Mais si la surface des pores présente des singularités (points), cette la définition ne convient pas[5, 10].

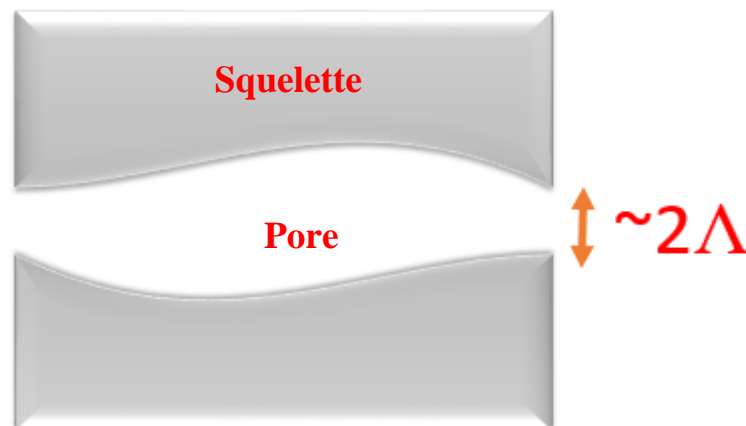


Figure I.6 : la longueur caractéristique visqueuse par rapport à la géométrie du pore [5].

### I.3.4.Perméabilité :

C'est une propriété d'un milieu poreux caractérisant la capacité à permettre le passage de liquides sous un gradient de pression. La perméabilité est déterminée par des mesures empiriques utilisant la loi de Darcy et ces mesures dépendent de la consolidation du milieu, taille du noyau, propriétés des fluides et de la pression appliquée. La perméabilité est indiquée par la conductivité hydraulique  $\mathbf{K}$  [7,8].

#### I.3.4.1. Conductivité et perméabilité hydrauliques :

La constante  $\mathbf{K}$  est le coefficient relatif de perméabilité dans la loi de Darcy appelée conductivité hydraulique d'un milieu poreux, exprimée comme une mesure de la facilité avec

laquelle un fluide s'écoule dans des chemins étroits et tortueux. Elle dépend des propriétés suivantes :

- Densité spécifique d'un liquide  $\rho$  ;
- viscosité dynamique d'un liquide  $\mu$  ;
- Cela dépend aussi de l'accélération de la gravité  $g$ [2].

$$K = \frac{k\rho g}{\mu} \quad \text{I.5}$$

#### I.3.4.2. La loi de Darcy :

En 1854, **Dupuit** expérimente des filtres à eau à Londres. Il a été conclu d'une expérience que la perte de charge résultant d'un filtre est proportionnelle à la vitesse de filtration.

Cette hypothèse a été prouvée par Henry Darcy en 1856 en utilisant différents paquets de gravier et de sable illustrés à la figure(I.7). Darcy a trouvé que le flux correspond au filtre à sable. Dépend la relation suivante :

$$\frac{Q}{S} = \frac{k}{\mu L} \cdot \Delta p \quad \text{I.6}$$

$Q$  : Le débit volumique.

$S$  : La section transversale du milieu poreux perpendiculaire à la direction d'écoulement.

$k$  : La perméabilité en tant que propriété matérielle du milieu poreux.

$L$  : La longueur du milieu poreux dans le sens de l'écoulement

$\Delta p$  : Différence de pression le long du milieu poreux.

$\mu$  : La viscosité du fluide qui s'écoule.

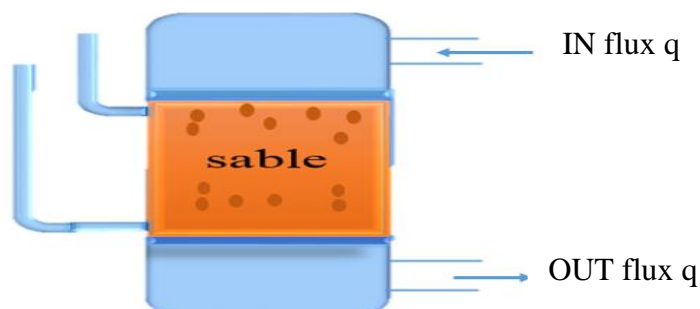


Figure I.7 : Schéma de principe de l'expérience de Darcy[7].

**Unités de perméabilité :**

Aujourd'hui encore, il est d'usage d'utiliser DARCY [D] comme unité de perméabilité. La perméabilité d'un milieu poreux sera de 1 [Darcy], si à une section transversale de 1 [cm<sup>2</sup>] un fluide avec 1 [cP] de viscosité s'écoulant avec un débit de 1 [cm<sup>3</sup>/s] provoquera une chute de pression de 1 [atm/cm] :

$$k = \frac{\mu Q}{S} / \frac{\Delta p}{L} = \frac{[cp][cm^3/s]}{[cm^2]} / \frac{[atm]}{[cm]} = 1Darcy$$

En utilisant les unités de système internationale SI

$$\frac{[N.s.m^{-2}][m^3.s^{-1}]}{[m^2]} / \frac{[N.m^{-2}]}{[cm]} = [m^2]$$

La relation entre les deux unités est la suivante[7]:

$$1 \text{ Darcy} = 0,987 \times 10^{-12} [m^2].$$

Dans le tableau I.2 on donne quelques valeurs de perméabilité pour quelques matériaux.

Tableau I.2 : Perméabilités de quelques matériaux poreux[8].

Matériau	Perméabilité (m <sup>2</sup> ) x10 <sup>-11</sup>
Sable	2 - 18
Brique	0,0048 – 0.022
Terre (Argile)	0.029 - 1,4
Poudre de silice	0,0013 – 0.0051
Fibre de verre	2,4 - 5,1
Béton	0.01 – 2,3
Poudre de cuivre	33 - 150
Calcaire (dolomite)	0.0002 – 0.0045

#### I.4. Généralités sur les membranes :

##### I.4.1. Définition de la membrane :

Par définition, une membrane est une barrière (fine couche de matière) de quelques centaines de nanomètres à quelques millimètres d'épaisseur, sélective, qui sous l'effet d'une force motrice de transfert, va permettre ou interdire le passage de certains composants entre les deux milieux qu'elle sépare (figure I.8).

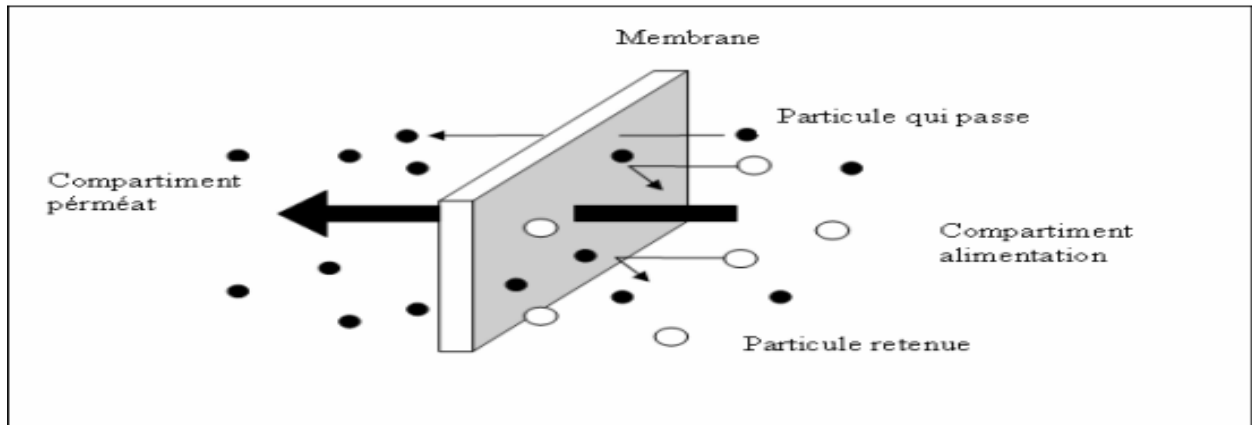


Figure. I.8 : Schéma simplifié du membrane sélective[11,12].

##### I.4.2. Classification des membranes :

###### I.4.2.1. Classification d'après le mécanisme de séparation :

Les pores peuvent être divisés en plusieurs catégories. Il existe trois mécanismes de séparation dans les membranes poreuses :

- Microfiltration : diamètre des pores supérieur à 50 nm ;
- Ultrafiltration : diamètre des pores entre 2 et 50 nm ;
- Nanofiltration : un diamètre de pores inférieur à 2 nm[4,11,12]

###### I.4.2.1. Classification d'après la morphologie :

- ❖ **Membranes à structure symétrique** : Ces membranes sont symétriques avec une épaisseur fixe comme la mousse la figure I.9[11,12].

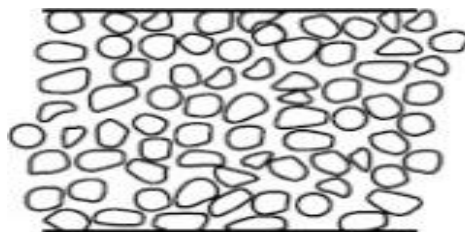


Figure. I.9 : Membrane symétrique poreuse[13].

❖ **Membranes à structure asymétrique** : Ces membranes sont asymétriques, isotropes, diffèrent par la structure de la membrane. Il en existe deux types :

- Membranes préparées à partir du même matériau.
- Membranes composites composées de deux couches .

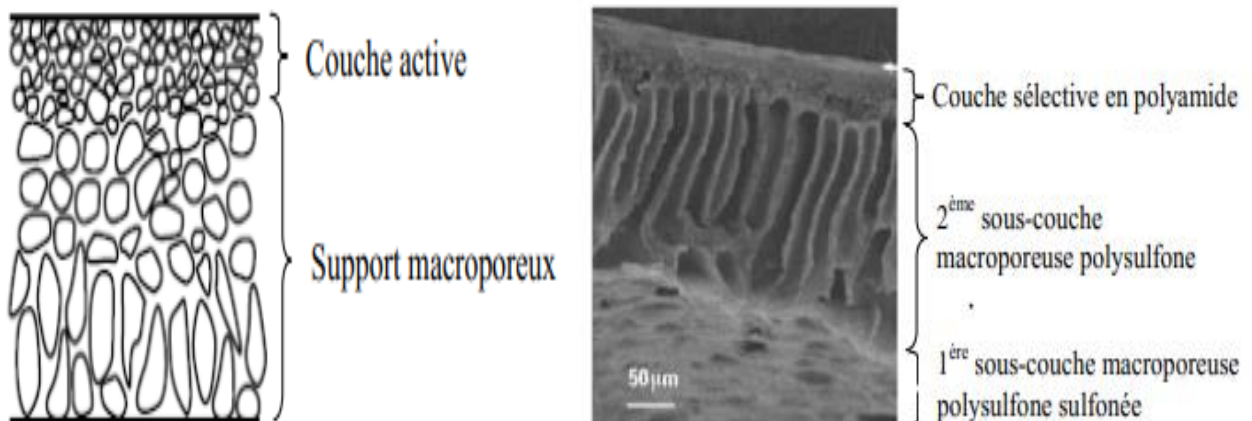
Ces membranes contiennent deux composants :

-**Peau** : Cette couche donne à la membrane sa sélectivité et vient en contact direct avec l'eau à traiter car c'est une couche très fine.

-**Couche de support** : couche plus épaisse, qui soutient la peau et confère à la membrane sa résistance mécanique, avec une perméabilité beaucoup plus importante.

La plupart des membranes poreuses commerciales MF, UF et NF sont des membranes à structure asymétrique car ce type de structure permet une perméabilité plus élevée[11,12].

La figure I.10 illustre ce type de membrane.



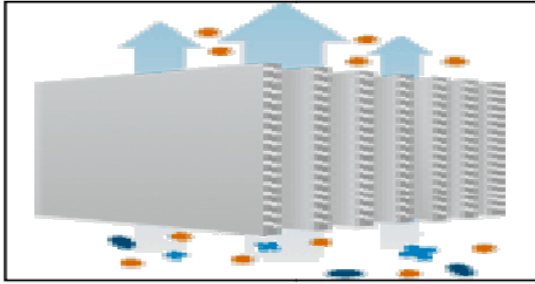
(a) Membranes préparées à partir du même matériau

(b) Membranes composites

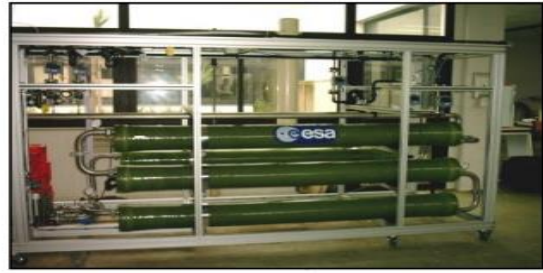
Figure. I.10 : Membrane asymétrique[13].

### I.4.2.2. Classification d'après la géométrie des membranes :

Les membranes peuvent être classées en fonction de la forme sous laquelle elles sont fabriquées la figure I.11. montre les différentes formes des membranes .on peut citer : (a) membranes planes, (b) Membranes cylindriques, ( c) tubulaire, (d) creuses.



(a) Membranes planes



(b) Membranes cylindriques



(c) Tubulaires



(d) Creuses.

Figure I.11 : Modèles de géométries des membranes[14].

#### I.4.2.3. Classification d'après la nature chimique :

##### ❖ Membranes organiques :

Il est principalement composé dans les polymères et se caractérise par une structure hétérogène et largement utilisé dans stations d'eau de mer.

##### ❖ Membranes inorganiques :

Elles sont composées de matériaux inorganiques tels que la céramique et se consistent en un support sur lequel une membrane ou plusieurs membranes sont placées, et elles se caractérisent par une durée de vie beaucoup plus longue que les membranes organiques, une résistance aux températures élevées et une bonne résistance chimique, ce qui le rend approprié à usage industriel et environnemental, mais elles sont faible et leurs coût élevé limite leurs utilisation diffusion [4,12,11,15].

#### I.4.3. Quelques caractéristiques des membranes poreuses :

##### ❖ Porosité :

La porosité est étudiée par un porosimètre à mercure, qui mesure la porosité et le diamètre des pores ouverts dans l'échantillon. Le principe de l'appareil dépend de la principale

caractéristique du mercure, qui est de ne pas mouiller les matériaux qu'il touche. la porosité, le diamètre des pores et son schéma de distribution des pores sont obtenu par cette méthode[16].

### ❖ La perméabilité :

La perméabilité ( $k_m$ ) est une propriété des membranes et témoigne de la capacité des liquides ou des gaz à s'écouler à travers la membrane du filtre. On obtient scientifiquement la perméabilité en calculant le rapport entre le flux de filtration ( $J$ ) et la différence de pression.

$$k_m = \frac{J}{\Delta P} \quad \text{I.7}$$

Le flux de filtration ( $J$ ) est défini comme le rapport du volume du fluide filtrant ( $Q$ ) et de la surface effective la membrane ( $S$ ).

$$J = \frac{Q}{S} = \frac{V}{t.S} \quad \text{I.8}$$

En remplaçant l'équation I.8, dans l'équation I.7, on obtient :

$$k_m = \frac{Q}{\Delta P.S} \quad \text{I.9}$$

Scientifiquement, la perméabilité d'une tranche est exprimée par le coefficient de perméabilité  $K$  qui est la pente de la droite tangente à la fonction I.10[4,11,12,13].

$$J = F(\Delta P) \quad \text{I.10}$$

### I.5.Effet de la température sur la perméabilité de la membrane :

Les chercheurs affirment que les membranes UF sont un peu affectées par les changements de température tant qu'elles restent dans la plage recommandée par le fabricant. Pratiquement cette hypothèse est à examiner pour chaque membrane.

