



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULTE : GENIE CIVIL ET ARCHITECTURE
DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

MEMOIRE DE MASTER

Présenté par :

DEBABECHE Fatma Zahra & MEHIRI Chafia

DOMAINE : Sciences et Technologies.

FILIERE : Génie Civil

OPTION : Structures

Thème

**ANALYSE DU COMPORTEMENT FLEXIONNEL DES POUTRES
EN BÉTON ARMÉ SELON LES RÈGLES EUROCODE – CBA -
CSA – BS - ACI**

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	Qualité
Mr. Merah Ahmed	M.C.A	Président
M ^{me} Benmiloud Meriem	M.A.A	Examinatrice
Mr. Zaidi Ali	Pr	Rapporteur

Promotion : Septembre – 2020

REMERCIEMENTS

Toute notre gratitude, grâce et remerciement vont à dieu le tout puissant qui nous a donné la force, la patience, le courage et la volonté pour élaborer ce travail.

Nous tenons à remercier d'abord tous nos familles surtout nos chers parents par, leurs sacrifices, soutiens et encouragements.

Nous voudrions exprimer nos profondes reconnaissances a monsieur, le professeur **ALI ZAIDI** qui nous a encadré durant ce travail et pour ses conseils et son suivi pour l'élaboration de ce travail qu'il trouve ici témoignage de nos profondes gratitude.

Nos remerciements vont ensuite aux membres de jury : pour avoir accepté de présider le jury de notre mémoire et qui nous ont fait l'honneur d'accepter d'être nos examinateurs. Leurs idées seront sans nul doute très utiles pour la suite de cette recherche.

Nous remercions aussi l'ensemble des enseignants du département de Génie Civil qui ont contribués à notre formation, avec beaucoup de dévouement et de compétence durant tous les cycles.

Nous remercions les travailleurs de la bibliothèque centrale et la bibliothèque de prêt pour l'assistance et la bonne réception.

Enfin, nous tenons aussi à remercier tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin pour l'élaboration de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce travail A ma famille, qui m'a doté d'une éducation digne, leur amour a fait de moi ce que je suis aujourd'hui:

-Particulièrement à mes chers parents qui m'ont encouragé d'aller de l'avant et qui m'ont donnée tout leur amour pour reprendre mes études, qui ont toujours l'épaule solide, l'œil Attentif compréhensif et les personnes les plus dignes de mon respect (Que Dieu les garde).

*-À mes chérés frères : **TEDJ, FARABI et NOUFEL** qui m'ont toujours soutenu et encouragé durant ces années d'études. Je leur souhaite tout le bonheur et la réussite.*

-Sans oublier tous les professeurs que ce soit du primaire, du moyen, du secondaire ou de l'enseignement supérieur qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite, je les remercie énormément pour tout ce qu'ils m'ont appris.

- A mes amies et à toutes les personnes que j'aime pour leurs encouragements durant mes études.

Zahra

Dédicaces

*A mes chers parents, pour tous
leurs sacrifices, leur amour,
leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout
au long de mes études,*

*A mes chères sœurs Hadjer, Imene, Zineb, Saâdia,
Fatima pour leurs encouragements permanents, et leur
soutien moral,*

*A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon
parcours universitaire,*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant
allégués, et le fruit de votre soutien infailible,*

Merci d'être toujours là pour moi.

Chafia

RÉSUMÉ

La conception structurelle est un art et une science qui permet de comprendre le comportement des éléments de structure soumis à des charges et de les concevoir afin d'obtenir une structure économique, sécuritaire et durable. L'objectif fondamental de l'analyse et de la conception structurale est de produire une structure capable de résister à toutes les charges appliquées sans défaillance pendant sa durée de vie prévue.

La conception structurelle se diffère d'un pays à l'autre suivant les conditions climatiques et topographiques de ce pays, les matériaux de constructions utilisés et de leurs différentes caractéristiques etc. En conséquence, chaque pays approuve différents règlements et paramètres spécifiques pour la conception d'une construction plus stable et économique. Sur cette base, on entame une étude comparative de calculs de résistance à la flexion suivant les codes suivants :

- ✓ Le code Algérien CBA.93.
- ✓ Le code Américain ACI 318-08.
- ✓ Le code Canadien CSA-A.23.3.
- ✓ Le code Britannique BS 8110.
- ✓ Les normes Européennes EUROCODE (NF EN 1992-1-1)

À travers cette étude comparative, on effectue une analyse approfondie de tous les paramètres spécifiques de calculs de résistance à la flexion des poutres de béton armé (contraintes, armatures de flexion, flèches, ouvertures de fissures ...etc.) tout en exhibant les points de concordance et de différence dans leurs prescriptions réglementaires.

Les résultats obtenus de cette étude permettent de dresser des propositions comme contribution pour la révision et l'établissement du code de béton armé Algérien (CBA).

Mots clés : Étude comparative, codes, ACI, EUROCODE, CBA, BS, CSA, poutres, béton armé, états limites, résistance, flexion.

ABSTRACT

The structural design is an art and science which allows to understand the behavior of structural members subjected to loads and to design them to obtain economic, safe, and durable structures. The main objective in structural analysis and design is to produce a structure able to resist to all applied loads without failure during its intended life.

The structural design differs from one country to another depending on the climatic and topographical conditions of the country, building materials used and their different properties etc. Consequently, each country approves different regulations and specific parameters for the design of a stable and economic construction. For these reasons, a comparative study is carried out to investigate the flexural strength using the following codes:

- ✓ Algerian code CBA.93.
- ✓ American code ACI 318-08.
- ✓ Canadian code CSA-A.23.3.
- ✓ British code BS 8110.
- ✓ European standards EUROCODE (NF EN 1992-1-1).

Through this comparative study, an in-depth analysis of all specific parameters of flexural strength calculations of reinforced concrete beams (stresses, flexural reinforcements, arrows, crack openings, etc.), is carried out showing various points of agreement and difference in their regulatory requirements.

Results obtained from this study permit to draw propositions as contribution to the revision and the establishment of the Algerian reinforced concrete code (CBA).

Keywords: Comparative study, codes, ACI, EUROCODE, CBA, BS, CSA, beams, reinforced concrete, limit states, strength, flexural.

ملخص

التصميم الهيكلي هو فن وعلم لفهم سلوك الاجزاء الهيكلية التي تتعرض الى مجموعة من الحمولات والهدف من هذا الاخير هو انشاء هيكل قادر على مقاومة جميع الاحمال المطبقة عليه دون اي عطل خلال فتره العمل المستهدفة.

التصميم الهيكلي يختلف من دولة الى اخرى وهذا على حسب الظروف المناخية والطبوغرافية والمواد المستخدمة وخصائصها المختلفة الى اخره، ما يجعل كل دولة تضع مجموعه مختلفة من القوانين والرموز الخاصة بها لتصميم مبنى اكثر فعالية واقتصادية وعلى هذا الاساس سنقوم بدراسة مقاومه للحسابات في حالة الانحناء حسب القوانين التالية:

✓ القانون الجزائري (CBA.93)

✓ القانون الامريكي (ACI 318-08)

✓ القانون الكندي (A-CSA.23.3)

✓ القانون البريطاني (8110BS)

✓ القانون الاوروبي (EUROCODENF EN 1992-1-1)

من خلال هذه الدراسة المقارنه سوف نقوم بتحليل معمق لمختلف العوامل الخاصة بحساب الانحناء في الهياكل الخرسانية المسلحة بالحديد (الاجهادات، الانحناء، التسليح الخ) مع ابراز نقاط التشابه والاختلاف بين خمس قوانين . حيث ان هذه النتائج تسمح بمراجعته القانون الجزائري ووضع اسس اكثرى فعالية واقتصادية.

الكلمات المفتاحية: دراسة مقارنة، القانون، ACI، EUROCODE، CBA، CSA، BS، العارضة، الخرسانة المسلحة، الحالات النهائية (الحدودية)، المقاومة، لانحناء.

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I	DESCRIPTION DES CODES EN BETON ARME
------------	--

Figure I.1 Poutre rectangulaire en béton avec armatures en acier est un exemple d'un élément en béton armé.....	3
Figure I.2 Poutre continue à 3 travées sous une charge uniforme : (a) Diagramme du moment de flexion et (b) Emplacements principaux des armatures.	4

CHAPITRE II	CARACTÉRISTIQUES DES MATÉRIAUX
-------------	-----------------------------------

Figure II.1 Mise en œuvre.....	11
Figure II.2 Durcissement	11
Figure II.3 Vieillissement	12
Figure II.4 Dispersion obtenue lors d'essais de compression.....	16
Figure II.5 Différents essais sur les résistances d'un béton en traction.....	18
Figure II.6 Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon ACI.....	25
Figure II.7 Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon EUROCODE.....	25
Figure II.8 Diagramme contraintes-déformations de béton en traction et en compression	26
Figure II.9 Le rapport de la déformation latérale à la déformation longitudinale.	26
Figure II.10 Déformations à long terme d'un cylindre chargé axialement.....	27
Figure II.11 Effets de l'humidité relative, de l'âge du chargement et de l'épaisseur de la section sur le facteur de fluage.....	30
Figure II.12 Phénomène de retrait	31
Figure II.13 Augmentation du retrait en fonction du temps	33
Figure II.14 Retrait au séchage du béton de poids normal.	34
Figure II.15 Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier selon CBA.....	39
Figure II.16 Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier selon ACI.....	40
Figure II.17 Diagramme contraintes- déformations d'acier de béton armé types selon EUROCODE.....	40
Figure II.18 Courbe contrainte-déformation de conception à court terme pour le renforcement selon BS	41

CHAPITRE III	LES ETATS LIMITES
--------------	-------------------

Figure III.1 Différents états limites.....	43
Figure III.2 diagramme contraintes-déformations du béton.....	44
Figure III.3 Détail des contraintes de compression à l'ELU.....	45
Figure III.4 Diagramme contraintes-déformations de l'acier.....	45

Figure III.5 Règles des trois pivots.....	46
Figure III.6 Diagramme contrainte – déformation de béton à ELU.....	47
Figure III.7 Diagramme parabole-rectangle pour le béton comprimé.....	49
Figure III.8 Courbe de contrainte-déformation de conception à court terme pour le béton de poids normal.....	50
Figure III.9 Diagramme contrainte-déformation simplifié et diagramme de calcul pour les aciers de béton armé (tendus ou comprimés).....	52
Figure III.10 Diagramme contraintes – déformations d’acier.....	53
Figure III.11 Circle d’écoulement de charge.....	55
Figure III.12 (a) Charges réparties sur les surfaces ; b) les charges appliquées au niveau des planchers.....	62

CHAPITRE IV	Résistance d'éléments à la flexion
-------------	------------------------------------

Figure IV.1 Flexion simple.....	68
Figure IV.2 Poutre soumise à des charges.....	68
Figure IV.3 État limite ultime au pivot A.....	70
Figure IV.4 État limite ultime au pivot B.....	70
Figure IV.5 État limite ultime avec $\epsilon_{bc} = 3,5\%$ et $\epsilon_s = \epsilon_{se}$	71
Figure IV.6 Positions particulières de l’axe neutre.....	72
Figure IV.7 Diagrammes contrainte-déformation parabole-rectangle et rectangulaire simplifié.....	72
Figure IV.8 Section en béton armé à l’équilibre.....	73
Figure IV.9 Section avec armatures comprimées.....	75
Figure IV.10 Distribution des déformations.....	76
Figure IV.11 Relation entre la distribution des contraintes de compression du béton et la déformation du béton.....	77
Figure IV.12 Diagramme de distribution des contraintes.....	77
Figure IV.13 Diagramme de déformations.....	78
Figure IV.14 Diagramme de contrainte et déformation à l’état de déformations équilibrées.....	78
Figure IV.15 Distribution des déformations selon les 3 modes.....	80
Figure IV.16 La variation de ϕ en fonction de c/d	82
Figure IV.17 Section rectangulaire avec armatures comprimées.....	83
Figure IV.18 Diagramme des déformations d’une section (Les trois pivots A, B ou C).....	85
Figure IV.19 Bloc rectangulaire simplifié de contraintes du béton.....	85
Figure IV.20 Diagramme de déformation en fonction de la profondeur de l’axe neutre.....	87
Figure IV.21 Section avec armatures comprimées.....	88
Figure IV.22 Diagramme des déformations de la section passe par le pivot B.....	89
Figure IV.23 Diagramme rectangulaire équivalent du béton.....	91
Figure IV.24 Section en béton armé simplement en traction.....	93
Figure IV.25 Section rectangulaire avec armatures comprimée.....	95
Figure IV.26 Sections de poutre : a) simplement armées ; b) doublement armées ; c) Section T ; d) Section L.....	96
Figure IV.27 Notation.....	97

Figure IV.28 Cas d'une poutre de section rectangulaire simplement appuyée et armée, soumise à une charge uniformément répartie ω	97
Figure IV.29 Diagramme de contrainte simplifié du béton à l'état limite ultime.....	98
Figure IV.30 Moment de résistance ultime d'une section (A-A) simplement armée.....	99
Figure IV.31 Courbe du bras de levier.....	100
Figure IV.32 Section avec armatures de compression.....	102
Figure IV.33 Diagramme contrainte-déformation.....	105
Figure IV.34 Section avec armatures tendues.....	106
Figure IV.35 Diagramme de contraintes limites d'acier et de béton à l'ELS.....	108
Figure IV.36 Disposition des armatures de peau pour les poutres de hauteur $h > 900$ mm.....	111
Figure IV.37 Section avec armatures tendues (EUROCODE).....	116
Figure IV.38 Section avec armatures comprimées.....	117
Figure IV.39 Diagramme des déformations à l'état limite de service.....	118
Figure IV.40 Valeur de d_c	126
Figure IV.41 Disposition des armatures de peau.....	127
Figure IV.42 Armatures de peau d'une dalle unidirectionnelle.....	127
Figure IV.43 Calcul des flèches des poutres simplement appuyées.....	128
Figure IV.44 Calcul des flèches des poutres continues.....	129
Figure IV.45 Hypothèses utilisées pour calculer les courbures.....	139

CHAPITRE VI	Exemple d'application
-------------	-----------------------

Figure VI.1 Poutre soumise à des charges uniformément répartie.....	175
Figure VI.2 Section de la poutre.....	175
Figure VI. 3 Le schéma de la section ferrillée.....	192
Figure VI.4 L'emplacement des barres avec les différentes distances et enrobages.....	192

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE I	DESCRIPTION DES CODES EN BETON ARME
------------	--

Tableau I.1 Codes de conception	9
---------------------------------------	---

CHAPITRE II	CARACTÉRISTIQUES DES MATÉRIAU
-------------	----------------------------------

Tableau II.1 Facteur de modification de l'écart-type S_s lorsque moins de 30 tests sont disponibles .	14
Tableau II.2 Résistance à la compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un écart-type d'échantillon (nombre d'essais moins de 15).....	15
Tableau II.3 Résistance à la compression du béton normal obtenue sur cube.....	17

Tableau II.4 Plage typique du module d'élasticité statique à 28 jours de béton de poids normal.....	22
Tableau II.5 Expansion thermique du groupe rocheux et du béton associé.....	24
Tableau II.6 Coefficients de fluage adoptés par la norme CSA Standard A23.3	29
Tableau II.7 Valeurs de k_h en fonction du rayon moyen	32
Tableau II.8 Type d'aciers en barres	36
Tableau II.9 Type de treillis soudés.....	36
Tableau II.10 Résistance des armatures d'acier.....	38

CHAPITRE III	LES ETATS LIMITES
--------------	-------------------

Tableau III.1 Valeurs de γ_{Gj} et $\gamma_{(Q,i)}$	59
Tableau III.2 Valeurs des coefficients de réduction ψ en fonction des catégories pour les bâtiments.....	60
Tableau III.3 Combinaisons de charge et valeurs de γ_f pour l'état limite ultime.....	62

CHAPITRE IV	Résistance d'éléments à la flexion
-------------	------------------------------------

Tableau IV.1 Caractéristiques des aciers, valeurs α limite et μ limite	71
Tableau IV.2 Valeurs du coefficient α	71
Tableau IV.3 Hauteur minimale des poutres en béton armé afin d'être dispensé du calcul de flèches.....	112
Tableau IV.4 Flèches admissibles maximales (limites).....	114
Tableau IV.5 Valeurs recommandées de w_{max} (mm).....	119
Tableau IV.6 Diamètre maximal $\emptyset_s$: des barres pour la maîtrise de la fissuration.....	119
Tableau IV.7 Espacement maximal des barres pour la maîtrise de la fissuration 1.....	120
Tableau IV.8 Valeurs de k	130
Tableau IV.9 Valeurs de facteur s	130
Tableau IV.10 Hauteur (épaisseur) minimale h des poutres (ou dalles).....	131
Tableau IV.11 Valeurs limites (admissibles) des flèches	132
Tableau IV.12 Distance nette (libre) entre les barres en fonction du pourcentage de redistribution.....	133
Tableau IV.13 Rapports de base de portée/profondeur effective des poutres.....	141

CHAPITRE V	COMPARAISON DES CALCULS JUSTIFICATIFS DE RESISTANCE D'ELEMENTS FLECHIS
------------	--

Tableau V.1 Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques de béton.....	143
Tableau V.2 Comparaison des diagrammes contraintes - déformations réel de béton.....	148
Tableau V.3 Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques d'acier.....	150
Tableau V.4 Comparaison des diagrammes contraintes - déformations de l'acier.....	151
Tableau V.5 Comparaison des contraintes admissibles de béton.....	153

Tableau V.6 Comparaison des contraintes admissibles d'acier.....	154
Tableau V.7 Comparaison des Combinaisons à l'ELU.....	156
Tableau V.8 Comparaison des Combinaisons à l'ELS.....	159
Tableau V.9 Comparaison des hypothèses du calcul.....	160
Tableau V.10 Comparaison des sections d'armatures minimales.....	164
Tableau V.11 Comparaison des résultats d'exemple de section d'armatures minimales.....	165
Tableau V.12 Comparaison des formules de calcul des armatures des sections en béton sans armatures comprimées.....	165
Tableau V.13 Comparaison des formules de calcul des armatures des sections de béton avec armatures comprimées.....	167
Tableau V.14 Comparaison des formules de vérification des contraintes et Fissures.....	169
Tableau V.15 Comparaison des formules de la flèche.....	170
Tableau V.16 Comparaison des flèches limites.....	173

CHAPITRE VI	Exemple d'application
--------------------	------------------------------

Tableau VI.1 Comparaison des résultats d'exemple.....	197
---	-----

Notations

1) Notations relatives au code ACI :

A_s : L'aire de la section des armatures tendues.

A'_s : L'aire de la section des armatures comprimées.

$A_{s,min}$: L'aire minimale de la section des armatures tendues.

C : Résultant de compression dans le béton.

D : Charges permanentes.

E : Séisme.

E_c : Le module d'élasticité de béton.

E_s : Le module d'élasticité de l'acier.

F : Pression d'un liquide.

H : Poussée des terres.

I_c : Moment d'inertie effectif.

I_{cr} : Moment d'inertie de la section homogène réduit.

I_e : Moment d'inertie efficace.

I_g : Moment d'inertie de la section de béton seul.

L : Charge variable d'exploitation.

L_r : Charge variable d'exploitation de toiture.

M_a : Moment maximal dans l'élément dû aux charges de service au stade où la flèche est calculée.

M_{cr} : Moment de fissuration.

M_n : Moment de résistance nominale.

M_R : Moments de résistance due aux actions.

R : Coefficient de résistance.

R : Pluie.

S : l'espacement maximal entre les armatures proches à la face tendue.

S : Neige.

S_s : L'écart-type.

T : Effet cumulé des déformations imposées.

T : Résultant de traction dans l'acier.

U : La résistance requise.

W : Charge de vent.

a : la profondeur du diagramme de compression dans le béton.

b : La largeur de la section.

c_c : est la distance minimale mesurée à partir de la surface des aciers tendus de flexion à la face tendue du béton.

σ_c : La contrainte admissible du béton.

w_c : La masse volumique de béton.

d : distance entre la fibre extrême comprimée et le centre de gravité de l'armature longitudinal tendue.

d_t : Distance de la fibre la plus comprimée.

f'_c : Résistance à la compression.

f'_{cr} : Résistance moyenne.

f_{ct} : Résistance caractéristique à la traction.

f_r : Module de rupture.

f_s : La contrainte des armatures les plus proches à la face tendue du béton à l'état limite de service.

f_y : Limite d'élasticité d'acier.

h : la hauteur d'une section de poutre.

k : coefficient dépend de type d'appuis.

l : longueur de la travée de la poutre.

n : Nombre d'essais de résistance consécutifs.

$\bar{\sigma}_{st}$: La contrainte admissible de l'acier.

ϵ_s : La déformation de l'acier.

ϵ_t : Déformation équilibrée.

ϵ_{ty} : Déformation de l'acier tendue correspondant à la limite élastique f_y de l'acier.

w : la charge uniformément répartie.

x_i : La résistance individuelle des essais.

$\bar{x}$: Moyenne des résultats des tests d'intensité n .

y_t : Distance du centre de gravité de la section de béton seul à la fibre extrême la plus tendue.

z : Le bras de levier.

β_1 : Rapport de la profondeur d'un bloc comprimé à la profondeur de l'axe neutre.

ρ_b : Pourcentage d'acier.

ρ_{max} : Pourcentage maximal d'acier.

ρ_{min} : Pourcentage minimal d'acier.

ρ' : Le taux d'armature comprimée.

λ : Facteur qui reflète la basse résistance à la traction du béton léger.

ξ : Facteur dépendant de la durée d'application des charges.

ϕ : Coefficient de réduction.

Δ : La flèche.

λ_{Δ} : Flèche sous charges de longue durée.

2) Notations relatives au code BS :

A_c : L'aire totale de la section du béton.

A_s : L'aire de la section d'armature de traction.

A'_s : L'aire de la section d'armature de compression.

$A_{s,min}$: Pourcentages minimums d'armatures de traction.

$A'_{s,min}$: Pourcentages minimums d'armatures de compression.

$A_{s,prov}$: Aire de l'armature de traction effectivement fourni à mi- travée.

$A_{s,req}$: Aire de l'armature de traction requise à mi- travée.

E_c : Le module d'élasticité du béton.

E_{cq} : Le module d'élasticité dynamique.

E_{eff} : Le module d'élasticité effectif du béton, $E_{eff} = \frac{E_c}{1+\phi}$.

E_l : Caractéristique de la charge sismique.

E_n : Caractéristique de la charge de terre nominale.

E_s : Module d'élasticité de l'acier.

F_{cc} : La force de compression dans le béton.

F_{st} : La force de traction dans l'armature.

G_k : Caractéristique de la charge permanente.

I : le moment d'inertie de la section.

M : le moment de conception.

M : le moment de la section considérée.

M : Moment dû aux charges appliquées.

M_c : Moment résistant du béton tendu.

M_u : Moment de résistance ultime.

Q_k : Caractéristique de la charge imposée (variable).

w_{cr} : La largeur des fissures.

W_k : Caractéristique de la charge de vent.

a : la flèche calculée à une distance x de l'appui.

a' : Distance entre la face comprimée et le point de calcul de la largeur de fissure.
 a_{cr} : Distance du point considéré à la surface de la barre longitudinale la plus proche.
 b : la largeur de la poutre.
 β_b : Un facteur.
 c_{min} : Enrobage minimal à l'acier tendu.
 ϵ_{cc} : La déformation de fluage finale (30 ans) dans le béton.
 σ_{cc} : La contrainte de compression dans le béton.
 ϵ_{cs} : La déformation de retrait libre.
 d : la hauteur effective aux armatures de traction.
 d' : la hauteur aux armatures de compression.
 α_e : Coefficient modulaire, $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{eff}}$.
 f_c : La contrainte de service de conception dans le béton.
 f_{cu} : La résistance caractéristique à la compression du béton.
 f_m : La résistance moyenne à la compression du béton.
 f_s : La contrainte de service estimée dans l'armature.
 f_y : La résistance caractéristique d'armature.
 γ_f : Facteurs de sécurité partiels.
 h : la hauteur totale de la section.
 k_0 : Une constante étroitement liée au module d'élasticité du granulat.
 l : la portée effective de l'élément.
 ϵ_m : Déformation moyenne au niveau où la fissuration est envisagée.
 γ_m : facteur de sécurité partiel pour la résistance des matériaux.
 $\frac{1}{r_b}$: La courbure à mi- travée pour les éléments simplement appuyés ou à la section d'encastrement (appui) pour les consoles (porte-à-faux).
 $\frac{1}{r_{cs}}$: La courbure dû au retrait.
 $\frac{1}{r_x}$: La courbure calculée à une distance x de l'appui.
 s_b : La largeur de la section au point considéré.
 sd : L'écart type.
 σ_s : La contrainte admissible de l'acier (tendu ou comprimé).
 ϵ_{sh} : Le retrait du béton brut.
 x : la profondeur de l'axe neutre.

z : bras de levier.

ε_1 : Déformation au niveau considéré, calculée en ignorant l'effet de rigidité du béton dans la zone tendue.

$\emptyset$: Le coefficient de fluage.

ν : Coefficient de poisson.

ρ : La surface de l'acier par rapport à celle du béton.

3) Notations relatives au code CBA :

A_s : Aire d'une section d'acier.

B : Aire d'une section de béton.

B_r : Aire réduite de béton.

E_{ij} : Module de déformation longitudinale instantanée du béton.

E_s : Module d'élasticité longitudinale de l'acier.

E_{vj} : Module de déformation longitudinale différée.

$G_{\max}$: L'ensemble des actions permanentes défavorables.

$G_{\min}$: L'ensemble des actions permanentes favorables.

I : Moment d'inertie.

I_0 : moment d'inertie de la section totale rendue homogène.

I_{fi} : Moment d'inertie instantané.

I_{fy} : Moment d'inertie différé.

L : Longueur ou portée.

M : moment de flexion.

M_{ser} : Moment de calcul de service ou d'utilisation.

M_u : Moment de calcul ultime.

Q_B : Charges d'exploitation du bâtiment.

Q_i : Les autres actions variables dites d'accompagnement

Q_1 : Une action variable dite de base.

S : Neige.

T : Température.

W : Vent.

α : Angle d'une armature avec la fibre moyenne d'une pièce linéaire.

b_0 : largeur de la nervure (épaisseur brute de l'âme) de la poutre.

$\bar{\sigma}_{bc}$: Contrainte de compression admissible du béton.

γ_b : Coefficient de sécurité du béton.
 d : la hauteur utile de la poutre.
 $\bar{f}$: Limite de la flèche.
 f_{bu} : Contrainte limite ultime du béton.
 f_{cj} : Résistance caractéristique à la compression du béton âgé de j jours.
 f_e : Limite d'élasticité de l'acier.
 f_i : Flèches dues aux charges instantanées.
 f_{tj} : Résistance caractéristique à la traction du béton à j jours.
 f_v : Flèches dues aux charges de longue durée.
 h : la hauteur totale de la poutre.
 Ψ_i : Coefficients définis dans les Directives Communes.
 γ_i : Coefficients de pondération des charges.
 n : coefficient d'équivalence acier-béton.
 $\bar{\sigma}_{st}$: Contrainte de traction admissible de l'acier.
 γ_s : Coefficient de sécurité de l'acier.
 θ : Coefficient d'application des actions considérées qui est donné en fonction de la durée d'application des combinaisons d'actions.
 ρ : rapport du volume des aciers à celui du béton.
 ε : Déformation relative (ε_b pour le béton, ε_r pour le retrait, ε_s pour l'acier).
 ν : Coefficient de poisson.

4) Notations relatives au code CSA :

A : Aire d'une section du béton.
 A_g : L'aire brute de la section du béton.
 $A_{s,min}$: La section minimum d'armature tendue.
 A_s : Aire de l'armature longitudinale du côté où l'élément est tendu.
 A'_s : L'aire de la section des armatures comprimées.
 A_{sk} : Armature de peau.
 C_c : Forces internes de compression.
 D : Charges permanentes.
 E : Charges dues au séisme.
 E_c : Le module d'élasticité du béton.
 E_{eff} : Module effectif de béton.
 E_s : Module d'élasticité d'acier.

I_e : Moment d'inertie efficace.

I_g : Le moment d'inertie de la section brute du béton.

L : Longueur efficace de la poutre.

L : Surcharges dues à l'utilisation prévue et l'occupation.

M_a : Moment maximal dans une pièce à l'étape de la mise en charge pour laquelle la flèche est calculée ou à toute autre étape antérieure de mise en charge.

M_{cr} : Le moment de fissuration.

M_f : Le moment pondéré.

M_r : Le moment de résistance.

T : Charges dues à la contraction ou la dilatation.

T_s : Forces internes de traction.

W : Surcharges de vent.

a : la hauteur du diagramme rectangulaire équivalent.

ϕ_a : Coefficient de résistance de l'acier.

α : Facteur de charge.

α_1 : Rapport de la contrainte moyenne du diagramme de répartition des contraintes à la résistance spécifiée du béton.

b_t : La largeur de la zone tendue de la section considérée du béton.

β_1 : Rapport de la profondeur d'un bloc comprimé à la profondeur de l'axe neutre.

c : la profondeur de l'axe neutre.

γ_c : Densité de béton.

$\overline{\sigma}_c$: Contrainte admissible de compression.

ϕ_c : Coefficient de résistance du béton.

c_r : L'enrobage de béton.

c_t : La distance du centre de gravité de la section à la fibre la plus tendue.

d : distance entre le fibre extrême comprimée et le centre de gravité de l'armature longitudinal tendue.

d_b : Diamètre de la barre longitudinale

d_{bt} : Le diamètre de la barre transversale.

d_c : La distance entre la fibre la plus tendue et le centre de la barre d'acier de flexion la plus proche de cette fibre.

f_c : La contrainte de compression admissible du béton.

f'_c : La résistance à la compression.

f_r : Module de rupture.
 f_s : La contrainte de traction admissible de l'acier.
 f_y : Limite d'élasticité d'acier.
 h : La hauteur de la section du béton.
 Δ_i : Flèche instantanée à mi- travée due aux charges latérales et verticales d'exploitation.
 jd : Bras de levier interne.
 k_r : Facteur de résistance.
 $\varepsilon_{r\infty}$: Retrait maximal.
 ε_s : Déformation de l'armature.
 ρ_{sk} : rapport entre l'aire de l'armature de peau et A_{cs} .
 ϕ_s : Coefficient de résistance d'acier.
 $\bar{\sigma}_t$: Contrainte admissible de traction.
 Δ_t : La flèche totale à long terme.
 ρ' : taux d'armature comprimée, égal à A'_s/bd .
 φ : Coefficient de fluage.
 γ : Facteur d'importance.
 ρ : taux d'armature tendue non précontrainte, égal à A_s/bd .
 ψ : Facteur de combinaison de charges.
 Ψ : Facteur de pondération du moment d'inertie.

5) Notations relatives au code EUROCODE :

$A_{c,eff}$: L'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues.
 A_c : L'aire de la section transversale du béton.
 A_{ct} : Aire de la section droite de béton tendu.
 A_d : Valeur représentative de l'action accidentelle.

 A_{Ed} : Valeur représentative de l'action sismique.
 A_s : Aire de la section des armatures de béton armé.
 $A_{s,min}$: Section minimale d'armatures dans la zone tendue.
 E_c : Le module tangent.
 $E_{c,eff}$: Module d'élasticité effectif du béton.
 E_{cd} : Valeur de calcul du module d'élasticité du béton.

E_s : Le module d'élasticité de l'acier.
 G_k : Valeur caractéristique d'une action permanente.
 γ_{Gj} : Actions permanentes.
 I : Le moment d'inertie de la section non-fissurée.
 k : Coefficient ; Facteur.
 L : Longueur ou portée.
 M_{Ed} : Valeur de calcul du moment fléchissant agissant.
 M_{rc} : Moment de résistance.
 M_{ser} : Moment de calcul de service ou d'utilisation.
 Q_k : Valeur caractéristique d'une action variable.
 γ_{Qi} : Actions variables.
 $S_{r,max}$: Espacement maximal des fissures.
 W_k : L'ouverture des fissures.
 z_c : Bras de levier.
 α : Angle ; Rapport.
 α_e : Le rapport $\frac{E_s}{E_{cm}}$.
 $\beta_{cc}(t)$: est un coefficient qui dépend de l'âge t du béton.
 b : Largeur ou épaisseur d'une section.
 c : L'enrobage des armatures longitudinales.
 $\bar{\sigma}_c$: Contrainte de compression du béton.
 γ_c : Coefficient partiel relatif au béton.
 ϵ_{c1} : Déformation relative en compression du béton au pic de contrainte.
 ϵ_{ca} : La déformation due au retrait endogène.
 ϵ_{cc} : La déformation de fluage du béton.
 ϵ_{cd} : La déformation due au retrait de dessiccation.
 $\epsilon_{cd,0}$: est la valeur nominale du retrait de dessiccation non gêné.
 ϵ_{cm} : Déformation (allongement unitaire) moyenne du béton entre les fissures.
 ϵ_{cs} : La déformation totale de retrait.
 ϵ_{cu} : La valeur nominale de la déformation ultime.
 d : Hauteur utile d'une section droite.
 $\frac{1}{d}$: La valeur limite du rapport portée/hauteur utile.
 f : La flèche.

$\bar{f}$: Limite de la flèche.

f_{cd} : Valeur de calcul de la résistance en compression du béton.

f_{ck} : Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours.

f_{cm} : La résistance moyenne en compression du béton à 28 jours.

$f_{ct,sp}$: La résistance en traction par fendage.

f_{ct} : La résistance en traction directe.

f_{ctm} : La résistance moyenne en compression du béton à l'âge de t jours.

f_{yd} : Limite d'élasticité de calcul de l'acier de béton armé.

f_{yk} : Limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé.

h : Hauteur totale de la section du béton.

η : Coefficient d'équivalence acier-béton.

q : La valeur de la combinaison la plus défavorable des charges uniformément réparties.

γ_s : Coefficient de sécurité de l'acier.

$\emptyset_s$: Diamètre d'une barre d'armature.

$\overline{\sigma}_{s1}$: Contrainte de traction de l'acier.

$\overline{\sigma}_{s2}$: Contrainte de compression de l'acier.

ε_{sm} : Déformation moyenne de l'armature de béton armé sous la combinaison de charges considérée, incluant l'effet des déformations imposées et en tenant compte de la participation du béton tendu.

t : est l'âge du béton, en jours.

ε_{uk} : Valeur caractéristique de la déformation relative de l'acier de béton armé.

ρ_0 : Pourcentage d'armatures de référence.

ρ : Pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi- portée.

ρ' : Pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi- portée.

φ : Le coefficient de fluage.

ψ : Coefficient de réduction.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE :	1
1.GÉNÉRALITÉ :	1
2.Objectifs du mémoire :	1
3.Organisation du mémoire:	1

CHAPITRE II : DESCRIPTION DES CODES EN BETON ARME

I. DESCRIPTION DES CODES EN BETON ARME.....	3
I.1. INTRODUCTION:	3
I.1.1. Béton armé:	3
I.1.2. L'importance de renforcement dans le béton :	3
I.1.3. L'utilisation du béton armé :	4
I.2. Description et évolution des normes de calcul CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS :.....	4
I.2.1. CBA (Règles de Conception et de Calcul des structures en Béton Armé) :.....	4
I.2.2. ACI (American Concrete Institute):	5
I.2.3. EUROCODE (Norme Européenne) :	6
I.2.4. CSA (Canadian Standard Association) :	7
I.2.5. BS (BRITISH STANDARD) :	8

CHAPITRE II : Caractéristiques des matériaux selon CBA, ACI, EUROCODE CSA et BS

II. Caractéristiques des matériaux selon CBA, ACI, EUROCODE CSA et BS	11
II.1. Béton:.....	11
II.1.1. Généralités	11
a) Définition du béton :	11
b) La vie du béton :	11
c) Le béton répond parfaitement à ces conditions de choix :	12
d) Méthodes expérimentales :	12
II.1.2. Caractéristiques physiques et mécaniques :	13
II.1.2.1 Résistance caractéristique à la compression :	13
II.1.2.2 Résistance caractéristique à la traction :	18
II.1.2.3 Module de Déformations longitudinales du béton :	20

II.1.2.4 Densité.....	23
II.1.2.5 Coefficient d'expansion thermique :	23
II.1.2.6 Diagramme contraintes - déformations :	24
II.1.2.7 Coefficient de Poisson :	26
II.1.2.8 Déformation différées du béton :	27
II.1.2.8.1 Déformation de longue durée (fluage) :	27
II.1.2.8.2 Retrait :	31
II.2. Acier	35
II.2.1 Généralités	35
II.2.2 Classes d'acier :	36
II.2.3 Caractéristiques physiques et mécaniques :	38
II.2.3.1 Densité :	38
II.2.3.2 Coefficient d'expansion thermique :	38
II.2.3.3 Diagramme contraintes– déformations:	39
II.2.3.4 Module d'élasticité :	41
II.2.3.5 Coefficient de Poisson :	42
II.3 Conclusion:	42

CHAPITRE III : LES ETATS LIMITES

III. LES ETATS LIMITES	43
III.1 Philosophie d'état limite :	43
III.2 Définition des états limites :	43
III.3 Les différents états limites :	44
III.3.1 Les états limites ultimes :	44
III.4 Avantages du calcul aux états limites :	47
III.5 Contraintes admissibles selon CBA, l'ACI, EUROCODE, CSA et BS :	47
III.5.1 Contraintes admissibles de béton :	47
III.5.2 Contraintes admissibles de l'acier :	51
III.6 Actions et sollicitations selon le CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS :	54
III.6.1-Actions :	54
III.6.2-Classement des actions :	54
III.6.3- Sollicitations de calcul :	55
III.6.4- Les combinaisons d'actions :	55
III.6.5 Aux états limites ultimes (ELU) :	55

III.6.6 Aux états limites de service (ELS) :	64
III.7 Conclusion :	67

CHAPITRE IV : Résistance d'éléments à la flexion selon les règles CBA, EUROCODE, ACI, CSA et BS

IV. Résistance d'éléments à la flexion selon les règles CBA, EUROCODE, ACI, CSA et BS :	68
IV.1 GENERALITES.....	68
IV.2 Résistances des sections à la flexion aux états limites ultimes (ELU) :	69
IV.2.1 Selon le code CBA :	69
IV.2.1.1 Hypothèses du calcul :	69
IV.2.1.2 État limite ultime de résistance :	69
IV.2.1.3 Section rectangulaire sans armatures comprimées :	73
IV.2.1.4 Section rectangulaire avec armatures comprimées :	74
IV.2.2. Selon le code ACI :	75
IV.2.2.1. Hypothèses de calcul :	75
IV.2.2.2. État de déformations équilibrées :	78
IV.2.2.3 Moment de Résistance MR :	79
IV.2.2.4. Les modes de déformation :	80
IV.2.2.5. Pourcentage maximal d'acier ρ_{max} :	81
IV.2.2.6. Renforcement minimal :	81
IV.2.2.7. La relation entre ϕ et c/d :	81
IV.2.2.8. Sections rectangulaires sans armature de compression :	82
IV.2.2.9. Sections rectangulaires avec armature de compression :	83
IV.2.3. Selon le code EUROCODE :	84
IV.2.3.1. Hypothèses du calcul :	84
IV.2.3. 2.État limite ultime de résistance :	84
IV.2.3.3. Section rectangulaire sans armatures comprimées :	86
IV.2.3.4. Section rectangulaire avec armatures comprimées :	88
IV.2.3.4.1. Sections minimales et maximales :	90
IV.2.4. Selon le code CSA :	90
IV.2.4.1. Moment Résistant (Mr):	90
IV.2.4.1.1. Les hypothèses de calcul :	90
IV.2.4.1.2. Renforcement minimum :	91
IV.2.4.1.3. Section rectangulaire armée en traction :	92

IV.2.4.1.4. Sections rectangulaires avec armature de compression :	94
IV.2.5. Selon le code BS :	96
IV.2.5.1. Introduction :	96
IV.2.5.2. Conception des poutres simplement armées :	97
IV.2.5.2.1. Hypothèses de calcul :	98
IV.2.5.2.2. Moment de résistance ultime, M_u :	98
IV.2.5.3. Conception de poutre doublement renforcée :	101
IV.2.5.3.1. Sections d'armatures de compression et de traction :	102
IV.2.5.4. Pourcentages minimums d'armatures de traction :	103
IV.2.5.7. Distance minimale entre les barres :	104
IV.2.5.8. Dimensions minimales des barres dans les faces latérales des poutres pour contrôler la fissuration :	104
IV.3. Résistances des sections à la flexion aux états limites de service (ELS) :	104
IV.3.1. Selon le code CBA :	104
IV.3.1.1. État limite de service vis-à-vis de la durabilité :	104
IV.3.1.1. 1.Hypothèses de calcul :	104
IV.3.1.1. 2.Vérification des contraintes à l'état-limite de service :	105
IV.3.1.1. 3. Calcul des sections lorsque l'état limite de service est le plus défavorable :	106
IV.3.1.2. État limite de service vis-à-vis des déformations :	109
IV.3.2. Selon le code ACI :	111
IV.3.2.1. Contrôle de la fissuration :	111
IV.3.2.2. Contrôle des flèches :	112
IV.3.2.2. 1.Flèche instantanée :	112
IV.3.2.2.2. Flèche sous charges de longue durée :	114
IV.3.2.2.3. Flèches limites :	114
IV.3.3. Selon le code EUROCODE :	115
IV.3.3.1. État limite de service vis-à-vis de la durabilité :	115
IV.3.3.1.1. Hypothèse de calcul:	115
IV.3.3.1.2. Vérification des contraintes à l'état-limite de service :	115
IV.3.3.1.3. Calcul des sections lorsque l'état-limite de service est le plus défavorable :	115
IV.3.3.1.4. Maîtrise de la fissuration :	118
IV.3.3.1.5. Contrôle des déformations (flèches) :	122
IV.3.4. Selon le code CSA :	125
IV.3.4.1 Contrôle de la fissuration.....	125

IV.3.4.1.1 Paramètre de contrôle de la fissuration.....	125
IV.3.4.1.2 Armatures de peau :	126
IV.3.4.2. Calcul des flèches :	127
IV.3.4.2.1. Généralités :	127
IV.3.4.2.2. Flèches instantanées :	128
IV.3.4.2.3. Flèches à long terme :	130
IV.3.4.2.4. Vérification de flèches:.....	131
IV.3.5. Selon le BS :	132
IV.3.5.1. Introduction :	132
IV.3.5.2. Hypothèses :.....	132
IV.3.5.3. Contrôle des fissures dans les poutres :	133
1)-Distance maximale entre les barres en traction	133
2)-Calcul de la largeur de fissures :	134
IV.3.5.4. Calcul de la flèche :	136
IV.3.5.4.1. Calcul des courbures :.....	136
IV.3.5.4.2. Calcul de la flèche à partir des courbures :.....	139
IV.3.5.4.3. Vérification de la flèche :	140
IV.4 Conclusion :	142

CHAPITRE V : Résistance d'éléments à la flexion selon les règles CBA, EUROCODE, ACI, CSA et BS

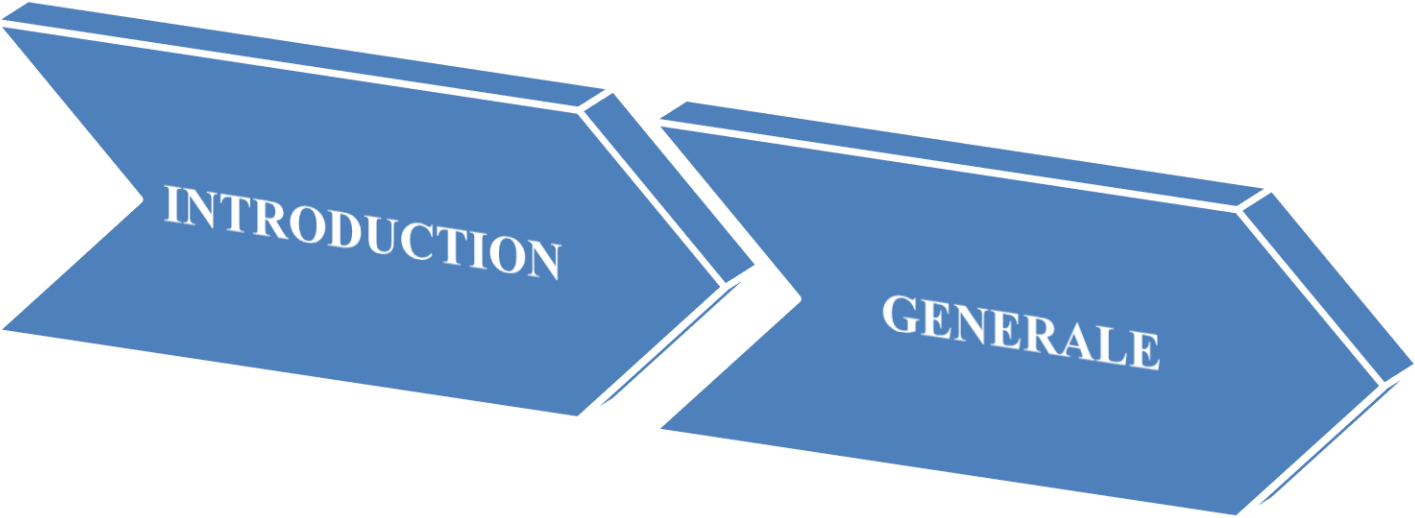
V. Résistance d'éléments à la flexion selon les règles CBA, EUROCODE, ACI, CSA et BS.....	143
V.1 Introduction :	143
V .2 Caractéristiques physiques et mécaniques :	143
A) Béton :	143
1-Densité :	147
2-Coefficient d'expansion thermique :	147
3-Résistance caractéristique à la compression :.....	147
4-Résistance caractéristique à la traction :.....	147
5-Diagramme contraintes - déformations réel :	148
6-Module de déformation longitudinale :	149
7-Déformations différées :	149
a-Retraît :	149
8-Coefficient de Poisson :	149

B) Acier :	150
1-Type d'acier :	150
2-Densité :	150
3-Coefficient d'expansion thermique :	151
4-Module d'élasticité :	151
5-Coefficient de Poisson :	151
6-Diagramme contraintes - déformations :	151
V.3 Contraintes admissibles :	152
A) Béton :	152
B) Acier :	154
V.4 Action et sollicitations :	156
a- Aux états limites ultimes (ELU) :	156
b- Aux états limites de service :	159
V.5 Résistance des sections à la flexion simple :	160
V.5.1 Hypothèses du calcul :	160
V.5.2 Section d'armatures minimales :	164
V.5.3 Ferrailage des sections rectangulaires fléchies :	165
V.5.4 Vérifications requises à l'ELS :	168
V.5.4.1 Vérification des contraintes et fissurations :	168
V.5.4.2 Contrôle de la flèche :	170
V.5.4.3 Flèches limites :	173
V.6 Conclusion :	174

CHAPITRE VI: Exemple d'application

VI. Exemple d'application	175
VI.1. Le calcul selon le code EUROCODE :	175
VI.2. Le calcul selon le code CSA :	181
VI.3. Le calcul selon le code CBA :	184
VI.4. Le calcul selon le code ACI :	186
VI.5. Le calcul selon le code BS :	189
Conclusion générale et recommandations :	200
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	204
Annexe I	206
Annexe II	207

Annexe III	208
Annexe IV	208
Annexe V.....	209
Annexe VI	209
Annexe VII.....	210
Annexe VIII.....	211
Annexe IX	212
Annexe X.....	214
Annexe XI	216
Annexe XII.....	217
Annexe XIII.....	217
Annexe XIV	218
Annexe XV.....	219
Annexe XVI	220
Annexe XVII.....	221
Annexe XVIII.....	222
Annexe XIX	223
Annexe XX.....	224
Annexe XXI	224
Annexe XXII.....	225
Annexe XXIII.....	226
Annexe XXIV	227
Annexe XXV.....	228
Annexe XXVI	228
Annexe XXVII.....	229
Annexe XXVIII.....	229
Annexe XXIX	230



INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE :

1.GÉNÉRALITÉ :

Le béton possède une grande résistance à la compression et une résistance moindre à la traction. Dans les structures en béton se développe un ensemble de contraintes générées par les diverses actions auxquelles elles sont soumises. La résistance à la compression du béton lui permet d'équilibrer correctement les contraintes de compression. Par contre, du fait de la relative faiblesse de sa résistance à la traction, il n'en est pas de même pour les contraintes de traction. C'est pourquoi l'on dispose dans les parties tendues d'une pièce en béton des armatures (barres ou treillis soudés) en acier (matériau qui présente une bonne résistance à la traction). Chaque constituant joue ainsi son rôle au mieux de ses performances : le béton travaille en compression et l'acier en traction. Ce matériau est appelé béton armé. L'idée d'associer au béton des armatures d'acier disposées dans les parties tendues revient à J. Lambot (1848) et à J. Monier (1849), ce dernier déposa un brevet pour des caisses horticoles en ciment armé. Les premières applications du béton armé dans des constructions sont dues à E. Coignet, puis à F. Hennebique, qui a réalisé le premier immeuble entièrement en béton armé en 1900. La quantité d'armatures et leur disposition, dictées par la répartition des contraintes, résultent de calculs qui font appel aux lois de comportement des matériaux. Les bétons sont en majorité employés en association avec des armatures en acier. Les armatures sont dans le cas du béton armé appelées « armatures passives » en opposition des « armatures actives » du béton précontraint.

