

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Amar Telidji – Laghouat



Faculté des Sciences

THÈSE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : PHYSIQUE

Présentée et soutenue
publiquement le 24/03/2022 par :

HACHI Dahmane

THEME

Contribution à la modélisation du contrôle non destructif par courants de Foucault en vue de la caractérisation des matériaux conducteurs : Développement d'un outil de conception, d'analyse et d'aide à la décision

JURY :

Mr. BENTRIA Bachir	Pr	Président	Université de Laghouat
Mr. BENSSAID Samir	Pr	Examineur	Université de Bouira
Mr. CHERIET Ahmed	Pr	Examineur	Université de Biskra
Mr. RAYANE Karim	MCA	Examineur	Université de Laghouat
Mr. HELIFA Bachir	Pr	Directeur de thèse	Université de Laghouat
Mr. LEFKAIER Iben Khaldoun	Pr	Co-Directeur de thèse	Université de Laghouat

Année Universitaire 2021/2022

Remerciements

Je tiens profondément à remercier Dieu de nous avoir éclairci le chemin d'al-Hidaya et ceux du savoir. Et de m'avoir donné la force puis la patience afin d'achever ma thèse.

*Je tiens à exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude envers mon directeur et co-directeur de thèse, Monsieur **HELIFA Bachir**, Monsieur **LEFKAIER Ibn Khaldoun** Professeurs à l'Université de Laghouat, pour toute la confiance qu'ils m'ont accordée durant la période de l'achèvement de ma thèse de doctorat, leurs qualités humaines ainsi que de m'avoir prodigué d'utiles suggestions tout au long de ce travail et pour ses conseils avisés sur la façon de mener mon travail, pour leur soutien dans les moments difficiles et pour leur optimisme et leur enthousiasme durables. Travailler avec eux a été une grande satisfaction. J'ai beaucoup appris d'eux pendant de mes années de thèse.*

*Je tiens à présenter mes vifs remerciements au **BENTRIA Bachir** Professeur à l'Université de Laghouat, pour avoir accepté de siéger dans mon jury et de l'avoir présidé, aux **BENSSAID Samir** Professeur à l'Université de Bouira, **CHERIET Ahmed** Professeur à l'Université de Biskra, **RAYANE Karim** Maître de Conférences à l'Université de Laghouat, pour l'honneur qu'ils m'ont fait de jury ce modeste travail et d'avoir accepté de l'évaluer.*

*Je remercie Monsieur **HACHI Brahim Elkahilil** Professeur à l'Université de Djelfa, pour son soutien sans indéfectible et ses encouragements, je tien a remercié aussi mon frère **BENHADDA Nabil** Maître de Conférences à l'Université de Khenchela qui m'a aidé pour la réalisation des travaux scientifiques de doctorat.*

Enfin, mes remerciements à tous mes amis et collègues de l'université de Djelfa ainsi à tous ceux qui ont contribués de près ou de loin, à la concrétisation de ce travail.



Dédicaces

- ✓ *A mes très chers parents « Mon Père et ma Mère » qui ont toujours été là pour moi, et qui m'ont donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance.*
- ✓ *A ma femme et mon fils.*
- ✓ *A mes frères et sœurs.*
- ✓ *A mes beaux parents.*
- ✓ *A toute ma famille.*
- ✓ *A tous mes amis et mes collègues.*

Dahmene HACHI

Sommaire

Sommaire

Introduction Générale

Chapitre I : État de l'art

I-1-	Introduction.....	6
I-2-	Matériaux composites	6
I-2-1-	Architecture du composite	8
I-2-1-1-	Structures unidirectionnelles	8
I-2-1-2-	Structures tissées	8
I-2-1-3-	Structures Stratifiés	9
I-2-1-4-	Structures sandwich.....	9
I-2-2-	Principaux défauts affectant les matériaux composites	10
I-2-2-1-	Porosité	11
I-2-2-2-	Décohésion fibre/matrice	11
I-2-2-3-	Délaminage	12
I-2-2-4-	Inclusion interlaminaire	12
I-2-2-5-	Rupture de fibres.....	13
I-2-2-6-	Ondulation des fibres.....	13
I-2-3-	Les matériaux composites à fibres de carbone (MCFCs).....	14
I-2-3-1-	La conductivité électrique des MCFCs stratifiés	14
I-3-	CND appliqué aux matériaux composites	16
I-3-1-	Techniques de contrôle non destructif (CND).....	17
I-3-1-1-	Technique de CND par courants de Foucault.....	19
I-3-1-2-	Phénomène électromagnétique	19
I-3-1-3-	Effet de peau	20
I-3-2-	Réponse d'un capteur à courants de Foucault.....	21
I-3-2-1-	Mesure des variations d'impédance dues aux courants de Foucault.....	22
I-3-3-	Capteurs.....	23
I-3-3-1-	Les capteurs à double fonction	24
I-3-3-2-	Les capteurs à fonction séparée	24
I-3-4-	Les techniques de mesures	25
I-3-4-1-	Le mode absolu	25
I-3-4-2-	Le mode absolu compensé	25
I-3-4-3-	Mode différentiel.....	25

I-3-4-4-	Taille de l'élément de mesure.....	26
I-3-5-	Différents modes d'excitation.....	26
I-3-5-1-	Excitation mono fréquence	26
I-3-5-2-	Excitation multifréquence	26
I-3-5-3-	Excitation pulsée	26
I-3-6-	Problématique d'un système de CND CF.....	26
I-3-7-	Intérêt et limites	27
I-3-8-	Les capteurs et les fréquences utilisées pour caractériser les matériaux composites à fibres de carbone (MCFCs)	28
I-4-	Conclusion	30

Chapitre II : Formulations et Modélisation Numérique par MEF

II-1-	Introduction.....	33
II-2-	Description du système de CND par CF.....	34
II-3-	Modélisation du système	35
II-3-1-	Lois de comportements	36
II-3-2-	Conditions de passage	37
II-3-3-	Conditions aux limites.....	38
II-3-4-	Conditions de jauge	38
II-3-5-	Formulation magnétodynamique	38
II-3-6-	Formulation en champ électrique E	39
II-3-7-	Formulation en champ électrique H	39
II-3-8-	Formulation en potentiels vecteur magnétique et scalaire électrique $AV - A$	40
II-3-9-	Formulation en potentiels vecteur électrique et scalaire magnétique $T\phi - \phi$	41
II-3-10-	Choix d'une formulation.....	43
II-3-11-	Formulation en potentiels vecteur électrique modifiée (T -Itérative) :.....	44
II-4-	Méthodes numériques de résolution des équations électromagnétiques	47
II-5-	Approximation éléments finis des formulations magnétodynamiques harmoniques	48
II-5-1-	Discrétisation de la formulation magnétodynamique $AV - A$	51
II-5-2-	Discrétisation de la formulation magnétodynamique T modifiée (T -Itérative).....	52
II-5-3-	Discrétisation spatiale (Maillage)	53
II-6-	Calcul de la variation d'impédance de l'inducteur	54
II-6-1-	Approche énergétique	54
II-6-2-	Approche intégrale	55

II-6-3-	Organigramme de calcul par éléments finis	56
II-7-	Conclusion	57

Chapitre III : Implémentation de la Méthode \vec{T} -Itérative pour la Caractérisation des MCFCs Stratifiés

III-1-	Introduction.....	59
III-2-	Validation par JSAEM benchmark problem No.1	59
III-3-	Validation sur une plaque anisotrope	63
III-3-1-	Bobine à axe vertical sur une plaque anisotrope	63
III-3-2-	Bobine à axe vertical sur une plaque en MCFC à plusieurs orientations des fibres	69
III-4-	Application	71
III-4-1-	Caractérisation géométrique d'une plaque en MCFC unidirectionnelle	73
III-4-2-	Caractérisation géométrique d'une plaque en MCFC stratifiés bidirectionnelle	74
III-4-3-	Caractérisation géométrique d'une plaque en MCFC stratifiés multidirectionnelle	76
III-5-	Influence de la variation de la conductivité d'une plaque unidirectionnelle en MCFC sur la réponse du capteur	77
III-6-	Traitement du problème inverse	79
III-6-1-	Inversion directe.....	80
III-6-2-	Inversion itérative basée sur un modèle direct	80
III-6-3-	Problème à caractère mal posé.....	81
III-6-4-	Stratégie de traitement du problème inverse.....	81
III-6-5-	Estimation d'une grandeur par la méthode du problème inverse.....	83
III-6-6-	Modèle direct par réseaux de neurones MLP :.....	84
III-6-7-	Test du problème direct :	84
III-6-8-	Identification simultanée des conductivités longitudinale et transversale :.....	88
III-6-8-1-	Application :.....	88
III-6-8-2-	Résultat de l'inversion.....	89
III-7-	Conclusion	92

Chapitre IV : Caractérisation d'un MCFC Stratifié à l'aide d'un Capteur à CF Circulaire Multi-Bobines

IV-1-	Introduction.....	94
IV-2-	Caractérisation d'une plaque en MCFC :	95
IV-2-1-	Description du système modélisé :.....	95

IV-2-2-	Application sur plaque multidirectionnelle en MCFC sans défaut	97
IV-2-3-	Application sur plaque multidirectionnelle en MCFC avec défaut	98
IV-2-3-1-	Défaut dans un pli	100
IV-2-3-2-	Défaut entre deux plis adjacents	102
IV-3-	Conclusion :	104

Conclusion Générale

Résumé

Références Bibliographiques

Annexe

Liste des figures

CHAPITRE I :

Figure I.1 : Constituants d'un matériau composite (Bensaid, 2006)	6
Figure I.2 : Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules	7
Figure I.3 : Structures unidirectionnelles	8
Figure I.4 : Structures tissées (Wen et al., 2011)	8
Figure I.5 : Les structures stratifiées (Bensaid, 2006).....	9
Figure I.6 : Structures sandwich (Guillaume Wasselynck, 2011).....	10
Figure I.7 : Résumé des différents défauts des matériaux composites	10
Figure I.8 : Coupe montrant la porosité dans un matériau composite unidirectionnel, (a) macro-pore, (b) micro-pore (Abdelwahed et al., 2014).....	11
Figure I.9 : Décohésion fibre/matrice (Gamstedt & Sjögren, 1999).....	11
Figure I.10 : Délaminage induit d'une rupture de matrice (Sridharan, 2008).....	12
Figure I.11 : Inclusion interlaminaire (Greenhalgh, 2009).....	12
Figure I.12 : Résumé des différents défauts des matériaux composites (Davies & Olsson, 2004)	13
Figure I.13 : Ondulation des fibres (Joyce & Moon, 1998).....	13
Figure I.14 : Structure stratifiée	14
Figure I.15 : Pli d'un matériau composite stratifié	16
Figure I.16 : Génération des courants de Foucault dans un matériau conducteur	20
Figure I.17 : Répartition des Courants de Foucault sous une surface plane	21
Figure I.18 : Principe de mesure de la variation d'impédance.....	22
Figure I.19 : Principe de mesure de la variation d'impédance par pont de Wheatstone.....	23
Figure I.20 : Capteur à double fonction	24
Figure I.21 : Capteur à fonction séparée	24
Figure I.22 : Exemple de mode absolu compensé.....	25
Figure I.23 : Exemple de capteur différentiel.....	25
Figure I.24 : Configurations particulières de capteurs CF pour le contrôle des MCFCs (a) Capteur tournant (Mook et al., 2001), (b) Capteurs à bobines orthogonales (Grimberg et al., 2006; Savin et al., 2000)	29

CHAPITRE II :

Figure II.1: Différentes parties du système étudié	34
Figure II.2: Interface entre deux milieux.....	37
Figure II.3: Différentes parties du système étudié	44
Figure II.4: Méthode de résolution itérative.....	46
Figure II.5: Organigramme de calcul par éléments finis.....	56

CHAPITRE III :

Figure III.1: JSAEM Benchmark Pb N°1	60
Figure III.2: a)- Maillage du système étudié, b)- Zoom de Maillage de la bobine.....	60
Figure III.3: Variation de l'impédance de la bobine on fonction du rayon fictif des courants de Foucault (R_{CF})	61
Figure III.4: Distribution de la densité des courants induits en fonction du rayon fictif des courants de Foucault	62
Figure III.5: Bobine à axe vertical au-dessus d'une plaque conductrice anisotrope.....	63
Figure III.6: Maillage du système étudié.....	64
Figure III.7: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de la fréquence pour une épaisseur de la plaque 0.125mm et de lift-off 0.01mm	65
Figure III.8: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de la fréquence pour une épaisseur de la plaque 0.5mm et de lift-off 0.01mm	65
Figure III.9: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de la fréquence pour une épaisseur de la plaque 1 mm et de lift-off 0.01mm	66
Figure III.10: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la plaque pour une fréquence de 0.1 MHz et de lift-off 0.01mm.....	67
Figure III.11: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la plaque pour une fréquence de 4.5 MHz et de lift-off 0.01mm.....	67
Figure III.12: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la plaque pour une fréquence de 10 MHz et de lift-off 0.01mm.....	68
Figure III.13: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de Lift-off pour une fréquence de 10 MHz et une épaisseur de 0.125 mm.....	69

Figure III.14: Distribution des fléchés des courants de induits dans une plaque unidirectionnelle pour plusieurs orientations des fibres $\theta = 0^\circ$	70
Figure III.15: Distribution des courants de induits dans une plaque unidirectionnelle pour plusieurs orientations des fibres $\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 135^\circ$	70
Figure III.16: Bobine rectangulaire au-dessus d'une plaque unidirectionnelle.....	71
Figure III.17: Maillage du système, bobine-plaque Multidirectionnelle	72
Figure III.18: Configuration des orientations des fibres d'une plaque unidirectionnelle pour différents angles (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$).....	73
Figure III.19: Variation de l'impédance normalisée d'une plaque unidirectionnelle pour différentes orientations (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$	74
Figure III.20: Configuration des orientations des fibres des plis d'une plaque bidirectionnelle pour différents angles (a) ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$), (b) ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$) et (c) ($\theta = 0^\circ, \theta = 135^\circ$)	75
Figure III.21: Variation de l'impédance normalisée d'une plaque bidirectionnelle pour les configurations des plis (a) ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$), (b) ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$) et (c) ($\theta = 0^\circ, \theta = 135^\circ$)	75
Figure III.22: Configuration des orientations des fibres d'une plaque multidirectionnelle pour différents angles ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = -45^\circ$), ($\theta = 90^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 0^\circ, \theta = -45^\circ$)	76
Figure III.23: Variation de l'impédance normalisée d'une plaque multidirectionnelle pour les configurations des plis ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = -45^\circ$), ($\theta = 90^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 0^\circ, \theta = -45^\circ$)	76
Figure III.24: Variation de l'impédance normalisée (ΔZ_{Norm}) en fonction de l'angle de rotation de la bobine au-dessus d'un pli pour différentes valeurs des conductivités (a) longitudinale (avec $\sigma_T = 10^2 S/m$), et (b) transversale (avec $\sigma_L = 10^4 S/m$)	77
Figure III.25: Variation de l'impédance normalisée ($\Delta Z_0, \Delta Z_{22.5}, \Delta Z_{45}, \Delta Z_{67.5}$ et ΔZ_{90}) d'une bobine au-dessus d'un pli en fonction des conductivités σ_L et σ_T (a): ΔZ_N pour $\theta = 0^\circ$ (b): ΔZ_N pour $\theta = 22.5^\circ$ (c): ΔZ_N pour $\theta = 45^\circ$ (d): ΔZ_N pour $\theta = 67.5^\circ$ (e): ΔZ_N pour $\theta = 90^\circ$	78
Figure III.26: Schéma d'étude général d'un problème inverse	79
Figure III.27: Inversion d'un modèle direct.....	80
Figure III.28: Schéma du processus itératif d'inversion	80
Figure III.29: Schéma Fonctionnel.....	82
Figure III.30: Algorithme itératif de minimisation de la fonction objectif.....	83
Figure III.31: Mise en œuvre du réseau MLP.....	84
Figure III.32: La variation de l'impédance normalisée en fonction de l'angle de rotation.....	85
Figure III.33: Régression et l'erreur quadratique moyenne (EQM) du RNA.....	85
Figure III.34: Conductivités longitudinale et transversale de référence	86

Figure III.35: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = 0$	86
Figure III.36: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \pi/8$	87
Figure III.37: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \pi/4$	87
Figure III.38: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = 3\pi/8$	87
Figure III.39: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \pi/2$	88
Figure III.40: l'allure de la variation d'impédance normalisée en fonction de la position angulaire pendant l'inversion	89
Figure III.41: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 1)	89
Figure III.42: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 2)	90
Figure III.43: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 3)	90
Figure III.44: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 4)	91

CHAPITRE IV :

Figure IV.1: Différentes parties du système à étudier	96
Figure IV.2: Connexion et excitation des bobines	96
Figure IV.3: Maillage du dispositif étudié	96
Figure IV.4: Comparaison entre les résultats obtenus et ceux existants dans la littérature	97
Figure IV.5: Répartition des courants induits dans une plaque en MCFC sans défaut à quatre plis avec les orientations des fibres (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$	98
Figure IV.6: Position d'un défaut dans une plaque MCFC stratifié	99
Figure IV.7: Répartition des courants de induits dans une plaque en MCFC avec défaut à quatre plis avec les orientations des fibres (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$	100
Figure IV.8: Variations d'impédance normalisée d'un défaut positionné dans un pli ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 45^\circ$)	101
Figure IV.9: Variations d'impédance normalisée d'un défaut positionné dans un pli ($\theta = 90^\circ$, $\theta = -45^\circ$)	102
Figure IV.10: Variations d'impédance normalisée d'un défaut positionné entre deux plis adjacentes ..	103

Liste des tableaux

CHAPITRE II:

Tableau II.1: Avantages et inconvénients des formulations en potentiels.....	43
--	----

CHAPITRE III:

Tableau III.1: Paramètres du problème JSAEM Benchmark N°1	59
Tableau III.2: Variation de l'impédance de la Bobine.	61
Tableau III.3: Caractéristiques physiques et géométriques.....	63
Tableau III.4: Caractéristiques physiques et géométriques.....	72
Tableau III.5: Temps de CPU pour chaque application.....	77
Tableau III.6: Les différentes grandeurs d'inversion pour chaque application	91

CHAPITRE IV:

Tableau IV. 1: Caractéristiques du dispositif à étudier.....	96
--	----

Introduction Générale

Introduction Générale

Aujourd'hui, les matériaux composites occupent une place privilégiée dans les domaines industriels et sont de plus en plus populaires par rapport aux matériaux homogènes, en raison de leurs propriétés mécaniques, telles que la résistance mécanique est élevée, la légèreté, la résistance à la corrosion et la capacité à s'adapter à des formes géométriques complexes. C'est ce qui rend leur utilisation répandue dans plusieurs secteurs industriels tels que : l'aérospatial, le transport aérien, le maritime et le rail, la santé, les sports, les éoliennes et bien d'autres [ZiKu18], [KuDa18], [Kar16], [CIHu19], [RPBB16], [Noto16].

Malgré les avantages multiples qui caractérisent les matériaux composites, les risques de défaillances peuvent provoquer des modifications importantes de leurs caractéristiques et produire des défaillances et des perturbations dans les dispositifs industriels [TaSi12], [JoPL13], [Bhat13]. De nombreuses méthodes de contrôle non destructif (CND) et d'évaluation non destructive (END) sont actuellement utilisées pour la recherche et la qualification des défauts dans les pièces d'une part, et la caractérisation des propriétés physiques et géométriques des matériaux d'autre part. Ces méthodes jouent un rôle très important dans le contrôle de la qualité et dans la gestion des risques. Leurs applications sont déjà très connues dans nombreux secteurs industriels comme l'aéronautique, le nucléaire, la production d'électricité, l'automobile, métallurgie ...etc.

Les principales exigences du CND sont : la capacité de détecter et discriminer les défauts de différentes natures, le dimensionnement précis des défauts, l'inspection rapide et fiable, la capacité d'inspection des structures de formes complexes. Vis-à-vis à ces besoins, les matériaux composites sont de natures très complexes par leur hétérogénéité, leur forte anisotropie et du nombre des couches, ces matériaux posent encore des problèmes pour les méthodes actuelles du CND.

Récemment, des expériences ont démontré qu'il est possible d'effectuer le CND des matériaux composites à des fibres conductrices à moindre coût, en adaptant des équipements à courants de Foucault conventionnelle [JaTT21], [LLCA15], [BaAB08], [MoLK01], [Gros00], [SYKM98], [Reyn84]. L'utilisation réussie de cette technique (CND-CF) pour localiser et caractériser des défauts notamment dans les matériaux composites à fibres de carbone (MCFCs) [MoLK01], [LMGG91], [Gros95], [Gros98], [SGCP00], [GSSB06]. De plus le contrôle par courant de Foucault a été utilisé pour caractériser les propriétés physiques de ce type de matériaux [MoLK01].

Dans la littérature il existe plusieurs structures de matériaux composites à fibre de carbone tel que : les monocouches, les stratifiées et les sandwichs [BuEd93], [Bens06], nous limitons notre étude aux structures stratifiées, elles sont composées d'une ou plusieurs plis unidirectionnels ou multidirectionnelles. Les courants de Foucault sont sensibles aux plusieurs discontinuées tel que : les inclusions, le délaminage, les porosités, la ruptures de fibres [Gree09], même lorsque celles-ci sont si petites qu'elles ne peuvent être détectées par d'autres techniques, et cela représente un avantage significatif.

Les principales difficultés rencontrées dans la modélisation du champ électromagnétique dans les MCFCs sont liées à leurs dimensions multi-échelles, à leurs fortes anisotropies, à l'hétérogénéité de leurs structures, ainsi qu'à des couplages capacitifs complexes aux fréquences élevées [MoLK01], [MeFé10], ces phénomènes qui imposent des approches de modélisation en 3D.

Lorsque les systèmes modélisés impliquent des dimensions à l'échelle des fibres, les approches de modélisation numériques classiques restent très difficile en trois dimensions, puisque ces méthodes exigent une discrétisation (maillage) complète du domaine d'étude avec une taille d'éléments adaptés pour prendre en charge les variations des paramètres physiques des différents sous-domaines. Pour remédier le problème d'hétérogénéité, la structure hétérogène du matériau est remplacée par une structure homogène avec une anisotropie équivalente. La conductivité électrique de chaque couche est représentée par un tenseur qui s'exprime en fonction des conductivités suivant les axes parallèle et transversal aux fibres, ainsi que de l'angle d'orientation des fibres dans un repère choisi [Bens06], [Mena09], [Yue12].

Afin de développer des outils de conception et d'analyse, ainsi que des outils d'aide à la décision, pour le CND-CF des matériaux composites conducteurs, il est nécessaire de développer un modèle numérique rapide et précis, intégrant ces matériaux dans un calcul du champ électromagnétique.

Les principaux objectifs de ce travail sont divisés en deux parties :

Premièrement de développer un modèle numérique de type éléments finis, rapide et précis basé sur la formulation électromagnétique en potentiel vecteur électriques et la loi de Biot et savart, on prend en considération de l'anisotropie de la conductivité électrique des matériaux composites à fibres de carbone. Pour la caractérisation des plaques en MCFCs par un capteur rectangulaire tournant.

Deuxièmement nous proposons une nouvelle architecture de dispositif de CND-CF utilisant des capteurs circulaire multi-bobines à la place des capteurs rotatifs conventionnelle. Ceci pour

éviter la rotation mécanique du capteur conventionnelle, afin de minimiser le temps d'inspection et les bruits de mesures, son avantage est d'inspecter et caractériser les plaques MCFCs. La modélisation est faite par l'utilisation de formulation électromagnétique en potentiel vecteur magnétique et scalaire électrique et la méthode des éléments finies (MEF).

Dans un premier temps et dans les limites fréquentielles où les effets capacitifs peuvent être négligés, nous avons développé un modèle numérique basé sur la formulation en potentiel vecteur électrique pour le calcul du champ électromagnétique dans les MCFCs.

Dont ce modèle on tient compte naturellement de la conservation du courant électrique et de la densité du flux magnétique. De laquelle, le terme intégral permet de limiter le domaine d'étude aux parties actives du système modélisé (Capteur/Plaque), grâce à l'utilisation de la loi de Biot et savart. Ces dernières sont discrétisées séparément ; les aspects multi-échelles et les mouvements sont donc traités plus facilement.

L'outil développé sera validé, premièrement pour inspecter une plaque en matériau isotrope en comparant les résultats numériques obtenus à ceux trouvés à l'aide d'un dispositif expérimentale JSAEM Benchmark No.1 présenté dans la littérature [Yue12], [ARTU98]. Puis pour examiner une plaque en matériau anisotrope le code développé sera validé par comparaison des résultats numériques obtenus avec des résultats à ceux obtenus par des calculs analytiques de l'impédance d'une bobine au front d'une plaque mince anisotrope [Burk90]. Ainsi nous proposons une nouvelle méthodologie inverse afin d'identifier simultanément les conductivités électriques longitudinale et transversale d'un matériau composite a fibre de carbone MCFC stratifié basé sur l'inversion d'un modelé direct utilisant l'apprentissage par réseaux de neurones ainsi que la méthode de simplex.

Dans un second temps, nous avons étudié par simulation numérique basée sur la formulation \vec{A} - V en 3D, une nouvelle configuration d'un capteur circulaire multi-bobines, excité par une source de courant sinusoïdale dans le but d'éliminer la rotation mécanique des capteurs conventionnels pour la caractérisation des plaques en MCFCs multidirectionnel. De plus, l'inspection d'une plaque en MCFC en présence d'un défaut qui sera positionné alternativement dans les différents plis, puis une deuxième application traitant un défaut entre deux plis adjacents. Les résultats numériques obtenus seront comparés à ceux trouvés dans la littérature [MoLK01], [MeFé10], [Mena09].

Ce travail est composé de quatre chapitres et est structuré comme suit :

Le premier chapitre sera consacré à une étude bibliographique sur les matériaux composites, particulièrement les composites à fibres de carbone stratifié. Nous nous intéresserons à leurs

caractéristiques et aux défauts qui peuvent les affecter. Nous présenterons les différentes techniques de contrôle en accordant une attention particulière au contrôle par courants de Foucault et aux problèmes qui peuvent se poser lors de la modélisation. La mise en équation et la formulation du problème électromagnétique seront développées dans le second chapitre, et le troisième chapitre traitera, l'implémentation et la validation du modèle de calcul développé basé sur la formulation en potentiel vecteur électrique, pour la caractérisation des plaques en MCFCs stratifiés et la détermination de leur tenseur de conductivité. Le dernier chapitre sera dédié à l'implémentation et la validation d'une nouvelle architecture de dispositif CND-CF utilisant des capteurs statiques circulaires multi-bobines à la place des capteurs rotatifs conventionnels, pour la caractérisation et la détection des défauts dans les MCFCs stratifiés. On terminera ce travail de thèse par une conclusion générale et quelques perspectives.

Chapitre I :

État de l'art

I-1- Introduction

Le contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault (CF) pour l'évaluation des propriétés physiques et géométriques et la détection des défauts est d'un grand intérêt dans de nombreux secteurs industriels. L'utilisation d'outils de modélisation adaptés permet d'améliorer les procédés de contrôle et la compréhension des données expérimentales observées. Selon la nature du matériau à tester et du phénomène physique mis en jeu, plusieurs techniques sont utilisées. Parmi ces méthodes, on s'intéressera à celle qui est basée sur le phénomène des courants de Foucault. Cette technique permet d'inspecter la surface d'un objet en matériau conducteur et la zone qu'elle enveloppe. En effet, elle est basée sur le phénomène de l'induction électromagnétique.

Dans ce chapitre on présentera une synthèse sur les matériaux composites (anisotropes) et leurs avantages par rapport aux matériaux isotropes et les défauts rencontrés dans ce genre de matériaux, puis nous donnons un aperçu général sur le contrôle non destructif on s'intéresse à la technique des courants de Foucault et on mentionne leurs intérêts ainsi que leurs limites. Ensuite on présentera l'application de CND par courants de Foucault pour les matériaux composite à fibre de carbone (MCFC), et quels sont les types de capteurs utilisés et à quelle fréquence de travail choisie, et finalement, quelles sont les grandeurs qu'on peut exploiter pour la caractérisation.

I-2- Matériaux composites

Un matériau composite est un matériau hétérogène formé d'au moins deux constituants non miscibles, disposés selon une organisation géométrique particulière. Quasiment les constituants d'un composite peuvent être séparés en deux ensembles : les renforts et la matrice (Figure I.1).

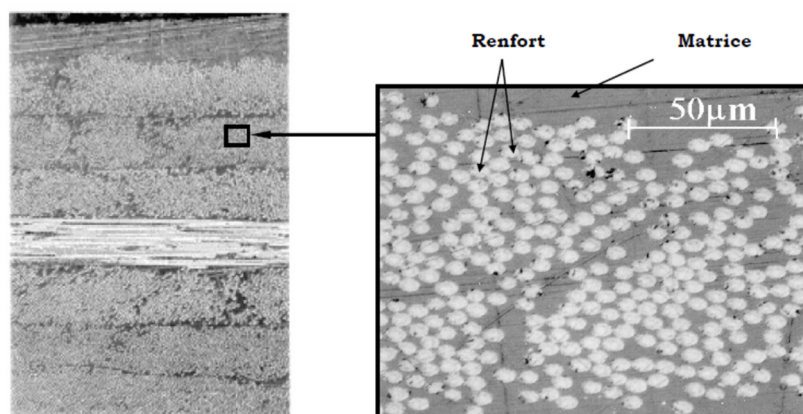


Figure I.1 : Constituants d'un matériau composite [Bens06]

Le renfort est généralement composé de matériau plus dur que la matrice ; son rôle principal est d'assurer au matériau une grande résistance surtout à la traction, les renforts se présentent

sous forme de grenaille ou de fibres (continues ou discontinues), l'arrangement des fibres et leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure [Gorn08].

Différentes fibres peuvent être employées avec ces matrices. Les plus courantes sont :

- **Les fibres de verre** : Elles sont les moins chères à fabriquer et par conséquent les plus utilisées ;
- **Les fibres de basalte** : Elles possèdent de meilleures propriétés physicomécaniques que la fibre de verre. Elles sont utilisées généralement là où la résistance au feu est requise ;
- **Les fibres d'aramides (Kevlar)** : Ce sont des fibres synthétiques qui présentent de bonnes propriétés mécaniques (sauf à la compression). Elles se présentent comme un substitut de l'amiante ;
- **Les composites à fibres de carbone** : Plus coûteuses mais très performantes d'un point de vue mécanique, utilisées notamment en aéronautique, en construction industrielle et dans les sports et loisirs, elles constituent l'objet principal de notre intérêt et seront présentées plus en détail dans la section qui suit.

La matrice dans laquelle sont noyés les renforts, assurant la cohésion de l'ensemble elle permet également la transmission des efforts mécaniques vers les renforts.

La matrice est généralement homogène et isotrope ; on distingue les matrices céramiques, les matrices métalliques, les matrices organiques [Gorn08].

Il existe de très nombreuses organisations géométriques possibles voir Figure I.2, aussi bien au niveau des constituants eux-mêmes (renforts sous forme de fibres longues, fibres courtes ou particules) que de la façon dont ils sont disposés (sous forme de fils qui sont ensuite tissés, de plis unidirectionnels qui sont empilés...). Selon l'organisation géométrique choisie, les propriétés du composite peuvent varier du tout au tout.

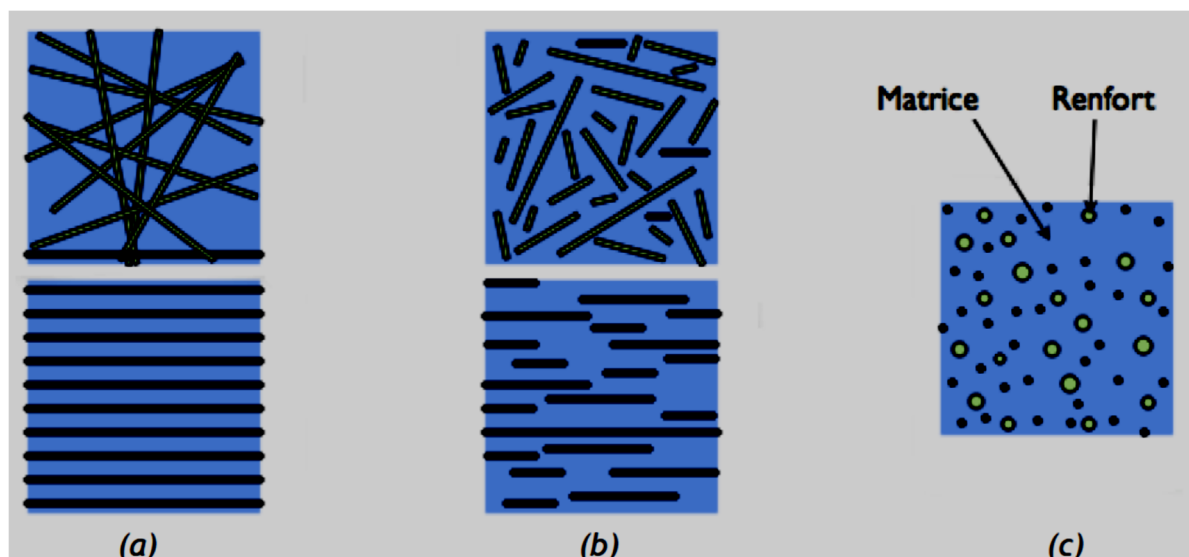


Figure I.2 : Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules

I-2-1- Architecture du composite

Les structures des matériaux composites peuvent être classées en quatre types :

- Structures unidirectionnelles
- Structures tissées
- Structures stratifiées
- Structures en sandwiches

I-2-1-1- Structures unidirectionnelles

Dans ces structures, toutes les fibres sont orientées suivant la même direction afin de privilégier cette direction sur les efforts (Figure I.3). Les caractéristiques de ces matériaux selon les différents axes sont fortement anisotropes. Par exemple, la conductivité électrique le long des fibres est très supérieure à la conductivité suivant les autres axes.

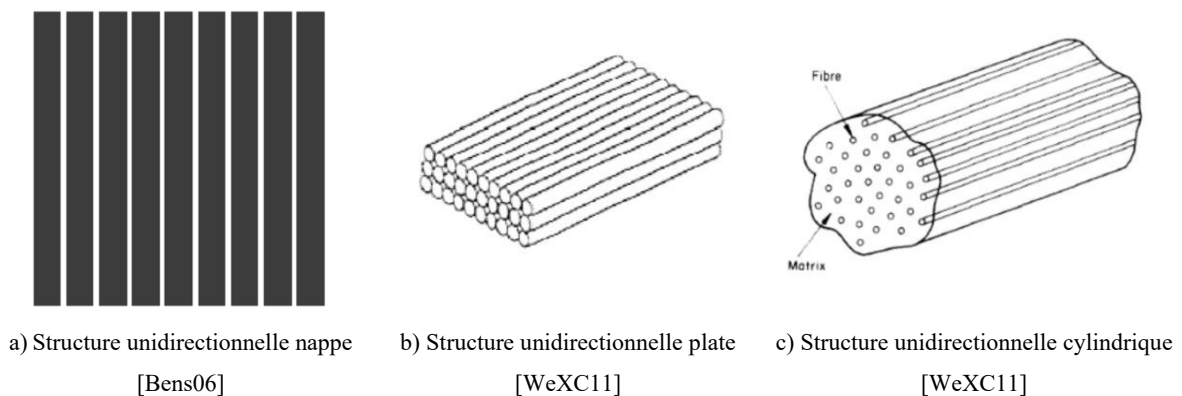


Figure I.3 : Structures unidirectionnelles

I-2-1-2- Structures tissées

Dans les matériaux composites tissés, les fibres sont tressées l'une autour de l'autre. Cette structure améliore la résistance des composites dans lequel les fibres sont placées dans deux ou trois directions orthogonales les unes par rapport aux autres comme le montre dans la Figure I.4. Ces matériaux restent très limités en raison de leur coût de production très élevé.

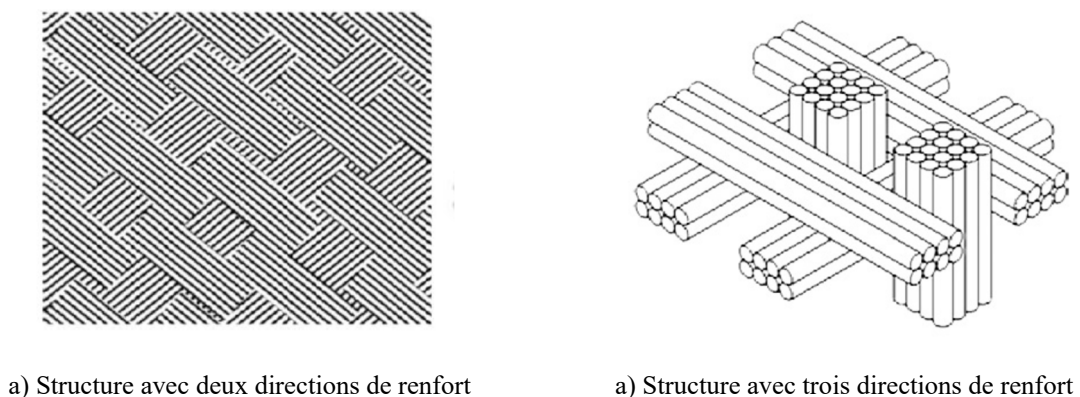


Figure I.4 : Structures tissées [WeXC11]

I-2-1-3- Structures Stratifiées

Un stratifié est constitué d'un empilement de pli unidirectionnel (Figure I.5). Ces différents plis sont orientés selon un ordre prédéfini, ce dernier est consigné dans le plan de drapage. Il donne l'angle de placement θ des plis suivant un référentiel. Les propriétés mécanique, électromagnétique et thermique du composite sont alors fortement dépendantes du plan de drapage [Wass11].

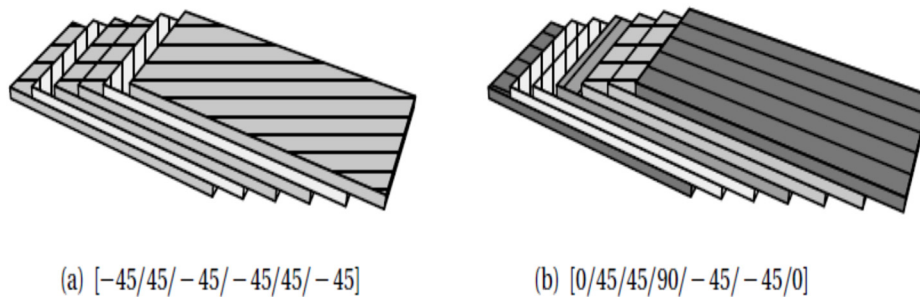


Figure I.5 : Les structures stratifiées [Bens06]

Il existe trois types de drapage différents [Wass11]:

- **L'équilibré** : le stratifié possède le même nombre de plis déposés selon la direction θ que la direction $-\theta$;
- **L'orthogonal** : le composite possède autant de plis suivant l'angle 0° que suivant l'angle 90° ;
- **Le symétrique ou miroir** : les plis sont placés de façon symétrique par rapport au plan moyen du stratifié.

Ces stratifiés sont beaucoup utilisés dans l'industrie aéronautique car ils permettent d'obtenir des matériaux avec des propriétés mécaniques dirigées au mieux suivant les contraintes subies par la pièce.

I-2-1-4- Structures sandwich

Dans la littérature, la structure sandwich est la première configuration composite performante et de faible poids [Vins01]. Ce type de composites constitués de deux revêtements (peaux) de grande rigidité avec une faible épaisseur, collés ou soudés de part et d'autre d'une âme plus légère, de forte épaisseur et de faible conductivité (Figure I.6). Cette configuration donne l'avantage d'avoir des structures très légères, d'une grande rigidité à la flexion., de très bon isolant thermique. Mais, ils ne sont pas de bons isolants acoustiques car ils n'amortissent pas le son.

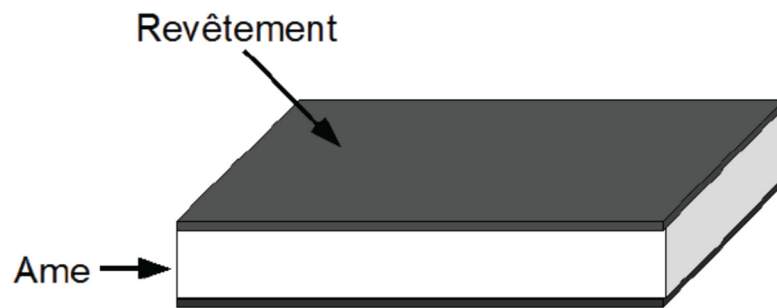


Figure I.6 : Structures sandwich [Wass11]

I-2-2- Principaux défauts affectant les matériaux composites

Les défauts dans les matériaux composites diminuent sa résistance mécanique et augmentent le risque de rupture.

Ils peuvent se développer lors d'une augmentation de l'intensité de chargement et devenir des défauts macroscopiques qui conduisent à la rupture finale de la pièce.

La majorité des anomalies dans les matériaux composites apparaissent durant la phase de fabrication ou en service. Les corps étrangers ou les inclusions, la porosité, la surconcentration de fibres, la surconcentration de la résine, l'ondulation des fibres et le plan de drapage incorrect sont des défauts apparaissent durant la procédure de fabrication, mais en service des autres types des défauts qui peuvent apparaître dans les matériaux composite (Figure I.7) par exemple les fissurations et les ruptures de la matrice, les ruptures de fibres, les décohésions fibre–matrice et les délaminages [Gree09]. Nous présenterons ci-dessous quelques défauts qui peuvent s'apparaître dans les matériaux composites.

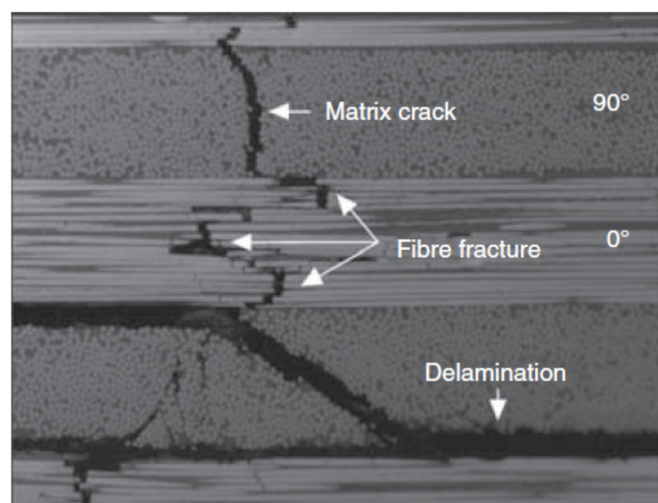


Figure I.7 : Résumé des différents défauts des matériaux composites [DaOl04]

I-2-2-1- Porosité

Ces défauts sont présents à l'échelle microscopique. Ils peuvent être exprimée par le rapport du volume de vide au volume total du composite, Lorsque le diamètre de vide atteint $2500\mu\text{m}$, ils deviennent des défauts macroscopiques [Ledr09] voir la Figure I.8.

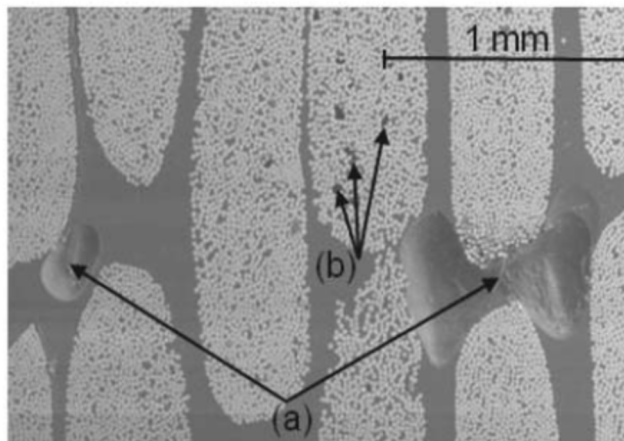


Figure I.8 : Coupe montrant la porosité dans un matériau composite unidirectionnel, (a) macro-pore, (b) micro-pore [AWBB14]

I-2-2-2- Décohésion fibre/matrice

Ce défaut qui apparait à l'échelle macroscopique résulte des sollicitations en traction/compression ou en cisaillement, dans la matrice autour des fibres. Ils conduisent à la perte d'adhérence entre fibres et matrice [Trov10]. La Figure I.9-a montre une image de ce défaut. Ce type de défaut augment progressivement avec l'intensité de la contrainte, à l'échelle macroscopique les décohésions entre fibres et matrices peuvent se rejoindre pour former des fissures dans l'épaisseur du pli (Figure I.9-b) ; passé un certain niveau de chargement, ce phénomène est instable, et les fissures se propagent rapidement jusqu'à traverser toute la largeur et toute l'épaisseur du pli (ruptures de la matrice) [GaSj99]. Ce phénomène affecte typiquement les plis à 90° c'est-à-dire les plis perpendiculaires au chargement.

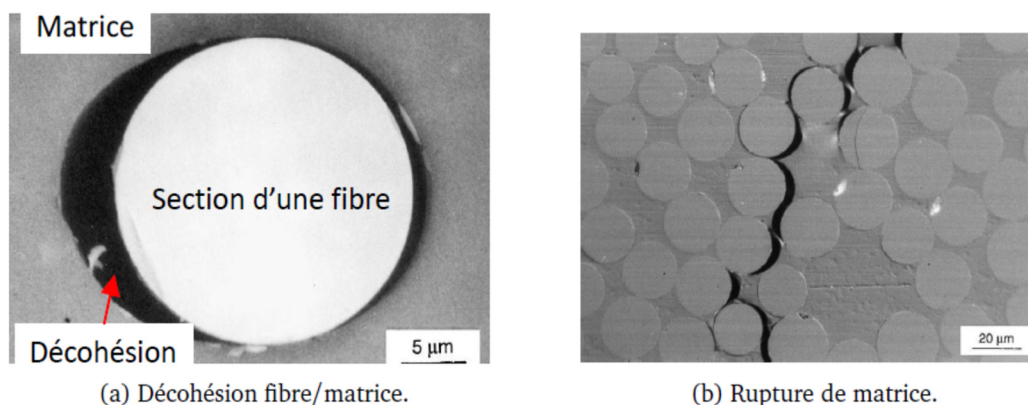


Figure I.9 : Décohésion fibre/matrice [GaSj99]

I-2-2-3- Délaminage

L'interface entre deux plis adjacents d'un stratifié est composée d'une fine couche de la matrice. Ses caractéristiques mécaniques sont très mauvaises par rapport à celles du pli, ce qui laisse les contraintes normales d'arrachements de provoquer des ruptures entre les plis ou des délaminages (une décohésion pli à pli).

Les délaminages se produisent au niveau de l'interface entre deux plis unidirectionnels adjacents du stratifié, Ils peuvent être induits par les ruptures de matrice qui atteignent l'interface entre deux plis comme le montre la Figure I.10.

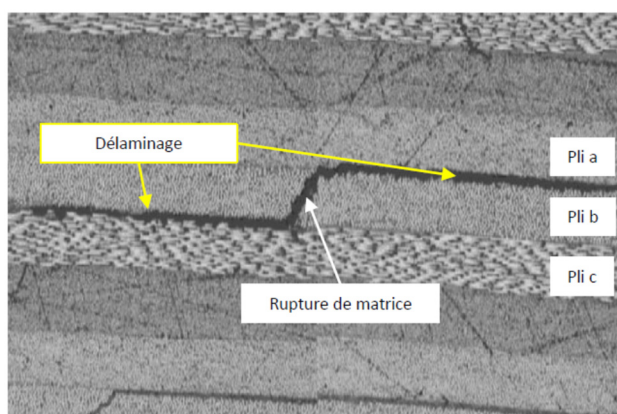


Figure I.10 : Délaminage induit d'une rupture de matrice [Srid08]

I-2-2-4- Inclusion interlaminaire

Les Inclusions interlaminaires (délaminations) des matières étrangères ont été introduites dans le stratifié, qui agit comme un défaut sur le plan interlaminaire. L'exemple de la Figure I.11 montre un morceau de papier support qui a été introduit dans l'interface des plis pendant la fabrication. De plus, l'existence de l'inclusion conduit à une ondulation des fibres hors plan et dans certains cas, dans le plan. Les inclusions interlaminaires sont les principaux défauts qui peuvent se développer lors de la fabrication de composites stratifiés.

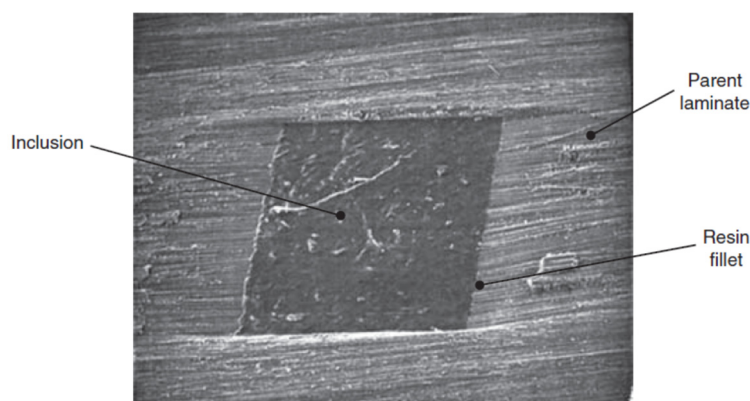


Figure I.11 : Inclusion interlaminaire [Gree09]

I-2-2-5- Rupture de fibres

La rupture des fibres intervient généralement après la fissuration de la matrice et après le délaminage. Ces dégradations peuvent apparaître dans un premier temps suite à des sollicitations perpendiculaires ou de cisaillement mais s'accroissent progressivement avec l'intensité de la contrainte (Figure I.12). Chaque fibre se brise une à une face à ces efforts. Le stratifié perd très rapidement l'essentiel de sa rigidité dans la direction concernée.