D'autre part, les membranes NF sont sensibles aux changements de température. Dans ce cas, le rapport entre la perméabilité correspondant à la température  $T$  doit être connu [11,12].

# *Chapitre II*

## *Flux de fluide dans les matériaux poreux*



**Introduction :**

Un certain nombre de modèles ont été développés pour décrire l'écoulement dans les milieux poreux au cours du siècle dernier. Parmi les modèles qui ont été développés se trouve la loi de Darcy. Le défaut de cette loi est que chaque fois que la vitesse augmente, l'écoulement dévie et entre dans une nouvelle phase appelée condition non-Darcy[17,18]. Ce chapitre est consacré aux équations d'écoulement de base pour les milieux poreux. Il est divisé en deux parties. La première partie se concentre sur la dérivation des équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible et isotherme[19,20]. La deuxième partie décrit systèmes d'écoulement selon le nombre de Reynolds et les lois de comportement d'écoulement non-darcin telles que la loi de Forcheimer et de Brinkmann[17 ,18].

**II.1. Dérivation des équations de Navier-Stokes :**

Les équations de Navier-Stokes découlent de la deuxième loi de Newton. Ils portent le nom de deux scientifiques, Claude-Louis Navier et Georges Gabriel Stokes. Ces équations décrivent le mouvement des fluides visqueux [19].

D'après la seconde loi à Newton

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \tag{II.1}$$

Si l'on prend un élément fluide différentiel de masse **dm** et de volume **dV<sub>élé</sub>**.

$$dm = \rho dV_{\text{élé}} = \rho dx dy dz \tag{II.2}$$

Où  $\vec{a}(t)$  est l'accélération d'un élément fluide :

$$\vec{a}(t) = \frac{D\vec{V}(t, \vec{r})}{Dt}, \vec{V}(u, v, w), u = \frac{\partial x}{\partial t}, v = \frac{\partial y}{\partial t}, w = \frac{\partial z}{\partial t} \tag{II.3}$$

$$a = \frac{DV}{Dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \left( u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + w \frac{\partial V}{\partial z} \right) \tag{II.4}$$

Nous appliquons maintenant la deuxième loi de Newton à cette masse différentielle :

$$dF = dm.a = (\rho dx dy dz)a \tag{II.5}$$

Alors, on obtient :

$$dF = \rho \frac{DV}{Dt} dx dy dz = \rho \left\{ \frac{\partial V}{\partial t} + \left( u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + w \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right\} dx dy dz \quad \text{II.6}$$

### II.1.1. Forces agissant sur l'élément liquide différentiel :

Il y a deux forces dans l'élément fluide différentiel :

$$\vec{F}_{gravit} + \vec{F}_{surface} = m \cdot \vec{a} \quad \text{II.7}$$

$$dF_{gravité} + dF_{surface} = dm \cdot a \quad \text{II.8}$$

Où :

$\vec{F}_{gravit}$  : La force de gravité.

$\vec{F}_{surface}$  : La force de surface.

Si nous supposons que la force corporelle est la force de gravité, nous avons

$$dF_{x,gravité} = dm \cdot g_x = \rho \cdot dx dy dz g_x \quad \text{II.9}$$

Les forces de surface d'un élément différentiel liquide sont la force de pression( $\sigma$ ) et la force de viscosité ( $\tau$ ).

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{II.10}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} -p + \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & -p + \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & -p + \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{II.11}$$

La figure II.1 illustre un élément de volume avec les différentes forces (la force de pression + la force visqueuse) [20].

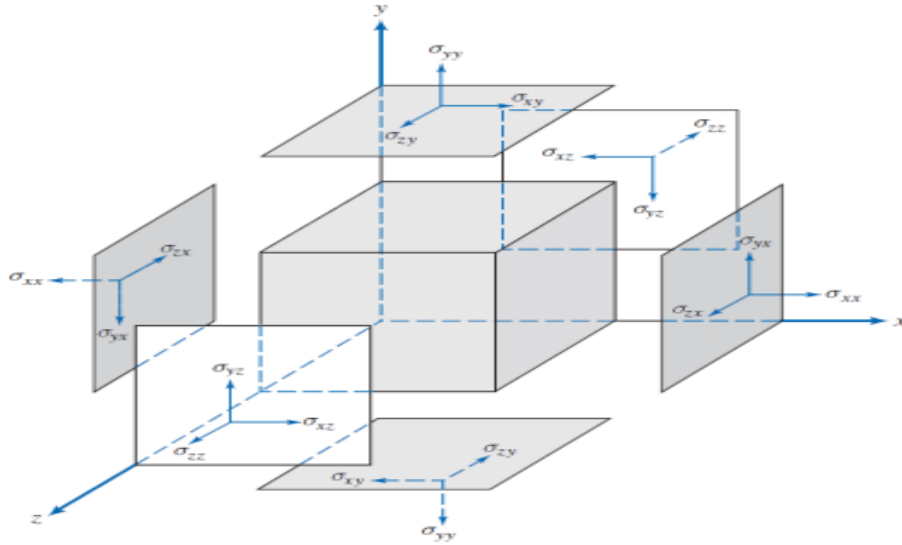


Figure II.1 : Illustration d'un élément de volume[20,21].

Nous pouvons représenter les six forces de la surface en termes de série de Taylor pour la composante x, par exemple on a :

$$\sigma \left( x + \frac{dx}{2} \right) = \sigma_x + \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} + \left( \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} \right) \frac{1}{2!} \left( \frac{dx}{2} \right)^2 + \dots \quad \text{II.12}$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur, nous pouvons écrire :

$$\sigma \left( x + \frac{dx}{2} \right) = \sigma_x + \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \quad \text{II.13}$$

Donc les forces s'écrivent comme suit

$$dF_1 = - \left( \sigma_{xx} - \frac{dx}{2} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \right) dydz \quad \text{II.14} \quad dF_2 = \left( \sigma_{xx} + \frac{dx}{2} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \right) dydz \quad \text{II.15}$$

$$dF_3 = - \left( \tau_{yx} - \frac{dy}{2} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right) dx dz \quad \text{II.16} \quad dF_4 = \left( \tau_{yx} + \frac{dy}{2} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right) dx dz \quad \text{II.17}$$

$$dF_5 = - \left( \tau_{zx} - \frac{dz}{2} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) dx dy \quad \text{II.18} \quad dF_6 = \left( \tau_{zx} + \frac{dz}{2} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) dx dy \quad \text{II.19}$$

La somme des six forces nous donne la relation suivante :

Composante x :

$$dF_{x,surface} = dF_1 + dF_2 + dF_3 + dF_4 + dF_5 + dF_6 = \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) dx dy dz \quad \text{II.20}$$

Composante y :

$$dF_{y,surface} = \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} \right) dx dy dz \quad \text{II.21}$$

Composante z :

$$dF_{z,surface} = \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} \right) dx dy dz \quad \text{II.22}$$

La somme de force de la surface avec la force de gravité ou  $\vec{V} = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  est donnée par l'équation suivante :

$$dF_{x,gravité} + dF_{x,surface} = \rho \cdot dx dy dz \frac{Du}{Dt} \quad \text{II.23}$$

$$\rho \cdot dx dy dz \cdot g_x + \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) dx dy dz = \rho \cdot dx dy dz \frac{Du}{Dt} \quad \text{II.24}$$

Nous divisons l'équation I. 16 par le volume élémentaire et obtenons l'équation suivante

Composante x :

$$\rho \cdot g_x + \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) = \rho \frac{Du}{Dt} \quad \text{II.25}$$

$$\rho \cdot g_x + \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) = \rho \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad \text{II.26}$$

De la même manière, nous dérivons les équations suivantes pour :

Composant y :

$$\rho \cdot g_y + \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} \right) = \rho \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \text{II.27}$$

Composant z :

$$\rho \cdot g_z + \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} \right) = \rho \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \text{II.28}$$

Forme vectorielle :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma}_{ij} \quad \text{II.29}$$

Pour le flux newtonien la contrainte de cisaillement est proportionnelle au taux de déformation angulaire en coordonnées cartésiennes comme :

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad \text{II.30}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad \text{II.31}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left[ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad \text{II.32}$$

$$\sigma_{xx} = -p - \frac{2}{3} \mu \nabla \vec{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{II.33}$$

$$\sigma_{yy} = -p - \frac{2}{3} \mu \nabla \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{II.34}$$

$$\sigma_{zz} = -p - \frac{2}{3} \mu \nabla \vec{V} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{II.35}$$

Où  $p$  est la pression thermodynamique locale. La pression thermodynamique est liée à la densité et à la température par la relation thermodynamique habituellement appelée équation d'état.

Si ces expressions des contraintes sont introduites dans les équations différentielles du mouvement (Eqs. II.26 , II.27et II.28 ), on obtient :

Composant x :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad \text{II.36}$$

Composant y :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad \text{II.37}$$

Composant z :

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \vec{V} \right) \right] \quad \text{II.38}$$

Pour un écoulement newtonien incompressible et isotherme (*densité*  $\rho = \text{const}$ , *viscosité*  $\mu = \text{const}$ ). Nous avons  $\nabla \vec{V} = 0$ . On obtient les relation suivantes :

Composant x :

$$\rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad \text{II.39}$$

Composant y :

$$\rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \text{II.40}$$

Composant z :

$$\rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \text{II.41}$$

Finalement la forme vectorielle des équations de Navier-Stokes [20] :

$$\rho \vec{g} - \vec{\nabla} P + \mu \nabla^2 \vec{V} = \rho \left[ \partial_t \vec{V} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] \quad \text{II.42}$$

Le terme  $\rho g$  concernant l'influence de la gravité est négligé tout au long de ce chapitre.

## II.2. Grandeur non-dimensionnelle

Il s'avère commode de non dimensionner l'équation de Navier Stocks en utilisant les variables adimensionnelles suivantes. En utilisant une échelle de longueur typique  $d_0$ , et une vitesse caractéristique de l'écoulement  $V_0$  on obtient les relations suivantes :

$$r = d_0 \tilde{r} \quad \text{II.43}$$

$$V = V_0 \tilde{V} \quad \text{II.44}$$

$$t = \frac{d_0}{V_0} \tilde{t} \quad \text{II.45}$$

$$p = \frac{\mu V_0}{d_0} \tilde{p} \quad \text{II.46}$$

Après l'insertion de ces relations dans l'équation II.42, on trouve:

$$-\tilde{\nabla} \tilde{P} + \tilde{\nabla}^2 \tilde{V} = \text{Re}(\tilde{\partial}_t \tilde{V} + (\tilde{V} \tilde{\nabla}) \tilde{V}) \quad \text{II.47}$$

C'est l'équation de Navier -Stokes a- dimensionnelles OÙ on a implicites le signe de vecteur pour alliger la formule.

Le paramètre sans dimension Re, dit le nombre de Reynolds, apparaît naturellement comme :

$$\text{Re} = \frac{\rho V_0 d_0}{\mu} \quad \text{II.48}$$

Le nombre de Reynolds caractérise complètement les différents régimes d'écoulement. Il est défini par le rapport de la force d'inertie et la force de la viscosité.

Si Re est petit les forces visqueuses sont prédominantes, ce qui signifie que les forces d'inertie peuvent être négligé, figure II.2. Dans ce cas le flux est laminaire, et l'équation II.47 deviennent :

$$\nabla p = \nabla^2 V \quad \text{II.49}$$

Cette équation s'appelle l'équation de Stokes[23,24].

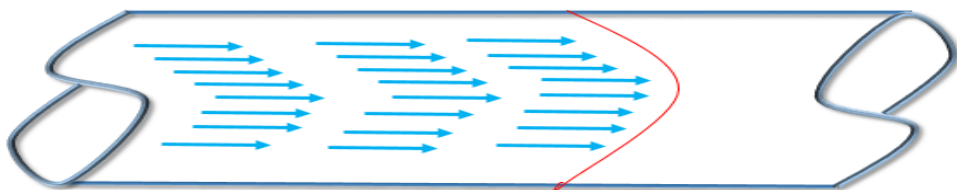


Figure II.2 : Régimes d'écoulement laminaire[24,25].

Si  $Re$  est élevé, le flux laminaire va se perturber et devenir instable, et les forces d'inertie vont alors dominer le flux ,figure II.3 .Si le niveau devient suffisamment élevé, le flux évoluera vers un nouveau régime d'écoulement pleinement turbulent[22,23].

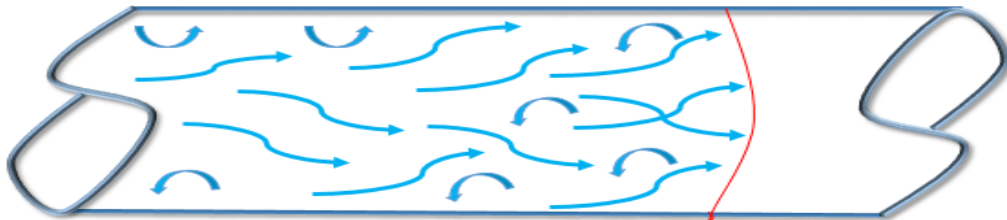


Figure II.3 : Régimes d'écoulement turbulent[24,25].

En raison de la croyance antérieure l'écoulement non Darcy dans les milieux poreux était similaire à l'écoulement turbulent. Parmi les critères caractérisent le flux non-Darcy on utilise le nombre de Reynolds et le nombre de Forchheimer ( $F_0$ ). Green et Duwez (1951) ont utilisé la perméabilité  $k$  , et le coefficient non-Darcy  $\beta$  , pour redéfinir le nombre de Reynolds, qui peut être écrit comme :

$$Re = \frac{\rho v \beta k}{\mu} = F_0 \quad \text{II.50}$$

Le nombre de Forchheimer ( $F_0$ ) indique le rapport entre la chute de pression induite par les interactions liquide-solide et celle par la résistance visco-inertielle[18,17].

La turbulence a les caractéristiques suivantes :

1. Fluctuation temporelle et spatiale de la pression et de la vitesse.
2. Des tourbillons de différentes tailles se forment
3. Ecoulement auto-soutenable.

En particulier dans les écoulements à paroi l'écoulement turbulent peut se maintenir en produisant de nouveaux tourbillons pour remplacer ceux qui sont perdus par la dissipation visqueuse. Les tourbillons sont produits par la contrainte de cisaillement de la paroi du matériau et dans le fluide.

4. Le mélange est beaucoup plus fort dans un écoulement turbulent que celui d'un écoulement laminaire.

La vitesse et la pression dans un régime turbulent sont normalement décrites par les moyennes temporels.

$$\bar{V} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V dt \quad , \quad \bar{p} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p dt \quad \text{II.51}$$

Où  $t$  est plus grand que toute période de temps des fluctuations de  $u$ .