2.Objectifs du mémoire :

L'objectif principal de cette étude consiste à analyser le comportement à la flexion des poutres en béton armé selon les normes européennes Eurocode, le code Algérien CBA, le code Canadien CSA, le code Britannique BS, et le code américain ACI. Cette étude permet de mettre en relief les différences et les concordances éventuelles entre ces codes en termes de calculs justificatifs de résistance à la flexion des poutres en béton armé de barres d'acier. Les résultats de cette comparaison permettent d'enrichir la banque de données établie contribuant à la révision du code de béton Algérien CBA93.

3.Organisation du mémoire :

La structure du mémoire suit la méthodologie choisie. Elle est constituée de 6 chapitres :

✓ Chapitre I :

Ce chapitre donne des généralités sur le béton armé et définitions des cinq codes à savoir l'ACI, CBA, CSA, EUROCODE et BS.

✓ Chapitre II :

Ce chapitre présente les caractéristiques des matériaux, acier et béton établies par les cinq codes CBA93, ACI, EUROCODE, CSA et BS.

✓ Chapitre III :

Ce chapitre comprend une définition de la philosophie des états limites, les contraintes admissibles, les actions et calcul des sollicitations, et les combinaisons d'actions aux états limites ultimes (ELU) et aux états limites de service (ELS) selon les cinq codes CBA 93, ACI, EUROCODE, CSA et BS.

✓ Chapitre IV :

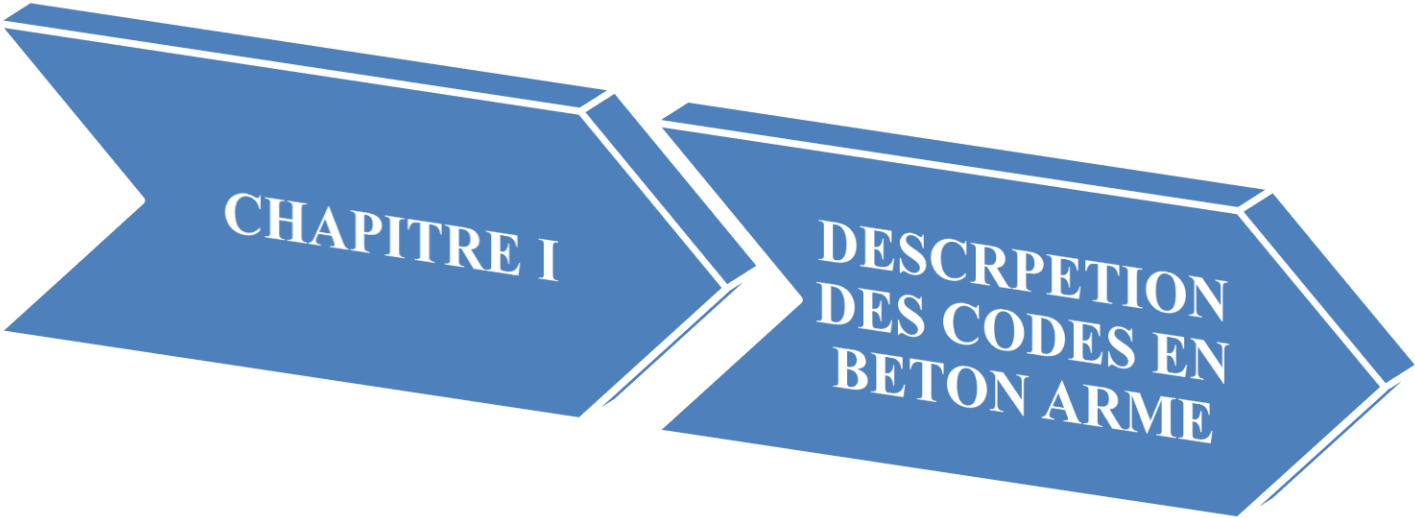
Ce chapitre est consacré à étudier les résistances des sections à la flexion et les calculs des ferraillements à l'ELU et à l'ELS selon les cinq codes CBA 93, ACI, EUROCODE, CSA et BS.

✓ Chapitre V :

On présente des comparaisons sur les méthodes de calcul des résistances à la flexion selon les codes CBA 93, ACI, EUROCODE, CSA, BS avec interprétations des points concordants et les différences marquantes.

✓ Chapitre VI :

Ce chapitre présente un exemple numérique suivi par les principales conclusions obtenues de cette étude, clôturées par des propositions et recommandations générales comme contribution pour une éventuelle révision du code Algérien (CBA).



CHAPITRE I

**DESCRPTION
DES CODES EN
BETON ARME**

I. DESCRIPTION DES CODES EN BETON ARME

I.1. INTRODUCTION:

I.1.1. Béton armé:

Le béton armé (B.A) est un matériau complexe ou, abrégativement, un complexe, constitué par la réunion de deux matériaux que nous admettrons simples : c'est le béton et l'acier, disposés d'une façon à utiliser d'une manière économique et rationnelle les résistances propres de chacun d'eux. On appelle béton : le mélange dans des proportions convenables des granulats (sable, gravier, etc.), liant hydraulique (ciment) et eau. On appelle béton armé le matériau obtenu en ajoutant au béton des barres en acier. Ces barres en acier sont généralement appelées armatures.

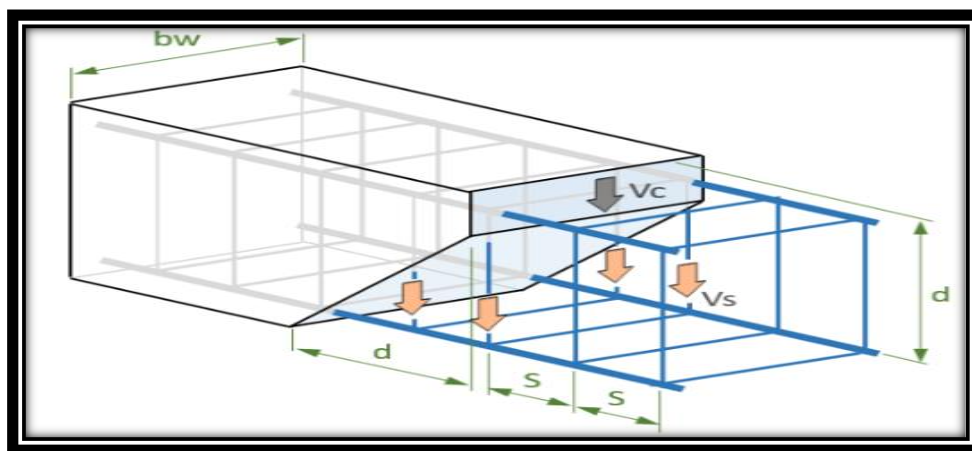


Figure I.1 Poutre rectangulaire en béton avec armatures en acier est un exemple d'un élément en béton armé

I.1.2. L'importance de renforcement dans le béton :

L'un des principaux inconvénients du béton est sa très faible résistance à la traction qui est pratiquement dépassée à de faibles niveaux de charges. Il en résulte une fissuration des surfaces en béton qui, à son tour, entraîne des problèmes esthétiques (grande déviation des poutres ou des dalles) pour l'état limite de service ainsi que des problèmes d'intégrité structurelle à l'état limite ultime. En revanche, l'acier d'armature a une résistance à la traction assez élevée et une loi de comportement symétrique en traction et compression. Cependant, une barre d'armature seule soumise à une compression échoue prématurément en raison du flambage. Pour ces raisons, l'utilisation d'armatures dans une section en béton conduit à un comportement structurel efficace, car l'armature en acier fonctionne efficacement sous tension et le béton fonctionne efficacement en compression et confine l'armature de compression.

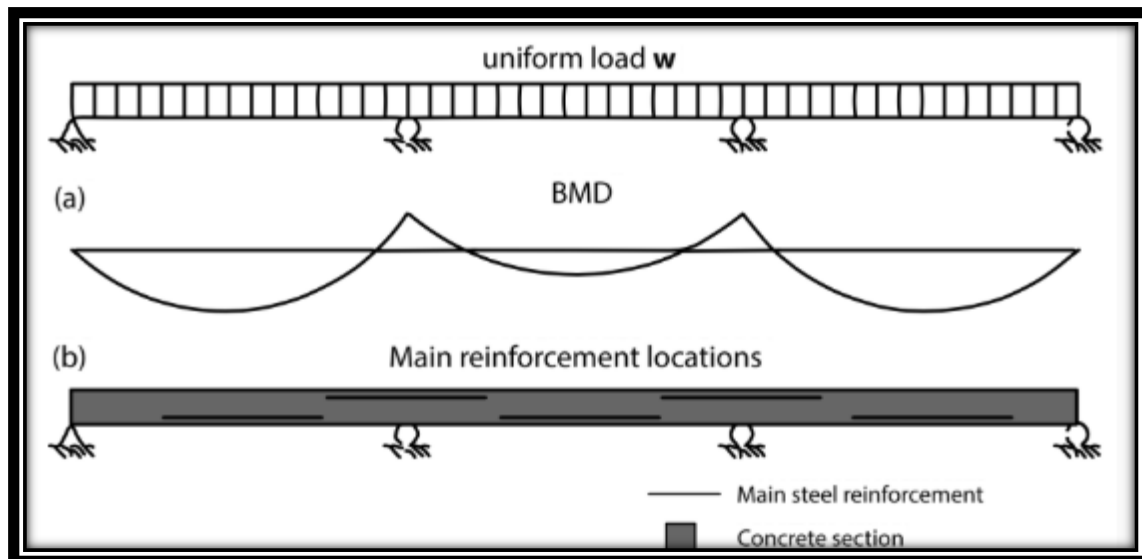


Figure I.2 Poutre continue à 3 travées sous une charge uniforme : (a) Diagramme du moment de flexion et (b) Emplacements principaux des armatures.

Il est important de noter que la collaboration entre le béton et l'acier d'armature est facilitée par le fait que les deux matériaux ont le même coefficient de dilatation thermique, ce qui signifie que la variation de température ne provoque pas de contraintes internes supplémentaires dans l'interface béton-armature.

I.1.3. L'utilisation du béton armé :

De nos jours, le béton armé est couramment utilisé dans la construction moderne, principalement pour les bâtiments et les ponts. Ces projets peuvent inclure une grande variété de membres, tels que :

- **Éléments de type plaque** : plaques horizontales (dalles, dalles de tablier de pont et dalles de fondation de radier) ou verticales (par exemple, murs de cisaillement et murs de noyau autour des escaliers ou des ascenseurs)
- **Éléments de type ligne** : tels que des poutres, des colonnes ou des pieux.

Les éléments de type plaque à chargement vertical offrent rigidité et résistance dans plus d'une direction dans le plan de l'élément, tandis que les éléments de type ligne confèrent résistance et rigidité principalement dans une direction.

I.2. Description et évolution des normes de calcul CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS :

I.2.1. CBA (Règles de Conception et de Calcul des structures en Béton Armé) :

"Règles de conception et de calcul des structures en béton armé", en abrégé "C.B.A. 93", a pour objet de spécifier les principes et les méthodes les plus actuels devant présider et servir à la conception et aux calculs de vérification des structures et ouvrages en béton armé, et s'applique plus spécialement aux bâtiments courants.

Il s'inscrit en droite ligne dans la philosophie du premier document de base du schéma technique réglementaire national, savoir le DTR BC 2.1 "Principes généraux pour vérifier la sécurité des

ouvrages" qui fixe les méthodes modernes de vérification des structures basées sur la théorie des états limites et qui est lui-même issu de la norme internationale ISO 2394-1973.

Le premier règlement technique national Algérien qui est appliqué officiellement et définitivement est inspiré des règlements français existants tels que le "C.C.B.A. 68" qui est basé sur la théorie des "contraintes admissibles" (domaine élastique). Et plus récemment "le B.A.E.L 80, puis 83" qui est depuis une dizaine d'années était enseigné dans les instituts de génie civil et grandes écoles.

La circulaire du Ministère de l'habitat n°780 du 15.08.1989 a autorisé l'utilisation du règlement D.T.R BC 2.41, CBA93 avec autre règlement étrangers pendant la période de transition allant jusqu'au 31.12.1996.

Ce règlement est très important et dans le futur sera très performant avec "le retour d'expérience" de ses utilisateurs.

-Domaine d'application :

Les présentes règles de calculs sont applicables à tous les ouvrages et constructions en béton armé, soumis à des ambiances s'écartant peu des seules influences climatiques, et dont le béton est constitué de granulats naturels normaux, avec un dosage en ciment au moins égal à 300 kg/m³ de béton mis en œuvre.

Restent en dehors du domaine des présentes règles :

- ❖ Les constructions en béton non armé .
- ❖ Les constructions en béton constitué de granulats légers.
- ❖ Les constructions en béton caverneux ou cellulaire mixtes acier –béton.
- ❖ Les éléments soumis en service à des températures s'écartant sensiblement de celles qui résultent des seules influences climatiques.

I.2.2.ACI (American Concrete Institute):

American Concrete Institute (ACI) au début appelé Association Nationale des Utilisateurs de ciment, est une association technique et pédagogique à but non lucratif qui élabore des normes, fondée en janvier 1905 lors d'une convention à Indianapolis. Le siège de l'Institut est actuellement situé à Farmington Hills, dans le Michigan, aux États-Unis. ACI est l'une des principales autorités du monde dans la technologie du béton. Il a comme mission de fournir des connaissances et des informations afin d'avoir la meilleure utilisation du béton dans l'industrie.

En 1908, le premier siège officiel de l'Association nationale des utilisateurs de ciment (NUAC : National Association of Cement Users) fut établi au bureau de Richard Humphey qui a été élu comme premier président. En 1910 le premier "code du bâtiment" en béton armé fut apparu. En juillet 1913, le nom de l'association NACU fut changé à l'American Concrete Institute (ACI).

Entre 1945 et 1949, le premier code ACI fut délivré, en 1983 les règles et les commentaires du code ACI apparurent côte à côte pour la première fois.

Evolution du code depuis son apparition est comme suit :

- ❖ 1910 NACU Standard No. 4 Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete.
- ❖ 1920 American Concrete Institute Standard Specifications No. 23.
- ❖ 1927 Reinforced Concrete Building Design and Specifications.
- ❖ 1936 Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 501-36T).
- ❖ 1941 Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 318-41).
- ❖ 1947, 1951, 1956 Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-47) (ACI 318-51), (ACI 318-56).
- ❖ 1963, 1971 Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63) (ACI 318-71).
- ❖ 1973-1974-1975-1976 Supplement to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71).
- ❖ 1977- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77), his Commentary (ACI 318R-77).
- ❖ 1980- Supplement to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77).
- ❖ 1983- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83), his Commentary (ACI 318R-83).
- ❖ 1986- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83) (Revised 1986).
- ❖ 1989- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89).
- ❖ 1992- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89) (Revised 1992).
- ❖ 1995-1999-2002-2005-2008-2011-2014-2019 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95) (ACI 318R-99) (ACI 318R-02) (ACI 318R-05) (ACI 318R-08) Commentary (ACI 318M-95) (ACI 318M-99) (ACI 318M-02) (ACI 318M-05) (ACI 318M-08) (ACI 318M-11) (ACI 318M-14) (ACI 318M-19).

-Domaine d'application :

Le code est destiné à couvrir tous les bâtiments de types habituels, et les types d'ouvrages en béton.

I.2.3. EUROCODE (Norme Européenne) :

Les Eurocodes sont des normes européennes de conception et de calcul des bâtiments et des structures de génie civil. Elles ont pour objet d'harmoniser les règles de conception et de calcul au sein des différents états européens – membres de l'Union Européenne (UE) et de l'association européenne de libre-échange (AELE) – et de contribuer ainsi à la création du marché unique de la construction (ouverture du marché européen aux entreprises et aux bureaux d'ingénierie) et au renforcement de la compétitivité de l'ingénierie européenne.

-Origine du programme des Eurocodes :

En 1975, la Commission des Communautés Européennes arrêta un programme d'actions dans le domaine de la construction. L'objectif de ce programme était l'élimination d'obstacles aux échanges et l'harmonisation des spécifications techniques.

Dans le cadre de ce programme d'actions, la Commission prit l'initiative d'établir un ensemble de règles techniques harmonisées pour le dimensionnement des ouvrages.

En 1989, la Commission et les États Membres de l'Union Européenne (UE) et de l'AELE (l'Association Européenne de Libre-Echange) décidèrent, sur la base d'un accord entre la Commission et le CEN (Comité Européenne de Normalisation), de transférer au CEN, par une série de Mandats, la préparation et la publication des Eurocodes, afin de leur donner par la suite un statut de normes européennes.

Le programme des Eurocodes Structuraux comprend les normes suivantes, chacune étant, en général, constituée d'un certain nombre de Parties :

- ❖ EN 1990 Eurocode 0 : bases de calcul des structures.
- ❖ EN 1991 Eurocode 1 : actions sur les structures.
- ❖ EN 1992 Eurocode 2 : calcul des structures en béton.
- ❖ EN 1993 Eurocode 3 : calcul des structures en acier.
- ❖ EN 1994 Eurocode 4 : calcul des structures mixtes acier-béton.
- ❖ EN 1995 Eurocode 5 : calcul des structures en bois.
- ❖ EN 1996 Eurocode 6 : calcul des structures en maçonnerie.
- ❖ EN 1997 Eurocode 7 : calcul géotechnique.
- ❖ EN 1998 Eurocode 8 : calcul des structures pour leur résistance aux séismes.
- ❖ EN 1999 Eurocode 9 : calcul des structures en alliages d'aluminium.

Les normes Eurocodes reconnaissent la responsabilité des autorités réglementaires dans chaque État Membre et ont safeguardé le droit de celles-ci de déterminer, au niveau national, des valeurs relatives aux questions réglementaires de sécurité, là où ces valeurs continuent à différer d'un État à l'autre.

-Domaine d'application des Eurocodes 2 :

L'Eurocode 2 s'applique au calcul des bâtiments et des ouvrages de génie civil en béton non armé, en béton armé ou en béton précontraint. Il est conforme aux principes et exigences de sécurité et d'aptitude au service des ouvrages et aux bases de calcul et de vérification données dans l'EN 1990 : Bases de calcul des structures.

L'Eurocode 2 ne traite que ce qui concerne les exigences de résistance mécanique, d'aptitude au service, de durabilité et de résistance au feu des structures en béton. Les autres exigences, celles relatives aux isolations thermiques et acoustiques, par exemple, ne sont pas abordées.

I.2.4. CSA (Canadian Standard Association) :

Le développement des normes de l'association canadienne de normalisation (CSA) a été réalisé suite à un consensus approuvé par le conseil canadien de normalisation, cette opération rassemble des volontaires qui représentent des avis et des opinions différentes pour obtenir à un consensus et déposer des normes. Tandis que la CSA gère cette opération et définit les règles pour avoir l'équité et le consensus.

Sous les auspices du gouvernement fédéral l'association canadienne de normalisation (CSA) a reçu ses lettres patentes en 1919 et son accréditation au sein du Système de Normes nationales par le Conseil canadien des normes en 1973. Association d'affiliation libre, sans but lucratif ni pouvoir de réglementation, elle se consacre à l'élaboration de normes et à la certification.

Les normes CSA reflètent le consensus de producteurs et d'utilisateurs de partout au pays, au nombre desquels se trouvent des fabricants, des consommateurs, des détaillants et des représentants de syndicats, de corps professionnels et d'agences gouvernementales.

L'utilisation des normes CSA est très répandue dans l'industrie et le commerce, et leur adoption à divers ordres de législation, tant municipale et provinciale que fédéral, est chose courante, particulièrement dans les domaines de la santé, de la sécurité, du bâtiment, de la construction et de l'environnement.

Les Canadiens d'un bout à l'autre du pays témoignent de leur appui au travail de normalisation mené par la CSA en participant bénévolement aux travaux des comités de la CSA et en appuyant ses objectifs par leurs cotisations de membres de soutien. Les cotisations représentent une source importante de revenu pour les services de soutien à la normalisation volontaire.

L'Association offre des services de certification et de mise à l'essai qui appuient et complètent ses activités dans le domaine de l'élaboration de normes. De manière à assurer l'intégrité de son processus de certification, l'association procède de façon régulière et continue à l'examen et à l'inspection des produits portant la marque CSA.

Outre son siège social et ses laboratoires à Toronto, la CSA possède des bureaux régionaux dans des centres vitaux partout au Canada, de même que des agences d'inspection et d'essai dans huit pays. La CSA est un organisme de services indépendant dont la mission est d'offrir une tribune libre et efficace pour la réalisation d'activités facilitant l'échange de biens et de services par l'intermédiaire de services de normalisation, de certification et autres, pour répondre aux besoins de nos clients, tant à l'échelle nationale qu'internationale.

Les normes CSA sont codifiées "CSA - XXXX – année", si la norme est une norme nationale au Canada, alors elle est codée "CAN/CSA - XXXX – année", nous pouvons citer par exemple, la norme relative au calcul des ouvrages en béton CAN/CSA-A23.3-04, les normes CSA rédigées en français s'identifient par la présence de la lettre F, ainsi cette même norme rédigée en français est codée : CAN/CSA-Z1000-F06.

-Normes de calcul des structures en béton :

- ❖ CAN/CSA-A23.3-04: Design of Concrete Structures (calcul des ouvrages en béton).
- ❖ CAN/CSA-S6-06: Canadian Highway Bridge Design code.
- ❖ CSA-A23.1-09 et CSA-A23.2-09: Concrete Materials and Methods of concrete construction / Methods of test for concrete. (Béton : constituants et exécution des travaux / Méthodes d'essai et pratiques normalisées pour le béton).
- ❖ CSA-A23.4-09 : Precast concrete Materials and construction / Qualification code for Architectural structural precast concrete Products (Béton préfabriqué : constituants et exécution des travaux).

- Domaine d'application de la norme CSA-A23.3 :

Cette norme prescrit des exigences relatives au calcul et à l'évaluation :

- Des ouvrages en béton armé et précontraint.
- Des éléments en béton non armé.
- Des ouvrages spéciaux, comme les ouvrages de stationnement, les arches, les réservoirs, les silos, les tours, les châteaux d'eau, les ouvrages résistant aux explosions et les cheminées, en conformité au Code national du bâtiment du Canada.

I.2.5. BS (BRITISH STANDARD) :

- Développement de codes de conception

Les normes britanniques (British Standards BS) sont les normes produites par le British Standards Institution (BSI), qui est le National Standards Body (NSB) du Royaume-Uni (UK). Il a été créé en 1901 par le Conseil de l'Institution des ingénieurs civils sous le nom de « Comité des normes d'ingénierie ». En 1929, il reçut une charte royale et devint le British Standards Institution Group.

Le premier code de conception pour les structures en béton au Royaume-Uni a été introduit en 1934. Par la suite, de nouveaux codes ont été introduits. Les codes clés sont répertoriés dans le tableau ci-dessous. Invariablement, il y avait un certain chevauchement à chaque transition entre un ancien et un nouveau code. De plus, les codes sont soumis à des révisions avant d'être éventuellement remplacés. Certains codes étaient accompagnés de guides.

Tableau I.1 Codes de conception

Date	Codes de conception
1948	CP 114, The structural use of normal reinforced concrete in buildings (revised version published in 1957, published in metric form as Part 2 in January 1969).
1959	CP 115, The structural use of prestressed concrete in buildings.
1960	CP 2007: Part 2, Design and construction of reinforced and prestressed concrete structures for the storage of water and other aqueous liquids (published in metric form in 1970)
1965	CP 116, The structural use of precast concrete.
1972	CP 110, Code of practice for the structural use of concrete.
1973	Technical Memorandum (Bridges) BE 1/73, Reinforced concrete highway structures, BE 2/73 Prestressed concrete highway structures.
1976	BS 5337, Code of practice for the structural use of concrete for retaining aqueous liquids.
1984	BS 5400, Steel, concrete and composite bridges, Part 4, Code of practice for design of concrete bridges.
1984	BS 6349, Maritime structures.
1985	BS 8110, Structural use of concrete, Part 1, Code of practice for design and construction, Part 2, Code of practice for special circumstances.
1987	BS 8007, Code of practice for design of concrete structures for retaining aqueous liquids.

1990	BS 5502, Buildings and structures for agriculture.
------	--

-Domaine d'application :

La partie du document BS8110 donne des recommandations pour l'utilisation structurelle du béton dans les bâtiments et les structures, à l'exclusion des ponts et du béton de structure fait de ciment à haute teneur en alumine. Les recommandations de robustesse ont été préparées en supposant que tous les éléments porteurs, comme les dalles, les colonnes et les murs, sont en béton. Dans une structure où des éléments en béton tels que des dalles de plancher sont utilisés conjointement avec des éléments porteurs d'autres matériaux, des principes similaires sont appropriés, mais lorsque d'autres moyens assurent une robustesse adéquate, les traverses recommandées par le présent code peuvent ne pas être nécessaires.

NOTE : Il est à noter qu'il existe des normes britanniques appropriées pour les produits en béton préfabriqué, par exemple les trottoirs et les tuyaux, mais il n'est pas prévu que ce code remplace leurs exigences plus spécifiques.



CHAPITRE II

Caractéristiques
des matériaux

II. Caractéristiques des matériaux selon CBA, ACI, EUROCODE CSA et BS

Ce chapitre comporte l'étude des caractéristiques des matériaux, acier et béton, établies par les cinq codes CBA – ACI – EUROCODE - CSA et BS. L'objectif de cette partie est de présenter les principales caractéristiques des matériaux utilisés en béton armé, puis les modèles adoptés conduisant les calculs réglementaires.

II.1. Béton :

II.1.1. Généralités

a) Définition du béton :

Le béton est un composite hétérogène qui résulte du mélange intime de ciment, de granulats, d'eau et éventuellement de faibles quantités d'adjuvants. Ces constituants sont dosés de manière à obtenir, après durcissement, un produit solide dont les propriétés mécaniques peuvent être supérieures à celles des roches naturelles.

b) La vie du béton :

Mise en œuvre

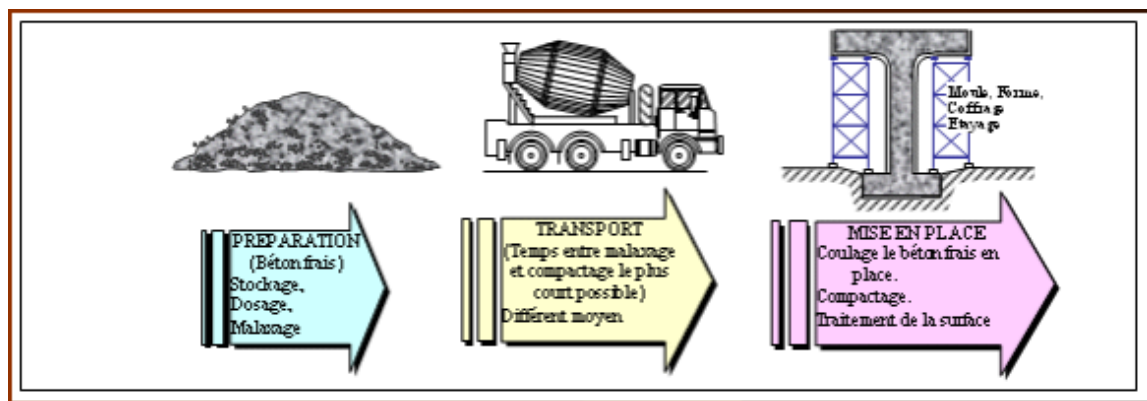


Figure II.1 Mise en œuvre

Durcissement :

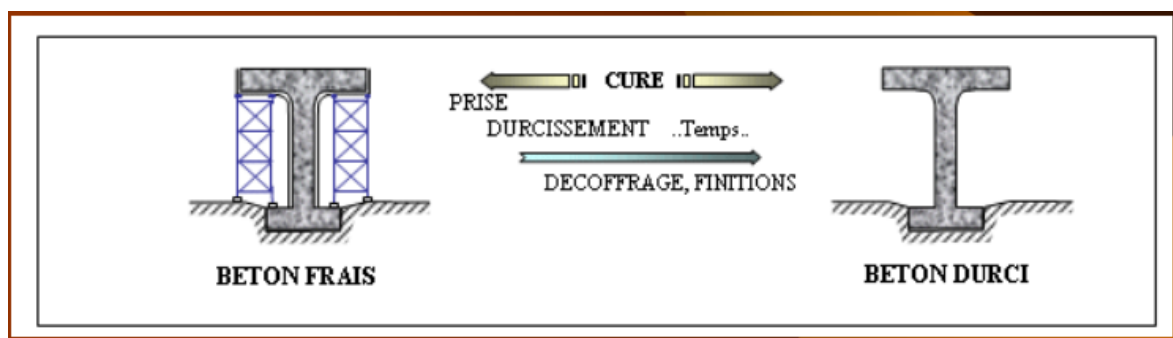
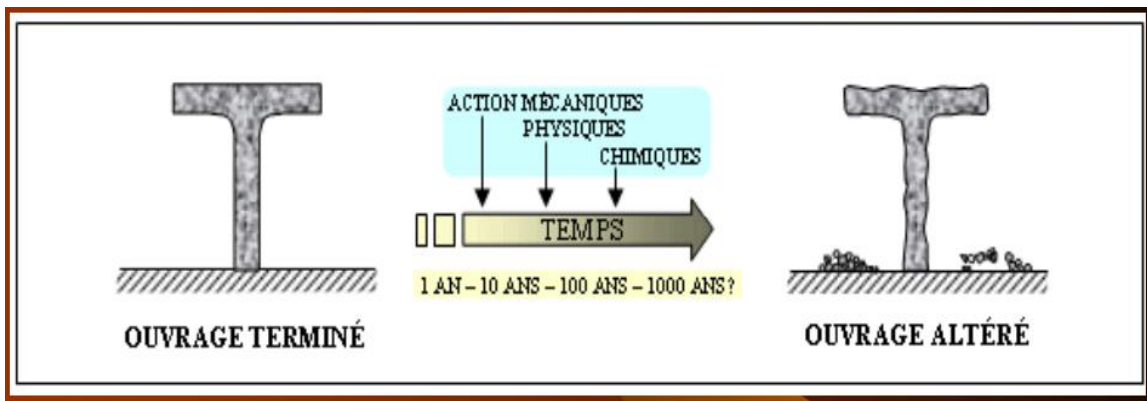


Figure II.2 Durcissement

Viellissement :**Figure II.3 Vieillissement**

Pour être durable, un béton doit :

- Être bien composé.
- Correctement mis en œuvre.
- Protégé des causes possibles d'altération par des dispositions constructives adéquates.

c) Le béton répond parfaitement à ces conditions de choix :

- 1 – Il est constitué de matériaux naturels primaires largement distribués à la surface de la terre ;
- 2 – Sa mise en œuvre est aisée et ne nécessite que l'utilisation d'une main-d'œuvre rapidement formée ;
- 3 – Il permet une adaptation facile aux formes les plus variées puisque, mis en place dans des moules ou coffrages, il en épouse les volumes, aussi complexes soient-ils, permettant ainsi les plus grandes audaces architecturales ;
- 4 – Ses capacités de résistance dépassent celles des meilleures roches naturelles ;
- 5 – Sa durabilité est plus que séculaire lorsqu'il est correctement formulé et mis en œuvre ; il résiste bien aux effets d'environnements corrosifs et, en particulier, à l'action de l'eau de mer ; il offre une bonne tenue au feu, garantie de sécurité vis-à-vis des incendies ;
- 6 – Son prix de revient, enfin, fait du béton le matériau irremplaçable dans le domaine de la construction

d) Méthodes expérimentales :

Les méthodes de formulation de béton les plus utilisées sont les suivantes :

- Méthode de Bolomey.
- Méthode d'Abrams.
- Méthode de Faury.

- Méthode de Vallette.
- Méthode de Baron et Lesage.
- Méthode de Dreux et Gorisse.
- Méthode simplifiée.

II.1.2. Caractéristiques physiques et mécaniques :

II.1.2.1 Résistance caractéristique à la compression :

Dans les cas courants, le béton est défini au point de vue mécanique par sa résistance à la compression à 28 jours d'âge (f_{c28}) .

A) Selon le code CBA :

Pour l'établissement des projets, dans les cas courants, un béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours, dite valeur caractéristique requise (ou spécifiée). Celle-ci, notée f_{c28} , est choisie à priori, compte tenu des possibilités locales ; et des régies de contrôle qui permettent de vérifier qu'elle est atteinte.

Lorsque des sollicitations s'exercent sur un béton dont l'âge de j jours (en cours d'exécution) est inférieur à 28, on se réfère à la résistance caractéristique f_{cj} obtenue au jour considéré.

On peut admettre que pour $j \leq 28$ la résistance f_{cj} des bétons non traités thermiquement suivent approximativement les lois suivantes :(Article A.2.1.1.1, page 5, CBA 93).

$$f_{cj} = \frac{j}{4.76+0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40\text{MPa} \quad (\text{II.1})$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1.40+0.95j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} > 40\text{MPa} \quad (\text{II.2})$$

Les bétons à haute résistance contenant des ultras -fines actives peuvent avoir une loi d'évolution intermédiaire entre les deux précédentes.

Pour justifier la résistance des sections, la valeur f_{cj} est conventionnellement bornée supérieurement à f_{c28} . Pour d'autres types de vérifications, on peut admettre une valeur au plus égale à $1,10 f_{c28}$ lorsque l'âge dépasse 28 jours, à condition que le béton ne soit pas traité thermiquement et que sa résistance f_{c28} atteigne au plus 40 MPa.

On peut alors évaluer la valeur de f_{cj} par la première formule (II.1) ci-dessus pour $28 < j < 60$, cependant $f_{cj} = 1.1 f_{c28}$ pour $j \geq 60$.

Dans tous les cas la résistance à la compression est mesurée par compression axiale de cylindres droits de révolution de 200 cm² de section et d'une hauteur double de leur diamètre.

B) Selon le code ACI :

Le béton est défini par sa résistance à la compression spécifiée f'_c et qui ne doit pas être inférieur à 2500 psi= 17 MPa (Article 1.1.1 ACI 318M-08), cette résistance est déduite d'essais effectuée à 28

jours d'âge sur des cylindres d'environ 6 x12 in= 15 x 30 cm ou 4 x 8 in=10 x20cm (article 5.3.3.2 ; Page 318-69 ACI 318-08).

Lorsqu'on dispose d'une expérience antérieure portant sur les mêmes matériaux constitutifs et les mêmes conditions de fabrication que celle prévues, la résistance moyenne requise f'_{cr} est déterminée par des essais d'au moins 30 éprouvettes consécutives, de manière à respecter la condition. (Article 5.3.2; Page 69 ACI 318M-08).

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_c \leq 35 \text{ MPa} \rightarrow \max (f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s ; f'_{cr} = f'_c + 2,33S_s - 3,5) \end{array} \right. \quad (\text{II.3})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_c \leq 5000 \text{ Psi} \rightarrow \max (f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s ; f'_{cr} = f'_c + 2,33S_s - 500) \end{array} \right. \quad (\text{II.3})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_c > 35 \text{ MPa (5000 Psi)} \rightarrow \max (f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s ; f'_c = 0,90f'_r + 2,33S_s) \end{array} \right. \quad (\text{II.4})$$

$$S_s = (\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1))^{1/2} \quad (\text{II.5})$$

Avec :

S_s : L'écart-type en [MPa].

x_i : La résistance individuelle des essais tels que définis à l'article 5.6.2.4.

$\bar{x}$: Moyenne des résultats des tests d'intensité n .

n : Nombre d'essais de résistance consécutifs.

Lorsque le nombre d'essais (épreuve) est situé entre 15 et 30, l'écart-type S_s est augmenté d'un facteur donné par le tableau II .1 si dessous :

Tableau II.1 Facteur de modification de l'écart-type S_s lorsque moins de 30 tests sont disponibles

Nombre des essais	Facteur de modification de l'écart-type S_s [MPa]
15	1.16
20	1.08
25	1.03
30 ou plus	1.00

Pour un nombre d'essais inférieur à 15, on utilise le Tableau II.2.

Tableau II.2 Résistance à la compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un écart-type d'échantillon (nombre d'essais moins de 15)

Les formules en psi (Table 5.3.2.2; Page 318-68 ACI 318-08).	Les formules en MPa (Table 5.3.2.2; Page 68 ACI 318M-8).
pour $f'_c < 3000 \text{ psi}$ $f'_{cr} = f'_c + 1000$	pour $f'_c < 21 \text{ MPa}$ $f'_{cr} = f'_c + 7$
Pour $3000 \text{ psi} \leq f'_c \leq 5000 \text{ psi}$ $f'_{cr} = f'_c + 1200$	Pour $21 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 35 \text{ MPa}$ $f'_{cr} = f'_c + 8.3$
Pour $f'_c > 5000 \text{ psi}$ $f'_{cr} = 1.10f'_c + 700$	Pour $f'_c > 35 \text{ MPa}$ $f'_{cr} = 1.10f'_c + 5$

C) Selon le code EUROCODE :

La résistance en compression du béton est désignée par des classes de résistance liées à la résistance caractéristique mesurée sur cylindre f_{ck} ou sur cube $f_{ck,cube}$, conformément au tableau donné en annexe I de ce mémoire.

La résistance moyenne en compression du béton à 28 jours f_{cm} , peut être évaluée par l'expression suivante :

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (\text{II.6})$$

La résistance en compression du béton à l'âge t dépend du type de ciment, de la température et des conditions de cure. Pour une température moyenne de 20 °C et une cure conforme à l'EN 12390, la résistance en compression du béton à différents âges t , $f_{cm}(t)$ peut être estimée à l'aide des Expressions (II.6) et (II.7). (Article 3-1-2 (6) page 26 EN 1992-1-1 :2004).

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t)f_{cm} \quad (\text{II.7})$$

Avec :

$$\beta_{cc} = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (\text{II.8})$$

Où :

$f_{cm}(t)$: est la résistance moyenne en compression du béton à l'âge de t jours

f_{cm} : est la résistance moyenne en compression du béton à 28 jours, conformément au tableau donné en annexe I de ce mémoire.

$\beta_{cc}(t)$: est un coefficient qui dépend de l'âge t du béton

t : est l'âge du béton, en jours

S : est un coefficient qui dépend du type de ciment :

$S = 0,20$ pour les ciments de classe de résistance CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R (Classe R)

$S = 0,25$ pour les ciments de classe de résistance CEM 32,5 R, CEM 42,5 N (Classe N).

$S = 0,38$ pour les ciments de classe de résistance CEM 32,5 N (Classe S).

D) Selon le code CSA :

Pour déterminer la résistance à la compression, la norme canadienne CSA A23.1 spécifie l'utilisation de cylindres dont la longueur est le double du diamètre.

Des cylindres de dimensions de 300 mm×150 mm pour des bétons normaux et 200 mm × 100 mm pour des bétons à haute résistance sont habituellement utilisés. Le résultat d'un essai est la moyenne des résistances de deux cylindres de 300 mm ×150 mm testés au même âge. Pour des cylindres de 200 mm × 100 mm, la moyenne des résultats d'essais doit être multipliée par 0,95 car les petits cylindres présentent des résistances plus grandes que les cylindres de plus grande dimension. La résistance à la compression spécifiée de béton obtenue à 28 jours sur cylindres est notée f'_c , cette résistance utilisée dans les calculs ne doit pas être inférieure à 20 MPa, ni supérieure à 80 MPa. (Article 8.6.1.1 CSA-A23.3).

Note :

Les concepteurs qui planifient d'utiliser des résistances du béton supérieur à 50 MPa devraient déterminer si de tels bétons sont existants dans leurs régions. La fabrication ou l'utilisation de bétons haute résistance peuvent exiger la qualification préalable des fournisseurs et des entrepreneurs, ainsi que de la technique de construction spécialisée.

On peut déroger à l'exigence relative à la limite supérieure de la résistance à la compression spécifiée des bétons mentionnée à l'article 8.6.1.1 de CSA-A23.3. Cependant, cette dérogation n'est admise que si les propriétés structurales et les exigences détaillées des bétons armés dont la résistance est supérieure à 80 MPa sont établies pour des bétons similaires à ceux qu'on utilisera.