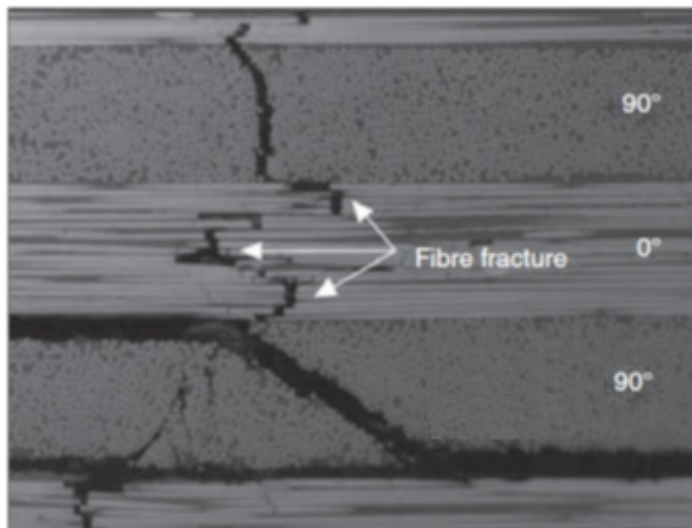


Figure I.12 : Résumé des différents défauts des matériaux composites [DaOl04]

I-2-2-6- Ondulation des fibres

En pratique, les structures composites peuvent être soumises à plusieurs types de défauts générés lors de la fabrication. L'ondulation des fibres est un type de défaut géométrique caractérisé par un désalignement des fibres d'un pli ou d'un groupe de plis rectilignes [HAMP13], [Farn16]. La Figure I.13 illustre l'ondulation des fibres de carbone CFRP induite durant le procédé de moulage par la charge axiale des fibres en présence des contraintes thermiques [PaBB07].

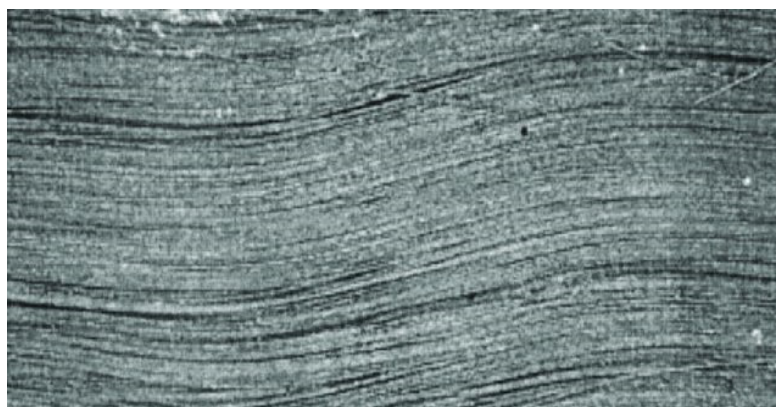


Figure I.13 : Ondulation des fibres [JoMo98]

I-2-3- Les matériaux composites à fibres de carbone (MCFCs)

Dans la littérature il existe plusieurs structures des matériaux composites à fibre de carbone, nous limitons notre étude aux structures multicouches stratifiées Figure I.14. Ils sont composés de plusieurs plis unidirectionnels d'environ 125 μm d'épaisseur, empilées avec différentes orientations de fibres. Chaque pli est constitué de fibres de carbone à un diamètre compris entre 7 et 15 μm , alignées dans la même direction et noyées dans une matrice en polymère, électriquement non conductrice [WTRF10], [MPCC10], [BeTF06]. Selon l'orientation des fibres, ces matériaux sont très utilisés dans le secteur de l'aéronautique.

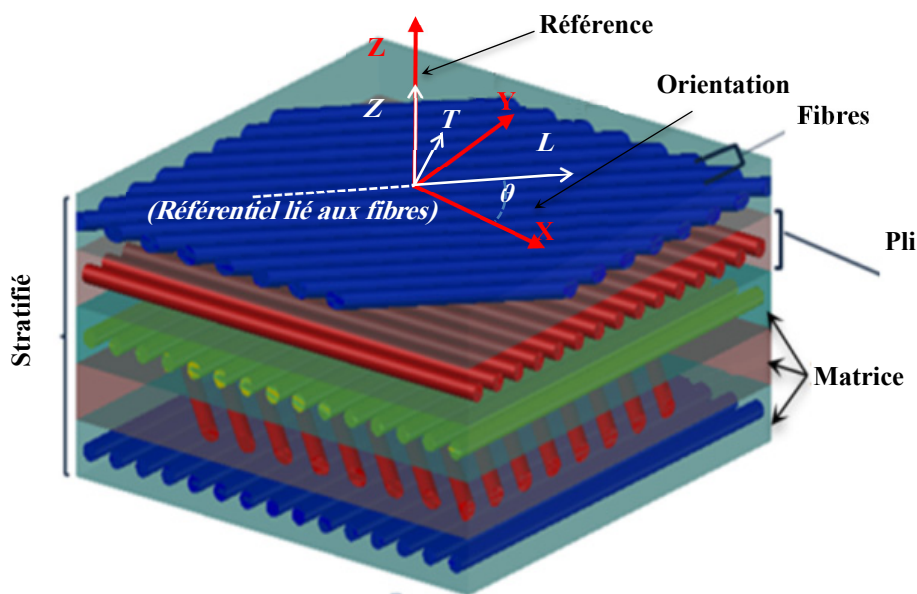


Figure I.14 : Structure stratifiée

I-2-3-1- La conductivité électrique des MCFCs stratifiés

Dans un matériau composite à fibre de carbone stratifiée, la conductivité électrique dépend de la nature des fibres, dans un pli, les fibres sont alignées dans la même direction, ces fibres sont électriquement conductrices uniquement dans le sens des fibres, donc le pli est conducteur dans le sens longitudinal. La conductivité électrique du MCFCs dans le sens transversal aux fibres n'est pas négligeable, car il y a des contacts entre les fibres et cela est dû au fait que les fibres ne sont pas disposées de façon parfaitement alignée, et ne sont pas parfaitement isolées les unes des autres. La conductivité électrique dans un pli (longitudinal) varie entre 5×10^3 et 5×10^4 S / m dans la direction des fibres, et entre 10 et 2×10^2 S / m dans la direction transversale [GSSB06], [MeFé10], [PrWe96]. Le rapport d'anisotropie de la conductivité électrique longitudinale et transversale à la fibre est important. Enfin, Lorsque les plis sont assemblés, une conductivité électrique selon l'épaisseur du stratifié existe car les contacts entre les fibres des plis adjacents existent. La valeur de cette conductivité est d'environ la moitié de la valeur de la conductivité dans la direction transversale aux fibres dans un pli [PrWe96].

Les méthodes d'homogénéisation et les mesures en courant continu à l'aide de la méthode des pointes sont souvent utilisées pour déterminer le tenseur de la conductivité électrique des MCFCs, L'homogénéisation consiste à définir les propriétés globales du matériau à l'échelle macroscopique, grâce aux informations dont on dispose à l'échelle microscopique. Il est donc nécessaire de connaître la structure du matériau et les propriétés physiques de ses constituants [Bens06], [BeTF06], [TrCF00], [PiSe74].

La mesure de la conductivité par la méthode des pointes consiste à appliquer un courant entre deux points et mesurer la tension en d'autres points du système. En utilisant la loi d'Ohm et la loi de conservation du courant électrique qui sont résolues analytiquement sur une géométrie relativement simple, on obtient une relation qui donne la conductivité en fonction du courant appliqué et la tension mesurée. J B Park et al [PHKD06], [PaOT03].

Comme on a décrit précédemment, un stratifié en MCFC est constitué de plusieurs plis. Chaque pli est identifié par l'orientation en degrés entre la direction des fibres et le référentiel. Nous devons considérer trois conductivités par rapport aux fibres (L, T, Z) dans chaque pli, dont le tenseur de conductivité s'exprime comme suit :

$$\bar{\sigma}_{ply} = \begin{pmatrix} \sigma_L & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_T & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_Z \end{pmatrix} \quad (I.1)$$

Où σ_L , σ_T et σ_Z représentent respectivement les conductivités électriques du matériau composite (MCFC), telles que :

σ_L : est la conductivité le long de la direction longitudinale des fibres.

σ_T : est la conductivité en fonction de la section transversale des fibres.

σ_Z : est la conductivité selon l'épaisseur de MCFC.

θ : est l'angle d'orientation des fibres par rapport au référentiel choisi.

Dans la référence liée aux fibres de chaque pli (L, T, Z), la loi d'Ohm s'écrit:

$$\vec{J}_i(ply) = \bar{\sigma}_{ply} \vec{E}_i(ply) \quad (I.2)$$

$$\text{Avec } \vec{J}_{ply} = (J_L \ J_T \ J_Z)^t \quad \text{et} \quad \vec{E}_{ply} = (E_L \ E_T \ E_Z)^t$$

$\vec{J}_i(ply)$ est le vecteur de densité de courant d'un pli, dans un référentiel lié aux fibres.

$\bar{\sigma}_{ply}$ est la matrice de conductivité d'un pli, dans un référentiel lié aux fibres.

$\vec{E}_i(ply)$ est le vecteur de champ électrique d'un pli, dans un référentiel lié aux fibres.

Lorsque les fibres sont orientées selon un angle arbitraire θ (comme le montre la Figure I.15), par rapport à l'axe des x , la matrice de conductivité n'est plus diagonale et il y a couplage croisé des composants. Pour déterminer le nouveau tenseur de conductivité, nous utilisons la

matrice de rotation $\bar{\bar{R}}$ qui relie les composants du système de coordonnées principal et lié aux fibres [PrWe96] :

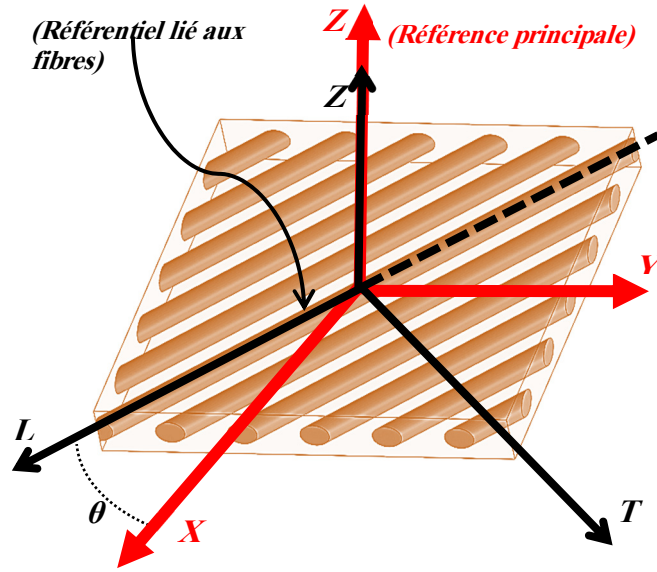


Figure I.15 : Pli d'un matériau composite stratifié

$$\bar{\bar{R}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (I.3)$$

$$\vec{J}_i(\text{pli}) = \bar{\bar{R}}\vec{J}_i \quad \text{et} \quad \vec{E}_i(\text{pli}) = \bar{\bar{R}}\vec{E}_i \quad (I.4)$$

En remplaçant l'équation (I.4) dans l'équation (I.2), nous obtenons :

$$\vec{J}_i = \bar{\bar{R}}^{-1}\bar{\bar{\sigma}}_{\text{pli}}\bar{\bar{R}}\vec{E}_i \quad (I.5)$$

On en déduit donc

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{R}}^{-1}\bar{\bar{\sigma}}_{\text{pli}}\bar{\bar{R}} \quad (I.6)$$

Dans ce cas, le tenseur de conductivité homogénéisé d'une plaque MCFC est donné par l'expression suivante :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_L \cos^2(\theta) + \sigma_T \sin^2(\theta) & \frac{\sigma_L - \sigma_T}{2} \sin(2\theta) & 0 \\ \frac{\sigma_L - \sigma_T}{2} \sin(2\theta) & \sigma_L \cos^2(\theta) + \sigma_T \sin^2(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_Z \end{pmatrix} \quad (I.7)$$

I-3- CND appliqué aux matériaux composites

Diverses techniques de CND s'adaptent aux matériaux composites, notamment les ultrasons [DaYM15], [BeRh90], la radiographie [AOTP17], [XuZH04], la thermographie infrarouge [Conn92], [PMCN16], et des techniques électromagnétiques basées sur la mesure de la

résistance électrique [PaOT03], [AnKI04], [Chun01], ou de la transmission d'un champ électromagnétique radio fréquence [LGGB97].

Les défauts dans le composite diminuent sa résistance mécanique et augmentent le risque de rupture. Ils peuvent se développer lors d'une augmentation de l'intensité de chargement et devenir des défauts macroscopiques qui conduisent à la rupture finale de la pièce. Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéressons particulièrement aux caractérisations de propriétés physiques du MCFC stratifié, puis la détection des défauts qui affectent ce type de matériau, par la technique de contrôle non destructif.

L'utilisation de cette technique est un facteur majeur dans l'évaluation de la qualité de ces types de matériaux.

I-3-1- Techniques de contrôle non destructif (CND)

Le contrôle non destructif (CND) est un ensemble de méthodes qui permettent de caractériser l'état d'intégrité des structures industrielles, sans les dégrader, soit au cours de la production, soit en cours d'utilisation, soit dans le cadre de maintenances. On parle aussi d'essais non destructifs (END) ou d'examens non destructifs.

Les contrôles non destructifs (CND) sont avant tout un outil de contrôle de la qualité et de la fiabilité. Ils sont utilisés pour s'assurer de la sécurité des installations, notamment dans les domaines de :

- L'industrie pétrolière (pipelines, tubes, barres, soudures, réservoirs) ;
- L'industrie navale (contrôle des coques) ;
- L'aéronautique (poutres, ailes d'avion, nombreuses pièces moteurs, trains d'atterrissage, etc.) ;
- L'aérospatiale et l'armée ;
- L'industrie automobile (contrôle des blocs moteurs) ;
- La sidérurgie ;
- La fonderie ;
- La chaudronnerie et la tuyauterie en fabrication ;
- L'industrie de l'énergie : réacteurs nucléaires, chaudières, tuyauterie, turbines, etc. (maintenance des installations) ;
- Le ferroviaire en fabrication et en maintenance notamment pour les organes de sécurité (essieux, roues, bogies) ;
- L'inspection alimentaire ;
- Le Génie Civil et le bâtiment ;
- Autres.

Et en règle générale dans tous les secteurs produisant :

- Des pièces à coût de production élevé en quantité faible, (Nucléaire, Pétrochimique...).
- Des pièces dont la fiabilité de fonctionnement est critique. (Nucléaire, canalisation de gaz...).

Le développement des capteurs et des systèmes de CND performants permet de caractériser au mieux les structures inspectées et de détecter au plus tôt les éventuels défauts (fissures, corrosion...) consécutifs à la fatigue des structures.

En règle générale, quatre principaux critères de performance de ces techniques sont à considérer [Dira09], [Bach12]:

- ***La simplicité de leur mise en œuvre*** (besoin éventuel d'un couplant, pollution éventuelle, besoin de protection de l'opérateur...)
- ***Leurs possibilités de caractérisation*** (capacité à délivrer des informations significatives sur la présence et/ou sur la nature des défauts qui soient directement exploitables par l'opérateur...)
- ***La rapidité de leur mise en œuvre,***
- ***Le coût total des opérations.***

Ces quatre critères sont étroitement liés. Le coût des opérations de contrôle est tributaire du coût de la main-d'œuvre puisqu'un système de CND est d'autant plus économique qu'il est capable de fournir rapidement une information fiable et directement exploitable par un personnel peu qualifié.

Diverses techniques de CND ont été développées pour caractériser et la rechercher des défauts dans différents types de structures et de matériaux, leurs performances respectives peuvent éventuellement être évaluées voire comparées à l'aide des critères précités.

Toutes les techniques de CND ne sont cependant pas comparables, chacune étant appropriée à l'inspection d'une certaine catégorie de matériaux et certains types de défauts, chaque méthode a ses avantages et inconvénients. Ces techniques sont classées par les techniques classiques, telles que le ressuage, la magnétoscopie, les ultrasons, les courants de Foucault, la thermographie, la radiographie et la gammagraphie. Parallèlement à l'amélioration de ces techniques classiques, de nouvelles techniques telles que l'émission acoustique, le bruit Barkhausen, les ultrasons laser et la neutronographie sont progressivement introduites [Bach12].

Le contrôle de la qualité des matériaux homogènes et composites est régulièrement effectué en utilisant les techniques telles que les ultrasons, la radiographie ou la thermographie

infrarouge qui présentent toutefois certaines limitations pour le contrôle de la qualité des matériaux composites. Ces limitations ont trait à la précision, la sensibilité, la fidélité de la mesure, la reproductibilité du signal et parfois aux difficultés de calibration [Gros98], [Yue12].

Le CND par courants de Foucault est utilisé pour détecter les défauts surfaciques et volumiques, la corrosion dans les structures métalliques, la mesure de conductivité et la mesure d'épaisseur. Les applications, à l'origine exclusivement destinées aux CND des matériaux métalliques, peuvent également être élargies à l'examen des matériaux composites à des fibres conductrices [Mena09], [Yue12]. De plus, cette méthode est rapide, efficace et sans contact.

I-3-1-1- Technique de CND par courants de Foucault

Parmi les techniques de CND, celle des courants de Foucault qui est la plus utilisée à cause de sa simplicité et son efficacité pour la caractérisation des propriétés des matériaux conducteurs d'électricité.

Le contrôle par courants de Foucault repose sur le phénomène d'induction électromagnétique, dont une particularité essentielle est de pouvoir injecter de l'énergie électromagnétique à l'aide d'un inducteur dans une cible en matériau conducteur (induit), sans qu'il y ait contact entre eux.

L'évaluation de cette énergie va permettre, par l'intermédiaire de mesures adaptées, d'accéder à des informations concernant la pièce conductrice : les propriétés physiques comme la conductivité et la perméabilité, les propriétés géométriques, ou encore la présence de défauts.

I-3-1-2- Phénomène électromagnétique

La génération des courants de Foucault dans un matériau conducteur est basée sur les lois de l'induction électromagnétique (découverte par Faraday). Le principe de cette méthode, consiste à soumettre une pièce électriquement conductrice à l'action d'un champ magnétique \vec{H}_{ext} (champ excitateur) variable dans le temps à l'aide d'une bobine (excitatrice), parcourue par un courant électrique variable. Ceci va créer des courants induits dans la pièce à contrôler. La trajectoire de ces courants est déterminée par la géométrie et les caractéristiques internes de la pièce, et toute apparition de défaut va perturber la trajectoire de ces courants. Ces courants vont créer à leur tour un champ magnétique \vec{H}_{ind} (champ induit) qui va s'opposer au champ initial d'excitation en vertu de la loi de Lenz, ce principe est illustré sur la Figure I.16.

L'intensité et la répartition de ces courants de Foucault dépendent principalement de :

- La conductivité ;
- La perméabilité ;
- La fréquence du courant d'excitation ;

- La géométrie du conducteur (siège des courants induits) ;
- La géométrie de l'inducteur ;
- La présence éventuelle de défaut ;
- De l'entrefer (lift-off) inducteur matériau sous contrôle.

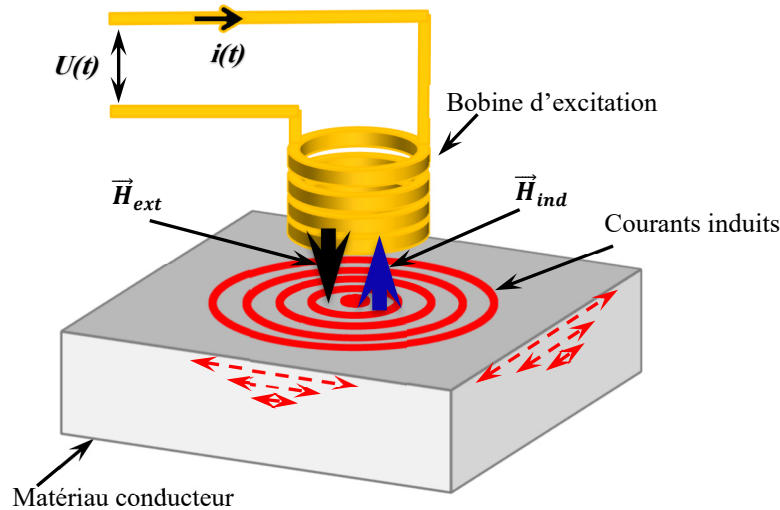


Figure I.16 : Génération des courants de Foucault dans un matériau conducteur

I-3-1-3- Effet de peau

Les courants de Foucault se développent principalement sur la surface de la pièce à contrôler. Leur densité décroît rapidement à l'intérieur de la cible (effet de peau). Ce phénomène d'origine électromagnétique apparaît dans tous les matériaux conducteurs parcourus par un courant électrique alternatif ou soumis à un champ électromagnétique variable dans le temps. Les courants induits dans la pièce commencent à décroître d'une manière exponentielle avec la profondeur à partir de la surface (équation I.8).

$$J(z) = J_0 \cdot e^{-z\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \mu_r \sigma}} = J_0 \cdot e^{-\frac{z}{\delta}} \quad (I.8)$$

z : La profondeur considérée à l'intérieur de la cible [m].

$J(z)$: Le module de la densité de courant en fonction de la profondeur [A/m^2].

δ : Profondeur de pénétration ou épaisseur de peau [m].

A partir de la relation (I.8), on peut tracer l'amplitude de la densité des courants de Foucault en fonction de la profondeur z (Figure I.17). On remarque que la distribution de courant n'est pas uniforme, le courant étant concentré au voisinage de la surface du conducteur.

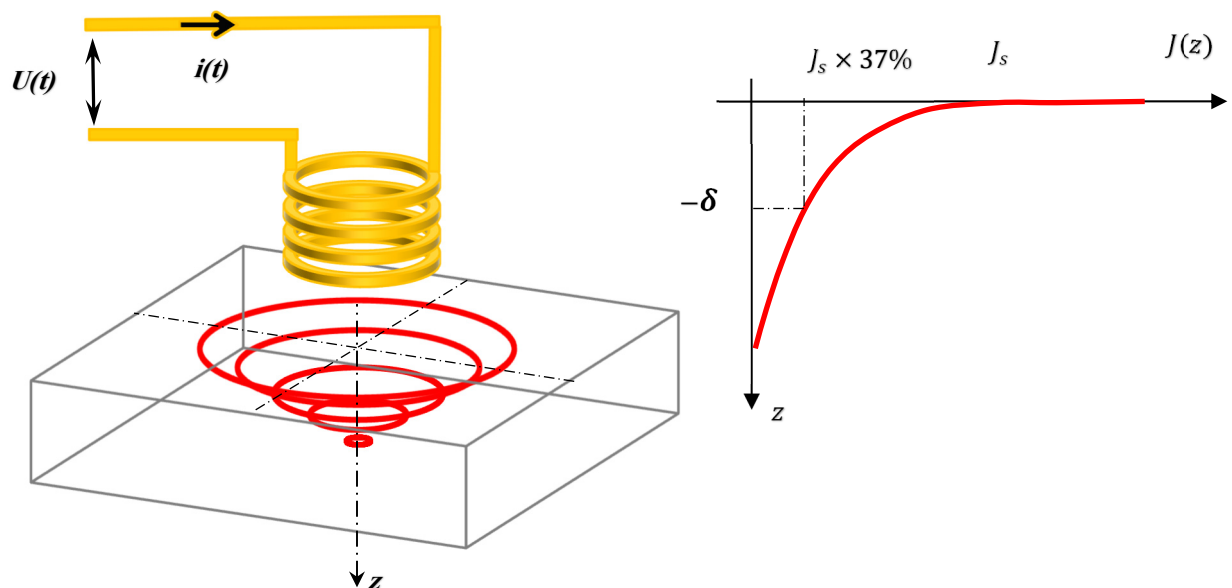


Figure I.17 : Répartition des Courants de Foucault sous une surface plane

En s'appuyant sur la relation (I.8), la profondeur de pénétration conventionnelle δ est définie comme étant la profondeur pour laquelle l'intensité des courants est égale à 37 % de l'intensité de surface.

La grandeur caractéristique de ce phénomène est la profondeur de pénétration donnée par :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \mu_r \sigma}} \quad (\text{I.9})$$

f : la fréquence d'alimentation [Hz].

μ_0 : La perméabilité magnétique du vide [H/m].

μ_r : La perméabilité magnétique relative du matériau

σ : La conductivité électrique [S/m].

I-3-2- Réponse d'un capteur à courants de Foucault

Les bobines électromagnétiques sont probablement les capteurs les plus utilisés en contrôle non destructif par courants de Foucault. Elles sont utilisées pour créer un champ magnétique qui induira les courants de Foucault, ainsi que pour la détection des champs magnétiques produits par ces courants induits. Comme le champ magnétique des courants de Foucault s'oppose au champ magnétique produit par l'inducteur, les circulations des courants de Foucault dans une pièce conductrice recèlent en leur sein des informations sur les caractéristiques physiques et géométriques (La conductivité, La perméabilité, l'épaisseur, lift off ...etc.), et l'existence éventuel des défauts.

Malheureusement, ils ne sont pas directement accessibles à l'expérience et il faut nécessairement passer par la mesure d'une grandeur connexe, en l'occurrence : l'impédance de la bobine, la tension induite dans le cas utilisé est un capteur à fonctions séparées.

I-3-2-1- Mesure des variations d'impédance dues aux courants de Foucault

Les courants de Foucault induisent eux-mêmes des courants soit dans une bobine de réception placée à proximité de la pièce à contrôler, soit dans la bobine excitatrice elle-même.

Si un défaut vient perturber la circulation des courants de Foucault (Figure I.18), l'induction en retour sur la bobine excitatrice ou la bobine de mesure sera elle-même modifiée et l'impédance de cette bobine variera. La mesure de cette variation d'impédance est à la base du contrôle par courants de Foucault.

La réponse du capteur s'effectue grâce aux variations de l'impédance du système pièce/bobine. Cette variation est de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6} fois l'impédance propre du capteur [Bach12], [VuSW94].

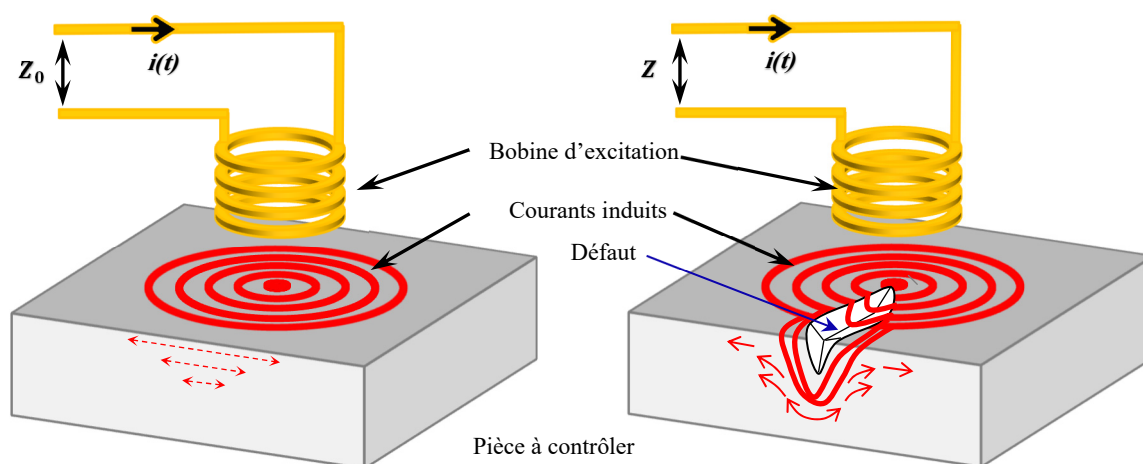


Figure I.18 : Principe de mesure de la variation d'impédance

Il convient donc d'utiliser des circuits d'équilibrage appelés ponts de mesure dont le rôle est de mesurer la différence entre la valeur de l'impédance apparente de la bobine en l'absence et en présence du défaut. La technologie des circuits électriques propose plusieurs ponts de mesure tels que le pont de Wheatstone, le pont de Maxwell...etc. pour obtenir cette variation d'impédance ΔZ .

A titre d'illustration, nous présentons dans la Figure I.19 un pont de mesure dans lequel le signal de sortie VAB représente le signal de déséquilibre du pont. Après équilibrage du pont en module et en phase, celui-ci délivre un signal proportionnel à la variation d'impédance ΔZ de la bobine.

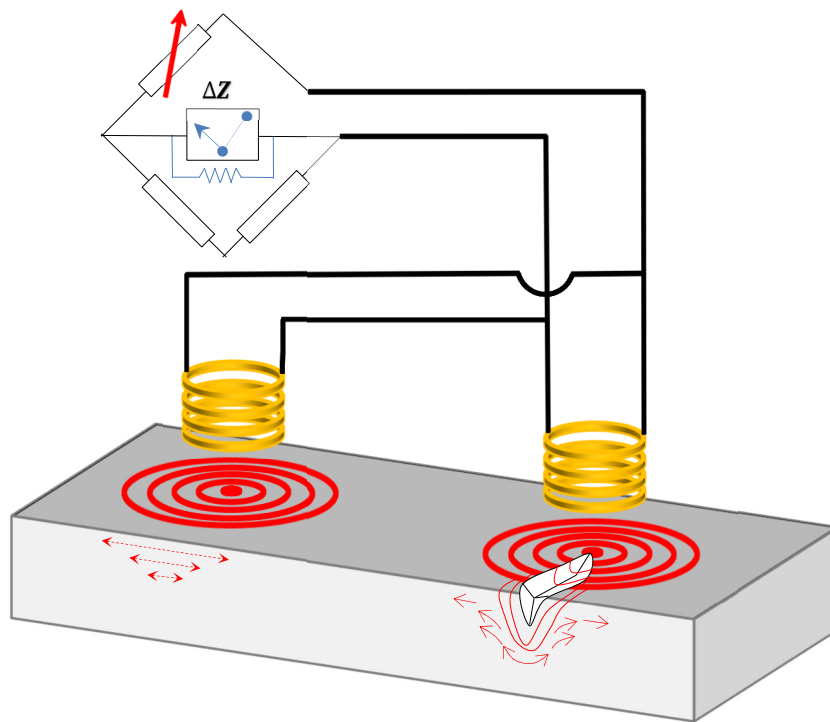


Figure I.19 : Principe de mesure de la variation d'impédance par pont de Wheatstone

I-3-3- Capteurs

Il existe différentes méthodes pour mesurer le champ magnétique. Jusqu'à maintenant, on a mentionné seulement les bobines électromagnétiques qui, par la mesure de leur impédance, permettent la mesure du champ magnétique résultant des courants de Foucault. Il existe aussi les capteurs à effet Hall, les capteurs à magnétorésistance (GMR Sensors) et les SQUID (Superconductive Quantum Interference Devices). Ces différents capteurs ne mesurent pas tous les mêmes paramètres et leur utilisation est limitée par différents facteurs tel que la fréquence utilisée, la direction du champ magnétique et le degré de couplage entre le capteur et la pièce à évaluer.

Les capteurs à magnétorésistance consistent en une résistance qui dépend de l'amplitude et de la direction du champ magnétique mesuré. Le SQUID est le magnétomètre le plus sensible disponible, qui se base sur l'effet Josephson. Il est possible de mesurer avec cet appareil des champs magnétiques d'une grandeur de 10^{-10} Oersted. Les détecteurs à effet Hall possèdent quelques avantages, entre autres leur petite dimension, ce qui leur permettent d'obtenir une bonne résolution spatiale. Leur bonne performance pour les basses fréquences est une autre raison pour laquelle ils sont largement utilisés.

Les bobines électromagnétiques sont les capteurs les plus utilisés en contrôle non destructif par courants de Foucault. Plusieurs méthodes pour augmenter la sensibilité de ces bobines. Théoriquement, une meilleure sensibilité peut être obtenue en construisant une plus grande bobine (plus grand rayon) qui possède une plus grande inductance. Toutefois, lorsqu'une telle

bobine est utilisée à des fins de détection, elle offre une très mauvaise résolution spatiale. En général, il est préférable d'utiliser une bobine dont le diamètre est égal ou inférieur à la grandeur du défaut que l'on tente de détecter. Il est possible de remédier à ce problème en se servant d'une bobine différente pour les rôles d'induction et de détection. On peut alors tirer l'avantage d'une grande bobine d'induction et d'une petite bobine de détection (driver-pickup) et représenté par les bobines à fonctions séparées. Dans la littérature il existe deux types de capteurs :

I-3-3-1- Les capteurs à double fonction

Les fonctions d'excitation et d'observation sont assurées par les mêmes enroulements. L'exploitation s'effectue à partir de la mesure de l'impédance équivalente de la bobine (Figure I.20), le calcul de cette dernière est basé sur le modèle du transformateur dont le primaire est la bobine d'excitation et le secondaire en court-circuit est constitué par la pièce à inspecter.

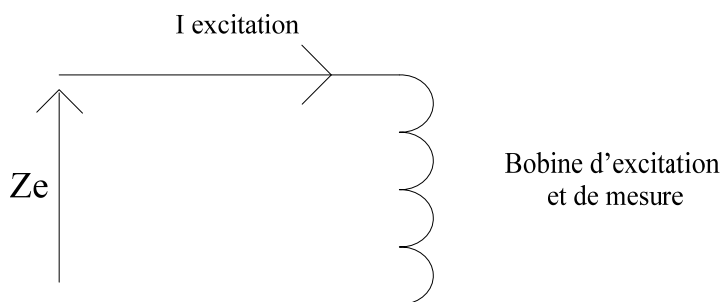


Figure I.20 : Capteur à double fonction

I-3-3-2- Les capteurs à fonction séparée

Dans ce cas, la fonction d'observation se fait à un endroit distinct de l'excitation (Figure I.21). Dans la plupart des cas, l'élément de mesure est une petite bobine avec laquelle nous mesurons une différence de potentiel induite. Néanmoins, il est possible d'utiliser des composants mesurant directement l'induction magnétique tels que les magnétorésistances ou les sondes à effet Hall. La mesure effectuée avec ce type de dispositif est une mesure ponctuelle d'une des composantes de l'induction.

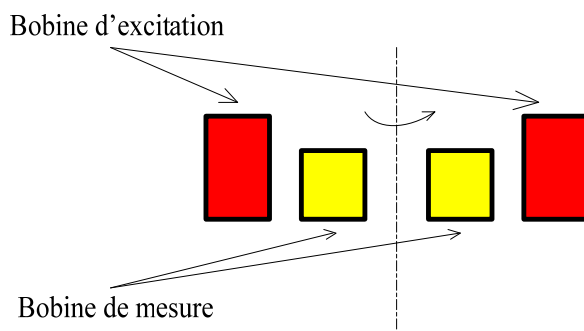


Figure I.21 : Capteur à fonction séparée

I-3-4- Les techniques de mesures

L'élément de mesure peut travailler en mode absolu ou différentiel.

I-3-4-1- Le mode absolu

On utilise un seul élément de mesure. La mesure est effectuée par rapport à une référence fixe. Ce type de capteur est employé lorsque les variations du signal sont suffisamment élevées (mesure d'épaisseur, de conductivité ...).

I-3-4-2- Le mode absolu compensé

Qui utilise deux capteurs absolus Figure I.22. Un des deux capteurs absolus prend place au-dessus d'une pièce de référence fixe (elle permet de s'affranchir des variations d'une grandeur d'influence, température, conductivité ...).

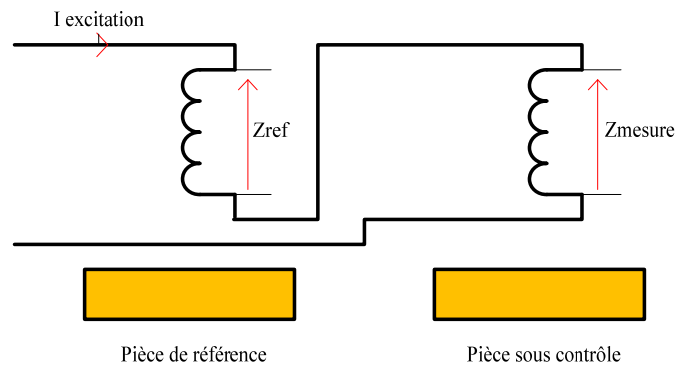


Figure I.22 : Exemple de mode absolu compensé

I-3-4-3- Mode différentiel

Elles nécessitent deux éléments de mesure rigidement liés dans le capteur (Figure I.23). On recueille alors directement la différence entre les deux valeurs fournies par les capteurs. La mesure différentielle consiste à comparer deux mesures effectuées en deux emplacements voisins et à un même moment. Elle est utilisée particulièrement pour détecter des discontinuités lors d'un déplacement du capteur le long d'une pièce.

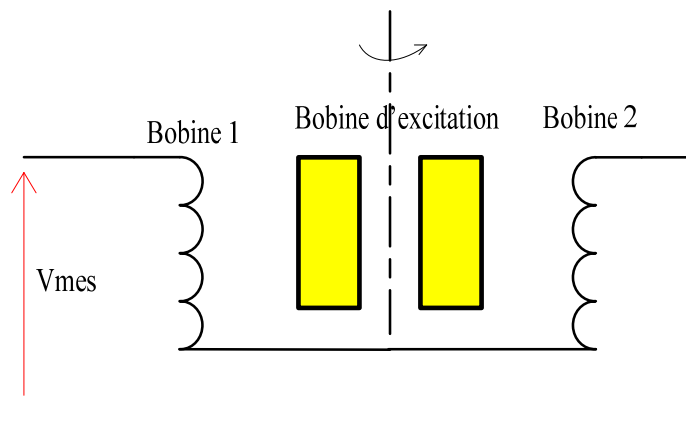


Figure I.23 : Exemple de capteur différentiel

I-3-4-4- Taille de l'élément de mesure

Le type, la fonction, le mode de fonctionnement et les dimensions des capteurs sont choisis selon l'échantillon à contrôler, le genre et la taille de l'anomalie à détecter et les différentes conditions d'essai. En effet, l'amplitude du signal d'un défaut dépend du rapport défaut/volume examiné, et est donc fonction de la dimension du capteur. L'augmentation de la dimension du capteur a pour effet d'augmenter la surface examinée, ce qui réduit la sensibilité et la résolution [Sath81].

I-3-5- Différents modes d'excitation

On distingue trois modes d'excitation pour les capteurs à courants de Foucault :

- Signal mono-fréquentiel.
- Signal multi-fréquentiel.
- Signal pulsé : signal à durée « finie ».

I-3-5-1- Excitation mono fréquence

Les courants de Foucault sont obtenus par une excitation sinusoïdale, de fréquence fixe. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés.

Pour une fréquence très basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible et la précision de mesure insuffisante à cause des bruits. Une fréquence trop élevée fait apparaître des phénomènes capacitifs parasites, engendrés notamment par les capacités inter spires du capteur.

I-3-5-2- Excitation multifréquence

La méthode multifréquence est sans doute celle qui est la plus utilisée dans le domaine du CND à courant de Foucault. En réalisant des mesures à plusieurs fréquences d'excitation, il est possible d'atténuer fortement l'effet des grandeurs perturbatrices. L'utilisation de n fréquences permet d'avoir $2 \times n$ informations réelles.

I-3-5-3- Excitation pulsée

Cette technique a vu le jour dans le milieu des années 50, avec pour application l'évaluation de l'épaisseur de revêtements métalliques, puis elle a été appliquée à la détection de défauts profonds [Clau99]. Elle représente une alternative à l'excitation multifréquence.

La forme des signaux d'alimentation peut être rectangulaire, triangulaire ou semi-sinusoïdale, cette dernière étant la plus utilisée en raison de sa simplicité de mise en œuvre.

I-3-6- Problématique d'un système de CND CF

Le développement de systèmes de contrôle non-destructif passe par la résolution des trois problèmes suivants :

- Problème d'instrumentation ;
- Problème direct ;
- Problème inverse.

Le problème d'instrumentation réside dans le développement de systèmes permettant de mesurer les signaux contenant des informations sur les paramètres utiles de la cible inspectée.

Il consiste à développer des systèmes instrumentaux dont la résolution spatiale, la sensibilité et la vitesse d'acquisition adaptées aux signaux contenant des informations sur les paramètres utiles de la cible et ce, tout en respectant les contraintes de modélisation du problème direct et de l'inversion.

Le problème direct permet la prédétermination des signaux mesurés. Il consiste à déterminer les phénomènes électromagnétiques liés à la source de CF et à la géométrie de capteur et de la cible considérés. Les phénomènes électromagnétiques mis en jeu dans les capteurs à courants de Foucault sont généralement complexes à modéliser, mais des techniques ont été proposées pour y parvenir. Ils sont généralement modélisés numériquement et résolus par exemple avec des méthodes de type modélisation par éléments finis et leurs techniques dérivées, ou avec des méthodes semi-analytiques, comme la modélisation par dyades de Green [BiPM08], [PáLe06], [CSBB00].

Le problème inverse permet l'estimation des paramètres utiles de la cible à partir des signaux mesurés et qui aboutit au diagnostic. Il consiste à estimer la conductivité électrique ou la perméabilité magnétique du matériau analysé, ou bien la géométrie et les dimensions du défaut, à partir des mesures du champ magnétique engendré par une source donnée. Les problèmes inverses en électromagnétique sont non-linéaires et généralement mal posés [Tril10]. Ils sont donc difficiles à résoudre. L'utilisation de systèmes experts et de modèles comportementaux, tels que les réseaux de neurones, offre des solutions pour estimer les paramètres de la structure inspectée grâce à des références pré-calibrées, généralement issues de la résolution du problème direct ou de mesures exhaustives sur des cas canoniques.

I-3-7- Intérêt et limites

L'intérêt de la méthode par courants de Foucault apparaît dans la simplicité et la précision de la mesure. La sensibilité des sondes permet de repérer un défaut de quelques dizaines de micromètres de long. En plus de la détection des défauts, la technique permet de mesurer les caractéristiques du matériau du point de vue géométrique (entrefer et épaisseur) et électromagnétique (propriété électrique et magnétique).

Malgré tous les avantages de la méthode de CND-CF par rapport aux autres méthodes, elle reste limitée par des inconvénients et des limitations :

- Ne s'applique que pour contrôler les matériaux électriquement conducteurs ;
- N'a pas la capacité à détecter des défauts à profondeur important ;
- Probabilité d'instabilité de lift off du capteur CF durant la procédure du scan qui peut conduire à des perturbations au niveau de la réponse du capteur (Impédance, Tension),
- L'analyse des signaux, habituellement complexe.

I-3-8- Les capteurs et les fréquences utilisées pour caractériser les matériaux composites à fibres de carbone (MCFCs)

Généralement, les capteurs utilisés dans le CND par courant de Foucault utilisés sont des simples bobines de forme circulaire, avec ou sans noyaux de ferrite. Cependant, selon le type de contrôle à effectuer, les structures des MCFCs peut exiger des géométries et configurations particulières de capteurs à courant de Foucault par exemple capteur à fonction séparée qui tourne autour d'un axe de révolution, capteur à double fonction rectangulaire, capteur multi bobines circulaire ...etc. De plus, puisque la conductivité de ces matériaux est faible, elle nécessite d'utilisation de fréquences plus élevées que celles utilisées pour l'inspection des matériaux conducteurs homogènes. Elles varient d'une dizaine de kilohertz à une dizaine de mégahertz.

Au-delà de 10 MHz le rapport signal sur bruit diminue et l'interprétation des résultats de mesure devient difficile [Gros98].

Il existe beaucoup de travaux expérimentaux et numériques sur la technique de CND par courant de Foucault sur les matériaux composites à fibres de carbone (MCFCs).

Dans leurs travaux expérimentaux [MoLK01], G. Mook et al. ont utilisé un capteur tournant, dont la structure est décrite dans la Figure I.24-a, pour la détection des délaminages et l'orientation des fibres dans les MCFCs. Il s'agit d'un capteur à fonctions séparées dans lequel l'ensemble constitué de la bobine excitatrice (T) et la bobine réceptrice (R) tourne autour d'un axe de révolution. Pour la détection des ruptures de fibres, ces auteurs ont utilisé un simple capteur différentiel dans lequel un noyau en ferrite permet de concentrer le champ magnétique dans le matériau. Les deux capteurs sont conçus pour fonctionner au-delà de 500kHz. De leur côté, A. Savin, R. Grimberg et al. ont utilisé un capteur à bobines orthogonales, décrit par la Figure I.24-b, pour la détection des délaminages et l'orientation des fibres dans les MCFCs [SGCP00], [GSSB06]. La bobine d'excitation est placée à l'intérieur d'une ferrite pour mieux focaliser le champ magnétique dans le matériau. Ce capteur fonctionne à une fréquence de 6MHz.

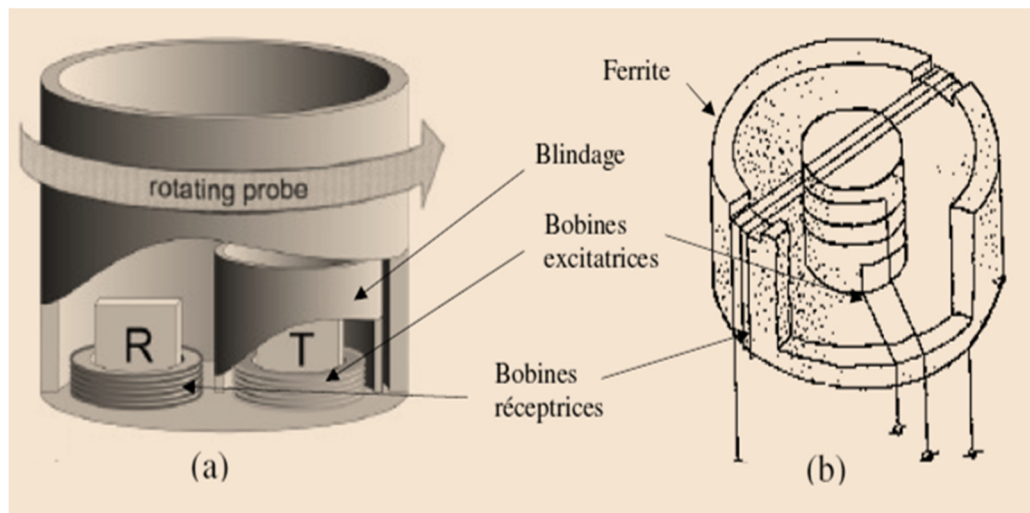


Figure I.24 : Configurations particulières de capteurs CF pour le contrôle des MCFCs (a) Capteur tournant [MoLK01], (b) Capteurs à bobines orthogonales (Grimberg et al., 2006; Savin et al., 2000)

Récemment les capteurs en magnétomètres supraconducteurs (SQUID), ont été utilisés pour le contrôle des MCFCs [RVLC02], [BVPB07]. Ce type de capteur fonctionne à des fréquences allant de 10Hz à 26kHz [RVLC02].

Dans leurs travaux numériques, D. Trichet a initié les travaux en 2000 sur le chauffage par induction des MCFCs en utilisant la MEF [TrCF00]. Après, en 2006 S. Bensaid a développé un code en MEF sur la base d'éléments coques pour étudier le comportement électromagnétique et thermique des MCFCs [Bens06], [BeTF06]. En 2009, B. Ramdane a continué à travailler sur les MCFCs en utilisant la MEF. Il a développé un outil performant pour la technique thermo-inductive de CND [Ramd09]. La même année, H. Menana a travaillé sur la MDF pour les MCFCs. Il a utilisé la formulation T-itérative associée à la loi de Biot-Savart pour éviter de mailler l'air [MeFé10], [Mena09]. Plus récemment, en 2011, G. Wasselynck a travaillé sur une méthode d'homogénéisation multi-échelles est introduite pour calculer le champ et la distribution du courant à l'intérieur des MCFCs soumis à un champ électromagnétique externe, puis il a introduit un modèle électromagnétique et thermique de MCFCs. Ce modèle prend en compte l'influence des différentes orientations des fibres sur les paramètres électromagnétiques. [WTRF10], [WTRF11]. En 2012 Li Yue a travaillé sur la modélisation de phénomène des courants de Foucault dans les MCFCs par la MEF associée à la loi de Biot-Savart pour caractériser les MCFCs [Yue12]. En 2014 Huu Kien BUI a travaillé sur les MCFC en utilisant une modélisation multiphysique thermo-inductive des matériaux composites à fibre de carbone stratifiés par la MEF [Bui14]. En 2016 Mohamed KHEBBAB a développé deux modèles sur l'investigation de techniques de caractérisation et de contrôle électromagnétique de pièces en MCFCs unidirectionnels. Le premier modèle qui est destiné à la caractérisation de la

conductivité électrique transverse du MCFCs est basé sur la percolation par réseau de résistances. Le deuxième modèle traite du contrôle non destructif par courants de Foucault de ces matériaux en adoptant une approche de résolutions parallèle des problèmes micro et macro par la méthode dite d'éléments finis hétérogènes multi échelles [Kheb16]. En 2017 Fiacre Djonkone SENGHOR a travaillé sur les MCFCs dans l'objectif de développement d'un modèle numérique capable de prédire le tenseur de conductivité électrique du matériau composite en tenant compte du phénomène de percolation continu (statique) et de l'architecturation de celui-ci. L'approche numérique sera de type multi-échelle afin de prendre en compte les différents niveaux d'hétérogénéités des composites, puis et le dimensionnement et la réalisation d'un banc d'essai permettant l'identification des trois composantes du tenseur de conductivité électrique dans les directions principales du plan des éprouvettes [Seng17]. En 2018 BOULOU DENINE Abderraouf a travaillé sur la caractérisation et détection de l'ondulation des fibres dans les MCFCs unidirectionnels, en utilisant un capteur multi-bobines de forme circulaire par le logiciel Comsol® multiphysics [BoFL17]. En 2018 LAHRECH Ahmed Chaouki a proposé un capteur à courant de Foucault multi-bobines qui utilise un champ magnétique tournant, excité par une source de courant sinusoïdale biphasé dans le but d'éliminer la rotation mécanique du capteur. Son avantage est d'inspecter, caractériser et effectuer des essais sur des plaques en matériaux composites [LAFZ18].