La vitesse et la pression dans le fluide peuvent alors être définies comme :

$$V = V' + \bar{V} \quad \text{II.52}$$

$$p = p' + \bar{p} \quad \text{II.53}$$

En insérant ces relations dans l'équation de Navier-Stokes I.42 pour l'écoulement du fluide on obtient : [25].

$$-\partial_j \bar{p} + \mu \partial_j^2 \tilde{V}_i = \rho \left[ \partial_t \bar{V}_i + \bar{V}_j \partial_j \bar{V}_i \right] + \rho \partial_j \left( \overline{V_i V'_j} \right) \quad \text{II.54}$$

Le fait qu'un écoulement soit laminaire ou turbulent dépend de l'importance relative du frottement du fluide (viscosité) et de l'inertie de l'écoulement. Le point auquel l'écoulement laminaire évolue en écoulement turbulent dépend d'autres facteurs que la vitesse des couches fluides. La viscosité et gravité spécifique d'un matériau ainsi que sa géométrie structurale influencent tous le point auquel cette transition se produit[24].

### II.3. Régimes d'écoulement dans un milieu poreux :

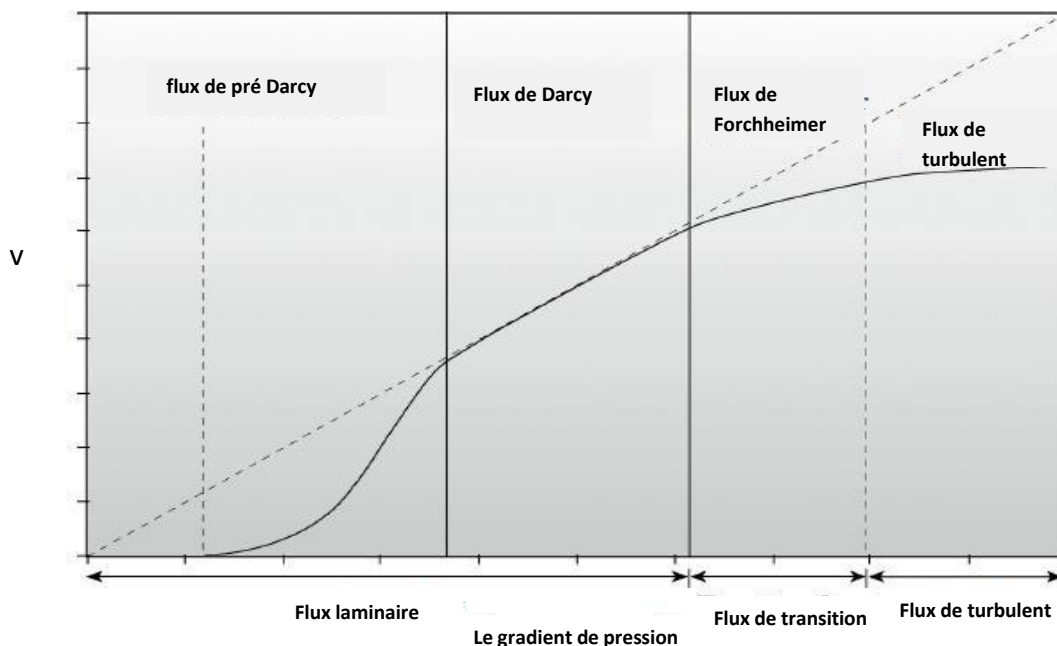
En appliquant l'approche continue à la matrice poreuse, le flux dans les milieux poreux peut être divisé en quatre régions. En se basant sur un point de vue phénoménologique on distingue : l'écoulement de pré-Darcy, l'écoulement de Darcy, l'écoulement de Forchheimer et l'écoulement turbulent, en particulier l'écoulement de Darcy est régi par une loi linéaire. Les transitions entre ces régions sont lisses et continues, cependant il est difficile de déterminer le flux dans les zones de transition. La figure. II.1 montre en générale chaque régime.

Le paramètre de démarcation entre les diverses régions est typiquement le nombre de Reynolds. L'équation 1-48 donne l'expression de ce nombre. On se basant sur le diamètre moyen des grains le flux de Darcy se produit si  $Re_{DL} < Re \leq 2.3$  où  $Re_{DL}$  est la limite inférieure pour le

flux de Darcy, et est inférieur à 10% dans un milieu simple où les particules peuvent être assimilées à des sphères. On a  $5 < Re < 80$  le flux est de type Forchheimer. Enfin si  $Re > 120$  le flux est entièrement turbulent, la force visqueuse peut être négligée. Il est important de souligner que les valeurs du paramètre de Reynolds de démarcation indiquées ici sont les résultats du travail [26].

Le Flux pré-Darcy et le flux de Darcy se produisant dans la région laminaire, la transition entre le flux laminaire et turbulent est appelé le flux de Forchheimer, enfin les régions entièrement turbulentes où les forces de viscosité sont négligées.

Parmi la communauté scientifique il existe un accord général sur l'existence des quatre régions d'écoulement de fluide dans un milieu poreux. Cependant les valeurs sont sujettes à des désaccords théoriques et expérimentales[23,27,28].



**Figure II.4 : Graphique illustre les diverses régions du flux.**

Le flux pré-Darcy est régi par des effets moléculaires microscopiques. Il n'existe pas de théorie microscopique généralement acceptée pour décrire cette région du flux.

Généralement si le flux de Darcy existe il peut être décrit par l'équation II. 55 qui est une expression de conservation de l'impulsion. Il décrit une certaine linéarité entre le débit et la pression appliquée. Cette loi est similaire à la loi d'ohm en électricité et la loi de Fourier en conduction thermique. Cependant, la loi de Darcy peut être dérivée d'une moyenne spatiale de l'équation de Stokes équation II. 49.

$$\nabla p = \frac{\mu}{k} v \quad \text{II.55}$$

Où  $v$  est la vitesse macroscopique du fluide définie comme  $v = Q/A$ ,  $Q$  : le débit et  $A$  : l'aire.

Pour les matériaux poreux comme les membranes et leurs supports il est courant de supposer la validité de la loi de Darcy. Cependant les hypothèses suivantes doivent être valide pour appliquer cette loi :

1. l'inertie peut être négligée, car la dérivation de l'équation II.49 trouve son origine dans la théorie de l'écoulement laminaire.
2. chute de pression constante dans le matériau poreux.
3. le milieu est supposé isotrope, car les grains dans le matériau sont uniformément distribués. Si le milieu est anisotrope, la perméabilité varie dans l'espace.
4. densité constante
5. flux de fluide unique i.e. écoulement saturé.
6. fluide isotherme et incompressible[18,23,29].

En supposant le flux à 1D et une distribution de pression linéaire, la loi de Darcy devient :

$$v = \frac{k \Delta p}{\mu \omega} \quad \text{II.56}$$

Où  $\Delta p$  est la différence de pression à travers le corps du matériau, et  $\omega$  est l'épaisseur de matériau.

Lorsque les effets d'inertie commencent à influencer le flux, la loi de Darcy n'est plus applicable. Cela est dû à l'initiation de la turbulence dans le fluide, comme il est décrit précédemment des tourbillons seront générés .l'équation de Forchheimer est l'extension de la loi de Darcy pour décrire le flux dans cette région. Dans ce cas l'énergie extraite par la turbulence est convertie en énergie cinétique des tourbillons, donc un terme supplémentaire est ajouté à la loi de Darcy ( $\beta \rho v^2$ ) dans le flux on a :

$$\nabla p = \frac{\mu}{k} v + \beta \rho v^2 \quad \text{II.57}$$

Où  $\beta$  est le coefficient non-Darcy, avec l'unité ( $\text{m}^{-1}$ ).

Lorsque le flux est entièrement turbulent, les forces visqueuses sont ignorées, le flux est instable ce qui nécessite l'utilisation des méthodes statistiques pour décrire le flux.

#### II.4. Modèles théoriques.

Pour trouver les équations régissant l'écoulement dans les milieux poreux, nous avons étudié à la fois le système 1D (système bouchon) et le système 2D (tube cylindrique). La première étape consiste à étudier l'écoulement dans un matériau bouchon poreux dans une conduite, voir la figure II.5. L'écoulement est supposé laminaire, et peut donc être qualifié d'écoulement de Poiseuille-Darcy. Cela signifie que nous avons le régime de Darcy dans le matériau poreux et Poiseuille ailleurs. Le flux de Poiseuille-Darcy suit l'équation de Brinkman . L'équation. II.59 décrit l'équation de Stokes étendue avec une force dissipative  $\alpha v$  à courant.

$$\nabla p = \alpha v - \mu \nabla^2 v \quad \text{II.58}$$

Où  $p$ : la pression,  $v$ : la vitesse et  $\alpha = \frac{\mu}{k}$  : le terme dissipatif dans la structure poreuse,  $k$  est la perméabilité et  $\mu$  est la viscosité dynamique. En dehors du milieu poreux  $\alpha = 0$ .

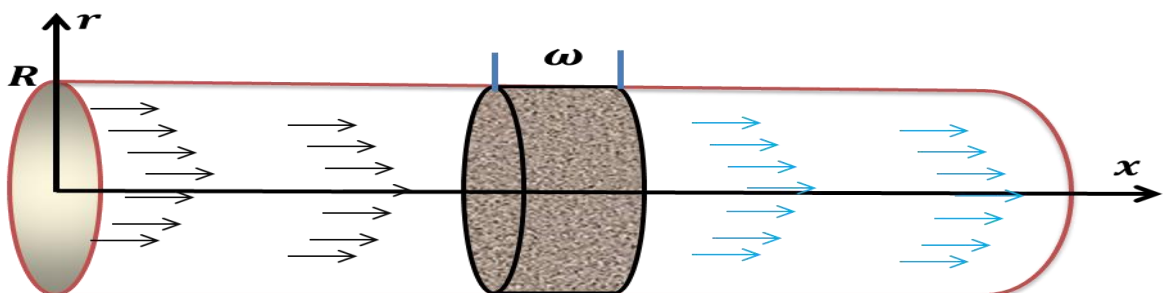


Figure II.5 : Bouchon du matériau poreux élaboré dans un montage de tuyau, de rayon  $R$  et d'épaisseur  $\omega$ .

##### II.4.1. Modèle 1D

En supposant une perte de charge constante dans le milieu poreux puis en utilisant des coordonnées cylindriques  $(r, \theta, x)$ , L'équation. II.58 de Brinkman devient :

$$\frac{1}{r} \partial_r v_x + \partial_r^2 v_x = \frac{1}{k} v - \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{\omega} \quad \text{II.59}$$

$$\nabla p = \frac{-\Delta p}{\omega}, \quad \Delta p = p_1 - p_2 \quad \text{II.60}$$

La figure II.5 illustre cette situation où différents paramètres géométriques sont représentés.

En utilisant des paramètres non dimensionnels :

$$l = \sqrt{k}, \quad s = \frac{r}{l}, \quad \tilde{s} = \frac{R}{l} \quad \text{II.61}$$

L'équation II.59 conduit à :

$$u''(s) + \frac{1}{s} u'(s) - u(s) + 1 = 0 \quad \text{II.62}$$

Nous avons également :

$$u(s) = \frac{v_x(r)}{v_0} \quad \text{II.63}$$

Où  $v_0 = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\omega}$  est la vitesse

La solution de cet équation est donnée par :

$$u(s) = u_h(s) + u_p(s) \quad \text{II.64}$$

Une solution à l'équation II.62 est généralement obtenue en faisant une analogie avec la forme générale de l'équation de Bessel et en appliquant les conditions aux limites [16]. Cette solution est donnée par la solution particulière  $u_p(s) = 1$  en plus de la solution homogène  $u_h$ . L'équation homogène dite équation de Bessel modifiée d'ordre zéro ; donne une solution du genre :

$$u(s) = C_2 I_0(s) + C_1 K_0(s) \quad (5) \quad \text{II.65}$$

$I_0$ : Fonctions de Bessel de première espèce.

$K_0$ : Fonctions de Bessel du second type .

Ce qui donne une solution totale de :

$$u(s) = C_1 K_0(s) + C_2 I_0(s) + 1 \quad \text{II.66}$$

Les conditions aux limites sont : absence de glissement sur les murs  $u(\tilde{s})=0$  et une condition de symétrie  $\partial_r u(r) = 0 \Big|_{r=0}$  Comme  $\partial_r K_0$  diverge pour  $r \rightarrow 0$  à cause de la partie logarithmique,  $C_1$  doit être zéro.

La condition de non-glissement donne :  $C_2 = \frac{-1}{I_0(\tilde{s})}$

La solution devient:

$$u(s) = 1 - \frac{I_0(s)}{I_0(\tilde{s})} \quad \text{II.67}$$

➤ **Etude de la solution :**

Cette solution est étudiée dans ses deux limites  $\tilde{s} \ll 1$  , et  $\tilde{s} \gg 1$

a.  $\tilde{s} \ll 1$

Dans la limite  $\tilde{s} \ll 1$  i.e.  $R \ll \sqrt{K}$  la solution peut être développée en utilisant la série

$$I_0(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2^n n!)^2} s^{2n} = 1 + \frac{1}{2^2} s^2 + \frac{1}{2^2 4^2} s^4 + \frac{1}{2^2 4^2 6^2} s^6 + \dots \quad \text{II.68}$$

Si on utilise  $\tilde{s} \ll 1$  dans l'équation II. 67 on trouve:

$$u(s) = \frac{1}{4} (\tilde{s}^2 - s^2) \quad \text{II.69}$$

Avec l'insertion de la longueur et de la vitesse spécifiques, cette solution devient

$$v_x(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{\omega} (R^2 - r^2) \quad \text{II.70}$$

C'est la solution de Poiseuille pour les écoulements laminaires. Ce résultat était attendu parce que si la perméabilité  $K$  est grande le matériau ne donnera pas de résistance significative à l'écoulement et par conséquent, l'écoulement se comportera comme il n'y avait pas de matériau

### Application

Nous utilisons les paramètres géométriques caractérisant le matériau utilisé dans ce travail. Ce matériau est préparé en mélangeant le silice avec 30% de dolomite, la température de frittage est 1375°C pendant 1h, les données sont  $L=10 \times 10^{-2} \text{ m}$  et un rayon de  $R=2 \times 10^{-3} \text{ m}$  la viscosité est  $\mu=10^{-3} \text{ pas.s}$  ce indique  $\tilde{s} \approx 2.0 \times 10^3$  qui est plusieurs ordres de grandeurs plus grand que 1.

Dans la limite  $\tilde{s} \gg 1$  ou  $R \gg \sqrt{K}$ , la solution la forme asymptotique :

$$I_0(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} e^s \quad \text{II.71}$$

qui devient :

$$u(s) = \begin{cases} 1 & s > 10^4 \tilde{s} \\ 1 - \sqrt{\frac{\tilde{s}}{s}} e^{-(\tilde{s}-s)} & s < 10^4 \tilde{s} \end{cases} \quad \text{II.72}$$

Comme l'écart par rapport à 1, près du mur, est faible, une bonne approximation est d'utiliser  $u(s) \cong 1$ . Ainsi, la vitesse sera une constante de valeur :

$$v_x(r) = v_0 = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\omega} \quad \text{II.73}$$

Ceci est explicitement connu sous le nom de loi de Darcy. Pour conclure, rappelons que l'écoulement dans le bouchon peut être approximé par la loi de Darcy linéaire si  $R \gg \sqrt{k}$  est satisfaite.