La résistance à la compression du béton à l'âge de t jours, notée $f'_c(t)$ est une relation en fonction du temps. Parmi les différentes relations nous retiendrons la formule suivante :

$$f'_c(t) \approx f'_c \frac{t}{4 + 0.85t} \quad (\text{II.9})$$

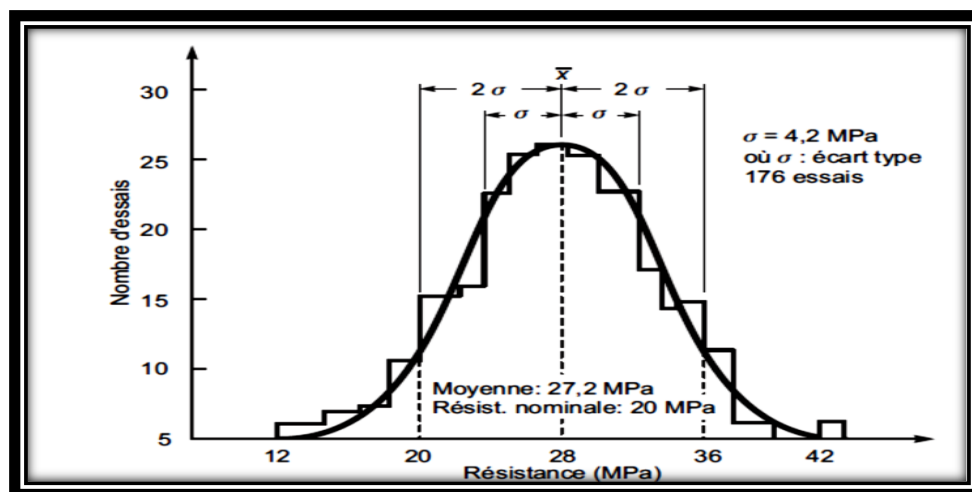


Figure II.4 Dispersion obtenue lors d'essais de compression.

Plus la variabilité de la résistance est grande plus la moyenne des échantillons testés devra excéder la valeur nominale pour s'assurer qu'un nombre limité d'échantillons ait une résistance inférieure à la résistance nominale.

La norme CSA Standard A23.3 spécifie que la valeur moyenne de 30 essais de résistance consécutifs soit :

$$\bar{f}_c \geq f'_c + 1.4\sigma \quad \text{Pour } \sigma > 3.5 \text{ MPa} \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{f}_c \geq f'_c + (2.4\sigma - 3.5) \quad \text{Pour } \sigma \leq 3.5 \text{ MPa} \quad (\text{II.11})$$

Où :

σ : l'écart type.

E) Selon le code BS :

La résistance à la compression du béton est généralement déterminée par des essais de compression sur des cubes de 100 mm à l'âge de 28 jours. Ces cubes sont préparés selon une procédure normalisée établie dans la norme BS EN 12390-1 (2000). Une autre approche consiste à utiliser des cylindres de 100 mm de diamètre par 200 mm de longueur. Quelle que soit la forme de l'échantillon d'essai, si un grand nombre d'essais de compression étaient effectués sur des échantillons faits du même mélange, on constaterait qu'un tracé de la résistance à l'écrasement par rapport à la fréquence de l'occurrence se rapprocherait d'une distribution normale. À des fins de conception, il est nécessaire d'assumer une valeur unique de la résistance du mélange. Cependant, le choix d'une valeur trop élevée entraînera une forte probabilité que la plus grande partie de la structure sera construite avec du béton ayant une résistance inférieure à cette valeur. À l'inverse, une valeur trop faible entraînera une utilisation inadéquate du matériau. En tant que compromis entre économie et sécurité, la norme BS 8110 fait référence à la résistance caractéristique (f_{cu}) qui est définie comme la valeur en dessous de laquelle pas plus de 5 pour cent des résultats des essais tombent. (Chanakya Arya, 2009)

La résistance caractéristique f_{cu} est donnée par l'expression suivante :

$$f_{cu} = f_m + 1.64 \text{ sd} \quad (\text{II.12})$$

Où f_m : la résistance moyenne à la compression du béton

sd: l'écart type

La résistance caractéristique à la compression du béton f_{cu} peut être identifiée par sa classe de résistance donnée par le Tableau II.3.

Tableau II.3 Résistance à la compression du béton normal obtenue sur cube.

Classe de résistance	Résistance caractéristique f_{cu}	Résistance du cube à l'âge de :				
		7 jours	2 mois	3 mois	6 mois	1 an
	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²
20	20.0	13.5	22.	23	24	25
25	25.0	16.5	27.5	29	30	31
30	30.0	20	33	35	36	37
40	40.0	28	44	45.5	47.5	50
50	50.0	30	54	55.5	57.5	60

Pour le béton armé, la plus basse classe de résistance utilisée est le C15 (15 MPa) pour le béton d'agréats légers et C25 (25 MPa) pour le béton d'agréats normaux.

Notez que la classe de résistance se compose de la résistance caractéristique du cylindre du mélange, suivie de sa résistance caractéristique du cube.

Lorsque l'augmentation de la charge est réglée à la main, ajustez la diminution du taux de charge près de la charge de rupture. Calculez la résistance à la compression R_c en N / mm² à partir de (article 9.3 page 16 EN 196-1 :1994) :

$$R_c = \frac{F_c}{1600} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

R_c : est la résistance à la compression, en Newtons par millimètre carré.

F_c : est la charge maximale à la rupture, en Newtons.

1600 = 40 mm × 40 mm : est l'aire des plateaux ou plaques auxiliaires, en millimètres carrés.

II.1.2.2 Résistance caractéristique à la traction :

La résistance caractéristique du béton à la traction est évaluée expérimentalement par les différentes méthodes suivantes :

Essai de flexion simple, essai de fendage (ou essai Brésilien), essai à la traction simple.

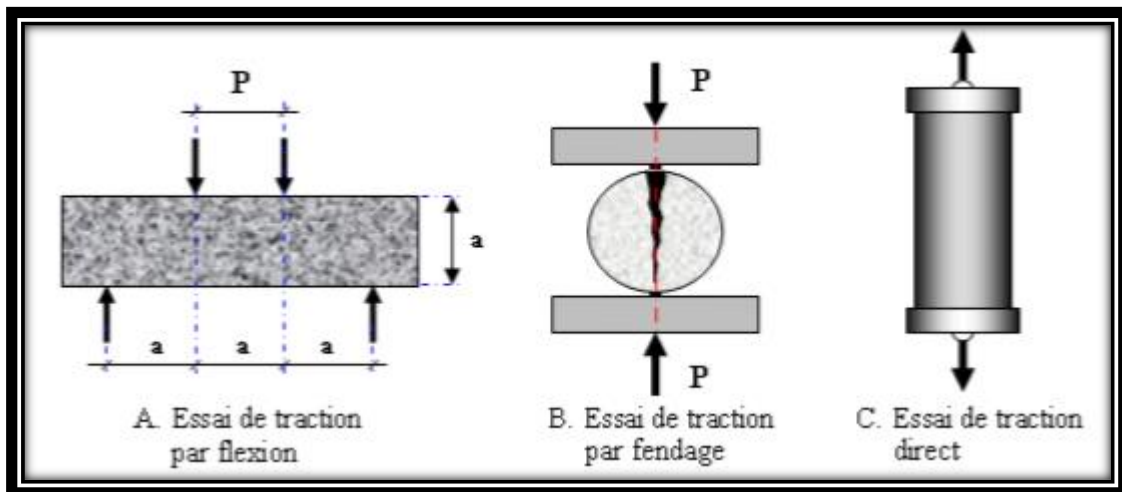


Figure II.5 Différents essais sur les résistances d'un béton en traction.

A) Selon le code de CBA :

La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours, notée f_{tj} est conventionnellement définie par la relation :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} \quad (\text{II.14})$$

Dans laquelle f_{ij} et f_{cj} sont exprimées en MPa (ou N/mm²). Cette formule est valable pour les valeurs de $f_{cj} < 60$ MPa (Article A.2.1.1.2, page 6, CBA93).

B) Selon le code ACI :

Le code note que la résistance caractéristique à la traction par fendage du béton f_{ct} dépend de f_c et λ via la relation suivante : (Article 8.6 ; R8. Page 318-107 ACI 318-08).

La formule en MPa	La formule en PSI
$f_{ct} \approx 0.56\lambda\sqrt{f'_c}$ (II.15) (Article R8.6.1, Page 107 ACI 318M-08).	$f_{ct} \approx 6.7\lambda\sqrt{f'_c}$ (II.16) (Article R8.6.1, Page 318-107 ACI 318-08).

La résistance caractéristique à la traction par flexion du béton f_r dépend de f'_c et λ via la relation :

Les formules en MPa	Les formules en PSI
$f_r \approx 0.62\lambda\sqrt{f'_c}$ (II.17) (Article 9.5.2.3 Page 123 ACI 318M-08).	$f_r \approx 7.5\lambda\sqrt{f'_c}$ (II.18) (Article 9.5.2.3 Page 318-123 ACI 318-08).

Avec : λ est un facteur qui reflète la basse résistance à la traction du béton léger.

Pour un béton de sable léger $\lambda = 0,85$, et $\lambda = 0,75$ pour tous les autres bétons légers.

Cependant, $\lambda = 1$ pour les bétons normaux.

C) Selon le code EUROCODE :

La résistance en traction se rapporte à la contrainte maximale atteinte sous chargement en traction uniaxiale centrée. Pour la résistance à la traction en flexion, il convient de se reporter à l'article 3.1.8 EN 1992-1-1 :2004.

Lorsque la résistance en traction est déterminée comme la résistance en traction par fendage $f_{ct,sp}$, il est possible de prendre, pour la résistance en traction directe f_{ct} , une valeur approchée égale à :

$$f_{ct} = 0.9f_{ct,sp} \quad (II.19)$$

L'évolution de la résistance en traction avec le temps dépend fortement des conditions de cure et de séchage ainsi que des dimensions des éléments structuraux considérés. En première approximation, on peut admettre que la résistance en traction $f_{ctm}(t)$ vaut : (article 3.1.2, (9) Page27 EN 1992-1-1 :2004) :

$$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha f_{ctm} \quad (II.20)$$

$$\alpha = 1 \quad \text{pour } t < 28$$

$$\alpha = 2/3 \quad \text{pour } t \geq 28.$$

Les valeurs de f_{ctm} sont données dans le tableau d'annexe I.

D) Selon le code CSA :

Le code n'indique aucune formule de la résistance caractéristique à la traction.

E) Selon le code BS :

D'après la littérature, la résistance à la traction du béton est $0,10f_{cu}$. Elle est déterminée par l'essai de fendage selon les normes BS 1881 :1983 et BS EN 12390 :3 :2000 (Prab Bhatt et al., 2006, page 13).

II.1.2.3 Module de Déformations longitudinales du béton :

A) Selon le code CBA :

Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 heures, on admet à défaut de mesures, qu'à l'âge de j jours, le module de déformation longitudinale instantanée du béton E_{ij} est égal à : (Article A.2.1.2.1, CBA 93).

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{II.21})$$

f_{cj} (Exprimé en MPa) désignant la résistance caractéristique à la compression à j jours). Le module de déformation longitudinale différée : (Article A.2.1.2.2, page7, CBA93).

$$E_{vj} = 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{II.22})$$

B) Selon le code ACI :

Le module d'élasticité de béton, E_c en MPa, est donné par l'expression suivante (article 8.5.1; Page 318-107 ACI 318M-08) :

La formule en MPa	La formule en Psi
$E_c = w_c^{1.5} 43 \sqrt{f'_c} \cdot 10^{-3} \quad (\text{II.23}).$ (Article 8.5.1; Page 107 ACI 318M-08)	$E_c = w_c^{1.5} 33 \sqrt{f'_c} \quad (\text{II.24}).$ (Article 8.5.1; Page 318-107 ACI 318-08)

w_c : La masse volumique de béton comprise entre $1440 \div 2560 \text{ kg/m}^3$ ($90 \div 160 \text{ lb/ft}^3$).

f'_c : La résistance du béton à la compression, en [MPa].

Pour les bétons normaux (masse volumique = 2500 kg/m^3), E_c est donné par :

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad [\text{MPa}] \quad (\text{II.25}).$$

$$E_c = 57000 \sqrt{f'_c} \quad [\text{Psi}] \quad (\text{II.26}).$$

C) Selon le code EUROCODE :

Le module d'élasticité en fonction du temps est donné par :

$$E_{cm}(t) = \left[\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right]^{0.3} \cdot E_{cm} \quad (\text{II.27})$$

Où : E_{cm} et f_{cm} sont respectivement le module d'élasticité et la résistance à la compression moyenne du béton à 28 jours donnés au tableau de l'annexe I de ce mémoire (voir Eurocode 2 Tableau 3.1)
La relation de $f_{cm}(t)$ est donnée par l'équation II.6.

Le module d'élasticité du béton à 28 jours peut être évalué par :

$$E_{cm} = 22 \left[\frac{f_{cm}}{10} \right]^{0.3} \quad (\text{En GPa}) \quad (\text{II.28})$$

Où : f_{cm} en MPa

D) Selon le code CSA :

Le module d'élasticité du béton en compression E_c doit être défini comme le module sécant moyen pour une contrainte de $0,40f'_c$, déterminé pour béton comparable, conformément à la norme ASTM C469.

À défaut de résultats expérimentaux, on peut déterminer E_c par l'expression suivante :

$$E_c = (33000\sqrt{f'_c} + 6900) \left[\frac{\gamma_c}{2300} \right]^{1.5} \quad (\text{II.29})$$

Où γ_c : densité de béton variant de 1500 à 2500 Kg /m³

Pour un béton de densité normale dont la résistance à la compression varie entre 20 et 40 MPa, E_c est donné par (CSA A23.3-04, page 35) :

$$E_c = 4500\sqrt{f'_c} \quad (\text{II.30})$$

E) Selon le code de BS :

Le module élastique est affecté par les granulats utilisés, le rapport granulats / ciment et l'âge du béton. Cependant, les variations dues à l'un de ces facteurs ne doivent pas être prises en compte dans la conception des structures normales conformément au BS 8110-1. Les valeurs moyennes données dans le tableau II.4 sont jugées suffisamment précises pour analyser la structure afin de déterminer les distributions de forces lorsque des données précises ne sont pas disponibles.

Les valeurs du module d'élasticité du béton à 28 jours, $E_{c,28}$, données au Tableau II.4, sont obtenues par la formule suivante :

$$E_{c,28} = K_0 + 0.2f_{cu,28} \quad (\text{II.31})$$

Où :

$E_{c,28}$: est le module d'élasticité statique du béton à 28 jours.

$f_{cu,28}$: est la résistance caractéristique du béton obtenue sur cube à 28 jours (en N / mm²).

K_0 : est une constante étroitement liée au module d'élasticité du granulat (pris comme 20 kN/mm² pour le béton de poids normal).

Le module d'élasticité du béton à un âge t peut être dérivé de l'équation suivante :

$$E_{c,t} = E_{c,28} \left(0.4 + 0.6 \frac{f_{cu,t}}{f_{cu,28}} \right) \quad (\text{II.32})$$

Où :

$$t \geq 3 \text{ jours}$$

Les valeurs de $\frac{f_{cu,t}}{f_{cu,28}}$ de l'équation (II.32) peuvent être obtenues à partir du tableau II.3. Ce tableau montre qu'il est possible d'avoir en moyenne un gain de résistance au-delà de 28 jours, car cela conduira à une évaluation plus réaliste du module d'élasticité. Il convient de noter qu'il y a ici une différence par rapport à la norme BS 8110-1, où aucune augmentation de la résistance au-delà de 28 jours n'est permise pour satisfaire aux exigences de l'état limite. Une plus faible augmentation de la résistance se produira avec de petits éléments de structure qui sont exposés à un environnement sec après le durcissement initial.

Lorsque des calculs de flèche ou de déformation doivent être effectués, la fiabilité de l'estimation du module statique d'élasticité dépendra de la précision requise par le calcul. Lorsque les flèches sont d'une grande importance, des essais doivent être effectués sur du béton fait avec l'agrégat à utiliser dans la structure. Dans d'autres cas, l'expérience avec un agrégat particulier, étayée par des données d'essai générales, fournit souvent une valeur fiable pour K_0 , et donc pour $E_{c,28}$, mais avec des agrégats inconnus, il serait souhaitable, au stade de la conception, d'envisager une gamme de valeurs pour $E_{c,28}$, sur la base de $K_0 = 14 \text{ kN/mm}^2$ à 26 kN/mm^2 , comme indiqué dans le tableau II.4. Pour le béton granulat léger, les valeurs du module statique du tableau II.4 doivent être multipliées par $(w/2400)^2$ où w est la densité du béton à granulats légers (en kg/m^3).

Tableau II.4 Plage typique du module d'élasticité statique à 28 jours de béton de poids normal.

$f_{cu,28}$	$E_{c,28}$	
	Valeur moyenne	Plage typique
N/mm^2	KN/mm^2	KN/mm^2
20	24	18 à 30
25	25	19 à 31
30	26	20 à 32
40	28	22 à 34
50	30	24 à 36
60	32	26 à 38

Lorsqu'il est plus pratique d'utiliser la méthode d'essai du module dynamique pour obtenir une valeur estimée pour le module d'élasticité statique du béton de granulats naturels, l'équation suivante peut être utilisée :

$$E_c = 1.25E_{cq} - 19 \quad (\text{II.33})$$

Où :

E_{cq} : est le module d'élasticité dynamique.

Une telle estimation sera généralement correcte à moins en $\pm 4 \text{ kN/mm}^2$. (Article 7.2 page 45 BS 8110-2 :1985).

II.1.2.4 Densité

A) Selon le code CBA :

La masse volumique du béton armé est prise égale à 25 kN/m^3 (ou $2,5 \text{ t/m}^3$) ou (2500 kg/m^3) (Article A.3.1.2.1, page11, CBA93).

B) Selon le code ACI :

Le béton normal a une densité variante entre $135 \text{ lb/ft}^3 \approx 2155 \text{ kg/m}^3$ et $160 \text{ lb/ft}^3 \approx 2555 \text{ kg/m}^3$, et qui est normalement prise comme $145 \text{ lb/ft}^3 \approx 2315 \text{ kg/m}^3$ à $150 \text{ lb/ft}^3 \approx 2400 \text{ kg/m}^3$. (Article R2.2 ; Page 318-31 ACI 318-08), (Article R2.2 ; Page 28 ACI 318M-08).

C) Selon le code EUROCODE :

La densité du béton à granulats légers est inférieure ou égale à 2200 kg/m^3 (article 11.1.1 EN 1992.1.1.2004). Pour les bétons à granulats normaux, l'Eurocode n'indique aucune valeur.

D) Selon le code CSA :

Selon le code CSA la densité de béton est comprise entre $1500 \div 2500 \text{ Kg/}$ (article 8.6.2.2 CSA-A23).

E) Selon le code BS :

Selon le code BS la densité de béton est comprise entre $1.2 \div 2.4 \text{ t/m}^3 = 1200 \div 2400 \text{ kg/m}^3$ (article 4.5.7, Tableau 4.6, page36, BS 8110-2 :1985).

II.1.2.5 Coefficient d'expansion thermique :

La dilatation thermique est l'expansion du volume d'un corps soumis à une variation de température. On peut calculer pour les matériaux la variation de longueur et donc de volume en fonction de la variation de température en utilisant la formule suivante :

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0} \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{II.34})$$

Avec : ΔL : Variation de longueur en mètre (m).

α : Coefficient de dilatation linéaire en degré Celsius puissance moins un ($^{\circ}\text{C}$).

L_0 : Longueur initiale en mètre (m).

$\Delta t = t - t_0$ la variation de température en degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

A) Selon le code CBA :

Les déformations linéaires à considérer entre les températures initiales moyennes au moment de la réalisation de l'ouvrage (généralement comprises entre $+ 10^{\circ}$ et $+ 25^{\circ}$) et les températures extrêmes peuvent être évaluées en admettant forfaitairement un coefficient dilatation du béton armé égal à $10.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. (Article A.3.1.3.3, page12, CBA93).

B) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de coefficient de dilatation thermique.

C) Selon le code EUROCODE :

À défaut d'informations plus précises, le coefficient linéaire de dilatation thermique peut être pris égal à $10.10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. (Article 3.1.3, (5) Page 28 EN 1992-1-1 :2004).

D) Selon le code CSA :

Le coefficient de dilatation thermique du béton peut être fixé à $10.10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$.

La valeur du coefficient de dilatation thermique dépend du type de granulats, du degré d'humidité du béton et de la température du béton. Elle peut varier entre environ $6 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ et $13 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ pour le béton dont la température se situe entre 0 et 80°C . (Article 8.6.6 CSA-A23.3).

E) Selon le code BS :

Le coefficient de dilatation thermique du béton dépend principalement des coefficients de dilatation pour les granulats et de la pâte de ciment, et le degré de saturation du béton. La dilatation thermique des agrégats est liée à la composition minéralogique (voir tableau II.5).

Tableau II.5 Expansion thermique du groupe rocheux et du béton associé

Type d'agrégat (Voir BS 812)	Coefficient d'expansion typique ($1 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$)	
	Agrégat	Béton
Silex, quartzite	11	12
Granit, basalte	7	10
Calcaire	6	8

Note : La pâte de ciment a un coefficient de dilatation thermique qui est fonction de la teneur en humidité, ce qui affecte l'expansion du béton. Il est à noter que le béton partiellement sec a un coefficient de dilatation thermique environ $2 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ plus grand que le coefficient du béton saturé. (Article 7.5 page 49 BS 8110-2 :1985).

II.1.2.6 Diagramme contraintes - déformations :**A) Selon le code CBA :**

Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.

B) Selon le code ACI :

La forme générale de ce diagramme se compose d'une courbe ascendante culminant à une abscisse comprise entre $1,5.10^{-3}$ et 2.10^{-3} suivie d'une branche descendante s'étendant jusqu'à une déformation ultime pouvant aller de 3.10^{-3} à plus de 8.10^{-3} . Pour la conception des structures, le code recommande une déformation ultime maximale de 3.10^{-3} (Article R10.2.6; Page 318-130 ACI 318-08).

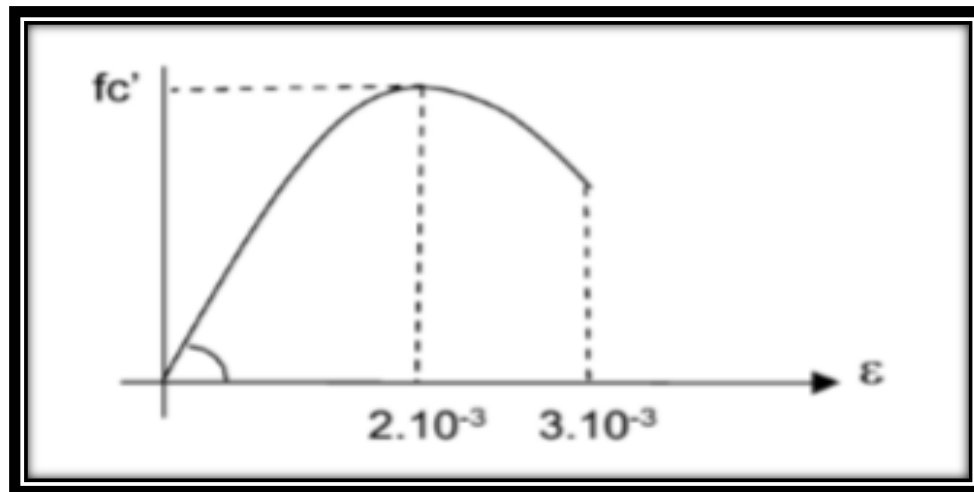


Figure II.6 Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon ACI

C) Selon le code EUROCODE :

L'EUROCODE présente un diagramme contraintes-déformation réel de béton pour l'analyse structurale non-linéaire, donné par la figure II.7 dessous : (Page 32EN 1992-1-1 :2004).

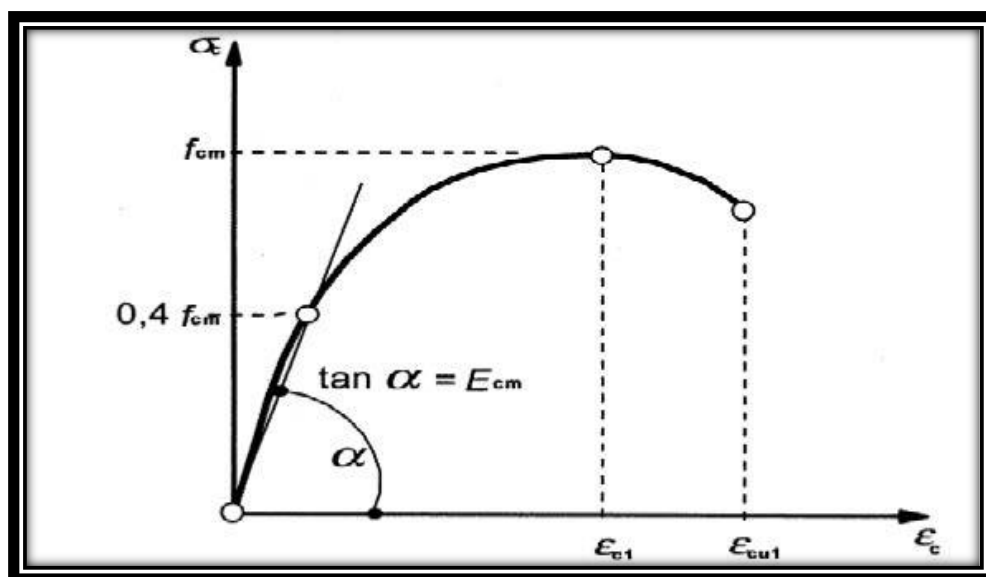


Figure II.7 Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon EUROCODE

Avec :

ϵ_{c1} : est la déformation au pic de contrainte, telle qu'indiquée au Tableau de l'annexe I.

ϵ_{cu1} : est la valeur nominale de la déformation ultime.

D) Selon le code CSA :

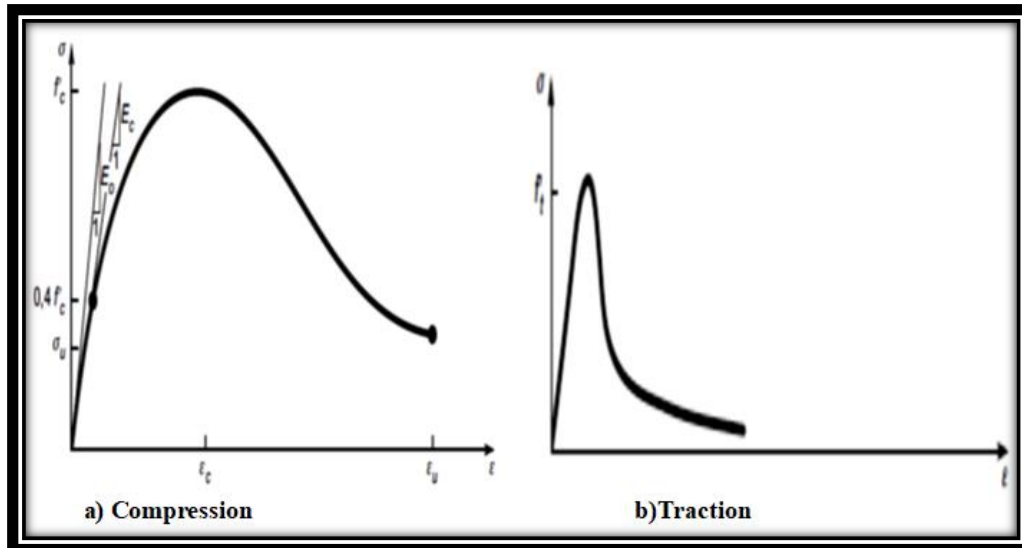


Figure II.8 Diagramme contraintes-déformations de béton en traction et en compression

En compression, la courbe est quasi linéaire jusqu'à 30% f'_c alors qu'en traction le béton est presque linéaire jusqu'à 90% f'_t . La partie descendante de la courbe est plus prononcée en compression qu'en traction. En compression, cette partie est plus importante pour du béton à faible résistance. En effet, plus la résistance du béton est élevée, plus son comportement est linéaire et fragile, comme illustré sur la figure II.8.

E) Selon le code BS :

Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.

II.1.2.7 Coefficient de Poisson :

Le rapport de la déformation latérale à la déformation longitudinale est appelé le coefficient de Poisson:

$$\nu = \frac{\Delta d/d}{\Delta L/L} \quad (\text{II. 35})$$

$\Delta d/d$: Déformation latérale (transversale).

$\Delta L/L$: Déformation longitudinale.

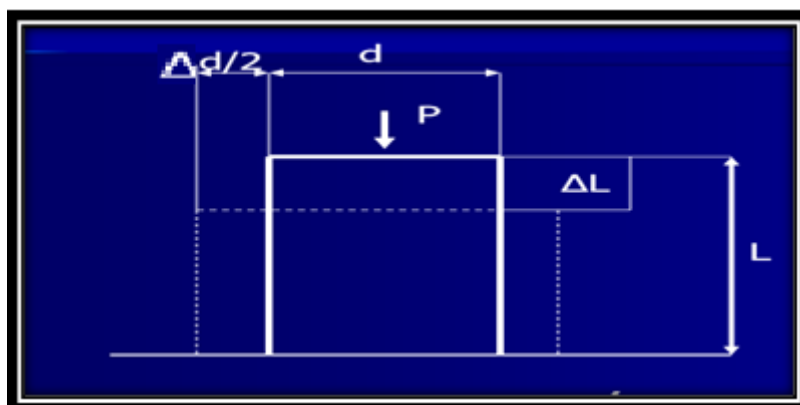


Figure II.9 Le rapport de la déformation latérale à la déformation longitudinale.

A) Selon le code CBA :

Le coefficient de Poisson est pris égal à 0,2 pour le calcul des déformations et à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations. (Article A.2.1.3, page8, CBA 93).

B) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de coefficient de Poisson du béton. Néanmoins, pour les coques et plaques minces, le coefficient de Poisson pourrait être pris égal à zéro (article 19.2.1 ACI 318M-08).

C) Selon l'EUROCODE :

Le coefficient de Poisson peut être pris égal à 0,2 pour le béton non fissuré et à 0 pour le béton fissuré. (Article 3.1.3, (4), Page 28 EN 1992-1-1 :2004).

D) Selon le code CSA :

Pour le béton non fissuré, le coefficient de poisson varie entre 0,15 et 0,2 pour une contrainte de compression f_c du béton inférieur à $0.7f'_c$. (Omar Chaallal et Mohamed, 2010, Lachemi Structures en béton armé : conception selon CSA A23.3 -04, article 1.2, page 6). Cependant, pour les voiles minces de comportement élastique, le code présume que le coefficient de Poisson de béton est pris égal à zéro (article 19.2.1 CSA A23.3)

E) Selon le code BS :

Lorsque l'analyse élastique linéaire est appropriée, le coefficient de Poisson peut être considéré comme 0,2. (Article 2.4.2.4, Page 9, BS8110-1 :1997 révisé 2007).

II.1.2.8 Déformation différées du béton :**II.1.2.8.1 Déformation de longue durée (fluage) :**

Fluage : est la propriété physique du béton de se déformer dans le temps sous l'action des contraintes constantes permanentes. Le béton se comporte comme un matériau VISCO-ELASTIQUE. La déformation instantanée qu'il subit au moment de l'application de la charge est suivie d'une déformation lente ou différée qui se stabilise après quelques années. C'est ce que l'on appelle le fluage qui est pratiquement complet au bout de 3 ans. Au bout d'un mois, les 40 % de la déformation de fluage sont effectués et au bout de six mois, les 80%. Estimation de la déformation de fluage : $\Delta l/l = 4$ à 5 %. Cette déformation varie surtout avec la contrainte moyenne permanente imposée au matériau.

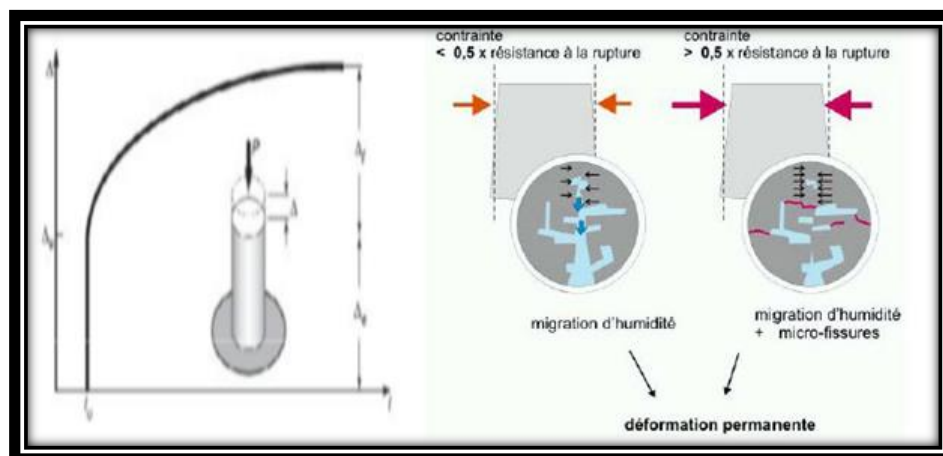


Figure II.10 Déformations à long terme d'un cylindre chargé axialement

A) Selon le code CBA :

Les déformations longitudinales de longue durée dues au fluage final du béton sont doubles de celles dues aux mêmes contraintes supposées de courte durée est appliquées.

Dans ce cas le module de déformation longitudinale différée est donné par la formule. (Article A.2.1.2.2, page 7, CBA93).

$$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3} = 3700(f_{cj})^{1/3} \quad (\text{II.36})$$

Où :

E_{ij} : le module de déformation longitudinale instantanée du béton avec f_{cj} (exprimé en MPa).

B) Selon le code ACI :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et il indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait. (Article 9.2.3; Page 318- 117 ACI 318-08).

C) Selon l'EUROCODE :

Le fluage et le retrait du béton dépendent de l'humidité ambiante, des dimensions de l'élément et de la composition du béton. Le fluage dépend également de la maturité du béton lors du premier chargement ainsi que de la durée et de l'intensité de la charge.

Le coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ est fonction de E_c , le module tangent, qui peut être pris égal à $1,05E_{cm}$. Dans les cas où une grande précision n'est pas requise, la valeur obtenue à l'aide de la Figure en annexe II peut être considérée comme le coefficient de fluage, sous réserve que le béton ne soit pas soumis à une contrainte de compression supérieure à $0,45 f_{ck}(t_0)$ à un âge t_0 , âge du béton au moment du chargement. (Article 3.1.4, (2), Page 28 EN 1992-1-1 :2004).

La déformation de fluage du béton à l'instant $t = \infty$, $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$ sous une contrainte de compression constante σ_c appliquée à l'âge du béton t_0 , est donnée par :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (\text{II.37})$$

Si $\sigma_c > 0,45f_{ck}(t_0) \rightarrow \varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \exp[1,5(K_T - 0,45)]$ où $K_T = \frac{\sigma_c}{f_{cm}(t_0)}$

D) Selon le code CSA :

La valeur de fluage de béton dépend du rapport volume/surface et par l'intensité de la charge appliquée. Comme le fluage cause une augmentation des déformations, on le considère dans les calculs en réduisant le module élastique, appelé module effectif ou module soutenu. Pour des contraintes inférieures à environ $40\%f'_c$, les déformations de fluage sont Proportionnelles aux contraintes :

$$\varepsilon_{totale} = \varepsilon_e + \varepsilon_f = \frac{\sigma}{E_c(t)} [1 + \varphi(t, t_0)] = \frac{\sigma}{E_{eff}} \quad (\text{II.38})$$

Donc :

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_c(t)}{[1 + \phi(t, t_0)]} \quad (\text{II.39})$$

E_{eff} : Module effectif de béton.

$E_c(t)$: Module élastique au temps t .

$\phi(t, t_0)$: Coefficient de fluage qui tenant en compte de l'effet de fluage entre t et t_0 .

σ : Contrainte appliquée au béton.

La valeur ϕ peut être calculée à partir des conditions réelles d'humidité, de géométrie, etc. Dans les normes de calcul, on propose des valeurs simplifiées pour le calcul des flèches. Ainsi, la norme A23.3 propose les valeurs indiquées au tableau (II.6) calculées par rapport au module élastique à 28 jours.

Pour des structures complexes construites par étapes, il importe de considérer le fluage selon les conditions réelles.

Tableau II.6 Coefficients de fluage adoptés par la norme CSA Standard A23.3

Durée de chargement	Coefficient de fluage ϕ	$\frac{E_{\text{eff}}}{E_c(28j)}$
3 mois	1.0	0.50
6 mois	1.2	0.45
12 mois	1.4	0.42
5 ans	2.0	0.33

E) Selon le code BS :

La déformation de fluage finale (30 ans) dans le béton ε_{cc} peut être prédite à partir de :

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\text{contrainte}}{E_t} \phi \quad (\text{II.40})$$

Où :

E_t : est le module d'élasticité du béton à l'âge de la charge t .

ϕ : est le coefficient de fluage.

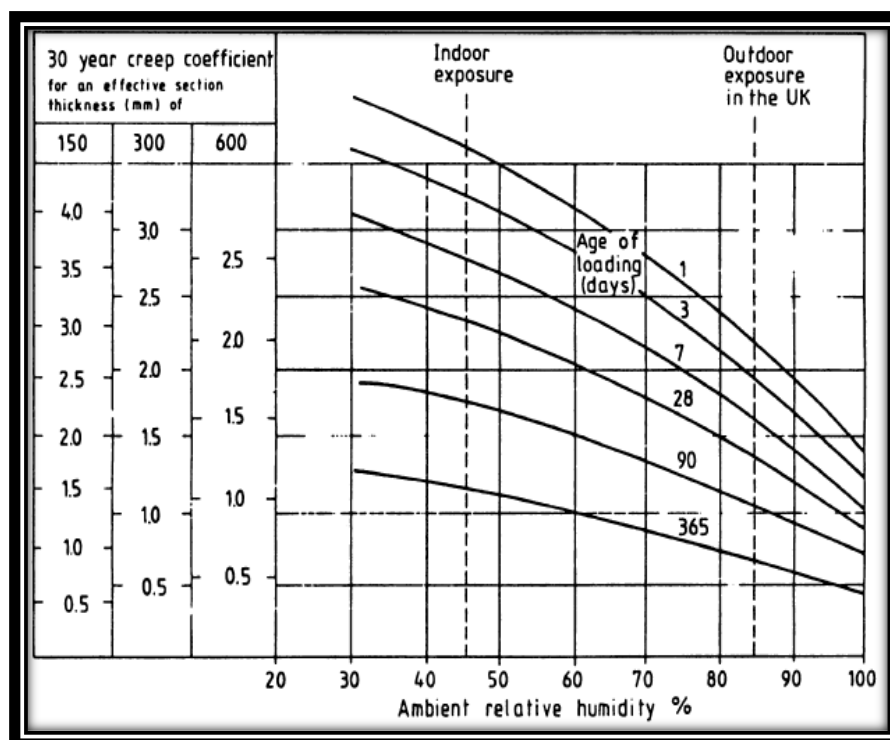


Figure II.11 Effets de l'humidité relative, de l'âge du chargement et de l'épaisseur de la section sur le facteur de fluage.

Le coefficient de fluage peut être estimé à partir de la figure II.11. Dans cette figure, l'épaisseur de la section effective est définie, pour les sections uniformes, comme le double de la section transversale divisée par le périmètre exposé. Si le séchage est empêché par immersion dans l'eau ou par scellement, l'épaisseur effective de la section doit être prise à 600 mm. Les valeurs appropriées d'humidité relative pour une exposition intérieure et extérieure au Royaume-Uni sont de 45% et 85%, lors de l'utilisation de la figure II.11 à des fins de conception générale.

On peut supposer qu'environ 40%, 60% et 80% du fluage final se développent respectivement pendant le premier mois, 6 mois et 30 mois sous charge, lorsque le béton est exposé à des conditions d'humidité relative constante.

Le fluage est en partie récupérable avec une réduction de la contrainte. La récupération finale par fluage après 1 an est d'environ $0,3 \times$ réduction des contraintes $/E_u$, où E_u est le module d'élasticité du béton à l'âge du déchargement. Il est souligné que ces déclarations ne fournissent que des indications générales et sont basées principalement sur des données de laboratoire. Le jugement, basé sur l'expérience, est essentiel pour interpréter ces données dans des cas individuels ; comme pour la déformation élastique, cela dépendra de l'importance de l'estimation et de la raison pour laquelle elle est nécessaire. Il peut être conseillé au stade de la conception de considérer une plage de valeurs pour encadrer le problème, car une surestimation peut être tout aussi mauvaise qu'une sous-estimation. En particulier, il convient de noter que lorsque des calculs détaillés sont effectués, les contraintes et les humidités relatives peuvent varier considérablement pendant la durée de vie de la structure et des jugements appropriés doivent être faits. (Article 7.3 page 46 BS 8110-2 :1985).

II.1.2.8.2 Retrait :

C'est la diminution de volume d'un élément de béton. On l'assimile à l'effet d'un abaissement de la température qui entraîne un raccourcissement.

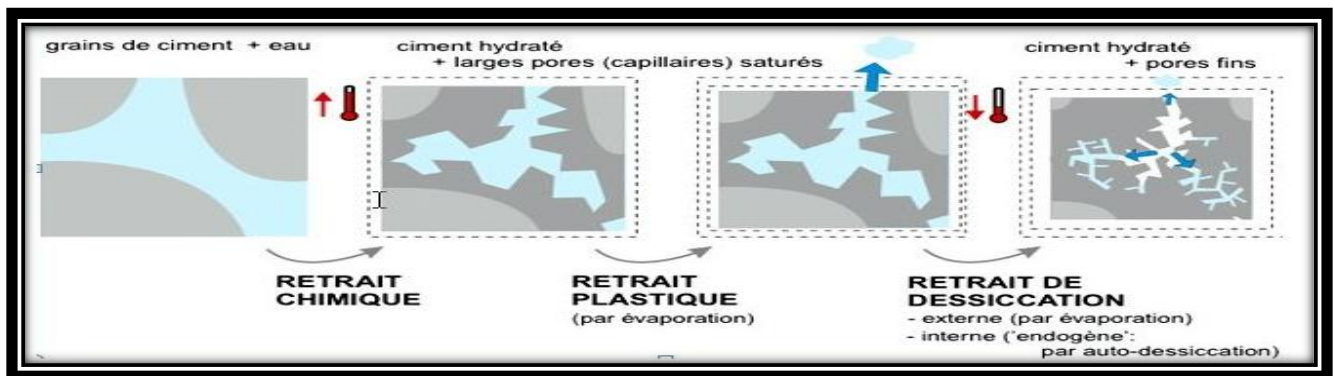


Figure II.12 Phénomène de retrait

A) Selon le code CBA :

À défaut de mesures, on estime que le raccourcissement unitaire dû au retrait atteint les valeurs suivantes dans le cas de pièces non massives à l'air libre (article A.2.1.2.2, page7, CBA93) :

- $\epsilon_r = 2.10^{-4}$ ➡ Climat humide zone A de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie.
- $\epsilon_r = 3.10^{-4}$ ➡ Climat tempéré sec zone B de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie.
- $\epsilon_r = 4.10^{-4}$ ➡ Climat chaud et sec zones B, C et D1 de la carte climatique provisoire de l'Algérie.
- $\epsilon_r = 5.10^{-4}$ ➡ Climat très sec ou désertique "zones D2 et D3" de la carte de zonage.

B) Selon le code ACI :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait. (Article 9.2.3; Page 318- 117 ACI 318-08).

C) Selon l'EUROCODE :

La déformation totale de retrait se compose de la déformation due au retrait de dessiccation et de la déformation due au retrait endogène. La déformation due au retrait de dessiccation évolue lentement, car elle est fonction de la migration de l'eau au travers du béton durci. La déformation due au retrait endogène se développe au cours du durcissement du béton : elle se produit par conséquent en majeure partie aux cours des premiers jours suivant le coulage. Le retrait endogène est une fonction linéaire de la résistance du béton. Il convient d'en tenir compte de manière spécifique lorsque du béton frais est coulé au contact de béton durci. (Article 3.1.4, (6) Page 30 EN 1992-1-1 :2004).

Par conséquent, la déformation totale de retrait ϵ_{cs} est égale à :

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (II.41)$$

$$\varepsilon_{cd} = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \varepsilon_{cd,0} \quad (\text{II.42})$$

$$\varepsilon_{ca} = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (\text{II.43})$$

Expression dans laquelle :

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5(f_{ck} - 10)10^{-6} \quad (\text{II.44})$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \quad (\text{II.45})$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t-t_s)}{(t-t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}} \quad (\text{II.46})$$

Où :

ε_{cs} : est la déformation totale de retrait.

ε_{cd} : est la déformation due au retrait de dessiccation.

$\varepsilon_{cd,0}$: est la valeur nominale du retrait de dessiccation non gêné. Les valeurs de $\varepsilon_{cd,0}$ sont données dans le tableau d'annexe III.

ε_{ca} : est la déformation due au retrait endogène.

$\varepsilon_{ca}(\infty)$: est la valeur finale du retrait de dessiccation.

k_h : est un coefficient dépendant du rayon moyen h_0 , conformément au Tableau II.7.

t : est l'âge du béton à l'instant considéré, en jours.

t_s : est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation (ou gonflement). Normalement, ceci correspond à la fin de la cure.

f_{ck} : est la résistance caractéristique en compression du béton à 28 jours.

Note :

- h_0 = rayon moyen = $2A_c / u$, (en mm).