I-4- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un aperçu général sur les matériaux composites, et leurs avantages par rapport aux matériaux homogènes isotrope, leurs différentes structures qui existent dans la littérature, et les principaux défauts affectant les matériaux composites.

Puis nous avons donné un aperçu sur les techniques de contrôle non destructif par courants de Foucault et leurs avantages par rapport aux autres techniques. En effet, ils sont robustes, simples d'utilisation et permettent d'assurer des mesures sans contact. A partir de la mesure de l'impédance ou la différence de potentiel de ce type de capteurs il serait intéressant, dans le domaine du contrôle non destructif de pouvoir évaluer les propriétés physiques et géométriques de la cible, et de détecter d'éventuelles défauts et anomalies.

Ensuite nous nous sommes intéressés aux matériaux composites à fibres de carbone MCFCs stratifiés, et la possibilité de les contrôler par la technique des courants de Foucault, les types de capteurs utilisés et leurs fréquences, et finalement, les grandeurs qu'on peut exploiter pour la caractérisation.

De récents travaux ont montré qu'il est possible d'effectuer le CND-CF sur des matériaux composites à fibre de carbone MCFCs. Cependant, ces structures peuvent exiger des

configurations particulières de capteurs, selon le type de contrôle à effectuer. De plus, la faible conductivité de ces matériaux nécessite l'utilisation de fréquences très élevées que celles utilisées pour l'inspection des matériaux homogènes. Ceci nous a conduit dans le prochain chapitre à entamer la modélisation mathématique, ce qui permettra de prédire la réponse du capteur et d'étudier les phénomènes physiques mis en jeu dans l'interaction électromagnétique entre le capteur et la cible.

Chapitre II :
Formulations et Modélisation
Numérique par MEF

II-1- Introduction

Dans le domaine de la modélisation des phénomènes électromagnétique, les approches analytiques sont très limitées et demandent de grandes connaissances en électromagnétisme et en mathématique, un temps de développement considérable et un traitement particulier pour chaque configuration géométrique. L'évolution rapide de l'informatique et des techniques de calcul numérique a beaucoup contribué pour résoudre ce problème.

La mise en œuvre d'un outil de simulation numérique de contrôle non destructif par courants de Foucault permet la résolution d'équations aux dérivées partielles conduisant à l'obtention de solutions approchées. Il existe de nombreuses méthodes d'approximation qui présentent toutes des avantages et des inconvénients. Les méthodes numériques les plus connues utilisées pour la résolution des formulations électromagnétiques dans les dispositifs de contrôle par courants de Foucault sont : la méthode des différences finies (FDM), la méthode des éléments finis (FEM), la méthode des volumes finis (FVM) et la méthode des éléments de frontière (BEM). Parmi toutes ces approches, la méthode des éléments finis est considérée comme la plus adaptée pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques en basse fréquence en raison de sa souplesse d'adaptation géométrique qui rend possible le traitement d'une large variété de configurations [Thol95].

Dans le cadre des problèmes de CND par courant de Foucault en régime harmoniques. En se basant sur l'exploitation des équations de MAXWELL, nous traiterons les phénomènes magnétodynamiques en basse fréquence relatif aux courants induits dans les pièces conductrices où les densités de charges électriques ρ ainsi que les courants de déplacement \vec{D} sont négligés. Le problème à résoudre consiste à une excitation d'une densité de courant \vec{J}_s , variable dans le temps au voisinage d'une pièce conductrice, on se proposera de calculer la distribution des grandeurs magnétiques \vec{B} et \vec{H} en tous points du domaine d'étude ainsi que la densité de courant induite \vec{J}_i dans les régions conductrices.

Dans le cas où le domaine est conducteur, il est possible de prendre directement le champ (électrique ou magnétique) comme variable de travail [BoRR90], [Rach07]. Cependant Dans le cas général où le domaine d'étude contient de l'air ou des matériaux conducteur et non conducteur où il est plus commode de travailler avec les potentiels [Rach07].

Dans ce chapitre, nous commencerons par rappeler les équations de Maxwell et les lois de comportement des matériaux. Puis, nous allons passer en revue les principales formulations magnétodynamiques existantes ainsi que leurs limites de validité et les plus avantageuses dans le cadre du CND. Nous exposerons en détail également la formulation basée sur le potentiel vecteur magnétique et scalaire électrique, et la formulation potentiel vecteur électrique associe

à la technique itérative (\vec{T} -itérative). Ensuite nous présenterons les méthodes numériques appliquées à la résolution des équations de type magnétodynamiques, nous rappelons de façon plus détaillée la méthode des éléments finis, qui sera la méthode choisie dans ce manuscrite pour la simulation des problèmes CND par courant de Foucault, afin d'évaluer les courants induits dans les structures conducteurs homogènes ou composites, ainsi que la variation de l'impédance de l'inducteur.

II-2- Description du système de CND par CF

Le dispositif de contrôle non destructif par courants de Foucault peut être modélisé par le système représenté sur la Figure II.1. Un matériau conducteur (homogène ou composite), constituant la pièce critique et contenant un défaut, est soumis à l'action d'un champ électromagnétique produit par une bobine représentant un capteur CF où une densité de courant variable dans le temps est imposée.

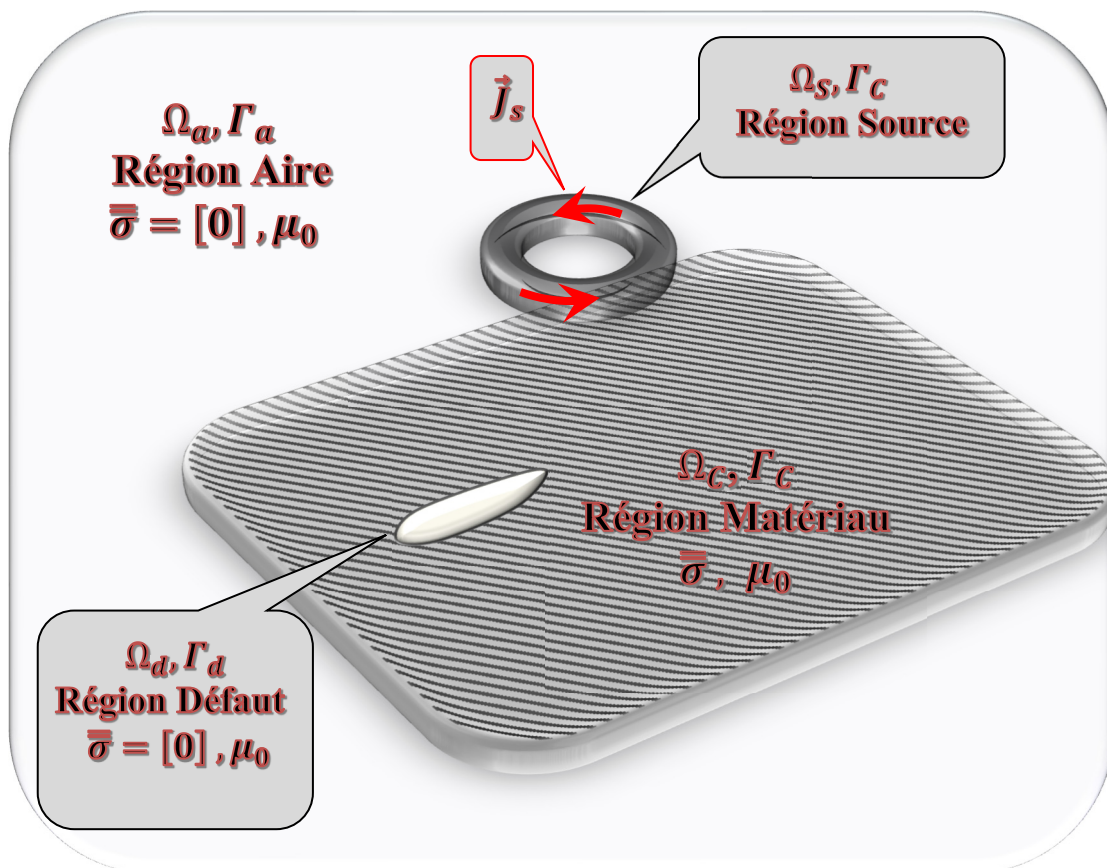


Figure II.1: Différentes parties du système étudié

L'objectif est d'évaluer les courants induits dans la cible, ainsi que la variation de l'impédance de l'inducteur pour des applications en CND. Il s'agit de caractériser les propriétés physiques et géométriques des pièces à étudier et la détection des défauts dans ces pièces.

II-3- Modélisation du système

La modélisation des problèmes électromagnétiques s'appuie sur les équations de MAXWELL. Ces équations aux dérivées partielles font intervenir des champs physiques (champs magnétiques, champs électriques). L'étude de ces champs en régime statique (indépendant du temps) constitue les modèles électrostatiques, électrocinétiques et magnétostatiques. Leur étude en régime dynamique (dépendant du temps) constitue le modèle magnétodynamique.

Nous commençons par présenter les équations de MAXWELL, puis les lois de comportements des milieux, les conditions de passage, les conditions de jauge et les conditions aux limites.

Equation Maxwell-Gauss:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II- 1})$$

Équation de conservation du flux magnétique :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II- 2})$$

Équation Maxwell-Ampère :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II- 3})$$

Équation Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II- 4})$$

Où

ρ : est la densité de charge électrique en C/m^3 .

\vec{B} : est la densité du flux magnétique en T .

\vec{H} : est le champ magnétique en A/m .

\vec{D} : est la densité du flux électrique en C/m^2 .

\vec{E} : est le champ électrique en V/m .

\vec{J} : est la densité de courant totale en A/m^2 .

La majorité des travaux de calcul des champs et des courants de Foucault pour les systèmes électromagnétiques, sont fondés sur les hypothèses suivantes :

- Les sources d'alimentation sont supposées produites par un générateur de courant parfait \vec{J}_s . Ainsi, on peut décomposer le courant total \vec{J} comme suit :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_i \quad (\text{II- 5})$$

\vec{J}_s : est la densité de courant de source en A/m^2 .

\vec{J}_i : est la densité des courants induits en A/m^2 .

- Le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{0}$: représentant les courants de déplacement qui peuvent être négligés dans le cas d'un matériau conducteur si la fréquence de travail est inférieure aux radiofréquences $f_r < 10^{12} Hz$.

- La densité volumique de charge est considérée comme nulle $\rho = 0$.

- L'induction magnétique rémanente, peut être considérée comme nulle dans le cas où le système ne contient pas d'aimant permanent $\vec{B}_r = \vec{0}$.

Les champs de vecteurs \vec{E} , \vec{B} , \vec{H} , \vec{J} peuvent eux-mêmes s'écrire en fonction de potentiels vecteurs ou scalaires :

$$\vec{H} = \vec{T} - \vec{\nabla} \phi \quad (\text{II- 6})$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (\text{II- 7})$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} v \quad (\text{II- 8})$$

$$\vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{T} \quad (\text{II- 9})$$

Avec :

\vec{T} : Potentiel vecteur électrique A/m

\vec{A} : Potentiel vecteur magnétique Wb/m

v : Potentiel scalaire électrique V

ϕ : Potentiel scalaire magnétique Wb/m

II-3-1- Lois de comportements

Les inductions et les champs sont reliés entre eux par les lois de comportements qui expriment les propriétés des matériaux, ils s'écrivent comme suit :

- Relation magnétique :

$$\vec{B} = \vec{\mu} \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad \text{Avec} \quad \mu = \mu_0 \mu_r \quad (\text{II- 10})$$

- Relation diélectrique :

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \cdot \vec{E} \quad \text{Avec} \quad \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (\text{II- 11})$$

Et la loi d'Ohm donnée par :

$$\vec{J}_i = \vec{\sigma} \cdot \vec{E} \quad (\text{II- 12})$$

$\bar{\sigma}$: Tenseur de conductivité électrique $S.m^{-1}$.

μ : Perméabilité magnétique du matériau $H.m^{-1}$.

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide $H.m^{-1}$.

μ_r : Perméabilité magnétique relative du matériau.

\vec{B}_r : Induction magnétique rémanente T .

ε : Permittivité électrique du matériau $F.m^{-1}$.

ε_r : Permittivité électrique du vide $F. m^{-1}$.

ε_0 : Permittivité électrique relative du matériau.

II-3-2- Conditions de passage

Lors du passage d'un milieu Ω_1 à un milieu Ω_2 (Figure II.2), les grandeurs de champs subissent des discontinuités aux interfaces et ne sont pas différentiables.

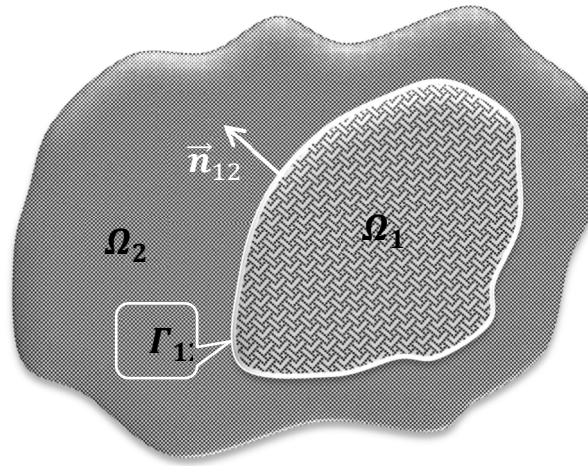


Figure II.2: Interface entre deux milieux

D'un point de vue électromagnétique, ce sont des champs et/ou des inductions qui peuvent subir des discontinuités au passage de certaines interfaces. Les conditions de passage électromagnétiques sont explicitées comme suit :

- Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique en présence de courants surfaciques \vec{J}_r .

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{n}_{12} = \vec{J}_r \quad (\text{II- 13})$$

- Continuité de la composante normale de l'induction magnétique à l'interface.

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n}_{12} = 0 \quad (\text{II-14})$$

- Continuité de la composante tangentielle du champ électrique.

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{n}_{12} = \vec{0} \quad (\text{II- 15})$$

- Discontinuité de l'induction électrique en présence de charges surfaciquesp.

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \times \vec{n}_{12} = \vec{\rho}_\Gamma \quad (\text{II- 16})$$

Il convient également de borner le domaine afin d'étudier le système pour une géométrie finie. Des conditions supplémentaires sur les frontières du domaine d'étude sont alors nécessaires.

II-3-3- Conditions aux limites

Les conditions aux limites (spatiales) s'énoncent de façon générale pour un domaine Ω de frontière Γ avec \vec{n} un vecteur normal (unitaire) à Γ pour la variable u .

Plusieurs types de conditions existent :

Condition de Dirichlet : qui impose la valeur de la solution aux bords du domaine d'étude $u \cdot \vec{n} = 0$.

Condition de Neumann : qui impose la valeur de la dérivée par rapport aux normales de la solution aux bords du domaine est égale à zéro $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$.

II-3-4- Conditions de jauge

Dans les équations de Maxwell, les champs s'expriment soit à un gradient près (champ rotationnel), soit au rotationnel près (champ à divergence) ce qui justifie l'utilisation des jauges dans certaines formulations pour assurer l'unicité de la solution. Soient \vec{U} et \vec{V} deux champs de vecteurs, les conditions de jauge s'écrivent de façon générale par :

$$\vec{V} \cdot \vec{U} = 0 \quad (\text{Jauge de Coulomb}) \quad (\text{II- 17})$$

$$\vec{V} \cdot \vec{U} + K \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (\text{Jauge de Lorentz}) \quad (\text{II-18})$$

$$\vec{U} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{Jauge adapté pour les éléments d'arêtes}) \quad (\text{II- 19})$$

Par exemple, lorsqu'on utilise une formulation en potentiel vecteur, la solution est obtenue à un gradient près. La jauge de Coulomb s'écrit donc : $\vec{V} \cdot \vec{A} = 0$

II-3-5- Formulation magnétodynamique

L'élaboration d'un outil de calcul en 3D nécessite le choix d'une formulation basée sur des grandeurs caractéristiques et en association avec les relations constitutives, les relations de passage, les conditions aux limites et les conditions de jauge [Bach12]. La formulation des phénomènes électromagnétiques basés essentiellement sur les équations de Maxwell. Cependant la prise en compte de toutes ces équations pour une résolution complète est très difficile. De plus, suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables.

La résolution des équations de Maxwell peut être obtenue en considérant les champs comme inconnues. Cependant, on préfère souvent exprimer les champs électrique et magnétique en fonction de potentiels vecteurs ou scalaires. En effet, Z. Ren [Ren99], a montré que le système obtenu en prenant comme inconnues les champs (\vec{E}, \vec{H}) convergent moins bien que si on travaille avec des potentiels.

En peut formuler les champs de vecteurs $\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{J}$ en fonction des potentiels, telles que les potentiels vecteurs magnétique \vec{A} et électrique \vec{T} ou des potentiels scalaires électrique V et magnétiques ϕ (équations II-6 a II-9), d'autres formulations sont obtenues exprimant sous d'autres formes les équations de Maxwell et dont la résolution conduit aux diverses grandeurs locales ou globales du problème.

Plusieurs formulations électromagnétiques ont été élaborées dans les littératures pour résoudre les phénomènes électromagnétiques, Ces formulations sont classées en deux grandes familles :

- Les formulations utilisant des variables de type champ : \vec{E} ou \vec{H}
- Les formulations utilisant des variables de type potentiel : $\vec{A} - v$ ou \vec{A}^* ou $\vec{T} - \phi$...etc.

II-3-6- Formulation en champ électrique \vec{E}

Cette formulation est obtenue en dérivant par rapport au temps l'équation d'Ampère-Maxwell (II.3). Ainsi, on fait apparaître un terme en $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$, et en faisant l'hypothèse que la perméabilité μ est invariante par rapport au temps (cas des matériaux linéaires) le terme en $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ peut être transformé en $\mu^{-1} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. Cette opération permet d'introduire l'expression (II.4) dans l'équation (II.3) dérivée par rapport au temps. En remplaçant \vec{J}_i par $\vec{\sigma} \cdot \vec{E}$ on obtient alors la formulation :

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E} \right) + \vec{\sigma} \cdot \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{II- 20})$$

Elle nécessite l'utilisation des éléments d'arêtes pour prendre en compte les conditions aux limites (de façon naturelle) et les discontinuités sur les composantes normales aux interfaces des champs de vecteur.

II-3-7- Formulation en champ électrique \vec{H}

En combinant les relations (II.3) et (II.4), et des lois de comportement (II- 10) et (II- 12), nous obtenons l'équation à résoudre :

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\vec{\sigma}} \vec{\nabla} \times \vec{H} \right) + \frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} = \vec{0} \quad (\text{II- 21})$$

Cette équation associée à des conditions aux limites adéquates admet une solution unique. Cependant il faut assurer la continuité de la composante normale de l'induction magnétique, soit en terme de \vec{H} .

$$(\mu_1 \vec{H}_1 - \mu_2 \vec{H}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II- 22})$$

Cette relation implique la discontinuité de la composante normale de \vec{H} dans le cas de discontinuité de μ . Ceci rend la formulation beaucoup moins intéressante dans le cas des éléments finis nodaux. En revanche, elle est bien adaptée aux éléments d'arêtes puisque la continuité de la composante tangentielle de \vec{H} est vérifiée [Chou09].

II-3-8- Formulation en potentiels vecteur magnétique et scalaire électrique $\vec{AV} - \vec{A}$

Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} et le potentiel scalaire électrique v sont utilisés comme des variables. L'induction magnétique peut être exprimée à partir du potentiel vecteur $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$.

D'après les équations (II.4) dans (II.7), le champ \vec{E} peut être exprimé en fonction du potentiel vecteur magnétique \vec{A} et du potentiel scalaire électrique v tel que :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} v \quad (\text{II- 23})$$

La combinaison des équations (II.23) et (II.5), (II.12) nous donne :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \bar{\sigma} \cdot \vec{E} = \vec{J}_s - \bar{\sigma} \cdot \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} v \right) \quad (\text{II- 24})$$

En remplaçant les relations (II.24) et (II. 7) dans (II.3) et en utilisant la relation constitutive linéarisée de (II.10), on obtient l'équation aux dérivées partielles

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) + \bar{\sigma} \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} v \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II- 25})$$

A cette équation on ajoute la conservation de la densité de courant à partir de l'équation (II-3), puisque les courants de déplacement est négligé donc le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{0}$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \vec{\nabla} \cdot \left(\bar{\sigma} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \bar{\sigma} \vec{\nabla} v \right) = 0 \quad (\text{II- 26})$$

La solution du problème défini par les équations ci-dessus n'est pas unique, car la divergence du potentiel vecteur magnétique n'est pas spécifiée. La jauge de Coulomb doit être utilisée dans cette formulation pour assurer l'unicité du potentiel, i.e. $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ doit être spécifié. Tout

d'abord, nous ajoutons dans la partie gauche de l'équation aux dérivées partielles (II.25) le terme de pénalité $-\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right)$.

Pour avoir un système symétrique en posant la transformation :

$$v = \frac{\partial V}{\partial t} \quad (\text{II- 27})$$

Où V est une primitive dans le temps du potentiel électrique v . Nous obtenons le système d'équations électromagnétique symétrique à résoudre, dit formulation $\vec{A}V - \vec{A}$:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) - \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right) + \bar{\sigma} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) = \vec{J}_s \\ \vec{\nabla} \cdot \left(\bar{\sigma} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{II- 28})$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{A} \times \vec{n} = \vec{0} \end{cases} \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{II- 29})$$

Le couple d'équations (II.28) constitue la formulation en potentiels vecteur magnétique et scalaire électrique $\vec{A}V - \vec{A}$.

Le nombre d'inconnues est donc de 4 (les trois composantes de \vec{A} et le potentiel V). Les courants de Foucault sont donc calculés directement à partir de \vec{A} et V par la relation :

$$\vec{J}_i = -\bar{\sigma} \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla}v \right) \quad (\text{II- 30})$$

Par contre, l'induction \vec{B} , est obtenue par dérivation spatiale de la solution, ce qui peut poser des problèmes de précision lorsque la solution est obtenue de manière numérique.

II-3-9- Formulation en potentiels vecteur électrique et scalaire magnétique $\vec{T}\phi - \phi$

Cette formulation est basée sur la loi de conservation du courant électrique. En remplaçant les relations (II.9) dans (II.12) on trouve :

$$\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T} = \vec{E} \quad (\text{II- 31})$$

En remplaçant la relation (II- 31) dans l'équation de Maxwell-Faraday, on obtient

$$\vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} \quad (\text{II- 32})$$

En remplaçant la relation (II.9) dans l'équation de Maxwell-ampère (II.3), on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_i = \vec{\nabla} \times \vec{T}_s + \vec{\nabla} \times \vec{T} &\Leftrightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{H} - \vec{T}_s - \vec{T}) = \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{H} - \vec{T}_s - \vec{T} = \vec{\nabla} \phi &\Leftrightarrow \vec{H} = \vec{T}_s + \vec{T} - \vec{\nabla} \phi \end{aligned}$$

Le champ magnétique \vec{H} est défini par la relation suivante :

$$\vec{H} = \vec{H}_s + \vec{H}_r \quad (\text{II- 33})$$

Avec $\vec{H}_r = \vec{T} - \vec{\nabla}\phi$.

Où \vec{H}_s, \vec{H}_r sont respectivement les intensités du champ magnétique de la source et de l'induit, \vec{T} est le potentiel vecteur électrique qui existe seulement dans la région conducteur, Ω est un potentiel scalaire magnétique qui existe dans tout le système. Dans ce cas, l'équation (II-32) devient :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}) &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{H}_s + \vec{H}_r) \\ \vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{T} - \vec{\nabla}\phi) &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H}_s \end{aligned} \quad (\text{II- 34})$$

A cette équation il est nécessaire d'ajouter une deuxième équation qui sera issue de la conservation du flux magnétique :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \left(\mu \left(\vec{H}_s + (\vec{T} - \vec{\nabla}\phi) \right) \right) = 0 \quad (\text{II- 35})$$

Comme pour la formulation \vec{AV} , l'unicité de la solution nécessite l'introduction d'une jauge (Jauge de Coulomb par exemple $\vec{\nabla} \cdot \vec{T} = 0$). Tout d'abord, nous ajoutons dans la partie gauche de l'équation aux dérivées partielles (III.34) le terme de pénalité $-\vec{\nabla}(\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \cdot \vec{T})$, le système à résoudre s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}) - \vec{\nabla}(\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \cdot \vec{T}) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{T} - \vec{\nabla}\phi) = -\mu \frac{\partial \vec{H}_s}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \left(\mu \left(\vec{H}_s + (\vec{T} - \vec{\nabla}\phi) \right) \right) = 0 \end{cases} \quad (\text{II- 36})$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} \vec{T} \times \vec{n} = \vec{0} & \text{sur } \Gamma \\ \phi = 0 & \text{sur } \Gamma_C \end{cases} \quad (\text{II- 37})$$

Le couple d'équations au-dessus constitue la formulation magnétodynamique magnétique en potentiels $\vec{T}\phi - \phi$. Cette formulation conduit à quatre inconnues (les trois composantes de \vec{T} et le potentiel ϕ). Elle permet d'avoir directement l'induction. Par contre, les courants induits s'obtiennent par dérivations spatiale de la solution (à mettre en parallèle avec la formulation \vec{AV}).

II-3-10- Choix d'une formulation

Le choix d'une formulation dépend principalement de la dimension et de la complexité du problème étudié et des capacités numériques de la résolution. Il faut considérer l'alternative temps de calcul (lié au nombre d'inconnues du problème à traiter) et la précision.

Les formulations vérifiant au sens fort les équations de Maxwell sont les formulations duales (\vec{E}, \vec{H}) qui admettent une solution unique pour des conditions aux limites adéquates et ne nécessitent pas de jauge. Cependant, il faut assurer des conditions de transmissions des champs si l'on travaille avec des éléments nodaux. Ceci est incompatible avec les discontinuités possibles de \vec{E} et \vec{H} à l'interface de milieux de natures différentes [Biha00]. Elles sont donc rarement utilisées pour les problèmes de calcul des courants de Foucault, sauf quand elles sont associées à des méthodes telle que les dyades de Green pour des géométries simples, les intégrales de frontières ou encore les éléments finis d'arêtes. En revanche, les formulations en potentiels sont les plus utilisées [Chou09], [CSBM07].

En effet, la formulation électrique \vec{AV} par exemple, est plus générale et bien adaptée au traitement des problèmes multiplement connexes. Cependant, cette formulation nécessite un nombre d'inconnues important qui engendre des temps de calculs coûteux, par contre la formulation $\vec{T}\phi$ qui est caractérisée par un nombre d'inconnues réduit (Le potentiel vecteur électrique \vec{T} existe seulement dans les régions conductrices) et d'une bonne adaptation aux régions conductrices. Au contraire, elle pose des problèmes lors du traitement des régions multiplement connexes.

Le Tableau II.1 présente les avantages et inconvénients des deux formulations en potentiels.

Formulations	Potentiels régions non conductrices	Potentiels régions conductrices	Points forts	Points faibles
$\vec{AV} - \vec{A}$	A_x, A_y, A_z	A_x, A_y, A_z, V	* Traitement direct des régions multiplement connexes * Moins de conditions aux limites	* Nombres d'inconnues important * Temps de résolution important
$\vec{T}\phi - \phi$	ϕ	T_x, T_y, T_z, ϕ	* Réduction inconnues * Faible temps de calcul * Bien adapté aux régions conductrices	* Problèmes de régions multiplement connexes * Plus de conditions aux limites

Tableau II.1: Avantages et inconvénients des formulations en potentiels

II-3-11- Formulation en potentiels vecteur électrique modifiée (\vec{T} -Itérative) :

Comme précédemment, les formulations magnétodynamiques en potentiels \vec{AV} et $\vec{T}\phi$ sont typiques pour analyser les problèmes tridimensionnels à courants de Foucault. Cependant ces formulations nécessitent des variables dans l'air ainsi que dans le conducteur, la formulation en potentiels \vec{AV} tient compte naturellement de la conservation du flux magnétique, mais ne tient pas compte de la conservation du courant électrique. De même la formulation en potentiels $\vec{T}\phi$ tient compte naturellement de la conservation du courant électrique mais ne tient pas compte de la conservation du flux magnétique. Cependant, l'introduction des potentiels scalaires nous permet d'imposer explicitement les conditions de conservations du courant électrique et du flux magnétique.

Une formulation en potentiels vecteurs $\vec{A} - \vec{T}$ a été proposée par D. Albertz [AlHe98]. Elle permet de tenir compte de manière naturelle, à la fois, de la conservation du courant électrique et de la conservation du flux magnétique. Cependant, cette formulation est coûteuse en termes d'espace mémoire et de temps de résolution, car elle aboutit à un système de six équations au lieu de quatre pour les formulations \vec{AV} et $\vec{T}\phi$.

Dans la littérature certains auteurs ont déjà proposé la méthode \vec{T} -Itérative pour calculer les courants de Foucault où ϕ n'est pas inclus [MeFé10], [TSMN88], [THAN90], [LBFC12], [MeFé09]. Cette méthode tient compte naturellement des conservations du courant électrique et de la densité du flux magnétique. Outre cet avantage, l'utilisation de la loi de Biot-Savart permet de limiter le domaine d'étude aux parties actives du système. Cela permet de réduire les variables inconnues du problème, ainsi de faciliter la prise en compte des mouvements.

Le système étudié est illustré à la Figure II.3:



Figure II.3: Différentes parties du système étudié

D'après la relation (II- 34) la formulation $\vec{T}\phi$ est défini par :

$$\vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{B}_s + \vec{B}_r) = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \vec{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 (\vec{H}_s + \vec{H}_r)$$

Cependant, dans la formulation $\vec{T}\phi$, on ne peut pas utiliser le courant de source directement comme dans la méthode \vec{AV} . La densité de courant de la source peut être introduite par le champ source \vec{H}_s qui est calculé en tout point en utilisant la loi de Biot-Savart [THAN90], [LBFC12], [MeFé09], [GLPO93], [Test03] :

$$\vec{H}_s(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_s} \frac{\vec{J}_s(r_s) \times |\vec{r} - \vec{r}_s|}{|\vec{r} - \vec{r}_s|^3} d\Omega_s \quad (\text{II- 38})$$

Le champ induit (de réflexion) \vec{H}_r calculé en utilisant la loi de Biot et Savart :

$$\vec{H}_r(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_c} \frac{\vec{J}_i(r_c) \times |\vec{r} - \vec{r}_c|}{|\vec{r} - \vec{r}_c|^3} d\Omega_c \quad (\text{II- 39})$$

Puisque le champ magnétique \vec{H} est défini par $\vec{H}(r) = \vec{H}_s(r) + \vec{H}_r(r)$

$$\vec{H}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_s} \frac{\vec{J}_s(r_s) \times |\vec{r} - \vec{r}_s|}{|\vec{r} - \vec{r}_s|^3} d\Omega_s + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_c} \frac{\vec{J}_i(r_c) \times |\vec{r} - \vec{r}_c|}{|\vec{r} - \vec{r}_c|^3} d\Omega_c \quad (\text{II- 40})$$

En déduire $\vec{B}(r) = \vec{B}_s(r) + \vec{B}_r(r)$

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_s} \frac{\vec{J}_s(r_s) \times |\vec{r} - \vec{r}_s|}{|\vec{r} - \vec{r}_s|^3} d\Omega_s + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_c} \frac{\vec{J}_i(r_c) \times |\vec{r} - \vec{r}_c|}{|\vec{r} - \vec{r}_c|^3} d\Omega_c \quad (\text{II- 41})$$

Et d'après la définition du potentiel vecteur $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, on en déduit finalement que :

$$\vec{A}(r) = \vec{A}_s(r) + \vec{A}_r(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_s} \frac{\vec{J}_s(r_s)}{|\vec{r} - \vec{r}_s|} d\Omega_s + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_c} \frac{\vec{J}_i(r_c)}{|\vec{r} - \vec{r}_c|} d\Omega_c \quad (\text{II- 42})$$

Avec

\vec{A}_s : Potentiel de vecteur dû aux courants de source.

\vec{A}_r : Potentiel de vecteur dû aux courants induits.

$|\vec{r} - \vec{r}_s|$: Est la distance entre un point de la source repéré par le vecteur \vec{r}_s appartenant à la région Ω_s , et un point repéré par le vecteur \vec{r} où le champ magnétique \vec{H} est calculé.

$|\vec{r} - \vec{r}_c|$: représente la distance entre un point de la charge repéré par le vecteur \vec{r}_c appartenant à la région Ω_c , et un point repéré par le vecteur \vec{r} où champ magnétique \vec{H} est calculé.

En remplaçant la relation de l'induction magnétique \vec{B} , (II- 41) dans la relation (II- 34) on obtient la formulation suivante :

$$\vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}(r)) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_c} \frac{\vec{J}_i(r_c) \times |\vec{r} - \vec{r}_c|}{|\vec{r} - \vec{r}_c|^3} d\Omega_c \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_s} \frac{\vec{J}_s(r_s) \times |\vec{r} - \vec{r}_s|}{|\vec{r} - \vec{r}_s|^3} d\Omega_s \right) \quad (\text{II- 43})$$

Pour résoudre cette équation nous proposons la méthode itérative décrite par l'organigramme suivante (Figure II.4) :

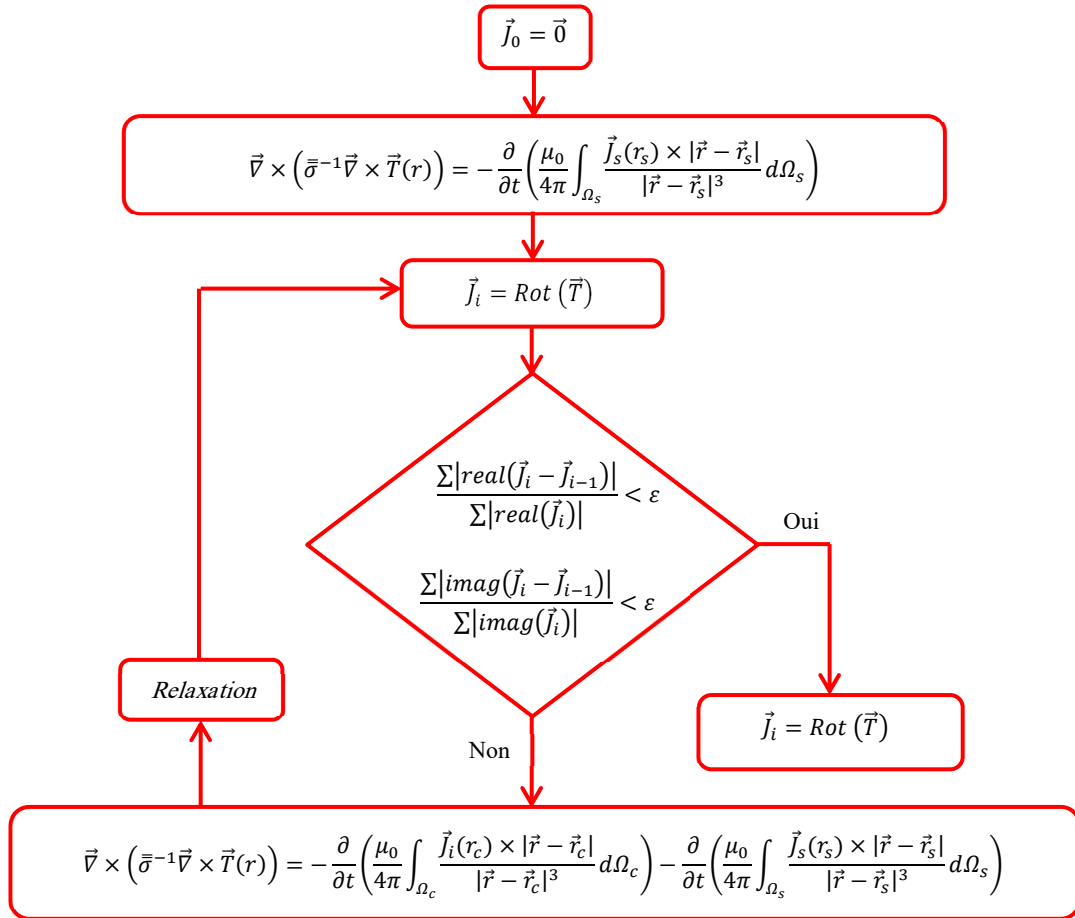


Figure II.4: Méthode de résolution itérative

On initialise le vecteur densité de courant induit à zéro $\vec{J}_0 = \vec{0}$, puis on procède à la résolution de l'équation (II-43) dans un processus itératif, en utilisant l'équation (II-9) pour le calcul de la densité des courants induits $\vec{J}_i = \vec{\nabla} \times \vec{T}$, l'arrêt du processus itératif est conditionné par un test de convergence qui peut être effectué sur la valeur du potentiel vecteur électrique ou sur la densité de courant induit. Le test de convergence doit être réalisé sur l'ensemble des parties réelle et imaginaire séparément, afin d'éviter que la partie imaginaire ne soit noyée dans l'erreur de calcul.

En effet, dans le contrôle par courants de Foucault des matériaux conducteurs non magnétiques, la partie imaginaire de l'impédance ne représente qu'environ 2% de la partie réelle [ZMFA08]. Ainsi, l'introduction d'un facteur α appelé « facteur de relaxation » tel que « $0 \leq \alpha < 1$ », [LBFC12], permet d'assurer la convergence des systèmes. La vitesse de convergence maximale doit être atteinte quand $\alpha = 1$, puis si l'algorithme itérative diverge, nous

choisissant un paramètre $0 \leq \alpha < 1$ pour améliorer la stabilité (convergence) mais au prix d'un plus grand nombre d'itérations conduisant à un temps de calcul plus long.

Contrairement à la formulation $\vec{T}\phi$, grâce à la loi de Biot et Savart la méthode \vec{T} itérative présente l'avantage qu'il n'est pas nécessaire de calculer le potentiel magnétique scalaire ϕ dans le conducteur et dans l'air. Cela permet de limiter le domaine d'étude aux parties actives du système. Ainsi de réduire le nombre des inconnues du problème et de faciliter la prise en compte des mouvements de la source.

II-4- Méthodes numériques de résolution des équations électromagnétiques

Les formulations magnétodynamiques précédemment exposées sont des équations aux dérivées partielles sous forme continue. La modélisation de ces équations par des méthodes analytiques est plus délicate dans le cas général où la géométrie des dispositifs étudiés est complexe, puisque les méthodes analytiques sont limitées à quelques cas particuliers de géométries simples (géométrie 2D plan ou axisymétriques). Cependant ces équations peuvent être approchées par résolution numérique avec l'une des méthodes numériques telles que : la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, la méthode des éléments de frontières et la méthode des éléments finis, méthodes mixtes qui sont une combinaison de deux méthodes numériques (éléments finis, éléments de frontières par exemple...) dont on donnera un aperçu dans les paragraphes suivants. L'évolution rapide de l'informatique et des techniques de calcul numérique a contribué largement à l'évolution de ce type de modélisation.

- **La méthode des différences finies (FDM)**, historiquement la première, est basée sur la technique du développement en Séries de Taylor, consiste à discrétiser le domaine étudié en un maillage rectangulaires en 2D ou hexaédrique en 3D, et à remplacer les opérateurs différentiels par des opérateurs de différences. Cette méthode est simple à programmer, elle nécessite un maillage qui s'adapte mal aux géométries complexes [Leve07], [Nage18].

- **La méthode des éléments de frontières (BEM)**, repose sur une méthode intégrale. Les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations intégrales. Les fonctions de Green, noyaux de ces intégrales, représentent la réponse due à une source ponctuelle (réponse impulsionnelle) dans le contexte de la géométrie étudiée [BoRR90]. La difficulté de leur détermination limite l'application de cette méthode à des géométries canoniques. Cette méthode ne peut s'appliquer que si les courants de Foucault se développent sur une profondeur qui peut être considérée comme négligeable devant les autres dimensions (excitation à haute fréquence, profondeur de pénétration nulle [Thol95]).

- **La méthode des volumes finis (FVM)**, appelée aussi méthode des volumes de contrôle et développée par Spalding et Patankar. C'est une méthode de résidus pondérés. Ou les

fonctions de poids sont égales à l'unité dans des volumes finis donnés. Elle consiste à discrétiser des équations aux dérivées partielles par une intégration sur des volumes finis entourant les nœuds du maillage plutôt qu'au nœud lui-même (cas de la méthode des différences finies). En effet, dans le cas de cette méthode, le domaine d'intégration est subdivisé en volumes de contrôle, chacun englobant un nœud de maillage. Lors de l'assemblage des équations discrétisées, la matrice du système globale est construite par arrête contrairement aux matrices globales issues d'une discrétisation par éléments finis, pour laquelle la construction se fait par élément. Cette méthode a été initialement utilisée en mécanique des fluides puis elle est appliquée pour la résolution des équations de Maxwell [LBFC12], [Cher07], [MoMD16].

- **La méthode des éléments finis (FEM)**, est basée sur la transformation des équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques à l'aide d'une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre. Elle est bien utilisée lorsque l'excitation s'effectue à basse ou moyenne fréquence où la profondeur de pénétration standard n'est pas négligeable devant les autres dimensions. Dans ce travail nous ne nous intéressons qu'à la méthode des éléments finis malgré son coût en occupation mémoire et en temps d'exécution, cette méthode présente des avantages tels que la robustesse ou la précision [Jin15], [DhLT12], [ZiTZ05].

II-5- Approximation éléments finis des formulations magnétodynamiques harmoniques

La méthode des éléments finis, est l'une des méthodes les plus adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle s'applique à la majorité des problèmes pratiques (linéaires ou non linéaires, stationnaires ou dépendant du temps) définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. Cette méthode appliquée au début à des problèmes de mécanique de structure, a connu des développements importants dans différents domaines scientifiques et industriels durant les dernières décennies [Ren99], [SLCW92], [ReMa90], [Feli81]. L'étude par éléments finis consiste à utiliser une approximation simple de l'inconnue recherchée pour transformer les équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques [5]. Cependant cette méthode ne s'applique pas directement aux équations aux dérivées partielles mais à une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre. Les méthodes couramment utilisées pour obtenir la formulation intégrale sont la mise sous forme variationnelle et la méthode des résidus pondérés. La méthode variationnelle de Ritz consiste à rendre extrémale une fonctionnelle qui est un intégral qui dépend de la fonction inconnue et de ses dérivées. Souvent, cette fonctionnelle représente l'énergie du système. Par contre la méthode des résidus pondérés permet de traiter directement l'équation aux dérivées partielles sans avoir à passer par un principe variationnelle, elle consiste à projeter l'équation à résoudre sur une base de fonction. L'avantage principal de la méthode des éléments finis est la possibilité d'analyser des problèmes à géométries

complexes avec une grande précision de calcul. Elle offre également la possibilité d'intégrer facilement la non-linéarité et l'anisotropie des propriétés physiques des matériaux modélisés.

L'approximation par la méthode des éléments fins consiste en une discrétisation spatiale (maillage du domaine) et une discrétisation des champs. La discrétisation spatiale permet de définir les fonctions de base (scalaires ou vectorielles) donnant naissance aux sous-espaces d'approximation des espaces continus (espaces dans lesquels se trouvent les champs). La discrétisation des champs consiste en la discrétisation de l'équation différentielle et des conditions aux limites pour obtenir un système algébrique où le vecteur solution de ce système contient les valeurs approximatives des champs sur les points du maillage.

De façon générale, les problèmes de magnétodynamique formulés sur un domaine Ω de frontière Γ peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$L(u) = f, \text{ dans } \Omega \quad (\text{II- 44})$$

$$B(u) = g, \text{ sur } \Gamma \quad (\text{II- 45})$$

Où L est un opérateur différentiel, B est un opérateur qui définit une condition à la limite, f et g sont des fonctions respectivement définies sur Ω et Γ , connues, et u est une fonction inconnue appartenant à un espace fonctionnel des solutions admissibles.

Pour pouvoir résoudre numériquement ce problème, il est nécessaire de passer par la formulation faible du problème. On l'obtient soit par l'application de la méthode des résidus pondérés et l'approximation de Galerkin, soit en minimisant la fonctionnelle d'énergie associée au modèle physique. Ces deux méthodes sont censées de donner le même résultat.

La Méthode de résidus pondérés permet de résoudre un système d'équations aux dérivées partielles en approximant la solution exacte par une solution approchée. En remplaçant la solution exacte par la solution approchée, nous commettons une erreur appelée résidu R . Ce résidu est donné alors par :

$$R = L(u) - f \quad (\text{II- 46})$$

L'utilisation de la méthode des résidus pondérés, à l'aide des fonctions de pondération \hat{N}_i (ou les fonctions test) bien choisies, l'intégrale du résidu s'annule en n points de Ω .

$$F(u) = \int_{\Omega} (L(u) - f) \hat{N}_i d\Omega = 0 \quad (\text{II- 47})$$

Avec la fonction de pondération vectorielle \hat{N}_i en 3D défini comme suit :

$$\hat{N}_i = N_i I_{d3} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}, \quad I_{d3} : \text{La matrice identité.} \quad (\text{II- 48})$$

Où \widehat{N}_i est la fonction de pondération scalaire ou vectorielle appartenant au même espace fonctionnel des solutions admissibles, qui forment une base de fonctions linéairement indépendantes, leur nombre doit être égal au nombre d'inconnues du problème (dof).

La fonction inconnue élémentaire u^e est approchée par une combinaison linéaire des fonctions \widehat{N}_j sont appelées les fonctions d'approximations ou les fonctions de forme (fonctions polynomiales).

$$u^e = \sum_{j=1}^n \widehat{N}_j^e u_j^e \quad (\text{II- 49})$$

L'utilisation de l'approximation de GALERKINE permet de considérer les fonctions de pondération sont les mêmes que les fonctions d'interpolation $\widehat{N}_i \equiv \widehat{N}_j$ (\widehat{N}_i est identique à \widehat{N}_j) Cette méthode présente l'avantage d'obtenir un système matriciel symétrique.

Pour calculer une grandeur dans un domaine discrétisé, il existe plusieurs méthodes d'approximation. On peut discrétiser cette valeur :

- Aux nœuds du maillage (approximation nodale) ;
- Par sa circulation le long des arêtes des éléments (approximation par des éléments d'arêtes) ;
- Par son flux à travers les facettes des éléments (approximation par des éléments de facettes) ;
- Par sa valeur au volume de l'élément (éléments de volume).

Les éléments nodaux peuvent également être utilisés pour interpoler des variables vectorielles, cas dans lesquels les degrés de libertés sont les valeurs des trois composantes aux nœuds de l'élément.

Pour un élément (e) ayant (m) nœuds, le variable vectorielle \vec{u} comporte trois composantes u_x, u_y, u_z et une seule composante pour un variable scalaire w .

$$\begin{cases} u_s^e = \sum_{j=1}^m \widehat{N}_j^e u_{s,j}^e & \text{avec } s = x, y, z \\ w^e = \sum_{j=1}^m \alpha_j^e w_j^e \end{cases} \quad (\text{II- 50})$$

Où la fonction d'approximation vectorielle \widehat{N}_j en 3D défini comme suit :

$$\widehat{N}_j = N_j I_{d3} = \begin{bmatrix} N_j & 0 & 0 \\ 0 & N_j & 0 \\ 0 & 0 & N_j \end{bmatrix} \quad (\text{II- 51})$$

Avec \widehat{N}_j^e les fonctions d'approximations nodales vectorielles, et α_j^e les fonctions d'approximations nodales. Ces associées à chaque nœud défini par les coordonnées des nœuds du maillage.

Pour la suite de notre étude, nous retenons la méthode des éléments finis nodaux.

II-5-1- Discrétisation de la formulation magnétodynamique $\vec{AV} - \vec{A}$

Pour des dispositifs à matériaux linéaires et des alimentations sinusoïdales, l'opérateur de dérivation temporelle $\frac{\partial}{\partial t}$ est remplacé en un facteur $j\omega$.