La relation attendue entre le débit  $Q_{tm}$  et la différence de pression  $\Delta p$  est valide dans Figure. II. 6 si en effet la loi de Darcy est applicable pour les matériaux poreux, les expériences devraient produire un graphique similaire à celui-ci.

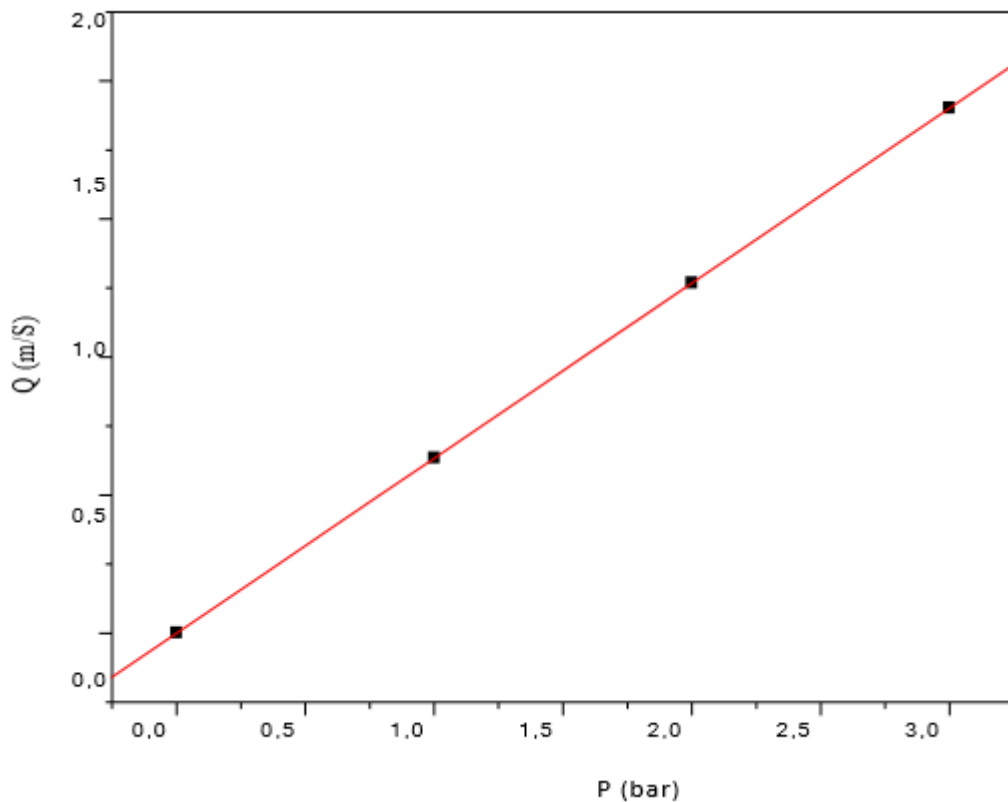
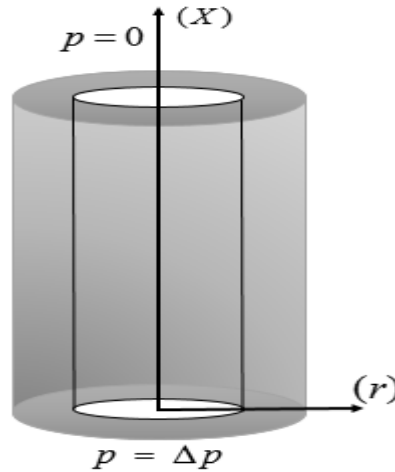


Figure II.6 :Le débit prévu à travers le bouchon  $Q_{tm}$  en fonction de la pression. La perméabilité.  $1.27 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$  est calculé à partir de l'équation II. 73 en utilisant  $\phi = 0.46$  and  $d_m = 14 \mu\text{m}$ .

### II.4.2.Modèle 2D :

Une bonne membrane tangentielle se caractérise par ses capacités de flux et de filtration élevées. Les deux dépendent de la chute de pression à travers la membrane tubulaire ; ces

questions seront abordées dans cette section. Un schéma décrivant l'écoulement dans un support de membrane tubulaire avec différents paramètres géométriques est illustré à la figure II.7.



**Figure II.7 : Flux à deux dimensions 2D dans un tuyau cylindrique de matériau poreux.**

L'écoulement dans la conduite est supposé laminaire et la loi de Darcy valide. Utilisation de la conservation de masse :

$$Q_{\text{tuyau}}(x) = Q_{\text{tuyau}}(x + dx) + Q_{tm}(x)dx \quad \text{II.74}$$

Où l'indice *tm* signifie transmembranaire. Le flux dans l'infinitésimal ( $dx$ ) est supposé être un flux de Poiseuille :

$$Q_{\text{tuyau}}(x) = -\frac{\pi R^4}{8\mu} p'(x) \quad \text{II.75}$$

Il a été montré dans la section II.4.1 que l'écoulement dans un matériau poreux peut être décrit par la loi de Darcy :

$$Q_{tm}(x) = -\frac{2\pi Rk}{\mu\omega} \Delta p dx \quad \text{II.76}$$

Lorsqu'il est inséré dans l'équation. II.74 on obtient l'équation :

$$-\frac{\pi R^4}{8\mu} p'(x) = \frac{k}{\mu\omega} \Delta p 2\pi R dx - \frac{\pi R^4}{8\mu} p'(x + dx) \quad \text{II.77}$$

En tenant compte de  $\frac{p'(x+dx) - p'(x)}{dx} \approx p''(x)$  dans l'équation II. 77 on a :

$$p''(x) = \lambda^2 \Delta p(x) \quad \text{II.78}$$

La constante  $\lambda$  est donnée par :

$$\lambda = \sqrt{\frac{16k}{\omega R^3}} \quad \text{II.79}$$

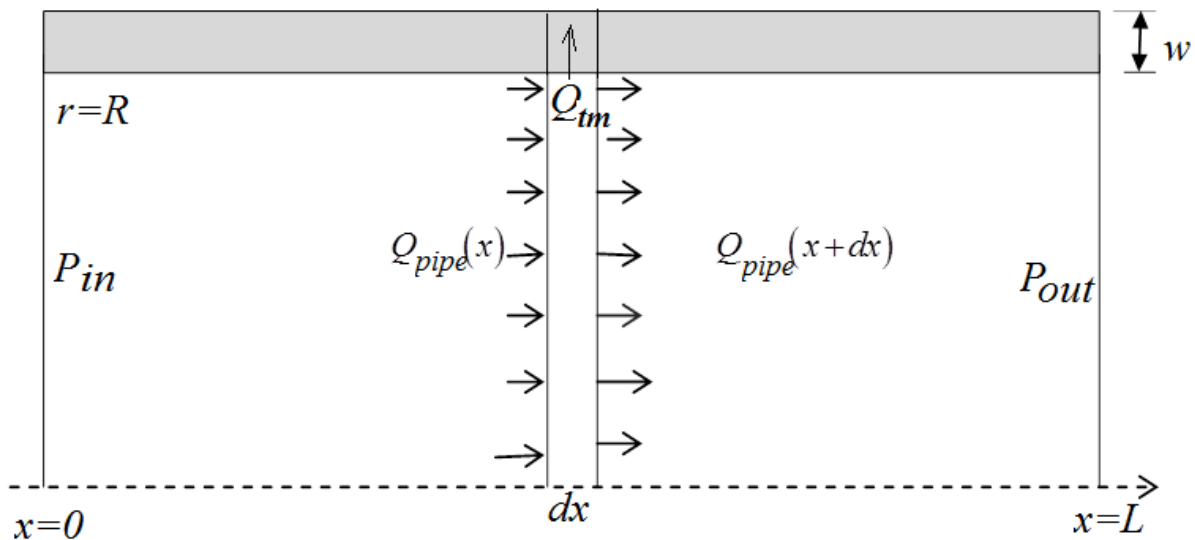
En fixant  $\Delta p = p(x) - p_{erm}$  et  $p_{erm} = 0$ , la solution est :

$$p(x) = Ae^{\lambda x} + Be^{-\lambda x} \quad \text{II.80}$$

Comme on peut le voir sur la figure. II.8, les conditions aux limites sont,  $p(0) = p_{in}$  et  $p(L) = p_{out}$ . En utilisant le développement de Taylor, la solution peut alors s'écrire :

$$p(x) = p_{in} + \frac{x}{L} \left[ p_{out} - p_{in} - (\lambda L)^2 \left( \frac{1}{3} p_{in} + \frac{1}{6} p_{out} \right) \right] + \frac{1}{2} (\lambda x)^2 \left[ p_{in} \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{x}{L} \right) + \frac{1}{3} p_{out} \frac{x}{L} \right] \quad \text{II.81}$$

C'est la distribution des pressions dans la longueur de membrane.



**Figure II. 8 :** Écoulement dans le tuyau poreux et différents paramètres géométrique[23,26]

# *Chapitre III*

*Etude expérimental*

*Résultats et Discussions*



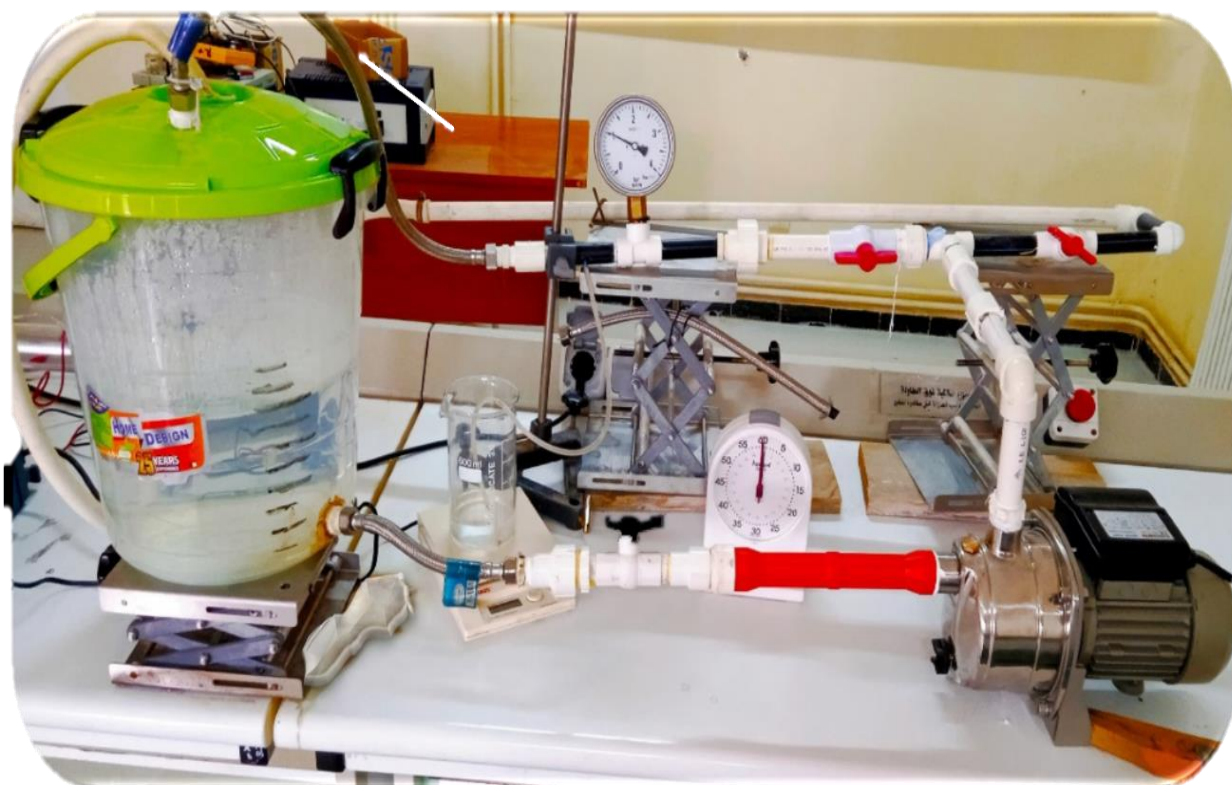
## Introduction :

Ce chapitre traite les résultats les plus importants obtenus au cours de cette étude. Les propriétés de flux et de la perméabilité d'un support céramique qui a été fabriqué et préparé à l'Université Siddik Ben Yahya Wilaya de Jijel ont été étudiées. La variation du flux de l'eau en fonction de la température a été étudiée en premier lieu pour une valeur fixe de pression. La variation du flux de saturation en fonction de la pression est étudiée pour un intervalle de pression contenant les deux régimes de Darcy et de Forcheimer. Les discussions fondamentales de ces résultats ainsi que les principales conclusions ont été abordées toutes au long du texte.

## III. Etude du support céramique :

### III.1 Mesure de perméabilité :

La perméabilité est l'une des propriétés physiques importantes qui jouent un rôle clé dans la détermination de la qualité des supports. Il exprime la quantité d'eau qui s'écoule à travers une unité de surface et dans le temps. La perméabilité est déterminée en mesurant le débit en fonction du temps et de la pression.

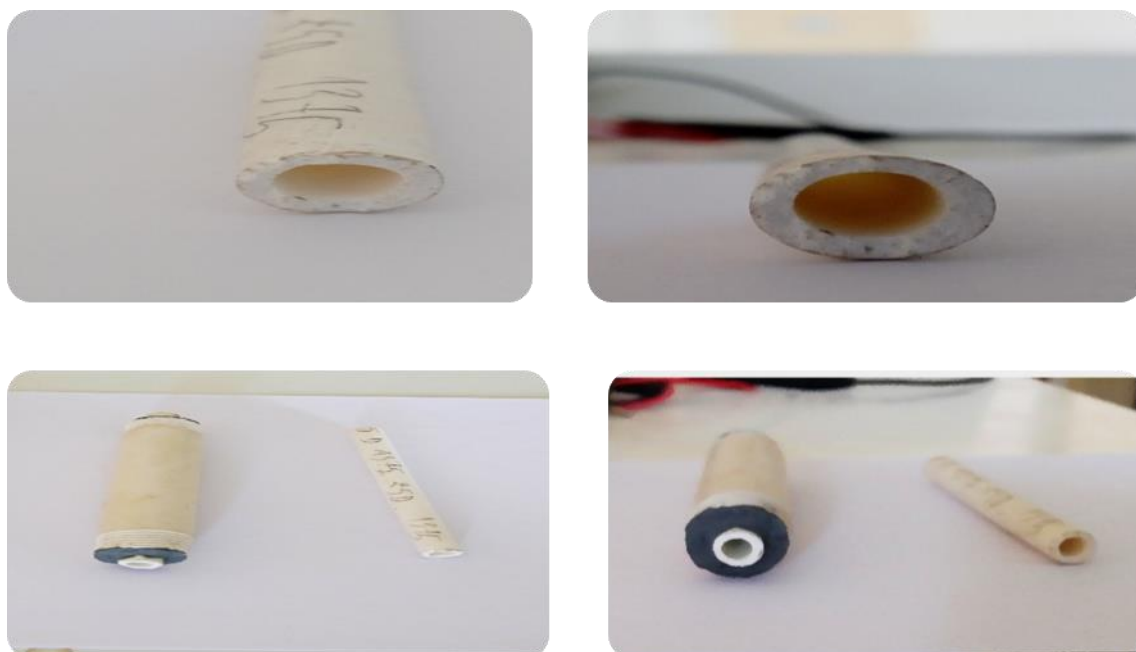


**Figure III. 1:** Image du protocole expérimental utilisé pour mesurer la perméabilité.

Nous avons utilisé un protocole expérimental illustré à la Figure III. 1 pour connaître l'efficacité du support céramique et la valeur du coefficient de perméabilité en étudiant l'évolution du débit en fonction du temps et de la pression.