Où :

A_c : est l'aire de la section transversale du béton et u le périmètre de la partie exposée à la dessiccation (pour une dalle $h_0=h$)

Tableau II.7 Valeurs de k_h en fonction du rayon moyen

h_0	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

D) Selon le code CSA :

Le retrait est principalement dû à deux causes. Premièrement, une réaction chimique intrinsèque dans laquelle le produit de réaction qui occupe un volume moindre que les produits d'origine provoque une perte de volume. Ce retrait est appelé retrait endogène et se produit sans échange d'eau avec l'environnement extérieur. La seconde source de retrait, généralement la contribution dominante, est due à une perte d'eau absorbée du béton avec son environnement extérieur. Ce retrait est appelé retrait de dessiccation.

Le retrait augmente lorsque l'humidité relative diminue et varie en fonction du temps et de la surface exposée (Figure II.13). La relation suivante permet d'estimer les déformations dues au retrait.

$$\varepsilon_r(t, t_0) = \varepsilon_{r\infty} F_{vs} F_{HR} (F_t - F_{t0}) \quad (\text{II.47})$$

$\varepsilon_{r\infty}$: Retrait maximal.

F_{vs} : Facteur fonction du rapport Volume/Surface.

F_{HR} : Facteur fonction de l'humidité relative.

F_t : Fonction variable avec le temps.

Un grand nombre de lois ou expressions pour ces termes sont proposées dans la littérature ou adoptées par les normes.

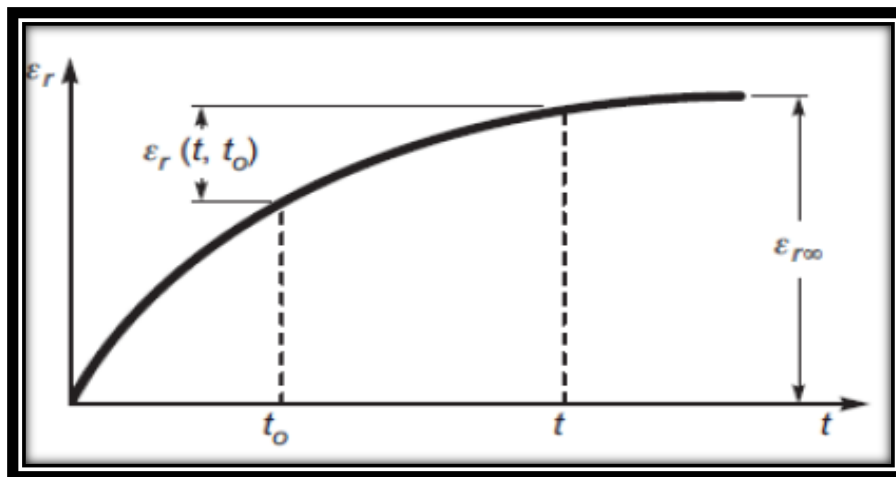


Figure II.13 Augmentation du retrait en fonction du temps

Le retrait est récupérable en partie si les conditions d'exposition changent. Ainsi, on peut observer des cycles de retrait et gonflement pour des structures où l'humidité relative varie dans le temps, comme les barrages en particulier.

E) Selon le code BS :

Une estimation du retrait au séchage du béton brut (non-armé) peut être obtenue à partir de la figure II.14. Les recommandations concernant l'épaisseur efficace de la section et l'humidité relative sont les mêmes que celles données au fluage.

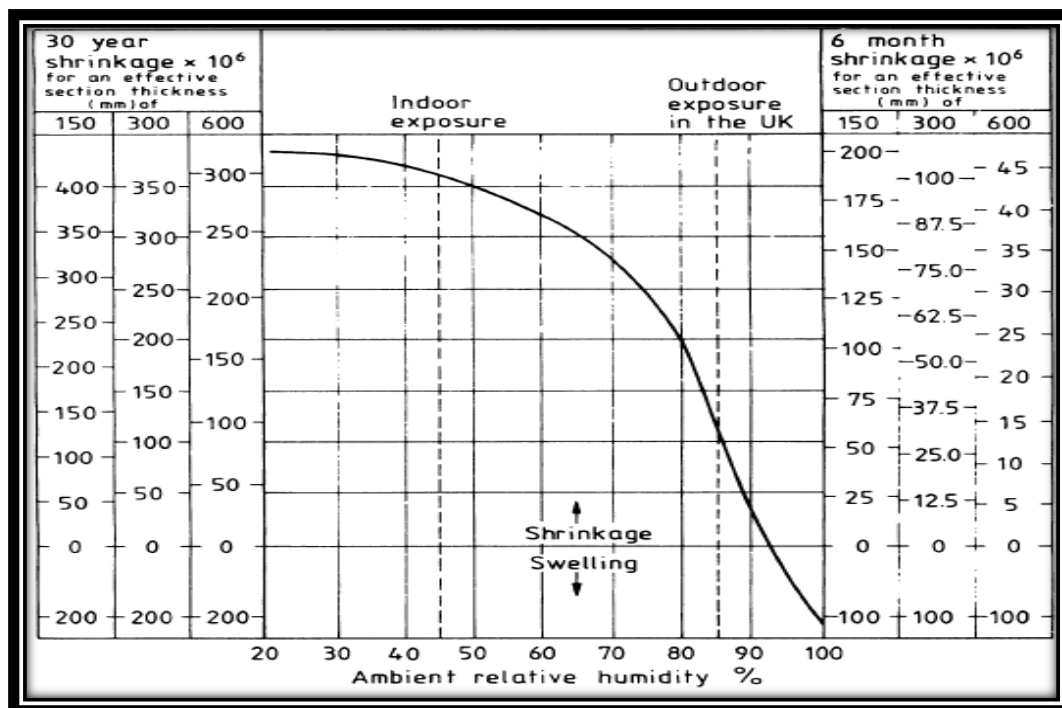


Figure II.14 Retrait au séchage du béton de poids normal.

Le retrait du béton brut dépend principalement de l'humidité relative de l'air entourant le béton, de la surface à partir de laquelle l'humidité peut être perdue par rapport au volume de béton et des proportions du mélange ; elle est légèrement augmentée par la carbonatation et l'auto-dessiccation et réduite par un durcissement prolongé.

Le béton exposé au climat extérieur au Royaume-Uni présentera des déformations cycliques saisonnières de $\pm 0,4$ fois le retrait sur 30 ans superposé à la déformation moyenne de retrait ; le retrait maximum se produira à la fin de chaque été.

Une estimation du retrait des sections de béton symétriquement armé peut être obtenue à partir de :

$$\frac{\varepsilon_{sh}}{1+K\rho} \quad (\text{II.48})$$

Où :

ε_{sh} : est le retrait du béton brut.

ρ : est la surface de l'acier par rapport à celle du béton.

K : est un coefficient, pris comme 25 pour l'exposition interne et comme 15 pour l'exposition externe. (Article 7.4 page 48 BS 8110-2 :1985).

II.2. Acier

II.2.1 Généralités

Contrairement au béton, l'acier possède un comportement identique en traction et en compression. Les aciers utilisés en armatures de béton armé sont désignés par :

- Leur forme (barre lisse, barre haute adhérence).
- Leur nuance (doux, mi-dur, dur) correspondant au pourcentage de carbone contenu dans l'acier entre 0.2 et 0.5% de carbone.
- Leur limite élastique exprimée en MPa.

On reconnaît à l'acier des propriétés mécaniques intéressantes :

- Résistance à la déformation élastique ;
- Résistance à la rupture et aux chocs ;
- Dureté.

Il a également l'avantage d'être bon marché, car le minerai de fer à partir duquel il est produit est très abondant sur Terre. Atouts supplémentaires : il est recyclable... et recyclé.

L'acier supporte mal la corrosion. Afin de l'éviter, il faut avoir recours à des traitements de surface spécifiques (peinture, galvanisation, etc.) ou à des nuances d'acier type acier inoxydable.

A) Les grandes familles de l'acier :

Il existe trois grandes familles d'aciers : les aciers non-alliés, les aciers faiblement alliés et les aciers fortement alliés.

B) Classification des aciers :

Selon leurs rôles :

- Armature principale : obtenue par le calcul des ferraillages.
- Armature de montage ou secondaire résiste aux efforts secondaires. Elle est obtenue par le règlement de béton armé.

Par la fabrication :

- Fils de fer de $\varnothing = 4$ à 10mm, présentent en rouleau
- Barres de $\varnothing = 10$ à 40mm de longueur 12m et de rond Lisse (RL) ou nervuré de haute adhérence (HA).
- Treillis soudés : TSRL ou TSHA

Tableau II.8 Type d'aciers en barres

Type	Ronds lisses		Haute adhérence (HA)	
Désignation	FeE215	FeE235	FeE400	FeE500
Limite élastique en MPa	215	235	400	500
Résistance à la rupture σ_R en MPa	$\sigma_R \geq 330$	$\sigma_R \geq 410$	$\sigma_R \geq 480$	$\sigma_R \geq 550$
Allongement à la rupture	22%		14%	12%
Coefficient de scellement, symbole X_s	1		1.5	
Coefficient de fissuration, symbole η	1		1.6	
Diamètres courants en mm	6-8-10-12		6-8-10-12-14-16-20-25-32-40	

Tableau II.9 Type de treillis soudés

Types de treillis	Treillis soudés lisses	Treillis soudés A haute adhérence
Désignation	TSL	TSHA
Limite élastique en MPa	500 (tous diamètres)	500 (tous diamètres)
Résistance à la rupture σ_R en MPa	$\sigma_R = 550$	$\sigma_R = 550$
Allongement à la rupture	8%	8%
Coefficient de scellement, symbole X_s	1	1.5
Coefficient de fissuration, symbole η	1	1,3 pour $0 < 6$ mm 1,6 pour $0 \geq 6$ mm
Diamètres courants en mm	3.5 mm à 9 mm avec un pas de 0.5 mm	- 3.5 à 12 mm avec un pas de 0.5 mm - 14 à 16 mm sur commande

II.2.2 Classes d'acier :

A) Selon le code CBA :

a-Acier haute adhérence (HA) :

On distingue généralement deux types d'acier HA.

FeE400 de limite d'élasticité $f_e = 400$ MPa.

FeE500 de limite d'élasticité $f_e = 500$ MPa.

b-Acier rond lisse (RL) :

FeE215 dont la limite d'élasticité $f_e = 215$ MPa.

FeE235 dont la limite d'élasticité $f_e = 235$ MPa.

B) Selon le code ACI :

D'après le code ACI les classes d'acier sont : (annexe A1.1, page 607 ; M. SETAREH et R. DARVAS Concrete Structures).

Grade 40	⇒	($f_y = 276$ MPa)
Grade 50	⇒	($f_y = 345$ MPa)
Grade 60	⇒	($f_y = 414$ MPa)
Grade 75	⇒	($f_y = 517$ MPa)
Grade 80	⇒	($f_y = 552$ MPa)
Grade 100	⇒	($f_y = 690$ MPa)
Grade 120	⇒	($f_y = 827$ MPa)

C) Selon l'EUROCODE :

Les dispositions constructives figurant dans le présent Eurocode sont valables pour une gamme de la limite d'élasticité spécifiée, telle que $f_{yk} = 400$ à 600 MPa. (Article 3.2.2, (3), Page 36 EN 1992-1-1 :2004).

Avec :

f_{yk} : est la limite d'élasticité de l'acier de béton armé.

D) Selon le code CSA :

D'après CSA standard G30.18 les classes sont :

300R, 400R et 500R

500W et 400W

Le chiffre indique la résistance (f_y) en MPa.

R : acier à ductilité normale.

W : acier soudable et à meilleure ductilité.

E) Selon le code BS :

Les résistances caractéristiques des armatures sont données dans les BS 4449, BS 4482 et BS 4483 et sont présentées dans le Tableau II.10. La conception peut être basée sur la résistance caractéristique appropriée ou une valeur inférieure si nécessaire pour réduire la flèche ou contrôler la fissuration. (Article 3.1.7.4 page 18 BS 8110-1 :1997 en révisé 2007).

Tableau II.10 Résistance des armatures d'acier

Désignation	Résistance caractéristique spécifiée, f_y N / mm ²
Acier doux laminé à chaud	250
Acier à haute limite (laminé à chaud ou travaillé à froid).	500

II.2.3 Caractéristiques physiques et mécaniques :

II.2.3.1 Densité :

La densité (d) d'un corps est le rapport de sa masse volumique (ρ_{corps}) à la masse volumique d'un corps de référence ($\rho_{\text{réf}}$).

$$d = \rho_{\text{corps}} / \rho_{\text{réf}} \quad (\text{II.49})$$

La densité étant un rapport entre deux mesures de même unité, et donc n'a pas d'unité.

A) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

B) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

C) Selon le code EUROCODE :

La valeur moyenne de la masse volumique peut être supposée égale à 7 850 kg/m³. (Article 3.2.7, (3), Page 38 EN 1992-1-1 :2004).

D) Selon le code CSA :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

E) Selon le code BS :

La densité théorique de l'acier est 7 850 kg / m³. (Article NC.2.1, page22, BS EN 196-1 :1995).

II.2.3.2 Coefficient d'expansion thermique :

A) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

B) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

C) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

D) Selon le code CSA :

Le coefficient de dilatation thermique de l'armature peut être fixé à $10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. (Article 8.5.5 CSA-A23.3).

E) Selon le code BS :

Coefficient de dilatation thermique de l'armature est : $12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. (Code of Practice for Structural Use of Concrete ,2013).

II.2.3.3 Diagramme contraintes– déformations:**A) Selon le code CBA :**

-Le diagramme déformation (ϵ_s) contraintes (σ_s) est conventionnellement défini ci-dessous.

-Il est cependant loisible d'utiliser une forme de courbe se rapprochant du diagramme réel de l'acier employé à condition de se référer à la valeur garantie de la limite d'élasticité f_e et de contrôler la résistance prise en compte pour l'allongement relatif de 10‰. (Article A.2.2.2, page 9, CBA93).

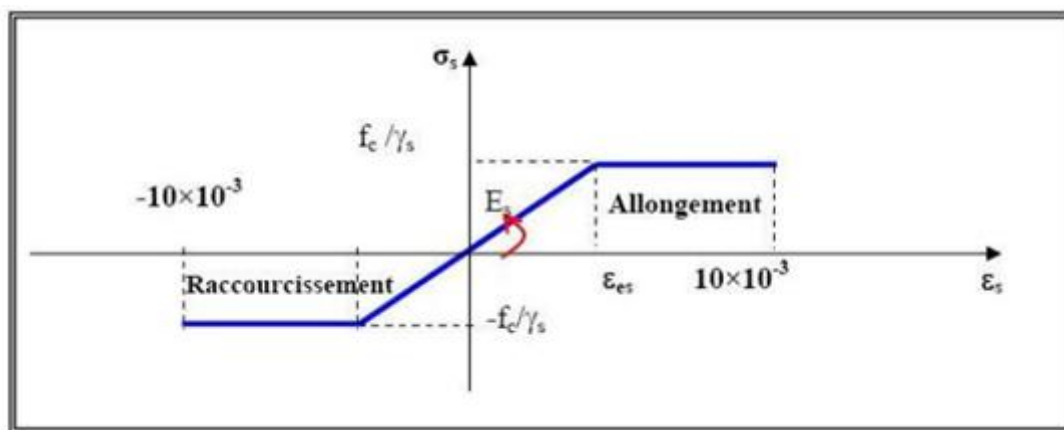


Figure II.15 Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier selon CBA

Avec :

$\bar{\sigma}_{st}$: Contrainte de traction admissible de l'acier à l'état limite ultime (ELU).

$$\bar{\sigma}_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (\text{II.50})$$

γ_s : Coefficient de sécurité de l'acier

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoires.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

B) Selon le code ACI :

La forme des diagrammes ($\sigma_s - \epsilon_s$) n'est pas précisée dans le code ACI lui-même, le commentaire (article R10.2.4 ; Page 318-129 ACI 318-08) indique que l'on peut admettre un diagramme bilinéaire avec une droite issue de l'origine, de pente E_s et un palier horizontal d'ordonnée f_y .

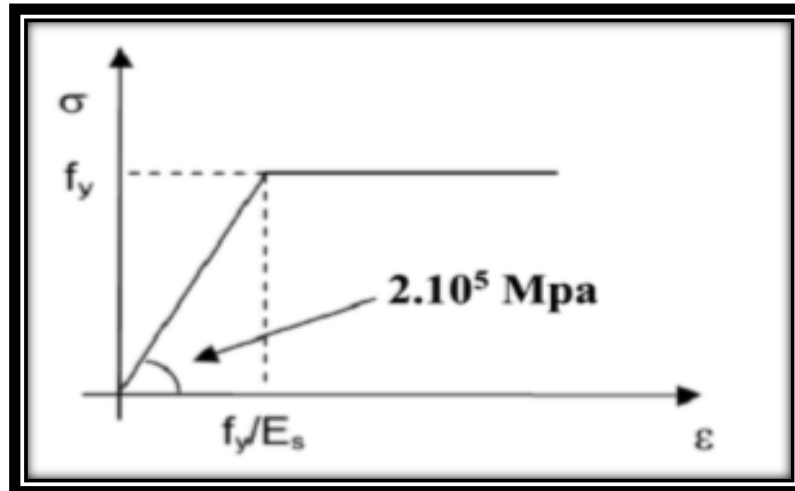


Figure II.16 Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier selon ACI

C) Selon l'EUROCODE :

La Figure présente des courbes contrainte-déformation pour des aciers laminés à chaud types et des aciers profilés à froid types. (Article 3.2.4, (2), Page 36 EN 1992-1-1 :2004).

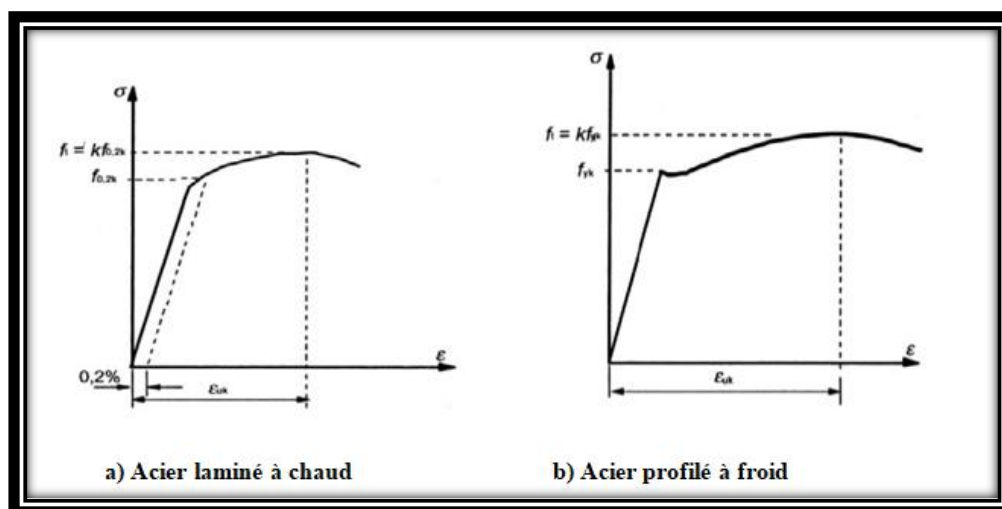


Figure II.17 Diagramme contraintes- déformations d'acier de béton armé types selon EUROCODE

(La contrainte de traction et la déformation apparaissent en valeurs absolues).

D) Selon le code CSA :

Pour l'armature dont la limite d'élasticité maximale spécifiée est de 500 MPa, on peut tenir compte des hypothèses suivantes (article 8.5.3.2 CSA- A23.3) :

- a) Pour les déformations, ε_s , inférieures à la déformation élastique, $\frac{f_y}{E_s}$, on suppose un effort de $\phi_s A_s E_s \varepsilon_s$ dans l'armature ;
- b) Pour les déformations, ε_s supérieures à la déformation élastique, on suppose un effort de $\phi_s A_s f_y$ dans l'armature.

Où :

A_s : Aire de l'armature longitudinale du côté où l'élément est tendu.

E_s : Module d'élasticité d'acier.

ε_s : Déformation longitudinale d'acier.

ϕ_s : Coefficient de résistance d'acier $\phi_s=0,85$.

f_y : Limite d'élasticité d'acier.

E) Selon le code BS :

La Figure II.18 présente la courbe contrainte-déformation de conception à court terme pour le renforcement et courbe de contrainte-déformation de conception à court terme pour les tendons de précontrainte. (Article 2.6.2, page 12 BS8110-1 :1997 en révisé 2007).

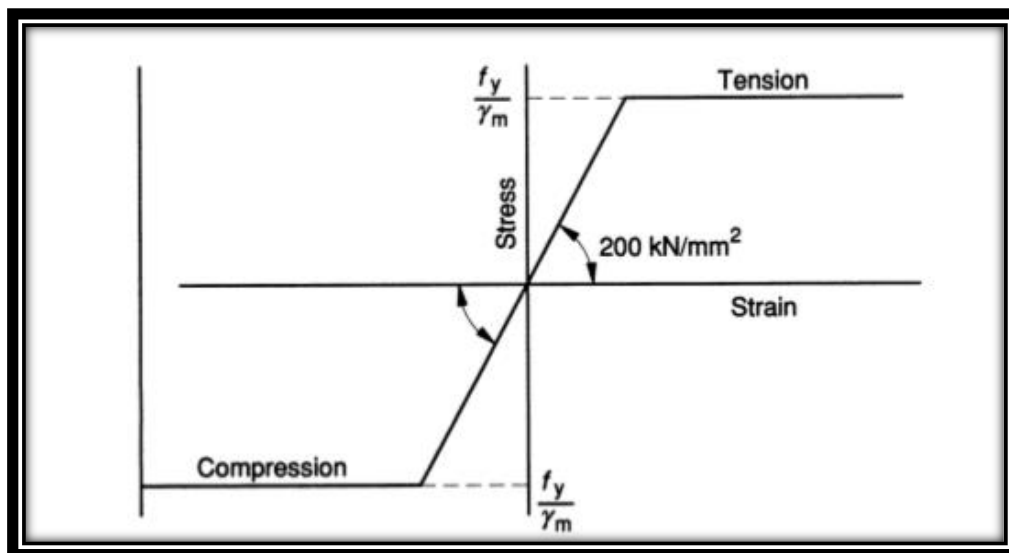


Figure II.18 Courbe contrainte-déformation de conception à court terme pour le renforcement selon BS

Où : γ_m : facteur de sécurité partiel pour la résistance des matériaux ; $\gamma_m = 1,15$ pour l'acier

f_y : est résistance caractéristique de l'armature en N/mm².

II.2.3.4 Module d'élasticité :

A) Selon le code CBA :

Le module d'élasticité longitudinale de l'acier E_s est pris égal à 200000 MPa (N/mm²) (ou encore 2.000.000 bars). (Article A.2.2.1, page 9, CBA93).

B) Selon le code ACI :

Le module d'élasticité est pris égale à : $E_s = 2.10^5$ MPa = 29000000 psi. (Article R10.2.4, Page 130 ACI 318M-08), (article R10.2.4, Page 318-130 ACI 318-08)

C) Selon l'EUROCODE :

La valeur de calcul du module d'élasticité E_s peut être supposée égale à 2.10^5 MPa.

(Article 3.2.7, (4), Page 38 EN 1992-1-1 :2004).

D) Selon le code CSA :

La valeur du module d'élasticité de l'acier d'armature E_s , doit être fixée à 2.10^5 MPa. (Article 8.5.4.1 CSA- A23.3).

E) Selon le code BS :

Le module élastique pour l'acier doit être pris comme 200 kN/mm^2 (2.10^5 MPa). (Article 2.5.4, page12, BS8110-1 :1997 en révisé 2007).

II.2.3.5 Coefficient de Poisson :

En compression comme en traction, la déformation longitudinale est aussi accompagnée d'une déformation transversale. Le coefficient de Poisson ν est défini comme suit :

$$\nu = \frac{\text{Déformation transversale}}{\text{Déformation longitudinale}} \quad (\text{II. 51})$$

A) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

B) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

C) Selon l'EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

D) Selon le code CSA :

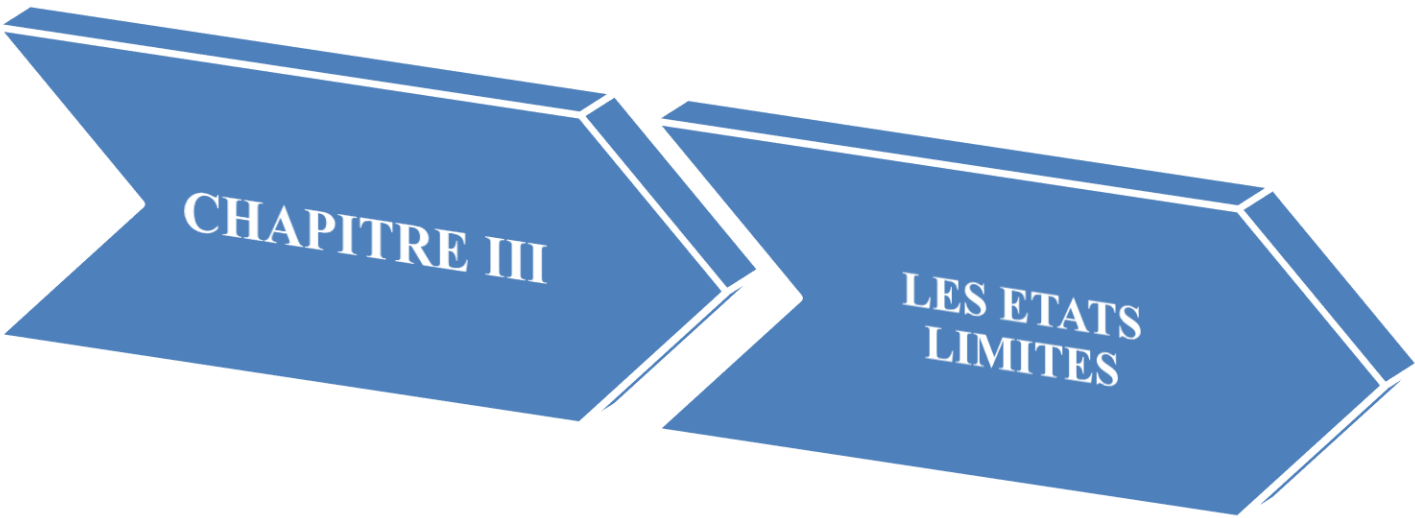
Le code n'indique aucune valeur du Coefficient de Poisson.

E) Selon le code BS :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

II.3 Conclusion :

Le béton armé est passé bien au-delà du stade de développement et s'est imposé comme un matériau structurel majeur. Cependant, les propriétés matérielles sont des éléments essentiels à la compréhension complète du comportement du béton armé. Toutes ces propriétés ne sont pas immédiatement utilisables dans la conception. Cependant, plus la conception est finale et plus la structure est complexe, plus il est important de tenir compte dans la conception du comportement réel des matériaux et de leur interaction.



CHAPITRE III

**LES ETATS
LIMITES**

III. LES ETATS LIMITES

III.1 Philosophie d'état limite :

La notion de sécurité dans les constructions du 19^{ème} siècle ne dépendait que de l'expérience et de l'intuition du constructeur (l'Architecte et l'Ingénieur).

Ce n'est qu'à partir des progrès réalisés dans la connaissance des charges, de la résistance des matériaux et dans l'analyse des structures que le problème de la sécurité a été traité scientifiquement.

Les justifications classiques se sont avérées insuffisantes, ce qui a conduit à considérer des vérifications dans des conditions normales d'utilisation et des conditions de ruine. Ceci signifie qu'il y a distinction de deux états limites à partir desquels la construction ou l'un de ces éléments cesserait immédiatement ou à terme de remplir leur fonction. La sécurité serait définie comme étant la probabilité que ces états ne soient pas atteints.

III.2 Définition des états limites :

Un « état-limite » est celui pour lequel une condition requise d'une construction (ou l'un de ses éléments) est strictement satisfaite. Au-delà du seuil « d'état limite », une structure cesse de remplir les fonctions ou ne satisfait plus aux conditions pour lesquelles elle a été conçue.

On distingue deux catégories d'états limites : État Limite Ultime et État Limite de Service.

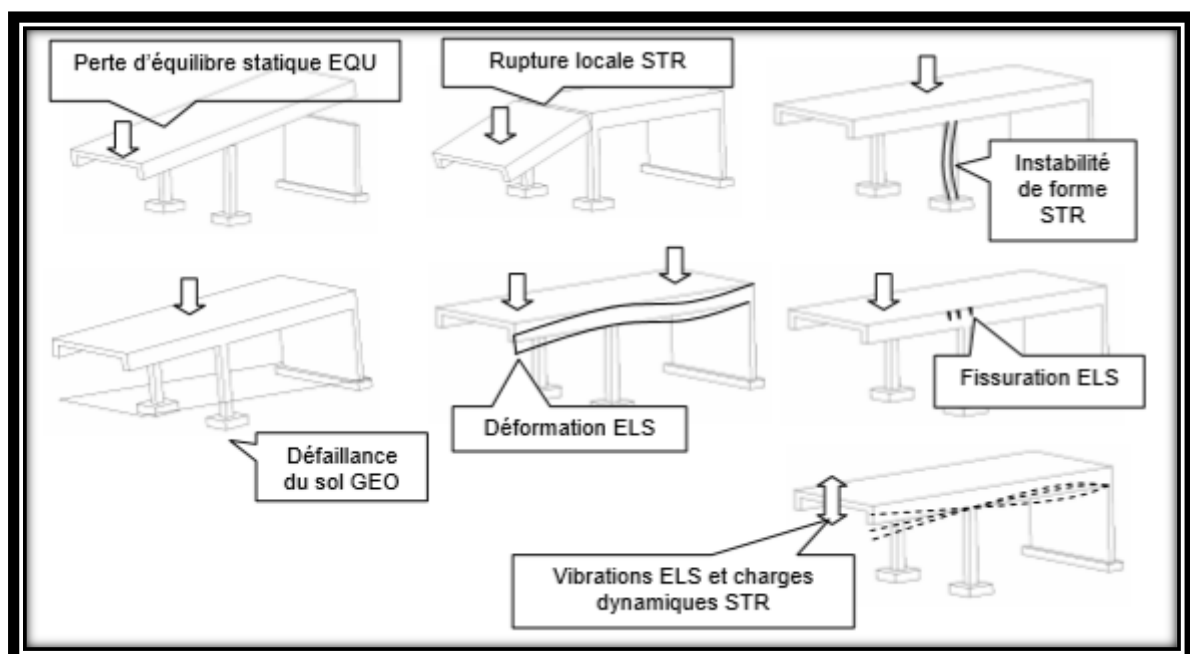


Figure III.1 Différents états limites

III.3 Les différents états limites :

III.3.1 Les états limites ultimes :

Ils permettent de calculer tout ce qui a trait à la sécurité des personnes et/ou à la sécurité de la structure. Pour cette raison, des coefficients de sécurité sont pris en compte et permettent ainsi de majorer les charges s'appliquant sur les structures lorsque celles-ci sont préjudiciables et de minorer la résistance structurelle des matériaux. Les coefficients de sécurité permettent de prendre en compte les incertitudes des charges appliquées et des caractéristiques des matériaux.

À partir de ces données, il convient de vérifier la résistance de la structure en prenant en compte les risques d'instabilité (perte d'équilibre), les déformations excessives, les imperfections géométriques et les défaillances dues à la fatigue. La sollicitation d'une structure jusqu'à son état limite ultime entraîne des déformations et contraintes résiduelles. Lorsque ce cas se produit, un remplacement ou un renforcement des éléments concernés devra être effectué. Les vérifications à l'état-limite ultime sont donc principalement axées sur la stabilité de l'ouvrage ainsi que sur sa résistance mécanique.

Quatre états limites ultimes sont définis, comme le montre la figure III.1.

- L'état limite ultime d'équilibre doit être étudié lorsqu'une variation mineure de la valeur d'une action risque de créer une perte d'équilibre statique comme, par exemple, à cause du phénomène de flambement ou de soulèvement.
- L'état limite ultime structurel doit être étudié lorsqu'un dépassement de la contrainte admissible d'un élément de la structure ou de la structure entière est à craindre.
- L'état limite ultime géotechnique doit être étudié lorsqu'un dépassement de la contrainte du sol est à craindre.
- Et l'état limite ultime de fatigue doit être étudié lors des efforts oscillants sollicitent la structure.

III.3.1.1 Hypothèses caractéristiques de L'ELU :

H1 : les sections droites restent planes après déformation (hypothèse de Navier),

H2 : il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures d'acier et le béton grâce à l'adhérence,

H3 : la résistance à la traction du béton est négligée à cause de la fissuration ($f_{bt}=0$),

H4 : le diagramme contraintes- déformations du béton selon le CBA est celui défini à la figure III.2

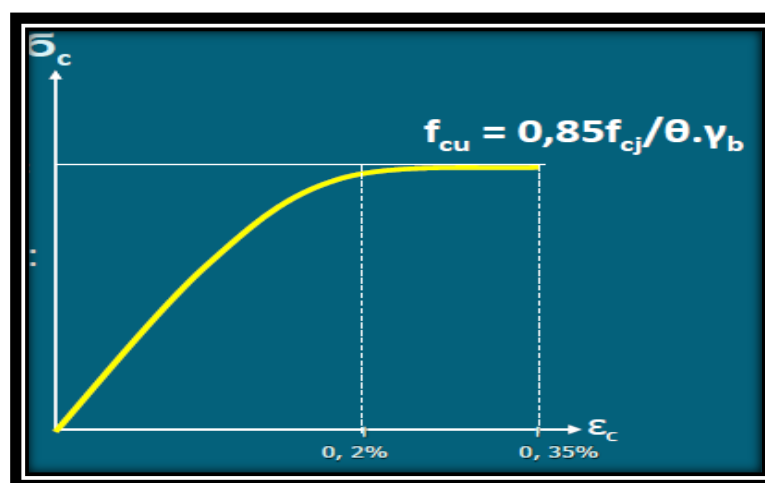


Figure III.2 diagramme contraintes-déformations du béton

On prend :

Pour : $0 \leq \varepsilon_c \leq 0.2\%$ $\Rightarrow \sigma_c = 0.25f_c 10^3 \varepsilon_c (4 \times 10^3 \varepsilon_c)$ (III. 1)

Pour : $0.2 \leq \varepsilon_c \leq 0.35\%$ $\Rightarrow$ Résistance de calcul du béton :

$$\sigma_c = f_{cu} = \frac{0.85f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b} \quad (\text{III. 2})$$

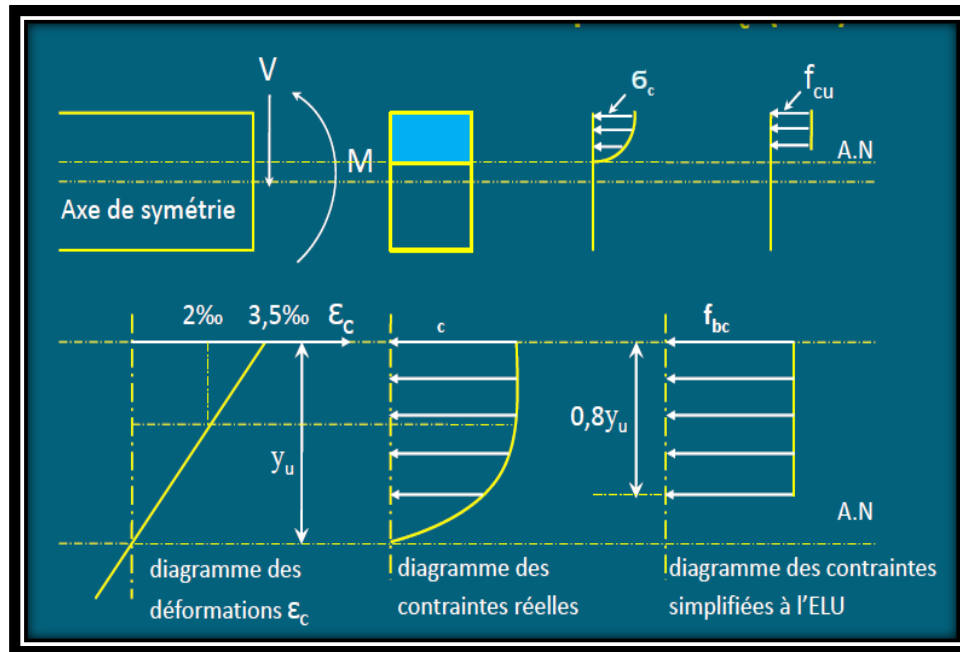


Figure III.3 Détail des contraintes de compression à l'ELU

H5 : le diagramme contraintes- déformations de l'acier selon le CBA est celui défini à la figure III.4

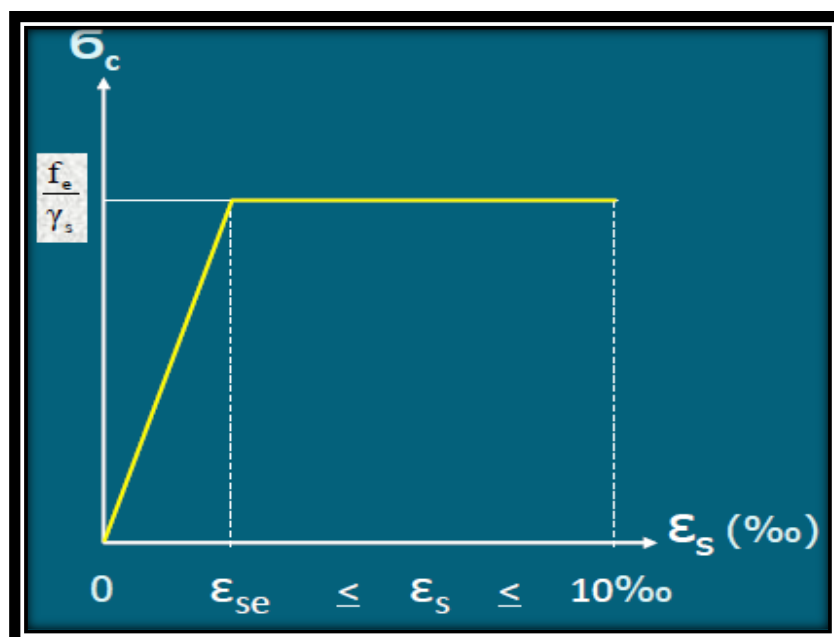


Figure III.4 Diagramme contraintes-déformations de l'acier

$$\varepsilon_s = \frac{f_e / \gamma_s}{E_s} \quad (\text{III. 3})$$

Avec :

$$E_s = 200.000 \text{ MPa}$$

$$\gamma_s = 1.15 \text{ sauf pour le cas exceptionnel}$$

$$2\text{‰} = \varepsilon_{se} \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$$

$$\sigma_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (\text{III. 4})$$

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{se} \Rightarrow \sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (\text{III. 5})$$

H6 : les positions que peut prendre le diagramme des déformations d'une section droite passent au moins par l'un des trois pivots définis à la figure III.5 selon le CBA.

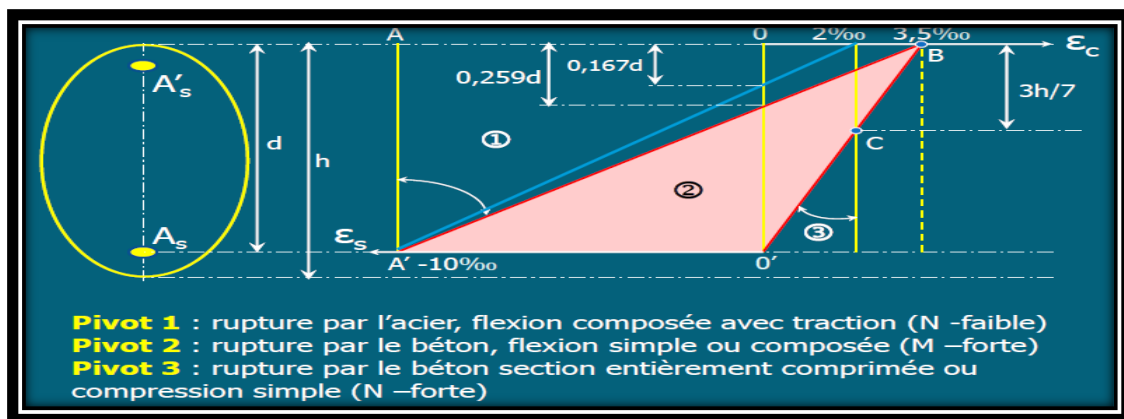


Figure III.5 Règles des trois pivots

H7 : on peut supposer concentrée en son centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres, tendues ou comprimées, pourvu que l'erreur ainsi commise sur la déformation unitaire ne dépasse pas 1%.

III.3.2 Les états limites services :

Il s'agit d'état dont le non-respect compromet la durabilité de l'ouvrage ou contrarie les conditions d'exploitation habituelles de celui-ci qui se manifeste par une fissuration excessive et/ou des déformations excessives.

- État limite de résistance à la compression du béton,
- État limite de déformation (flèche),
- État limite d'ouverture des fissures (corrosion des armatures).

III.3.2.1 Hypothèses caractéristiques de L'ELS :

H1 : les sections droites restent planes après déformation (hypothèse de Navier),

H2 : il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures d'acier et le béton,

H3 : la résistance à la traction du béton est négligée à cause de la fissuration ($f_{bt}=0$),

H4 : l'acier et le béton sont considérés comme des matériaux élastiques linéaires et il est fait abstraction du retrait et du fluage du béton,

H5 : coefficient d'équivalence acier- béton selon le CBA est :

$$n = \frac{E_s}{E_b} \approx 15 \quad (\text{III. 6})$$

III.4 Avantages du calcul aux états limites :

- ☞ Les états limites fournissent une liste des points fondamentaux à considérer dans le calcul des structures.
- ☞ Le calcul aux états limites assure des conditions uniformes de sécurité et de tenue en service et un emploi économique des matériaux. Il s'applique à de nombreux types de défaillances, de matériaux et de construction.
- ☞ Le calcul aux états limites est un outil de base pour le calcul et l'évaluation des structures de génie civil et un moyen d'uniformiser les codes et les normes traitant du calcul des structures.

III.5 Contraintes admissibles selon CBA, l'ACI, EUROCODE, CSA et BS :

III.5.1 Contraintes admissibles de béton :

A) Selon le code CBA :

a) Compression :

a.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

Le diagramme déformations ϵ_b contraintes σ_{bc} du béton pouvant être utilisé dans tous les cas est le diagramme de calcul dit "parabole-rectangle". Il comporte un arc de parabole du second degré d'axe suivi d'un segment de droite parallèle à l'axe des déformations ϵ_{bc} et tangent à la parabole en son sommet. Ce segment s'étend entre les valeurs 2‰ et 3,5‰ de la déformation ϵ_{bc} . L'arc de parabole s'étend de l'origine des coordonnées jusqu'à son sommet de coordonnées

$$\epsilon_{bc} = 2\text{‰} \quad \text{et} \quad \sigma_{bc} = \frac{0,85 f_{cj}}{\theta \gamma_b} \quad (\text{III.7})$$

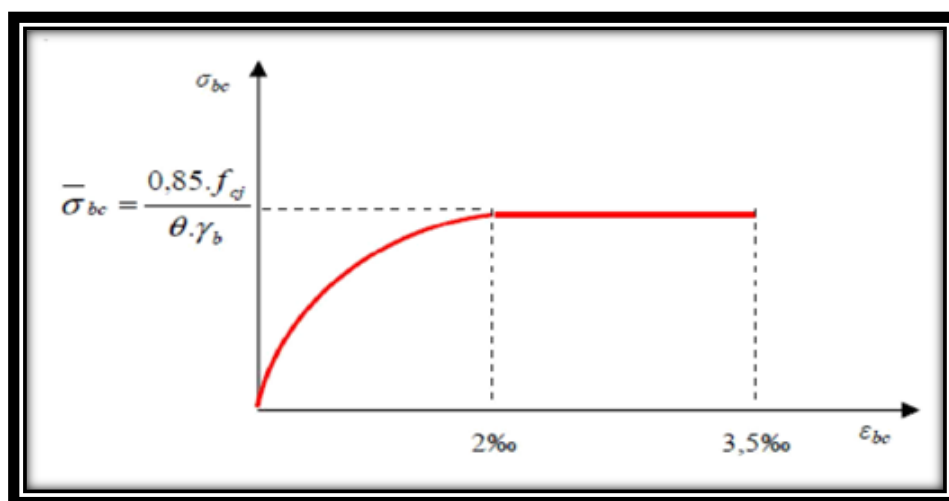


Figure III.6 Diagramme contrainte – déformation de béton à ELU

La contrainte limite ultime est donnée par (Article A. 4.3.4.1, page 23, CBA93):

$$\bar{\sigma}_{bc} = \frac{0.85f_{cj}}{\theta\gamma_b} \quad (\text{III.8})$$

Avec:

θ : Coefficient d'application des actions considérées qui est donné en fonction de la durée d'application des combinaisons d'actions, il vaut:

$\theta = 1$ lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'actions considérée est supérieure à 24 h.

$\theta = 0,9$ si cette durée est comprise entre 1 h et 24h.

$\theta = 0,85$ si elle est au plus égale à 1 h.

γ_b : Coefficient de sécurité du béton.