Le système d'équations en potentiels vecteur magnétique et scalaire électrique à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) - \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right) + j\omega \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) = \vec{J}_s \\ \vec{\nabla} \cdot (j\omega \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V)) = 0 \end{cases} \quad (\text{II- 52})$$

Après application de la méthode des résidus pondérés, du théorème de Green et en tenant compte des fonctions de pondérations, la formulation intégrale faible discrète s'écrit :

$$\begin{cases} \int_{\Omega_e} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) v (\vec{\nabla} \times \vec{A}) d\Omega_e + \int_{\Omega_e} (\vec{\nabla} \cdot \hat{N}_i) v_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) d\Omega_e + \\ + \int_{\Omega_e} j\omega \hat{N}_i \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) d\Omega_e + \int_{\Gamma_e} \hat{N}_i v \left((\vec{\nabla} \times \vec{A}) \times \vec{n} \right) d\Gamma_e = \int_{\Omega_e} \hat{N}_i \vec{J}_s d\Omega_e \\ \int_{\Omega_e} (j\omega \vec{\nabla} \hat{N}_i \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V)) d\Omega_e - \int_{\Gamma_e} (j\omega \hat{N}_i \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) \cdot \vec{n}) d\Gamma_e = 0 \end{cases} \quad (\text{II- 53})$$

- Dans le domaine de l'inducteur (bobine) avec une densité de courant source :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) v (\vec{\nabla} \times \vec{A}) d\Omega_s + \int_{\Omega_s} (\vec{\nabla} \cdot \hat{N}_i) v_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) d\Omega_s + \\ + \int_{\Gamma_s} \hat{N}_i v \left((\vec{\nabla} \times \vec{A}) \times \vec{n} \right) d\Gamma_s = \int_{\Omega_s} \hat{N}_i \vec{J}_s d\Omega_s \end{aligned} \quad (\text{II- 54})$$

- Dans le domaine du matériau conducteur (cible) :

$$\begin{cases} \int_{\Omega_c} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) v (\vec{\nabla} \times \vec{A}) d\Omega_c + \int_{\Omega_c} (\vec{\nabla} \cdot \hat{N}_i) v_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) d\Omega_c + \\ + \int_{\Omega_c} j\omega \hat{N}_i \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) d\Omega_c + \int_{\Gamma_c} \hat{N}_i v \left((\vec{\nabla} \times \vec{A}) \times \vec{n} \right) d\Gamma_c = \vec{0} \\ \int_{\Omega_c} (j\omega \vec{\nabla} \hat{N}_i \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V)) d\Omega_c - \int_{\Gamma_c} (j\omega \hat{N}_i \bar{\sigma} (\vec{A} + \vec{\nabla}V) \cdot \vec{n}) d\Gamma_c = 0 \end{cases} \quad (\text{II- 55})$$

- Dans le domaine de l'air :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_a} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) v (\vec{\nabla} \times \vec{A}) d\Omega_a + \int_{\Omega_a} (\vec{\nabla} \cdot \hat{N}_i) v_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) d\Omega_a + \\ + \int_{\Gamma_a} \hat{N}_i v \left((\vec{\nabla} \times \vec{A}) \times \vec{n} \right) d\Gamma_a = \vec{0} \end{aligned} \quad (\text{II- 56})$$

Pour un élément, le potentiel vecteur magnétique \vec{A} comporte trois composantes A_x, A_y, A_z et une seule composante du potentiel électrique V .

$$\begin{cases} A_s^e = \sum_{j=1}^m \hat{N}_j^e A_{s,j}^e \quad \text{avec } s = x, y, z \\ V^e = \sum_{j=1}^m \alpha_j^e V_j^e \end{cases} \quad (\text{II- 57})$$

L'approximation du potentiel vecteur magnétique \vec{A} à l'aide des fonctions d'approximations vectorielles \hat{N}_j^e , et le potentiel scalaire électrique V avec des fonctions d'approximations scalaire α_j^e , et on appliquant la méthode de Galerkin on obtient le système matriciel symétrique suivant [Jin15], [Azzo00], [RaFe05], [RaFZ05], [RaHo95], puis si on considère des conditions aux limites naturelles (équation (II-29)) les intégrales surfaciques sont disparaître.

$$\begin{bmatrix} K_{xx} + M_{xx} & K_{xy} & K_{xz} & G_{xv} \\ K_{yx} & K_{yy} + M_{yy} & K_{yz} & G_{yv} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} + M_{zz} & G_{zv} \\ G_{vx} & G_{vy} & G_{vz} & G_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ F_v \end{bmatrix} \quad (\text{II- 58})$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{n,m}^{i,j} = \int_{\Omega_e} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) v (\vec{\nabla} \times \hat{N}_j) d\Omega_e + \int_{\Omega_e} (\vec{\nabla} \cdot \hat{N}_i) v_p (\vec{\nabla} \cdot \hat{N}_j) d\Omega_e \\ M_{n,s}^{i,j} = \int_{\Omega_e} j\omega \hat{N}_i \bar{\sigma} \hat{N}_j d\Omega_e \\ G_{s,v}^{i,j} = \int_{\Omega_e} j\omega \hat{N}_i \bar{\sigma} \vec{\nabla} \alpha_j d\Omega_e \\ G_{v,s}^{i,j} = \int_{\Omega_e} j\omega \vec{\nabla} \hat{N}_i \bar{\sigma} \hat{N}_j d\Omega_e \\ G_{vv}^{i,j} = \int_{\Omega_e} (j\omega \vec{\nabla} \alpha_i \bar{\sigma} \vec{\nabla} \alpha_j) d\Omega_e \\ F_s^i = \int_{\Omega_e} \hat{N}_i J_e d\Omega_e \\ \text{Où } s = x, y, z \end{array} \right. \quad (\text{II- 59})$$

Les problèmes tridimensionnels sont complexes par la taille des matrices creuse obtenues, le recours à des algorithmes de préconditionnement ainsi que l'utilisation des méthodes itératives bi-gradient conjugué stabilisé (BICGSTABL), ou la généralisation de la méthode de minimisation du résidu GMRES, pour la résolution du système obtenu est nécessaire [Rach07], [Azzo00].

II-5-2- Discrétisation de la formulation magnétodynamique \vec{T} modifiée (\vec{T} -Itérative)

En régime harmonique, l'opérateur de dérivation temporelle $\frac{\partial}{\partial t}$ est remplacé en un facteur $j\omega \cdot -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 (\vec{H}_s + \vec{H}_r)$

Le système d'équations en potentiels vecteur électrique à résoudre est le suivant :

$$\vec{\nabla} \times (\bar{\sigma}^{-1} \vec{\nabla} \times \vec{T}) = -j\omega \mu_0 (\vec{H}_s + \vec{H}_r) \quad (\text{II- 60})$$

Nous supposons une distribution de densité du courant source uniforme et constante dans le volume élémentaire Ω_s . On connaît la valeur de la densité du courant de la source \vec{J}_s . Le champ magnétique \vec{H}_s peut être obtenu par la loi de Biot-Savart (II- 38). Comme on a discuté

précédemment, quand il y a des courants de Foucault dans la cible, le champ magnétique \vec{H}_r est engendré par les courants de Foucault est calculé par l'équation (II- 39).

Après application de la méthode des résidus pondérés, du théorème de Green et en tenant compte des fonctions de pondérations, la formulation intégrale faible discrète s'écrit :

$$\int_{\Omega_e} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) \bar{\sigma}^{-1} (\vec{\nabla} \times \vec{T}) d\Omega_e = -j\omega\mu_0 \left(\int_{\Omega_e} \hat{N}_i \vec{H}_s d\Omega_e + \int_{\Omega_e} \hat{N}_i \vec{H}_r d\Omega_e \right) \quad (\text{II- 61})$$

Pour un élément, le potentiel vecteur électrique \vec{T} comporte trois composantes T_x, T_y, T_z .

$$T_s^e = \sum_{j=1}^m \hat{N}_j^e T_{s,j}^e \quad \text{avec } s = x, y, z \quad (\text{II- 62})$$

L'approximation du potentiel vecteur électrique \vec{T} a l'aide des fonctions d'approximations vectorielles \hat{N}_j^e , et en appliquant la méthode de Galerkin on obtient le système matriciel symétrique suivant.

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (\text{II- 63})$$

Avec

$$\begin{cases} K_{n,m}^{i,j} = \int_{\Omega_e} (\vec{\nabla} \times \hat{N}_i) \nu (\vec{\nabla} \times \hat{N}_j) d\Omega_e \\ F_s^i = -j\omega\mu_0 \left(\int_{\Omega_e} \hat{N}_i \vec{H}_s d\Omega_e + \int_{\Omega_e} \hat{N}_i \vec{H}_r d\Omega_e \right) \\ \text{Où } s = x, y, z \end{cases} \quad (\text{II- 64})$$

La composante normale de la densité de courant de Foucault doit disparaître à la frontière, donc la condition aux limites est donnée par la relation suivante :

$$\vec{n} \times \vec{T} = \vec{0} / \Gamma \quad (\text{II- 65})$$

II-5-3- Discrétisation spatiale (Maillage)

Le maillage est une discrétisation spatiale d'un milieu continu, ou aussi, une modélisation géométrique d'un domaine par des éléments proportionnés finis et bien définis. L'objet de cette opération est de procéder à une simplification d'un domaine physique continu par un domaine discret, soit la succession des opérations de numérotation des nœuds suivi par son localisation et numérotation des éléments suivi par la connectivité entre les nœuds. Cette partie a été effectuée en utilisant le logiciel Gmsh (logiciel de maillage), après l'introduction de la géométrie du problème.

Le mailleur Gmsh est un logiciel libre créé par Christophe Geuzaine et Jean-Francois Remacle sous la licence GPL [GeRe09], permettant de générer des maillages 2D et 3D de type éléments finis avec des outils de pré/post-traitement.

Pour mailler une géométrie par ce logiciel, on doit passer par plusieurs étapes dont les plus importantes sont :

- **Définition de la géométrie**

Le logiciel permet de définir n'importe quelle géométrie, cette dernière peut être créée par deux méthodes, la première en utilisant l'interface graphique du logiciel et la deuxième moyennant un fichier texte.

- **Création de groupes physiques**

Cette partie permet de préparer la structure pour l'injection des conditions aux limites. Elle ouvre la possibilité de considérer n'importe quelle entité constituant le maillage (volume, surface, ligne, point) comme un groupe physique dont un nombre sera attribué afin de le distinguer par rapport aux autres.

- **Génération du maillage**

L'élément linéaire triangulaire en 2D ou tétraèdre en 3D est choisi automatiquement par Gmsh. Le maillage est créé par deux méthodes, la première en utilisant l'interface graphique du logiciel et la deuxième moyennant de la ligne de commande.

Nous avons réalisé une fonction par MATLAB[®] qui permet de récupérer les données du maillage généré par le logiciel Gmsh.

II-6- Calcul de la variation d'impédance de l'inducteur

Dans ce travail nous avons choisi la variation de l'impédance de l'inducteur comme réponse du capteur pour les applications en CND par courants de Foucault dans le domaine fréquentiel, pour la caractérisation des propriétés physiques et géométriques des pièces en matériaux homogènes ou composites à fibre de carbone ou pour la détection des défauts dans ces pièces. On doit disposer tout d'abord d'un modèle qui nous permet de calculer la variation de l'impédance ΔZ à partir de la différence entre les impédances Z en présence et en absence matériau ou du défaut.

La variation de l'impédance peut être calculée de différentes manières. Nous citons les deux approches les plus utilisées. Dans les deux approches aboutissent aux mêmes résultats.

II-6-1- Approche énergétique

L'échange de puissances entre l'inducteur alimenté par un courant de valeur efficace I_s , et la charge en matériau conducteur siège des courants induits, s'exprime comme suit [GeRe09].

$$ZI_s^2 = (R + jX)I_s^2 = P + j\omega 2W \quad (\text{II- 66})$$

Avec R et X sont la résistance et la réactance équivalentes du capteur et ω représente la pulsation du courant d'excitation.

La puissance active dissipée dans la charge P ou les pertes Joule ; elle s'exprime comme suit :

$$P = \int_{\Omega_c} \vec{J}^* \cdot \bar{\rho} \cdot \vec{J} dv \quad (\text{II- 67})$$

L'énergie magnétique emmagasinée dans tout l'espace d'étude W ; elle s'exprime comme suit :

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega_c \cup \Omega_s \cup \Omega_e} \vec{B}^* \nu \vec{B} d\Omega \quad (\text{II- 68})$$

Avec \vec{B} et ν représentent respectivement l'induction magnétique et la reluctivité magnétique, \vec{J} et $\bar{\rho}$ représentent respectivement la densité de courants de Foucault et le tenseur de la densité volumique de charge électrique.

II-6-2- Approche intégrale

La variation d'impédance peut aussi être déterminée en calculant l'énergie électromagnétique de la bobine constituant le capteur.

Cette variation est exprimé par la relation suivante [Tril10], [BuRo87], [BoSS89] :

$$Z I_s^2 = R + jX = -\frac{1}{I_s^2} \int_{\Omega_s} \vec{E}_s \cdot \vec{J}_s d\Omega_s = -\frac{1}{I_s^2} \int_{\Omega_s} (\vec{E} - \vec{E}_0) \cdot \vec{J}_s d\Omega_s \quad (\text{II- 69})$$

\vec{E}_s représente le champ électrique au niveau de l'inducteur produit par les courants induits dans la charge et \vec{J}_s représente la densité du courant source au niveau de l'inducteur.

Où \vec{E} et \vec{E}_0 sont les champs électriques respectivement en présence et en absence du matériau ou de la fissure.

Dans la bobine, le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = j\omega \vec{A} \quad (\text{II- 70})$$

D'où, l'expression de la variation d'impédance [FTTH97] est donnée par:

$$\Delta Z = \Delta R + j\Delta X = \frac{j\omega}{I_s^2} \int_{\Omega_s} (\vec{A} - \vec{A}_0) \cdot \vec{J}_s d\Omega_s \quad (\text{II- 71})$$

Avec \vec{A} et \vec{A}_0 étant les potentiels vecteurs magnétiques respectivement en présence et en absence du matériau ou de la fissure.

II-6-3- Organigramme de calcul par éléments finis

Pour la mise en œuvre de la méthode des éléments finis sous environnement MATLAB® on suit les étapes de l'organigramme suivant (Figure II.5) :

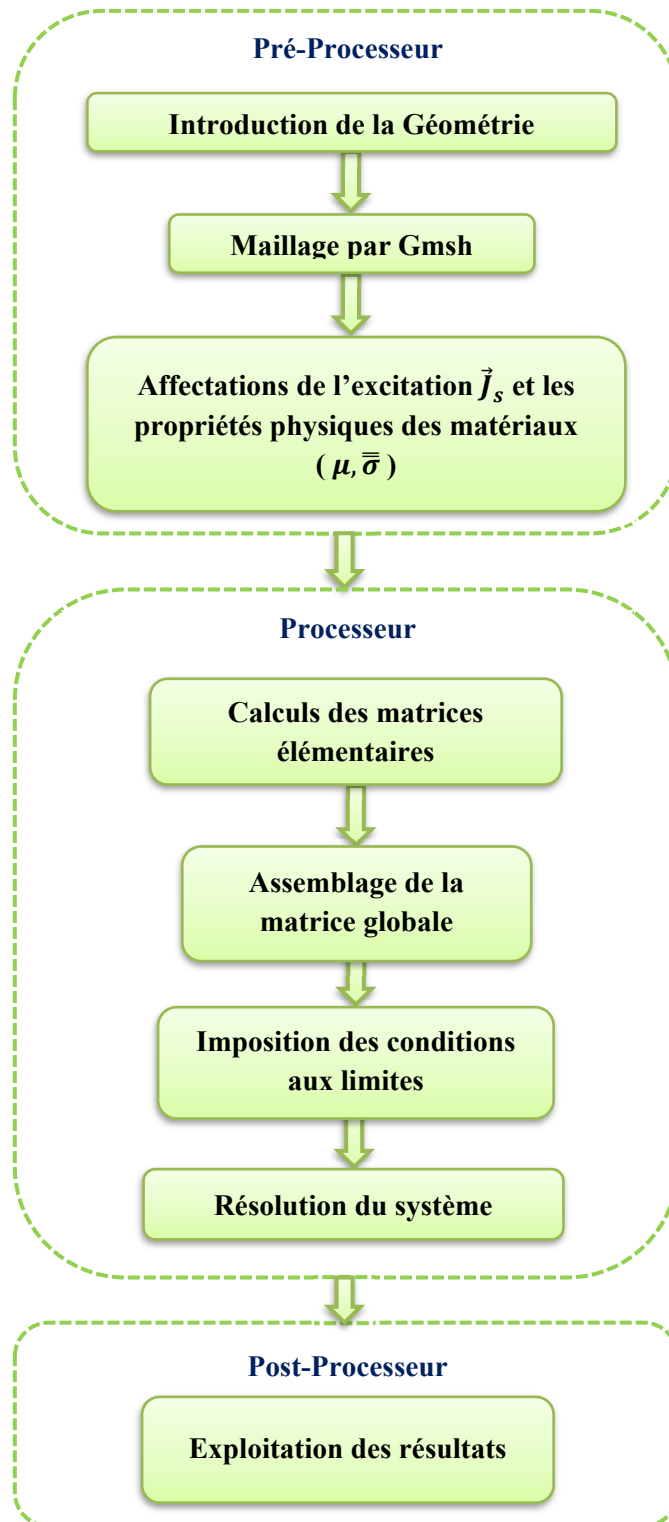


Figure II.5: Organigramme de calcul par éléments finis

II-7- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelés les principales formulations magnétodynamiques 3D existantes dans la littérature, ainsi que leurs limites de validité et les plus avantageuses dans le cadre du CND. Nous évoquons de façon plus détaillée les formulations basées sur le potentiel vecteur magnétique et scalaire électrique. Beaucoup de travaux ont montré que les formulations basées sur le potentiel vecteur magnétique sont des formulations générales, robustes et faciles à implémenter. Puis nous avons présenté la formulation en potentiel vecteur électrique associée à une technique itérative (\vec{T} -itérative) dans le but de limiter le domaine d'étude aux parties actives du système étudié grâce à l'utilisation de la loi de Biot et Savart, cela permet de déplacer la bobine facilement. Ensuite nous avons présenté les méthodes numériques appliquées à la résolution des équations en électromagnétisme. Par la suite nous avons évoqué de façon plus détaillée la MEF qui est la méthode choisie dans ce travail pour la simulation des problèmes de CND par courant de Foucault, afin d'évaluer les courants induits dans les structures conducteurs homogènes ou composites, ainsi que la variation de l'impédance de l'inducteur.

Chapitre III :

Implémentation de la Méthode \vec{T} -
Itérative pour la Caractérisation des
MCFCs Stratifiés

III-1- Introduction

Nous avons implémenté l'algorithme de la formulation en potentiel vecteur électrique \vec{T} associée à la technique itérative développée dans le chapitre précédent où la nature anisotrope de matériaux composites sera prise en compte dans un code de calcul sous environnement MATLAB® basé sur la méthode des éléments finis. Cette partie du travail consiste à valider l'outil développé, premièrement pour les matériaux isotropes en comparant les résultats numériques obtenus à ceux trouvés à l'aide d'un dispositif expérimental JSAEM Benchmark No.1 exprimé dans la littérature [Yue12], [ARTU98]. Puis pour l'inspection des matériaux anisotropes le code développé sera validé par comparaison des résultats numériques obtenus avec des résultats avec ceux obtenus par des calculs analytiques, pour ce faire, nous disposerons un modèle analytique qui exprime la variation d'impédance d'une bobine à axe vertical à la surface d'une plaque présentant une anisotropie uni-axiale de la conductivité électrique [Burk90], (Annexe 1). De plus, un deuxième capteur de forme rectangulaire sera utilisé avec des plaques anisotropes unidirectionnelles et multidirectionnelles pour caractériser géométriquement les MCFCs, on se basant sur la variation d'impédance. Le maillage du capteur / plaque sera effectué séparément à l'aide du logiciel Gmsh [GeRe09].

III-2-Validation par JSAEM benchmark problem No.1

Le système CND-CF se compose d'une bobine à air (pancake) qui se déplace au-dessus d'une plaque conductrice (voir Figure III.1). La fréquence et la distance bobine-pièce (lift-off) sont tous les deux imposées.

Le résultat expérimental de ce benchmark donne la variation de la résistance ΔR et de la réactance ΔX , donc de variation l'impédance $\Delta Z = Z - Z_0$, de la bobine mesurée de celle-ci. Z est l'impédance de la bobine en présence de la plaque et Z_0 est l'impédance de la bobine sans plaque. Les différents paramètres géométriques et physiques sont listés dans le Tableau III.1.

Plaque conductrice		Bobine	
Longueur (L)	40 (mm)	Rayon interne (R_i)	1.2 mm
Largeur (W)	40 (mm)	Rayon externe (R_e)	3.2 mm
Épaisseur (E_p)	1.25 (mm)	Hauteur (h)	0.8 mm
Conductivité (σ)	10^7 (S/m)	Lift-off (l_f)	0.5 et 1 mm
Perméabilité (μ_r)	1	Nombre de spires (N)	140 spires
		Fréquence (f_r)	150 et 300 kHz

Tableau III.1: Paramètres du problème JSAEM Benchmark N°1

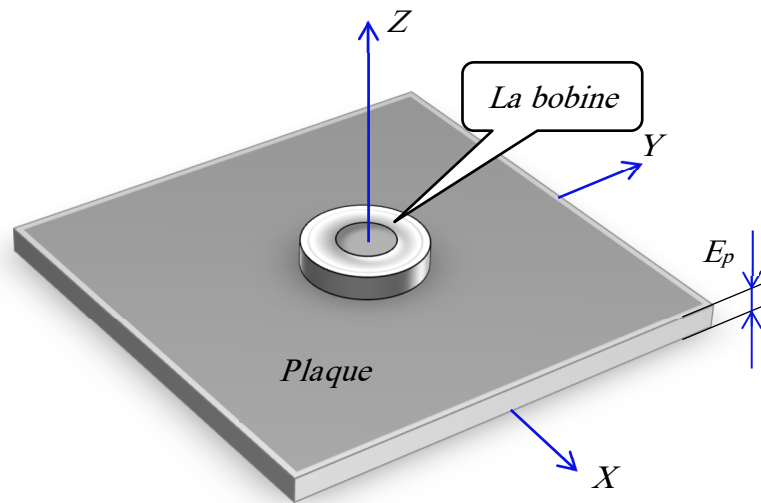


Figure III.1: JSAEM Benchmark Pb N°1

Le problème consiste donc à déterminer par le modèle précédemment décrit, la variation d'impédance ΔZ , autrement dit les variations de résistance et de réactance de la bobine en fonction de la fréquence.

L'utilisation de la formulation en potentiel vecteur électrique \vec{T} associée à la MEF nous permet de mailler la pièce et la bobine séparément une seule fois, le maillage est réalisé à l'aide du logiciel Gmsh avec des éléments de type hexaédrique. La bobine est divisée en 1792 éléments de volumes et la plaque est divisée en 3042 éléments de volumes. L'air n'est pas inclus, la Figure III.2 représente le maillage de la plaque et de la bobine respectivement.

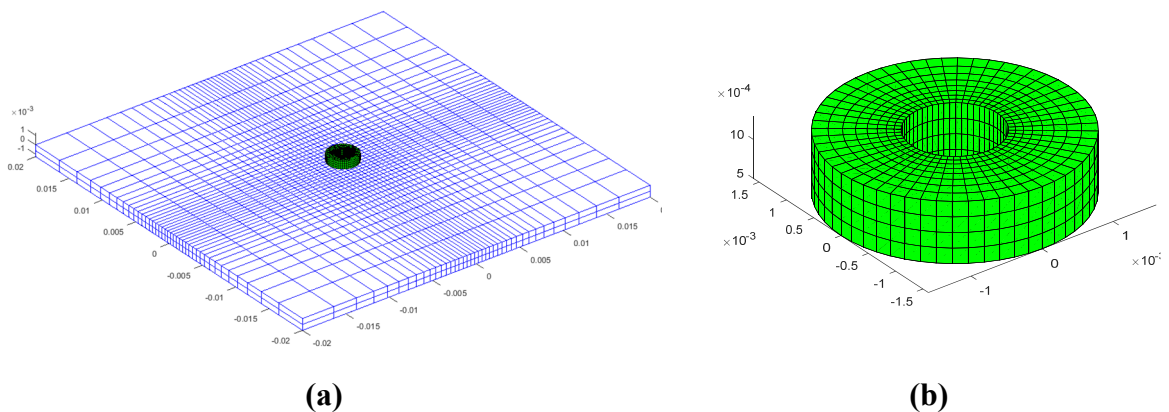


Figure III.2: a)- Maillage du système étudié, b)- Zoom de Maillage de la bobine.

En premier lieu on valide le code que nous avons développé utilisant la formulation (\vec{T} -itérative), cette dernière à l'avantage que nous maillons uniquement la zone active comparée aux autres formulations (formulation $\vec{A} - V$ et la formulation $\vec{T} - \Omega$).

Un problème de mémoire apparaît rapidement est engendrer une matrice pleine ou dense à cause de l'intégrale sur le volume Ω_c de l'équation (II- 39), pour éviter ce problème il faut

transformer la matrice pleine en matrice creuse, donc nous supposons que les courants d'induis loin de la bobine créent très peu de champ magnétique et peuvent donc être négligés.

La variation de l'impédance pour deux fréquences 150 kHz et 300 kHz avec un lift-off de 0.5mm sont illustrés par la Figure III.3.

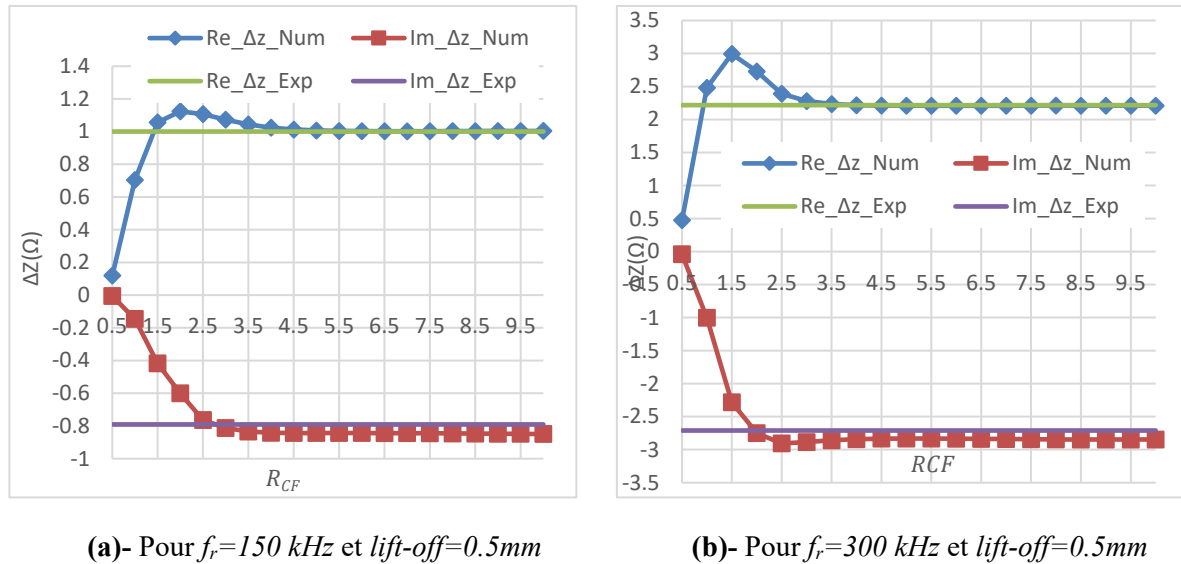


Figure III.3: Variation de l'impédance de la bobine on fonction du rayon fictif des courants de Foucault (R_{CF})

À partir de ces figures, on constate que les variations d'impédance se rapprochent de la mesure et commencent à donner le même résultat quand le rayon fictif des courants induit est supérieur ou égale à quatre fois ou cinq fois le rayon externe de la bobine.

$$R_{CF} = 4 \times R_o \text{ à } R_{CF} = 5 \times R_o.$$

R_{CF} : Rayon fictif des courants de Foucault.

R_o : Rayon externe de la bobine.

Les résultats obtenus de la variation d'impédance de la bobine ΔZ , ΔR et ΔX sont comparée à ceux obtenues expérimentalement pour des fréquences 150 kHz et 300 kHz et un lift-off de 0.5 mm et 1.0 mm, les résultats de comparaison sont groupés dans le Tableau III.2. On remarque qu'il y a un bon accord entre les résultats de mesure et les résultats de la simulation numérique.

Lift-Off (mm)	Fréquence (kHz)	ΔZ (Ω)		ΔR (Ω)		ΔX (Ω)	
		Exp	Sim	Exp	Sim	Exp	Sim
0.50	150	1.27	1.310	1.00	1.002	-0.79	-0.843
0.50	300	3.50	3.593	2.22	2.208	-2.71	-2.834
1.00	150	0.63	0.696	0.41	0.487	-0.48	-0.497
1.00	300	1.74	1.805	0.94	0.961	-1.47	-1.528

Tableau III.2: Variation de l'impédance de la Bobine.

La Figure III.4 présente la distribution des densités des courants induits en fonction de rayon fictif des courants de Foucault. Le même constat est observé, que la variation de rayon fictif de la plaque commence à donner la même distribution des densités des courants induits dans la plaque quand le rayon fictif des courants induit est supérieur ou égale à quatre ou cinq fois le rayon externe de la bobine.

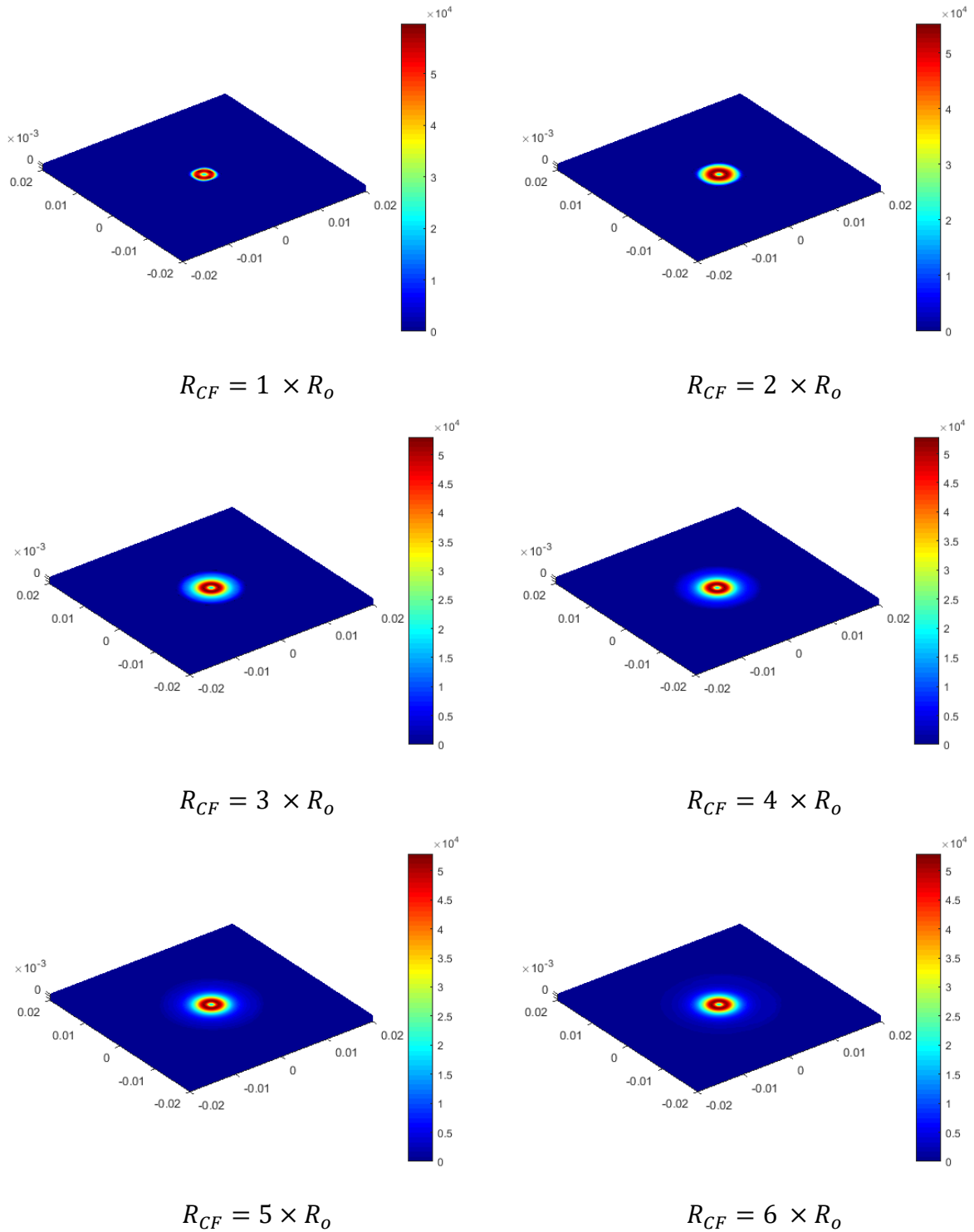


Figure III.4: Distribution de la densité des courants induits en fonction du rayon fictif

III-3-Validation sur une plaque anisotrope

Cette partie du travail consiste à valider le code que nous avons développé, en comparant, dans un exemple de calcul, les résultats numériques à ceux obtenus par un calcul analytique. Pour ce faire, nous disposons d'un modèle analytique exprimant la variation de l'impédance d'une bobine à axe perpendiculaire à la surface d'une plaque présente une anisotropie uniaxiale de la conductivité électrique [Burk90]. Le calcul analytique de la variation de l'impédance de la bobine est présenté dans l'annexe A1.

III-3-1- Bobine à axe vertical sur une plaque anisotrope

Dans cette application, nous considérons le système décrit dans Figure III.5, qui représente une bobine excitée par un courant alternatif placée en dessus d'une plaque en matériau composite à fibre de carbone ayant les caractéristiques décrites dans le tableau III.3.

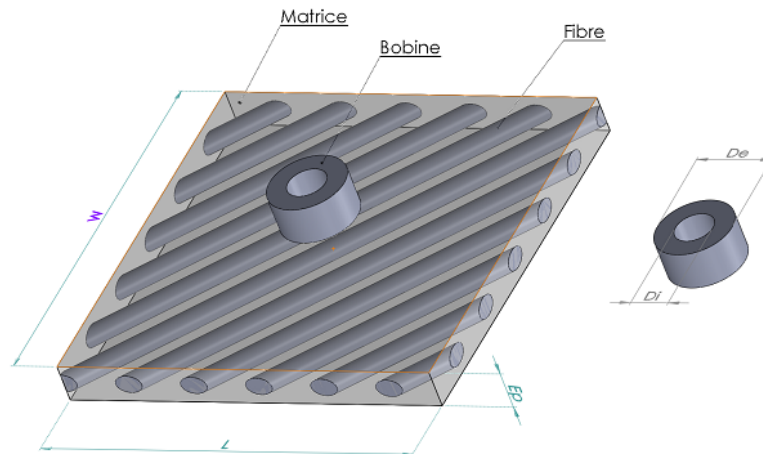


Figure III.5: Bobine à axe vertical au-dessus d'une plaque conductrice anisotrope

La simulation de tout système électromagnétique nécessite la connaissance de toutes les caractéristiques physiques et géométriques dans différentes régions. Les paramètres physiques et géométriques du système à étudier sont donnés dans le Tableau III.3:

Plaque en MCFC		Bobine	
Plaque circulaire de rayon $\text{\textcircled{R}}$	250 (mm)	Rayon interne (D_i)	10.0 mm
Plaque carrée de dimension ($L \times W$)	500×500(mm ²)	Rayon externe (D_e)	20.0 mm
Épaisseur (E_p)	0.125 à 1 (mm)	Hauteur (h)	1.0 mm
Conductivité ($\sigma_L, \sigma_T, \sigma_P$)	10 ⁴ , 10 ² , 10 ² (S/m)	Lift-off (l_f)	0.01 mm
Perméabilité (μ_r)	1	Nombre de spires (N)	500 spires
		Fréquence (f_r)	10 ⁵ à 10 ⁷ (Hz)

Tableau III.3: Caractéristiques physiques et géométriques.

La bobine et la plaque sont maillées séparément avec des éléments de maillage de type hexaédrique comme le montre les figures se dessous.

Afin de tester la robustesse du code développé, Nous avons discrétisé la plaque par trois types de maillage différents, maillage non régulé, maillage régulé variable et maillage régulé, la première est une plaque circulaire est divisée en 60375 éléments non régulés raffiné au centre de la plaque, la deuxième est une plaque carrée est divisée en 90000 éléments régulé variable raffiné au centre de la plaque, la troisième est une plaque carrée est divisée en 90000 éléments régulé et finalement la bobine est discrétisée en 2048 éléments de volumes. la Figure III.6 illustre le maillage de la plaque et de la bobine respectivement.

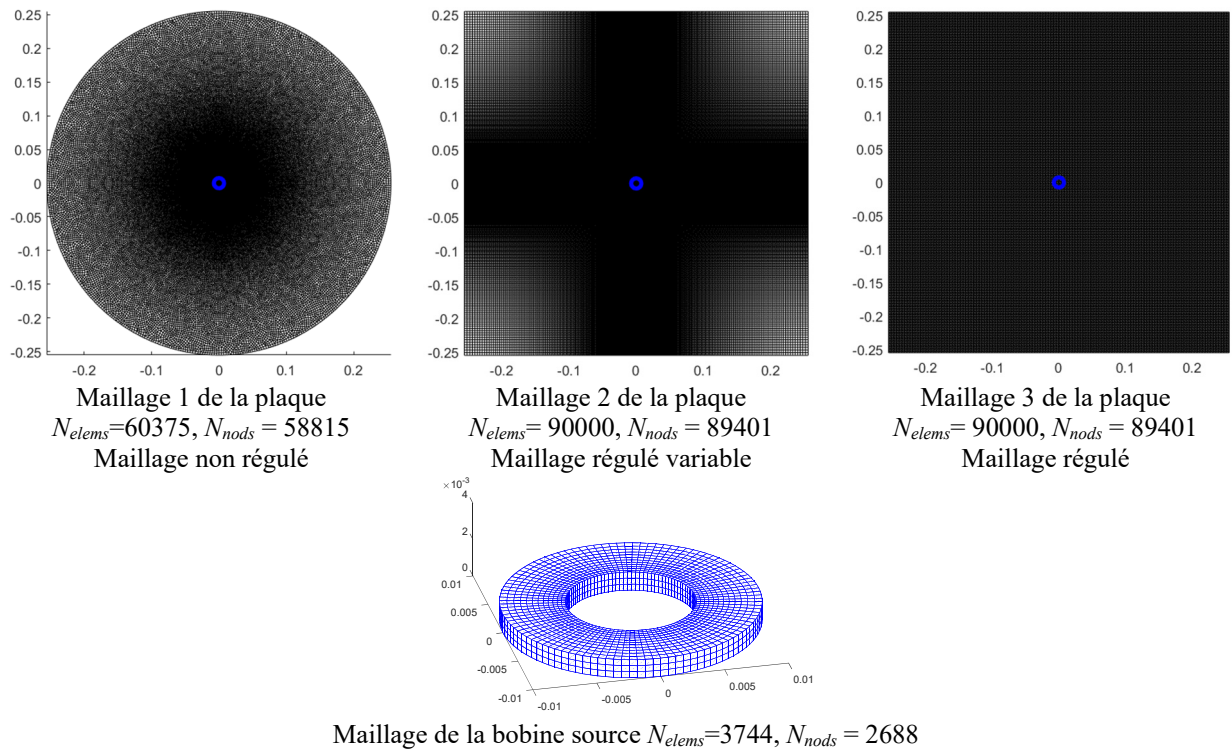


Figure III.6: Maillage du système étudié

Dans cette application, nous allons calculer la variation de la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance du capteur et l'erreur relative en fonction de la fréquence avec l'orientation de fibre à $\theta = 0^\circ$ pour plusieurs épaisseurs de la plaque et un lift-off de 0.01 mm comme indiqué sur la Figure III.7, Figure III.8 et Figure III.9. Ces figures présentent une comparaison entre les résultats de simulation numérique et celles obtenus par des calculs analytiques pour plusieurs types de maillages de la plaque.

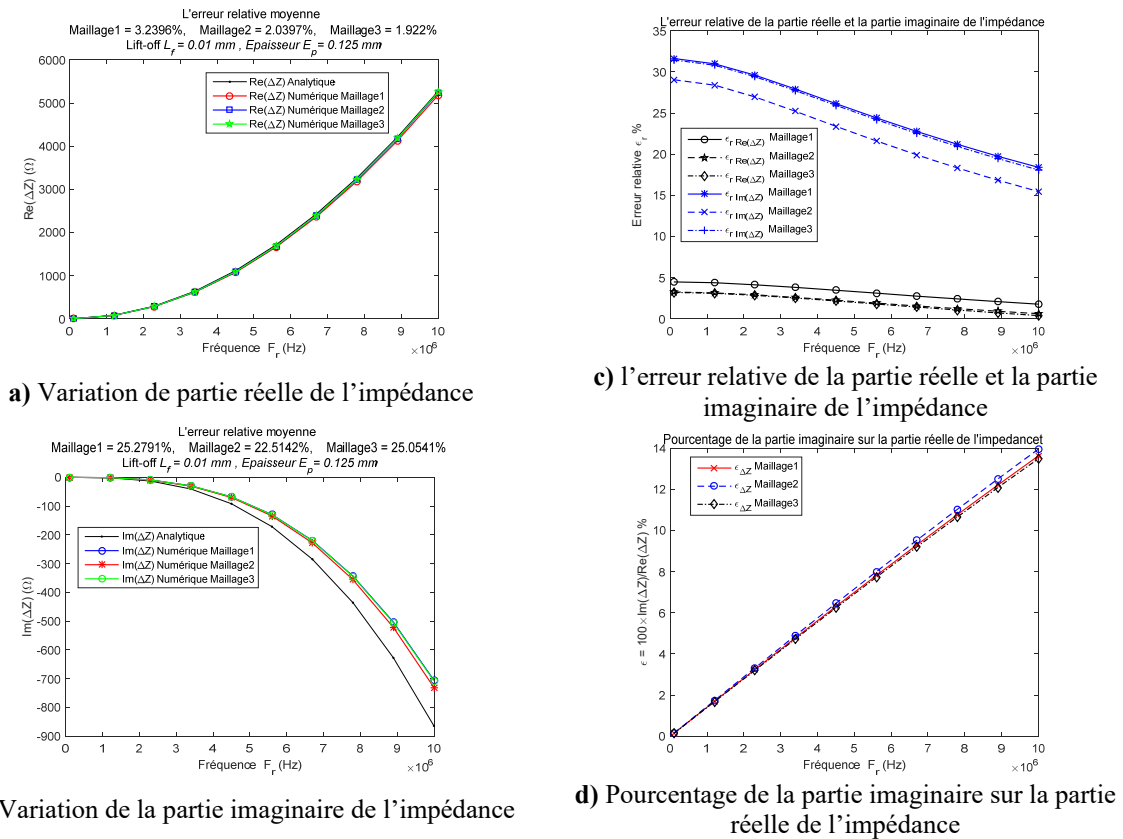


Figure III.7: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de la fréquence pour une épaisseur de la plaque 0.125mm et de lift-off 0.01mm

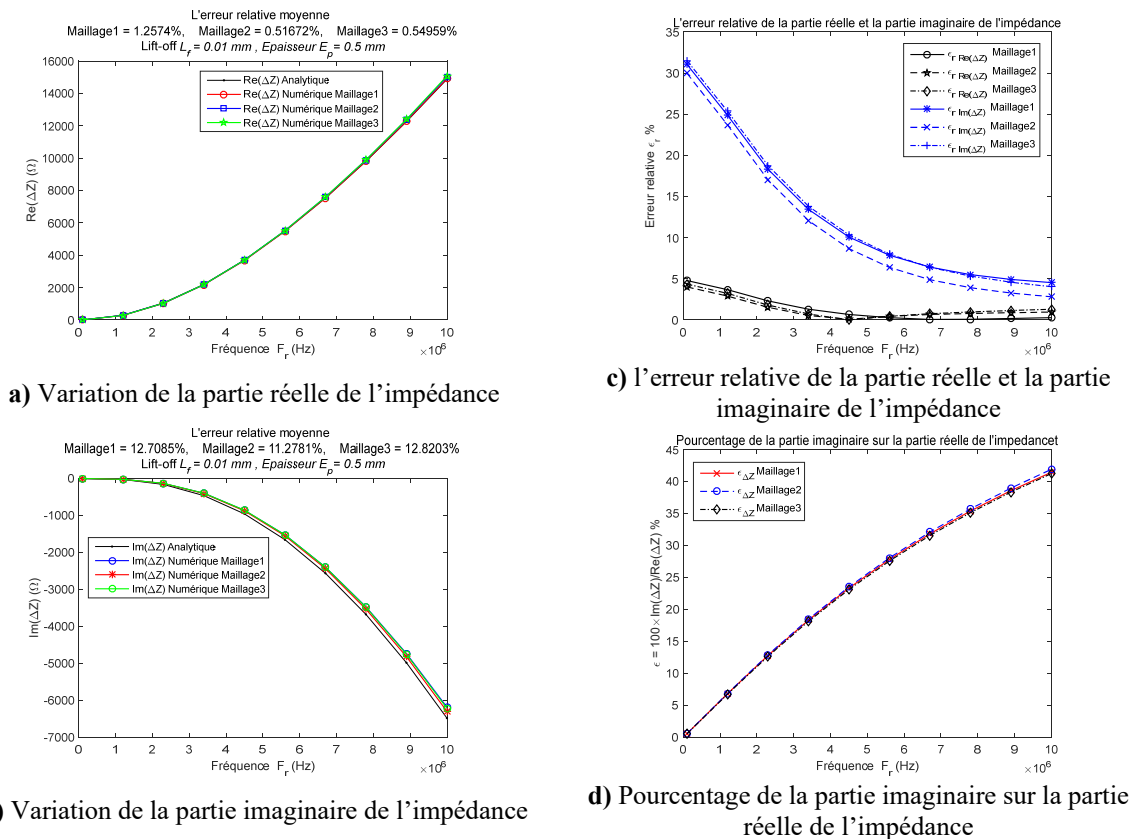


Figure III.8: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de la fréquence pour une épaisseur de la plaque 0.5mm et de lift-off 0.01mm

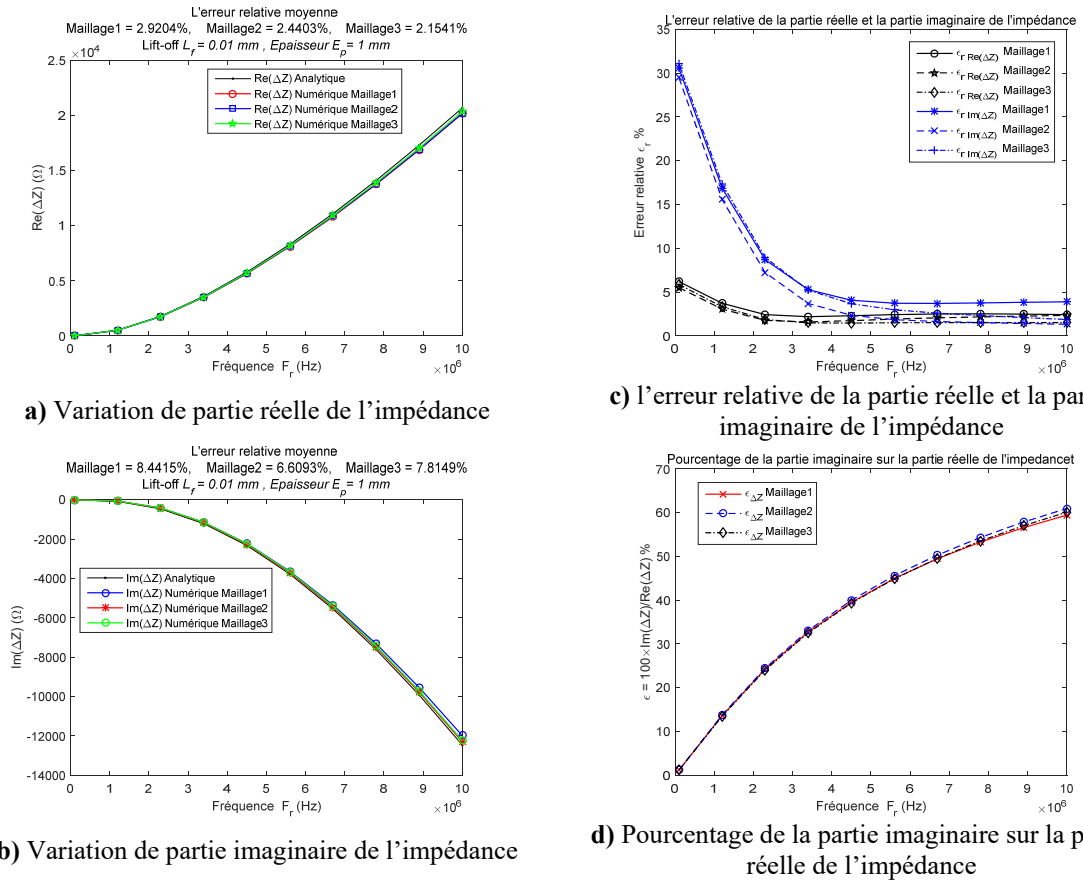


Figure III.9: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de la fréquence pour une épaisseur de la plaque 1 mm et de lift-off 0.01mm

La Figure III.7, Figure III.8 et Figure III.9, (a) et (b) montrent la comparaison entre les résultats numériques et les résultats analytiques des variations de la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance de la bobine en fonction de la fréquence pour différentes valeurs d'épaisseur de la plaque, et de même tenseur de conductivité et un lift-off égale à 0.01mm, avec trois type de maillage de la plaque.

A partir de ces figures on peut remarquer que la partie réelle présente un grand accord sur tout l'intervalle de la fréquence avec une erreur relative moyenne entre 1% et 3% pour les différents types de maillages de la plaque, alors qu'un écart apparaît dans la partie imaginaire avec une erreur relative moyenne augmente jusqu'à 30% quand la fréquence est diminuée. Cet écart est probablement dû aux erreurs de discrétisation, ainsi que la valeur faible de pourcentage de la partie imaginaire sur la partie réelle de l'impédance, donc les impacts des erreurs numériques sur cette partie de l'impédance sont alors plus importants pour les faibles fréquences comme le montre La Figure III.7, Figure III.8 et Figure III.9, (c), (d). De plus on remarque que l'écart de la partie imaginaire est diminué lorsque la fréquence d'alimentation et de l'épaisseur de la plaque augmentent où le pourcentage de la partie imaginaire sur la partie réelle de l'impédance augmente.