### III. 1. Préparation de support céramique :

Nous avons choisi la silice comme matériau de base pour la production de céramique car elle est disponible localement avec l'ajout d'une quantité de 25 % de dolomie. Pour préparer le support, la méthode d'extrusion a été utilisée.



**Figure III. 2 :** Image de support céramique et les son encapsulation.

Cette technique a permis de préparer des échantillons sous la forme d'un tube monocanal. Après cet échantillon a été séché pendant au moins 12 heures et traité thermiquement à une température élevée. La vitesse d'atteinte de la température d'installation était de 5 °C /min. Ensuite, le matériau poreux (support) a été placé à l'intérieur d'un tube en plastique qui a été collé avec de la résine. La figure III. 2 illustre cette procédure. Le tableau III.1 montre les caractéristiques géométriques du matériau poreux élaboré.

**Tableau III.1** : Les caractéristiques géométriques du matériau poreux élaboré par extrusion.

Caractéristique	Epaisseur	Longueur	La température de frittage	Le diamètre moyen des espaces poreux
Valeur	2 mm	10 cm	1375 °C	14.4µm

La valeur de diamètre moyen a été mesuré par la méthode d'extrusion de mercure par Dr. Cheikh Kadiri dans le laboratoire de céramique de l'université de Constantine.

### III. 2. Étude de l'évolution du flux en termes de temps et de pression :

Avant tout expérience l'échantillon est placée dans l'eau distillée pendant 24 heures afin d'atteindre la stabilité de l'écoulement dès que possible comme le montre la figure III.3. .Après cela, les outils utilisés sont lavés avec de l'eau distillée et du savon afin de se débarrasser des impuretés et de la saleté et d'obtenir des résultats plus précis.



**Figure III.3:** Image de support céramique est placé de l'eau distillée pendant 24 heures.

#### III. 1. 1. Protocole expérimentale :

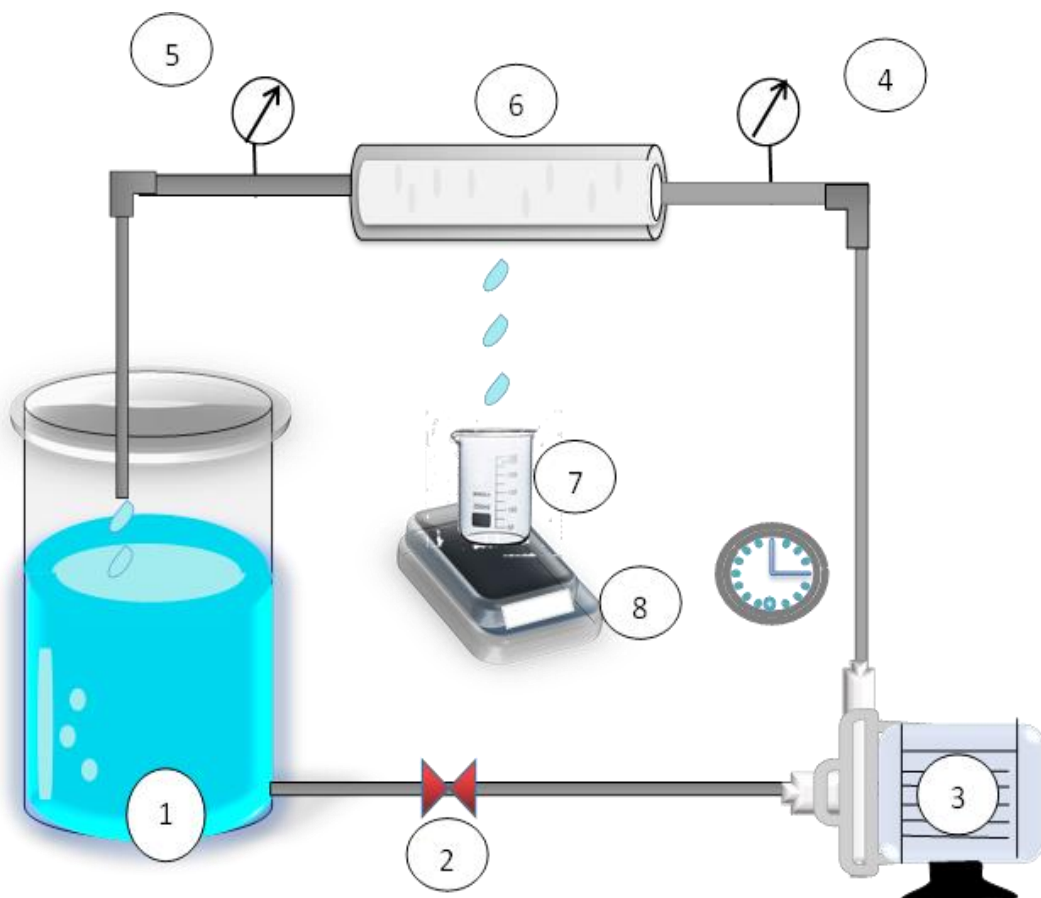
Le fluide utilisé dans cette expérience est l'eau distillée, qui est placée dans un réservoir de 10 litres, généralement rempli pour permettre une bonne alimentation en fluide. La pompe véhicule le fluide vers le matériau poreux avec différentes pressions à l'aide d'un système de contrôle électronique. Le fluide traversant le matériau poreux est récupéré par un bicher pour

mesurer son volume ou masse. Deux manomètres sont utilisés pour déterminer la valeur de la pression en avant et avale du matériau. La figure III. 4 montre le type de cet instrument.



**Figure III .4:** Type de manomètre utilisé pour mesurer les pressions en bar.

Pour utiliser les manomètres dans les meilleures conditions, il est recommandé de commencer des expériences où la pression est basse. Pour accéder aux tests où la pression est élevée, la pression est augmentée progressivement pour atteindre la valeur spécifiée.



**Figure III. 5 :** dispositif expérimentale pour la mesure de la perméabilité.

Matériel d'expérimentation utilisé:

1. Réservoir du fluide ;
2. Robinet d'arrêt ;
3. Pompe ;
4. Manomètre  $P_{in}$  ;
5. Manomètre  $P_{ext}$  ;
6. Matériau sous forme tubulaire ;
7. Bicher de récupération ;
8. Balance .

On a utilisé selon le cas deux méthodes de mesure. Chaque méthode est utilisée si les contraintes et les conditions expérimentales de limitations des instruments de mesure nous obligent.

### III. 2. Méthode 1 :

Nous mesurant la masse d'eau qui s'écoule à travers le matériau poreux toutes les trente secondes à différentes valeurs de pression. Un exemple de mesure par cette méthode est donné dans le tableau III 2. Les valeurs du flux ont été calculé par la formule III. 1.

$$Flux = \frac{Q}{S.t} = \frac{\Delta m}{\rho.S.\Delta t} \quad \text{III.1.}$$

Où  $Q$  : la quantité volumique du fluide traversant le matériau poreux pendant le temps  $t$  .

$S$  : la surface interne du matériau sous sa forme tubulaire.  $S = 2\pi rl = 2.54 \times 10^{13} \text{ m}^2$ .

Le tableau III. 1 récapitule les différents résultats obtenus par cette méthode.

**Tableau III.2** : Variation de masse en fonction de temps et de pression :  $p = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.2$  et  $1.4$  bar.

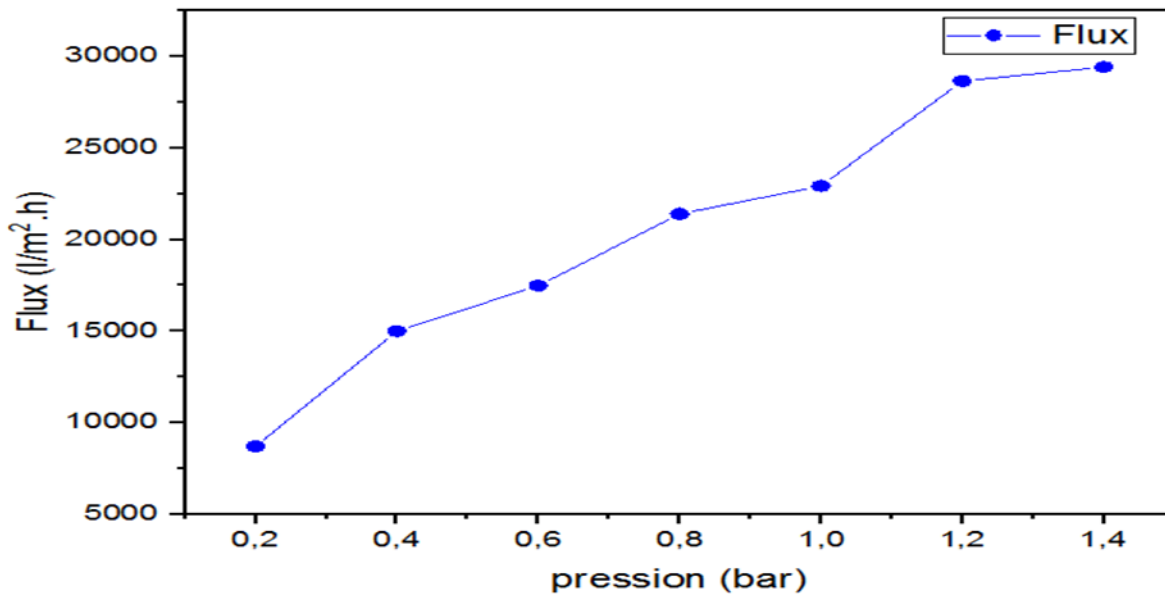
$\Delta t(s)$	30					
P( bar)	$\Delta m(g)$					
0,2	91	96	92	91	91	92
0,4	159	160	158	152	167	157
0,6	195	179	182	184	183	180
0,8	216	235	...	...	224	233
1.0	246	241	248	241	240	...
1,2	309	300	297	300	....	...
1,4	328	301	326	308	...	...

Nous notons dans le tableau III. 2 que la valeur de la variation de la masse est presque fixe à des pressions différentes. Quant à la pression  $p = 0.2$  bar, le changement de la masse était autour de  $\Delta m = 91$  g. Nous avons pris les valeurs fixes pour chaque pression, puis nous avons calculé le flux de saturation. Le tableau III. 3 indique le flux de saturation en fonction de la pression.

**Tableau III.3** : Variation du flux en fonction de masse et de pression

P(bar)	$\Delta m(g)$	Flux (l/h.m <sup>2</sup> )
0.2	91	8694.26
0.4	157	15000
0.6	183	17484.08
0.8	224	21401.27
1.0	240	21401.27
1.2	300	22929.94
1.4	308	28662.42

Afin de pouvoir analyser les résultats de l'allure du flux en fonction de pression on a dessiné le graphe de la figure III. 6 . A partir de cette courbe on conclue que la limite de Darcy a été dépassée et on atteint le régime de Forcheimer.



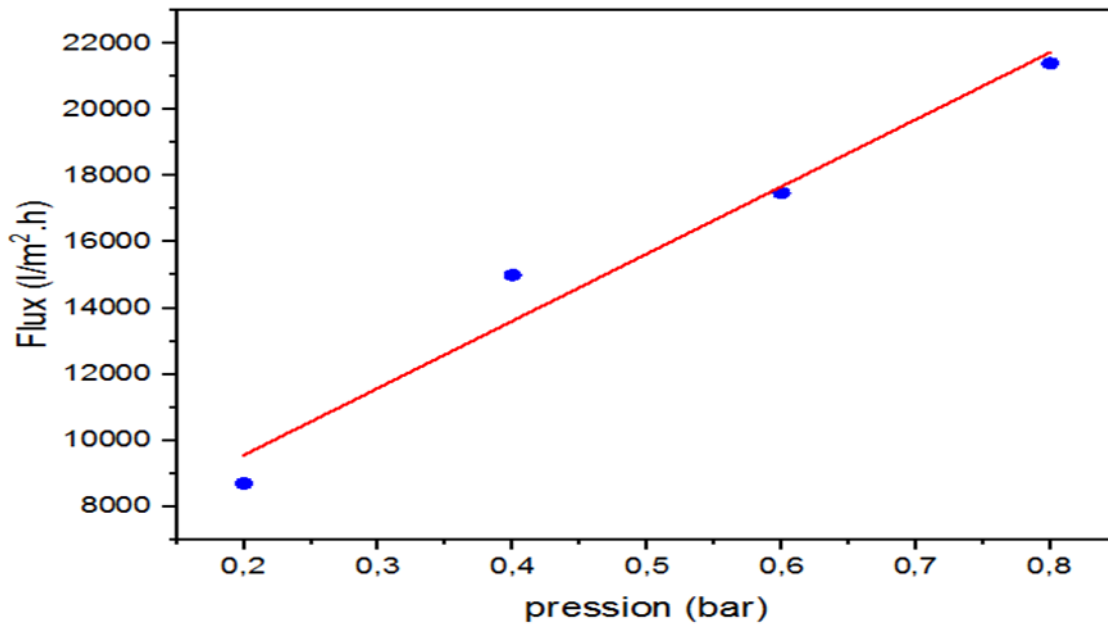
**Figure III.6 :** Variation de flux de saturation en fonction de pression.

On remarque une augmentation linéaire du flux à une plage de pression de  $p = 0,2$  bar à  $p = 0,8$  bar. Ensuite, le flux a commencé à dévier à une pression de  $p = 1$  bar. Ce décrétement indique que la limite de la loi de Darcy a été dépassée.

### II. 2. 1. La loi de Darcy :

Comme il a été décrit dans les chapitres précédents, si le flux est soumis à la loi de Darcy et que la relation est linéaire, donc la perméabilité absolue peut être calculée. Cette grandeur est déduite à partir du graphe de la variation de flux de saturation en fonction de pression en mesurant la pente de la courbe.

La courbe de la figure III.6 donne la variation de flux de saturation en fonction de pression pour l'intervalle de pression 0.2 - 0.8 bar.