$\gamma_b = 1,15$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_b = 1,5$ pour les situations durables ou transitoires.

a.2 Aux états limites de service (ELS) : Ils correspondent à des conditions normales d'exploitation et de durabilité. Il n'est pas suffisant qu'une construction soit stable et résistante, il est aussi nécessaire qu'elle ne présente pas une fissuration ou des déformations excessives. L'état limite de fissuration et de déformation de service à la compression est donné comme suit :

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0.6f_{cj} \quad (\text{III. 9}) \quad (\text{Article A. 4.5.2, page 30, CBA93})$$

B) Selon le code ACI :

La contrainte admissible du béton est égale à (Article 10.2.7, page 318-130 ACI 318-08).

$$\sigma_c = 0.85 f_c' \quad (\text{III.10})$$

C) Selon le code EUROCODE :

C.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

L'Eurocode 2 indique que Le raccourcissement relatif du béton est limité à (article 3.1.6 EN 1992.1.1.2004) :

• En flexion à 3,5 ‰ et en compression à 2‰ pour le béton de $f_{ck} \leq 50$ MPa et que la contrainte ultime de compression de béton est :

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc}f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{III.11})$$

Où :

α_{cc} : est un coefficient tenant compte des effets à long terme sur la résistance en compression et des effets défavorables résultant de la manière dont la charge est appliquée.

γ_c : est le coefficient partiel relatif au béton.

Avec :

α_{cc} : 1 (Valeur recommandée par le code).

γ_c : 1.5 pour situations durables ou transitoires.

γ_c : 1.2 pour situations accidentelles.

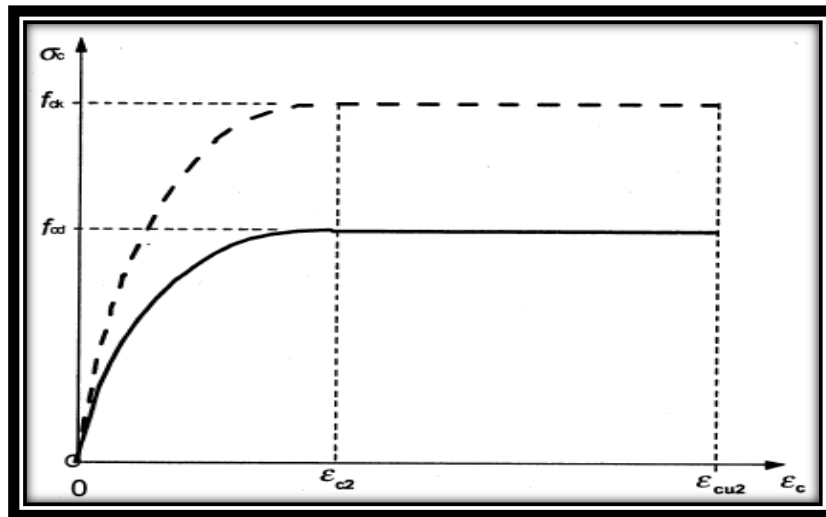


Figure III.7 Diagramme parabole-rectangle pour le béton comprimé

ϵ_{c2} et ϵ_{cu2} sont données au Tableau de l'annexe I.

C.2 Aux états limites de service (ELS) :

Selon l'Eurocode2 la contrainte de compression du béton doit être limitée à (article 7.2 EN 1992.1.1.2004) :

$$\overline{\sigma}_c = K_1 f_{ck} \quad (\text{III.12})$$

Avec :

f_{ck} : est la résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours.

$K_1 = 0,6$ (valeur recommandée par le code pour les milieux correspondants aux classes d'exposition XD, XF et XS, voir l'article 4.2 Eurocode2).

D) Selon le code CSA :

D.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

- Compression :

La contrainte admissible du béton à la compression est : (article 8.4.2 CSA- A23.3)

$$\overline{\sigma}_c = \phi_c f'_c \quad (\text{III.13})$$

$\overline{\sigma}_c$: Contrainte admissible de compression, en MPa.

f'_c : Résistance du béton à la compression à 28 jours, en MPa.

ϕ_c : Coefficient de résistance du béton.

Avec : $\phi_c = 0.65$.

- Traction :

La contrainte admissible du Béton à la traction est :

$$\bar{\sigma}_t = \phi_c \sqrt{f'_c} \quad (\text{III.14})$$

$\bar{\sigma}_t$: Contrainte admissible de traction, en MPa.

f'_c : Résistance du béton à la compression à 28 jours, en MPa.

ϕ_c : Coefficient de résistance du béton.

Avec : $\phi_c = 0.65$.

D.2 Aux états limites de service (ELS) :

Selon le code CSA-A23.3 les vérifications à faire aux états limites de service se portent uniquement sur les flèches et les ouvertures de fissure que l'on verra aux chapitres suivants. Néanmoins, les contraintes admissibles de béton à l'ELS ne doivent pas dépasser celles données par les équations III.13 et III.14.

E) Selon le code BS :

E.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

La contrainte de compression dans le béton à ELU est limitée à (voir figure ci-dessous) (article 3.4.4.1, page 25, BS 8110-1-1997 en révisé 2007) :

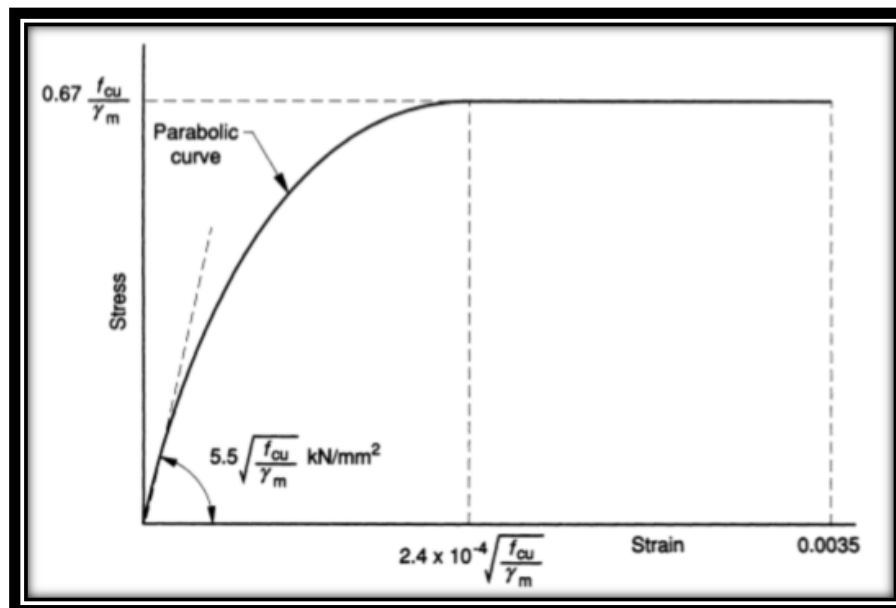


Figure III.8 Courbe de contrainte-déformation de conception à court terme pour le béton de poids normal.

$$\sigma_{cc} = \frac{0.67 f_{cu}}{\gamma_m} \quad (\text{III.15})$$

Où $\gamma_m = 1.5$

Note :

0.67 tient compte de la relation entre la résistance du cube et la résistance à la flexion dans un élément fléchi. Il s'agit simplement d'un coefficient et non pas un facteur de sécurité partiel.

f_{cu} : est en N/mm².

E.2 Aux états limites de service (ELS) :

À l'ELS on limite la flèche et la largeur de fissure. Le code note que l'état limite de flèche et de fissuration ne sera pas atteint si les recommandations données sur le rapport de la portée à la hauteur utile et l'espacement des armatures sont respectées (article 3.1.2, page 15, BS 8110-1-1997 en révision 2007).

III.5.2 Contraintes admissibles de l'acier :

A) Selon le code CBA :

A.1- Aux états limites ultimes (ELU) :

$$\bar{\sigma}_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (\text{III.16})$$

f_e : Limite élastique de l'acier.

A.2 Aux états limites de service (ELS) :

Il est nécessaire de réduire le risque des fissures. Pour limiter l'ouverture de ces dernières, on est amené à limiter les contraintes dans les armatures tendues sous l'action des sollicitations de service. D'après les règles CBA (Article A.4.5.3, page 30), on distingue trois cas de fissuration :

a-fissuration peu-préjudiciable :

La fissuration est considérée comme peu-préjudiciable, lorsque l'élément à vérifier est situé dans les locaux couverts. Aucune vérification n'est demandée et la contrainte dans les aciers n'est pas limitée.

b-Fissuration préjudiciable :

La fissuration est considérée comme préjudiciable lorsque les éléments en cause sont exposés aux intempéries ou à des condensations, ou peuvent être alternativement noyés et émergés en eau douce. La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs suivantes (article A.4.5.3.3., page 32, CBA93). :

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 2/3 f_e ; 110 (\eta f_{tj})^{1/2} \} \quad (\text{III.17})$$

Avec :

f_e : Limite élastique de l'acier.

η : coefficient de fissuration qui dépend de type d'acier :

$\eta = 1,3$ pour les aciers HA de diamètre $< 6\text{mm}$.

$\eta = 1,6$ pour les aciers HA de diamètre $> 6\text{mm}$.

$\eta = 1$ pour les aciers ronds lisses.

f_{tj} : La résistance caractéristique à la traction du béton exprimée en MPa.

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06f_{cj} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{III.18})$$

c- Fissuration très préjudiciable :

La fissuration est considérée comme très préjudiciable lorsque les éléments en cause sont exposés à un milieu agressif ou bien doivent assurer une étanchéité. La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs suivantes (article A.4.5.3.4., page33, CBA93).

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \{0,5f_e ; 90 (\eta f_{tj})^{1/2}\} \quad (\text{III.19})$$

B) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de $\bar{\sigma}_{st}$ (page 4, TN331_ACI_floor_design_040509).

C) Selon le code EUROCODE :

C.1- Aux états limites ultimes (ELU) :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{III.20})$$

f_{yk} : Limite caractéristique élastique de l'acier.

γ_s : Coefficient de sécurité de l'acier.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoires. (Article 3.2.7, (2), Page 38 EN 1992-1-1 :2004).

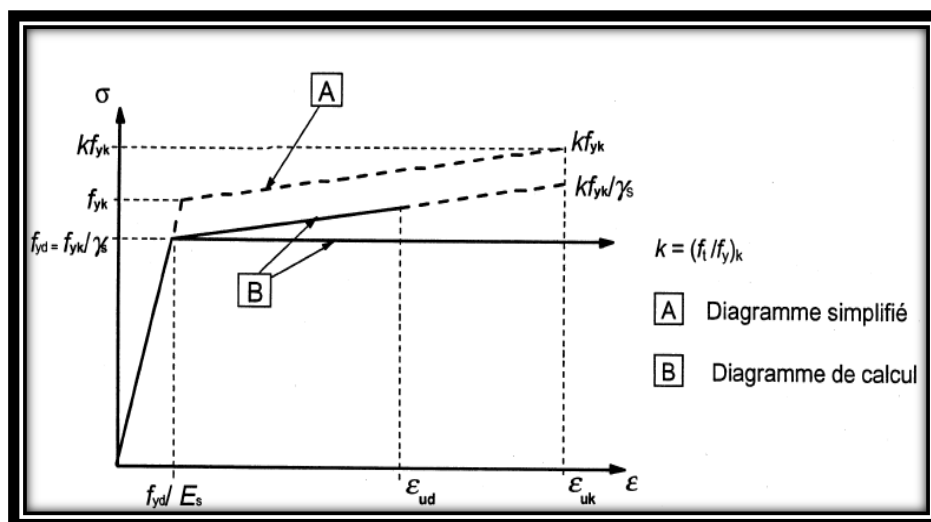


Figure III.9 Diagramme contrainte-déformation simplifié et diagramme de calcul pour les aciers de béton armé (tendus ou comprimés)

C.2 Aux états limites de service (ELS) :

$$\bar{\sigma}_s = 0.8 f_{yk} \quad (\text{III.21})$$

D) Selon le code CSA :

La contrainte de traction admissible de l'acier, suivant le diagramme de la figure III.10 est comme suit :

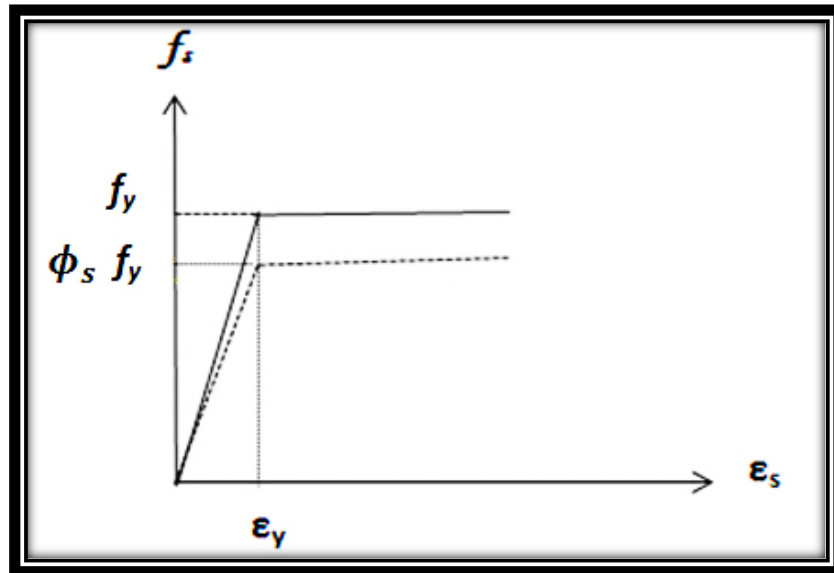


Figure III. 10 Diagramme contraintes – déformations d'acier.

$$f_s = \phi_s f_y \quad (\text{III.22})$$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} \quad (\text{III.23})$$

Où :

$$\phi_s = 0.85$$

f_y : Limite d'élasticité de l'acier

E) Selon le code BS :**E.1- Aux états limites ultimes (ELU) :**

La contrainte admissible de l'acier (tendu ou comprimé) est donnée par la figure II.18 précédente.

$$\sigma_s = \frac{f_y}{\gamma_m} \quad (\text{III.24})$$

Où $\gamma_m = 1,15$ (facteur de sécurité de l'acier)

E.2 Aux états limites de service (ELS) :

À l'ELS on limite la flèche et la largeur de fissure pour qu'elles ne dépassent pas les valeurs admissibles fixées par le code. Cependant, si les recommandations du code sur le rapport de la portée à la hauteur utile et l'espacement des armatures sont respectées, il est inutile de faire le calcul justificatif à l'ELS (article 3.12, BS 8110-1-1997 en révisé 2007 ; article 3.1, BS 8110-2-1985).

III.6 Actions et sollicitations selon le CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS :

Ce chapitre décrit les actions et les sollicitations calculées ainsi les combinaisons d'action aux états limites ultimes (ELU) et aux états limites de services (ELS) selon les cinq codes.

Une structure est soumise à différentes actions, permanentes ou variables dans le temps, statiques ou dynamiques, de nature mécanique ou thermique, et sa conception vise à satisfaire certains critères vis-à-vis de ces actions :

- ☞ Sécurité : sa résistance, son équilibre et sa stabilité doivent être assurés avec une probabilité choisie ;
- ☞ Performance : son fonctionnement et le confort associés doivent être garantis pour une durée suffisante ;
- ☞ Durabilité : la dégradation de la structure dans le temps doit être limitée et maîtrisée pour satisfaire les deux premiers critères.

III.6.1-Actions :

Une action peut se définir comme un ensemble de forces ou de couples appliqués à la structure ou bien comme une déformation imposée à la structure (dilatation thermique par exemple). Une action est définie par sa valeur caractéristique qui tient compte de la dispersion de cette action et de la probabilité que celle-ci soit plus ou moins éloignée de la valeur prévue.

III.6.2-Classement des actions :

On peut classer les actions selon :

-Leur variation dans le temps :

On distingue de ce point de vue les actions permanentes dont la variation dans le temps est négligeable (poids propre des structures, des terres, ...), variables dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps (exploitation, neige, vent, ...), accidentelles dont la durée est très courte par rapport à la durée de vie de l'ouvrage et la probabilité d'occurrence avec une grandeur significative est très faible (séisme, choc, explosion, ...).

- Leur variabilité dans l'espace :

On distingue selon ce critère : les actions fixes qui ne peuvent varier indépendamment d'un endroit à l'autre où elles s'exercent (le poids propre d'une poutre s'applique simultanément sur toute sa longueur) les actions libres qui ont une distribution spatiale quelconque (c'est le cas des charges d'exploitation, certaines pièces pouvant être vides alors que les autres sont plus ou moins remplies).

- La réponse de la structure :

On distingue de ce point de vue : les actions statiques qui n'entraînent pas de vibration de l'ouvrage, les actions dynamiques qui induisent une accélération significative de la structure mettant en jeu des forces d'inertie (séisme, vent, ...).

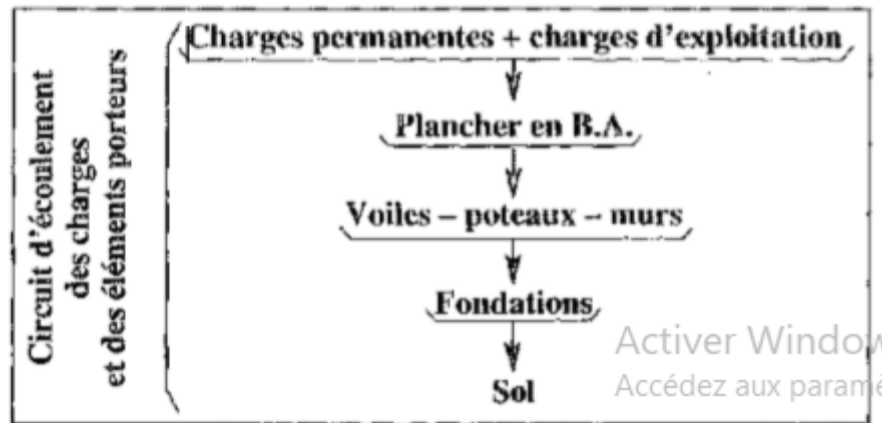


Figure III.11 Circle d'écoulement de charge

III.6.3- Sollicitations de calcul :

Les sollicitations sont les efforts internes (effort normal (N), effort tranchant (T)) et les moments (moment de flexion (M_f), moment de torsion (M_t)) induits dans la structure par les différentes actions. Elles sont calculées à l'aide de méthodes appropriées dérivées de la résistance de matériaux et après combinaisons des actions suivant deux catégories liées aux états limites.

III.6.4- Les combinaisons d'actions :

Sont les ensembles constitués par les actions à considérer simultanément.

Les trois types de combinaison sont :

- ✓ Combinaisons fondamentales (ELU).
- ✓ Combinaisons accidentelles (ELU).
- ✓ Combinaisons rares (ELS).

III.6.5 Aux états limites ultimes (ELU) :

A) Selon le code CBA :

Les sollicitations de calcul à considérer résultent des combinaisons d'actions ci - après dont on retient les plus défavorables.

a) Combinaisons fondamentales :

Lors des situations durables ou transitoires il y a lieu de considérer la combinaison d'action suivante :

$$1,35 G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3 \Psi_{0i} Q_i \quad (\text{III.25}).$$

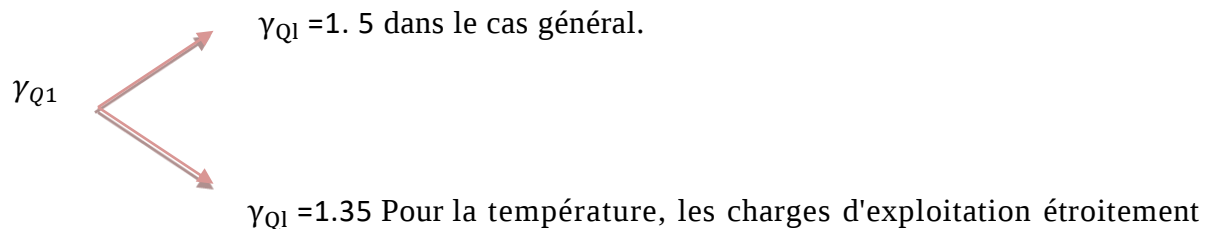
Où :

$G_{\max}$: L'ensemble des actions permanentes défavorables.

$G_{\min}$: L'ensemble des actions permanentes favorables.

Q_1 : Une action variable dite de base.

Q_i : Les autres actions variables dites d'accompagnement (avec $i > 1$).



Bornées ou de caractère particulier, les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine (et sans action humaine permanente).

Ψ_0 : Coefficient intervient dans les combinaisons fondamentales (ELU) et dans les combinaisons rares (ELS).

✓ **Cas de bâtiment:**

$$G_{\max} + G_{\min} + \left\{ \begin{array}{l} 1.5 \\ 1.35[T] \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Q_B \\ W \\ S + 1.3 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 0.77W \\ 0.77S \\ Q_B \Psi_0 \\ 0.77W + Q_B \Psi_0 + 0.8T \\ 0.77W + Q_B \Psi_0 \\ 0.77W + 0.77S \end{array} \right\} \quad (\text{III. 26})$$

Avec :

Q_B : Charges d'exploitation du bâtiment.

W : Vent.

S : Neige.

T : Température.

Ψ_0 : les valeurs de Ψ_0 relatives aux charges d'exploitation sont définies dans l'annexe d'article C.2.1, CBA93.

La valeur de Ψ_0 est égale à 0,77 pour tous les locaux à l'exception des archives et des parcs de stationnement pour les quels sa valeur est de 0,9.

Les effets de la température ne sont généralement pas pris en compte ; s'ils doivent intervenir en tant qu'action de base, ils sont introduits avec le coefficient 1,35.

b) Combinaisons Accidentelles : (Article A.3.3.2.2, CBA93) :

Si elles ne sont pas définies par des textes spécifiques, les combinaisons d'actions à considérer sont les suivantes :

$$G_{\max} + G_{\min} + FA + \psi_{11} \cdot Q_1 + \sum 1,3 \Psi_{2i} \cdot Q_i \quad (\text{III.27})$$

Avec :

- Ψ_i : action variable dite d'accompagnement (avec $i > 1$) (Annexe IV).
- FA : valeur nominale de l'action accidentelle.
- $\Psi_{11}Q_1$: valeur fréquente d'une action variable.
- $\Psi_{2i}Q_i$: valeur quasi permanente d'une action variable.

B) Selon le code ACI :

D'après l'article C9.2 (Page 318-403 ACI 318-08), il existe les types d'action suivants :

- ✓ Charges permanentes (D).
- ✓ Charge variable d'exploitation (L).
- ✓ Charge de vent (W).
- ✓ Séisme (E).
- ✓ Pluie (R).
- ✓ Neige (S)
- ✓ Charge variable d'exploitation de toiture (L_r).
- ✓ Poussée des terres (H).
- ✓ Pression d'un liquide (F).
- ✓ Effet cumulé des déformations imposées (température, retrait, fluage, tassements différentiels des appuis) (T).

La résistance requise U doit être au moins égale aux effets des charges pondérées dans les équations (III.28) à (III. 29). (Article 9.2, Page 115 ACI 318M-08).

-Combinaisons tenant en compte de l'action de la pression d'un liquide et les déformations imposées:

La formule en (US ou SI)	
$U = 1,4 (D + F)$	(III.28)
$U = 1,2 (D + F + T) + 1,6 (L + H) + 0,5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$	
(III.29)	

- Autres combinaisons :

La formule en (US ou SI)	
$U = 1,2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L L$	(III.30)
$U = 1,2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + 0,8W$	(III.31)
$U = 1,2D + \beta_w \cdot W + 0,5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L L$	(III.32)
$U = 0,9D + \beta_w \cdot W + 1,6H$	(III.33)
$U = 0,9D + \beta_w \cdot W$	(III.34)
$U = 1,2D + \alpha_E \cdot E + \gamma_L L + 0,2 S$	(III.35)
$U = 0,9D + \alpha_E \cdot E + 1,6H$	(III.36)
$U = 0,9D + \alpha_E \cdot E$	(III.37)

Avec :

$\gamma_L = 1$ dans le cas des parkings, d'une place de rassemblement public et les surfaces où $L > 480 \text{ Kg/m}^2$.

$\gamma_L = 0,5$ dans les autres cas.

$\beta_w = 1,6$ si W est réduit par un facteur de direction, si non $\beta_w = 1,3$.

$\alpha_E = 1,4$ si E est basée sur l'effort sismique de niveau de service, si non $\alpha_E = 1$.

C) Selon le code EUROCODE :

D'après l'article 2.3 (Page 8 ; YANNICK.SIEFFERT "Le Béton armé selon L'Eurocode2") et la section 6 (annexe A) de la norme Européenne EN 1990 :2002-Eurocodes structuraux, on a :

a- Combinaisons fondamentales :

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj, \text{sup}} G_{kj, \text{sup}} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj, \text{inf}} G_{kj, \text{inf}} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Qi} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (\text{III. 38})$$

Avec :

$G_{kj, \text{sup}}$ et $G_{kj, \text{inf}}$: sont des actions permanentes d'origines différentes.

$\psi_{0,i}$: Coefficient de réduction donné au Tableau III.2.

Les valeurs de γ_{Gj} et $\gamma_{Q,i}$ sont résumées dans le tableau III.1:

Tableau III.1 Valeurs de γ_{Gj} et $\gamma_{Q,i}$

	Actions permanentes (γ_{Gj})	Actions variables ($\gamma_{Q,i}$)	
		Dominante avec sa valeur caractéristique	Accompagnement avec leur valeur de combinaison
Effet favorable	$\gamma_{Gj,inf}=1.00$	0	0
Effet défavorable	$\gamma_{Gj,sup}=1.35$	1.5	1.5

♣ **Cas des bâtiments (Annexe A1, EN 1990 :2002) :**

- ✓ Lorsqu'uniquement l'action variable la plus défavorable est considérée :

$$\sum_{j \geq 1} 1.35 G_{kj,sup} + \sum_{j \geq 1} G_{kj,inf} + 1.5 Q_{k,1} \quad (III.39)$$

- ✓ Lorsque toutes les actions variables sont considérées :

$$\sum_{j \geq 1} 1.35 G_{kj,sup} + \sum_{j \geq 1} G_{kj,inf} + 1.5 Q_{k,1} + \sum_{i > 1} 1.5 \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (III.40)$$

b- Combinaisons accidentelles ou sismiques :

Ces combinaisons font intervenir les actions accidentelles. Un choc, la neige, le vent et les actions sismiques peuvent être des actions variables ou accidentelles (EN1990, 1.5.3.5).

Les actions accidentelles sont habituellement de courte durée mais de grandeur significative et dont la probabilité d'occurrence pendant la durée du projet est très faible.

♣ Pour les situations de projets accidentels :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_d + \begin{cases} \psi_{1,1} \\ ou \\ \psi_{2,1} \end{cases} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (III.41)$$

$\psi_{1,1} Q_{k,1}$: Valeur fréquente de l'action variable dominante.

$\psi_{2,i} Q_{k,i}$: Valeur quasi-permanente des actions variables dominantes ou d'accompagnement.

Les choix de $\psi_{1,1}$ ou $\psi_{2,1}$ dépend la situation accidentelle du projet.

♣ Pour les situations de projets sismiques :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (III.42)$$

Où :

- A_d : valeur représentative de l'action accidentelle.
- A_{Ed} : valeur représentative de l'action sismique.

 Valeurs des coefficients de réduction ψ : (Annexe A1, EN 1990 :2002)

Tableau III.2 Valeurs des coefficients de réduction ψ en fonction des catégories pour les bâtiments.

Actions	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Catégorie A : habitation, zones résiduelles.	0.7	0.5	0.3
Catégorie B : bureaux.	0.7	0.5	0.3
Catégorie C : lieux de réunion.	0.7	0.7	0.6
Catégorie D : commerces.	0.7	0.7	0.6
Catégorie E : stockage.	1.0	0.9	0.8
Catégorie F : zone de trafic, véhicule de poids ≤ 30 KN.	0.7	0.7	0.6
Catégorie G : zone de trafic, véhicules entre 30 à 160 KN.	0.7	0.5	0.3
Catégorie H : toits.	0	0	0
Charge de neige pour les bâtiments situés > 1000 m.	0.7	0.5	0.2
Charge de neige pour les bâtiments situés ≤ 1000 m	0.5	0.2	0
Charge dues au vent sur les bâtiments.	0.6	0.2	0
Action de la température (hors incendie) dans les bâtiments	0.6	0.5	0

D) Selon le code CSA : (article 8.3 CSA-A 23.3-94)

a) Les combinaisons de charges qui ne tiennent pas en compte l'action sismique sont données par l'équation suivante :

$$\alpha_D D + \gamma \psi (\alpha_L L + \alpha_W W + \alpha_T T) \quad (\text{III.43})$$

b) Les combinaisons de charges, tenant en compte de l'action sismique, sont données par :

$$1.0D + \gamma(1.0E) \quad (\text{III.44})$$

- Et soit : les locaux de stockage et les salles de réunion :

$$1.0D + \gamma(1.0L + 1.0E) \quad (\text{III.45})$$

- Ou pour tous les autres usages :

$$1.0D + \gamma(0.5L + 1.0E) \quad (\text{III.46})$$

Avec :

D : Charges permanentes.

L : Surcharges dues à l'utilisation prévue et l'occupation (y compris les charges verticales dues aux grues, de la neige, la glace et la pluie, la terre et la pression hydrostatique, et les composantes horizontales des forces statiques ou de l'inertie).

W : Surcharges de vent.

E : Charges dues au séisme.

T : Charges dues à la contraction ou la dilatation causée par les changements de température, le retrait, les changements d'humidité, les effets cumulatifs de la température de rétrécissement de fluage et tassement différentiel.

✓ **Les facteurs de charge :**

Les facteurs de charge, α , doivent être pris égal à :

- a) $\alpha_D = 1,25$ sauf, lorsque la charge permanente s'oppose au renversement, le soulèvement, ou l'effet renversé de charge $\alpha_D = 0,85$.
- b) $\alpha_L = 1,5$ à l'exception du liquide contenu dans les réservoirs où $\alpha_L = 1,25$ (CSA-A23.3 articles C.1.2.5).
- c) $\alpha_W = 1,5$
- d) $\alpha_T = 1,25$

✓ **Le facteur de combinaison de charges :**

Le facteur de combinaison de charges, ψ , est égal à :

- a) $\psi = 1,0$ lorsque l'un des charges, L, W ou T est inclus dans l'équation (III.43).
- b) $\psi = 0,7$ lorsque deux des charges, L, W ou T sont inclus dans l'équation (III.43).
- c) $\psi = 0,6$ lorsque tous les trois charges, L, W ou T sont inclus dans l'équation (III.43).

✓ **L'effet le plus défavorable :**

L'effet le plus défavorable doit être déterminé en tenant en compte les charges, L, W ou T agissant seul avec $\psi = 1,0$ ou en combinaisons avec 0,7 ou 0,6.

✓ **Le facteur d'importance :**

Le facteur d'importance, γ ne doit pas être inférieur à 1,0 pour tous les bâtiments, sauf s'il peut être démontré que l'effondrement n'est pas susceptible de causer des blessures ou d'autres conséquences graves, auquel cas il ne doit pas être inférieur à 0,8.

E) Selon le code BS :

Selon le code BS, les charges qui devraient être utilisées dans la conception des constructions sont les suivantes : (Article 2.4.1, page8, BS 8110 :1 :1997 en révisé 2007 ; MacGinley and Choo, 1990, Reinforced concrete design theory & examples-BS8110, section 13.2, Page 392).

1- Les charges permanentes G_k :

La charge morte est due au poids des toits, des planchers, des poutres, des murs, des colonnes, des finitions de plancher, des cloisons, des plafonds, etc.

Les charges imposées (variable) Q_k :

La charge imposée dépend de l'occupation ou de l'utilisation du bâtiment et comprend les charges réparties, les charges concentrées, l'impact, l'inertie et la neige.

2- Les charges dues au vent W_k

D'autres charges peuvent intervenir telles que les charges dynamiques, accidentelles, et les charges de terre nominales E_n .

✓ **Facteurs de sécurité partiels pour la charge γ_f :**

La charge nominale pour un type donné de chargement et d'état limite est obtenue à partir de :

$$\gamma_f G_k \text{ ou } \gamma_f Q_k \text{ ou } \gamma_f W_k \text{ ou } \gamma_f E_n$$

Où :

γ_f : Est le facteur de sécurité partiel approprié. Il est introduit pour tenir compte des augmentations possibles non considérées de la charge, de l'évaluation inexacte des effets de la charge, de la redistribution imprévue des contraintes, de la variation de la précision dimensionnelle et de l'importance de l'état limite considéré. La valeur de γ_f choisie garantit également que les exigences de service peuvent généralement être satisfaites par des règles simples.

Tableau III.3 Combinaisons de charge et valeurs de γ_f pour l'état limite ultime

Combinaison de charge	Type de charge					
	Permanente		Imposée		Pression de la terre et de l'eau	Vent
	Défavorable	Favorable	Défavorable	Favorable		
1. Permanente et imposée (et pression de la terre et de l'eau)	1.4	1.0	1.6	0	1.4	—
2. Permanente et vent (et pression de la terre et de l'eau)	1.4	1.0	—	—	1.4	1.4
3. Permanente et vent et imposée (et pression de la terre et de l'eau)	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2

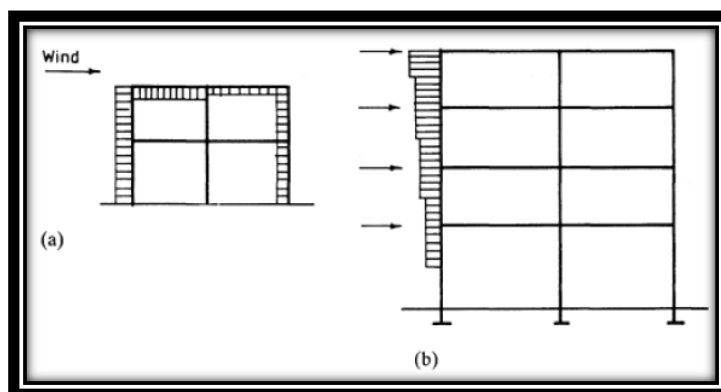


Figure III.12 (a) Charges réparties sur les surfaces ; b) les charges appliquées au niveau des planchers.

a- Charge permanente G_k + charge imposée Q_k :

1. Toutes les portées sont chargées avec la charge de conception maximale :

$$1.4G_k + 1.6Q_k \quad (\text{III.47})$$

2. Les portées alternatives sont chargées avec la charge de conception maximale :

$$1.4G_k + 1.6Q_k \quad (\text{III.48})$$

Et toutes les autres portées sont chargées avec la charge de conception minimale :

$$1.0G_k \quad (\text{III.49})$$

b- Charge permanente G_k + charge de vent W_k :

- 1- Si la charge permanente et la charge de vent agissent dans la même direction ou si leurs effets sont additifs, la combinaison de charges est :

$$1.4(G_k + W_k) \quad (\text{III.50})$$

- 2- Cependant, si les effets sont dans des directions opposées, par exemple le soulèvement par le vent, la combinaison de charge critique est :

$$1.0G_k - 1.4W_k \quad (\text{III.51})$$

c- Charge permanente G_k + charge sismique E_l :

$$1.4(G_k + E_l) \quad (\text{III.52})$$

d- Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge de vent W_k :

La structure doit être chargée avec :

$$1.2(G_k + Q_k + W_k) \quad (\text{III.53})$$

e- Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge sismique E_l :

$$1.2(G_k + Q_k + E_l) \quad (\text{III.54})$$

Avec :

G_k : Est caractéristique de la charge permanente.

Q_k : Est caractéristique de la charge imposée.

W_k : Est caractéristique la charge de vent.

E_l : Est la charge sismique.

Remarque :

- Dans les combinaisons (III.47), (III.48), (III.49), la force horizontale notionnelle doit être appliquée, en prenant au minimum 0,5 % des charges verticales permanentes et imposées pondérées (Design provisions of BS 5950 part-1, page).

- Dans les autres combinaisons, la composante horizontale de la charge de vent pondérée ne doit pas être considérée comme inférieure à 1,0 % de la charge permanente pondérée appliquée horizontalement (Design provisions of BS 5950 part-1, page).

Étant donné que les charges spécifiées provenant des ponts roulants supérieurs comprennent déjà des charges horizontales importantes, il n'est pas nécessaire d'inclure les charges verticales de la grue dans le calcul de la charge minimale par le vent / des forces horizontales théoriques.

- **Charge accidentelle sur des éléments clés ou protégés :**

Lorsqu'une charge accidentelle est requise pour une approche de conception à un élément clé ou protégé, cette charge doit être prise comme 34 kN/m² (Article 12, page7, BS 6399 : Part 1 : 1996).

III.6.6 Aux états limites de service (ELS) :

A) Selon le code CBA :

D'après l'article A.3.3.3, CBA93, les sollicitations de calcul à l'ELS résultent des combinaisons d'actions ci-après, dites combinaisons rares :

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \Psi_{0i} \cdot Q_i \quad (\text{III.55})$$

Cas du bâtiment :

$$G_{\max} + G_{\min} + \begin{cases} Q_B \\ W \\ S \end{cases} + \begin{cases} Q_B \\ 0.77W \\ 0.77S \\ 0.77W + 0.77S + T \\ Q_B + 0.77W \\ Q_B + 0.77S \\ Q_B + 0.77S + 0.77W \end{cases} \quad (\text{III.56})$$

B) Selon le code ACI :

- Combinaisons tenant en compte de l'action de la pression d'un liquide et les déformations imposées: (RAM Concept H, 2018)

$$U = D + F \quad (\text{III.57})$$

$$U = D + H + F + L + T \quad (\text{III.58})$$

$$U = D + H + F + (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (\text{III.59})$$

$$U = D + H + F + 0.75(L + T) + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (\text{III.60})$$

-Combinaisons accidentelles :

$$U = D + H + F + (W \text{ ou } 0.7E) \quad (\text{III.61})$$

$$U = D + H + F + 0.75(W + 0.7E) + 0.75L + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (\text{III.62})$$

$$U = 0.6D + W + H \quad (\text{III.63})$$

$$U = 0.6D + 0.7E + H \quad (\text{III.64})$$

C) Selon le code EUROCODE :

Pour les états limites de service, il y a trois combinaisons sont à envisager (EN 1990 :2002, articles 1.5.3, 6.5.3) :

- ✓ Combinaison caractéristique (pondérée par ψ_0) : les actions variables sont considérées comme constamment présentes, comme les actions permanentes.
- ✓ Combinaison fréquente (pondérée par ψ_1) : la probabilité d'avoir les actions variables est considérée comme fréquente pendant la durée de vie du projet.
- ✓ Combinaison quasi-permanente (pondérée par ψ_2) : la probabilité d'avoir les actions variables est considérée comme faible pendant la durée de vie du projet. Les effets du poids propre seront alors prépondérants dans cette combinaison par rapport aux effets des actions variables.

Les 3 combinaisons sont détaillées ci-après.

a- Combinaison caractéristique :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (\text{III.65})$$

♣ Cas des bâtiments :

- Lorsqu'uniquement l'action variable la plus défavorable est considérée :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} \quad (\text{III.66})$$

- Lorsque toutes les actions variables sont considérées :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (\text{III.67})$$

b- Combinaison fréquente :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (\text{III. 68})$$

c- Combinaison quasi-permanente :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (\text{III.69})$$

D) Selon le code CSA : (article 8.3 CSA-A 23.3)

La combinaison de charges pour la vérification des exigences de service doit être prise comme :

$$D + \psi(L + Q + T) \quad (\text{III. 70})$$

ψ : Le facteur de combinaison des charges (les valeurs de Ψ sont définies au paragraphe précédent III .3.1.2).

E) Selon le code BS : (Design provisions of BS 5950 part-1)**a-Charge permanente G_k + charge imposée Q_k :**

1-Toutes les portées sont chargées avec la charge de conception maximale et les portées alternatives sont chargées avec la charge de conception maximale :

$$1.0G_k + 1.0Q_k \quad (\text{III. 71})$$

Et toutes les autres portées sont chargées avec la charge de conception minimale :

$$1.0G_k \quad (\text{III. 72})$$

b-Charge permanente G_k + charge de vent W_k :

2-Si la charge permanente et la charge de vent agissent dans la même direction ou si leurs effets sont additifs, la combinaison de charges est :

$$1.0G_k + 1.0 W_k \quad (\text{III. 73})$$

3-Cependant, si les effets sont dans des directions opposées, par exemple le soulèvement par le vent, la combinaison de charge critique est :

$$G_k - W_k \quad (\text{III. 74})$$

c-Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge de vent W_k :

La structure doit être chargée avec :

$$1.0 G_k + 0.8 Q_k + 0.8W_k \quad (\text{III. 75})$$

d-Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge sismique E_l :

La structure doit être chargée avec :

$$1.0 G_k + 0.8 Q_k + 0.8E_l \quad (\text{III. 76})$$

Remarque :

Généralement, les charges à l'état limite de service devraient prises sans majoration.

Les charges de neige exceptionnelles ne devraient pas être incluses dans la charge imposée lors de la vérification de l'état de service.

Dans le cas d'une combinaison Q_k et W_k , seulement 80 % des valeurs totales spécifiées doivent être pris en compte lors de la vérification de l'état de service.

III.7 Conclusion :

L'objectif de la conception structurale devrait être fournir une structure capable de remplir la fonction prévue et de maintenir les charges spécifiées pour sa durée de vie prévue en tenant dûment compte de l'économie.

Des facteurs partiels appropriés devraient être appliqués pour fournir des degrés de fiabilité adéquats pour les états limites ultimes et les états limites de fonctionnement.

CHAPITRE IV

**Résistance
d'éléments à la
flexion**

IV. Résistance d'éléments à la flexion selon les règles CBA, EUROCODE, ACI, CSA et BS :

Ce chapitre consiste à étudier la résistance des éléments à la flexion simple selon les cinq codes CBA-ACI-EUROCODE-CSA-BS.

IV.1 GENERALITES

L'action des forces latérales sur une poutre se traduit en une déformation de l'axe longitudinal initialement droit en une courbe curviligne. L'état d'une section de poutre ou de toutes les composantes des efforts internes, seule un moment fléchissant M_y ou M_z n'est pas nul, est dit état de flexion plane pure comme le montre la figure IV.1. La déformation résultante de ce genre de sollicitation est connue sous le nom de la flèche. Lorsque l'effort tranchant n'est pas nul, en ce cas la sollicitation est dit flexion simple.

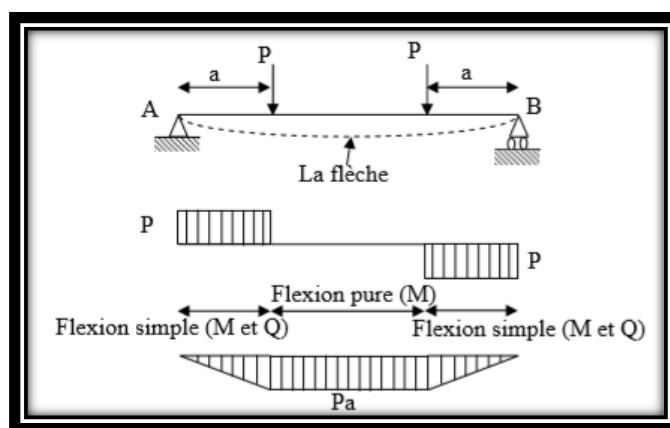


Figure IV.1 Flexion simple

Une poutre est dite en flexion lorsqu'elle est soumise à des forces ainsi que des couples se trouvant dans un plan contenant l'axe longitudinal de la poutre comme le montre la figure IV.2. Ces forces agissent perpendiculairement à l'axe longitudinal et le plan contenant les forces est un plan de symétrie de la poutre.

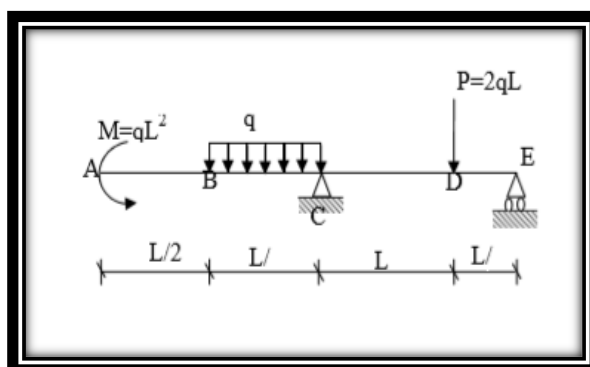


Figure IV.2 Poutre soumise à des charges

IV.2 Résistances des sections à la flexion aux états limites ultimes (ELU) :

IV.2.1 Selon le code CBA :

IV.2.1.1 Hypothèses du calcul :

Les principales hypothèses du calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple à l'ELU sont les suivantes (article A.4.3.2, page 21, CBA93) :

- ☞ Les sections droites restent planes et il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton.
- ☞ La résistance à la traction du béton est négligée.
- ☞ Les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10 ‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3,5 ‰ en flexion et 2 ‰ en compression simple.
- ☞ Le comportement des matériaux (l'acier et le béton) est défini par le diagramme contraintes déformations.
- ☞ On suppose concentré en leur centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres tendues ou comprimées, si l'erreur commise sur les déformations unitaires ne dépassent pas 15%.
- ☞ Le diagramme contrainte-déformation du béton pouvant être utilisé dans tout les cas sera le diagramme parabole-rectangle. Lorsque la section n'est pas entièrement comprimée, On peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié défini comme suit : sur une distance de $0,2x$ à partir de l'axe neutre, la contrainte sera considérée comme sur la distance qui reste, la contrainte sera égale à $\frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma}$.