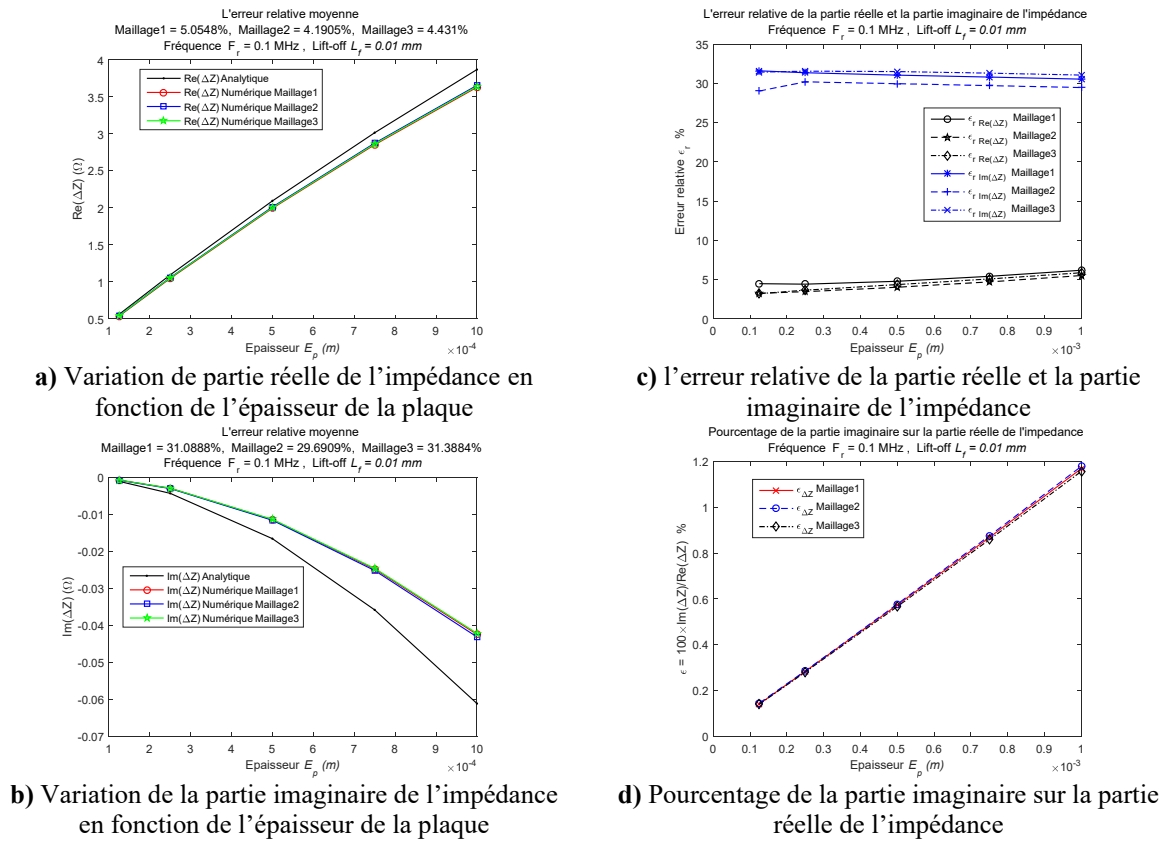


Figure III.10: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la plaque pour une fréquence de 0.1 MHz et de lift-off 0.01mm

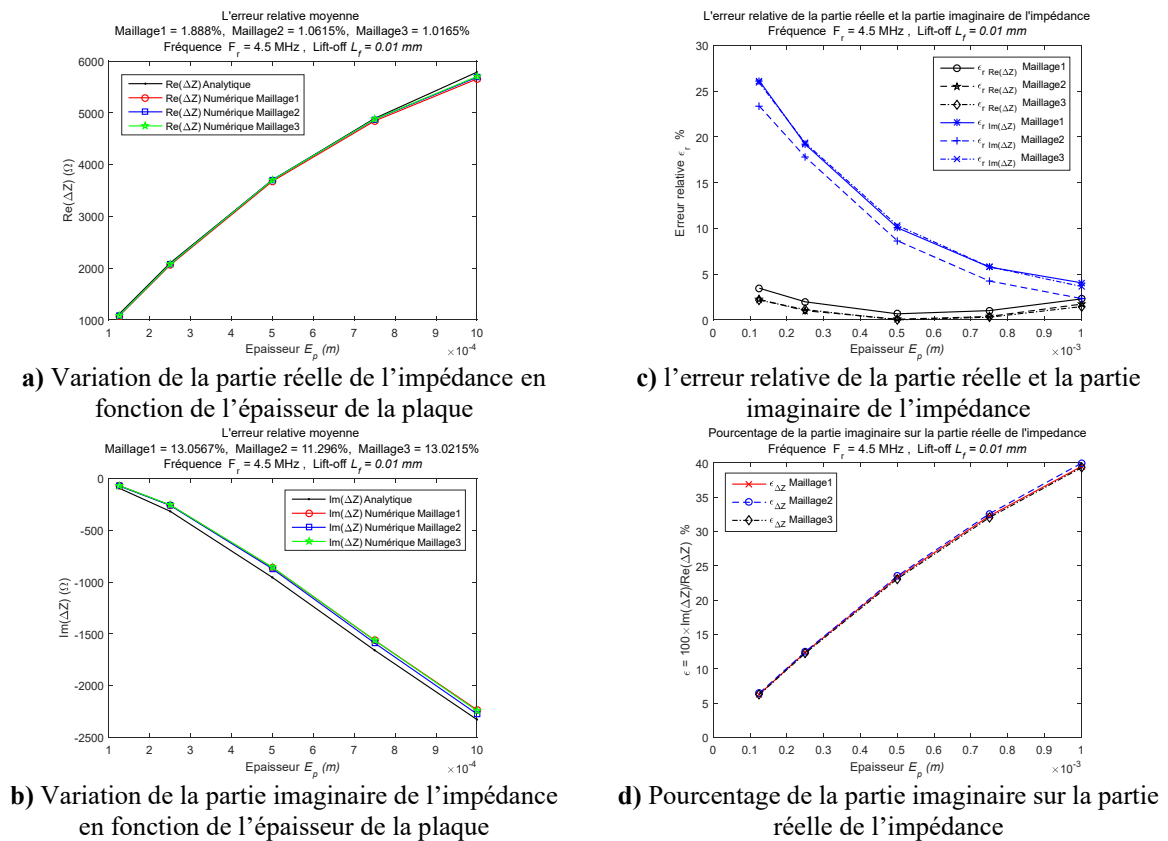
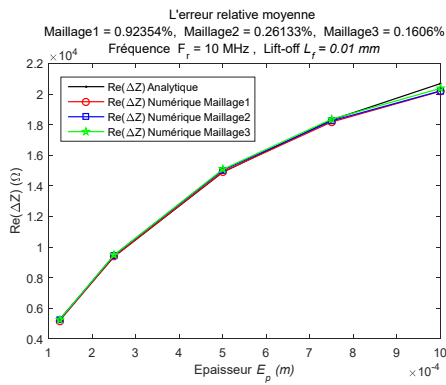
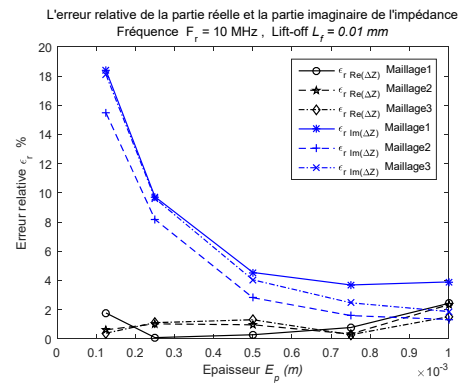


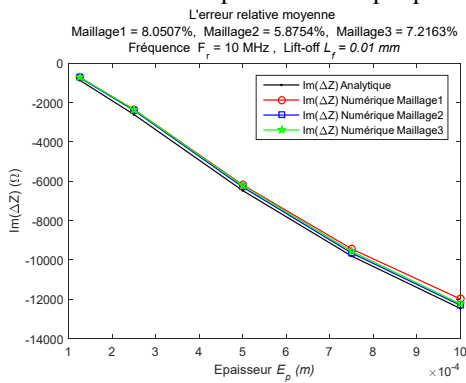
Figure III.11: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la plaque pour une fréquence de 4.5 MHz et de lift-off 0.01mm



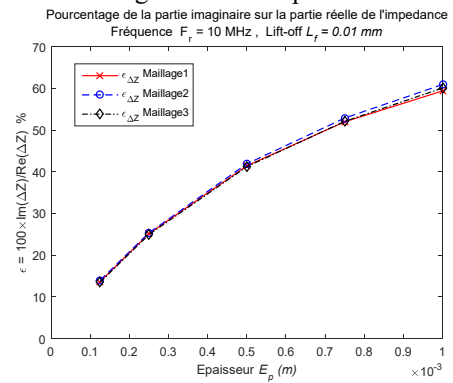
a) Variation de la partie réelle de l'impédance en fonction de l'épaisseur de la plaque



c) l'erreur relative de la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance



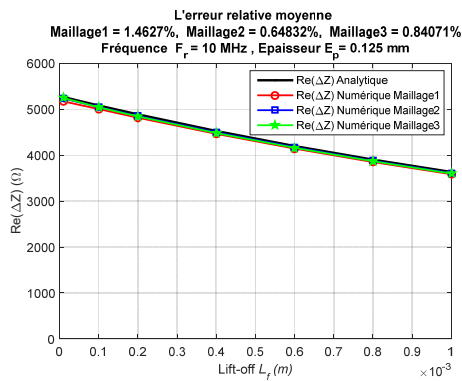
b) Variation de la partie imaginaire de l'impédance en fonction de l'épaisseur de la plaque



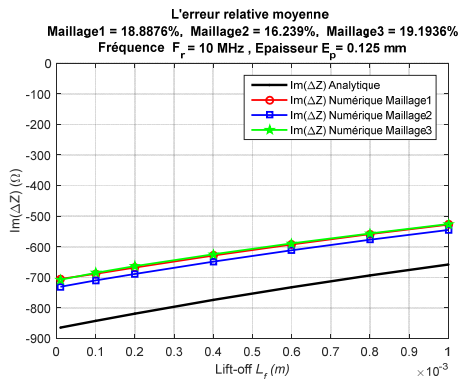
d) Pourcentage de la partie imaginaire sur la partie réelle de l'impédance

Figure III.12: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la plaque pour une fréquence de 10 MHz et de lift-off 0.01mm

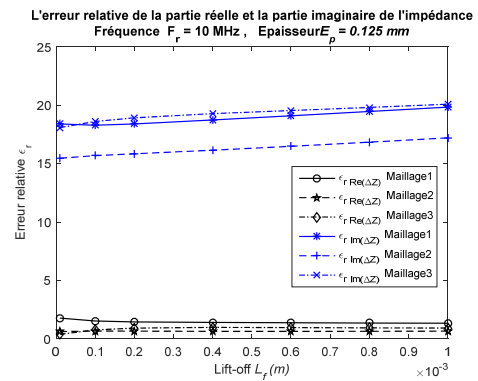
La Figure III.10, Figure III.11 et Figure III.12, (a) et (b) évoquent la comparaison des résultats numériques aux résultats analytiques des variations de la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance de la bobine en fonction de l'épaisseur de la plaque, pour des fréquences 0.1 MHz, 4.5 MHz et 10 MHz, et un lift-off de 0.01mm. La partie réelle présente une grande concordance sur tout l'intervalle de l'épaisseurs avec une erreur relative moyenne entre 0.16 % et 5 % pour les trois types de maillages de la plaque. La partie imaginaire, quant à elle, montre un écart relatif plus important est d'environ 30 % pour les faibles épaisseurs, de plus cet écart est réduit lorsqu'on augmente la fréquence où le rapport de la partie imaginaire sur la partie réelle de l'impédance est augmenté, donc les impacts des erreurs numériques sur cette partie de l'impédance sont alors liés directement à ce rapport comme le montre la Figure III.10, Figure III.11 et la Figure III.12 (d).



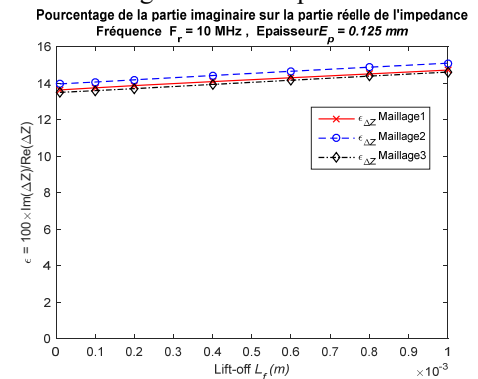
a) Variation de partie réelle de l'impédance en fonction de Lift-off



b) Variation de partie imaginaire de l'impédance en fonction de Lift-off



c) l'erreur relative de la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance



d) Pourcentage de la partie imaginaire sur la partie réelle de l'impédance

Figure III.13: Variation de l'impédance et l'erreur relative en fonction de Lift-off pour une fréquence de 10 MHz et une épaisseur de 0.125 mm

La Figure III.13 (a, b, c, d) illustre la comparaison des résultats numériques aux résultats analytiques des variations de la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance de la bobine en fonction de lift-off, pour une seule fréquence de 10 MHz, d'épaisseur de 0.125 mm et le tenseur de conductivité de la plaque conforme aux valeurs standard d'un pli de MCFC. On remarque qu'il y a une grande concordance entre les résultats numériques et analytiques de partie réelle de l'impédance sur tous l'intervalle de lift-off avec une erreur relative moyenne environ 1% pour les trois types de maillages de la plaque. Par contre que la partie imaginaire de l'impédance ne représente qu'un pourcentage d'environ 14% de la partie réelle, les impacts des erreurs numériques sur cette partie de l'impédance sont alors plus importants est approximativement de 20 % comme le montre la Figure III.13 (c) et (d).

III-3-2- Bobine à axe vertical sur une plaque en MCFC à plusieurs orientations des fibres

L'objectif de cet exemple est de tester le code développer dans le cas d'une plaque monocouche en MCFC à plusieurs orientations des fibres. Le système modélisé est décrit dans la Figure III.6. La plaque est constituée d'une seule couche de 0.5mm d'épaisseur, orientés à

chaque fois vers les directions ($0/45^\circ/90^\circ/-45^\circ$). Les caractéristiques de la bobine et la plaque sont les mêmes que celle utilisée dans la section précédant.

La Figure III.14 montre la répartition des fléchés des courants de Foucault dans une plaque unidirectionnelle en fibre de carbone pour différentes orientations de fibre.

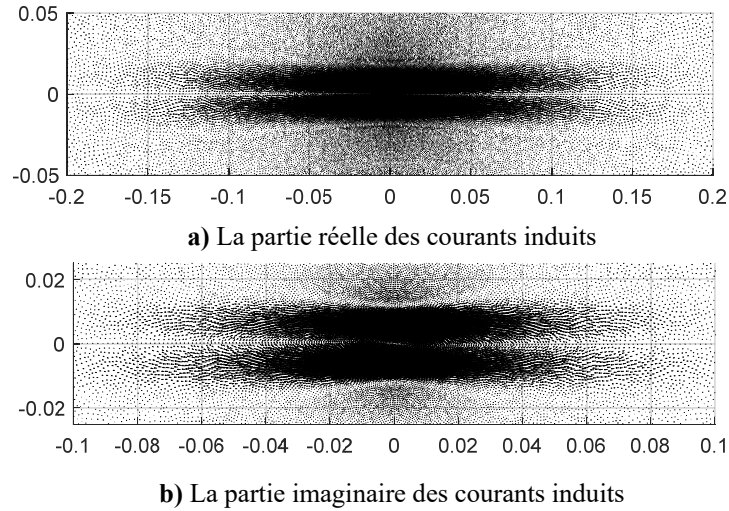


Figure III.14: Distribution des fléchés des courants de induits dans une plaque unidirectionnelle pour plusieurs orientations des fibres $\theta = 0^\circ$

La Figure III.15 montre la distribution des courants de Foucault dans une plaque unidirectionnelle en fibre de carbone pour différentes orientations de fibre.

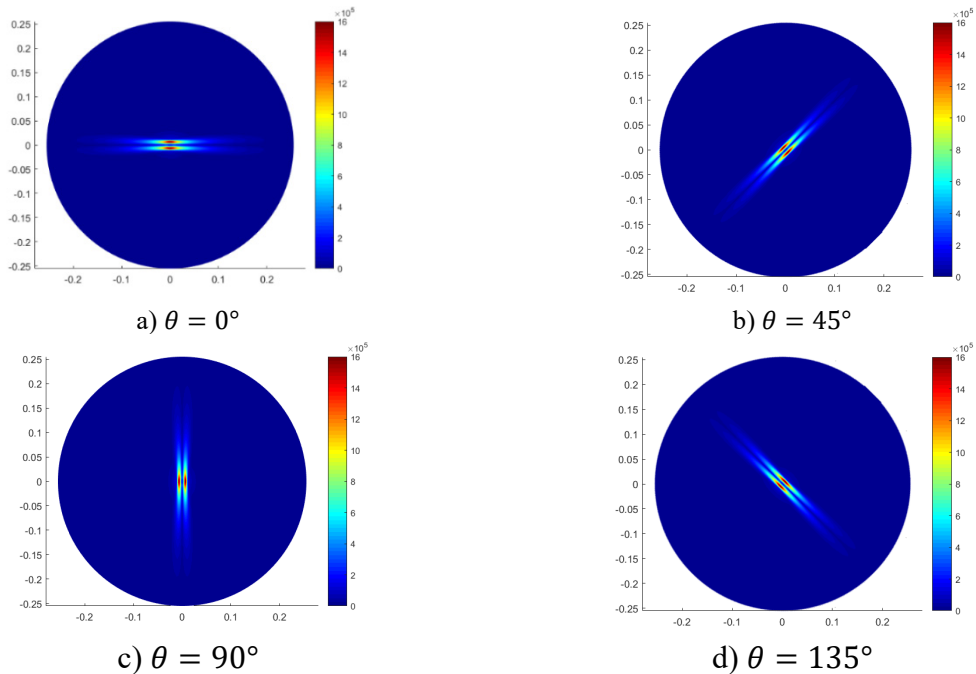


Figure III.15: Distribution des courants de induits dans une plaque unidirectionnelle pour plusieurs orientations des fibres $\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 135^\circ$

D'après ces figures on constate bien l'effet de l'anisotropie de la conductivité électrique ; la densité des courants induits est essentiellement dirigée suivant la direction de forte conductivité.

Les courants induits circulent sur une faible section avec une forte densité dans le sens de la forte conductivité σ_L , et sur une section plus large avec une plus faible densité dans le sens de la faible conductivité σ_T [MeFé09], [YWSP08].

III-4-Application

Dans la littérature, il existe plusieurs formes des capteurs dans le domaine des CND-CF pour l'inspection de pièces a conductivité isotopique ou anisotrope [BoFL17], [LBFC12], [MeFé09], [YWSP08]. Cependant les capteurs présentés dans la partie validation sont de forme circulaire, mais la caractérisation des MCFCs stratifiés nécessite des capteurs rotatifs soit de forme rectangulaire soit à double fonction. Nous avons choisis la forme du capteur rectangulaire pour la caractérisation physiques et géométriques des plaques en matériau composite à fibre de carbone car la réponse du capteur rectangulaire est très sensible à son angle de rotation [MeFé09], donc les caractéristiques physiques et géométriques de chaque pli de la plaque est déterminée directement à partir de l'analyse de la variation d'impédance normalisée du capteur en fonction de son angle de rotation.

Dans cette partie, trois applications différentes sont proposées pour illustrer la caractérisation géométrique des plaques stratifiées à fibre de carbone unidirectionnelle, bidirectionnelle et multidirectionnelle, t'elle que le nombre, la position des plis ainsi que l'orientation des fibres dans chaque pli avec l'utilisation des diagrammes de la variation de l'impédance normalisée.

La variation d'impédance normalisée est calculée par la relation suivante :

$$\Delta Z_N = \frac{|\Delta Z|}{\max(|\Delta Z|)} \times 100\% \quad (\text{III-1})$$

Dans cette application, nous considérons le système décrit dans la Figure III.16, qui représente une bobine rectangulaire excitée par un courant alternatif placé au-dessus d'une plaque en matériau composite à fibre de carbone ayant les caractéristiques décrites dans le tableau ci-dessous (tableau III.4).

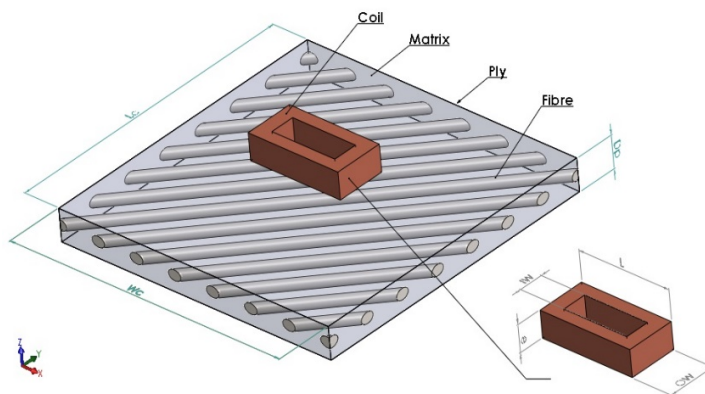


Figure III.16: Bobine rectangulaire au-dessus d'une plaque unidirectionnelle

Les paramètres du système à étudier sont donnés dans le Tableau III.4:

Plaque en MCFC		Bobine	
Longueur (L)	40 (mm)	Longueur (L_b)	10.0 mm
Largeur (W)	40 (mm)	Largeur interne (L_i)	1.0 mm
Épaisseur (E_p)	0.125 (mm)	Largeur externe (L_e)	0.8 mm
Conductivité ($\sigma_L, \sigma_T, \sigma_P$)	$10^4, 10^2, 10^2$ (S/m)	Hauteur (h)	0.1 mm
Perméabilité (μ_r)	1	Lift-off (l_f)	0.1 mm
		Nombre de spires (N)	1 spire
		Fréquence (f_r)	10^6 (Hz)

Tableau III.4: Caractéristiques physiques et géométriques

Le système étudié a été maillé à l'aide du logiciel Gmsh en utilisant un maillage hexaédrique non régulier raffiné au centre de la plaque, comme le montre la Figure III.17.

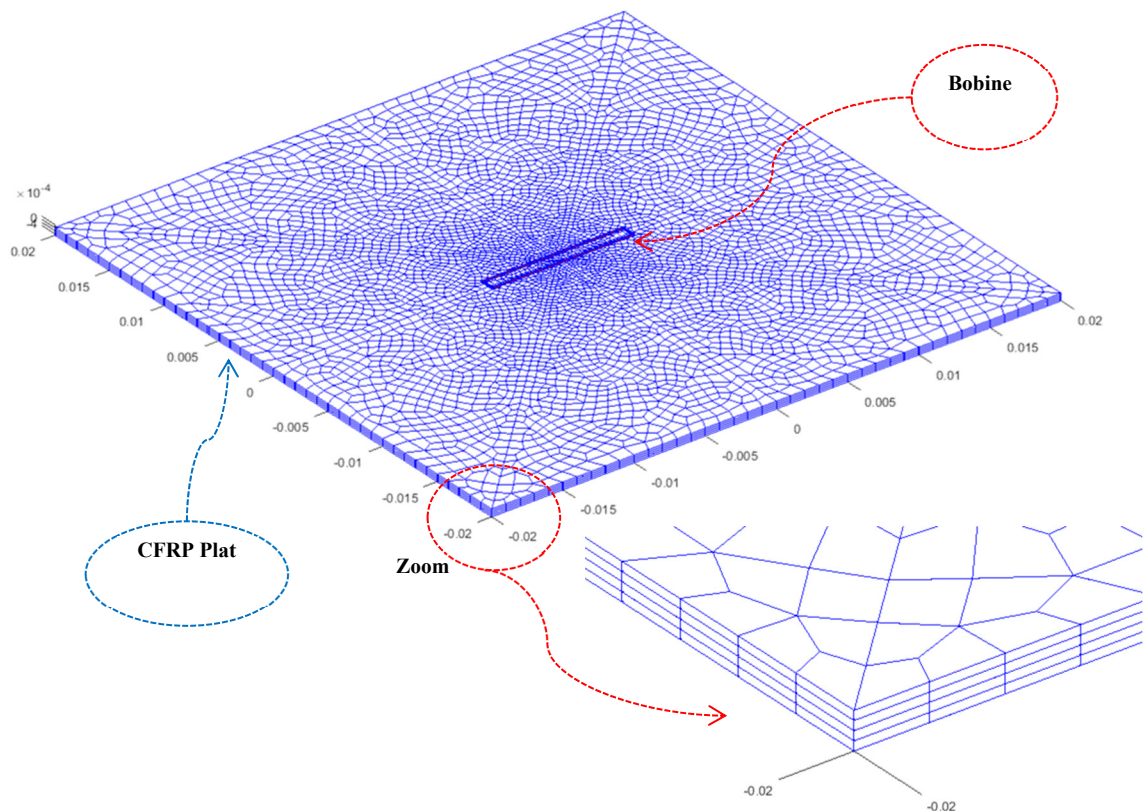


Figure III.17: Maillage du système, bobine-plaque Multidirectionnelle

Parmi les problèmes majeurs de la caractérisation géométriques des plaques stratifiées en matériaux composites la connaissance des plis constituant ces plaques et l'orientations des fibres dans ces plis.

Dans cette partie, nous avons caractériser géométriquement une plaque en MCFC unidirectionnelle et multidirectionnelle par l'utilisation de diagramme polaire de la variation d'impédance normalisée. Ce diagramme est l'un des moyens les plus efficaces pour la caractérisation géométrique des plaques en matériaux composites, en raison de sa simplicité de déterminer le nombre, la position des plis et l'orientation des fibres dans une plaque avec une grande lisibilité. Nous étudierons le cas d'une plaque en MCFC à un seul pli unidirectionnel, puis une deuxième application destinée à l'étude d'une plaque en MCFC à deux plis bidirectionnels et la troisième application est évoquée à l'étude d'une plaque en MCFC à plusieurs plis multidirectionnels.

III-4-1- Caractérisation géométrique d'une plaque en MCFC stratifiée unidirectionnelle

Afin d'avoir les résultats des configurations représentées sur la Figure III.18, à chaque fois on trace la variation d'impédance normalisée en fonction de l'angle de rotation du capteur.

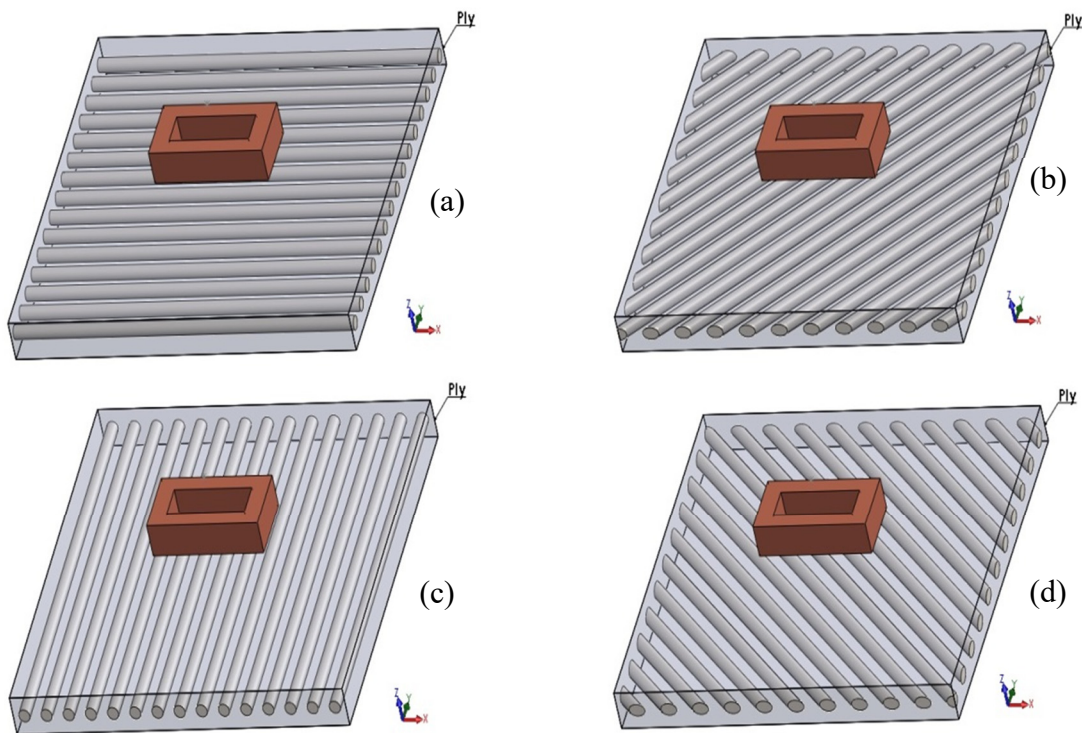


Figure III.18: Configuration des orientations des fibres d'une plaque unidirectionnelle pour différents angles (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$

D'après la Figure III.19 on constate que l'allure de la variation de l'impédance normalisée, prend la forme d'un lobe dirigé selon la direction des fibres, en raison de la conductivité longitudinale σ_L est plus élevée dans chaque direction ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 135^\circ$), qui nous a conduit à connaître la direction exacte des fibres dans chaque plaque.

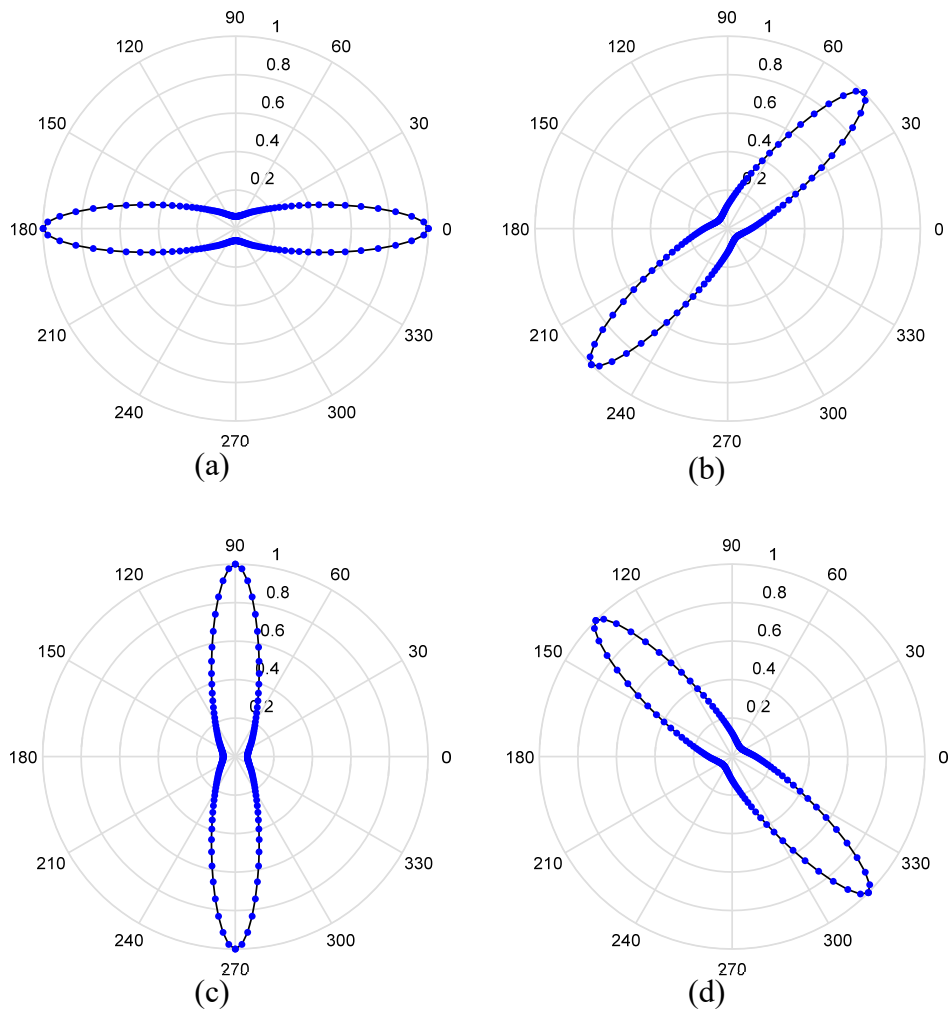


Figure III.19: Variation de l'impédance normalisée d'une plaque unidirectionnelle pour différentes orientations (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$

III-4-2- Caractérisation géométrique d'une plaque en MCFC stratifiée bidirectionnelle

Dans cette application, nous considérons le système décrit dans Figure III.20, qui représente des plaques de MCFCs stratifiés à deux plis bidirectionnels, dont ces plis ont plusieurs directions des fibres ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$), ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$) et ($\theta = 0^\circ, \theta = -45^\circ$) respectivement. D'après la Figure III.21, on voit que l'allure de la variation de l'impédance normalisée en fonction des angles de rotation du capteur prend la forme de deux lobes, chacun est dirigé selon une direction, l'une maximal qui signifie le pli ci-dessus, et l'autre minimale qui signifie le pli ci-dessous. Ce qui garantit que la plaque comporte deux plis à deux directions des fibres, qui nous a conduit à connaître, le nombre et la position des plis et la direction exacte des fibres dans chaque pli.

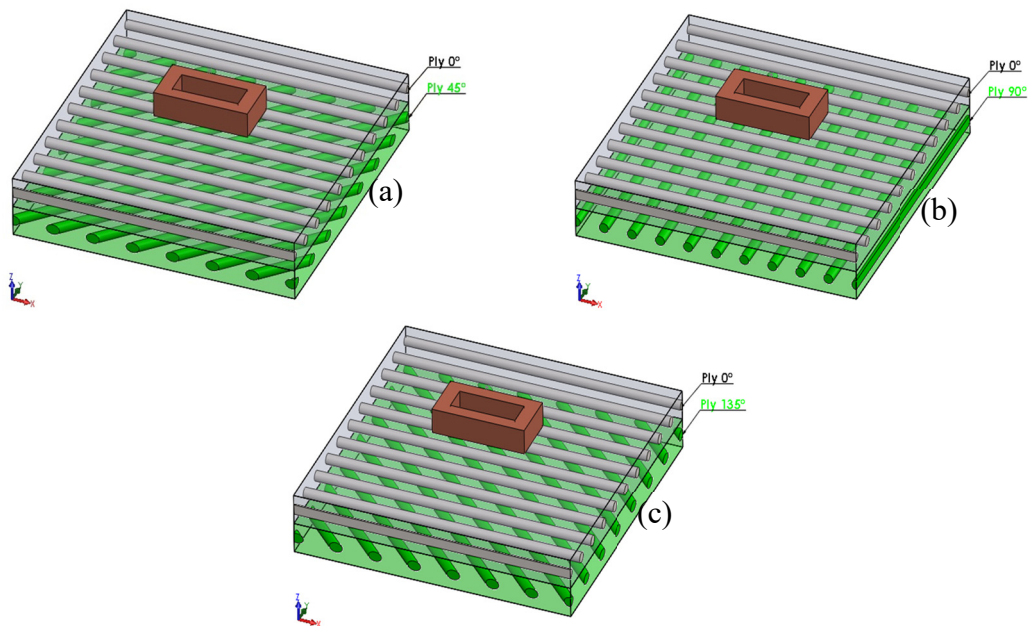


Figure III.20: Configuration des orientations des fibres des plis d'une plaque bidirectionnelle pour différents angles (a) ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$), (b) ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$) et (c) ($\theta = 0^\circ, \theta = 135^\circ$)

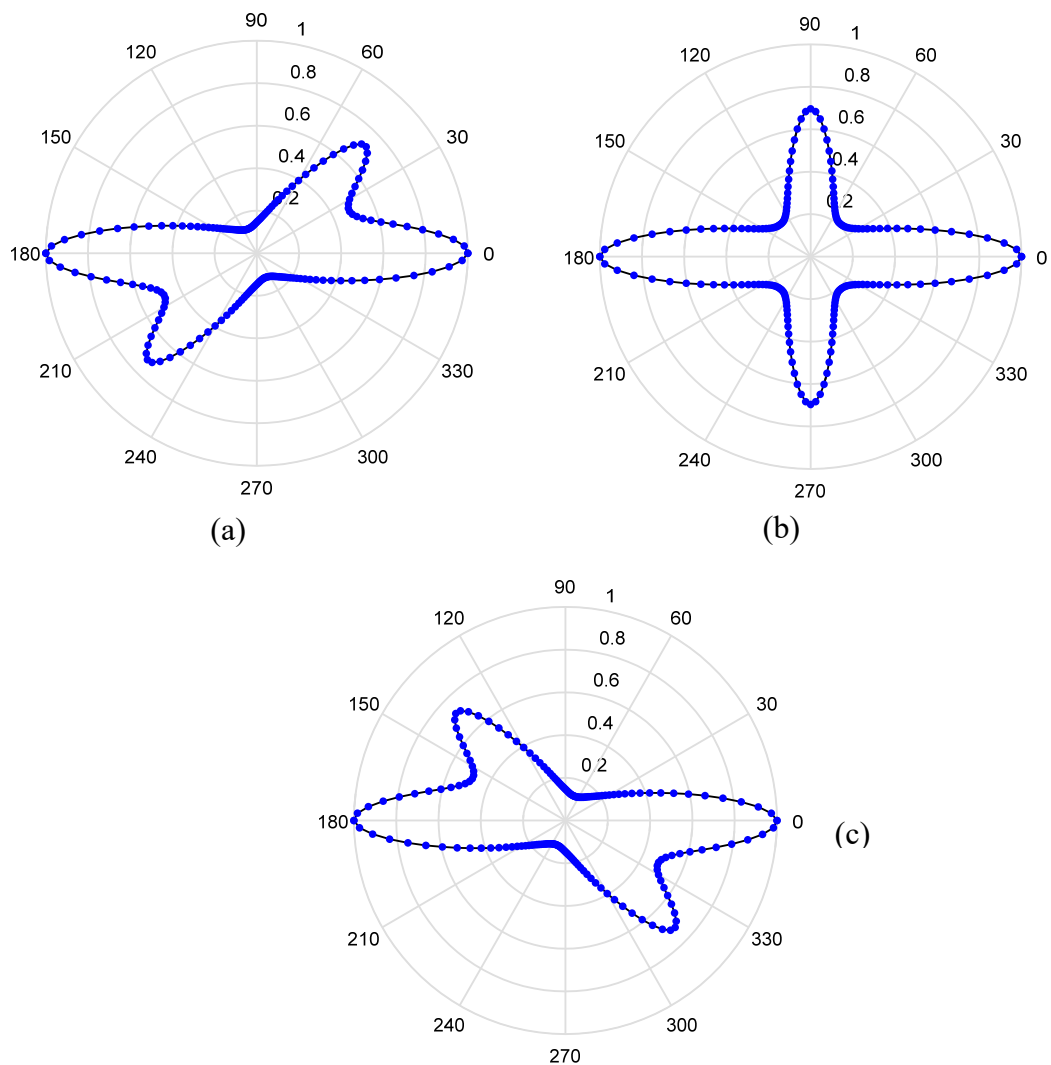


Figure III.21: Variation de l'impédance normalisée d'une plaque bidirectionnelle pour les configurations des plis (a) ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$), (b) ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$) et (c) ($\theta = 0^\circ, \theta = 135^\circ$)

III-4-3- Caractérisation géométrique d'une plaque en MCFC stratifiée multidirectionnelle

Dans cette application représentée par la Figure III.22, nous considérons une plaque en MCFC à quatre plis multidirectionnels, de deux configurations des plis tel que $(\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = -45^\circ)$, $(\theta = 90^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 0^\circ, \theta = -45^\circ)$ respectivement.

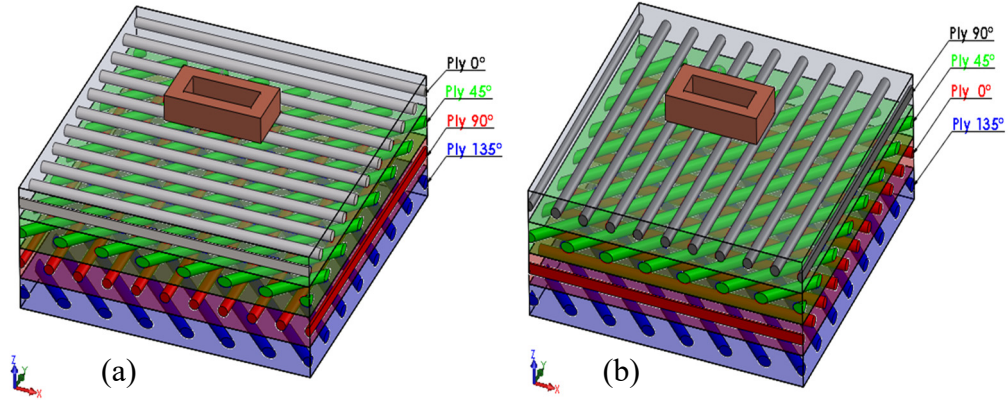


Figure III.22: Configuration des orientations des fibres d'une plaque multidirectionnelle pour différents angles $(\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = -45^\circ)$, $(\theta = 90^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 0^\circ, \theta = -45^\circ)$

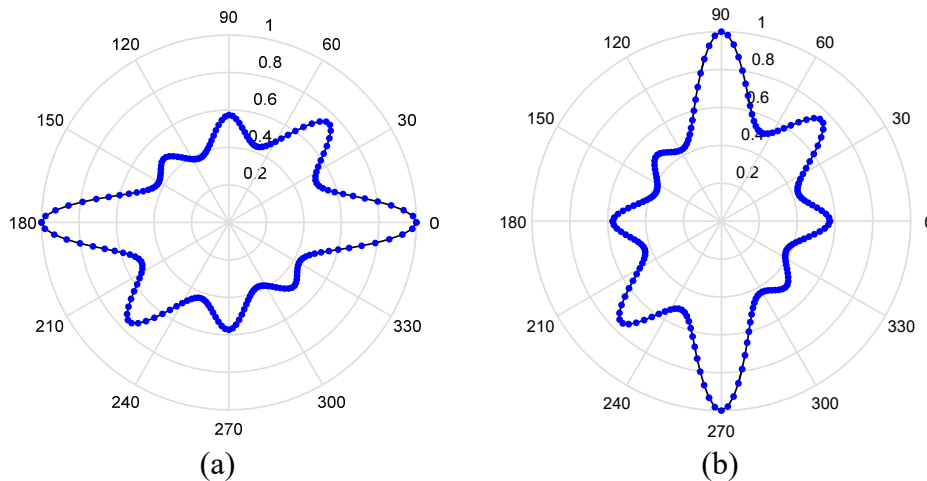


Figure III.23: Variation de l'impédance normalisée d'une plaque multidirectionnelle pour les configurations des plis $(\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = -45^\circ)$, $(\theta = 90^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 0^\circ, \theta = -45^\circ)$

A partir de la Figure III.23, on constate que l'allure de la variation de l'impédance normalisée en fonction des angles de rotation du capteur prend la forme de quatre lobes orientés dans les directions des fibres dans les quatre plis. L'amplitude de chaque lobe donne la position (profondeur) du pli qui lui correspond. Ce qui garantit que la plaque comporte quatre plis à quatre directions des fibres, ce qui nous a conduit à connaître, le nombre et la position des plis et la direction exacte des fibres dans chaque pli.

Le calcul est effectué sur un PC avec un processeur Intel® Core™ I5-2450M 2,5 GHz et 8 Go de RAM. L'erreur relative est 10^{-6} . Le Tableau III.5 illustre le temps CPU pour 60 positions de la bobine pour résoudre chaque application.

Application	Maillage de la bobine (Volumes)	Maillage de la plaque (Volumes)	Tempe de CPU (Minutes)
Plaque Unidirectionnelle	100	4896	16
Plaque Bidirectionnelle	100	9792	38
Plaque Multidirectionnelle	100	19584	90

Tableau III.5: Temps de CPU pour chaque application

III-5- Influence de la variation de la conductivité d'une plaque unidirectionnelle en MCFC sur la réponse du capteur

La Figure III.24 (a) et (b) représentent les variations de l'impédance normalisée en fonction de la rotation de la bobine au-dessus d'un pli, premièrement pour différentes valeurs des conductivités longitudinale σ_L lorsque σ_T est fixe, et deuxièmement pour différentes valeurs des conductivités transversale σ_T lorsque σ_L est fixe. Les variations d'impédance obtenues se présentent sous forme de lobes orientés dans le sens des fibres $\theta = 0^\circ$.

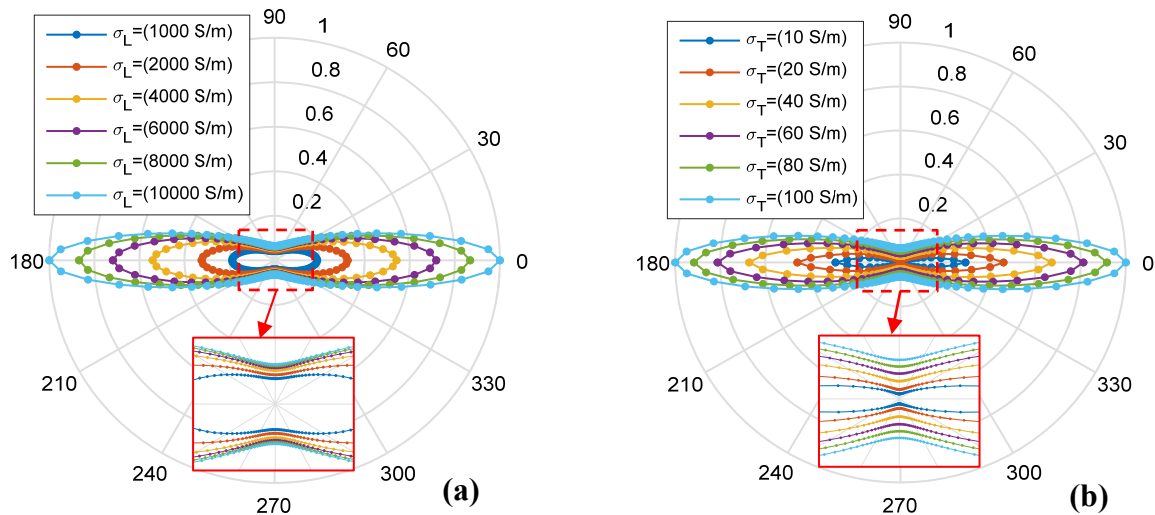


Figure III.24: Variation de l'impédance normalisée (ΔZ_{Norm}) en fonction de l'angle de rotation de la bobine au-dessus d'un pli pour différentes valeurs des conductivités (a) longitudinale (avec $\sigma_T = 10^2 S/m$), et (b) transversale (avec $\sigma_L = 10^4 S/m$)

La Figure III.25 (a) et (b) illustre la répartition en 3D de la variation de l'impédance normalisée en fonction de différentes valeurs des conductivités longitudinale et transversale, avec $\theta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ et $\theta = 90^\circ$ respectivement. On peut remarquer que l'augmentation de σ_T conduit à une augmentation significative de $|\Delta Z_0|$ (la bobine est orientée

dans le sens des fibres où $\alpha = \theta \pm \pi$), et une faible augmentation de $|\Delta Z_{22.5}|, |\Delta Z_{45}|, |\Delta Z_{67.5}|$ et $|\Delta Z_{90}|$ (la bobine orientée dans le sens des fibres où $\alpha = \theta \pm [\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}]$). L'augmentation de σ_L conduit à une augmentation significative de $|\Delta Z_0|$, et une augmentation faible est remarquée de $|\Delta Z_{22.5}|, |\Delta Z_{45}|, |\Delta Z_{67.5}|$ et $|\Delta Z_{90}|$.

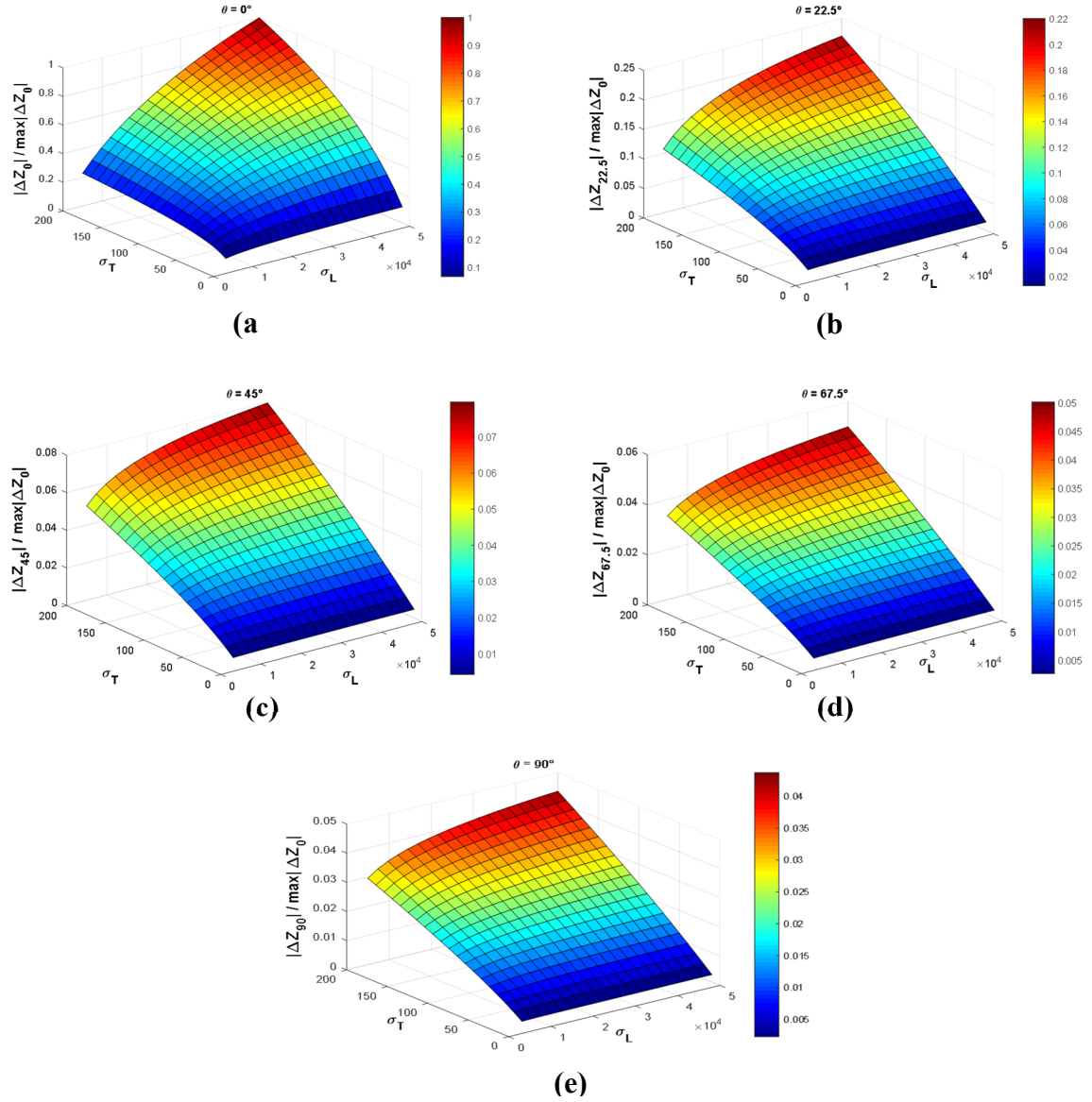


Figure III.25: Variation de l'impédance normalisée ($|\Delta Z_0|, |\Delta Z_{22.5}|, |\Delta Z_{45}|, |\Delta Z_{67.5}|$ et $|\Delta Z_{90}|$) d'une bobine au-dessus d'un pli en fonction des conductivités σ_L et σ_T (a): $|\Delta Z_N|$ pour $\theta = 0^\circ$ (b): $|\Delta Z_N|$ pour $\theta = 22.5^\circ$ (c): $|\Delta Z_N|$ pour $\theta = 45^\circ$ (d): $|\Delta Z_N|$ pour $\theta = 67.5^\circ$ (e): $|\Delta Z_N|$ pour $\theta = 90^\circ$

La Figure III.25 (a), (b), (c) et (d) peuvent être utilisées pour créer un modèle direct afin d'étudier le problème inverse qui conduit à la détermination de la conductivité longitudinale et transversale à partir des mesures de ΔZ où la bobine est orientée dans le sens des fibres avec $\alpha = \theta \pm [\pi, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}]$.