**Figure III.6** : Variation de flux de saturation en fonction de pression.

A travers les résultats de nos expériences nous avons conclu que la relation entre du flux de saturation dans les matériaux poreux étudiés et le gradient de pression appliqué est linéaire. Il est ainsi possible de calculer la perméabilité à partir de la pente de la courbe de Darcy. Les résultats de l'interpolation linéaire sont donnés ci-dessous III.2.

$$Y_1 = A \cdot x + B \quad \text{III. 2}$$

$$A = 20302.55$$

$$B = -0.27059$$

$$R^2 = 0.96$$

$$A = K \text{ (expérimentale)} = 20302.55 \text{ (l/h.m}^2 \cdot \text{bar)}.$$

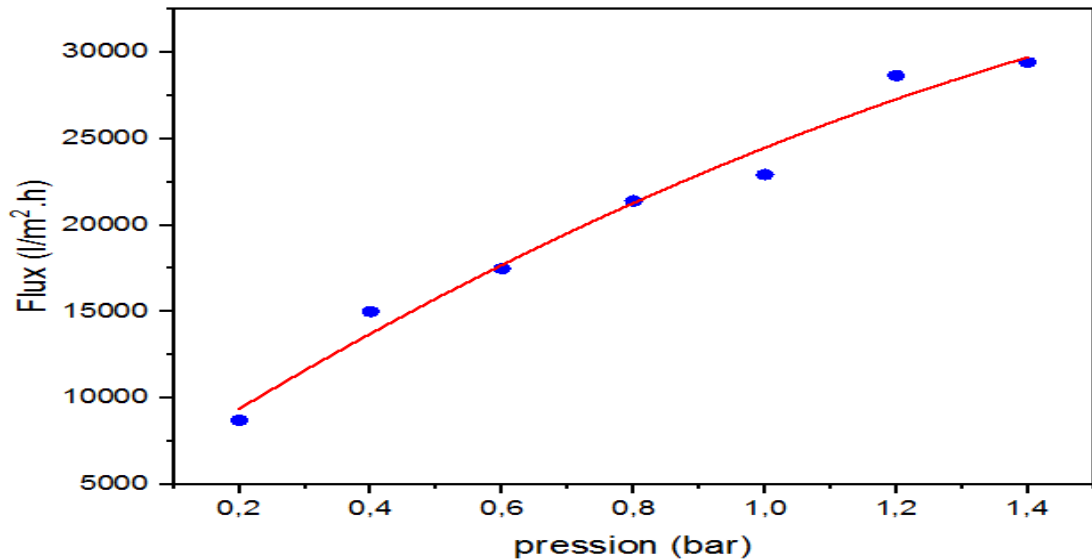
La valeur de  $R^2 = 0.96$  indique clairement la haute qualité de la linéarité de la droite de Darcy.

### III. 2. 2. Loi de Forchheimer :

Comme indiqué dans les chapitres précédents, si l'écoulement n'est pas régi par la loi de Darcy et que la relation est non linéaire, la perméabilité peut être calculée par la loi de Forchheimer. Cette grandeur est déduite du graphique de l'évolution du débit de saturation en

fonction de la pression en mesurant la pente de la courbe et le coefficient de Forchheimer par une interpolation quadratique.

La courbe de la figure III.7 donne la variation de flux de saturation en fonction de pression pour l'intervalle de pression 0.2 – 1.4 bar.



**Figure III.7** : Variation de flux de saturation en fonction de pression pour une intervalle 0.2 -1.4 bar.

A travers les résultats de nos expériences, nous avons conclu que la relation entre le flux de saturation dans les matériaux poreux étudiés et le gradient de pression appliqué est une relation non linéaire en la déflexion. Ainsi, il est possible de calculer les différentes paramètres à partir de la pente d'une courbe non Darcy en utilisant une interpolation quadratique III. 3.

$$Y_2 = A \cdot x^2 + Bx + C \quad \text{III. 3}$$

$$A = -4833.95$$

$$B = 24692.93$$

$$C = 4626,92$$

$$R^2 = 0.98$$

$$A = K \text{ (expérimentale)} = -4833.95 \text{ (l/h.m}^2 \cdot \text{bar)}.$$

On observe une diminution de la valeur de la perméabilité  $k$ , cette remarque est tout à fait raisonnable car on a utilisé un intervalle plus large contenant une partie non linéaire.

### III. 3. Méthode 2 :

Pour mesurer le flux d'eau traversant un support poreux, on calcule le temps nécessaire pour que la masse d'eau qui s'écoule soit d'environ 100g chaque 5 minutes. Pour une série d'expérience pendant une heure, nous avons 12 expériences.

Le flux de saturation d'un support poreux est mesuré à l'aide de la formule suivante

$$Flux = \frac{Q}{s.t} = \frac{V}{s.t} = \frac{m}{\rho.s.t} \quad \text{III.4}$$

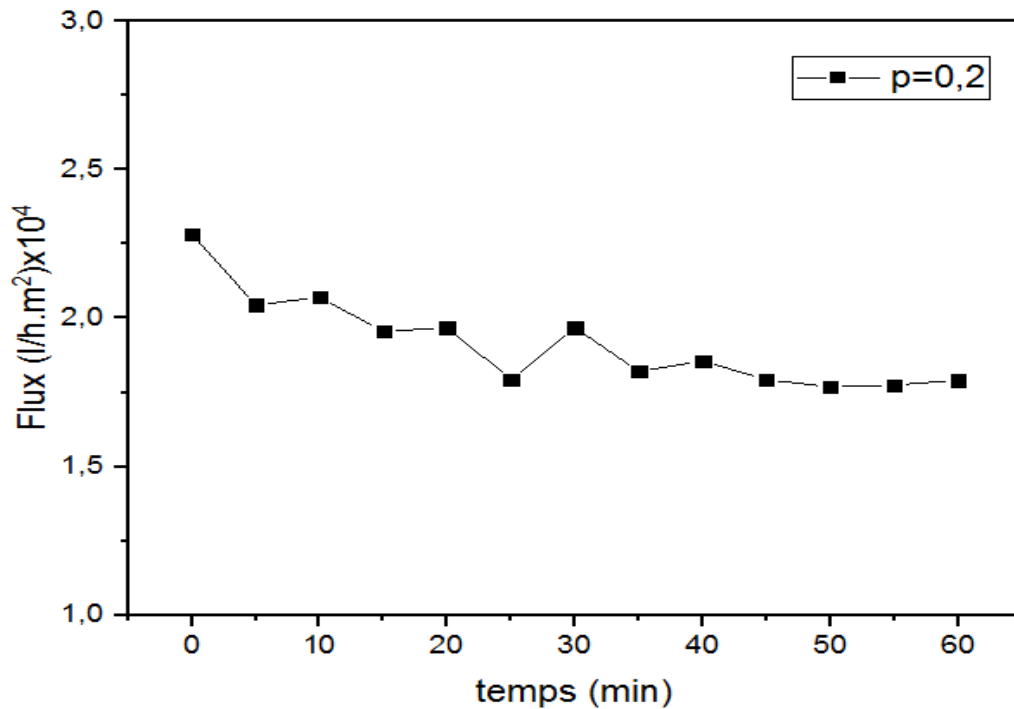
Où  $V$  est la quantité volumique du fluide traversant le matériau poreux pendant le temps  $t$  et  $S$  la surface interne du matériau sous sa forme tubulaire  $s = 2\pi rl = 2.54 \times 10^{13} \text{ m}^2$ .

Le tableau III. 4 montre la variation du flux l'eau dans le support en fonction du temps pour une pression de 0.2 bar. Les valeurs du flux sont calculées en utilisant l'expression III. 4.

**Tableau III.4** Variation du flux en fonction du temps pour une pression de 0.2 bar.

<b>t (min)</b>	<b>Flux (l/h.m<sup>2</sup>) x10<sup>4</sup></b>
0	2,28386
5	2,0444
10	2,07098
15	1,95514
20	1,96857
25	1,79364
30	1,96857
35	1,82099
40	1,85517
45	1,79364
50	1,76819
55	1,77476
60	1,7914

Afin de pouvoir analyser les résultats de l'allure de la variation du flux en fonction du temps on a dessiné le graphe de la figure III. 8. On peut voir que le débit d'eau diminue progressivement jusqu'à atteindre une valeur appelée débit de saturation. Après un période transitoire, le débit atteint cette valeur qui distingue la stabilité de l'écoulement du fluide.



**Figure III. 8.** Variation du flux en fonction de temps pour une pression de 0.2 bar

Pour trouver la perméabilité on a étudié la variation du flux de saturation en fonction de la pression. Nous avons répété l'expérience pour différentes pressions. Le tableau III. 5 montre les résultats pour les valeurs de pressions :  $p = 0.2, 0.4, 0.6$  et  $0.8$  bar.

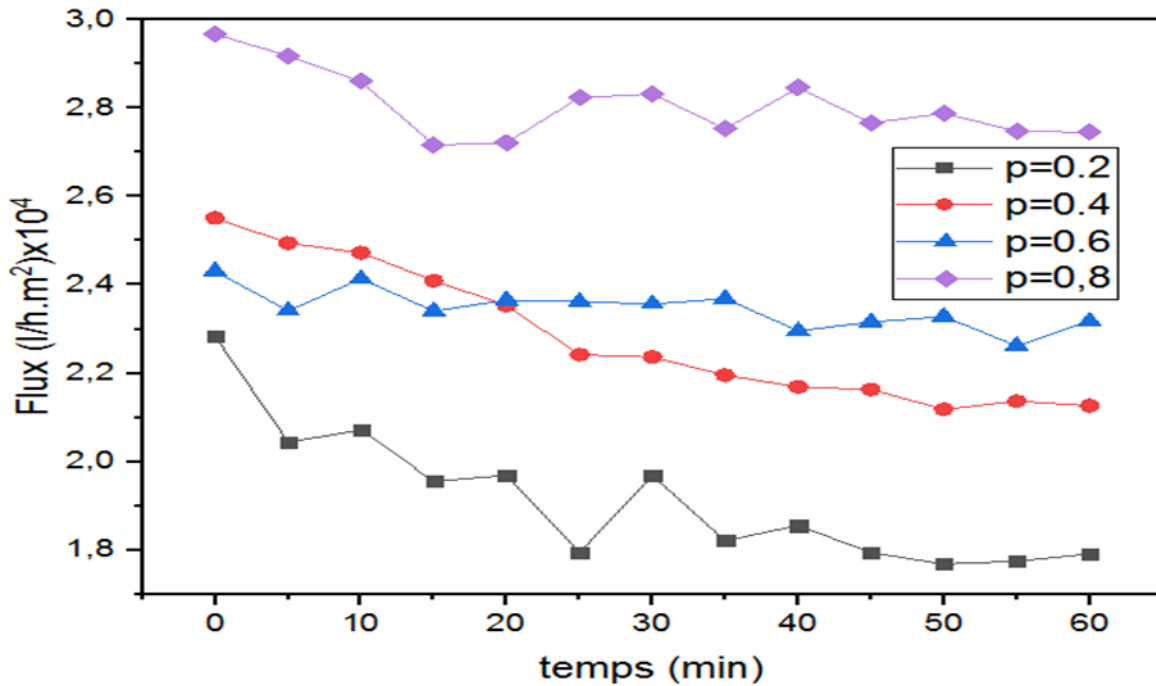
**Tableau III. 5** Variation de flux en fonction de temps et de pression : p =0.2, 0.4, 0.6 et 0.8 bar.

P (bar)	P=0.2	P=0.4	P=0.6	P=0.8
t (min)	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>
0	2,28386	2,55117	2,43108	2,96709
5	2,0444	2,49455	2,3417	2,91875
10	2,07098	2,47303	2,41368	2,86059
15	1,95514	2,40962	2,34074	2,71679
20	1,96857	2,35324	2,36586	2,72195
25	1,79364	2,24188	2,36196	2,82385
30	1,96857	2,23663	2,35711	2,83223
35	1,82099	2,19551	2,3688	2,75332
40	1,85517	2,16893	2,29575	2,84629
45	1,79364	2,1632	2,31616	2,76661
50	1,76819	2,11843	2,32838	2,78814
55	1,77476	2,13659	2,26223	2,74805
60	1,7914	2,12629	2,31803	2,74541

Pour bien analyser la nature de cette variation nous devons dessiner le flux de saturation en fonction de la pression dans un graphe.

La figure III.9 illustre la variation de flux en fonction du temps pour différentes valeurs de pressions.

On peut remarquer que le flux de saturation varie en fonction de la pression. Il augmente au fur et à mesure que la pression augmente.



**Figure III.9.** Variation de flux en fonction du temps pour différentes valeurs de pressions.

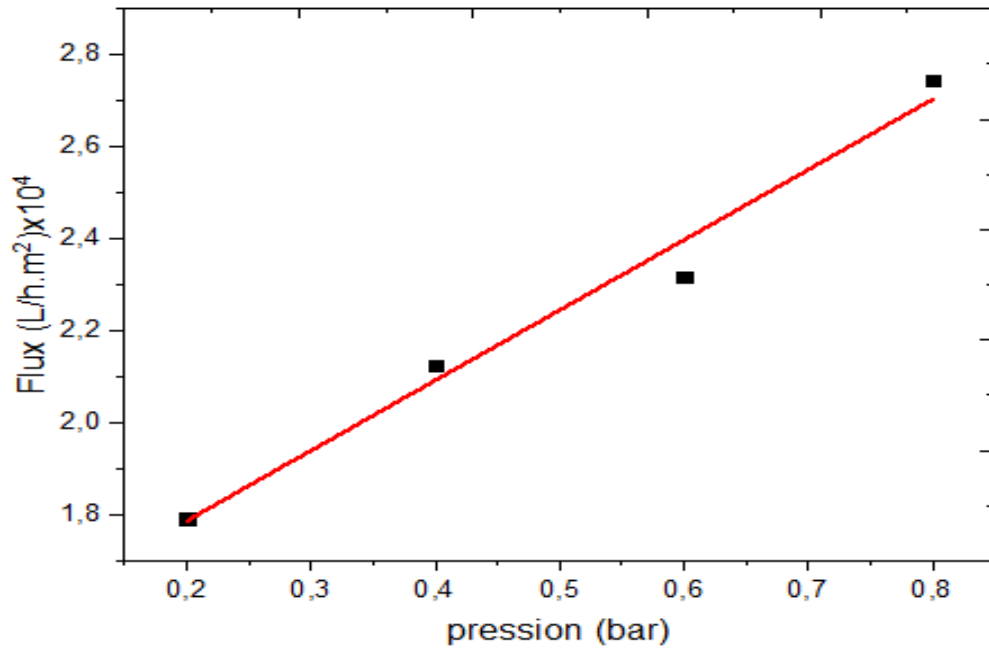
### III.3. 1. La loi de Darcy :

Comme il a été décrit dans les chapitres précédents, si le flux est soumis à la loi de Darcy et que la relation est linéaire, donc la perméabilité peut être calculée. Cette grandeur est déduite à partir du graphe de la variation de flux de saturation en fonction de pression en mesurant la pente de la courbe.

**Tableau III. 6 :** Variation de flux de saturation en fonction de pression.

P(bar)	0,2	0,4	0,6	0,8
Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	1,7914	2,1262	2,31803	2,7454

La figure III. 10 montre la variation de flux de saturation en fonction de pression. À travers ces résultats on arrive à la même conclusion que précédemment : la relation entre le flux de saturation dans le matériau poreux et le gradient de pression appliqué est linéaire pour l'intervalle de pression envisagé. Il est possible de calculer la perméabilité à partir de la pente de la courbe de Darcy.