IV.2.1.2 État limite ultime de résistance :

En fonction des hypothèses retenues, l'état limite ultime peut être atteint de deux façons :

- ☞ Par écoulement plastique des aciers : ($\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$).
- ☞ Par écrasement du béton : ($\varepsilon_{bc} = 3,5 \text{ ‰}$).

A) État limite ultime au pivot A :

Cet état limite ultime caractérisé par les déformations suivantes :

$$0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 3,5 \text{ ‰} \quad ; \quad \varepsilon_s = 10 \text{ ‰} \quad ; \quad y = \alpha \cdot d \quad ; \quad 0 \leq \alpha \leq 0.259$$

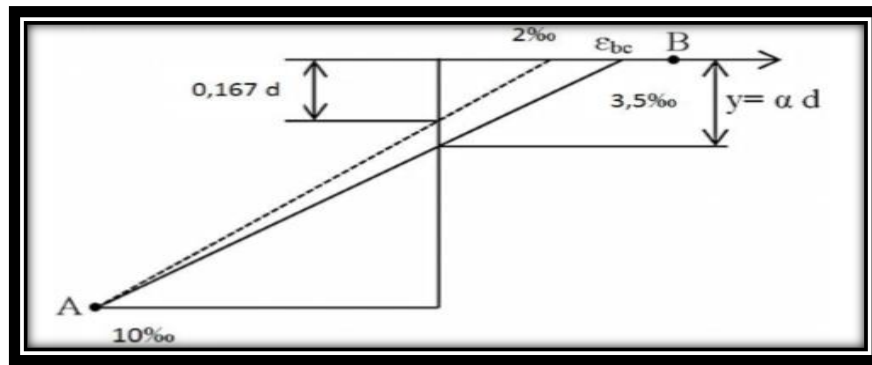


Figure IV.3 État limite ultime au pivot A.

B) État limite ultime au pivot B :

Cet état limite ultime est caractérisé par les déformations suivantes :

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$$

$$0 \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$$

$$y = \alpha \cdot d$$

$$0.259 \leq \alpha \leq 1$$

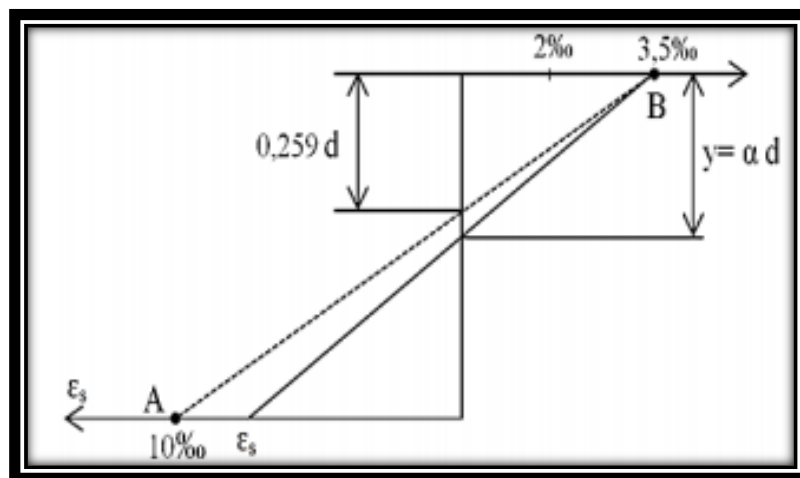


Figure IV.4 État limite ultime au pivot B

-Le mode d'obtention de l'état-limite ultime sera déterminé en comparant α avec 0,259 ; valeur qui correspond à un état-limite ultime atteint simultanément par l'écoulement de l'acier et l'écrasement du béton.

C) Position particulière de l'axe neutre :

a) État limite ultime avec : $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ et $\varepsilon_{bc} = 2\text{‰}$

$$\alpha = 2 / (2 + 10) = 0,167 \quad (\text{IV.1}) \quad (\text{pivot A})$$

-Si $\alpha < 0,167$, $\varepsilon_{bc} < 2\text{‰}$ et $\sigma_{bc} < f_{bc}$ $\Rightarrow$ Le béton travaille mal (la section est surdimensionnée en béton).

b) État limite ultime avec : $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ et $\epsilon_s = \epsilon_{se}$ (pivot B)

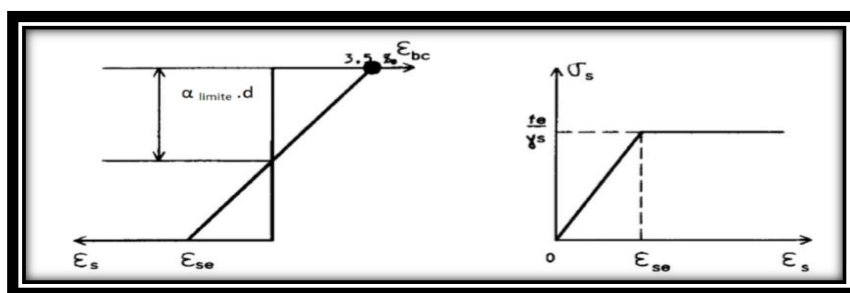


Figure IV.5 État limite ultime avec $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ et $\epsilon_s = \epsilon_{se}$.

Si $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ et $\epsilon_s = \epsilon_{se}$, $\alpha = \alpha_{\text{limite}} = 3,5 / (3,5 + \epsilon_{se})$ qui est en fonction de la nuance d'armatures (voir le tableau IV.1) Si $\alpha > \alpha_{\text{limite}}$, $\epsilon_s < \epsilon_{se}$, $\sigma_s < f_e/\gamma_s$: les aciers travaillent mal (la section est surdimensionnée en acier).

Tableau IV.1 Caractéristiques des aciers, valeurs α limite et μ limite.

	Combinaisons durables ou transitoires				Combinaisons accidentelles			
Nuance MPa	f_e/γ_s MPa	ϵ_{se}	α limite	μ limite	f_e/γ_s MPa	ϵ_{se}	α limite	μ limite
FeE215	189	0.935	0.789	0.429	215	1.075	0.765	0.422
FeE235	204	1.022	0.774	0.425	235	1.175	0.749	0.418
FeE400	348	1.739	0.668	0.391	400	2.000	0.636	0.379
FeE500	435	2.174	0.617	0.371	500	2.500	0.583	0.358

D) Conclusions pratiques:

Une fois calculée la valeur du coefficient α , on obtient le pivot, on détermine le mode d'obtention de l'état limite ultime et le type de diagramme des déformations en comparant cette valeur aux valeurs limites indiquées précédemment puis on obtient les contraintes correspondantes pour chaque matériau.

Tableau IV.2 Valeurs du coefficient α

Valeur de α	Obtention de l'E.L. U	ϵ_s ‰	ϵ_{bc} ‰	σ_s	σ_{bc} max
<0.167	Écoulement plastique des aciers pivot A	10	< 2	f_e/γ_s	< f_{bc}
0.167		10	2	f_e/γ_s	f_{bc}
0.167-0.259		10	2-3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
0.259	Pivot A et B	10	3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
0.259- α limite	Écrasement de béton	10- ϵ_{se}	3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
α limite		ϵ_{se}	3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
> α limite	Pivot B	< ϵ_{se}	3.5	< f_e/γ_s	f_{bc}

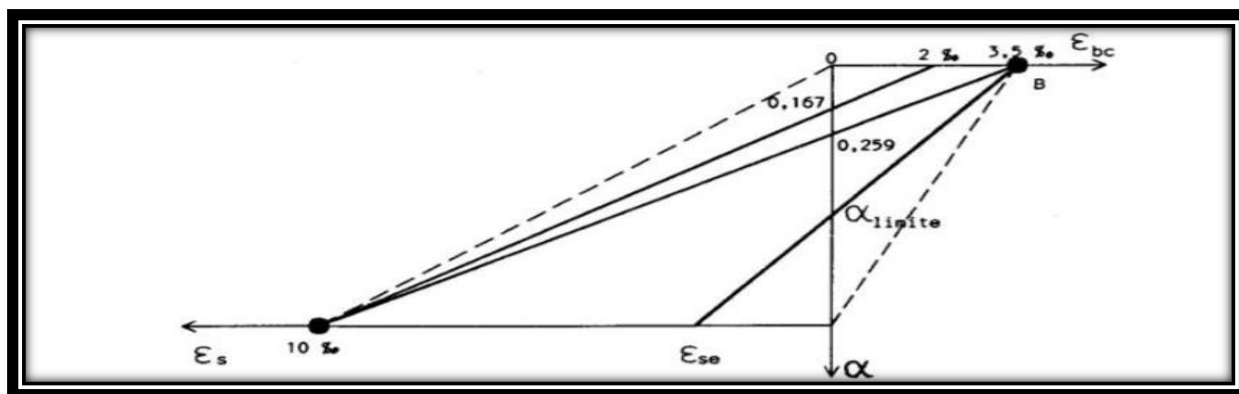


Figure IV.6 Positions particulières de l'axe neutre.

E) Le diagramme rectangulaire simplifié:

D'après l'article (A.4.3.4.2, page24, CBA93), lorsque la section considérée n'est pas entièrement comprimée, il est loisible d'utiliser le diagramme rectangulaire simplifié au lieu du diagramme parabolique-rectangle qui est réduit sur une profondeur de $0.8y_u$, dans lequel y_u désigne la distance de l'axe neutre de la déformation à la fibre la plus comprimée. La contrainte de calcul à l'ELU du béton est donnée par :

$$f_{bu} = f_{bc} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \quad (\text{IV. 2})$$

Avec :

f_{c28} : la résistance caractéristique requise en compression à 28 jours du béton.

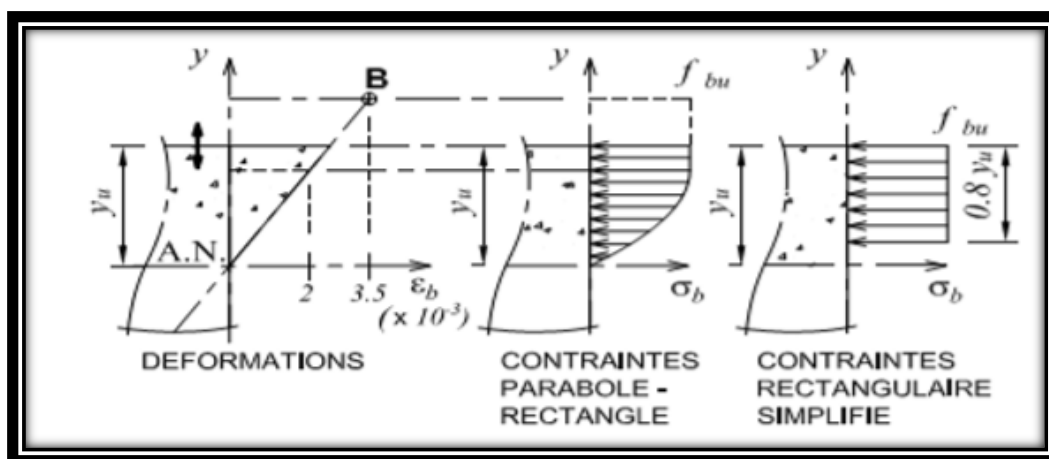


Figure IV.7 Diagrammes contrainte-déformation parabolique-rectangle et rectangulaire simplifié.

F) Équations d'équilibre d'une section fléchie :

L'équilibre de la section vis à vis de l'effort normal et du moment fléchissant conduit aux deux équations (M et N).

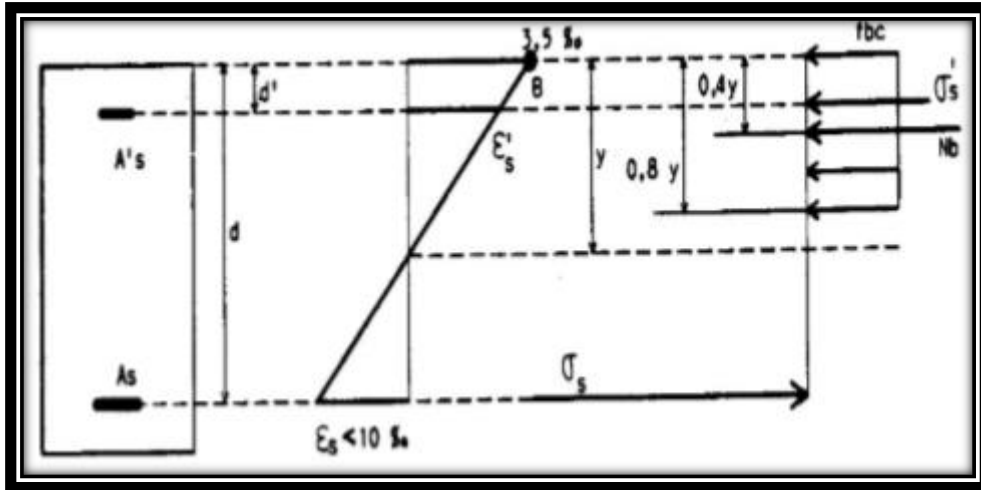


Figure IV.8 Section en béton armé à l'équilibre.

$$N_b + N_s' - N_s = 0.8y. b f_{bc} + A_s'. \sigma_s' - A_s. \sigma_s = 0 \quad (\text{IV.3})$$

$$M_u = 0.8y. b f_{bc} (d - 0.4y) + (d - d'). A_s'. \sigma_s' \quad (\text{IV.4})$$

Où :

☞ Compression dans l'acier : $N_s' = A_s'. \sigma_s'$ (IV.5)

☞ Traction dans l'acier : $N_s = A_s. \sigma_s$ (IV.6)

☞ Compression dans le béton : $N_b = 0.8y. b f_{bc}$ (IV.7)

Selon la valeur du moment ultime réduit μ , la section sera armée soit uniquement par des armatures tendues, soit par des armatures tendues et comprimées.

IV.2.1.3 Section rectangulaire sans armatures comprimées :

A) État limite ultime par écrasement du béton (pivot B) :

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰} ; 0.186 < \mu \leq \mu_{\text{limite}} ; \varepsilon_{se} \leq \varepsilon_{st} < 10\text{‰} \quad (\text{IV.8})$$

Les équations d'équilibre donnent successivement (forces puis moments) :

$$N_b = N_s \iff 0,8 \alpha b d f_{bc} = A_s \sigma_s \quad (\text{IV.9})$$

$$M_u = N_b (d - z') \iff M_u = 0,8 \alpha b d^2 f_{bc} (1 - 0,4\alpha) \quad (\text{IV.10})$$

On pose:

$$\mu = \frac{M_u}{b d^2 f_{bc}} \quad (\text{IV.11})$$

Soit : $\mu = 0,8\alpha (1 - 0,4\alpha)$ (IV.12)

Où $\alpha = 1,25 [1 - \sqrt{1 - 2\mu}]$ (IV.13)

Lorsque le diagramme de déformation passe par les 2 pivots A et B, $y = 0,259 d$; ($\alpha = 0,259$)

Lorsque α est supérieur à α_{limite} , c'est-à-dire lorsque μ est supérieur μ_{limite} , la contrainte σ_s dans les armatures est inférieure à f_e/γ_s , donc ces armatures sont mal utilisées : il convient alors de redimensionner la section de béton ou d'introduire des armatures comprimées. Il est donc utile de connaître μ_{limite} .

✓ Dimensionnement des armatures tendues:

Les données du problème sont :

- Les caractéristiques des matériaux
- La sollicitation M_u supportée par la section de béton.

On calcule $\mu = M_u / (bd^2 f_{bc})$ (IV.14)

Si $\mu < 0,187$: l'état limite ultime est atteint au pivot A

Si $\mu > \mu_{\text{limite}}$: on redimensionne la section ou on introduit des armatures comprimées ;

Si $0,187 < \mu < \mu_{\text{limite}}$: on calcule la position de l'axe neutre par $\alpha = 1,25 [1 - \sqrt{1 - 2\mu}]$ (IV.15)

La contrainte dans les aciers tendus est déduite de la valeur de la déformation ε_s : on calcule

$\varepsilon_s = 3,5\text{‰} (1 - \alpha) / \alpha$ si $\varepsilon_s \leq \varepsilon_{se}$: $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ (cas ou $\mu > \mu_{\text{limite}}$)

Si $\varepsilon_s > \varepsilon_{se}$: $\sigma_s = f_e/\gamma_s$ (cas général avec $\mu < \mu_{\text{limite}}$)

On obtient enfin : $A_s = 0,8\alpha bd f_{bc} / \sigma_s$ ou $A_s = \frac{M_u}{\beta d \sigma_{st}}$ (IV.16)

$$\beta = 1 - 0,4\alpha \quad (\text{IV.17})$$

✓ Dimensionnement d'une section de béton :

Lorsque les dimensions de la section de béton ne sont pas connues, on peut commencer par se fixer soit l'une des deux dimensions, soit un rapport entre elles (par exemple, $b/h \approx 0,4$) ou la valeur de la hauteur utile de la section de béton ($d \approx 0,9h$). Il manque encore une équation pour résoudre le problème : on fait donc un choix concernant α ou μ : par économie, α sera pris entre 0,167 et α_{limite} et même de préférence supérieur à 0,259 pour faire travailler le béton au maximum ; si α est proche de α_{limite} , il faudra beaucoup d'acier dans peu de béton, et si α tend vers 0,167, ce sera l'inverse. On détermine ensuite μ puis $bd^2 = M_u / (\mu f_{bc})$, ce qui donne b , d et h et on est ramené au problème précédent.

IV.2.1.4 Section rectangulaire avec armatures comprimées :

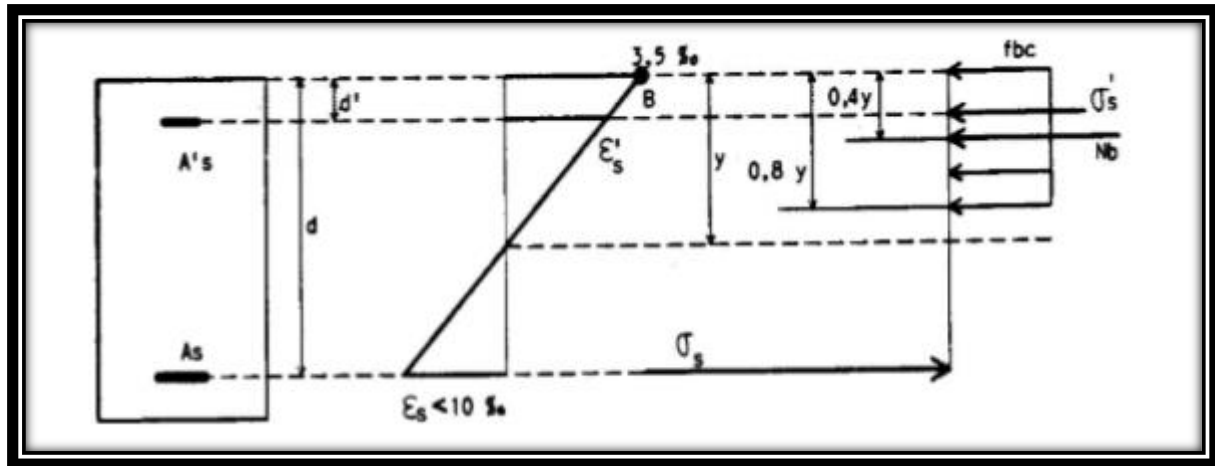


Figure IV.9 Section avec armatures comprimées.

Les équations d'équilibre sont :

$$0,8 \alpha b d f_{bc} + A'_s \cdot \sigma'_s - A_s \cdot \sigma_s = 0 \quad (\text{IV.18})$$

$$M_u = 0,8 \alpha b d^2 f_{bc} (1 - 0,4 \alpha) + \sigma'_s A'_s (d - d') \quad (\text{IV.19})$$

On dispose uniquement de deux équations pour déterminer les trois inconnues A_s , A'_s et α . Il faut donc choisir l'une de ces grandeurs. Ce choix est totalement libre, mais dans la grande majorité des cas, on choisit α pour obtenir la plus faible section totale $A_s + A'_s$. Le calcul théorique de la valeur de α qui minimise $A_s + A'_s$ donne : $\alpha = 0,69$ soit $\mu = 0,400$. (On peut également, pour les résultats voisins, prendre $\alpha = \alpha_{\text{limite}}$ et $\mu = \mu_{\text{limite}}$, mais ces valeurs sont numériquement différentes en fonction de la nuance de l'acier utilisé).

$$A'_s = \frac{M_u - 0,4 b d^2 f_{bc}}{\sigma'_s (d - d')} \quad (\text{IV.20})$$

$$A'_s = \frac{A'_s \sigma'_s - 0,552 b d f_{bc}}{\sigma_s} \quad (\text{IV.21})$$

IV.2.2. Selon le code ACI :

IV.2.2.1. Hypothèses de calcul :

Pour calculer la résistance d'un élément à l'aide de la méthode de conception de résistance du code ACI, deux conditions de base doivent être remplies : l'équilibre statique et la compatibilité des déformations.

Les hypothèses suivantes sont faites pour définir le comportement d'un élément de poutre avec un rapport portée / profondeur (L_n / h) supérieur à 4 :

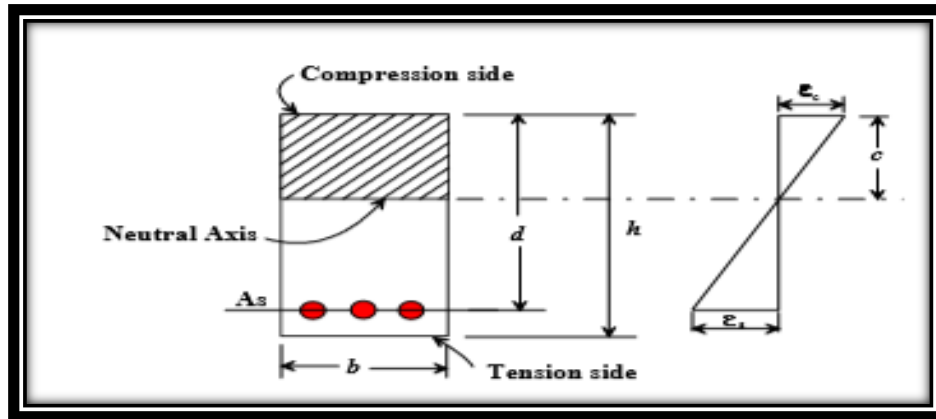


Figure IV.10 Distribution des déformations

- ☞ La distribution des déformations est supposée linéaire. Une section qui était plane avant le chargement reste plane sous chargement (Figure IV.10).
- ☞ La déformation de l'acier et du béton environnant est la même avant l'écrasement du béton ou la déformation de l'acier.
- ☞ Le béton dans la zone tendue de la section est négligé dans l'analyse de flexion et les calculs de conception, et l'armature de traction est supposée capable de résister à la force de traction totale (la résistance à la traction du béton est d'environ 10% de sa résistance à la compression).
- ☞ La déformation maximale utilisable à la fibre de béton extrême est supposée égale à 0,003.
- ☞ Contrainte dans l'armature d'acier inférieure à la limite d'élasticité spécifiée, f_y , est prise comme E_s multiplié par la déformation de l'acier ϵ_s . Pour une résistance supérieure à f_y , la contrainte dans l'armature est considérée comme indépendante de la déformation et elle est égale à f_y .

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s \quad \text{si } \epsilon_t < (\epsilon_{ty} = f_y / E_s) \quad (\text{IV.22})$$

$$\text{Et à :} \quad \sigma_s = f_y \quad \text{si } \epsilon_t \geq (\epsilon_{ty} = f_y / E_s) \quad (\text{IV.23})$$

Où :

f_y : limite d'élasticité de l'acier.

ϵ_{ty} : déformation de l'acier tendue correspondant à la limite élastique f_y de l'acier.

- ☞ La relation entre la distribution des contraintes de compression du béton et la déformation du béton est supposée être rectangulaire, avec une contrainte de béton de $0,85f'_c$ supposée uniformément répartie sur une zone de compression équivalente (Figure IV.11).

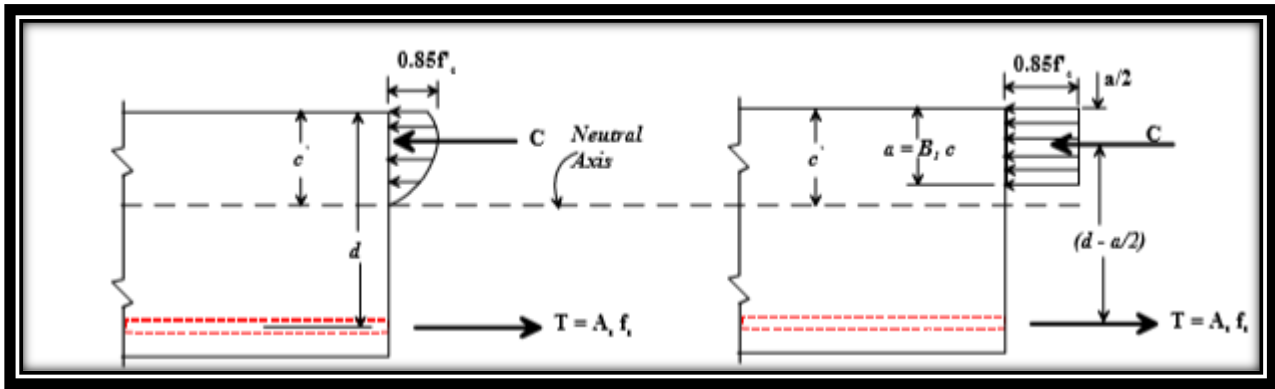


Figure IV.11 Relation entre la distribution des contraintes de compression du béton et la déformation du béton

- ☞ La distance c est mesurée entre la fibre de déformation maximale et l'axe neutre dans une direction perpendiculaire à cet axe.

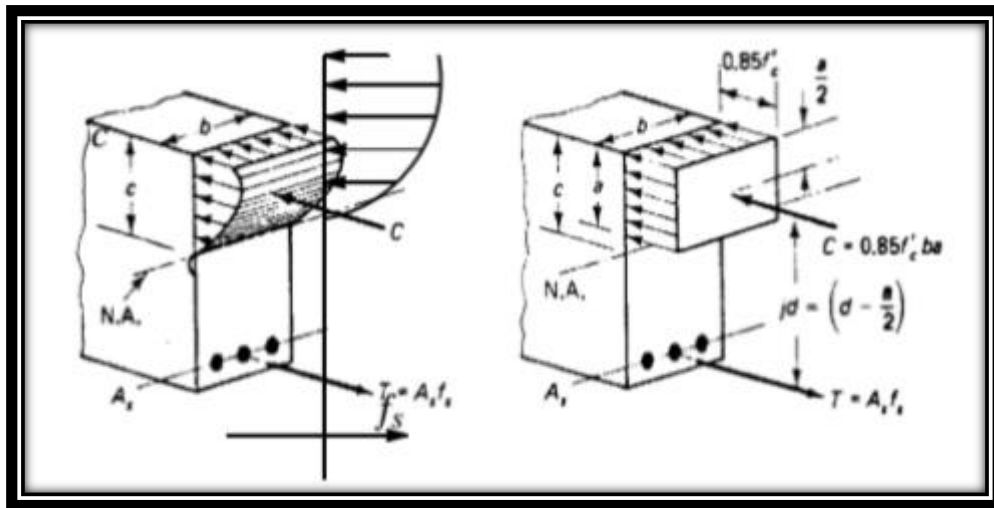


Figure IV.12 Diagramme de distribution des contraintes

- ☞ La profondeur du bloc de compression rectangulaire est prise comme $a = \beta_1 c$ de la fibre de contrainte de compression maximale.
- ☞ Pour f'_c entre 17MPa (2500psi) et 28MPa (4000), β_1 doit être pris égale à 0,85. Pour $f'_c > 28$ MPa, le β_1 doit être réduit linéairement à un taux de 0,05 pour chaque 7 MPa(1000psi) de force supérieure à 28, mais β_1 ne doit pas être pris moins de 0,65. (Article 10.2.7.3, page 131, ACI 318M-08).

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 28}{7} \right) \geq 0.65 \quad [\text{SI}] \quad (\text{IV.24})$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 4000}{1000} \right) \geq 0.65 \quad [\text{US}] \quad (\text{IV.25})$$

✚ **Remarque :** (Article R10.3.3, page 131, ACI 318M-08)

La déformation au niveau de la barre d'acier tendue la plus sollicitée, située à une distance d_t de la fibre la plus comprimée, est déterminée en utilisant les triangles semblables, comme le montre la figure (IV.13) :

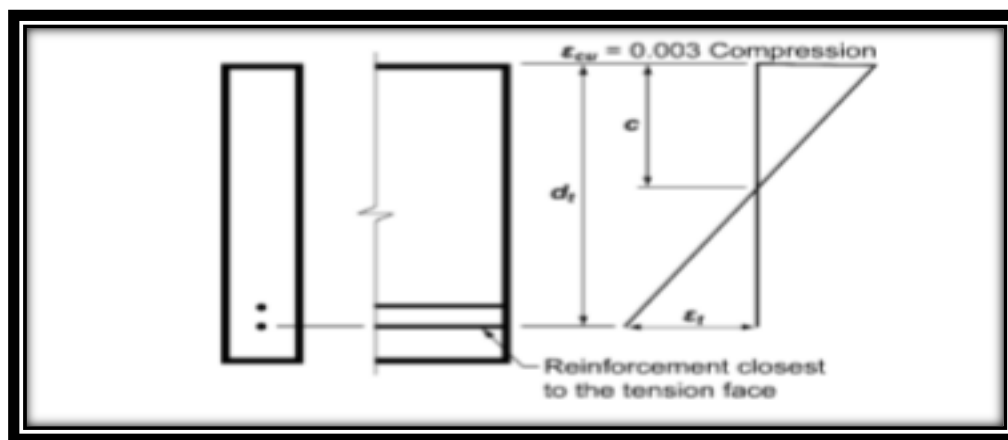


Figure IV.13 Diagramme de déformations

IV.2.2.2. État de déformations équilibrées :

A) Définition :

Selon le code ACI, un état de déformation équilibrée est défini comme celui pour lequel l'allongement relatif de l'acier atteint $\epsilon_t = \frac{f_y}{E_s}$ (IV.26) correspondant à f_y (limite d'élasticité de l'acier) et le raccourcissement relatif du béton atteint sa valeur limite 0.003.

Le bras de levier de cet état de déformation est $z = d - \frac{a}{2}$ (IV.27) où a est la profondeur du diagramme de compression dans le béton comme le montre la figure IV.14.

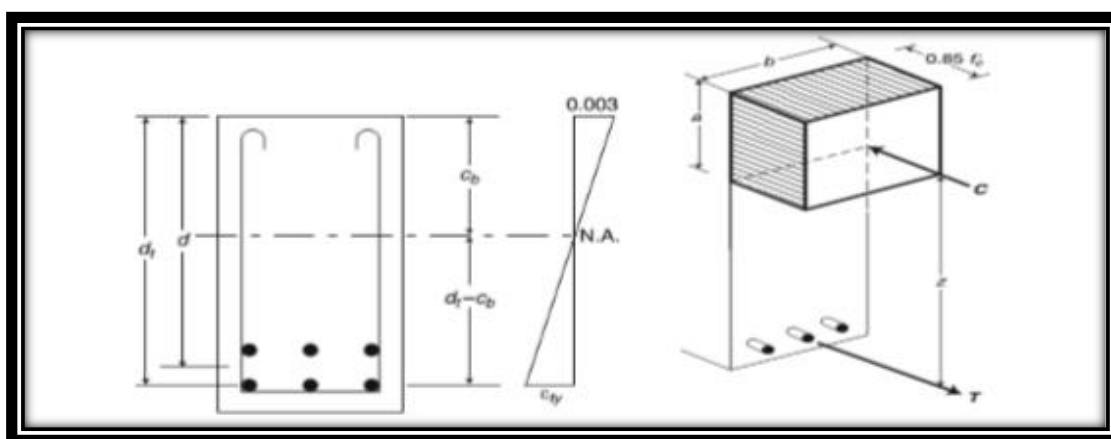


Figure IV.14 Diagramme de contrainte et déformation à l'état de déformations équilibrées

B) Pourcentage d'acier ρ_b correspondant à l'état de déformation équilibrée (section rectangulaire sans aciers comprimés)

- Pour le calcul de n'importe quel pourcentage d'acier, on utilise l'équation :

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (IV.28)$$

-Position de l'axe neutre (triangles semblables) (Valeur limite de c/d pour la plastification de l'armature tendue) :

$$\frac{c}{d_t} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_{ty}} \quad (\text{IV.29})$$

Pour un état de déformation équilibrée $c_b = \frac{0.003d_t}{0.003 + \frac{f_y}{200000}} = \frac{600}{600 + f_y} d_t \quad (\text{IV.30})$

-D'où, compte tenu de la valeur de $a_b = c_b \beta_1$ et c_b , l'expression donnée à l'article B8.4.2 ; Page 318-395 ACI 318-08 et (ACI 318M-08, page 403) :

$$\rho_b = \frac{A_s^b}{bd} = \frac{0.85f'_c \beta_1}{f_y} \left(\frac{600}{600 + f_y} \right) \frac{d_t}{d} \quad [\text{MPa}] \quad (\text{IV.31})$$

$$\rho_b = \frac{A_s^b}{bd} = \frac{0.85f'_c \beta_1}{f_y} \left(\frac{87000}{87000 + f_y} \right) \frac{d_t}{d} \quad [\text{psi}] \quad (\text{IV.32})$$

-Le cas d'une seule rangée d'armature tendue ($d_t = d$) et $\frac{d_t}{d} = 1$.

IV.2.2.3 Moment de Résistance M_R :

-En flexion simple, la condition à satisfaire est :

Moment de résistance $\leq$ Moment pondérée

$$M_R \leq \phi M_n \quad (\text{IV.33})$$

Avec ϕ est un coefficient de réduction d'après l'article 9.3.2.7; Page 318-119 ACI 318-08 qui est égale à 0.9 (le cas de la flexion simple ou flexion composée avec traction).

M_n : moment de résistance nominale dû aux matériaux béton – acier.

M_R : moments de résistance dû aux actions (charge pondérée)

-Équation d'équilibre des forces :

$$M_n = Cz = Tz \quad (\text{IV.34})$$

Et : T : résultant de traction dans l'acier  $T = A_s \cdot f_y \quad (\text{IV.35})$

C : résultant de compression dans le béton  $C = (0.85f'_c) ab \quad (\text{IV.36})$

Avec b la largeur de la section.

Alors :

$$A_s \cdot f_y = (0.85f'_c) ab \quad (\text{IV.37})$$

-D'après l'équation (IV.37) on a :

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{(0.85f'_c)b} = \frac{\rho b d f_y}{(0.85f'_c)b} = \frac{\rho d f_y}{0.85f'_c} \quad (IV.38)$$

Soit :

$$M_R = \phi C_z = \phi T_z \quad (IV.39)$$

-On remplace C et z avec leurs valeurs des équations (IV.36) et (IV.27) on trouve :

$$M_R = \phi (0.85f'_c) ab [d - (a/2)] \quad (IV.40)$$

IV.2.2.4. Les modes de déformation :

D'après l'article 10.3.3 et 10.3.4, page 318-133, ACI 318-08 on remarque que l'ACI détermine trois modes de déformation dépendant de la valeur de ϵ_t suivant la figure (IV.15):

a -section contrôlée par la compression $\epsilon_t \leq \epsilon_{ty}$.

b -section contrôlée par la traction $\epsilon_t \geq 0.005$.

c -section de transition $\epsilon_{ty} < \epsilon_t < 0.005$.

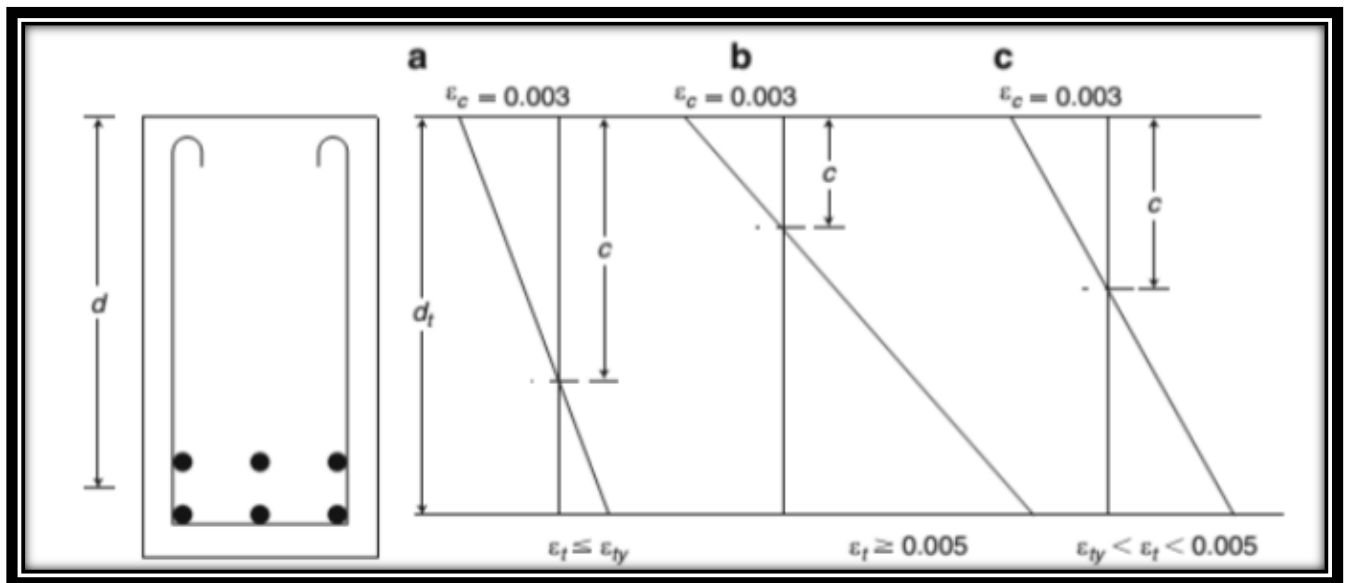


Figure IV.15 Distribution des déformations selon les 3 modes.

-D'après l'article 10.3.4 et 10.3.5; Page 318-132 ACI 318-08, pour des éléments non-précontraints avec une charge de compression axiale inférieure à $0.10f'_c A_g$, la valeur de ϵ_t à une résistance nominale ne devrait pas être inférieure à 0.004.

- Par remplacement des deux valeurs de ϵ_t (0.004 et 0.005) dans la relation (IV.31), on trouve :

$$\varepsilon_t = 0.004; \frac{c}{d_t} = \frac{3}{7} = 0.429 \text{ ou } c = 0.429d_t \quad (\text{IV. 41})$$

$$\varepsilon_t = 0.005; \frac{c}{d_t} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ ou } c = 0.375d_t \quad (\text{IV. 42})$$

IV.2.2.5. Pourcentage maximal d'acier $\rho_{\max}$:

-on a $c_{\max} = 0.429d_t$, et d'après l'équation (IV.38) on a :

$$a = \frac{A_{s \max} f_y}{(0.85 f_c') b} = \frac{3}{7} \beta_1 d_t = \frac{\rho_{\max} b d f_y}{(0.85 f_c') b} \quad (\text{IV. 43})$$

-D'après l'article RB10.3.3 ; Page 318-396 ACI 318-08 on a :

$$\rho_{\max} = 0.364 \beta_1 \frac{f_c' d_t}{f_y d} \leq 0.75 \rho_b \quad (\text{IV. 44})$$

-Le cas de la section contrôlée par la traction $\varepsilon_t = 0.005$:

$$\rho_{tc} = 0.319 \beta_1 \frac{f_c' d_t}{f_y d} \quad (\text{IV. 45})$$

Les deux valeurs $\rho_{\max}$ et ρ_{tc} sont établis dans le tableau (Annexe V).

IV.2.2.6. Renforcement minimal :

D'après l'article 10.5 Page 318-134 ACI 318-08 et (l'article 10.5, page 134, ACI 318M-08) Pour ne pas avoir une défaillance, la quantité minimale d'armature en traction est déterminer soit par le tableau (Annexe VI), ou par les formules suivantes :

$$A_{s, \min} = \rho_{\min} b d = \frac{0.25 \sqrt{f_c'}}{f_y} b d \geq \frac{1.40}{f_y} b d \quad [\text{SI}] \quad (\text{IV. 46})$$

$$A_{s, \min} = \rho_{\min} b d = \frac{3 \sqrt{f_c'}}{f_y} b d \geq \frac{200}{f_y} b d \quad [\text{US}] \quad (\text{IV. 47})$$

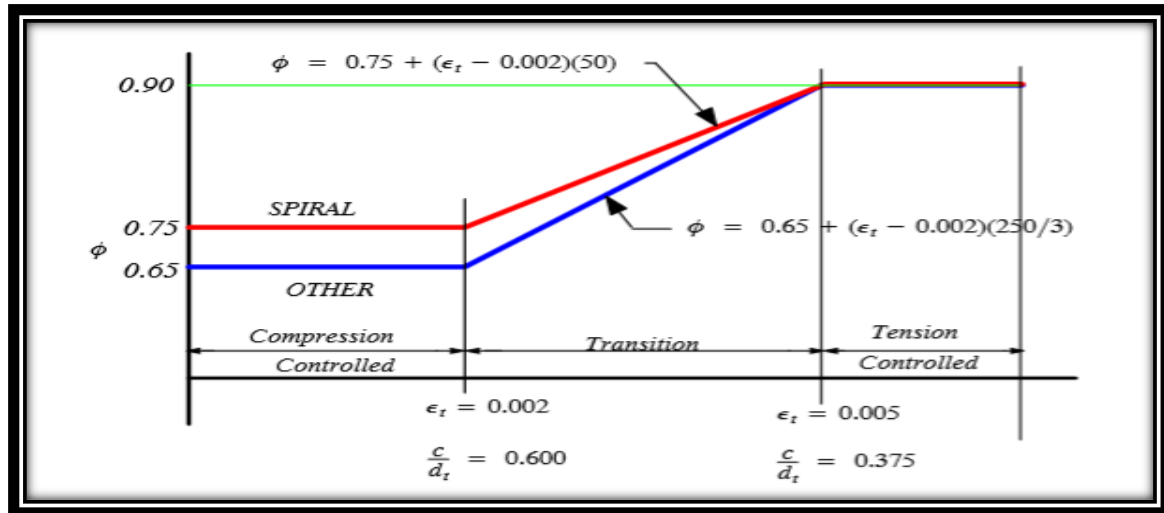
Pour l'équation (IV.46) : f_c' et f_y en [MPa] et (b et d) en [mm] ;

Pour l'équation (IV.47) : f_c' et f_y en [psi] et (b et d) en [in]

IV.2.2.7. La relation entre ϕ et c/d :

-L'équation (IV.31) clarifie que la relation de c/d_t , ou son inverse, d_t/c , est en rapport direct avec ε_t . On remarque que le rapport c_b/d_t est le rapport de c/d au point relatif aux déformations équilibrées.

-Les valeurs de ϕ peuvent être calculées facilement par l'organigramme (Annexe VII).

Figure IV.16 La variation de ϕ en fonction de c/d .

IV.2.2.8. Sections rectangulaires sans armature de compression :

-De l'équation (IV.40) on a :

$$M_R = \phi (0.85f'_c) a.b [d - (a/2)] \quad (IV.48)$$

-On remplace (a) par sa valeur de l'équation (IV.38) on trouve :

$$M_R = \phi \left(0.85f'_c b \frac{\rho d f_y}{0.85f'_c} \right) \left(d - \frac{\rho d f_y}{1.7f'_c} \right) = bd^2 [\phi \rho f_y (1 - \frac{\rho f_y}{1.7f'_c})] \quad (IV.49)$$

-On a:

$$M_R = bd^2 R \cdot 10^{-3} \quad [KN.m] \quad (IV.50)$$

Avec b et d en [cm] et R le coefficient de résistance en unité de contrainte :

$$R = [\phi \rho f_y (1 - \frac{\rho f_y}{1.7f'_c})] \quad [MPa] \quad (IV.51)$$

-D'après l'équation (IV.51), la valeur de R est clairement dépend de l'armature (ρ et f_y) et de béton utilisé (f'_c), mais elle est indépendante de dimensions de la section.

- D'après le tableau de l'annexe VIII on peut alors lire le pourcentage de ferrailage ρ correspondant à R calculé en (psi).

☞ Remarque :

Les valeurs de R dans le tableau est en [psi], donc pour les convertir en MPa on a : $(R/145.0377)$ [MPa].

La résistance pondérée M_R doit être au plus égale au moment nominal pondéré ϕM_n . Par conséquent, R : est résolu après avoir remplacé le moment M_R par M_n dans l'équation (IV.50).