Le nombre et les positions des plis dans une plaque en MCFC et l'orientation des fibres dans chaque pli sont directement fournies par le diagramme de la variation de l'impédance normalisée de la bobine (Figure III.19, Figure III.21, Figure III.23). Il reste à déterminer les caractéristiques physiques des plaques en MCFCs, donc à quantifier le tenseur de conductivité électriques d'un pli, en supposant que les plis d'une plaque stratifiée sont identiques. Pour cela nous proposons une méthodologie inverse pour identifier les conductivités électriques longitudinale et transversale au même temps d'une plaque stratifiée a fibre de carbone.

III-6- Traitement du problème inverse

Le problème inverse, a pour objet de reconstruire un ou plusieurs paramètres de la cible, qui sont inconnus, à partir de la réponse du capteur (remonter aux paramètres utiles de la cible à partir des mesures fournies par le capteur) [Bens04]. Dans le cas général, les méthodes inverses cherchent à déterminer des grandeurs difficilement mesurables à partir de grandeurs facilement observables. Pour remonter aux grandeurs d'intérêt à partir des grandeurs observées (différentes acquisitions issues du capteur CF), il faut naturellement connaître la relation de dépendance entre eux. Cette logique implique l'existence de deux grandes étapes dans la résolution de tout problème inverse :

- La construction et le développement d'un modèle direct représentatif de la réalité physique et adapté à des fins d'inversion.
- L'inversion des grandeurs observées en s'appuyant sur la résolution de ce modèle direct.

La Figure III.26 évoque de manière générale le schéma d'étude de tout problème inverse.

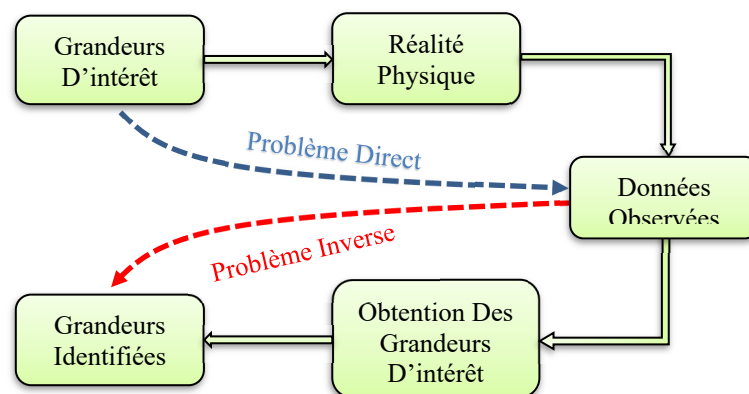


Figure III.26: Schéma d'étude général d'un problème inverse

Au cours des dernières décennies, les techniques inverses ont permis des avancées sensibles dans le domaine du CND. L'évolution rapide des moyens informatique et l'introduction d'outils mathématiques appliquées ont contribué à un développement important de ces techniques.

L'inversion des signaux du capteur peut être réalisée de deux manières différentes :

- Inversion directe
- Inversion basée sur un modèle direct

III-6-1- Inversion directe

Dans le cas où le modèle direct peut être inversible, l'opération se présente sous la forme donnée par la Figure III.27:



Figure III.27: Inversion d'un modèle direct

Dans certains cas, il est plus simple et plus rapide d'utiliser la modélisation externe ou comportementale, d'autant plus que ce type de modélisation est destiné plus particulièrement à l'inversion. La simplicité de la structure d'un modèle externe et l'inversion rapide qui ne fait pas appel à des itérations successives rendent leur utilisation très intéressante.

III-6-2- Inversion itérative basée sur un modèle direct

Les modèles directs sont rarement inversibles. Cette méthode permet de déterminer la valeur d'un ou plusieurs paramètres à partir des mesures. La solution consiste alors à placer le modèle direct du capteur dans une boucle de contre réaction. En procédant de manière itérative, l'entrée du modèle direct est ajustée de manière à engendrer une sortie le plus proche possible du résultat de mesure fourni par le capteur (minimiser une fonction objectif) [CSBB00], [Doir07], [PaMi94]. Le schéma du processus d'inversion est donné par la Figure III.28:

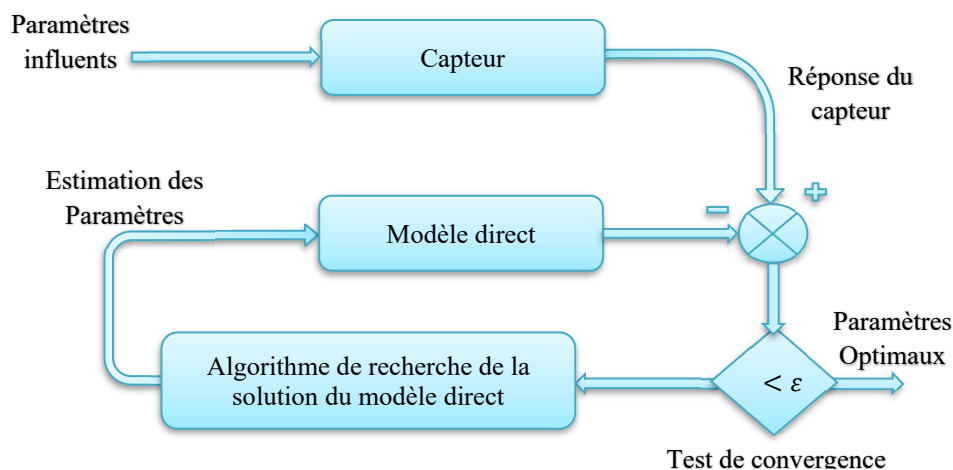


Figure III.28: Schéma du processus itératif d'inversion

III-6-3- Problème à caractère mal posé

Les problèmes inverses sont généralement difficiles à résoudre. Ils sont souvent mal posés au sens de Hadamard [Hada03].

Un problème inverse mal posé est un problème dont la solution n'existe pas, ou si elle existe, n'est pas unique ou ne dépend pas de façon continue des données. On parle également d'insensibilité lorsque les observations ne contiennent pas assez d'informations pour assurer l'estimation des paramètres.

On dit qu'un problème est mal posé s'il ne remplit pas une des trois conditions suivantes :

- Existence d'une solution (Solubilité) pour toute donnée d'entrée,
- Unicité de la solution (non ambiguïté),
- Stabilité de la solution.

Pour résoudre un problème inverse, il faut d'abord assurer :

- Le bon choix de la formulation du problème : la bonne compréhension de phénomène physique, choix des paramètres à estimer et de la fonction objectif à minimiser.
- L'efficacité et robustesse de la résolution du problème direct : amélioration des méthodes analytiques ou numériques pour la résolution du problème direct.
- Optimisation : adopter des méthodes efficaces adaptées aux difficultés de ce problème (grand taille, coût de la fonction objectif à minimiser).

Les trois étapes seront importantes pour assurer la bonne représentation du problème inverse ainsi que pour la validité de la solution ou des paramètres à estimer.

Le problème inverse résolu dans ce travail, porte sur l'estimation de la conductivité longitudinale σ_L et la conductivité transversale σ_T d'une plaque unidirectionnelle en MCFC.

Pour assurées les conditions d'unicité et de stabilité, nous utilisons simultanément plusieurs valeurs de la variation d'impédance normalisée en fonction de l'angle de rotation du capteur au lieu d'utiliser une seule valeur de mesure correspondant à une seule position du capteur, donc nous avons choisi un ensemble de mesures correspondant aux 5 positions angulaire du capteur où $\theta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ et $\theta = 90^\circ$ respectivement avec de différentes valeurs des conductivités longitudinale et transversale.

III-6-4- Stratégie de traitement du problème inverse

La Figure III.29 présente le schéma fonctionnel d'un système de contrôle non destructif par courants de Foucault. Les équations d'états décrivent les phénomènes électromagnétiques.

Dans le problème direct, les variables d'entrée sont les paramètres physiques du système (géométrie de la bobine, de la charge et propriétés physiques, ...) ainsi que les sources (intensité, forme d'onde, fréquence, ...), les variables de sortie sont, par exemple, l'impédance normalisée de la bobine de mesure ou encore la différence de potentiel entre ses bornes.

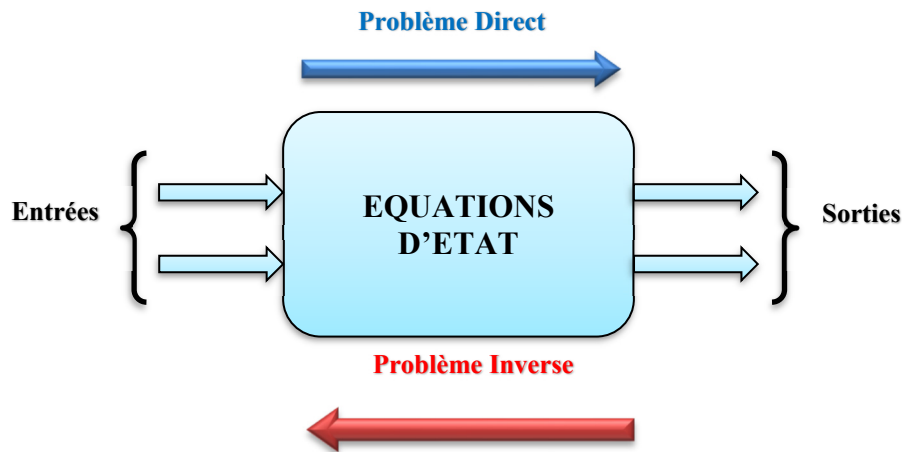


Figure III.29: Schéma Fonctionnel

Tout d'abord un modèle direct du système (matériau + capteur) doit être établi dans le but de calculer pour plusieurs position (angle de rotation du capteur) l'impédance du capteur en fonction des grandeurs d'intérêts telles que les conductivités électrique longitudinale σ_L et transversale σ_T de la cible pour des configurations connues. La stratégie proposée pour le traitement du problème inverse est devisée en trois étapes :

- La première étape de la stratégie proposée consiste à construire un modèle éléments finis 3D basé sur la discrétisation de la formulation en potentiel vecteur électrique associée à une technique itérative. Le modèle développé doit aboutir au calcul de l'impédance du capteur en fonction des grandeurs d'intérêts pour des configurations connues et la construction d'une base de données contenant des entrées (les conductivités électrique longitudinale σ_L et transversale σ_T de la cible) et des sorties contenant les impédances normalisées pour chaque angle de rotation du capteur correspondantes.

- La seconde étape consiste à créer un modèle direct à partir des données obtenues, en utilisant les réseaux de neurones « RN MLP , Multi Layer Perceptron » [Bach12], [ChES00]. Ce choix est motivé par deux raisons. Premièrement, certains RN sont capables d'approximer avec une précision donnée toute fonction réelle ayant un nombre fini de discontinuités. Ce sont des « approximateurs universels parcimonieux » [Bens04], [Ouss98], [Oukh97]. Deuxièmement, les RN sont connues pour leur rapidité et arrivent à retrouver quasi-instantanément la solution de problèmes non linéaires.

- La troisième étape, consiste de résoudre le problème en faisant varier les paramètres recherchés dans l'algorithme itératif du simplex, appelé « Downhill simplex method »

développée par Nelder et Mead [NeMe65], afin de minimiser une fonction objectif. On cherche donc à minimiser l'écart (ou erreur) entre l'impédance trouvée à partir du modèle direct et l'impédance de référence mesurée ou calculer.

La Figure III.30 illustre ce principe dans le cas de l'évaluation non destructive d'un ou de plusieurs paramètres (les conductivités électriques longitudinale σ_L et transversale σ_T de la cible) à partir des valeurs d'impédance issues des références Z_{ref} et du modèle de simulation direct Z_{cal} .

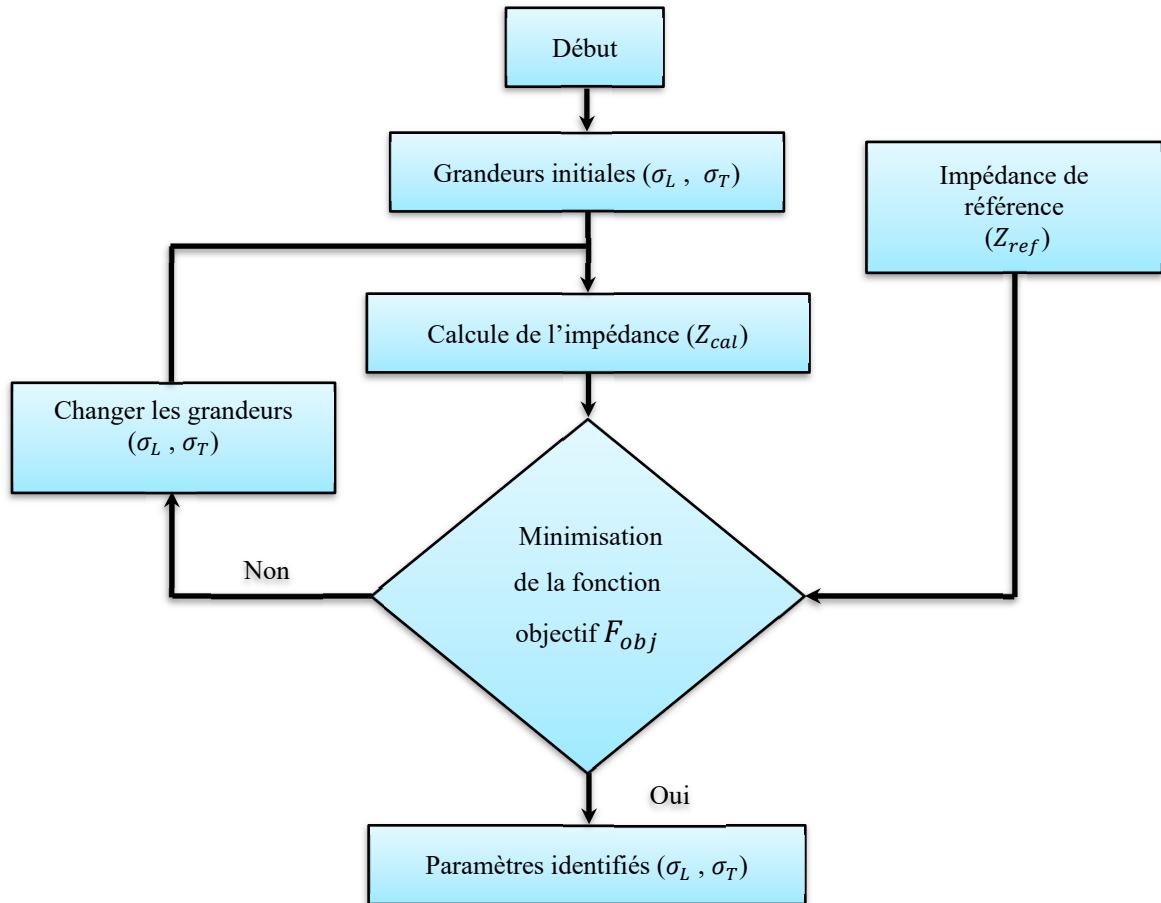


Figure III.30: Algorithme itératif de minimisation de la fonction objectif

III-6-5- Estimation d'une grandeur par la méthode du problème inverse

L'estimation d'une grandeur s'effectue par résolution du problème inverse. La fonction objectif (fonction coût) que nous cherchons à minimiser est définie par [Doir07], [BoHu05]:

$$F_{obj} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \left[\left(1 - \frac{R_{cal}(i)}{R_{réf}(i)} \right)^2 + \left(1 - \frac{X_{cal}(i)}{X_{réf}(i)} \right)^2 \right]} \quad (\text{III.1})$$

Avec R_{cal} et X_{cal} la résistance et la réactance normalisées calculées avec le modèle direct. $R_{réf}$ et $X_{réf}$ les résistance et la réactance normalisées issues de référence. N est le nombre des entrées considérées (l'impédance pour chaque angle de rotation du capteur).

III-6-6- Modèle direct par réseaux de neurones MLP :

Pour créer le problème direct nous exploitant les réseaux de neurones artificiels (RNA) de type MLP, car ces structures étant les plus courantes et les plus utilisées dans le CND-CF [YCUM02], [BiPM08].

La structure du réseau de neurones que nous avons choisie est constituée de deux couches de réseaux de neurones non bouclés (aussi appelé *feed forward*) avec des fonctions d'activation de type tangente hyperbolique dans la couche cachée et d'une couche de sortie constituée de cinq neurones ayant une fonction d'activation de type linéaire (Figure III.31). Le nombre de neurone dans la couche cachée est égal à 30.

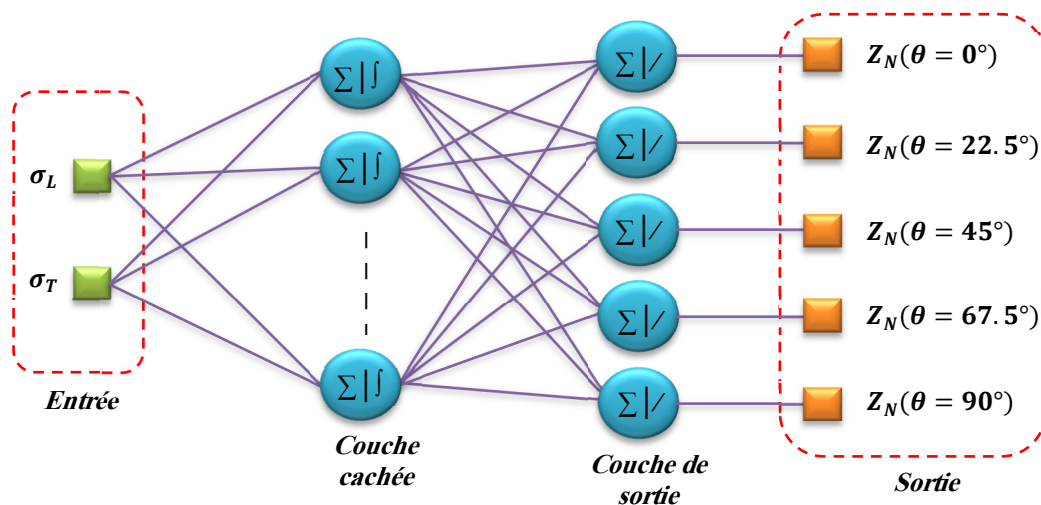


Figure III.31: Mise en œuvre du réseau MLP

Dans ce travail, nous avons obtenus à chaque position du capteur 400 données (400 exemples \times 5 positions du capteur) et celles issues des calculs éléments finis 3D sont stockées dans un fichier data qui forme la base de données d'apprentissage. Les paramètres recherchés étant les variations des impédances normalisées ΔZ_{0° $\Delta Z_{22.5^\circ}$, ... ΔZ_{90° , ceux-ci sont obtenus en sortie des RNA, dont la conductivité longitudinale σ_L et la conductivité transversale σ_T sont les variables d'entrée.

L'apprentissage est réalisé en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Le domaine d'apprentissage est le suivant : l'espace des paramètres estimés (ΔZ_{0° $\Delta Z_{22.5^\circ}$, ... ΔZ_{90°) est régulièrement discrétisé, entre 10 et 2×10^2 S/m pour la conductivité transversale et varie de 5×10^3 à 5×10^4 S/m pour la conductivité longitudinale.

III-6-7- Test du problème direct :

Pour tester la sensibilité du modèle direct vis à vis à la variation de la conductivité longitudinale σ_L et la conductivité transversale σ_T , nous traçons la trajectoire de la variation

d'impédance normalisée en fonction de l'angle de rotation du capteur pour plusieurs combinaisons différentes de σ_L et σ_T .

Sur la Figure III.32, on représente la variation de l'impédance normalisée en fonction de l'angle de rotation du capteur pour plusieurs combinaisons aléatoires de σ_L et σ_T

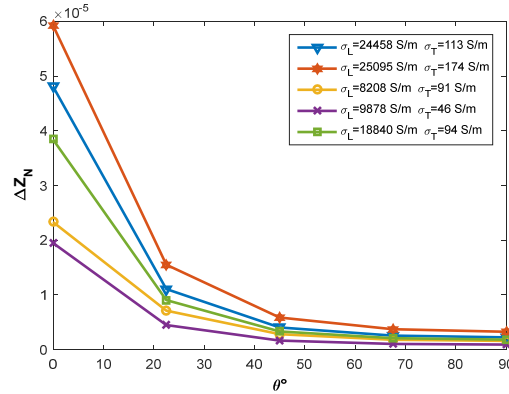
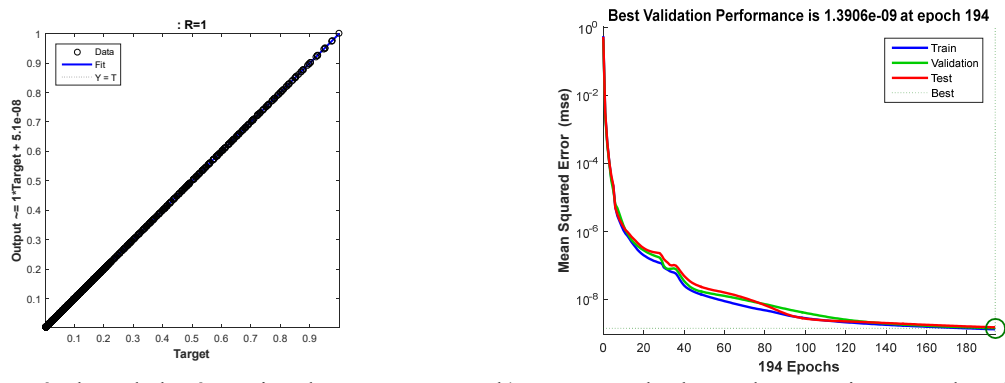


Figure III.32: La variation de l'impédance normalisée en fonction de l'angle de rotation

D'après la figure III.32 on remarque que chaque combinaison de σ_L et σ_T fournit une allure différente aux autres allures, cette différence entre les courbes montre une bonne sensibilité du modèle développé ce qui confirme qu'on obtient une solution unique du problème inverse.

Nous présenterons sur la figure III.33 les résultats de régression des valeurs de sortie du réseau, puis l'évolution de l'erreur quadratique moyenne (EQM) sur les bases d'apprentissage et de validation en fonction du nombre de neurones qui est égale à 30 dans la couche cachée.

Premièrement on remarque que les outputs sont corrélés avec les valeurs cibles correspondantes pour l'apprentissage et le test, ainsi que la valeur de régression R est égale à 1.00 pour la réponse totale comme la montre dans la Figure III.33-a, il existe une relation relativement linéaire entre les sorties et les cibles, ces résultats montrent un bon ajustement au niveau de l'apprentissage et de test. Puis deuxièmement on constate que la procédure d'apprentissage du RNA est atteinte après 200 itérations, car l'erreur quadratique moyenne (EQM) atteint l'optimum imposé, qui est de 1.4×10^{-9} (Figure III.33-b).



a) : Résultats de la régression du RNA

b) : EQM sur les bases d'apprentissage et de validation

Figure III.33: Régression et l'erreur quadratique moyenne (EQM) du RNA

Les conductivités longitudinale et transversale de référence (base de données de référence) sont montrées sur la Figure III.34. Une fois l'apprentissage est effectué correctement, la capacité du réseau de neurones est évaluée sur des données prises aléatoirement issues d'une simulation qui n'existent pas dans une base de test (40 données de ΔZ_{0° , $\Delta Z_{22.5^\circ}$, ... ΔZ_{90°).

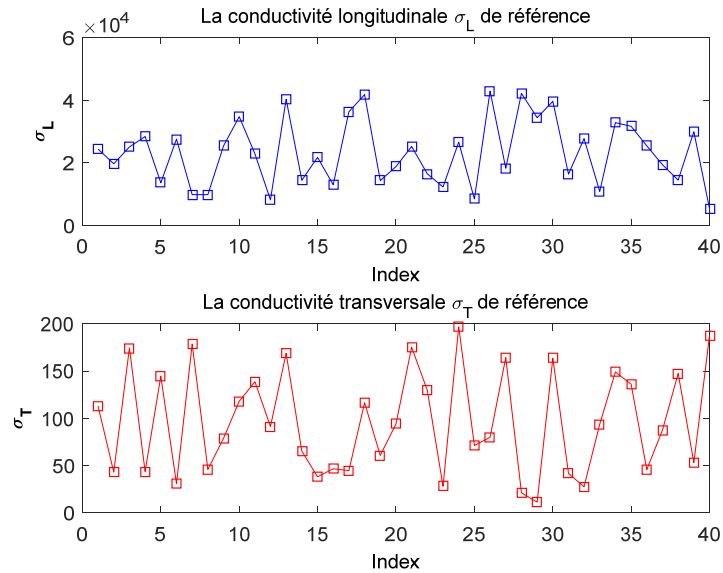


Figure III.34: Conductivités longitudinale et transversale de référence

D'après les résultats du modèle direct obtenus par réseaux de neurones sur la base de test qui sont illustrés par la Figure III.35, Figure III.36, Figure III.37, Figure III.38 et Figure III.39, nous pouvons conclure que le modèle direct par réseau de neurones de type perceptrons multicouches semble donner des résultats avec une bonne précision car l'erreur relative est environ (0% et 0,8%) et sa moyenne est de l'ordre de 0,1%. En effet, l'erreur relative reste très faible sur toute la base du test.

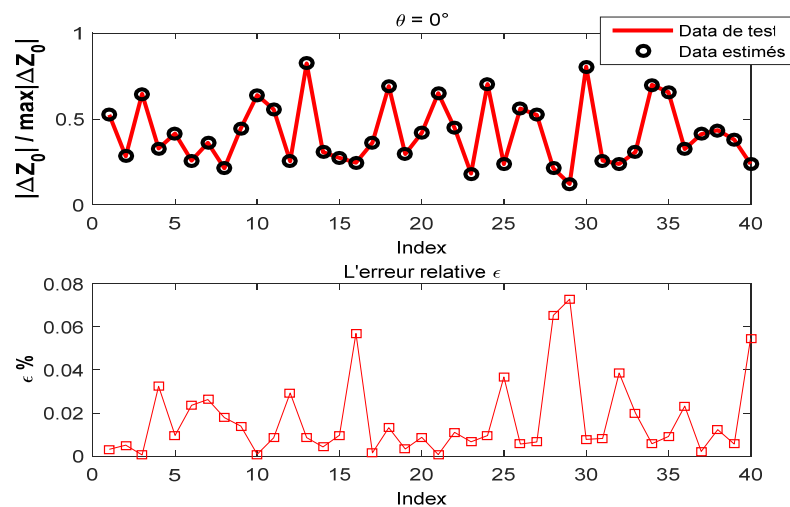


Figure III.35: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = 0$

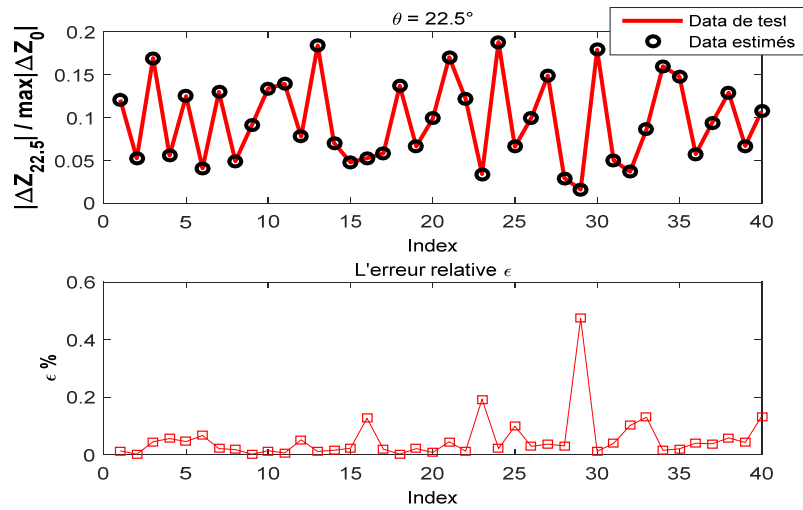


Figure III.36: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \frac{\pi}{8}$

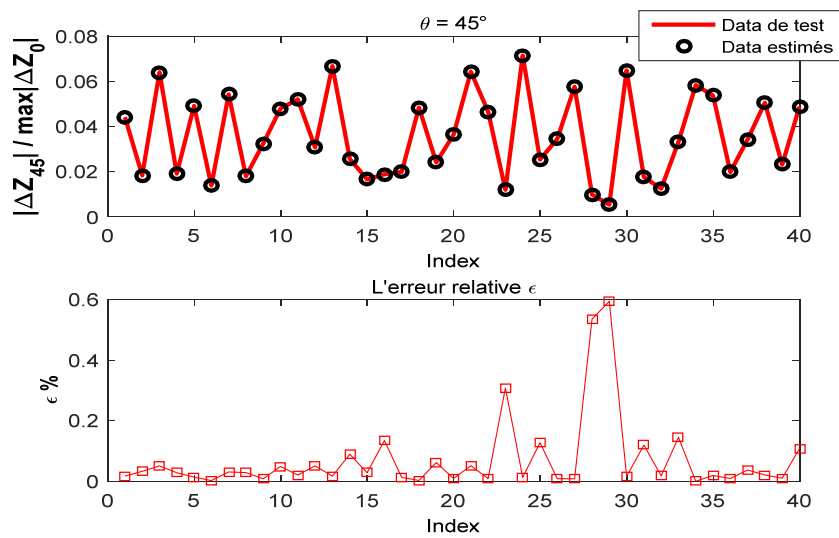


Figure III.37: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \frac{\pi}{4}$

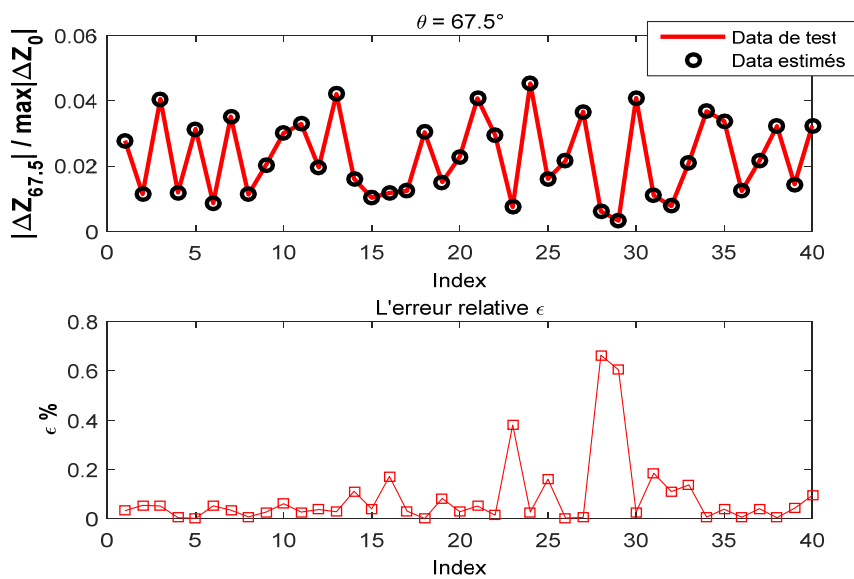


Figure III.38: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \frac{3\pi}{8}$

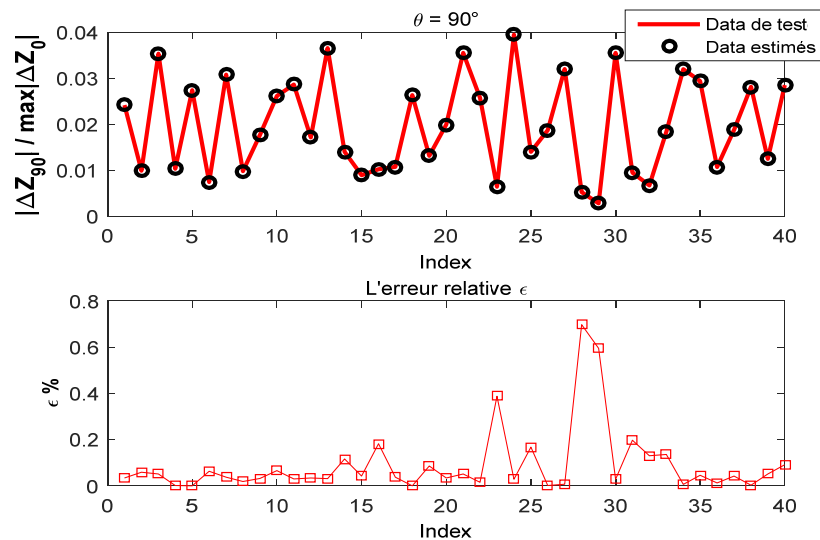


Figure III.39: Résultats de test du problème direct où la position angulaire du capteur $\theta = \frac{\pi}{2}$

III-6-8- Identification simultanée des conductivités longitudinale et transversale :

La variation de l'impédance du capteur devient indépendante des caractéristiques propres de la bobine excitatrice (nombre de spires, pertes à vide). Elle dépend fortement de la fréquence d'excitation, de la géométrie du capteur, de la distance capteur/cible (lift-off) et des paramètres de la cible, à savoir sa géométrie, sa conductivité électrique et sa perméabilité magnétique, est la position angulaire du capteur dans le cas où la cible est en matériau composite à fibre de carbone.

Pour identifier les composantes du tenseur de conductivité électrique (σ_L et σ_T) d'une cible en MCFC on utilisera un problème inverse basé sur la méthode du simplexe afin de minimiser une fonction objectif, qui est la différence entre les impédances correspondantes aux différentes positions angulaires du capteur ($|\Delta Z_N|$ pour $\theta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ$), obtenues par le modèle directe et les impédances de références mesurées ou calculées.

III-6-8-1- Application :

Dans cette identification, nous visons la détermination de tenseur de conductivité d'une plaque stratifié en MCFC. En raison de l'absence des mesures expérimentales, nous avons choisi des exemples d'applications numériques générées par le modèle directe (MEF) comme signaux de référence.

Dans la Figure III.40 nous indiquerons l'allure de la variation l'impédance normalisée en fonction de la position angulaire du capteur pendant la procédure d'inversion, elle présente les différentes formes de la variation d'impédance normalisée pour plusieurs étapes d'inversion, jusqu'à qu'elle converge vers la référence c-à-d la juxtaposition des allures de la variation d'impédance normalisée obtenus par le modèle inverse et de référence.

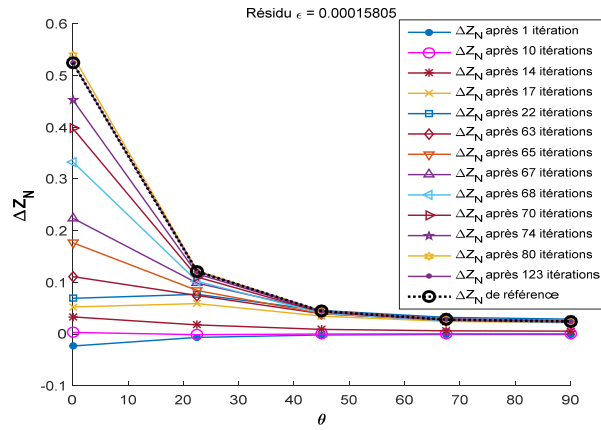


Figure III.40: l'allure de la variation d'impédance normalisée en fonction de la position angulaire pendant l'inversion

III-6-8-2- Résultat de l'inversion

Nous illustrons sur la Figure III.41, Figure III.42, Figure III.43 et Figure III.44 les évolutions respectives des conductivités longitudinale et transversale estimées, la fonction coût correspondante ainsi que l'allure finale de la variation d'impédance normalisée en fonction de la position angulaire du capteur.

Après minimisation de la fonction coût, nous constatons que la juxtaposition des digrammes de la variation d'impédance normalisée calculé et de référence sont montrées par la Figure III.41-d, Figure III.42-d, Figure III.43-d, Figure III.44-d respectivement.

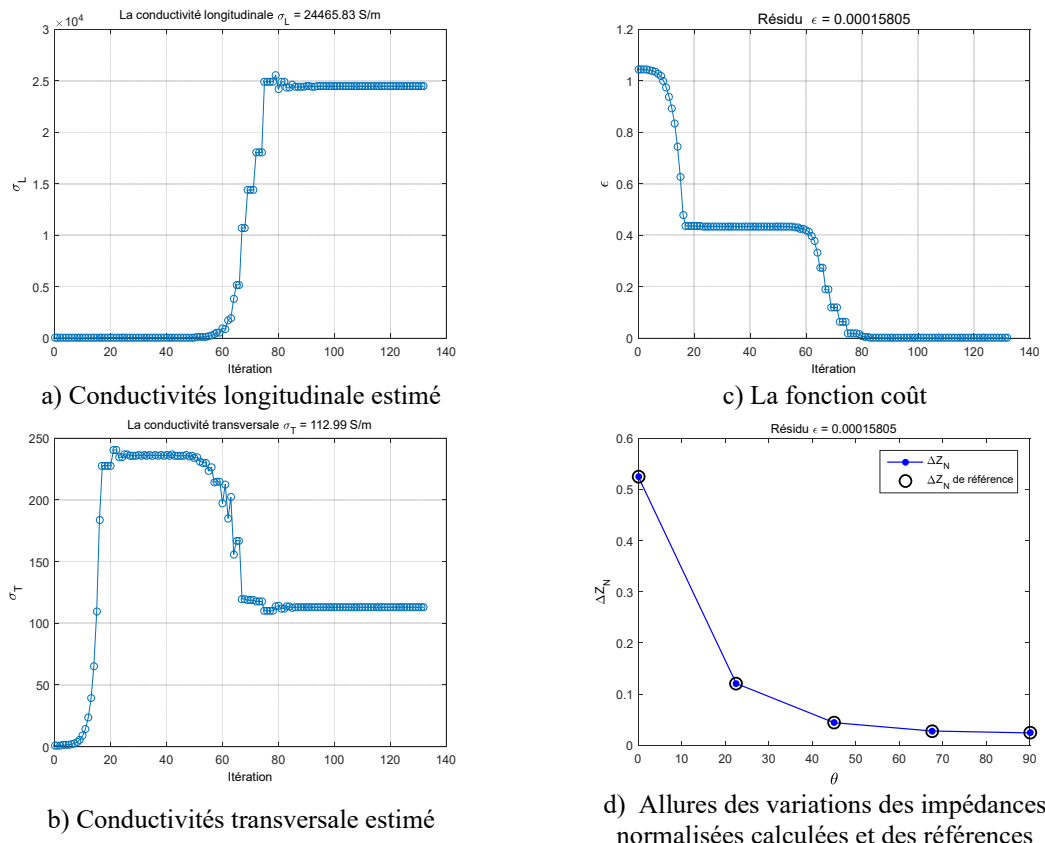


Figure III.41: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 1)

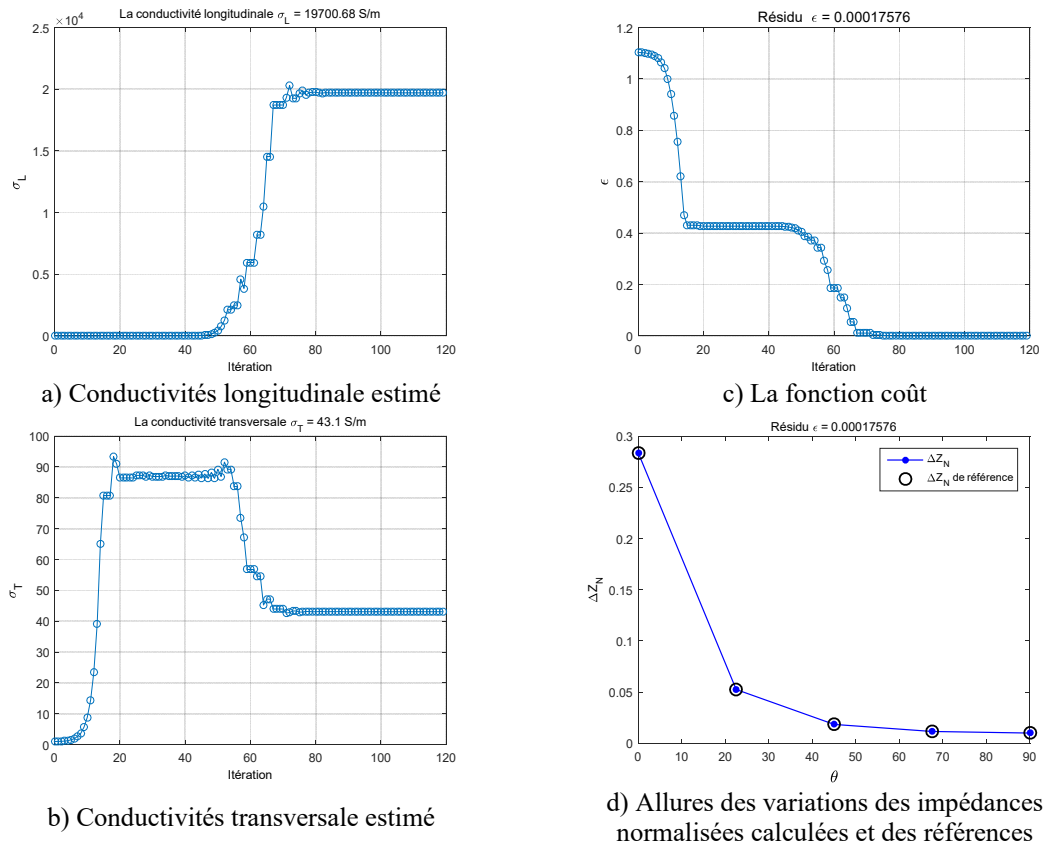


Figure III.42: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 2)

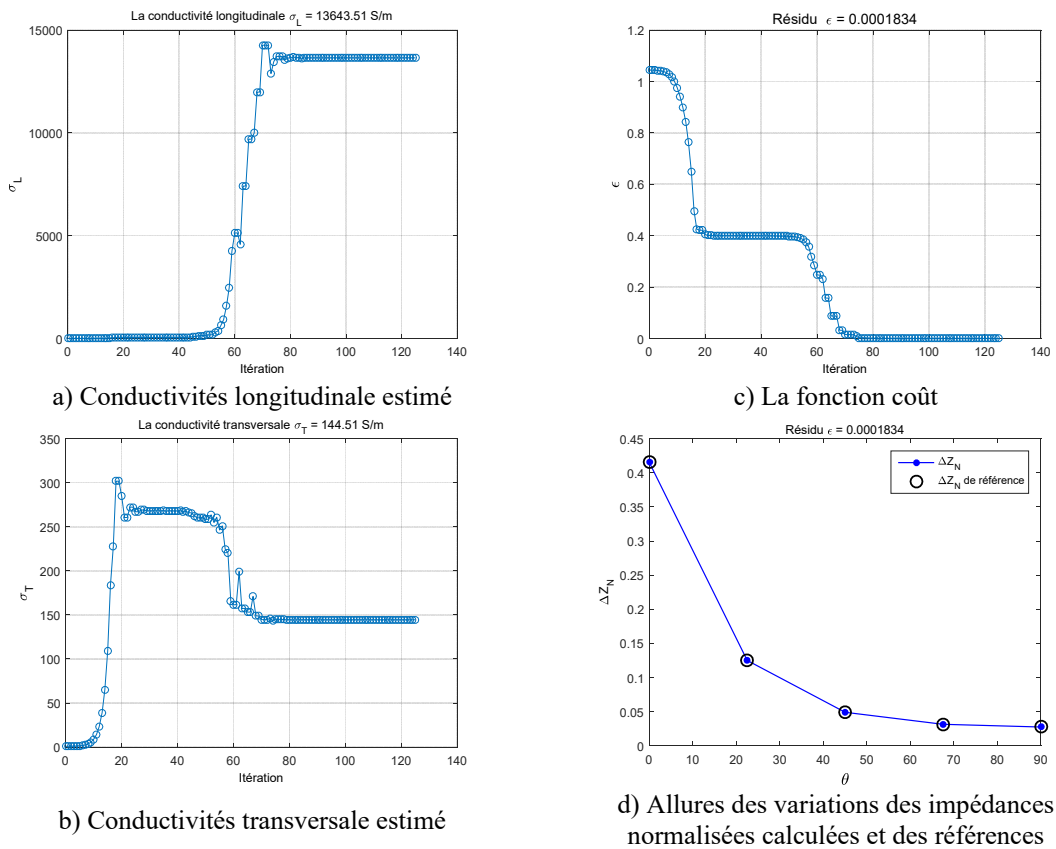


Figure III.43: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 3)

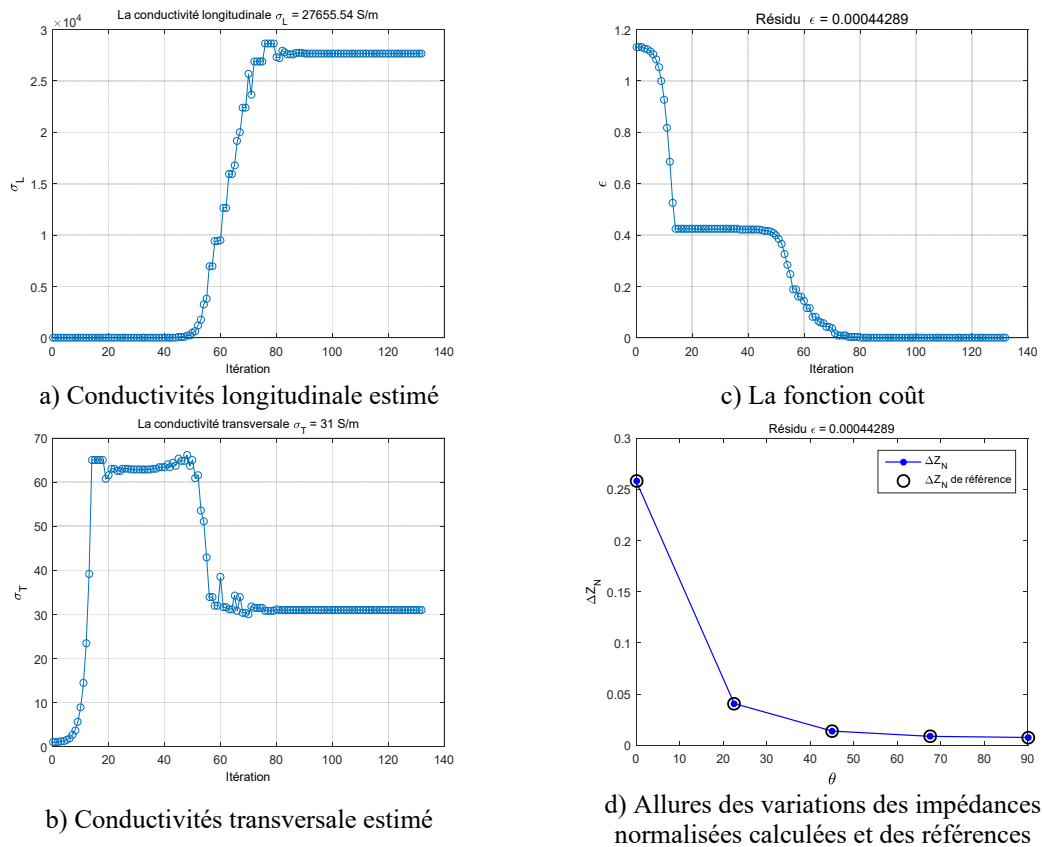


Figure III.44: Evolution des différentes grandeurs au cours de l'inversion (Application 4)

Nous pouvons remarquer que les valeurs des conductivités longitudinale et transversale estimées se stabilisent à partir de 80^{ème} itérations. Cette stabilisation est atteinte au bout de 0.2 secondes.

Le Tableau III.6 montre une synthèse des différentes valeurs des conductivités estimées, le nombre d'itérations correspondant, les erreurs commises pour l'estimation de deux paramètres (σ_L et σ_T), et le temps de calcul de chaque application.