**Figure III. 10** :Variation de flux de saturation en fonction de pression.

En utilisant l'interpolation linéaire, il est ainsi possible de calculer la perméabilité à partir de la pente de la courbe de Darcy.

$$Y_3=A.X+B$$

$$A=15269$$

$$B=14818$$

$$R^2 =0.98$$

$$A= K(\text{expérimentale})=15269(l/h.m^2.bar)$$

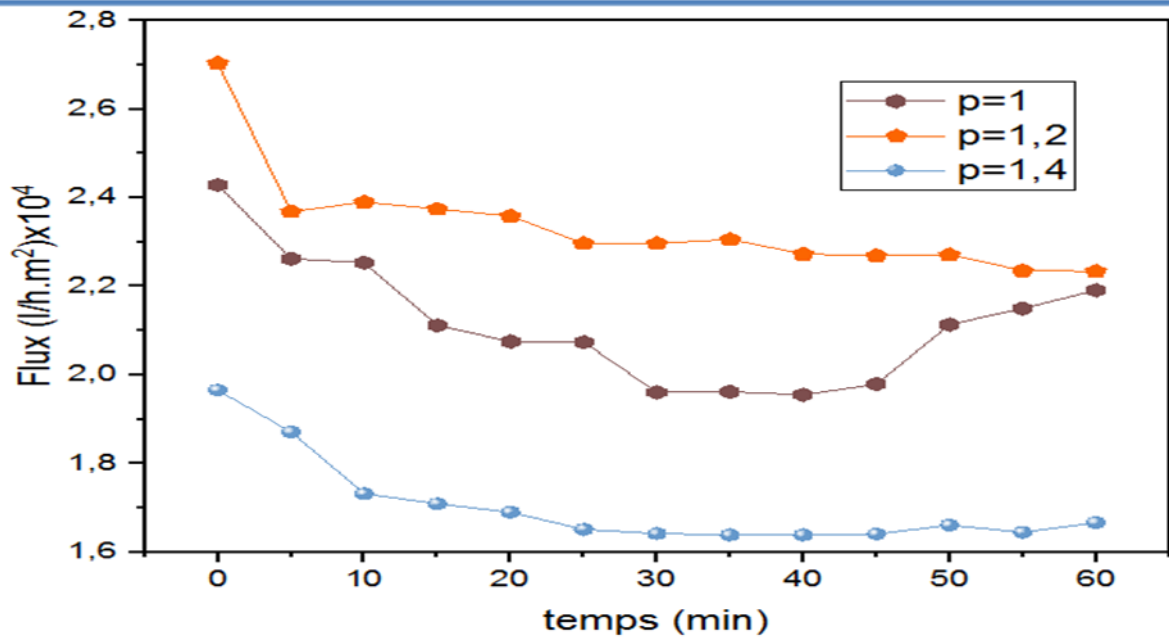
### III. 3. 2. Le régime de Forchhimer :

Nous avons utilisé le même protocole expérimental. Afin d'étudier la variation du flux de saturation en fonction de la pression on a répété l'expérience pour différentes pressions. Le tableau III. 7 montre les résultats pour les valeurs de pressions :  $p = 1, 1.2$  et  $1.4$  bar .

**Tableau III. 7** Variation de flux en fonction de temps et de pression : p =1, 1.2 et 1.4 bar.

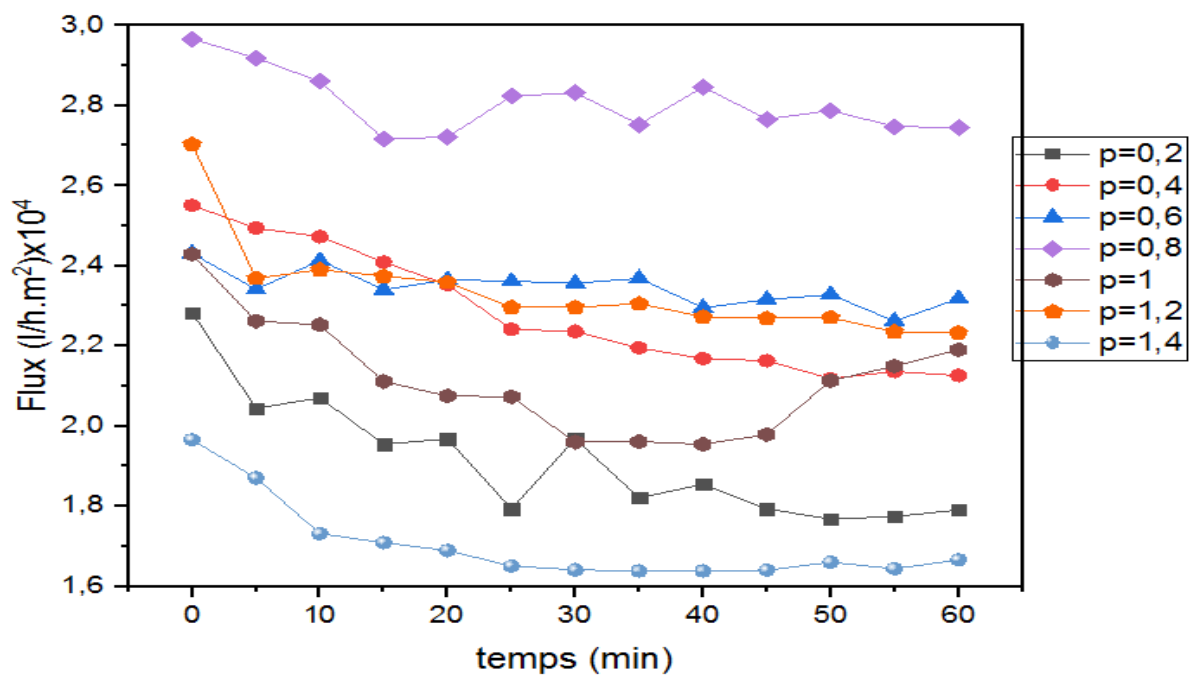
P (bar)	P=1	P=1.2	P=1.4
t (min)	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>
0	2,42902	2,704	1,96587
5	2,26223	2,38688	1,87091
10	2,25333	2,39053	1,73187
15	2,11184	2,37468	1,70915
20	2,07548	2,35905	1,69
25	2,07398	2,29667	1,65106
30	1,96049	2,29667	1,6416
35	1,96183	2,30591	1,63879
40	1,95514	2,27299	1,63879
45	1,97945	2,26939	1,64066
50	2.11375	2,27119	1,66063
55	2.15022	2,23576	1,64443
60	2,19113	2,23401	1,66642

Le graphe de la figure III. 11. Illustre la variation du flux en fonction du temps. On remarque que les courbes commencent à se rapprocher les uns des autres auprès de la saturation. On peut remarquer aussi que le flux de saturation varie en fonction de la pression, mais il augmente au fur et à mesure que la pression augmente le flux diminue pour les pressions supérieures à 1 bar.



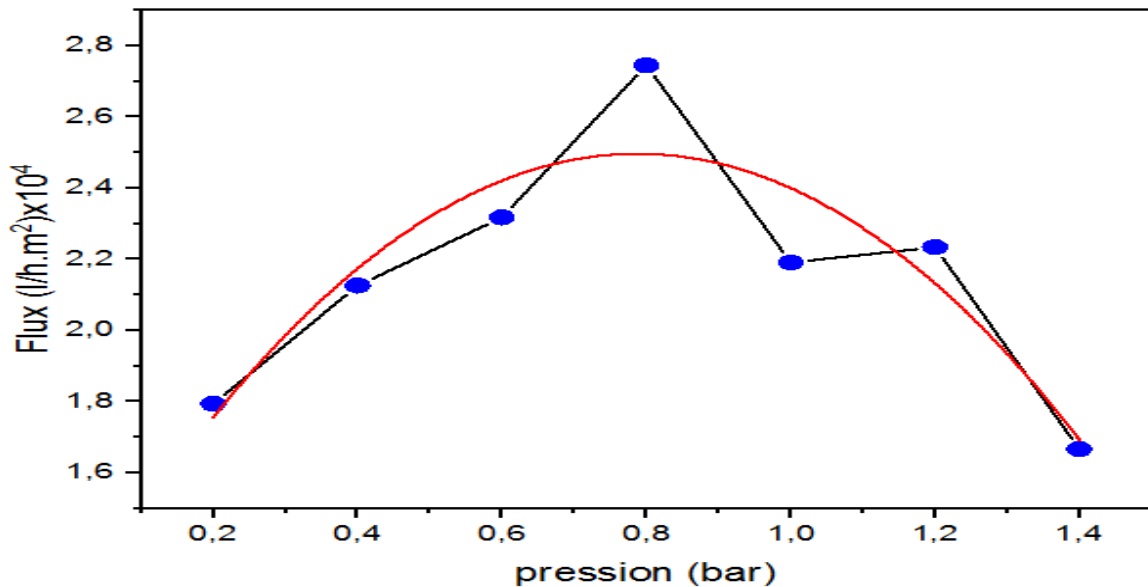
**Figure III. 11.** Variation du flux en fonction du temps pour les pressions : 1, 1.2 et 1.4 bar.

Pour pouvoir analyser la nature de cette variation nous devons dessiner le flux de saturation en fonction de la pression dans un graphe incluant l'ensemble de l'intervalle des pressions. La figure III. 12 montre la variation du flux en fonction du temps l'ensemble de l'intervalle des pressions 0.2 – 1.4 bar.



**Figure III. 12** Variation du flux en fonction du temps pour l'ensemble des pressions 0.2 – 1.4 bar.

Comme indiqué dans les chapitres précédents, si l'écoulement n'est pas régi par la loi de Darcy et que la relation est non linéaire, la perméabilité peut être calculée par la loi de Forchheimer. Cette grandeur est déduite du graphique de l'évolution du débit de saturation en fonction de la pression en utilisant une interpolation quadratique. La figure III.3 illustre la variation de flux de saturation en fonction de pression en utilisant une interpolation quadratique



**Figure III.13** : Variation de flux de saturation en fonction de pression en utilisant une interpolation quadratique

A travers les résultats de nos expériences, nous avons conclu que la relation entre le flux de saturation dans les matériaux poreux étudiés et le gradient de pression appliqué est une relation non linéaire en la déflexion. Ainsi, il est possible de calculer les paramètres à partir de l'utilisation de l'équation quadratique appliqué à une courbe non Darcy.

$$Y_4 = A \cdot x^2 + Bx + C$$

$$A = -21447,6$$

$$B = 33790,5$$

$$C = 11661,7$$

$$R^2 = 0,82$$

$$A = K \text{ (expérimentale)} = -21447.6 \text{ (l/h.m}^2\text{.bar)}.$$

### III. 4. Intervalle Darcy- Forchhimer :

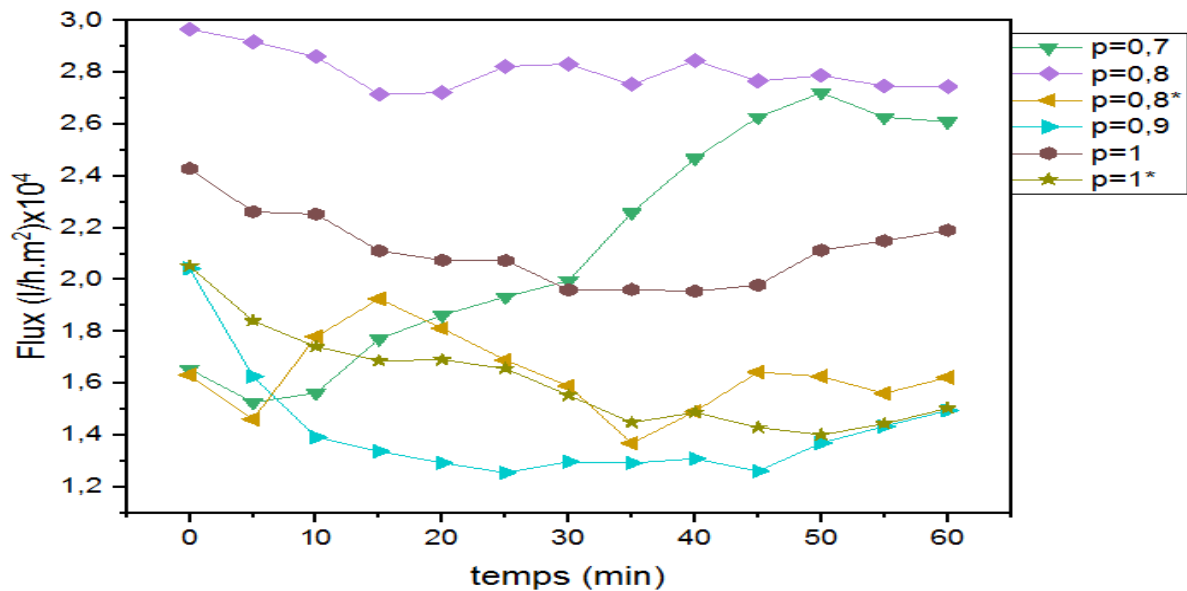
Pour terminer ce chapitre on doit signaler qu'un phénomène étrange que quelque chercheurs ont remarqué. Nous avons affronté le même problème. La limite entre les deux régimes n'est pas un point mais plutôt un intervalle de pressions. Cela nous a obligé de répéter les expériences autour des pression 0.8 bar jusqu'à 1 bar. Les résultats sont montrés dans le tableau III. 8.

**Tableau III. 8** Variation de flux en fonction de temps et autours des pressions  $p = 0.8 - 1$  bar.

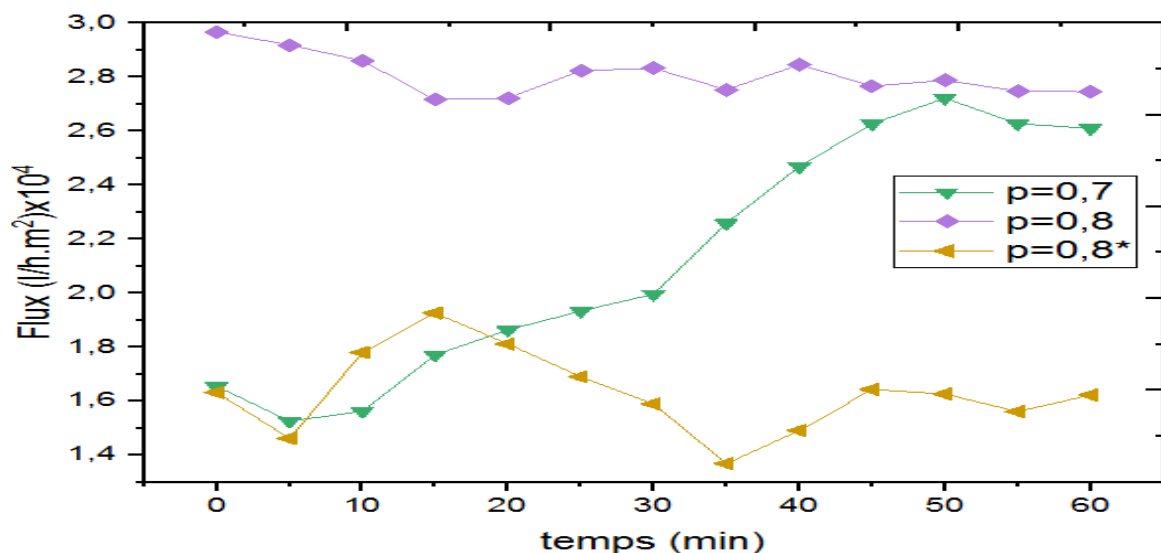
P (bar)	P=0.7	P=0.8	P=0.8*	P=0.9	P=1	P=1*
t (min)	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>	Flux (l/h.m <sup>2</sup> ) x10 <sup>4</sup>
0	1,65487	2,96709	1,63225	2,04294	2,42902	2,05318
5	1,52622	2,91875	1,46162	1,6267	2,26223	1,84087
10	1,56284	2,86059	1,78027	1,39205	2,25333	1,74134
15	1,77147	2,71679	1,92624	1,33749	2,11184	1,68702
20	1,86362	2,72195	1,81178	1,29285	2,07548	1,691
25	1,93403	2,82385	1,69	1,25492	2,07398	1,65679
30	1,99599	2,83223	1,58971	1,29753	1,96049	1,55352
35	2,25866	2,75332	1,36879	1,29226	1,96183	1,44906
40	2,46877	2,84629	1,49128	1,30938	1,95514	1,48741
45	2,62717	2,76661	1,64349	1,26155	1,97945	1,42955
50	2,72198	2,78814	1,6267	1,3701	2,11375	1,4009
55	2,62717	2,74805	1,56113	1,43455	2,15022	1,44395
60	2,61042	2,74541	1,62301	1,49517	2,19113	1,5038

Les figures III. 14, 15 montre qu'il existe un intervalle dont les valeurs de pression  $p_1 = 0.8$  bar et  $p_2 = 1$  bar sont les pressions limites pour ce phénomène.