Les cas où $\rho < \rho_{\min}$; Les armatures considérées ne doivent pas être utilisées dans les poutres, mais peut être utilisée dans les dalles ou les semelles.

IV.2.2.9. Sections rectangulaires avec armature de compression :

Le moment de résistance supplémentaire utile dans les sections peut être obtenu en mettant des aciers supplémentaires dans les régions de compression et de traction de la poutre. L'augmentation de la capacité en flexion est due à l'utilisation des aciers supplémentaires fournissant un couple de force interne. Les composantes de la résistance prévues dans une section rectangulaire avec armatures comprimées sont montrées dans la figure (IV.17).

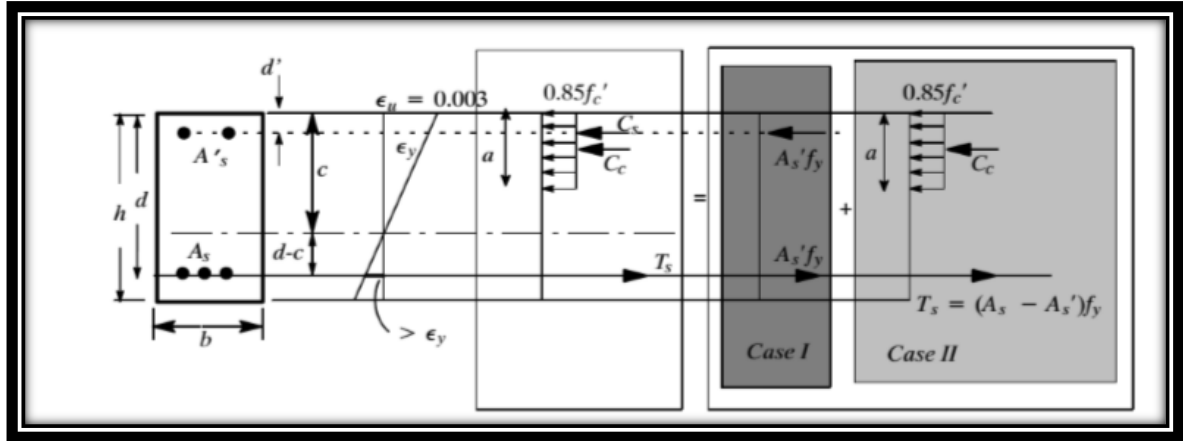


Figure IV.17 Section rectangulaire avec armatures comprimées.

Pour avoir l'équilibre, avec l'axe neutre s'éloignant de fibres extrêmes comprimées, on doit exiger une zone de plus grande compression. Le renforcement placé près de la fibre extrême comprimée devient pleinement efficace lorsque la section atteint sa capacité de déformation de fibres à 0,003. Le moment résistant de flexion d'une section rectangulaire avec armatures de compression peut être obtenue à partir des expressions suivantes :

$$M_R = M_{R(I)} + M_{R(II)} \quad (IV.52)$$

$$M_{R(II)} = R b d^2 \cdot 10^{-3} \text{ [KN.m]} \quad (IV.53)$$

$$M_{R(I)} = \phi T (d-d') = \phi A_s' f_y (d-d') \quad (IV.54)$$

$$M_{R(I)} = R' b d^2 \cdot 10^{-3} \text{ [KN.m]} \quad (IV.55)$$

Avec :

$$R' = \phi \rho' f_y \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad (IV.56)$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{b d} \quad (IV.57)$$

Où :

A'_s : L'aire de la section des armatures comprimées.

Remplaçons $M_R(I)$ et $M_R(II)$ de l'équation (IV.52) par leurs expressions données par les équations (IV.55) et (IV.53), on obtient :

$$M_R = (R + R') bd^2 \cdot 10^{-3} \quad (IV.58)$$

$$\rho = \frac{A_s - A'_s}{bd} \quad (IV.59)$$

Où : M_R est exprimé en kN.m, R et R' sont exprimés en MPa, b et d sont exprimés en cm.

IV.2.3. Selon le code EUROCODE :

IV.2.3.1. Hypothèses du calcul :

(Article 6.1 (2) Page 78 EN 1992-1-1 :2004)

- ✓ Les sections planes restent planes.
- ✓ Les armatures adhérentes, qu'elles soient tendues ou comprimées, subissent les mêmes déformations relatives que le béton adjacent
- ✓ La résistance en traction du béton est négligée
- ✓ Les contraintes dans le béton comprimé se déduisent du diagramme contrainte-déformation de calcul donné au chapitre III.
- ✓ La déformation en compression du béton doit être limitée à ε_{cu}
- ✓ Les contraintes dans les armatures de béton armé se déduisent du diagramme de calcul donné au chapitre III.
- ✓ La déformation en traction de l'acier doit être limitée à ε_{ud} si l'utilisation du diagramme à palier incliné, et n'est pas limitée si l'utilisation du diagramme est à palier horizontal.

♣ Remarque :

La valeur de ε_{ud} à utiliser peut être fournie par l'annexe nationale du pays. La valeur recommandée est $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$ où ε_{uk} : la déformation correspondant à la contrainte maximale $\frac{kf_{yk}}{\gamma_s}$

IV.2.3. 2. Etat limite ultime de résistance :

- Le raccourcissement relatif du béton est limité à :
 - ✓ En flexion 3,5 ‰
 - ✓ En compression 2 ‰
- L'allongement relatif de l'acier :
 - ✓ N'est pas limité si on considère un diagramme à palier horizontal
 - ✓ Dépend du type d'acier utilisé (ε_{ud})
- Le dimensionnement à l'ELU se fait en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C.

1) État-limite ultime au pivot A, B et C :

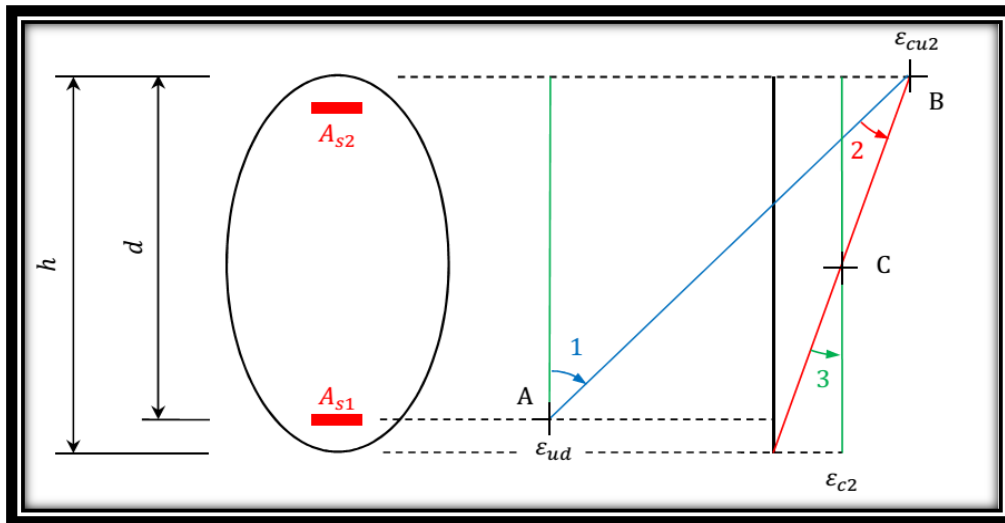


Figure IV.18 Diagramme des déformations d'une section (Les trois pivots A, B ou C)

- ✓ Droite verticale passant par le point A : Traction simple
- ✓ Domaine 1 : Pivot A (flexion simple ou composée) ou l'allongement de l'acier le plus tendu $\varepsilon_s = 10\text{‰}$; et le raccourcissement de la fibre la plus comprimée du béton est :

$$0 \leq \varepsilon_{cu} \leq 3,5\text{‰}$$

- ✓ Domaine 2 : Pivot B (flexion simple ou composée) ou le raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$; et l'allongement de l'acier $0 \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$
- ✓ Domaine 3 : Pivot C (flexion composée) ou le raccourcissement de la fibre de béton à la distance de $3h/7$ est $\varepsilon_{cu} = 2\text{‰}$
- ✓ Droite verticale passant par le point C : Compression simple.

➤ Remarque :

Le pivot A n'existe pas si on utilise le diagramme à palier de l'horizontal car $\varepsilon_{ud} = \infty$

2) Le diagramme rectangulaire simplifié :

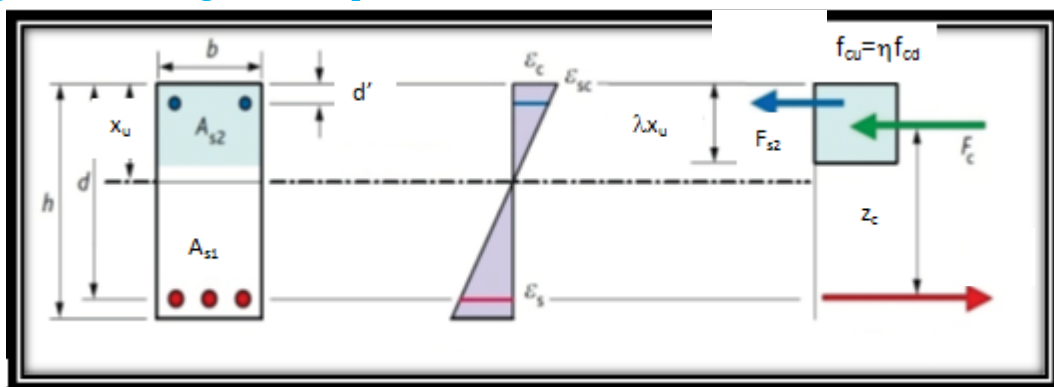


Figure IV.19 Bloc rectangulaire simplifié de contraintes du béton.

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \left(\frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \quad (\text{IV.60})$$

Avec : $\alpha_{cc} = 1$ (valeur recommandée par l'annexe nationale française de l'Eurocode)

$$(\text{IV.61}) f_{cu} = \eta f_{cd}$$

Avec :

$$\eta = 1 \text{ pour}$$

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\eta = 1 - (f_{ck} - 50)/200$$

$$\text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8$$

$$\text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$$

$$\text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

Nota : Le coefficient λ définissant la hauteur utile de la zone comprimée, et le coefficient η définissant la résistance effective du diagramme rectangulaire de contrainte du béton (Figure IV.19). Pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$, $\lambda=0.8$ et $\eta=1$ on obtient les formules habituelles du béton armé.

3) Équations d'équilibre d'une section :

Le bras de levier :

$$z_c = d - \left[\frac{\lambda x_u}{2} \right] \quad (\text{IV.62})$$

Avec :

$$x_u = \alpha_u d \quad (\text{IV.63})$$

$$z_c = d - \frac{\lambda \alpha_u d}{2} = d \cdot \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right] \quad (\text{IV.64})$$

-Compression dans l'acier :

$$F_{s2} = A_{s2,u'} \sigma_{s2'} \quad (\text{IV.65})$$

-Traction dans l'acier :

$$F_{s1} = A_{s1,u} \sigma_{s1} \quad (\text{IV.66})$$

-Compression dans le béton :

$$F_c = b \lambda x_u f_{cu} \quad (\text{IV.67})$$

$$F_c + F_{s2} - F_{s1} = b \lambda x_u f_{cu} + A_{s2,u'} \sigma_{s2'} - A_{s1,u} \sigma_{s1} = 0 \quad (\text{IV.68})$$

$$M_{Ed} = b \lambda \alpha_u d f_{cu} d \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right] + (d - d') \cdot A_{s2,u'} \sigma_{s2'} \quad (\text{IV.69})$$

IV.2.3.3. Section rectangulaire sans armatures comprimées :

Les équations d'équilibre donnent :

$$f_c = b \lambda x_u f_{cu} \quad (\text{IV.70})$$

$$M_{Ed} = f_c z_c = b \lambda \alpha_u d f_{cu} d \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right] \quad (\text{IV.71})$$

$$M_{Ed} = b d^2 f_{cu} \lambda \alpha_u \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right] \quad (IV.72)$$

✓ **Dimensionnement des armatures tendues : (Annexe IX : $\mu_{cu} \leq \mu_{ls}$):**

On pose :

$$\mu_{cu} = \frac{M_{Ed}}{b d^2 f_{cu}} = \lambda \alpha_u \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right] \quad (IV.73)$$

Quand le diagramme de déformation passe par les 2 pivots A et B, on a la profondeur x_{AB}

Pour l'état limite ultime qui est atteint au pivot B, on a x_{ls}

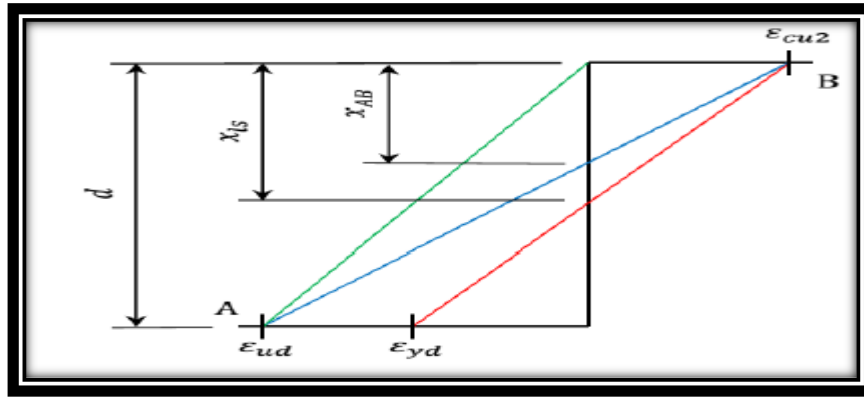


Figure IV.20 Diagramme de déformation en fonction de la profondeur de l'axe neutre

- Calcul de μ_{AB} :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} \quad (IV.74)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} \quad (IV.75)$$

$$\alpha_{AB} = \frac{x_{AB}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{ud} + \varepsilon_{cu2}} \quad (IV.76)$$

$$\mu_{AB} = \lambda \alpha_{AB} \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_{AB}}{2} \right] \right] \quad (IV.77)$$

➤ Calcul de μ_{ls} :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} \quad (IV.78)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd} \quad (IV.79)$$

$$\alpha_{ls} = \frac{x_{ls}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu2}} \quad (IV.80)$$

$$\mu_{ls} = \lambda \alpha_{ls} \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_{ls}}{2} \right] \right] \quad (IV.81)$$

➤ Calcul de μ_{ls} :

Si $\mu_{cu} \leq \mu_{AB} \implies$ Pivot A

Si $\mu_{cu} > \mu_{AB} \implies$ Pivot B

$\mu_{cu} \leq \mu_{ls}$:

$$\mu_{cu} = \lambda \alpha_u \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right] \quad (\text{IV.82})$$

⇒ Solution de l'équation du second degré précédent :

$$\alpha_u = \frac{1}{\lambda} \left[1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}} \right] \quad (\text{IV.83})$$

A) Si $\mu_{cu} \leq \mu_{AB} \implies$ Pivot A

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} \quad (\text{IV.84})$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} \quad (\text{IV.85})$$

B) Si $\mu_{cu} > \mu_{AB} \implies$ Pivot B

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} \quad (\text{IV.86})$$

$$\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{s1} < \varepsilon_{ud} \quad (\text{IV.87})$$

Avec :

ε_{s1} : est située sur le palier du diagramme contraintes/déformations

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu2} \left(\frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} \right) \quad (\text{IV.88})$$

$$\sigma_{s1} = A + B \varepsilon_{s1} \quad (\text{Équation de la droite du palier incliné}) \quad (\text{IV.89})$$

$$A_{s1,u} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1} z_c} \quad (\text{IV.90})$$

IV.2.3.4. Section rectangulaire avec armatures comprimées :

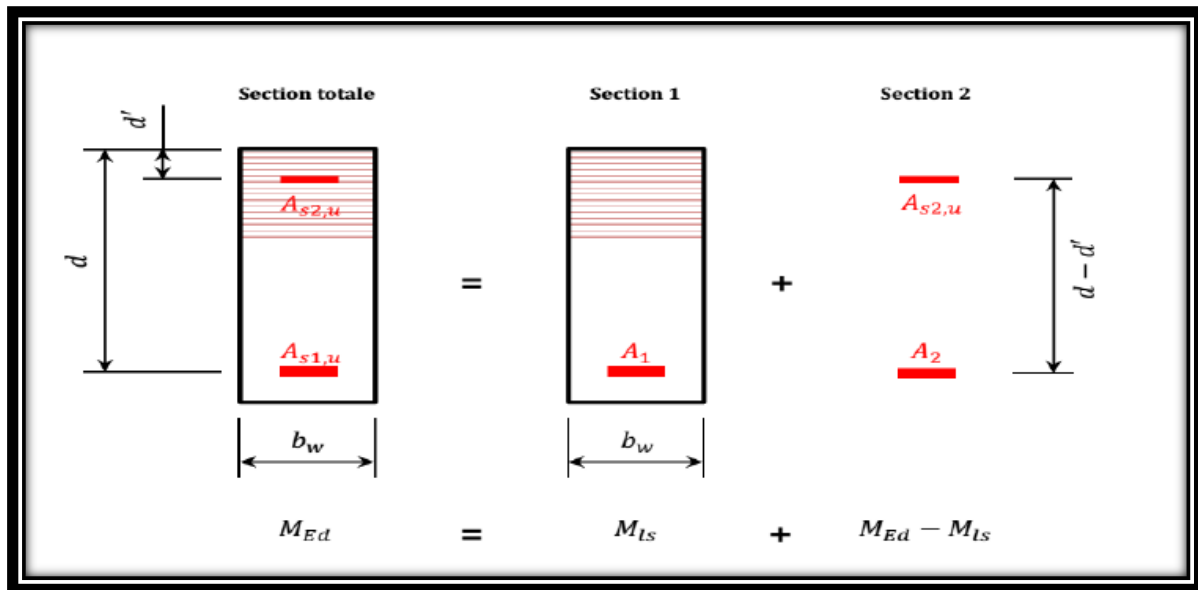


Figure IV.21 Section avec armatures comprimées

$$M_{1s} = \mu_{1s} \times b \times d^2 \times f_{cu} \quad (IV.91)$$

A) Calcul de $A_{s2,u}$:

$$M_{Ed} - M_{1s} = A_{s2,u} \times \sigma_{s2} (d - d') \quad (IV.92)$$

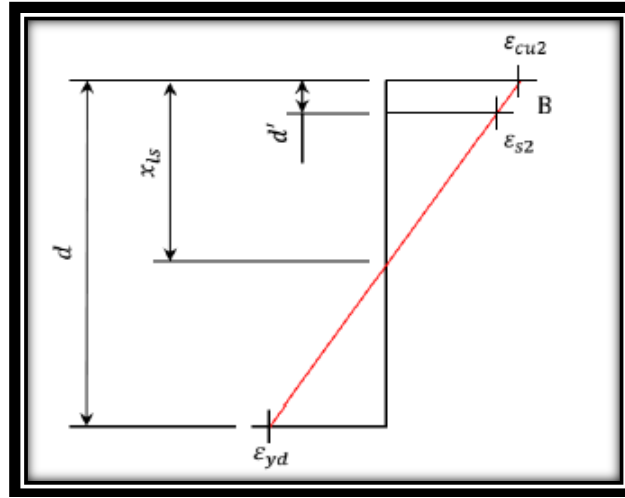


Figure IV.22 Diagramme des déformations de la section passe par le pivot B

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \times \left(\frac{\alpha_{1s} - \left(\frac{d'}{d} \right)}{\alpha_{1s}} \right) \quad (IV.93)$$

$$\text{Si } \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_{yd} : \sigma_{s2} = E_s \times \varepsilon_{s2} \quad (IV.94)$$

$$\text{Si } \varepsilon_{s2} > \varepsilon_{yd} : \sigma_{s2} = A + B \times \varepsilon_{s2} \quad (IV.95)$$

$$A_{s2,u} = \frac{M_{Ed} - M_{1s}}{(d - d') \sigma_{s2}} \quad (IV.96)$$

B) Calcul de $A_{s1,u}$:

$$A_{s1,u} = A_1 + A_2 \quad (IV.97)$$

$$A_1 = \frac{M_{1s}}{\sigma_{s1} z_c} \quad (IV.98)$$

Avec :

$$\sigma_{s1} = f_{yd} \quad (IV.99)$$

$$M_{Ed} - M_{1s} = A_{s2,u} \sigma_{s2} (d - d') = A_2 \sigma_{s1} (d - d') \quad (IV.100)$$

$$A_{s2,u} \sigma_{s2} = A_2 \sigma_{s1} \quad (IV.101)$$

$$A_2 = A_{s2,u} \left(\frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \right) \quad (IV.102)$$

$$A_{s1,u} = \frac{M_{1s}}{\sigma_{s1} z_c} + A_{s2,u} \left(\frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \right) \quad (IV.103)$$

IV.2.3.4.1. Sections minimales et maximales :

(Article 9.2.1.1, page 139, EN 1992-1-1:2004)

A) Section minimale d'armatures tendues :

$$A_{s,min} = \max \left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0.0013bd \right) \quad (IV.104)$$

Cette section permet aussi de maîtriser la fissuration dans le béton

B) Section maximale d'armatures tendues ou comprimées :

$$A_{s,max} = 0.04A_c \quad (IV.105)$$

Avec A_c : section de béton.

IV.2.4. Selon le code CSA :

La conception à la flexion d'une section en béton armé doit être conforme aux dispositions calcul de la norme CSA-A23.3-04. En conséquence, l'état limite ultime exprimée ci-après doit être satisfait pour répondre à la force requise.

Moment de résistance $\geq$ Moment pondérée

$$M_r \geq M_f \quad (IV.106)$$

Le moment pondéré M_f est obtenu par l'analyse structurale sous charges pondérées (moment dû aux charges extérieures).

IV.2.4.1. Moment Résistant (M_r):**IV.2.4.1.1. Les hypothèses de calcul :**

Les hypothèses suivantes sont recommandées par la norme CSA.A23.3-04[55] pour calculer le moment résistant nominal en flexion :

- 1- La déformation maximum de la fibre la plus comprimée du béton est égale à 0.0035.
- 2- La relation entre la contrainte de compression et la déformation du béton peut être basée sur des diagrammes contrainte-déformation obtenus à partir d'essai représentatifs, ou sur n'importe quelle courbe présente une résistance en accord avec les résultats d'un très grand nombre d'essai. La résistance au pic ne doit pas être plus grande que $0.9f'_c$ afin de tenir compte de la différence entre la résistance du béton sur cylindre et la résistance du béton en place.
- 3- A la place d'une relation contrainte-déformation pour le béton, il est permis d'utiliser un diagramme rectangulaire simplifié équivalent de contraintes. Ces contraintes uniformes sont distribuées sur une zone comprimée limité par les cotées de la section et une ligne droite parallèle à l'axe neutre. Les paramètres, α_1 qui définit la résistance effective et β_1 qui définit la hauteur effective de la zone comprimée, sont donnés par les relations suivantes :

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015f'_c \geq 0.67 \quad (\text{IV.107})$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025f'_c \geq 0.67 \quad (\text{IV.108})$$

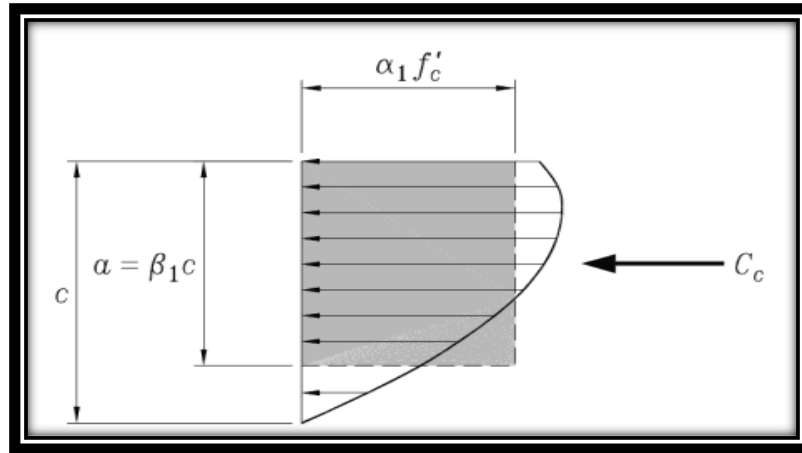


Figure IV.23 Diagramme rectangulaire équivalent du béton

- 4- Le comportement de l'acier en compression et en traction est élastique parfaitement plastique. La contrainte dans l'acier vaut $f_s A_s$ quand $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ et $f_y A_s$ quand $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$. Pour déterminer le moment résistant pondéré, l'amplitude des contraintes de compression uniforme du béton doit être multipliée par le facteur de sécurité partiel de béton ϕ_c en obtenant $\phi_c \alpha_1 f'_c$, alors que la force dans l'armature doit être minorée par le facteur de sécurité partiel de l'acier ϕ_s en obtenant l'expression $\phi_s f_s A_s$ lorsque $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ et $\phi_s f_y A_s$ lorsque $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$.

IV.2.4.1.2. Renforcement minimum :

Le renforcement de béton n'est effectif qu'après fissuration. La capacité de flexion d'un béton non fissuré est essentiellement assurée par le béton seul. La fissuration de béton ne parvient que lorsque le moment de fissuration M_{cr} est atteint. Les sections renforcées avec très peu d'armatures peuvent se comporter semblable à des sections brutes en béton. Et peuvent ne pas être en mesure de soutenir le moment de fissuration M_{cr} . Par conséquent, un taux d'armature ρ trop faible peut impliquer que la résistance de la section est inférieure au moment de flexion M_{cr} causant la fissuration de la section. Afin d'éviter la rupture fragile de la section du béton, la norme CSA.A23.3-04 recommande un minimum d'acier, de telle sorte que :

$$M_r \geq 1.2M_{cr} \quad (\text{IV.109})$$

Où : le moment de fissuration M_{cr} est calculé en utilisant le module de rupture :

$$f_r = 0.6\lambda\sqrt{f'_c} \quad (\text{IV.110})$$

Donc,

$$M_{cr} = f_r \frac{I_g}{c_t} = 0.6\lambda\sqrt{f'_c} \frac{I_g}{c_t} \quad (\text{IV.111})$$

Où :

I_g : Le moment d'inertie de la section brute du béton.

c_t : La distance du centre de gravité de la section à la fibre la plus tendue.

Au lieu de calculer le moment de fissuration, la norme CSA permet de calculer la section minimum d'armature tendue d'après l'équation suivante (article 10.5.1.2 CSA A23.3-04) :

$$A_{s,min} = \frac{0.2\sqrt{f'_c}}{f_y} b_t h \quad (\text{IV.112})$$

Où :

f_y : La limite élastique de l'armature d'acier en MPa.

b_t : La largeur de la zone tendue de la section considérée du béton en mm.

h : La hauteur de la section du béton en mm

D'après la norme CSA A23.3-04, il n'est pas nécessaire de prévoir une section minimum d'armature de flexion si :

$$M_r > 1.33M_f \quad (\text{IV.113})$$

De plus, pour le cas des dalles, il faut toujours prévoir dans les deux directions de la dalle une armature minimum servant à contrôler la fissuration du béton causée par le retrait et les variations de température. Le minimum prescrit est (CSA A23.3-04, art.7.8) :

$$A_{s,min} = 0.002A_g \quad (\text{IV.114})$$

Avec :

A_g : est l'aire brute de la section du béton.

IV.2.4.1.3. Section rectangulaire armée en traction :

Considère la section rectangulaire montrée à la figure IV.24 ayant une largeur b et une hauteur h . La section contient un lit d'armature placée à une hauteur effective d mesurée à partir de la fibre du béton la plus comprimée. Soit A_s la section totale d'acier correspondant à un taux d'armature :

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (\text{IV.115})$$

Une section simplement armée en traction atteint sa résistance maximum lorsque la déformation de la fibre du béton la plus comprimée atteint $\epsilon_{cu} = 0.0035$, comme le montre la figure IV.24. La résultante des forces internes de compression, C_c , est :

$$C_c = \alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 c b = \alpha_1 \phi_c f'_c a b \quad (\text{IV.116})$$

Où :

f'_c : la résistance spécifiée du béton

c : la profondeur de l'axe neutre

a : la hauteur du diagramme rectangulaire équivalent.

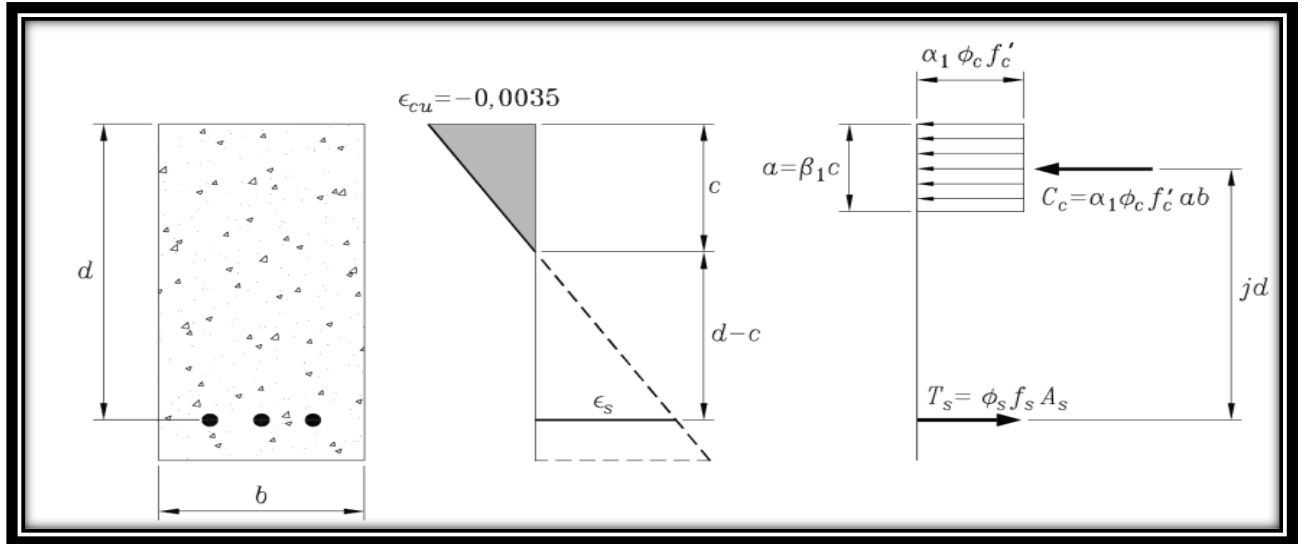


Figure IV.24 Section en béton armé simplement en traction

Puisque le diamètre des barres d'armatures est petit par rapport à la hauteur de la section, on supposera que les contraintes sont uniformément distribuées sur la section d'armature et sont égale à la contrainte au centre de gravité de la section d'acier. La résultante des forces internes de traction, T_s , est :

$$T_s = \phi_s f_s A_s \quad (\text{IV.117})$$

Où :

A_s : la section totale d'acier.

f_s : la contrainte dans l'acier.

L'équilibre de la section impose que la force de compression soit égale à la force de traction, soit :

$$C_c = T_s \quad (\text{IV.118})$$

$$\alpha_1 \phi_c f'_c a b = \phi_s f_s A_s \quad (\text{IV.119})$$

La solution de cette équation donne la valeur de a . Connaissant a , on peut calculer le moment résistant dont l'expression est :

$$M_r = T_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{IV.120})$$

De l'équation (IV.119), on obtient a :

$$a = \frac{\phi_s f_s A_s}{\alpha_1 \phi_c f'_c b} \quad (\text{IV.121})$$

Le moment résistant s'exprime donc :

$$M_r = \phi_s f_s A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = \phi_s f_s A_s j d \quad (\text{IV.122})$$

Où :

$(d - \frac{a}{2})$: est la distance entre les résultants des forces internes de compression et de traction. Cette distance appelée bras de levier interne est souvent dénommée jd :

$$jd = d - \frac{a}{2}$$

Par remplacement de l'expression de " a " dans l'équation (IV.122), et exprimant l'aire de l'acier en termes de pourcentage d'armatures $\rho = A_s / bd$ en supposant que $f_s = f_y$ c-à-d $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ (section sous-armée), on obtient :

$$M_r = \rho \phi_s f_y \left(1 - \frac{\rho \phi_s f_y}{2 \alpha_1 \phi_c f_c} \right) b d^2 \quad (\text{IV.123})$$

$$M_r = k_r b d^2 \cdot 10^{-6} \text{ kN.m} \quad (\text{IV.124})$$

Où : b et d sont en mm

Le facteur de résistance k_r dépendant des propriétés des matériaux et du pourcentage d'acier ρ , est donné par l'expression suivante :

$$k_r = \rho \phi_s f_y \left(1 - 0.5 \frac{\rho \phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f_c} \right) \text{ MPa} \quad (\text{IV.125})$$

Le ρ requis peut être calculé pour des propriétés des matériaux et des valeurs de k_r différentes, et peut être enregistré dans des tableaux afin de faciliter la conception. Le tableau de l'annexe X a été établi pour calculer la résistance pondérée d'une section rectangulaire avec armature de traction. Il peut également être utilisé pour le calcul de ferrailage, dans ce cas, la résistance pondérée M_r doit être au moins égale au moment pondéré M_f . Par conséquent, k_r est résolu après avoir remplacé le moment M_r par M_f dans l'équation (IV.124) et d'après le tableau de l'annexe X on peut alors lire le pourcentage de ferrailage ρ correspondant à k_r calculé.

IV.2.4.1.4. Sections rectangulaires avec armature de compression :

Les éléments de flexion sont généralement conçus avec des armatures de traction seulement. Parfois, les dimensions transversales peuvent être limitées par l'architecture et/ou d'autres exigences fonctionnelles, mais toute condition d'augmentation de la capacité peut être acceptée en augmentant le renforcement à la traction et/ou la dimension de la section. Le moment de résistance supplémentaire requis peut être fourni dans les sections en plaçant un renforcement supplémentaire dans les zones de compression et de traction de la poutre. L'acier supplémentaire fournit un couple de force interne, et par conséquent une augmentation de la capacité de flexion. La Figure IV.25 représente les composantes de la résistance prévues dans une section rectangulaire avec armatures de compression. Les sections où elles sont nécessaires deviennent effectives par le renforcement de compression. Pour maintenir l'équilibre dans la zone de compression d'une section faiblement armé ne nécessite que peu de béton, l'axe neutre d'une telle section se rapproche de la fibre extrême comprimée. Par conséquent,

aucun renfort dans la zone de compression ne devient inefficace. Dans la plupart des sections sous-armée le prolongement des armatures de traction positive dans la zone de compression négative ne contribue pas habituellement de façon significative au moment résistant négatif.

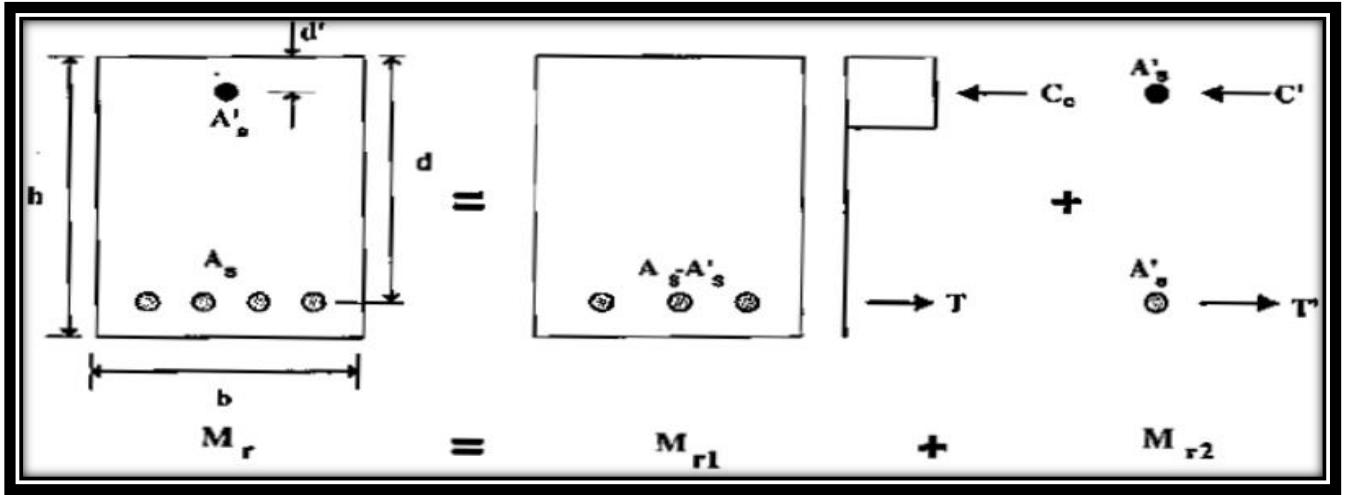


Figure IV.25 Section rectangulaire avec armatures comprimée

La résistance au moment de flexion d'une section rectangulaire avec armatures de compression peut être obtenue à partir des expressions suivantes :

$$M_r = M_{r1} + M_{r2} \quad (\text{IV.126})$$

$$M_{r1} = k_r b d^2 \quad (\text{IV.127})$$

$$M_{r2} = A'_s \sigma_s f_y (d - d') \quad (\text{IV.128})$$

$$M_{r2} = k'_r b d^2 \quad (\text{IV.129})$$

Où :

$$k'_r = \rho' \sigma_s f_y \left(1 - \frac{d}{d'}\right) \quad (\text{IV.130})$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b d} \quad (\text{IV.131})$$

A'_s : L'aire de la section des armatures comprimées.

On remplace M_{r1} et M_{r2} de l'équation (IV.126) par leurs expressions données par les équations (IV.127) et (IV.129), on obtient :

$$M_r = (k_r + k'_r) b d^2 \cdot 10^{-6} \quad (\text{IV.132})$$

Où :

M_r : est exprimée en kN.m,

k_r et k'_r : sont exprimés en MPa,

b et d : sont exprimés en mm,

k_r : est donnée par l'équation (IV.125), et est basé sur le $\rho = \frac{A_s - A'_s}{b d}$ pourcentage d'armatures. Il peut également être obtenu à partir du tableau de l'annexe X. Le facteur de résistance k'_r peut être obtenu à partir du tableau de facteur de résistance dans l'annexe XI en fonction du taux d'armatures de compression ρ' et du rapport d'/d .

IV.2.5. Selon le code BS :

IV.2.5.1. Introduction :

Les poutres dans les structures en béton armé peuvent être définies selon (Chanakya Arya, 2009)

- ✚ La section transversale
- ✚ La position des armatures
- ✚ Les conditions d'appuis.

Certaines sections de poutre ordinaire sont illustrées à la Figure (IV.26). Les poutres armées avec des aciers de traction seulement sont appelées poutres simplement armées. Les poutres armées d'acier de traction et de compression sont appelées poutres doublement armées. L'inclusion des aciers de compression augmentera la capacité de moment de la poutre et permettra donc d'utiliser des sections plus élancées. Aussi, les poutres doublement armées sont utilisées de préférence lorsqu'il y a une certaine restriction sur la hauteur de la section. Dans certaines conditions, les poutres en T et L sont plus économiques que les poutres rectangulaires car une partie du béton sous l'axe neutre, qui ne sert qu'à contenir l'acier de traction, est enlevée, ce qui réduit le poids unitaire de la poutre. De plus, les poutres peuvent être simplement appuyées à leurs extrémités ou continues.

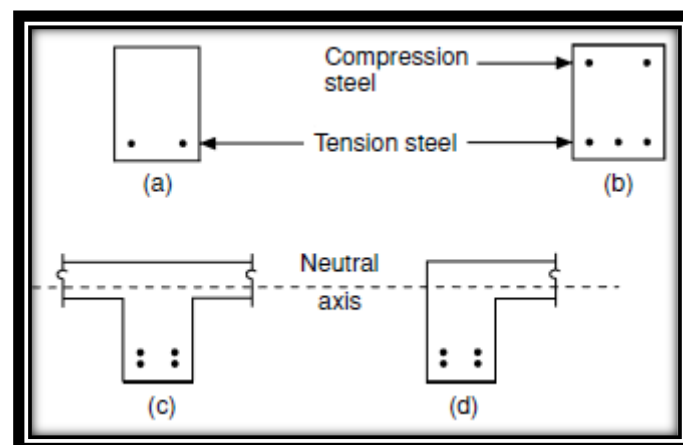


Figure IV.26 Sections de poutre : a) simplement armées ; b) doublement armées ; c) Section T ; d) Section L.

La figure IV.27 illustre une partie de la notation utilisée dans la conception des poutres.

Où :

b : la largeur de la poutre,

h : la hauteur totale de la section,

d : la hauteur effective aux armatures de traction.

d' : la hauteur aux armatures de compression.

A_s : l'aire de la section d'armature de traction.

A'_s : l'aire de la section d'armature de compression.

Les sous-sections suivantes examinent la conception de:

- ✚ Poutres simplement armées.
- ✚ Poutres doublement armées.
- ✚ Poutres continues de section L et T.

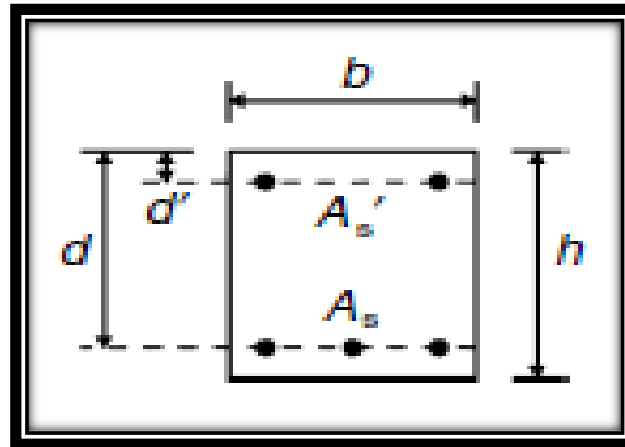


Figure IV.27 Notation

IV.2.5.2. Conception des poutres simplement armées :

Toutes les poutres peuvent être ruinées en raison d'une flexion ou d'un cisaillement excessif. De plus, une flèche excessive des poutres doit être évitée, sinon l'efficacité ou l'apparence de la structure peut être altérée. La flexion et le cisaillement sont des états ultimes tandis que la flèche est un état de service (Chanakya Arya, 2009).

Pour étudier la flexion, considérons une poutre de section rectangulaire simplement appuyée et armée soumise à une charge uniformément répartie ω comme le montre la figure IV.28.

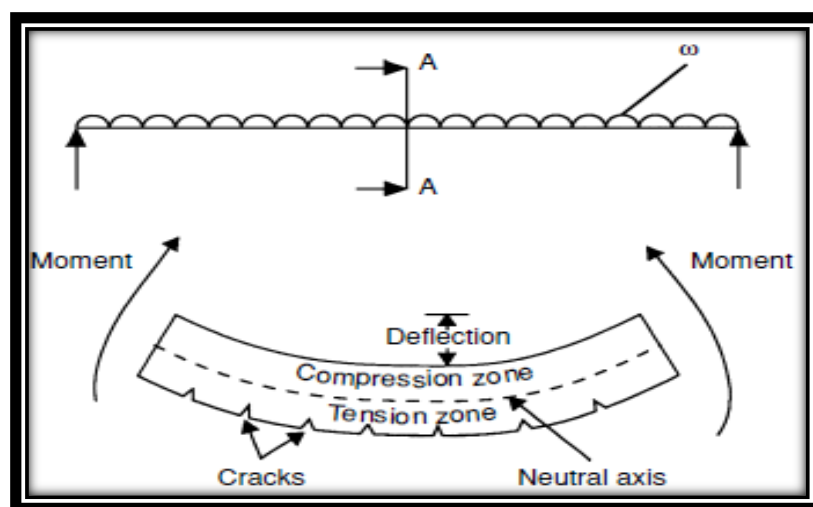


Figure IV.28 Cas d'une poutre de section rectangulaire simplement appuyée et armée, soumise à une charge uniformément répartie ω

IV.2.5.2.1. Hypothèses de calcul :

Dans l'analyse d'une section pour déterminer son moment ultime de résistance, les hypothèses suivantes devraient être satisfaites (Article 3.4.4.1, page 24, BS 8110-1 :1997 révisé en 2007) :

- ✓ La distribution des déformations dans le béton en compression et les déformations dans l'armature, que ce soit en traction ou en compression, sont dérivées de l'hypothèse que les sections planes restent planes.
- ✓ Les contraintes dans le béton en compression peuvent être dérivées de la courbe contrainte-déformation de la figure III.8 (voir chapitre III) avec $\gamma_m = 1,5$. Alternativement, le bloc de contrainte simplifié illustré à la Figure IV.29 peut également être utilisé.
- ✓ La résistance à la traction du béton est négligée.
- ✓ Les contraintes dans les armatures sont dérivées de la courbe contrainte-déformation de la figure II.18 (voir chapitre II) avec $\gamma_m = 1,15$.
- ✓ Lorsqu'une section est conçue pour résister uniquement à la flexion, le bras de levier ne doit pas être considéré supérieur à 0,95 fois la profondeur effective ($z \leq 0,95d$).