Application	σ_L en $\left(\frac{S}{m}\right)$	σ_T en $\left(\frac{S}{m}\right)$	σ_L en $\left(\frac{S}{m}\right)$	σ_T en $\left(\frac{S}{m}\right)$	Nombre d'itérations	L'erreur en pourcent (%)		Temps de calcul
	Référence	Référence	Estimé	Estimé		ϵ_{σ_L}	ϵ_{σ_T}	
1	24457.95	113.023	24465.83	112.99	133	0.03	0.03	0.1801 s
2	19721.51	43.08	19700.68	43.102	120	0.11	0.05	0.1836 s
3	13641.99	144.54	13643.51	144.51	126	0.01	0.02	0.1712 s
4	27603.93	31.01	27655.54	30.99	133	0.19	0.06	0.1600 s

Tableau III.6: Les différentes grandeurs d'inversion pour chaque application

Aux cours de cette étude, nous pouvons conclure que l'identification simultanée de la conductivité longitudinale et la conductivité transversal donne des résultats avec une bonne précision et un temps de calcul court.

III-7- Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un code de calcul basé sur la formulation en potentiel vecteur électrique \vec{T} associée à une technique itérative, qui permet de caractériser les matériaux conducteurs homogène et les matériaux composites à fibres de carbone stratifiés. Cette formulation tient compte naturellement des conservations des densités de courant électrique et de flux magnétique, d'une part, et, d'autre part, elle permet de limiter la modélisation aux parties actives du système, ou bien d'éviter de mailler l'air, grâce à l'utilisation de la loi de Biot-Savart, et de faciliter la prise en compte des mouvements du capteur.

Les résultats de simulation obtenus ont été comparés soit aux résultats expérimentaux de JSAEM benchmark dans le cas des matériaux isotropes, et aussi à la solution analytique dans le cas des matériaux en MCFCs. Une bonne concordance entre les résultats numériques obtenus et ceux de comparaison, ce qui justifie donc l'utilité de cette méthode.

L'utilisation du capteur de forme rectangulaire tournant est un moyen plus efficace pour la l'inspection des plaques en MCFCs unidirectionnelle ou multidirectionnelle, en raison de sa simplicité de déterminer le nombre et la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli. Ces résultats sont déduits directement avec une grande lisibilité à partir de l'analyse des diagrammes polaires de la variation d'impédance normalisée.

Une méthodologie du problème inverse a été proposée en utilisant la méthode \vec{T} -itérative, les réseaux de neurones artificiels et la méthode de simplex pour l'identification simultanées des conductivités électriques longitudinale et transversale d'une plaque en MCFC. Cette méthodologie a donné des résultats avec une très bonne précision. Le développement d'un nouveau capteur circulaire ayant 16 bobines de forme rectangulaire destiné à la caractérisation d'une plaque à fibre de carbone fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre IV :

**Caractérisation d'un MCFC
Stratifié à l'aide d'un Capteur à CF
Circulaire Multi-Bobines**

IV-1-Introduction

Les techniques d'évaluations et de contrôle non destructifs (END et CND) sont des techniques les plus courantes et les plus puissantes employées dans l'inspection des matériaux pendant leur fabrication ou leur utilisation. Lorsqu'il s'agit d'un corps électriquement conducteur, le contrôle non destructif par courants de Foucault (CND-CF) est le moyen le plus efficace pour tester l'état de santé des matériaux (faible coût, facile à mettre en œuvre ...). L'efficacité de CND-CF dépend directement des performances du capteur utilisé [GaGV11].

Aujourd'hui la technique par courants de Foucault devient de plus en plus utilisée pour l'inspection des MCFCs [YWSP08], [MMTS16]. L'application des techniques d'évaluations et de contrôle non destructifs par courants de Foucault pour l'inspection des plaques en MCFCs peut exiger des géométries et configurations particulières de capteurs, par exemple capteur à fonction séparé tourne autour d'un axe de révolution, capteur a double fonction rectangulaire, capteur multi bobines circulaire ...etc. De plus, la faible conductivité de ces matériaux nécessite d'utiliser des fréquences plus élevées que celles utilisées pour l'inspection des matériaux conducteurs classique.

Certains travaux ont utilisé des capteurs tournants pour caractériser les plaques en matériaux MCFCs, ces capteurs connaissent un large spectre d'utilisation au point de vue des applications industrielles et nécessitent une rotation mécanique. Cependant, l'analyse de la réponse du capteur à plusieurs positions peut prendre beaucoup de temps dans le cas où la rotation du capteur est manuelle, et dans le cas d'une rotation électromécanique (automatique), même si le temps d'inspection est réduit, ce système nécessite un dispositif mécanique rotatif supplémentaire (par exemple l'utilisation d'un moteur pas à pas).

Afin d'améliorer les dispositifs destinés à la caractérisation des plaques en MCFCs, de nombreux chercheurs ont utilisé des configurations des capteurs multi bobines pour éliminer la rotation mécaniques [BoFL17], [LAFZ18], [BeLa18].

Dans ce contexte, on étudiera par simulation numérique une nouvelle configuration d'un capteur circulaire multi-bobines pour la caractérisation géométrique des plaques en matériaux composite à fibre de carbone multidirectionnel, afin de déterminer le nombre, la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli. De plus, l'inspection d'une plaque en MCFC en présence d'un défaut qui sera présentée dans différentes couches. Cela signifie que le défaut est positionné alternativement dans le premier pli, puis dans le second pli, ensuite dans le troisième pli et enfin dans le quatrième pli. Ensuite, une deuxième application traitera un défaut entre deux plis adjacents sera présentée.

Pour la simulation numérique nous utiliserons la méthode des éléments finis pour résoudre la formulation $\vec{A}-V$ en 3D développé dans le chapitre II où la nature anisotrope de matériaux

composites est prise en compte. Puis nous comparerons les résultats numériques d'inspection d'une plaque à fibre de carbone multicouche à ceux exprimés dans les littératures [MoLK01], [MeFé10].

IV-2-Caractérisation d'une plaque en MCFC :

Le capteur rectangulaire présenté dans les travaux précédents nécessite une rotation mécanique, ce qui posera des problèmes tels que :

- La possibilité d'engendrer d'éventuelles variation de lift-off suite au mouvement du capteur tournant.
- Aussi, le processus de test pourrait prendre beaucoup de temps pour analyser la réponse du capteur pour plusieurs positions.
- Ce système nécessite un dispositif mécanique rotatif supplémentaire.

Pour remédier ces problèmes, nous avons utilisé un capteur circulaire multi-bobines car il présente les avantages suivants :

- Élimination de la rotation mécanique.
- Donner plusieurs informations pendant une seule mesure.
- Minimisation de temps d'inspection.
- Éliminer des bruits et imprécisions de mesures.

Dans les littératures [MeFé10], [LAFZ18], il sont rapportés que la forme rectangulaire tournante du capteur a la capacité de caractériser les plaques en MCFCs. L'objectif de cette partie est de remplacer le capteur rectangulaire tournant par une structure de capteur circulaire multi-bobines est ça pour éviter la rotation mécanique des capteurs rectangulaire et cela permet de réduire la durée de la procédure d'inspection. Au début nous présentons une application pour déterminer la structure d'une plaque en MCFC (le nombre des plis, l'orientation des fibres, la position des plis), puis nous étudions par simulation numérique l'inspection d'une plaque en MCFC multicouche stratifiée en présence d'un défaut.

IV-2-1- Description du système modélisé :

Le système modélisé est représenté par la Figure IV.1 il est composé d'un capteur circulaire à plusieurs bobines. Ce dernier comprend seize bobines rectangulaires dont chacune a une longueur l , une largeur w et une hauteur h , positionnées à une distance l_f au-dessus d'une plaque CFRP multicouche composée de quatre plis de surface $L \times W$ et d'épaisseur E_p . Le capteur est modélisé avec et sans défaut aux dimensions $L_d \times W_d \times D_d$. Les bobines sont connectées en série et excitées par une source de courant sinusoïdal monophasé, comme le montre la Figure IV.2, la discrétisation du système plaque et capteur est illustré sur la Figure IV.3.

Les paramètres du système étudié sont illustrés dans le Tableau IV. 1:

Plaque en CFRP		Bobine	
Longueur (L)	60.0 (mm)	Longueur (l)	10.0 (mm)
Largeur (W)	60.0 (mm)	Largeur (w)	1.0 (mm)
Épaisseur (E_p)	4×0.125 (mm)	Hauteur (h)	0.1 (mm)
Conductivités ($\sigma_L, \sigma_T, \sigma_P$)	$10^4, 10^2, 10^2$ (S/m)	Lift-off (l_f)	0.1 (mm)
Nombre des plis	4 plis	Nombre des spires (N)	1 spire
Défaut		Capteur	
Longueur (L_d)	5.0 (mm)	Intensité de courant (I)	0.25 A
Largeur (W_d)	5.0 (mm)	Fréquence (F_r)	10^6 Hz
Profondeur (D_d)	0.125 (mm)	Nombre des bobines	16
		Rayon du capteur	10 (mm)

Tableau IV. 1: Caractéristiques du dispositif à étudier

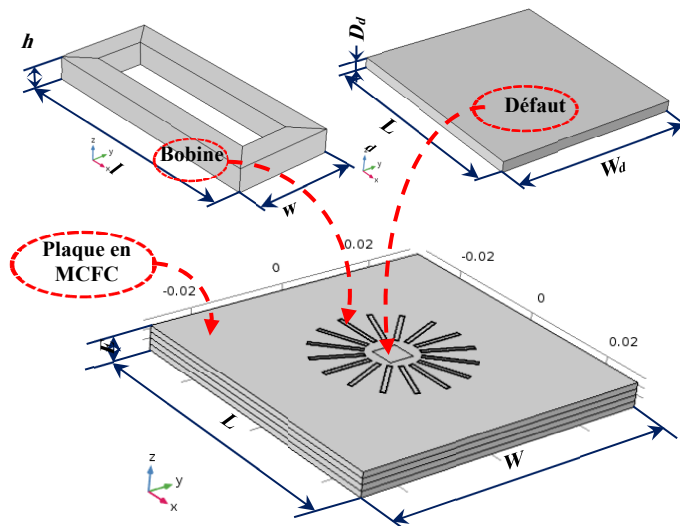


Figure IV.1: Différentes parties du système à étudier

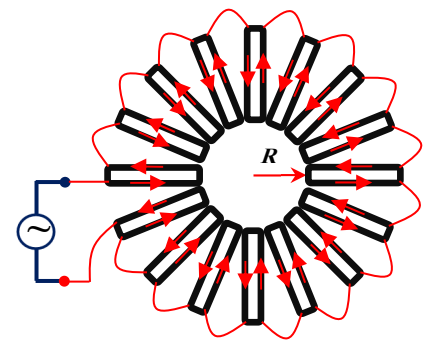


Figure IV.2: Connexion et excitation des bobines

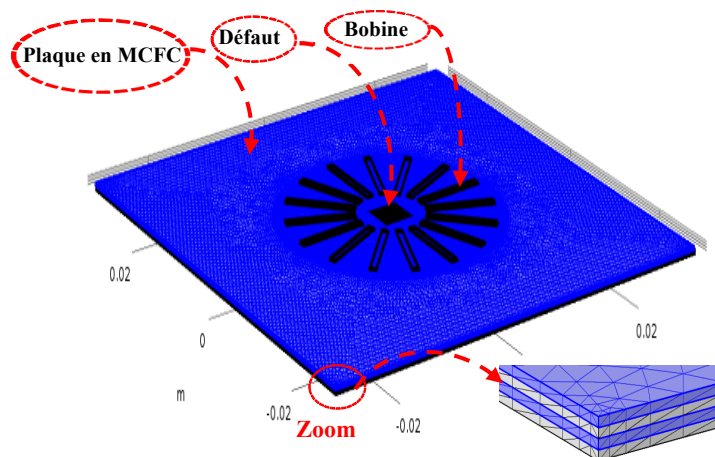


Figure IV.3: Maillage du dispositif étudié

IV-2-2- Application sur plaque multidirectionnelle en MCFC sans défaut

Le but de cette application est de caractériser géométriquement une plaque à fibre de carbone stratifiée multidirectionnelle, par un capteur circulaire multi-bobines de contrôle non destructif à courants de Foucault. Pour la validation des résultats nous allons comparer les résultats numériques obtenus à ceux présentés dans les références [MoLK01], [MeFé10], de plus nous utilisons ce capteur pour déterminer la structure géométrique d'une plaque en MCFC, telle que le nombre, la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli.

La Figure IV.4 montre une comparaison entre les résultats obtenus et ceux existants dans la littérature.

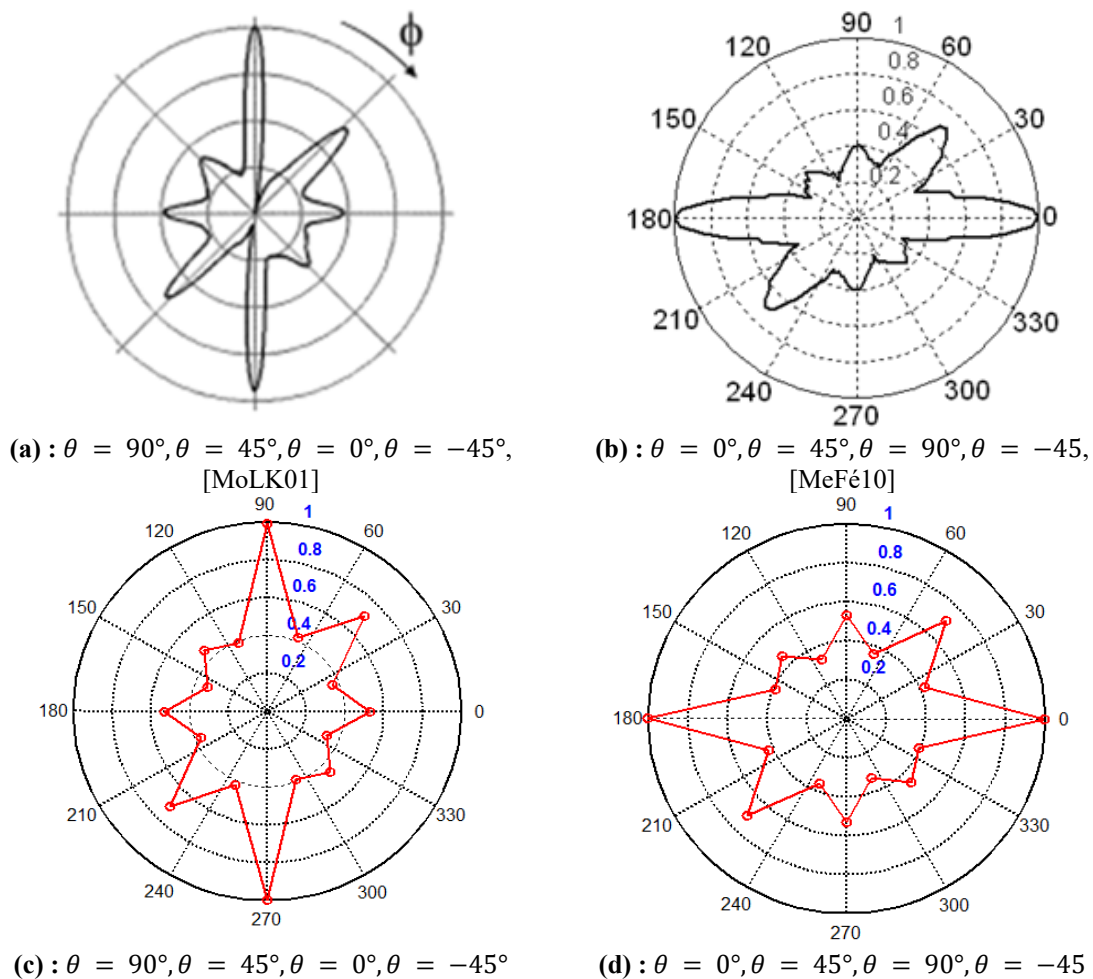


Figure IV.4: Comparaison entre les résultats obtenus et ceux existants dans la littérature

Après la simulation numérique on peut remarquer que chaque configuration des plis d'une stratifié comporte quatre pics orientés dans quatre directions correspondant aux orientations des fibres dans les plis. Les amplitudes des pics offrent la possibilité d'obtenir le nombre et la position des plis ainsi que les orientations des fibres dans chaque pli. Nous pouvons remarquer que les résultats numériques obtenus et ceux trouvés dans la littérature sont généralement en

bon accord, par conséquent la capacité de distinguer entre les différents plis et l'orientation des fibres dans chaque pli rend le capteur très efficace et très sensible.

La Figure IV.5 montre la distribution des courants de Foucault dans une plaque en MCFC multicouche stratifié, avec différentes orientations des fibres. Tout d'abord, on remarque clairement que les courants induits suivent l'orientation des fibres dans chaque pli. De plus, nous constatons une diminution d'amplitude de la densité des courants induits (voir colorbar), lorsqu'ils passent d'un pli à l'autre. Par conséquent, cela est dû à l'augmentation de la distance (*lift-off*) entre le capteur et les plis.

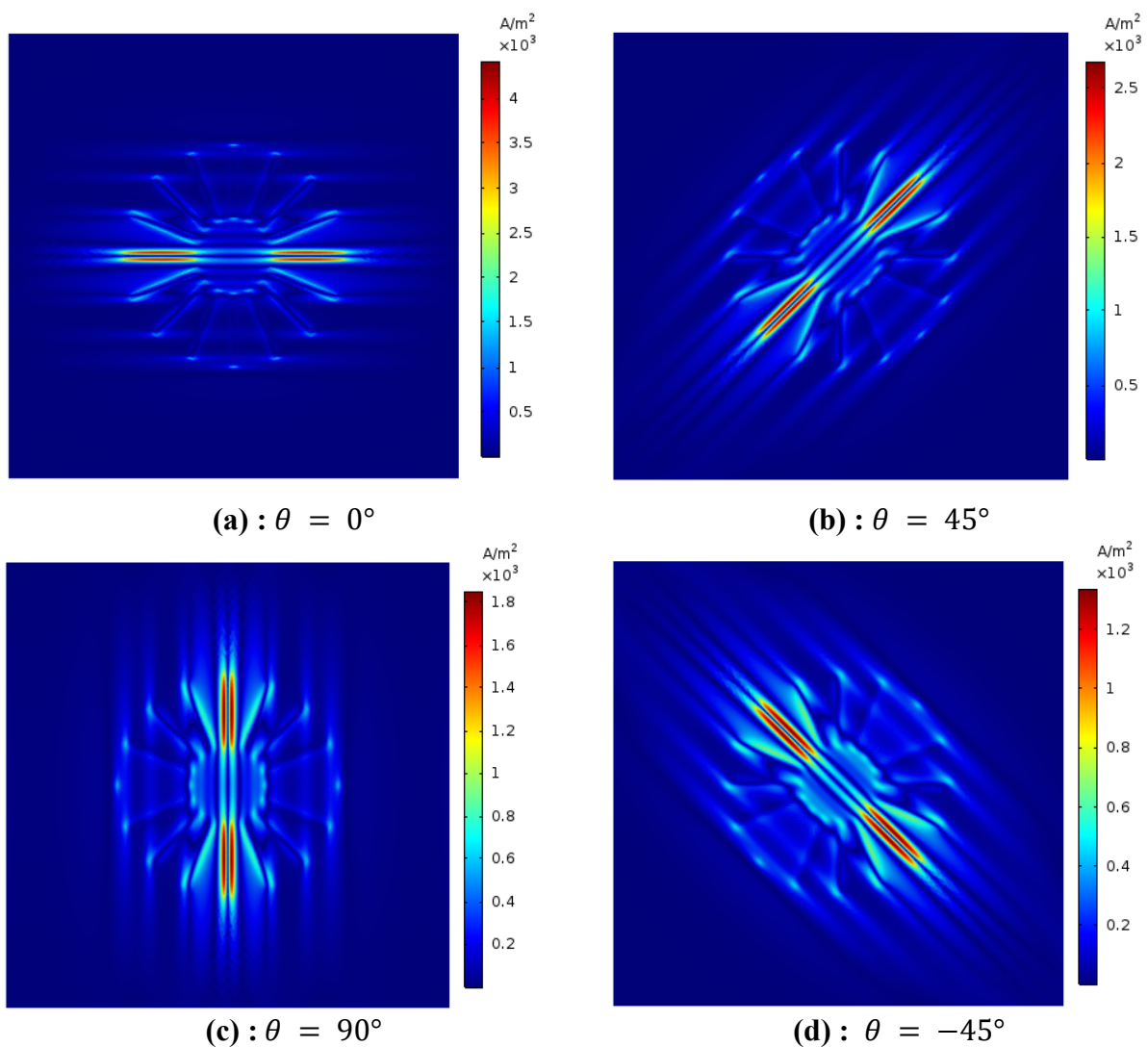


Figure IV.5: Répartition des courants induits dans une plaque en MCFC sans défaut à quatre plis avec les orientations des fibres (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$

IV-2-3- Application sur plaque multidirectionnelle en MCFC avec défaut

Le but de cette application est de caractériser géométriquement une plaque en MCFC stratifiée multidirectionnelle avec la présence d'un défaut, par un capteur circulaire multi-bobines à courants de Foucault. D'un côté, dans la Figure IV.6 (a, b, c, d) nous avons supposé que le

défaut se situait dans les plis (dans le premier pli, puis dans le deuxième pli, ensuite dans le troisième pli, enfin le défaut se situait dans le quatrième pli). De l'autre côté, dans la Figure IV.6 (e, f, g), le défaut a été placé entre deux plis adjacents.

Pour étudier la sensibilité du capteur aux défauts, nous considérons la variation d'impédance normalisée de chaque bobine comme étant la réponse du capteur dans sa position angulaire correspondante. A cet effet, la procédure de calcul de la réponse du capteur est la suivante : nous calculons la réponse du capteur au-dessus d'une plaque sans défaut, nommée ΔZ_{Plaque} . Ensuite, nous calculons la réponse du capteur au-dessus d'une plaque avec défaut, notée $\Delta Z_{Plaque+Defect}$, en fait la différence entre elles nous donne la réponse du capteur.

$$\Delta Z = \Delta Z_{Plaque} - \Delta Z_{Plaque+Défaut} \quad (VI-1)$$

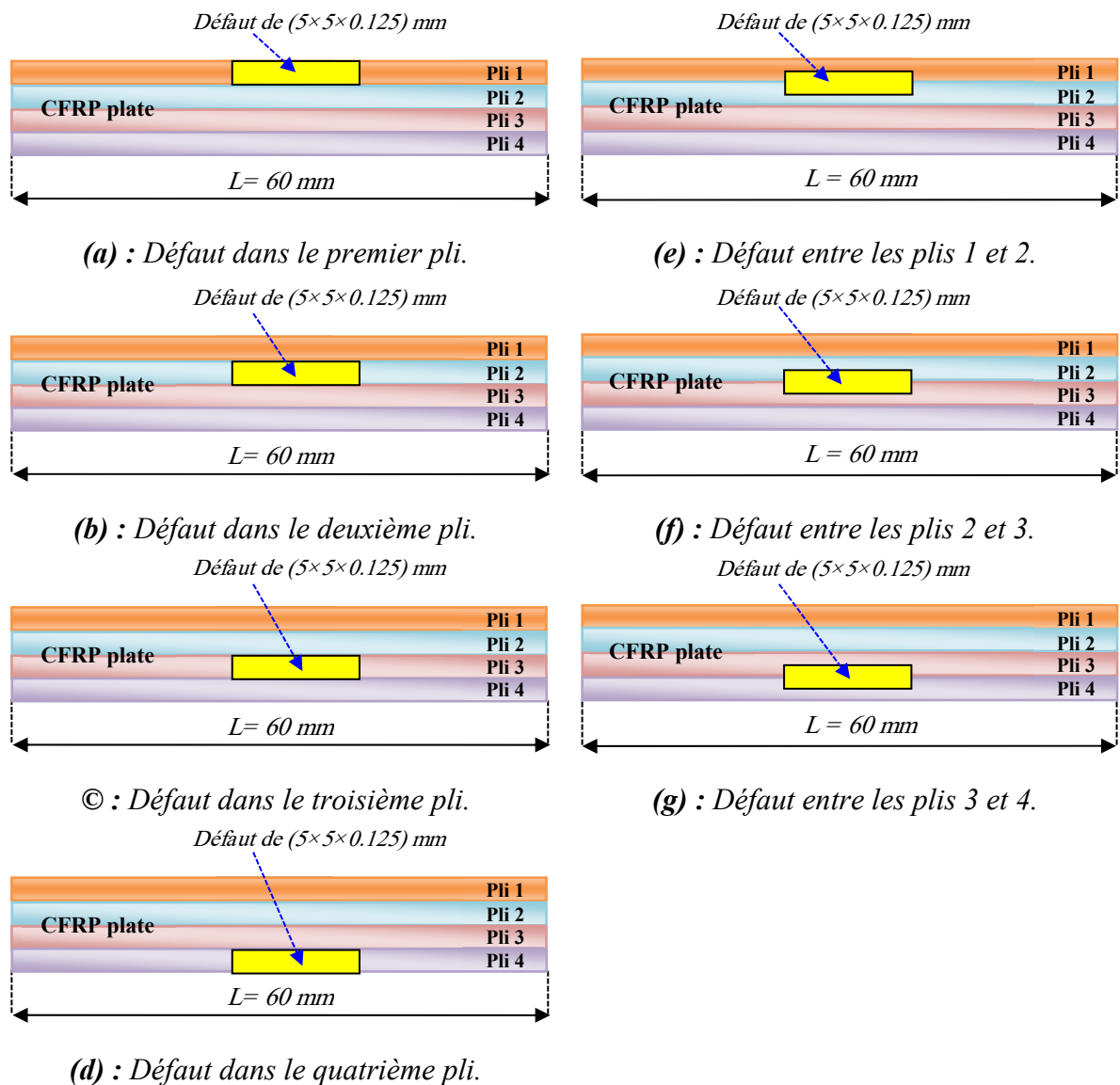


Figure IV.6: Position d'un défaut dans une plaque MCFC stratifié

IV-2-3-1- Défaut dans un pli

La Figure IV.7 illustre la distribution des courants de Foucault dans une plaque en MCFC multidirectionnelle avec défaut, selon cette figure, on peut noter que la cartographie de la densité des courants induits dans la plaque en MCFC suit parfaitement l'orientation des fibres dans chaque pli ; de plus, leur amplitude diminue également d'un pli à l'autre. Puis, une discontinuité de ces courants induits au centre de la plaque est notée et cela est-elle est due à la présence d'un défaut au milieu de la plaque.

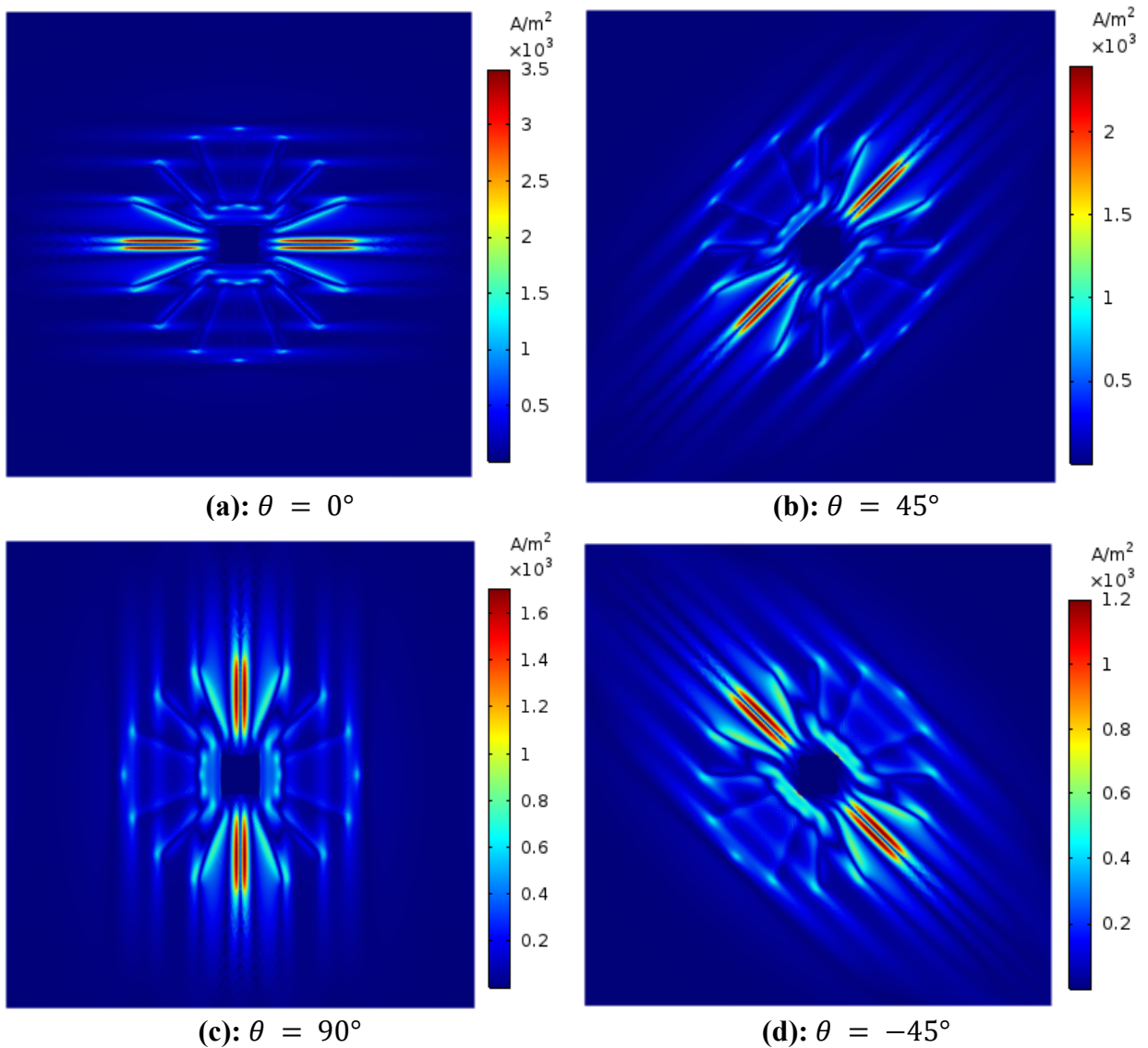


Figure IV.7: Répartition des courants de induits dans une plaque en MCFC avec défaut à quatre plis avec les orientations des fibres (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$, (c) $\theta = 90^\circ$, (d) $\theta = 135^\circ$

La Figure IV.8-a et Figure IV.9-b représentent la réponse du capteur circulaire multi-bobines au-dessus d'une plaque en MCFC contenant un défaut. Dans tous les cas, il existe une superposition de deux diagrammes polaires détectés par le capteur à courant de Foucault sur une plaque avec et sans défaut. Le signal en bleu est la signature du capteur sans défaut tandis

que le signal en rouge est la signature du capteur avec défaut. Dans chaque cas, il y a une perturbation de la forme du signal, ce qui indique la présence d'un défaut dans l'échantillon inspecté. D'après ces figures, il est clair que la variation d'impédance normalisée est diminuée en présence d'un défaut dans les plis. D'un autre côté, la Figure IV.8 (b) et Figure IV.9 (b) représentent la signature de la variation d'impédance normalisée pour le défaut uniquement dans les différents plis; on remarque la présence de pics dans toutes les configurations étudiées (Plaque / Défaut), ces pics sont dirigés selon la direction des fibres où le pli comporte un défaut. De plus, l'amplitude de la variation d'impédance normalisée diminue lorsque le défaut passe d'un pli à l'autre.

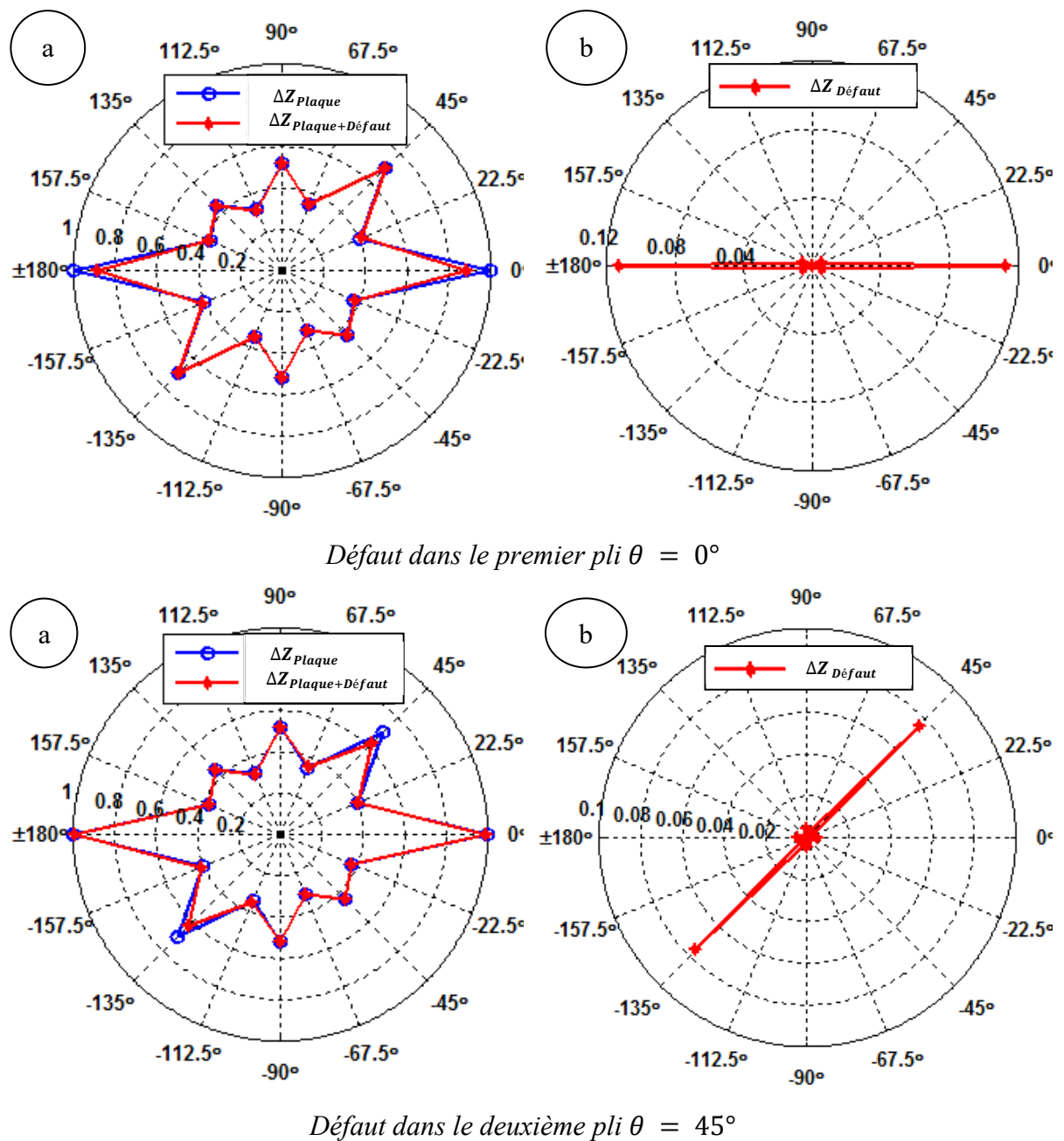
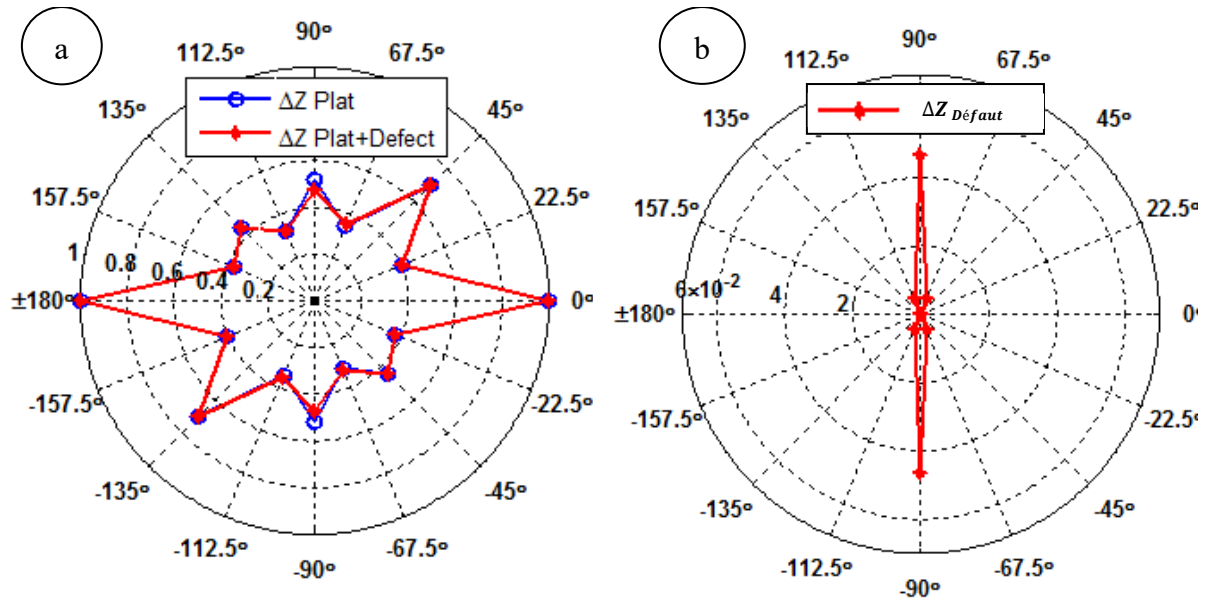
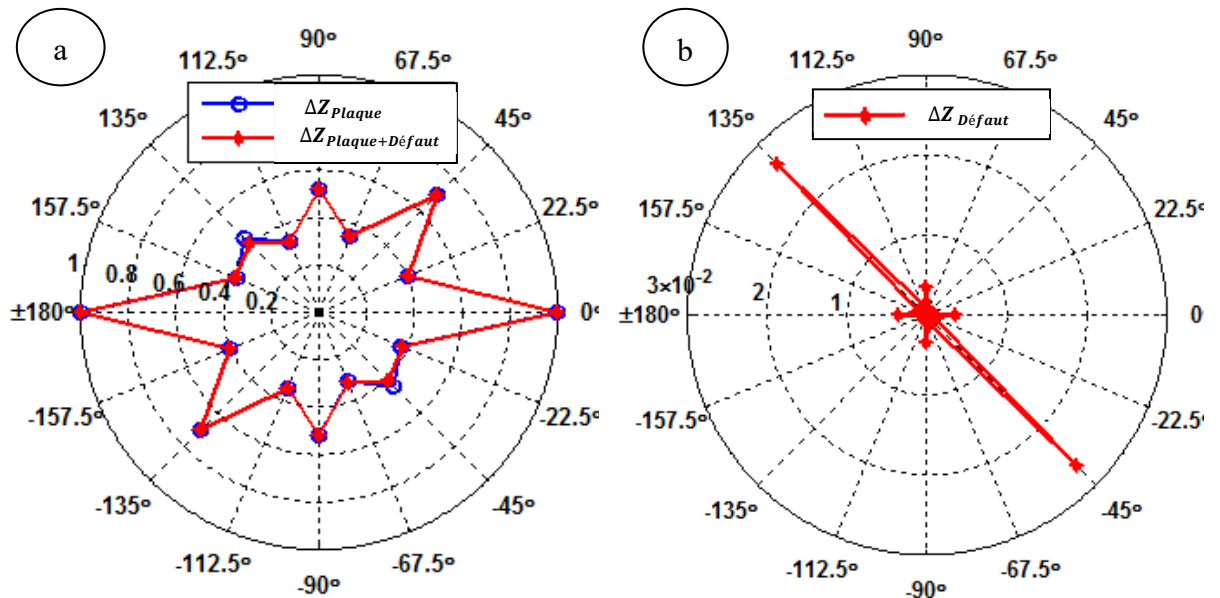


Figure IV.8: Variations d'impédance normalisée d'un défaut positionné dans un pli ($\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$)



Défaut dans le troisième pli $\theta = 90^\circ$



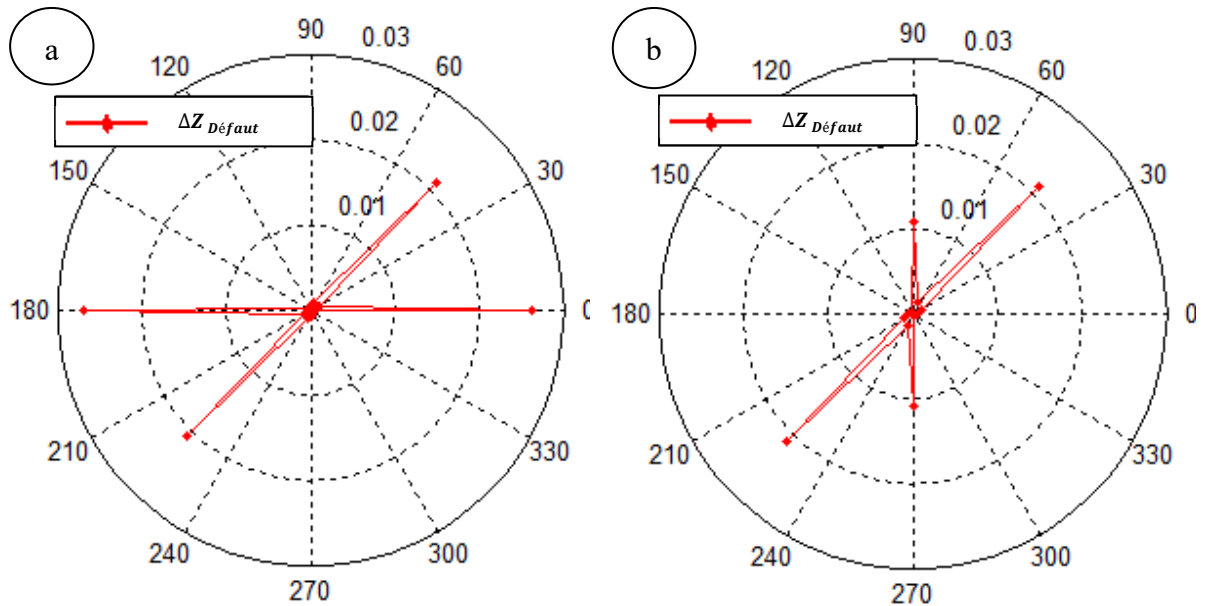
Défaut dans le quatrième pli $\theta = -45^\circ$

Figure IV.9: Variations d'impédance normalisée d'un défaut positionné dans un pli ($\theta = 90^\circ$, $\theta = -45^\circ$)

IV-2-3-2- Défaut entre deux plis adjacents

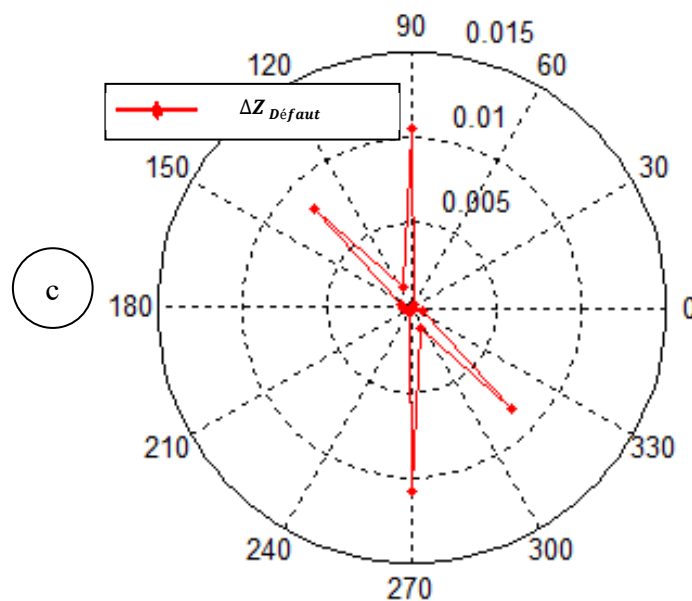
Dans cette application, nous étudions par simulation numérique un autre aspect important concerne le CND-CF appliqué aux structures stratifiées où le défaut est placé entre deux plis adjacentes.

La Figure IV.10 montre la variation d'impédance normalisée des bobines du capteur en fonction de leurs positions angulaires. Les résultats de simulation obtenus sont tracés sur un diagramme polaire d'impédance normalisée pour différents défauts dans les plis.



Défaut entre deux plis $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 45^\circ$

Défaut entre deux plis $\theta = 45^\circ$ et $\theta = 90^\circ$



Défaut entre deux plis $\theta = 90^\circ$ et $\theta = 135^\circ$

Figure IV.10: Variations d'impédance normalisée d'un défaut positionné entre deux plis adjacentes

D'après la Figure IV.10 on peut voir qu'il y a deux pics qui sont observés dans toutes les configurations (plaque / défaut) étudiées, ces pics sont dirigés selon la direction des fibres immergés dans les plis où le défaut est situé. De plus, on peut remarquer qu'il y a un pic

d'amplitude maximal et un pic d'amplitude minimal, et à travers ces amplitudes nous pouvons identifier l'ordre des plis qui contiennent le défaut.

Au début sur la Figure IV.10-a on peut voir deux pics orientés selon la direction des angles $0^\circ/45^\circ$, ces pics sont dirigés selon l'orientation des fibres noyées dans les plis, qui indique que le défaut est situé entre les plis où l'orientation des fibres est $0^\circ/45^\circ$ respectivement (entre le premier et le deuxième pli). De plus, on peut identifier l'ordre des plis qui contient le défaut à partir de l'amplitude des deux pics, nous pouvons remarquer que le pic dirigé suivant l'angle 0° est plus grand que le pic dirigé suivant l'angle 45° car le lift-off n'est pas le même pour les deux plis, qui justifie que l'ordre de pli où l'orientation des fibres 0° est le premier et l'ordre de pli où d'orientation des fibres 45° est le deuxième.

En suite comme le montre la Figure IV.10-b, on peut distinguer deux pics orientés selon la direction des angles $45^\circ/90^\circ$, qui indique que le défaut est situé entre les plis où l'orientation des fibres est $45^\circ/90^\circ$ respectivement (entre le deuxième et le troisième pli). De plus, à partir de l'amplitude des deux pics, nous pouvons remarquer que le pic dirigé suivant l'angle 45° est plus grand que le pic dirigé suivant l'angle 90° , qui démontre que l'ordre de pli où l'orientation des fibres 45° est le premier et l'ordre de pli où l'orientation des fibres 90° est le deuxième.

En fin d'après la Figure IV.10-c, on peut voir deux pics orientés selon la direction des angles $90^\circ/135^\circ$, qui indique que le défaut est situé entre les plis où l'orientation des fibres est $90^\circ/135^\circ$ respectivement (entre le troisième et le quatrième pli). De plus, nous pouvons constater que le pic dirigé suivant l'angle 90° est plus grand que celui dirigé suivant l'angle 135° , qui justifié que la position de pli où d'orientation des fibres 90° est le premier et la position de pli où d'orientation des fibres 135° est le deuxième.

IV-3-Conclusion :

À travers ce chapitre, nous avons présenté un capteur circulaire multi-bobines de courants de Foucault, qui permet de caractériser géométriquement les matériaux composites à fibres de carbone stratifiés. Le dispositif multi-bobines proposé n'a pas besoin de la rotation mécanique et permet de réduire le bruit de mesure, il est très rapide par rapport aux capteurs conventionnel rotatifs. L'utilisation du capteur de seize bobines rectangulaires connectées en série permet de caractériser des plaques stratifiées multidirectionnelles avec différentes orientations de fibres, et détecte également la présence des défauts dans ces plaques. Pour la validation nous avons comparés les résultats de simulation obtenus à ceux dans la littérature, une grande concordance a été observée entre les résultats numériques du capteur proposé et ceux existe dans la littérature. De plus, pour étudier l'influence d'un défaut sur la réponse du capteur, nous avons tracé la signature de la variation d'impédance normalisée en fonction de la position angulaire

du capteur dans un diagramme polaire. Dans tous les cas de simulation, nous avons distingués que ces signaux diminuent lorsque le défaut descend d'un pli à l'autre. En outre, nous remarquons également qu'il y a des pics ont été présentés dans toutes les configurations étudié et dirigés selon la direction des fibres dans un tel pli où il y a un défaut.

Une autre application tout aussi importante a été traitée, lorsque le défaut est situé entre deux plis adjacents ; les résultats de simulation obtenus sont très satisfaisants. Enfin, les résultats obtenus montrent que l'utilisation d'un capteur circulaire multi-bobines à une grande efficacité pour caractériser les plaques MCFCs multidirectionnelles (détection de nombre, la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli) et la détection des défauts aussi dans ces plaques.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Ce travail de thèse constitue d'une contribution à la modélisation numérique tridimensionnelle de l'interaction d'un champ électromagnétique avec une structure en matériau composite stratifié à fibres de carbone (MCFCs), rentre dans le cadre du contrôle non destructif par courants de Foucault.

Dans ce travail, deux stratégies de CND-CF ont été destinées à la caractérisation non destructive des plaques stratifiées en MCFCs, la première a été consacré au développement d'un modèle semi-analytique basé la formulation de potentiel scalaire électrique, la loi de Biot-savart et la méthode des éléments finis pour la détermination des propriétés physiques et géométriques des plaques en MCFCs, puis la deuxième stratégie a été attribué à une nouvelle configuration géométrique d'un capteur circulaire multi-bobines à courants de Foucault pour la caractérisation et la détection des défauts dans une plaque en MCFC.

Dans ce contexte nous avons développé un modèle numérique pour un calcul du champ électromagnétique. En effet, les principales difficultés rencontrées dans les modélisations électromagnétiques numériques classiques des MCFCs sont liées aux dimensions multi-échelles, à la forte anisotropie de la conductivité électrique, à l'hétérogénéité de ces matériaux et à des couplages capacitifs complexes ; des phénomènes qui imposent des approches de modélisation tridimensionnelles, ces modélisations restent très difficile en 3D, et rencontre des difficultés en terme de discrétisation (maillage), lorsque les systèmes modélisés impliquent des dimensions multi-échelles et des mouvements.