Nous remarquons aussi que nos mesure dans cette intervalle de pressions ne sont pas reproductible. Nous devons aussi d'une façon prépondérante tenir de l'effet de la température sur les conditions hydrodynamiques pour pouvoir confirmer ces conclusions.



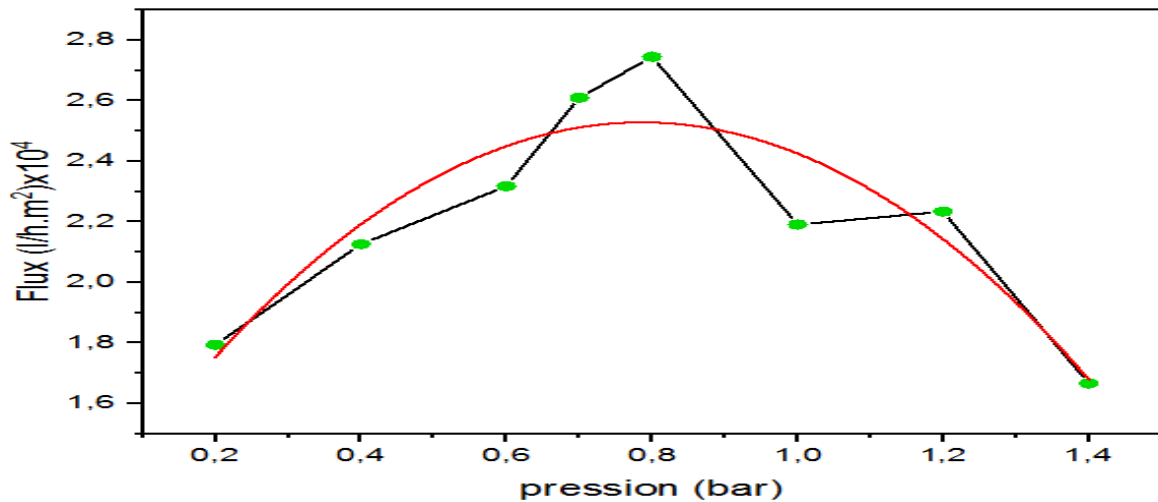
**Figure III.14 :** Variation de flux de saturation en fonction de pression pour les pressions autour de 0.8 et 0.9 bar



**Figure III.15 :** Variation de flux de saturation en fonction de pression 0.7 et 0.8 bar

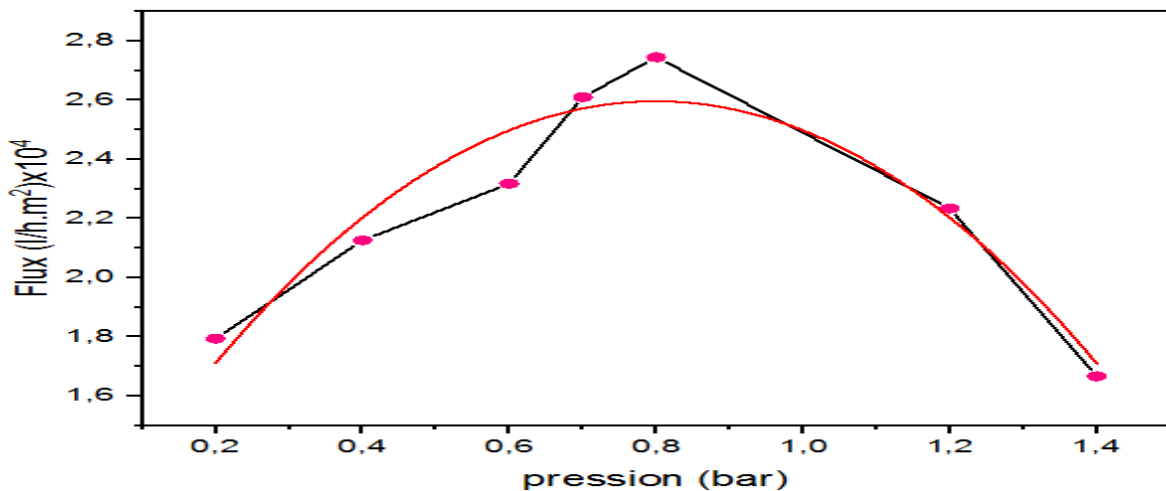
Les résultats d'interpolation quadratique donnent des valeurs un peu divergentes. Les valeurs pour le coefficient de Forchheimer ne peuvent être acceptables mais celles pour La

perméabilité peut être comprises. Les figures III.16 et III. 17 résument ces interpolations pour les différents résultats en considérant les valeurs dans l'intervalle 0.8 et 1 bar.



**Figure III.16** : Variation de flux de saturation en fonction de pression 0.7 et 0.8 bar

$Y=A.x^2+Bx+C$  ;  $A=-22540$  ;  $B=35460$  ;  $C=113454,4$  ;  $R^2 =0.84$ ;  $A= K$   
 (expérimentale)  $=-22540(l/h.m^2.bar)$ .



**Figure III.17** : Variation de flux de saturation en fonction de pression 0.7 et 0.8 bar

$Y=A.x^2+Bx+C$  ;  $A=-24614.1$  ;  $B=39970.9$  ;  $C=10223.6$  ;  $R^2 =0.92$  ;  $A= K$   
 (expérimentale)  $=-24614.1(l/h.m^2.bar)$ .

# *Conclusion*



### Conclusion

La perméabilité à eau d'un matériau céramique poreux élaboré à partir de matériaux brutes d'origine locale (dolomite et silice) a été étudiée. Cette étude est divisée en deux parties. La première partie consiste à présenter les principales propriétés des matériaux poreux en particulier : la porosité, la tortuosité et la perméabilité. Les différents types de membranes de filtration ont été entamés afin de bien comprendre le champ d'application des matériaux poreux. Tandis que la deuxième consiste à réaliser une étude expérimentale qui a abouti à mesurer la perméabilité pour identifier et caractériser les deux régimes : de Darcy et celui de Forchheimer. La limite entre les deux régimes présente une importance particulière.

Un modèle théorique permettant de prouver l'existence de la loi de Darcy pour un système 1D et 2D a été étudié. La même configuration tubulaire dans le modèle hydrodynamique et dans les expériences de mesure de la perméabilité a été utilisée. La variation linéaire et non linéaire du flux en fonction des pressions appliquées est exploitée pour étudier le régime de Darcy et celui de Forchheimer.

Concernant la partie expérimentale, la courbe de flux en fonction de pression est complètement linéaire dans l'intervalle de pressions 0.2 et 0.8 bar. Cette linéarité nous a permis de trouver la perméabilité à l'aide de la loi de Darcy. Tandis pour l'intervalle de pressions 1.0 et 1.4 bar, la courbe est non linéaire. L'utilisation de l'interpolation quadratique nous a permis de calculer le coefficient de Forchheimer.

L'existence d'un intervalle de pression plutôt qu'un point fixe caractérise notre matériau poreux. On peut dire que cet intervalle constitue une limite caractérisant la transition entre les régimes de Darcy et le régime de Forchheimer. Cette étude a été faite dans le but de distinguer le régime de Darcy de celui de Forchheimer dans un matériau poreux. Une étude plus complète doit être faite dans le but de caractériser complètement le matériau céramique poreux. Cette étude doit comprendre l'influence d'autres paramètres mécaniques et physicochimiques. La température est le paramètre le plus important dont l'étude de son effet sur différents régimes d'écoulement est primordiale.

# *Références bibliographiques*



## Références

1. Liu, P. and G.-F. Chen, *Porous materials: processing and applications* 2014: Elsevier.
2. Bear, J., *Modeling phenomena of flow and transport in porous media*. Vol. 1. 2018: Springer.
3. Sadouki, M., *Modélisation théorique de la propagation acoustique dans un milieu poreux inhomogène*, 2014, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène.
4. da Silva Biron, D., V. Dos Santos, and M. Zeni, *Ceramic membranes applied in separation processes* 2017: Springer.
5. Bustillo, J., *Caractérisation non destructive du silicium poreux par méthode ultrasonore*, 2013, Tours.
6. López-Mingo, S.n. and C. Javier, *Etude des propriétés acoustiques et comportement à l'impact de matériaux poreux de type mousses métalliques homogènes et inhomogènes*, 2015, Dijon.
7. Heinemann, Z. and G. Mittermeir, *Fluid flow in porous media*. 2013.
8. Hariti, N., *Analyse thermique dans un échangeur de chaleur à double-tube à écoulement à contre-courant avec insertion de matrices poreuses des deux côtés du tube intérieur*, 2005.
9. Billerot, P.-L., *Étude numérique de l'écoulement à froid et à chaud dans un brûleur poreux*, 2018, École de technologie supérieure.
10. Amirouche, N., *Dispositifs absorbants à base de matériaux à double porosité dans des champs acoustiques complexes*, 2008, Lyon, INSA.
11. NECHAD, A., *Elaboration d'une membrane de filtration d'eau à base de polyéthylène basse densité et de gypse de Bouzgaïa*, 2009, Université de Chlef-Hassiba Benbouali.
12. Abdelbaki, I., *Evaluation et mise en œuvre d'un nouvel indice de colmatage modifié dans les installations d'osmose inverse*, 2012, Blida, Université Saad Dahlab de Blida

13. Bikai, J., *Etude l'évolution des propriétés de surface d'un matériau minéral à porosité contrôlée lors de sa mise en oeuvre dans des tests d'ultrafiltration et de nanofiltration*, 2015, Université de Haute Alsace-Mulhouse.
14. Liamine, K., *Élaboration de membrane de nano-filtration sur un support composite carbone/zéolite*, 2014, Université des sciences et de la technologie Houari Boumediène (USTHB).
15. Wang, L.K., et al., *Membrane and desalination technologies*. Vol. 13. 2008: Springer.
16. CHERAITIA, A., *Membranes et procédés membranaires*. 2015.
17. Zeng, Z. and R. Grigg, *A criterion for non-Darcy flow in porous media*. *Transport in porous media*, 2006. **63**(1): p. 57-69.
18. Zhang, W., et al., *A Critical Review of non-Darcian Flow and Future Challenges*. *Earth and Space Science Open Archive ESSOAr*, 2020.
19. John D. A. Jr., *Fundamentals of Aerodynamics*, 2nd Ed., McGraw-Hill Inc., 1991.
20. Robert W.F., Alan T.M., Philip J.P., *Introduction to Fluid Mechanics*, 8th Ed., John Wiley & Sons, 2011.
21. BONNEFOY, O., *Mécanique des fluides et transferts*, 2021, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.
22. Frank M. W., *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill Book Co., Singapore, 2006.
23. Thomas E. H., *Flow in micro porous silicon carbide*, Master Thesis, Department of Micro and Nanotechnology, Technical University of Denmark, March 2nd, 2007.
24. Samantray, P., *Implementation of advanced algebraic turbulence models on a staggered grid*, 2014, Stuttgart.
25. Taki-kamil, *Fluid Mechanics*2021.
26. Fand, R. M., Kim, B. Y. K., Lam, A. C. C., Phan, R. T. *Resistance to the Flow of Fluids Through Simple and Complex Porous Media Whose Matrices Are Composed of Randomly Packed Spheres*, *ASME J. Fluids Eng.*, vol. 109, pp. 268-274, 1987.
27. Amao, A.M., *Mathematical model for Darcy Forchheimer flow with applications to well performance analysis*, 2007.
28. Dupre, K.R., *Relating porous media structure to the Darcy-Forchheimer model*, 2020, Boston University.

29. Kristoffer G., Henrik B. M., Flow in Microporous Silicon Carbide an Experimental and Numerical Study, Master Thesis, Department of Micro and Nanotechnology, Technical University of Denmark, December 1st ,2008.
30. Wang, L., et al., *Experimental investigation of flow characteristics in porous media at low Reynolds numbers ( $Re \rightarrow 0$ ) under different constant hydraulic heads*. Water, 2019. **11**(11): p. 2317.

**المخلص:** تمت دراسة نفاذية الماء داخل مادة خزفية مسامية. هذه النفاذية تم قياسها خلال الدراسة التجريبية. تم التمييز بين نظام دارسي و فورشهايمر وكذا الحدود المميزة لهما. النموذج النظري أحادي و ثنائي البعد استخدم لتفسير النتائج. لدراسة كلا النظامين استخدم تغير التدفق الخطي و غير الخطي بدلالة الضغط المطبق. منحنى التدفق بدلالة الضغط كان خطي في المجال 0.2 إلى 0.8 بار. ولكنه كان غير خطي في المجال 1.0 إلى 1.4 بار. الإستكمال الخطي و التربيعي سمح بحساب النفاذية و معامل فورشهايمر.

**كلمات المفتاحية:** النفاذية ، المواد المسامية ، الاغشية الخزفية ، قانون دارسي ، قانون فورشهايمر ، رقم رينولدز.

**Abstract :** The permeability of ceramic porous material has been studied. An experimental study for measuring the permeability has been done. Two regimes: The Darcy and the Forchheimer plus to the limit between them have been identified. The theoretical models for 1D and 2D systems has been exploited. The linear and nonlinear variation of the flux versus the applied pressures, have been used to study the Darcy and Forchheimer regimes. The curve of the flux versus pressure is almost linear in the interval 0.2 and 0.8 bar. Although, for the interval 1.0 and 1.4 bar the curve has a nonlinear form. The linear and quadratic interpolation allow us to calculate the permeability and the Forchheimer coefficient.

**Key words:** Permeability, Porous Material ,Ceramic Membrane, Darcy's law, Forchheimer's law, Reynolds number.

**Résumé :** La perméabilité à eau d'un matériau céramique poreux a été étudiée. Une étude expérimentale pour mesurer la perméabilité a été faite. Deux régimes : de Darcy et celui de Forchheimer ainsi que la limite entre les deux ont été identifiées. Un modèle théorique pour un système 1D et 2D a été exploité. La variation linéaire et non linéaire du flux en fonction des pressions appliquées sont utilisées pour étudier le régime de Darcy et celui de Forchheimer. La courbe de flux en fonction de pression est complètement linéaire dans l'intervalle de pressions 0.2 et 0.8 bar. Cependant, pour l'intervalle de pressions 1.0 et 1.4 bar, la courbe est non linéaire. L'utilisation de l'interpolation linéaire et quadratique nous a permis de calculer la perméabilité et le coefficient de Forchheimer.

**Mots clés :** Perméabilité, Matériaux Poreux, Membrane Céramique, Loi de Darcy, Loi de Forchheimer, nombre de Reynolds.