En premier lieu pour simplifier le problème et dans les limites fréquentielles où les effets capacitifs peuvent être négligés, puis la structure hétérogène du MCFC a été représentée par une structure homogène et anisotrope équivalente où la conductivité électrique de chaque couche du MCFC a été évoquée par un tenseur qui s'exprime en fonction des conductivités suivant les axes parallèle et transversal aux fibres, ainsi que de l'angle d'orientation des fibres dans un repère choisi.

En second lieu, nous avons développé un modèle itératif basé sur une formulation potentiel vecteur électrique, la loi de Biot-savart et la MEF, pour un calcul rapide de la réponse d'un capteur à courants de Foucault dans les matériaux conducteurs et particulièrement pour les MCFCs stratifiés. Ce modèle tient compte naturellement des conservations du courant électrique et du flux magnétique, et permet de limiter le domaine d'étude aux parties actives du

système modélisé. Ces dernières ont été discrétisées séparément ; les aspects multi-échelles et les mouvements sont donc traités plus facilement.

Pour la validation, nous avons testés le modèle numérique développé pour la caractérisation des matériaux isotropes ainsi que les matériaux anisotropes, premièrement les résultats numériques obtenus ont été comparés à ceux obtenus à l'aide d'un dispositif expérimentale JSAEM Benchmark No.1 présenté dans la littérature et ça concerne l'examen des matériaux isotropes. Et deuxièmement, nous avons comparés les résultats numériques obtenus avec les résultats obtenus par un calcul analytique de l'impédance d'une bobine circulaire sur une plaque mince anisotrope (inspections des plaques en MCFCs). Nous avons remarqué une bonne concordance entre les résultats numériques obtenus et les résultats de comparaison avec un faible temps de calcul pour une précision acceptable ce qui justifie l'utilité de ce modèle.

Par la suite nous avons utilisé ce modèle avec un capteur de forme rectangulaire tournant pour l'inspection des plaques en MCFCs unidirectionnelle ou multidirectionnelle, en raison de déterminer le nombre et la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli. Ces résultats sont déduits directement avec une grande lisibilité à partir de l'analyse des diagrammes polaires de la variation d'impédance normalisée.

Une méthodologie du problème inverse a été proposée en utilisant la méthode \vec{T} -itérative, les réseaux de neurones artificiels et la méthode de simplex pour l'identification simultanées des conductivités électrique longitudinale et transversale d'une plaque en MCFC. Cette méthodologie a donnée des résultats avec une très bonne précision.

En dernier lieu, nous avons proposé une nouvelle configuration géométrique de dispositif d'un capteur circulaire multi-bobines à courant de Foucault, qui permet de caractériser les matériaux composites à fibres de carbone stratifié. Le dispositif multi-bobines proposé n'a pas besoin de la rotation mécanique, et permet de réduire les bruits de mesure et très rapide par rapport aux capteurs conventionnels rotatifs en termes de réponse du capteur. L'utilisation du capteur de seize bobines rectangulaires connectées en série permet de caractériser des plaques stratifiées multidirectionnelles avec différentes orientations de fibres, et détecte également la présence des défauts dans ces plaques.

Pour la validation, les résultats de simulation obtenus ont été comparés à ceux présentés dans la littérature, un grand accord entre les résultats numériques et ceux de comparaisons a été observé. De plus, pour étudier l'influence d'un défaut sur la réponse du capteur, nous avons tracé la signature de la variation d'impédance normalisée en fonction de la position angulaire

du capteur dans un diagramme polaire. Dans tous les cas de simulation, on a distingué que ces signaux diminuent lorsque le défaut descend d'un pli à l'autre. En outre, on a remarqué également dans les diagrammes polaires qu'il y a des pics avec des amplitudes très importantes qui sont présents dans toutes les configurations étudiés et dirigés selon la direction des fibres de pli où il y a un défaut.

Une autre application aussi importante a été traitée lorsque le défaut est situé entre deux plis adjacents ; les résultats de simulation obtenus ont été très satisfaisantes. Enfin, les résultats numériques obtenus montrent que l'utilisation d'un capteur circulaire multi-bobines à une grande efficacité pour caractériser les plaques en MCFCs multidirectionnelles (détection de nombre, la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli), de plus la détection des défauts dans ces plaques.

Pour la continuité de travail de cette thèse, on proposera comme perspectives :

- ❖ Prise en compte les effets capacitifs entre les fibres du MCFCs dans le modèle numérique (la prise en compte des capacités électriques et pertes diélectriques entre fibres voisines).
- ❖ Modélisation des autres architectures du MCFCs (par exemple les structures trissées).
- ❖ Amélioration des performances des réseaux de neurones en enrichissant ces bases de données, afin d'identifier plusieurs paramètres physiques et géométriques des matériaux composites avec le minimum d'erreurs ;
- ❖ Caractérisations du MCFCs avec des défauts de forme complexe.
- ❖ Réalisation des prototypes du capteur multi-bobine circulaire.
- ❖ Identifications paramétriques par des problèmes inverses utilisons les techniques de l'intelligences artificielles tel que les algorithmes génétiques et Support Vector Machine (SVM)...etc.

Liste des travaux concernant le sujet de la thèse

Les différents résultats obtenus dans le déroulement des travaux de cette thèse ont été valorisés par des publications en revues internationales et des conférences internationales.

Publications en revues internationales :

[1]. Nabil Benhadda, Dahmane Hachi, Bachir Helifa, Ibn Khaldoun Lefkaier, and Bachir Abdelhadi, "Development of Multi-Coils Circular Eddy Current Sensor for Characterization of Fibers Orientation and Defect Detection in Multidirectional CFRP Material", RESEARCH IN NONDESTRUCTIVE EVALUATION, (Taylor & Francis), Published online: 30 Jul 2019. <https://doi.org/10.1080/09349847.2019.1645254>.

[2]. **Dahmane Hachi**, Nabil Benhadda, Bachir Helifa, Ibn Khaldoun Lefkaier, and Bachir Abdelhadi, "Composite Material Characterization using Eddy Current by 3D FEM Associated with Iterative Technique", ADVANCED ELECTROMAGNETICS, VOL. 8, NO. 1 MARCH 2019, DOI: <https://doi.org/10.7716/aem.v8i1.953>.

Conférences internationales :

[1]. A. CHAALANI, **D. HACHI**, B. HELIFA, M. NAIDJATE, I. K. LEFKAIER, M. FELIACHI, "Characterization of a non-linear ferromagnetic steel by eddy current". Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials, ASREM2020 in Médéa, Algeria from 16th to 17 th, December 2020.

[2]. A. CHAALANI, **D. HACHI**, B. HELIFA, M. NAIDJATE, I. K. LEFKAIER, M. FELIACHI, "Détermination de la courbe de première alimentation d'un acier ferromagnétique par courant de Foucault". XII^{èmes} Journées Maghribiennes des Sciences des Matériaux JMSM2020 Oran-09 & 11 Mars 2020.

[3]. A. CHAALANI, **D. HACHI**, B. HELIFA, M. NAIDJATE, I. K. LEFKAIER, M. FELIACHI, "Modélisation et caractérisation d'un acier ferromagnétique non linéaire par courants de Foucault". Conférence nationale en physique Appliquée CNPA19 03 & 04 Novembre 2019, École Normale Supérieure de Laghouat.

[4]. A. CHAALANI, **D. HACHI**, B. HELIFA, M. NAIDJATE, I. K. LEFKAIER, M. FELIACHI, "Détermination de la courbe de première alimentation d'un acier ferromagnétique par courant de Foucault". ". 6^{ème} Colloque Inductique Biskra-28 & 29 Octobre 2019.

[5]. Benhadda, N., **Hachi, D.**, Helifa, B., Lefkaier, I. K., & Abdelhadi, B. (2019). Characterization of Laminate Carbon Fibers Materials Using a New Multi-Coils Circular Eddy Current Sensor. The First International Conference on Materials, Environment, Mechanical and Industrial Systems, ICMEMIS'19, 29–30 June 2019 Djelfa.

[6]. **D. HACHI**, A. CHAALANI, B. HELIFA, M. NAIDJATE, I. K. LEFKAIER, M. FELIACHI, "Modélisation et caractérisation d'un acier ferromagnétique non linéaire par courants de Foucault". 5^{ème} Colloque Inductique USTO-MB Oran-13 & 14 décembre 2017.

[7]. **D. Hachi**, I. K. Lefkaier, B. Helifa, M. Zitouni, "Modeling of eddy currents problems by three-dimensional finite elements method: using A-V Formulation". The 2nd International Conference on Applied Automation and Industrial Diagnostics (ICAAID 2017), Djelfa on 16-17 September 2017, Algeria.

Abstract:

The work presented in this thesis constitutes a contribution to the study of non-destructive evaluation (NDE) and non-destructive testing by eddy current (NDT) of carbon fiber composite materials MCFC. Three NDT strategies were intended for the non-destructive characterization of laminate plates in MCFCs.

Firstly, a strategist dedicated to the development of an iterative method, based on the electric potential formulation \vec{T} and the Biot-Savart law which is solved by the finite element method, this method is used to analyze the eddy current density in laminate plates made of carbon fiber composite materials MCFCs (polymer reinforced with carbon fibers). For this purpose, a calculation code has been developed to solve electromagnetic eddy current problems in 3D. The latter makes it possible to geometrically characterize the plates in MCFCs using the analysis of the variation of normalized impedance according to the angular position which has been implanted in a polar diagram, in order to determine the number, the position of the plies as well as the orientation of the fibers in each ply. The numerical results obtained are compared with those obtained by an analytical calculation presented in the literature. This comparison reveals a good agreement which demonstrates the validity of the proposed method. On the other hand, different applications are illustrated for the geometric characterization of unidirectional, bidirectional and multidirectional plates using a rectangular rotary sensor.

Secondly, a new inverse problem methodology has been proposed using the iterative \vec{T} –method, artificial neural networks and the simplex method to simultaneously identify the longitudinal and transverse electrical conductivities of an MCFC plate. This methodology gives results with very good precision.

Thirdly, we presented a new device geometry configuration of a multi-coils circular sensor destined to eddy current non-destructive testing, in order to determine the position, the number of plies and the orientation of the fibers for each ply of a laminate MCFC plate, as well as the detection of defects in these plates. The sensor developed contains 16 rectangular coils connected in series and supplied by a single-phase sinusoidal source. This sensor eliminates the mechanical rotation of conventional sensors in terms of response and reduces measurement noise and the duration of the inspection procedure. The electromagnetic phenomenon was modeled using the magnetodynamic electromagnetic formulation $\vec{AV} - \vec{A}$ that is solved by the 3D finite element method. The response of the multi-coil circular sensor has been analyzed through a polar diagram of the normalized impedance variation, where the defect is taken into account.

A great agreement was observed between the numerical results obtained and those presented in the literature. The results obtained show that the use of a multi-coil circular sensor has a high efficiency to characterize the laminated plates in MCFCs (detection of number, the position of the plies and the orientation of the fibers in each ply), it also allows the detection of defects in different plies or between two adjacent plies of the MCFCs plates.

Key words: Carbon Fiber Composite Materials, Electrical Conductivity Tensor, Eddy Current, 3D Finite Element Method, \vec{T} - Formulation, \vec{T} -iterative, Biot-Savart law, Rectangular Sensor, Non-Destructive Evaluation, Direct and Inverse Models, Artificial Neural Networks, Multi-coils circular sensor, $\vec{AV} - \vec{A}$ formulation.

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse constitue une contribution à l'étude de l'évaluation non destructive (NDT) et le contrôle non destructif par courants de Foucault (CND) de matériaux composites à fibres de carbone. Trois stratégies de CND-CF ont été destinées à la caractérisation non destructive des plaques stratifiées en MCFCs.

Premièrement une stratégie consacrée au développement d'une méthode itérative, basée sur la formulation en potentiel vecteur électrique \vec{T} et la loi de Biot-Savart qui est résolue par la méthode des éléments finis, cette méthode est utilisée pour analyser la densité des courants de Foucault dans les plaques stratifiées en matériaux composites à fibres de carbone MCFCs (polymère renforcé de fibres de carbone). A cet effet, un code de calcul a été développé pour résoudre les problèmes électromagnétiques à courants de Foucault en 3D. Ce dernier permet de caractériser géométriquement les plaques en MCFCs à l'aide de l'analyse de la variation d'impédance normalisée en fonction de la position angulaire qui a été implantée dans un diagramme polaire afin de déterminer le nombre, la position des plis ainsi que l'orientation des fibres dans chaque pli. Les résultats numériques obtenus sont comparés à ceux obtenus par un calcul analytique présenté dans la littérature. Cette comparaison révèle une bonne concordance qui démontre la validité de la méthode proposée. D'autre part, des différentes applications sont illustrées pour la caractérisation géométriquement des pièces unidirectionnelles, bidirectionnelles et multidirectionnelles à l'aide d'un capteur rotatif rectangulaire.

Deuxièmement, une nouvelle méthodologie de problème inverse a été proposée en utilisant la méthode itérative \vec{T} , les réseaux de neurones artificiels et la méthode de simplex afin d'identifier simultanément les conductivités électriques longitudinales et transversales d'une plaque en MCFC. Cette méthodologie donne des résultats avec une très bonne précision.

Troisièmement, nous avons présentés une nouvelle configuration géométrique de dispositif d'un capteur circulaire multi-bobines destiné au contrôle non destructif à courants de Foucault afin de déterminer la position, le nombre de plis et l'orientation des fibres pour chaque pli d'une plaque en MCFC stratifiée, ainsi que la détection des défauts dans ces plaques. Le capteur développé contient 16 bobines rectangulaires connectées en série et alimentées par une source sinusoïdale monophasée. Ce capteur permet l'annulation de la rotation mécanique des capteurs conventionnels en termes de réponse et il permet de réduire les bruits des mesures et la durée de la procédure d'inspection. Le phénomène électromagnétique a été modélisé en utilisant la formulation électromagnétique magnétodynamique $\vec{A}V - \vec{A}$ qui est résolue par la méthode des éléments finis 3D. La réponse du capteur circulaire multi-bobines a été analysée à travers un diagramme polaire de la variation d'impédance normalisée, où le défaut est pris en compte.

Une grande concordance a été observée entre les résultats numériques obtenus et ceux présentés dans la littérature. Les résultats obtenus montrent que l'utilisation d'un capteur circulaire multi-bobines à une grande efficacité pour caractériser les plaques stratifiées en MCFCs (détection de nombre, la position des plis et l'orientation des fibres dans chaque pli), il permet aussi la détection des défauts dans différents plis ou bien entre deux plis adjacents des plaques en MCFCs.

Mots clés : Matériaux Composites à Fibre de Carbone, Tenseur de conductivité électrique, Courants de Foucault, Méthode des éléments finis 3D, Formulation \vec{T} , \vec{T} -Itérative, Loi Biot-Savart, Capteur rectangulaire, Evaluation non destructif, Modèles directs et inverses, réseaux de neurones artificiels, capteur circulaire multi-bobines, formulation $\vec{A}V - \vec{A}$.

الملخص:

يشكل العمل المقدم في هذه الأطروحة مساهمة في دراسة التقييم غير المدمر (NDE) والاختبار غير المدمر بواسطة التيارات الدوامية (NDT) للمواد المركبة من ألياف الكربون (MCFC). تم تطوير ثلاث مقاربات للتوصيف الغير مدمر للصفائح المتعددة الطبقات المصنوعة من البوليمر المقوى بألياف الكربون.

أولاً، اقترحنا، تقنية تكرارية، بناءً على صيغة شعاع الكمون الكهربائي \vec{T} وقانون بيوت سافرات، الذي يتم حلها بواسطة طريقة العناصر المحدودة، تُستخدم هذه الطريقة لتحليل كثافة التيارات الدوامية في صفائح المصنوعة من المواد المركبة من ألياف الكربون (MCFCs). لهذا الغرض، تم تطوير برنامج حساب لحل المشاكل ثلاثية الأبعاد للتيارات الدوامية الكهرومغناطيسية. يسمح هذا الأخير بتوصيف الهندسي للصفائح المصنوعة من المواد المركبة من ألياف الكربون وهذا لتحديد عدد وموقع الطبقات في الصفائح وكذلك اتجاه الألياف في كل طبقة باستخدام تغير بيان المعاوقة بدلالة الموضع الزاوي الموضح في الرسم التخطيطي في الاحداثيات القطبية، تم مقارنة النتائج العددية التي تم انجازها مع تلك التي تم الحصول عليها من خلال الحساب التحليلي المقدم في دراسات سابقة. كشفت هذه المقارنة عن اتفاق جيد يوضح صحة الطريقة المقترحة. من ناحية أخرى، تم عرض ثلاث تطبيقات مختلفة لتوصيف الصفائح الأحادية، ثنائية ومتعددة الاتجاهات للألياف الكربون باستخدام بيان معاوقة مستشعر مستطيل دوار، مرسوم في الاحداثيات قطبية.

ثانياً، تم اقتراح منهجية جديدة لحل المشكلة العكسية باستخدام طريقة \vec{T} التكرارية والشبكات العصبية الاصطناعية والطريقة البسيطة من أجل التحديد في نفس الوقت الناقلية الكهربائية الطولية والعرضية في الصفائح المصنوعة من ألياف الكربون. هذه المنهجية اعطت نتائج جيدة جداً مع دقة عالية.

ثالثاً، قمنا بتطوير نمط جديدًا لمستشعر دائري متعدد الوشائع مخصص للاختبار غير المدمر باستعمال التيارات الدوامية، من أجل تحديد الموضع وعدد الطبقات وكذلك اتجاه الألياف لكل طبقة من صفيحة البوليمر المقوى بألياف الكربون. وكذلك الكشف عن العيوب الموجودة في هذه الصفائح. يحتوي المستشعر الذي تم تطويره على 16 وشيعة مستطيلة الشكل متصلة ببعضها على التسلسل ومغذات بمصدر جيبي أحادي الطور. يلغي هذا المستشعر الدوران الميكانيكي للمستشعرات التقليدية من حيث الاستجابة ويقلل من ضوضاء القياس ومدة إجراء الفحص. تم نمذجة الظاهرة الكهرومغناطيسية باستخدام الصيغة الديناميكية المغناطيسية $\vec{A} - \vec{AV}$ التي تم حلها بطريقة العناصر المحدودة ثلاثية الأبعاد. تم تحليل استجابة المستشعر الدائري متعدد الوشائع من خلال رسم تخطيطي في الاحداثيات قطبية لتغير المعاوقة النظامية، حيث يتم أخذ الخلل بعين الاعتبار. لوحظ توافق كبير بين النتائج العددية التي تم الحصول عليها وتلك المعروضة في دراسات سابقة. تظهر النتائج التي تم الحصول عليها أن استخدام مستشعر دائري متعدد الوشائع له كفاءة عالية في توصيف الهندسي لصفائح البوليمر المقوى بألياف الكربون (الكشف عن العدد وموضع الطبقات وكذا اتجاه الألياف في كل طبقة)، كما أنه يسمح للكشف عن العيوب في كل الطبقات أو بين طبقتين متجاورتين من صفائح المصنوعة من ألياف الكربون.

الكلمات المفتاحية: المواد المركبة من ألياف الكربون، مصفوفة الناقلية الكهربائية، تيارات دوامية، طريقة العناصر المنتهية ثلاثية الأبعاد، صيغة \vec{T} ، \vec{T} التكرارية، قانون بيوت سافرات، مستشعر مستطيل، تقييم غير مدمر، نماذج مباشرة وعكسية، الشبكات العصبية الاصطناعية، مستشعر دائري متعدد الوشائع، صيغة $\vec{A} - \vec{AV}$.

Annexe

Annexe 1 : Calcul analytique de l'impédance d'une bobine sur une plaque anisotrope

Nous présentons dans cette annexe l'essentiel des équations développées par S.K. Burke [Burk90]. pour le calcul de la variation de l'impédance d'une bobine en présence d'une plaque amagnétique ($\mu = \mu_0$) caractérisée par une conductivité électrique anisotrope. Nous présentons le cas où l'axe de la bobine est perpendiculaire à la surface de la plaque (bobine à axe vertical voir la figure suivante Figure A. 1).

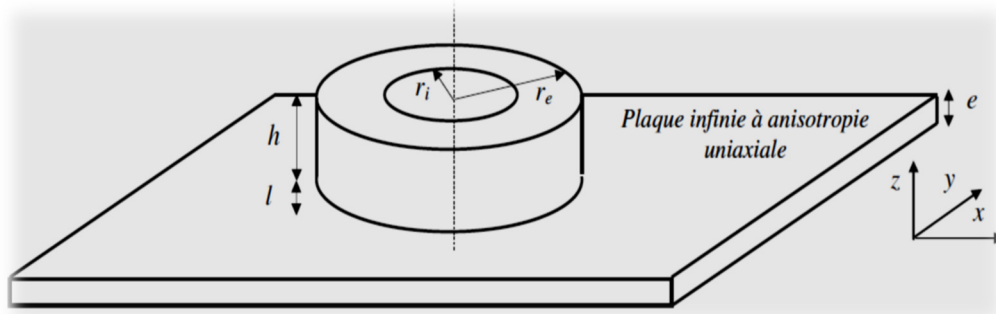


Figure A. 1 : Bobine à axe perpendiculaire à la surface d'une plaque anisotrope

Le tenseur de conductivité de la plaque s'exprime comme suit :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Bobine à axe vertical :

La variation de l'impédance de la bobine, due aux courants induits dans la plaque, est donnée par la formule suivante :

$$\Delta Z = 2i\omega\mu_0 n^2 \int \sinh^2 \left(\alpha \frac{h}{2} \right) J^2(\alpha r_i, \alpha r_e) P(\alpha) \frac{e^{-2\alpha(l+\frac{h}{2})}}{\alpha^6} d\alpha, \quad (\text{A.2})$$

$$\text{avec : } J(x_1, x_2) = \int_{x_2}^{x_1} x J_1(x) dx \quad (\text{A.3})$$

$n = \frac{N}{h(r_e - r_i)}$ est la densité du bobinage de la bobine, et J_1 représente la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1.

$$P(\alpha) = \int_0^{2\pi} R(u = \alpha \cos \lambda, v = \alpha \sin \lambda) d\lambda, \quad (\text{A.4})$$

$$R(u, v) = [(q_+^2 - p^2)\{\cosh(\beta + \gamma) e\} - 1] + (p^2 - q_-^2)\{\cosh(\beta - \gamma) e\} - 1]/\Delta, \quad (\text{A.5})$$

$$p = \alpha\gamma(k_y^2 + u^2), q_{\pm} = k_y^2 v^2 \pm \beta\gamma u^2,$$

$$\Delta = (q_+^2 - p^2)\{\cosh(\beta + \gamma) e\} - 1 + (p^2 - q_-^2)\{\cosh(\beta - \gamma) e\} - 1 + 2pq_-[\sinh(\beta - \gamma) e] + 2pq_+[\sinh(\beta + \gamma) e],$$

$$\alpha^2 = u^2 + v^2, \beta^2 = \alpha^2 + k_y^2, \gamma^2 = u^2(\sigma_x/\sigma_y) + v^2 + k_x^2,$$

$$k_x^2 = i\omega\mu_0\sigma_x = 2i/\delta_x^2, k_y^2 = i\omega\mu_0\sigma_y = 2i/\delta_y^2.$$

$\delta_x = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma_x}$ et $\delta_y = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma_y}$ sont les épaisseurs de peau correspondantes aux conductivités σ_x et σ_y .

Si l'épaisseur de la plaque est très inférieure aux épaisseurs de peau, i.e., $e \ll \min[\delta_x, \delta_y]$, les équations A.4 et A.5 se simplifient comme suit :

$$R(u, v) = \frac{-i\eta_x\eta_y\alpha e^{-\alpha e}}{\eta_x u^2 + \eta_y v^2 + i\alpha\eta_x\eta_y}, \quad (\text{A.6})$$

$$P(\alpha) = -2\pi i \left(\frac{\eta_x e^{-\alpha e}}{\alpha + i\eta_x} \right)^{1/2} \left(\frac{\eta_y e^{-\alpha e}}{\alpha + i\eta_y} \right)^{1/2}. \quad (\text{A.7})$$

avec : $\eta_x = \frac{e}{\delta_x^2}$ et $\eta_y = \frac{e}{\delta_y^2}$.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [ZiKu18] D. Zindani and K. Kumar, “Industrial applications of polymer composite materials,” *Compos. Adv. Mater. Ind. Appl.*, pp. 1–15, 2018.
- [KuDa18] K. Kumar and J. P. Davim, *Composites and Advanced Materials for Industrial Applications*. IGI Global, 2018.
- [Kar16] K. K. Kar, *Composite materials: processing, applications, characterizations*. Springer, 2016.
- [CIHu19] T. W. Clyne and D. Hull, *An introduction to composite materials*. Cambridge university press, 2019.
- [RPBB16] N. R. F. Rohem, L. J. Pacheco, S. Budhe, M. D. Banea, E. M. Sampaio, and S. De Barros, “Development and qualification of a new polymeric matrix laminated composite for pipe repair,” *Compos. Struct.*, vol. 152, pp. 737–745, 2016.
- [Noto16] B. R. Noton, *Engineering Applications of Composites: Composite Materials, Vol. 3*, vol. 3. Elsevier, 2016.
- [TaSi12] R. Talreja and C. V. Singh, *Damage in composite materials*, vol. 775. ASTM International, 2012. doi: 10.1017/cbo9781139016063.004.
- [JoPL13] T. Jollivet, C. Peyrac, and F. Lefebvre, “Damage of composite materials,” *Procedia Eng.*, vol. 66, pp. 746–758, 2013.
- [Bhat13] M. R. Bhat, “Non-destructive evaluation of defects and damage in composite materials and structures,” *J. Indian Inst. Sci.*, vol. 93, no. 4, pp. 751–766, 2013.
- [JaTT21] Y. A. Jasim, S. Thabet, and T. H. Thabit, “Inspection of the Composite Materials,” *CSRID (Computer Sci. Res. Its Dev. Journal)*, vol. 10, no. 3, pp. 146–152, 2021.
- [LLCA15] M. Lizaranzu, A. Lario, A. Chiminelli, and I. Amenabar, “Non-destructive testing of composite materials by means of active thermography-based tools,” *Infrared Phys. Technol.*, vol. 71, pp. 113–120, 2015.
- [BaAB08] E. Bayraktar, S. D. Antolovich, and C. Bathias, “New developments in non-destructive controls of the composite materials and applications in manufacturing engineering,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 206, no. 1–3, pp. 30–44, 2008.
- [MoLK01] G. Mook, R. Lange, and O. Koeser, “Non-destructive characterisation of carbon-fibre-reinforced plastics by means of eddy-currents,” *Compos. Sci. Technol.*, vol. 61, no. 6, pp. 865–873, 2001.
- [Gros00] X. E. Gros, “Current and future trends in non-destructive testing of composite materials,” in *Annales de Chimie Science des Matériaux*, 2000, vol. 25, no. 7, pp. 539–544.
- [SYKM98] W. Steinchen, L. Yang, G. Kupfer, and P. Mäckel, “Non-destructive testing of aerospace composite materials using digital shearography,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G J. Aerosp. Eng.*, vol. 212, no. 1, pp. 21–30, 1998.

- [Reyn84] W. N. Reynolds, "Nondestructive testing (NDT) of fibre-reinforced composite materials," *Mater. Des.*, vol. 5, no. 6, pp. 256–270, 1984.
- [LMGG91] S. S. Lane, R. H. Moore, H. P. Groger, G. V. Gandhe, and O. H. Griffin, "Eddy current inspection of graphite/epoxy laminates," *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 10, no. 2, pp. 158–166, 1991.
- [Gros95] X. E. Gros, "An eddy current approach to the detection of damage caused by low-energy impacts on carbon fibre reinforced materials," *Mater. Des.*, vol. 16, no. 3, pp. 167–173, 1995.
- [Gros98] X. E. Gros, "Contrôle non destructif de matériaux composites par la technique des courants de Foucault: Une nouvelle approche," in *Annales de Chimie Science des Matériaux*, 1998, vol. 23, no. 7–8, pp. 981–990.
- [SGCP00] A. R. Savin, R. Grimberg, S. Chifan, D. Premel, and Y. Le Bihan, "Evaluation of delamination in Carbon Fiber Composites Using the Eddy Current Method," in *Proceedings of the 15th World Conference on Non-Destructive Testing, Roma, Italy*, 2000, pp. 15–21.
- [GSSB06] R. Grimberg, A. Savin, R. Steigmann, and A. Bruma, "Eddy current examination of carbon fibres in carbon-epoxy composites and Kevlar," *Int. J. Mater. Prod. Technol.*, vol. 27, no. 3–4, pp. 221–228, 2006.
- [BuEd93] J. D. Buckley and D. D. Edie, *Carbon-carbon Materials and Composites*. William Andrew, 1993.
- [Bens06] S. Bensaid, "Contribution à la caractérisation et à la modélisation électromagnétique et thermique des matériaux composites anisotropes." Thèse de Doctorat, Université de Nantes., 2006.
- [Gree09] E. S. Greenhalgh, *Failure analysis and fractography of polymer composites*. Elsevier, 2009. doi: 10.1533/9781845696818.
- [MeFé10] H. Menana and M. Féliachi, "Modeling the response of a rotating eddy current sensor for the characterization of carbon fiber reinforced composites," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 52, no. 2, 2010.
- [Mena09] H. Menana, "Modélisation 3D simplifiée pour l'évaluation non destructive des matériaux composites anisotropes," Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2009.
- [Yue12] L. Yue, "Modélisation des phénomènes électromagnétique caractérisant des structures composites complexes - Application à l'évaluation non destructive," Thèse de Doctorat, Université de Nantes., 2012.
- [ARTU98] R. Albanese, G. Rubinacci, T. Takagi, and S. S. Udpa, *Electromagnetic nondestructive evaluation (II)*, vol. 2. IOS press, 1998.
- [Burk90] S. K. Burke, "Eddy-current induction in a uniaxially anisotropic plate," *J. Appl. Phys.*, vol. 68, no. 7, pp. 3080–3090, 1990.
- [Gorn08] L. Gornet, "Généralités sur les matériaux composites," Engineering school, France., 2008.

- [WeXC11] J. Wen, Z. Xia, and F. Choy, "Damage detection of carbon fiber reinforced polymer composites via electrical resistance measurement," *Compos. Part B Eng.*, vol. 42, no. 1, pp. 77–86, 2011, doi: 10.1016/j.compositesb.2010.08.005.
- [Wass11] G. Wasselynck, "Etude des interactions entre les ondes électromagnétiques de fréquences moyennes et les matériaux composites: Application à l'assemblage par induction de ces matériaux." Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique de l'Université de Nantes., 2011.
- [Vins01] J. R. Vinson, "Sandwich Structures," *Appl. Mech. Rev.*, vol. 54, no. 3, pp. 201–214, May 2001, doi: 10.1115/1.3097295.
- [DaOl04] G. A. O. Davies and R. Olsson, "Impact on composite structures," *Aeronaut. J.*, vol. 108, no. 1089, pp. 541–563, 2004, doi: 10.1017/S0001924000000385.
- [Ledr09] Y. Ledru, "Etude de la porosité dans les matériaux composites stratifiés aéronautiques," *Thèse, Université de Toulouse*, 2009.
- [AWBB14] M. A. Ben Abdelwahed, Y. Wielhorski, L. Bizet, and J. Bréard, "Bubble formation and transport in T-junction for application to Liquid Composite Molding: Wetting effect," *J. Compos. Mater.*, vol. 48, no. 1, pp. 37–48, 2014, doi: 10.1177/0021998312467553.
- [Trov10] M. Trovalet, "Sur un modèle micro pour le calcul des structures en composites stratifiés," Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de CACHAN, Université Paris-Sud., 2010.
- [GaSj99] E. K. Gamstedt and B. A. Sjögren, "Micromechanisms in tension-compression fatigue of composite laminates containing transverse plies," *Compos. Sci. Technol.*, vol. 59, no. 2, pp. 167–178, 1999, doi: 10.1016/S0266-3538(98)00061-X.
- [Srid08] S. Sridharan, *Delamination behaviour of composites*. Elsevier, 2008.
- [HAMP13] P. Hallander, M. Akermo, C. Mattei, M. Petersson, and T. Nyman, "An experimental study of mechanisms behind wrinkle development during forming of composite laminates," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 50, pp. 54–64, 2013.
- [Farn16] K. A. Farnand, "Process-induced wrinkling and waviness in prepreg charge-forming," Thesis. (Master of applied science in Materials Engineering). University of British Columbia (Vancouver), 2016., 2016.
- [PaBB07] P. P. Parlevliet, H. E. N. Bersee, and A. Beukers, "Residual stresses in thermoplastic composites—a study of the literature. Part III: Effects of thermal residual stresses," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 38, no. 6, pp. 1581–1596, 2007.
- [JoMo98] P. J. Joyce and T. J. Moon, "Compression strength reduction in composites with in-plane fiber waviness," in *Composite Materials: Fatigue and Fracture: 7th Volume*, ASTM International, 1998.
- [WTRF10] G. Wasselynck, D. Trichet, B. Ramdane, and J. Fouldagar, "Interaction between electromagnetic field and CFRP materials: a new multiscale homogenization approach," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 8, pp. 3277–3280, 2010.
- [MPCC10] G. Megali, D. Pellicano, M. Cacciola, S. Calcagno, M. Versaci, and F. C. Morabito,

- “EC modelling and enhancement signals in CFRP inspection,” *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 14, pp. 45–60, 2010.
- [BeTF06] S. Bensaid, D. Trichet, and J. Fouladgar, “Electromagnetic and thermal behaviors of multilayer anisotropic composite materials,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 4, pp. 995–998, 2006.
- [PrWe96] B. Pratap and W. F. Weldon, “Eddy currents in anisotropic composites applied to pulsed machinery,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 2, pp. 437–444, 1996.
- [TrCF00] D. Trichet, E. Chauveau, and J. Fouladgar, “Asymptotic calculation of equivalent electromagnetic and thermal properties for composite materials,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1193–1196, 2000.
- [PiSe74] G. E. Pike and C. H. Seager, “Percolation and conductivity: A computer study. I,” *Phys. Rev. B*, vol. 10, no. 4, p. 1421, 1974.
- [PHKD06] J. B. Park, T. K. Hwang, H. G. Kim, and Y. D. Doh, “Experimental and numerical study of the electrical anisotropy in unidirectional carbon-fiber-reinforced polymer composites,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 16, no. 1, p. 57, 2006.
- [PaOT03] J. B. Park, T. Okabe, and N. Takeda, “New concept for modeling the electromechanical behavior of unidirectional carbon-fiber-reinforced plastic under tensile loading,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 12, no. 1, p. 105, 2003.
- [DaYM15] F. Dahmene, S. Yaacoubi, and M. E. L. Mountassir, “Acoustic emission of composites structures: story, success, and challenges,” *Phys. Procedia*, vol. 70, pp. 599–603, 2015.
- [BeRh90] J. M. Berthelot and J. Rhazi, “Acoustic emission in carbon fibre composites,” *Compos. Sci. Technol.*, vol. 37, no. 4, pp. 411–428, 1990.
- [AOTP17] A. N. Anoshkin, V. M. Osokin, A. A. Tretyakov, N. N. Potrakhov, and V. B. Bessonov, “Application of operational radiographic inspection method for flaw detection of blade straightener from polymeric composite materials,” in *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 808, no. 1, p. 12003.
- [XuZH04] L. XU, X. ZHANG, and J. HAN, “APPLICATION OF RADIOGRAPHIC INSPECTION METHODS FOR COMPOSITE [J],” *Nondestruct. Test.*, vol. 9, 2004.
- [Conn92] M. P. Connolly, “The measurement of porosity in composite materials using infrared thermography,” *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 11, no. 12, pp. 1367–1375, 1992.
- [PMCN16] A. Poudel, K. R. Mitchell, T. P. Chu, S. Neidigk, and C. Jacques, “Non-destructive evaluation of composite repairs by using infrared thermography,” *J. Compos. Mater.*, vol. 50, no. 3, pp. 351–363, 2016.
- [AnKI04] N. Angelidis, N. Khemiri, and P. E. Irving, “Experimental and finite element study of the electrical potential technique for damage detection in CFRP laminates,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 14, no. 1, p. 147, 2004.
- [Chun01] D. D. L. Chung, “Structural health monitoring by electrical resistance measurement,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 10, no. 4, p. 624, 2001.

- [LGGB97] M. Lemistre, C. Gallaud, R. Gouyon, and D. Balageas, “Une methode magnetique radiofrequence de localisation des defauts dans les structures en composite carbone,” *Off. Natl. D ETUDES Rech. Aerosp. ONERA-PUBLICATIONS-TP*, 1997.
- [Dira09] Y. Le Diraison, “Imagerie à courants de Foucault pour l’évaluation non-destructive de structures rivetées aéronautiques,” Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2009.
- [Bach12] H. Bachir, “Contribution a La Simulation Du Cnd Par Courants De Foucault En Vue De La Caracterisation Des Fissures Debouchantes.” Thèse de Doctorat, Université de Nantes., 2012.
- [VuSW94] P.-L. Vuillermoz, R. Saglio, and H. Wüstenberg, *Les courants de Foucault: Principes, mesure et contrôle*. Afnor, 1994.
- [Sath81] A. Sather, “Investigation into the depth of pulsed eddy-current penetration,” in *Eddy-Current Characterization of Materials and Structures*, ASTM International, 1981.
- [Clau99] T. Clauzon, “Caractérisation des défauts profonds par courants de Foucault pulsés dans les matériaux amagnétiques,” Thèse de doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon., 1999.
- [BiPM08] Y. Le Bihan, J. Pávó, and C. Marchand, “Characterization of small cracks in eddy current testing,” *EPJ Appl. Phys.*, vol. 43, no. 2, pp. 231–237, 2008, doi: 10.1051/epjap:2008112.
- [PáLe06] J. Pávó and D. Lesselier, “Calculation of eddy current testing probe signal with global approximation,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 4, pp. 1419–1422, 2006.
- [CSBB00] R. Chelouah, P. Siarry, G. Berthiau, and B. De Barmon, “An optimization method fitted for model inversion in non destructive control by eddy currents,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 12, no. 3, pp. 231–238, 2000.
- [Tril10] A. Trillon, “Reconstruction de défauts à partir de données issues de capteurs à courants de Foucault avec modèle direct différentiel,” Thèse de doctorat, Université de Nantes., 2010.
- [RVLC02] A. Ruosi, M. Valentino, V. Lopresto, and G. Caprino, “Magnetic response of damaged carbon fibre reinforced plastics measured by a HTS-SQUID magnetometer,” *Compos. Struct.*, vol. 56, no. 2, pp. 141–149, 2002.
- [BVPB07] C. Bonavolonta, M. Valentino, G. Peluso, and A. Barone, “Non destructive evaluation of advanced composite materials for aerospace application using HTS SQUIDS,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, pp. 772–775, 2007.
- [Ramd09] B. Ramdane, “Contribution à la modélisation tridimensionnelle de la technique thermo-inductive de contrôle non destructif: développement d’un outil de conception, d’analyse et d’aide à la décision,” Thèse de doctorat, Université de Nantes, France., 2009.
- [WTRF11] G. Wasselynck, D. Trichet, B. Ramdane, and J. Fouladgar, “Microscopic and macroscopic electromagnetic and thermal modeling of carbon fiber reinforced polymer composites,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 5, pp. 1114–1117, 2011, doi: 10.1109/TMAG.2010.2073456.

- [Bui14] H. K. Bui, "Contribution à la modélisation multiphysique des matériaux composites stratifiés: application au CND thermo-inductifs," Thèse de doctorat, Université de Nantes., 2014.
- [Kheb16] M. Khebbab, "Contribution à l'étude du CND par Courants de Foucault de matériaux hétérogènes faiblement conducteurs à base d'éléments finis," Thèse de doctorat, Université de Nantes., 2016.
- [Seng17] F. D. Senghor, "Identification des propriétés anisotropes des matériaux complexes: application aux matériaux composites stratifiés," Thèse de doctorat, Université de Nantes., 2017.
- [BoFL17] A. Bouloudenine, M. Feliachi, and M. E. H. Latreche, "Development of circular arrayed eddy current sensor for detecting fibers orientation and in-plane fiber waviness in unidirectional CFRP," *NDT E Int.*, vol. 92, pp. 30–37, 2017.
- [LAFZ18] A. C. Lahrech, B. Abdelhadi, M. Feliachi, A. Zaoui, and M. Naïdjate, "Electrical conductivity identification of a carbon fiber composite material plate using a rotating magnetic field and multi-coil eddy current sensor," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 83, no. 2, p. 20901, 2018.
- [Thol95] F. Thollon, "Conception et optimisation de capteurs à courants de Foucault pour la détection de défauts profonds dans des matériaux amagnétiques," Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon., 1995.
- [BoRR90] F. Bouillault, Z. Ren, and A. Razek, "Calculation of 3D eddy current problems by an hybrid T-Omega method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 26, no. 2, pp. 478–481, 1990.
- [Rach07] M. Rachek, "Modélisation par éléments finis de systèmes électromagnétiques en mouvement de structures tridimensionnelles: application au couplage magnétique-mécanique et au contrôle non destructif par courant de Foucault," Thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (UMMTO)., 2007.
- [Ren99] Z. Ren, "Solving 3-D eddy current problem containing thin cracks using dual formulations and shell elements," *IEE Proceedings-Science, Meas. Technol.*, vol. 146, no. 1, pp. 9–14, 1999.
- [Chou09] Y. Choua, "Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault," Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI., 2009.
- [Biha00] Y. Le Bihan, "Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour l'évaluation non destructive de l'épaisseur de paroi d'aubes de turbine creuses," Thèse de doctorat, Ecole Normale supérieure de Cachan, 2000.
- [CSBM07] Y. Choua, L. Santandrea, Y. Le Bihan, and C. Marchand, "Thin crack modeling in ECT with combined potential formulations," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 4, pp. 1789–1792, 2007.
- [AlHe98] D. Albertz and G. Henneberger, "Calculation of 3D eddy current fields using both electric and magnetic vector potential in conducting regions," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 5, pp. 2644–2647, 1998.
- [TSMN88] T. Takagi, T. Sugiura, K. Miyata, S. Norimatsu, K. Okamura, and K. Miya,

- “Iterative solution technique for 3-D eddy current analysis using T-method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 6, pp. 2682–2684, 1988.
- [THAN90] T. Takagi, M. Hashimoto, S. Arita, S. Norimatsu, T. Sugiura, and K. Miya, “Experimental verification of 3D eddy current analysis code using T-method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 26, no. 2, pp. 474–477, 1990.
- [LBFC12] Y. Li, G. Berthiau, M. Feliachi, and A. Cheriet, “3D finite volume modeling of ends using electromagnetic T-formulation,” *J. Sensors*, vol. 2012, 2012.
- [MeFé09] H. Menana and M. Féliachi, “3-D eddy current computation in carbon-fiber reinforced composites,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 3, pp. 1008–1011, 2009.
- [GLPO93] M. Gyimesi, D. Lavers, T. Pawlak, and D. Ostergaard, “Biot-Savart integration for bars and arcs,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 6, pp. 2389–2391, 1993.
- [Test03] P. Testoni, “Implementation in the ANSYS finite element code of the electric vector potential T- Ω , Ω formulation and its validation with the magnetic vector potential A-V, A formulation,” *Ing. Elettron. ed Inform.*, vol. Dottorato, 2003.
- [ZMFA08] A. Zaoui, H. Menana, M. Feliachi, and M. Abdellah, “Generalization of the ideal crack model for an arrayed eddy current sensor,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 6, pp. 1638–1641, 2008.
- [Leve07] R. J. LeVeque, *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. SIAM, 2007.
- [Nage18] J. R. Nagel, “Fast finite-difference calculation of eddy currents in thin metal sheets,” *Appl. Comput. Electromagn. Soc. J.*, pp. 575–584, 2018.
- [Cher07] A. Cheriet, “Contribution a la modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis de dispositifs électromagnétiques.” 2007.
- [MoMD16] F. Moukalled, L. Mangani, and M. Darwish, “The finite volume method,” in *The finite volume method in computational fluid dynamics*, Springer, 2016, pp. 103–135.
- [Jin15] J.-M. Jin, *The finite element method in electromagnetics*. John Wiley & Sons, 2015.
- [DhLT12] G. Dhatt, E. Lefrançois, and G. Touzot, *Finite element method*. John Wiley & Sons, 2012.
- [ZiTZ05] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and J. Z. Zhu, *The finite element method: its basis and fundamentals*. Elsevier, 2005.
- [SLCW92] Y. S. Sun *et al.*, “Finite element modelling and physics of remote field eddy current responses for axially aligned cracks,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 4, pp. 1941–1947, 1992.
- [ReMa90] W. Renhart and C. A. Magele, “The treatment of cracks in NDT problems using FEM,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 26, no. 2, pp. 873–876, 1990.
- [Feli81] M. Feliachi, “Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d’une modélisation dynamique de machines électriques,” 1981.
- [Azzo00] F. Azzouz, “Contribution à la modélisation des toles ferromagnétiques par

impédance de surface et éléments finis. " Application au Calcul des Puissances du Chauffage par Induction ". Thèse de Doctorat, Université de Nantes., 2000.

- [RaFe05] M. Rachek and M. Feliachi, "Modélisation par éléments finis des Phénomènes Magnétodynamique Harmonique Tridimensionnelle avec la formulation AV-A," in *International symposium of electromagnetics, satellites and cryptography*, 2005, pp. 173–177.
- [RaFZ05] M. Rachek, M. Feliachi, and M. Zaouia, "Three dimensional finite element modelling for sensor movement simulation by geometrical band and nodal interpolation techniques in eddy current non destructive testing.," *WSEAS Trans. Circuits Syst.*, vol. 4, no. 6, pp. 535–542, 2005.
- [RaHo95] S. Ratnajeevan and H. Hoole, *Finite elements, electromagnetics and design*. Elsevier Barking, Essex, 1995.
- [GeRe09] C. Geuzaine and J. Remacle, "Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 79, no. 11, pp. 1309–1331, 2009.
- [BuRo87] S. K. Burke and L. R. F. Rose, "Eddy-current NDI of cracks in thin plates," *J. Phys. D. Appl. Phys.*, vol. 20, no. 6, p. 797, 1987.
- [BoSS89] J. R. Bowler, L. D. Sabbagh, and H. A. Sabbagh, "A theoretical and computational model of eddy-current probes incorporating volume integral and conjugate gradient methods," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 25, no. 3, pp. 2650–2664, 1989.
- [FTTH97] H. Fukutomi, T. Takagi, J. Tani, M. Hashimoto, J. Shimone, and Y. Harada, "Numerical evaluation of ECT impedance signal due to minute cracks," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 2, pp. 2123–2126, 1997.
- [YWSP08] W. Yin, P. J. Withers, U. Sharma, and A. J. Peyton, "Noncontact characterization of carbon-fiber-reinforced plastics using multifrequency eddy current sensors," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 58, no. 3, pp. 738–743, 2008.
- [Bens04] M. Bensetti, "Etude et modélisation de capteurs destinés au contrôle non destructif par courants de Foucault: mise en oeuvre de méthodes d'inversion." Thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri, Tizi_Ouzou., 2004.
- [Doir07] V. Doirat, "Contribution à la modélisation de systèmes de Contrôles Non Destructifs par Courants de Foucault. Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique." Thèse de doctorat, Université de Nantes., 2007.
- [PaMi94] J. Pavo and K. Miya, "Reconstruction of crack shape by optimization using eddy current field measurement," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 30, no. 5, pp. 3407–3410, 1994.
- [Hada03] J. Hadamard, *Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations*. Courier Corporation, 2003.
- [ChES00] T. Chady, M. Enokizono, and R. Sikora, "Neural network models of eddy current multi-frequency system for nondestructive testing," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1724–1727, 2000.

- [Ouss98] Y. Oussar, “Réseaux d’ondelettes et réseaux de neurones pour la modélisation statique et dynamique de processus.” Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 1998.
- [Oukh97] L. Oukhellou, “Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à la reconnaissance des défauts de rails par courants de Foucault,” Thèse de Doctorat, Université Paris Sud-Paris XI., 1997.
- [NeMe65] J. A. Nelder and R. Mead, “A simplex method for function minimization,” *Comput. J.*, vol. 7, no. 4, pp. 308–313, 1965.
- [BoHu05] N. Bowler and Y. Huang, “Electrical conductivity measurement of metal plates using broadband eddy-current and four-point methods,” *Meas. Sci. Technol.*, vol. 16, no. 11, p. 2193, 2005.
- [YCUM02] N. Yusa, W. Cheng, T. Uchimoto, and K. Miya, “Profile reconstruction of simulated natural cracks from eddy current signals,” *Ndt E Int.*, vol. 35, no. 1, pp. 9–18, 2002.
- [BiPM08] Y. Le Bihan, J. Pávó, and C. Marchand, “Characterization of small cracks in eddy current testing,” *EPJ Applied Physics*, vol. 43, no. 2. IET, pp. 231–237, 2008. doi: 10.1051/epjap:2008112.
- [GaGV11] J. Garcia-Martin, J. Gomez-Gil, and E. Vazquez-Sanchez, “Nondestructive techniques on eddy current testing,” *Sensors*, vol. 11, pp. 2525–2565, 2011.
- [MMS16] K. Mizukami, Y. Mizutani, A. Todoroki, and Y. Suzuki, “Analytical solutions to eddy current in carbon fiber-reinforced composites induced by line current,” *Adv. Compos. Mater.*, vol. 25, no. 4, pp. 385–401, 2016.
- [BeLa18] D. Berger and G. Lanza, “Development and Application of Eddy Current Sensor Arrays for Process Integrated Inspection of Carbon Fibre Preforms,” *Sensors*, vol. 18, no. 1, p. 4, 2018.