Dans l'analyse d'une section transversale d'une poutre qui doit résister à une faible pression axiale, l'effet de la force axiale maximale de calcul peut être ignoré si elle ne dépasse pas $0,1f_{cu}$ fois la surface de la section transversale.

✚ Le diagramme rectangulaire simplifié :

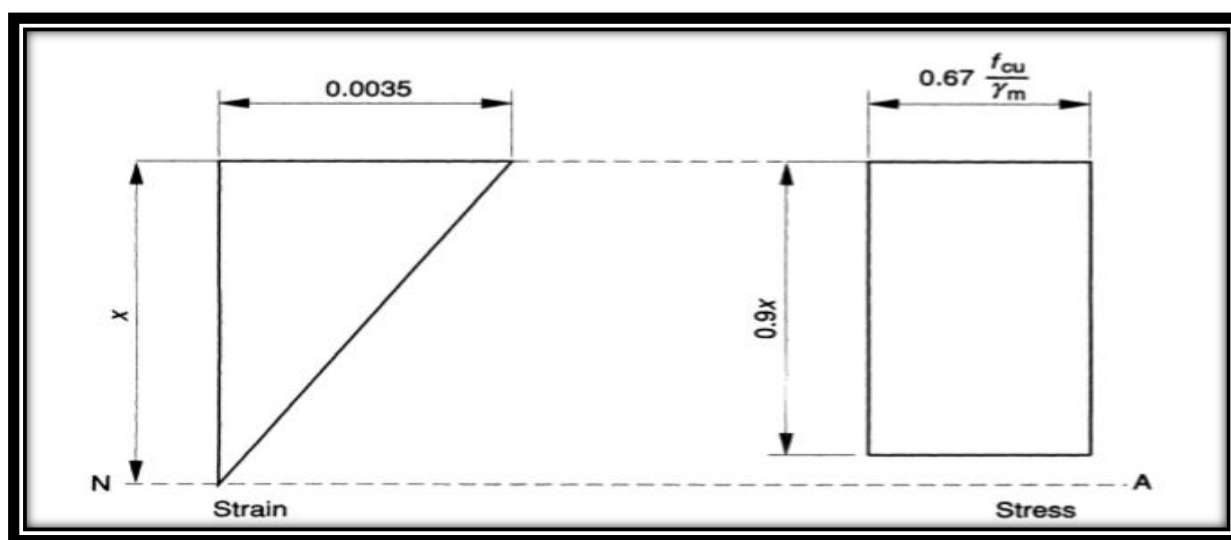


Figure IV.29 Diagramme de contrainte simplifié du béton à l'état limite ultime

IV.2.5.2.2. Moment de résistance ultime, M_u :

Considérons la poutre simplement armée montrée à la Figure IV.30. La charge sur la poutre donne lieu à un moment de conception ultime (M) à mi-travée. La courbure résultante de la poutre produit une force de compression dans le béton (F_{cc}) et une force de traction dans l'armature (F_{st}). Puisqu'il n'y a

aucune force axiale résultante sur la poutre, la force dans le béton doit être égale à la force dans l'armature :

$$F_{cc} = F_{st} \quad (IV.133)$$

Avec :

$$F_{st} = \frac{f_y A_s}{\gamma_{ms}} \quad (IV.134)$$

Où :

f_y = limite d'élasticité

A_s = section de l'acier

γ_{ms} = facteur de sécurité pour l'armature (= 1,15)

Ces deux forces sont séparées par une distance z , dont le moment forme un couple (M_u) qui s'oppose au moment de conception M . Pour la stabilité structurale $M_u \geq M$:

Où :

$$M_u = F_{cc} \cdot z = F_{st} \cdot z \quad (IV.135)$$

À partir du bloc de contraintes illustré à la figure IV.30 :

$$F_{cc} = \text{contrainte} \times \text{section}$$

$$F_{cc} = \frac{0.67f_{cu}}{\gamma_{mc}} 0.9xb \quad (IV.136)$$

Et :

$$z = d - \frac{0.9x}{2} \quad (IV.137)$$

Où x est la profondeur de l'axe neutre

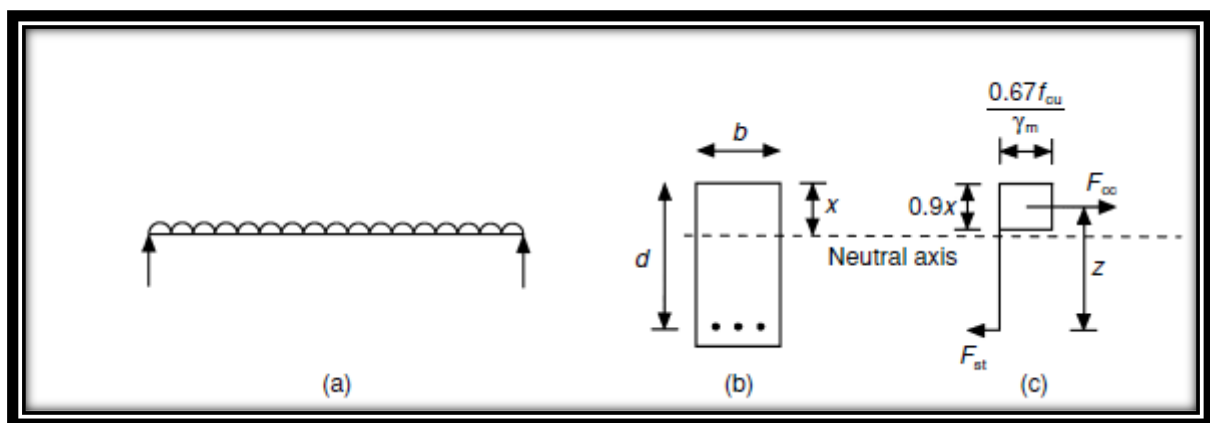


Figure IV.30 Moment de résistance ultime d'une section (A-A) simplement armée.

Afin d'affirmer que la section est sous-armée, le BS 8110 limite la profondeur de l'axe neutre (x) à un maximum de $0,5d$.

Où :

d : est la hauteur effective (Figure IV.30 (b)).

Par conséquent :

$$x \leq 0.5d \quad (\text{IV.138})$$

En combinant les équations (IV.135) à (IV.138) et en mettant $\gamma_{mc} = 1.5$. On peut montrer que le moment de résistance ultime est donné par :

$$M_u = 0.156f_{cu}bd^2 \quad (\text{IV.139})$$

Note :

M_u dépend uniquement des propriétés du béton et non de l'armature en acier. Pourvu que le moment de conception M ne dépasse pas M_u (c'est-à-dire $M \leq M_u$), une poutre dont la section est simplement armée sera suffisante pour résister au moment de conception.

A) Aire de la section d'armature de traction, A_s :

À la condition limite $M_u = M$, l'équation (IV.135) devient :

$$M = F_{st} \cdot z \quad (\text{IV.140})$$

$$M = \frac{f_y A_s}{\gamma_{ms}} \quad (\text{IV.141})$$

Réarrangement et en mettant $\gamma_{ms} = 1,15$ (l'annexe XII) donne :

$$A_s = \frac{M}{0.87f_y z} \quad (\text{IV.142})$$

La solution de cette équation nécessite une expression pour z qui peut être obtenue graphiquement (Figure IV.31) ou par calcul comme discuté ci-dessous :

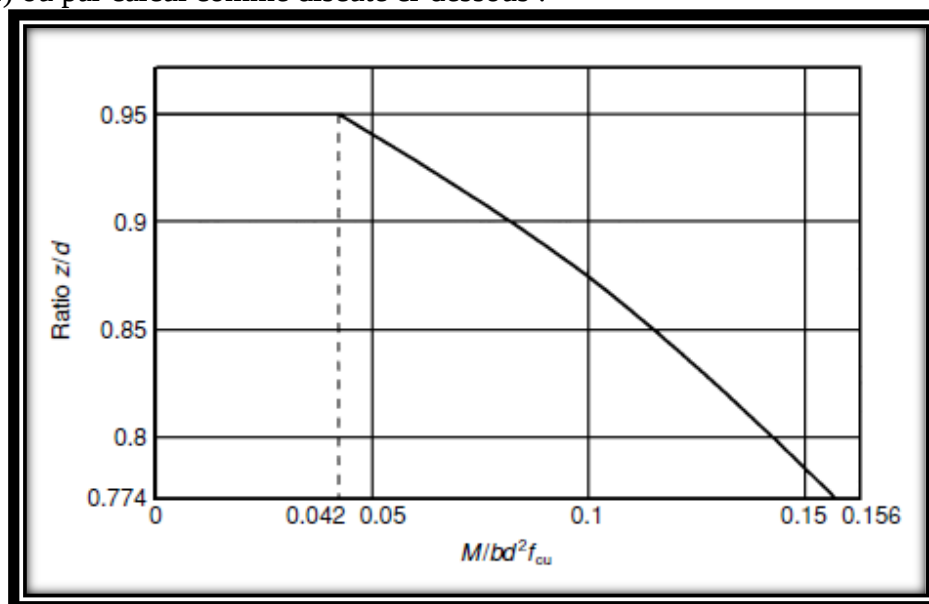


Figure IV.31 Courbe du bras de levier.

B) Bras de levier z :

À la condition limite $M_u = M$, l'équation (IV.135) devient :

$$M = F_{cc}z = \frac{0.67f_{cu}}{\gamma_{mc}} 0.9xbz \quad (IV.143)$$

$$= 0.4f_{cu}bzx \quad (IV.144)$$

$$= 0.4f_{cu}bz2 \frac{(d-z)}{0.9} \quad (IV.145)$$

$$= \frac{8}{9}f_{cu}bz(d-z) \quad (IV.146)$$

Divisant les deux côtés par $f_{cu}bd^2$, on obtient :

$$\frac{M}{f_{cu}bd^2} = \frac{8}{9} \left(\frac{z}{d} \right) \left(1 - \frac{z}{d} \right) \quad (IV.147)$$

Remplaçant $k = \frac{M}{f_{cu}bd^2}$ et mettant $z_0 = \frac{z}{d}$, on a :

$$z_0^2 - z_0 + \frac{9k}{8} = 0 \quad (IV.148)$$

Ceci est un quadratique et peut être résolu pour donner :

$$z_0 = \frac{z}{d} = 0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{k}{0.9} \right)} \quad (IV.149)$$

Cette équation est utilisée pour tracer la courbe du bras de levier illustrée à la Figure IV.31 qui est généralement exprimée sous la forme suivante :

$$z = d \left[0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{k}{0.9} \right)} \right] \quad (IV.150)$$

Remarque :

Une fois z déterminé, l'aire de l'armature de traction, A_s , peut être calculée à l'aide de l'équation (IV.142). Par hypothèse z ne doit pas dépasser $0.95d$ afin de donner une aire de béton raisonnable en compression (l'article 3.4.4.1, page 24, BS 8110-1 :1997 en révision). En outre, il convient de rappeler que l'équation (IV.142) ne peut être utilisée que pour déterminer A_s pourvu que $M \leq M_u$ ou $K \leq K'$ où :

$$k = \frac{M}{f_{cu}bd^2} \quad \text{et} \quad k' = \frac{M_u}{f_{cu}bd^2} \quad (IV.151)$$

Pour résumer, le calcul justificatif à la flexion exige le calcul du moment de conception maximal (M) et du moment de résistance ultime correspondant de la section (M_u). Pourvu que $M \leq M_u$ ou $K \leq K'$, seulement les armatures de traction soient nécessaires et l'aire de la section d'acier peut être calculée en utilisant l'équation (IV.142) via l'équation (IV.150). Lorsque $M > M_u$, le concepteur a la possibilité soit d'augmenter la section (c'est-à-dire $M \leq M_u$), soit de prévoir une section doublement armée. Cette dernière option est discutée ci-après :

IV.2.5.3. Conception de poutre doublement renforcée :

Si $M > M_u$, ou $K > K'$, le béton aura une résistance à la compression insuffisante pour générer ce moment et maintenir un mode de rupture d'une section sous-armée. La résistance à la compression

requis peut être atteinte en augmentant les dimensions de la poutre, particulièrement, son hauteur totale. Cependant, ceci ne peut être toujours possible en raison des limitations de la hauteur libre dans la structure, et dans tels cas, il sera nécessaire d'utiliser des armatures d'acier dans la zone de compression. L'armature de compression doit être conçue pour résister au moment des charges extérieures M qui doit être supérieur au moment résistant ultime M_u . Ceci affirme que la contrainte de compression dans le béton ne dépasse pas la valeur admissible et le mode de rupture est celui d'une section sous-armée.

Les poutres en béton armé d'armatures de traction et de compression sont appelées poutres doublement armées. Elles sont généralement conçues de la même manière que les poutres simplement armées, sauf en ce qui concerne les calculs nécessaires pour déterminer les sections d'armatures en traction et en compression. (Chanakya Arya, 2009)

IV.2.5.3.1. Sections d'armatures de compression et de traction :

Section d'armature de compression (A'_s) est calculée à partir de :

$$A'_s = \frac{(K-K')f_{cu}bd^2}{0.87 f_y(d-d')} = \frac{(M-M_u)}{0.87 f_y(d-d')} \quad (IV.152)$$

Où : d' : est la hauteur aux armatures de compression à partir de la fibre de béton la plus comprimée (Figure IV.32)

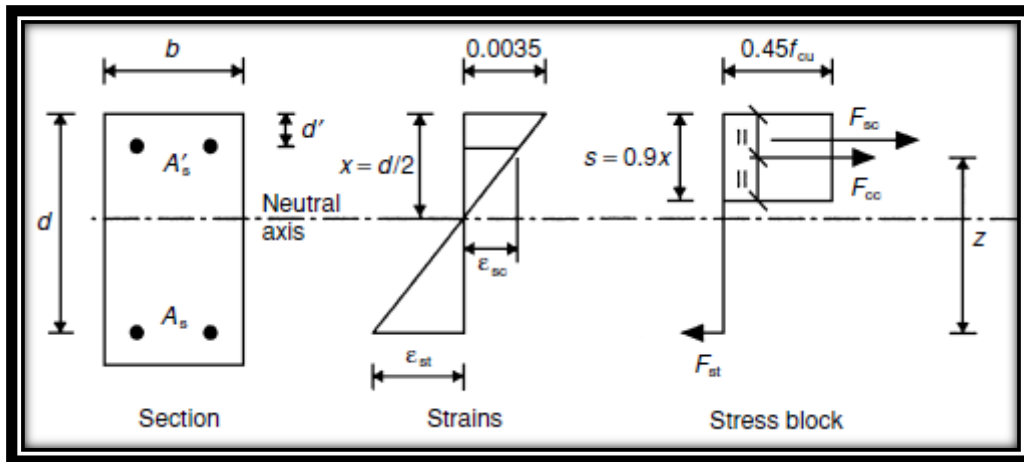


Figure IV.32 Section avec armatures de compression.

L'aire de la section d'armature de traction est calculée à partir de : (Article 3.4.4.4, page26, BS 8110-1 :1997 révisé en 2007)

$$A_s = \frac{K'f_{cu}bd^2}{0.87 f_y z} + A'_s = \frac{M_u}{0.87 f_y z} + A'_s \quad (IV.153)$$

Où :

$$z = d \left[0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{k'}{0.9} \right)} \right] \quad (IV.154)$$

Et,

$K' = 0,156$ $\Rightarrow$ lorsque la redistribution des contraintes dans le diagramme rectangulaire simplifié n'excède pas 10 % (ceci implique une limitation de la profondeur de l'axe neutre x à $\frac{d}{2}$) ; ou,

$K' = 0,402 (\beta_b - 0,4) - 0,18 (\beta_b - 0,4)^2$ $\Rightarrow$ lorsque la redistribution dépasse 10 %

Avec :

$$\beta_b = \frac{\text{moment à la section après redistribution}}{\text{moment à la section avant redistribution}} \quad (\text{IV.155})$$

Où :

β_b : est un facteur donné par le tableau en annexe XIII de ce mémoire.

Dans les équations IV.152 et IV.153, la contrainte de compression d'acier F_{sc} est supposée égale à $0,87f_y$, cette supposition n'est valable que si $\frac{d'}{x} \leq 0,37$ ou $\frac{d'}{d} \leq 0,19$.

Cependant, si $\frac{d'}{x} > 0,37$ (pour $f_y = 500 \text{ N/mm}^2$), la contrainte de compression sera inférieure à $0,87f_y$ et devrait être obtenue à partir de la Figure II.18.

Avec la profondeur de l'axe neutre x est donnée par :

$$x = \frac{d-z}{0,45} \quad (\text{IV.156})$$

IV.2.5.4. Pourcentages minimums d'armatures de traction :

Pour les poutres de section rectangulaires : le pourcentage des aciers tendus (A_s) ne doit pas être inférieur aux limites suivantes : (Article 3.12.5, page 85, BS 8110-1 :1997 révisé en 2007)

$$\left\{ \begin{array}{lll} A_{s,\min} = 0,24\% A_c & \text{Lorsque} & f_y = 250 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{IV.157}) \\ A_{s,\min} = 0,13\% A_c & \text{Lorsque} & f_y = 500 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{IV.158}) \end{array} \right.$$

Avec A_c est l'aire totale de la section du béton ($b \times h$)

$$A_s \geq A_{s,\min}$$

IV.2.5.5. Pourcentages minimums d'armatures de compression :

Pour les poutres de section rectangulaire, lorsque les armatures de compression sont requises à l'état limite ultime, la section des armatures comprimées A'_s ne doit pas être inférieure à 0,2% de l'aire totale de la section du béton ($A_c = b \times h$). (BS 8110 : article 3.12.5)

$$A'_s \geq 0,2\% A_c \quad (\text{IV.159})$$

IV.2.5.6. Pourcentage maximal de ferrailage principal :

Ni la section des armatures de traction A_s ni celle de la compression A'_s ne doivent dépasser 4% de l'aire totale de la section du béton (A_c) des poutres. (BS 8110 : article 3.12.6)

$$A_s < 4\% A_c \quad (\text{IV.160})$$

$$A'_s < 4\% A_c \quad (\text{IV.161})$$

IV.2.5.7. Distance minimale entre les barres :

La distance horizontale entre les barres ne doit pas être inférieure à 5 mm, où la distance entre les barres est l'épaisseur maximale des granulats grossiers. Lorsqu'il y a deux rangées ou plus :

- a) les espaces entre les barres correspondantes de chaque rangée doivent être alignés verticalement ;
- b) la distance verticale entre les barres ne doit pas être inférieure à $2 h_{agg}/3$.

Lorsque l'épaisseur de la barre dépasse $h_{agg} + 5$ mm, un espacement inférieur à l'épaisseur de la barre ou l'épaisseur de la barre équivalente devrait être évité. (Article 3.12.11.1, page93, BS 8110-1 :1997 révisé en 2007).

IV.2.5.8. Dimensions minimales des barres dans les faces latérales des poutres pour contrôler la fissuration :

L'épaisseur minimale des barres dans les faces latérales des poutres pour contrôler la fissuration ne doit pas être inférieure à : (Article 3.12.5.4, page85, BS 8110-1 :1997 révisé en 2007).

$$\sqrt{\frac{s_b y}{f_y}} \quad (\text{IV.162})$$

Où :

s_b : est la largeur de la section au point considéré, ou 500 mm si b dépasse 500 mm

Pour le tableau des pourcentages minimaux d'armature voir l'Annexe XIV.

IV.3. Résistances des sections à la flexion aux états limites de service (ELS) :

IV.3.1. Selon le code CBA :

IV.3.1.1. État limite de service vis-à-vis de la durabilité :

Concernant cet état-limite de service, les vérifications portent sur : (Article A.4.5, page29, CBA)

- ✓ Un état limite de compression du béton.
- ✓ Un état limite d'ouverture des fissures.

Ces vérifications se traduisent par une limitation des contraintes dans le béton et dans les armatures tendues.

IV.3.1.1. 1.Hypothèses de calcul :

Les principales hypothèses du calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple aux ELS sont les suivantes : (Article A.4.5.1, page30, CBA)

- Les sections planes restent planes.
- Il n'y a pas de glissement à l'interface béton-armatures.
- Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux élastiques.

- Le béton tendu est négligé.
- L'aire des aciers n'est pas déduite de celle du béton.
- L'aire des aciers est concentrée en son centre de gravité.
- Le coefficient d'équivalence $n=E_s/E_b$ est fixé forfaitairement à $n = 15$.

IV.3.1.1. 2.Vérification des contraintes à l'état-limite de service :

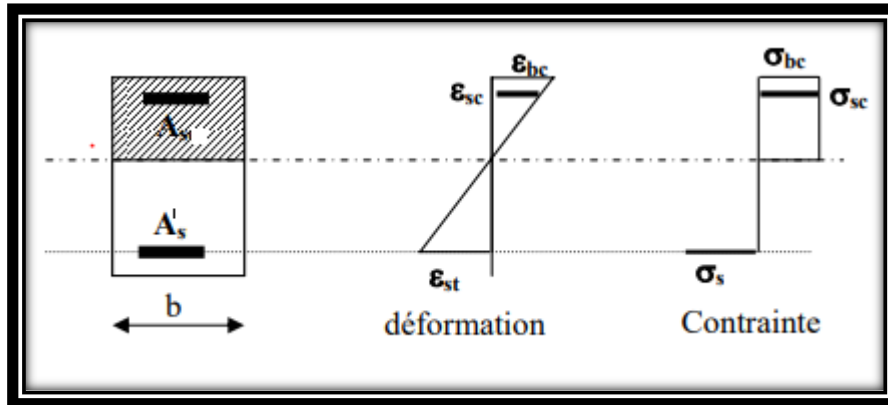


Figure IV.33 Diagramme contrainte-déformation

Par l'équilibre des moments statiques :

$$b \cdot x \cdot \frac{x}{2} + A_s(x - d') - n A'_s(d - x) = 0 \quad (IV.163)$$

Détermination des contraintes :

Sous l'action du moment, la section se déforme jusqu'à obtenir un état de contrainte qui équilibre le moment :

$$\Sigma M_i = M_s \text{ (moment de service)} \quad (IV.164)$$

Nous avons :

$$M_b + M_{A_s} + M_{A'_s} = M_s \quad (IV.165)$$

$$I = I_b + n I_{s'} + n \cdot I_{sc} \quad (IV.166)$$

$$I_b = \frac{b x^3}{3}, \quad I_{sc} = A_s \cdot (x - d')^2, \quad I_{s'} = A'_s \cdot (d - x)^2 \quad (IV.167)$$

Alors les contraintes sont :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_s x}{I} \quad (IV.168)$$

$$\sigma_s = \frac{n M_s (d - x)}{I} \quad (IV.169)$$

Les contraintes de service ne doivent pas dépasser les limites suivantes :

- Pour le béton : $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0.6f_{cj}$ (IV.170)
- Pour l'acier : $\sigma_s \leq \overline{\sigma}_s$ (IV.171)

- La contrainte limite de l'acier $\overline{\sigma}_s$ dépendant du mode de fissuration est donnée par les équations III.16, III.17, III.18 et III.19 vues précédemment au chapitre III.

-Si l'une ou les deux conditions ne sont pas vérifiées alors l'E.L. S n'est pas vérifié.

IV.3.1.1. 3. Calcul des sections lorsque l'état limite de service est le plus défavorable :

Lorsque la vérification des contraintes à l'état limite de service n'est pas satisfaite, il faut redimensionner la section à l'état-limite de service.

1. Section rectangulaire sans armatures comprimées :

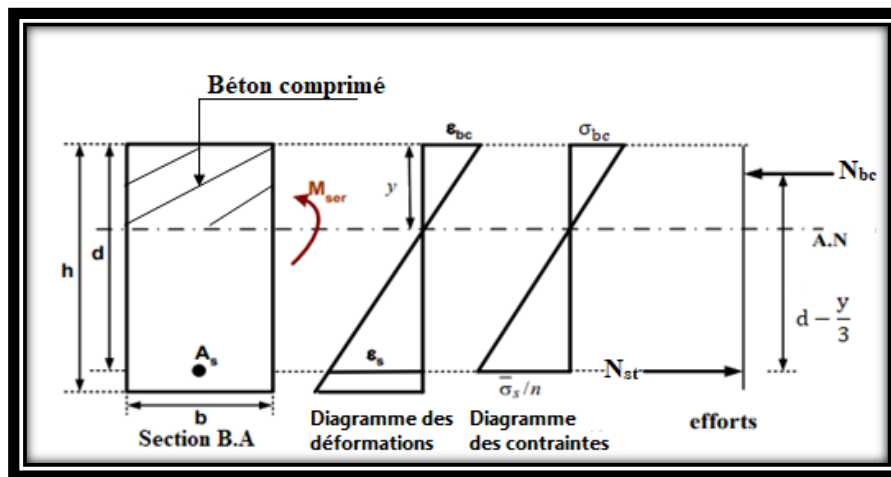


Figure IV.34 Section avec armatures tendues

Si la condition $\sigma_s \leq \overline{\sigma}_s$ n'est pas remplie, il faut recalculer la section d'aciers tendus A_{st} en admettant que ces armatures travaillent au maximum possible, c'est-à-dire à la contrainte limite de service $\overline{\sigma}_{st}$, les équations d'équilibre s'écrivent alors (Jean-Pierre Mougine, 1994) :

$$\frac{b \cdot y \cdot \sigma_{bc}}{2} = A_s \overline{\sigma}_{st} \quad (IV.172)$$

$$M_{ser} = b \cdot y \cdot \sigma_{bc} \frac{(d - \frac{y}{3})}{2} \quad (IV.173)$$

Il y a trois inconnues y , σ_{bc} et A_s ; l'acier et le béton ayant un comportement élastique, on en déduit une relation entre les contraintes :

$$\frac{\sigma_{bc}}{y} = \frac{\sigma_{st}}{n(d - y)} \quad (IV.174)$$

En posant $y = \alpha \cdot d$, alors :

$$\sigma_{bc} = \left[\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right] \cdot \left[\frac{\overline{\sigma}_{st}}{n} \right] \quad (IV.175)$$

En combinant ces trois équations, on obtient une équation du troisième degré en α :

$$\overline{\sigma}_{st} \cdot \alpha^3 - 3 \cdot \overline{\sigma}_{st} \cdot \alpha^2 - \left(\frac{6 \cdot n \cdot M_{ser}}{b \cdot d^2} \right) \cdot \alpha + \left(\frac{6 \cdot n \cdot M_{ser}}{b \cdot d^2} \right) = 0 \quad (IV.176)$$

La solution “intéressante” ($0 \leq \alpha \leq 1$) de cette équation est obtenue de la façon suivante :

On calcule :

$$\lambda = 1 + \left(\frac{30 \cdot M_{ser}}{b d^2 \overline{\sigma}_{st}} \right) \quad (IV.177)$$

Puis : $\cos \varphi = \lambda^{-3/2}$ d'où φ en degrés.

$$\alpha = 1 + 2 \sqrt{\lambda} \cdot \cos (240^\circ + \varphi/3) \quad (IV.178)$$

On donne directement les valeurs de α :

Ayant obtenu α , on calcule σ_{bc} par la formule (IV.175), on vérifie que :

$$\sigma_{bc} \leq 0,6 f_{cj} \quad (IV.179)$$

Puis on obtient :

$$A_s = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \sigma_{bc}}{2 \overline{\sigma}_{st}} = \frac{b \cdot d \cdot \alpha^2}{[30 \cdot (1 - \alpha)]} \quad (IV.180)$$

1.1. La condition de compression du béton n'est pas satisfaite :

Dans ce cas, on peut redimensionner la section ou introduire des armatures comprimées (ou augmenter leur section s'il y en a déjà).

1.2. Redimensionnement de la section de béton :

Pour aboutir à la hauteur minimale, on fait travailler les deux matériaux à leurs limites $\overline{\sigma}_{st}$ et $\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$.

L'équilibre de la section s'écrit :

$$M_{ser} = 0.5 b \times d \times \alpha \times 0.6 f_{cj} \times d \left(1 - \left(\frac{\alpha}{3} \right) \right) = b \times d^2 \times f_{cj} \times \frac{\alpha(3-\alpha)}{10} \quad (IV.181)$$

$$M_{ser} = A_s \times d \left(1 - \left(\frac{\alpha}{3} \right) \right) \times \frac{\overline{\sigma}_{st}}{n} \quad (IV.182)$$

On obtient l'armature A_s :

$$A_s = 0.3 \times \alpha \times b \times d \times f_{cj} \times n / \overline{\sigma}_{st} \quad (IV.183)$$

2. Section rectangulaire avec armatures comprimées :

Le moment « repris » par le béton comprimé, sans les armatures, vaut :

$$M_{bc} = 0.5 \times \overline{\sigma}_{bc} \times b \times d \times \alpha \times d \left(1 - \left(\frac{\alpha}{3}\right)\right) \quad (\text{IV.184})$$

Soit :

$$M_{bc} = 0.1 \times f_{cj} \times \alpha(3 - \alpha) \times b \times d^2 \quad (\text{IV.185})$$

Avec :

$$\alpha = \frac{\overline{\sigma}_{bc}}{\overline{\sigma}_{bc} + \frac{\overline{\sigma}_{st}}{n}} = \frac{9f_{cj}}{9f_{cj} + \overline{\sigma}_{st}} \quad (\text{IV.186})$$

Où $n=15$ et $\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{cj}$

Les armatures comprimées doivent « reprendre » $M'_s = M_{ser} - M_{bc}$, les armatures comprimées auront donc comme section :

$$A'_s = \frac{M'_s}{\sigma'_{st}(d-d')} \quad (\text{IV.187})$$

Avec :

$$\sigma'_{st} = 9f_{cj} \left(1 - \left(\frac{d'}{\alpha d}\right)\right) \quad (\text{IV.188})$$

Soit :

$$A'_s = \frac{M_{ser} - M_{bc}}{\sigma'_{st}(d - d')} \quad (\text{IV.189})$$

La section des armatures tendues A_s est obtenue par l'équation d'équilibre des efforts internes :

$$A_s = \frac{A'_s \cdot \sigma'_{st} + 0.3 \alpha \cdot b \cdot d \cdot f_{cj}}{\overline{\sigma}_{st}} \quad (\text{IV.190})$$

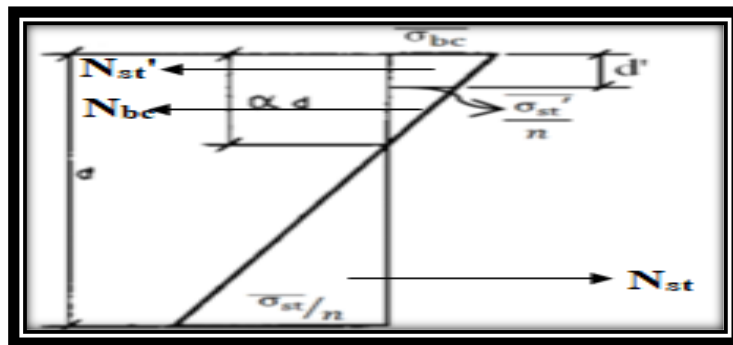


Figure IV.35 Diagramme de contraintes limites d'acier et de béton à l'ELS

IV.3.1.2. État limite de service vis-à-vis des déformations :

IV.3.1.2.1. Calcul de la flèche :

1- Pour les flèches dues aux charges instantanées : (Annexe-D, page174, CBA)

$$f_i = \frac{ML^2}{10E_i I_{fi}} \quad (\text{IV.191})$$

Avec :

$$E_i = 11000(f_{c28})^{1/3} \quad (\text{IV.192})$$

$$I_{fi} = \frac{1.1I_0}{1+\mu\lambda_i} \quad (\text{IV.193})$$

$$\lambda_i = \frac{0.05f_{t28}}{\left[\rho\left(2+\left(\frac{3b_0}{b}\right)\right)\right]} \quad (\text{IV.194})$$

$$\mu = 1 - \frac{1.75f_{t28}}{4\rho\sigma_{st}+f_{t28}} \quad (\text{IV.195})$$

2- Pour les flèches dues aux charges de longue durée :

$$f_v = \frac{ML^2}{10E_v I_{fv}} \quad (\text{IV.196})$$

Avec :

$$E_v = \frac{E_i}{3} \quad (\text{IV.197})$$

$$I_{fv} = \frac{1.1I_0}{(1+\mu\lambda_v)} = \frac{1.1I_0}{(1+0.4\mu\lambda_i)} \quad (\text{IV.198})$$

$$\text{Où : } \lambda_v = \frac{2}{5}\lambda_i \quad (\text{IV.199})$$

I_0 : moment d'inertie de la section totale rendue homogène.

L : longueur de la portée.

M : moment de flexion.

I_{fv} : moment d'inertie différé.

I_{fi} : moment d'inertie instantané.

E_i : module de déformation instantanée.

E_v : module de déformation différée.

b_0 : largeur de la nervure (épaisseur brute de l'âme) de la poutre.

b : largeur de la table de compression de la poutre.

n : coefficient d'équivalence acier-béton ($n=15$).

ρ : rapport du volume des aciers à celui du béton ($\rho = A_s / b_0 d$).

3- Pour les consoles, les flèches aux extrémités seront :

$$f_{(i \text{ ou } v)} = \frac{ML^2}{4E_{(i \text{ ou } v)}I_{f(i \text{ ou } v)}} \quad (\text{IV.200})$$

- La part de la flèche totale Δf_t qui doit être comparée aux valeurs limites est: $\Delta f_t = f_{gv} - f_{ji} + f_{pi} - f_{gi}$

Où : f_{gi} et f_{gv} : flèches dues à l'ensemble des charges permanentes ;

f_{ji} : la flèche due aux charges permanentes appliquées au moment de la mise en œuvre des cloisons ;

f_{pi} : la flèche due à l'ensemble des charges permanentes et d'exploitation supportées par l'élément considéré.

IV.3.1.2.2. La limite de la flèche :

À défaut des données expérimentales, on peut admettre que la flèche qui est susceptible de mettre en cause le bon comportement des cloisons et des revêtements de sols ou de plafonds ne doit pas dépasser (article B.6.5.3, page 127, CBA) :

- pour les éléments supports reposant sur deux appuis, les valeurs :

$$\bar{f} = \begin{cases} L/500 & \text{si la portée } L \text{ est au plus égale à } 5 \text{ m.} \\ 0.5 \text{ cm} + \frac{L}{1000} & \text{si la portée } L \text{ est supérieure à } 5 \text{ m.} \end{cases} \quad (\text{IV.201})$$

Où :

$\bar{f}$: Flèche limite admissible.

L : la portée de l'élément fléchi en cm.

- pour les éléments supports en console, la valeur :

$L/250$ si la portée de la console est au plus égale à 2 m.

Note : Condition de non-fragilité :

Par définition est considérée comme non fragile, une section tendue ou fléchie telle que la sollicitation provoquant la fissuration du béton dans le plan de la section considérée entraîne dans les aciers une contrainte au plus égale à leur limite d'élasticité garantie. Dans le cas de la flexion simple, on peut prendre comme bras de levier $0,9d$ (d étant la hauteur utile de la poutre) ; si on admet en outre que pour des poutres usuelles d est sensiblement égal à $0,9h$ (h étant la hauteur totale de la poutre), on obtient pour une section rectangulaire simplement fléchie, de largeur b , armée d'une section A_s , la condition (article A.4.2, 1, page 20, CBA93) :

$$\rho \geq 0.23 \frac{f_{tj}}{f_e} \quad \text{avec } \rho = \frac{A_s}{b d} \quad (\text{IV.202})$$

f_{tj} : Résistance caractéristique à la traction du béton âgé de j jours.

f_e : Limite d'élasticité de l'acier.

IV.3.2. Selon le code ACI :

Selon le code ACI, les états limites de service à prendre en compte dans les calculs justificatifs sont ceux de fissuration et déformation (flèche).

IV.3.2.1. Contrôle de la fissuration :

Le code ne fournit aucune méthode de calcul des ouvertures de fissures, mais prévoit cependant un contrôle de la fissuration par la limitation de l'espacement entre les barres tendues donné par la relation suivante (Article 10.6.4, ACI 318-08, page 318-136 ; ACI 318M-08, page 136):

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c \leq 300 \left(\frac{280}{f_s} \right) \quad [\text{SI}] \quad (\text{IV.203})$$

$$s = 15 \left(\frac{40000}{f_s} \right) - 2.5c_c \leq 12 \left(\frac{40000}{f_s} \right) \quad [\text{US}] \quad (\text{IV.204})$$

Avec :

c_c : est la distance minimale mesurée à partir de la surface des aciers tendus de flexion à la face tendue du béton.

s : l'espacement maximal entre les armatures proches à la face tendue en [mm] pour l'Eq. (IV.203) et en [in.] pour l'Eq. (IV.204).

f_s : la contrainte des armatures les plus proches à la face tendue du béton, à l'état limite de service, en [MPa] pour l'Eq. (IV.203) et en [psi] pour l'Eq. (IV.204), et qui peut être prise comme :

$$f_s = \left(\frac{2}{3} \right) f_y \quad (\text{IV.205})$$

-Lorsque la hauteur h d'une section de poutre dépasse 900 mm (36 in.), L'armature longitudinal de peau doit être uniformément réparti sur les deux faces latérales de la section. L'armature de peau doit s'étendre sur une distance $h/2$ de la fibre tendue. L'espacement s entre les armatures de peau est calculé par l'équation IV.203 (ou IV.204), où c_c est la distance minimale entre la surface de l'armature de peau et la face latérale.

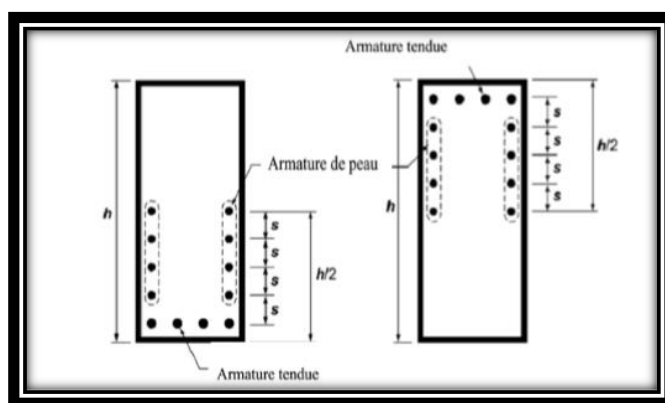


Figure IV.36 Disposition des armatures de peau pour les poutres de hauteur $h > 900$ mm.

IV.3.2.2. Contrôle des flèches :

D'après l'article 9.5.2.1 (ACI 318-08, page 318-122), lorsque l'élément ne supporte pas, ou n'est pas lié à, des cloisons ou autres éléments susceptible d'être endommagés par des flèches importantes et à défaut de justifications spéciales, on peut adopter la hauteur minimale fixée par le tableau suivant :

Tableau IV.3 Hauteur minimale des poutres en béton armé afin d'être dispensé du calcul de flèches.

Condition d'appui	Simplement appuyée	Une extrémité continue	Deux extrémités continues	Porte-à-faux
Poutre	l/16	l/18.5	l/21	l/8

 Remarque :

-Tableau IV.3 établis pour des éléments de béton normal ($w_c = 2315$ à $2400 \text{ kg/m}^3 = 145$ to 150 lb/ft^3) et de classe d'acier $f_y = 414 \text{ MPa}$ (60000 psi).

- Pour d'autres valeurs de f_y , multiplier les hauteurs trouvées par $(0.4 + f_y/700)$ en unité [SI] ou $(0.4 + f_y/700)$ en unité [US].

-Pour les bétons légers d'une densité w_c variant de 1440 à 1840 Kg/m^3 (90 et 115 lb/ft^3), les valeurs doivent être multipliées par $[(1.65-0.0003w_c) \leq 1.09]$ en unité [SI] ou $[(1.65-0.005w_c) \leq 1.09]$ en unité [US].

IV.3.2.2. 1.Flèche instantanée :

Lorsque la hauteur minimale selon le Tableau IV.3 n'est pas respectée, il est indispensable de calculer la flèche en utilisant les méthodes et les formules de calcul des flèches élastiques tout en tenant en compte des effets de la fissuration et des armatures sur la rigidité de l'élément. La flèche d'un élément en béton armé soumis à une charges w uniformément réparties est donnée par :

$$\Delta = \frac{K w l^4}{384 E_c I_e} \quad (\text{IV. 206})$$

Où :

w : la charge uniformément répartie.

l : longueur de la travée de la poutre.

k : coefficient dépend de type d'appuis :

$k = 5$ pour une seule travée.

$k = 1.4$ pour la travée intermédiaire de la poutre continue.

$k = 2$ pour la travée de rive de la poutre continue.

$k = 1$ pour la poutre console encastree.

-À défaut de calcul plus précis, la rigidité dans l'état fissuré $E_c I_e$ peut être déterminé par l'article de ACI 318-08; 9.5.2.3 page 318-123, en prenant :

-Pour le module d'élasticité de béton E_c :

$$E_c = w_c^{1.5} 43 \sqrt{f'_c} \cdot 10^{-3} \quad (\text{IV.207})$$

-Pour le moment d'inertie effectif (I_e) de l'élément à l'état fissuré est :

$$I_c = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad (\text{IV.208})$$

Avec :

I_g : moment d'inertie de la section de béton seul. Pour une section rectangulaire $b \times h$, il est donné par:

$$I_g = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{IV.209})$$

I_{cr} : moment d'inertie de la section homogène réduit.

M_{cr} : moment de fissuration:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (\text{IV.210})$$

Où :

f_r : module de rupture :

$$f_r = 0.62 \lambda \sqrt{f'_c} \quad [\text{MPa}] \quad (\text{IV.211})$$

$$f_r = 7.5 \lambda \sqrt{f'_c} \quad [\text{psi}] \quad (\text{IV.212})$$

y_t : distance du centre de gravité de la section de béton seul à la fibre extrême la plus tendue.

M_a : moment maximal dans l'élément dû aux charges de service au stade où la flèche est calculée.

λ : facteur de modification tenant compte de type de béton utilisé, il prend la valeur de 0.85 pour un béton de sable léger, 0.75 pour les autres types de béton léger, et 1 pour les béton normaux.

-Pour les poutres continues, la valeur de I_e peut être prise égale à la moyenne des moments d'inertie I_e calculés par l'équation. (IV.208) pour les sections de moments positifs et négatifs maximaux (en travée et sur appuis).

-Pour les éléments prismatiques, I_e doit être obtenue à partir de l'équation. (IV.208) à mi- travée pour les travées simples et continues, et au niveau de l'appui pour les porte-à-faux

IV.3.2.2.2. Flèche sous charges de longue durée :

À moins que les valeurs ne soient obtenues par une analyse plus complète, la flèche à long terme due aux charges appliquées considérées tenant compte aussi des effets de fluage et du retrait des éléments de flexion (béton normal ou léger), est obtenue en multipliant la flèche instantanée par le coefficient λ_{Δ} . (Article 9.5.2.5, page 318-123, ACI 318-08).

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1 + 50 \rho'} \quad (\text{IV. 213})$$

Où :

ξ : facteur dépendant de la durée d'application des charges et il est égal à :

$\xi = 2$ pour une durée de 5 ans et plus, $\xi = 1.4$ pour 12 mois, $\xi = 1.2$ pour 6 mois, et $\xi = 1$ pour 3 mois.

ρ' : le taux d'armature comprimée donné par :

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} \quad (\text{IV.214})$$

IV.3.2.2.3. Flèches limites :

L'article 9.5.2.6 (ACI 318-08, page 318-124) spécifie que les valeurs de flèches calculées ci-dessus ne doivent pas dépasser les valeurs limites données au tableau IV.4 suivants :

Tableau IV.4 Flèches admissibles maximales (limites).

Type d'élément	Flèche à prendre en considération	Flèche maximale
Toitures ne supportent pas d'éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Flèche instantanée due aux charges d'exploitation.	l/180
Planchers ne supportent pas ou n'étant pas attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Flèche instantanée due aux charges d'exploitation.	l/360
Toitures et planchers supportant ou attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches	Flèche totale produite après fixation des éléments non structuraux (somme de la flèche à long terme due à toutes les charges appliquées et de la flèche instantanée due à toute charge d'exploitation)	l/480
Toitures ou planchers supportant ou attachés à des éléments non susceptibles d'être endommagés par les flèches.		l/240

IV.3.3. Selon le code EUROCODE :**IV.3.3.1. État limite de service vis-à-vis de la durabilité :**

Le dimensionnement est généralement plus critique à l'ELU, mais il convient s'assurer que les limitations à l'ELS sont aussi respectées :

- 1- Limitation des contraintes.
- 2- Maîtrise de la fissuration.
- 3- Limitation des flèches.

IV.3.3.1.1. Hypothèse de calcul:

- Au cours des déformations, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions.
- La résistance du béton tendu est négligée.
- Adhérence parfaite acier – béton.

IV.3.3.1.2. Vérification des contraintes à l'état-limite de service :**1- Limitation de la contrainte de compression du béton**

La contrainte de compression du béton doit être limitée à :

$$\bar{\sigma}_c = k_1 f_{ck} \quad (\text{IV.215})$$

Avec :

$k_1 = 1$ pour la classe d'exposition X0 ou XC

$k_1 = 0.6$ pour la classe d'exposition XD, XS ou XF. Voir (Annexe XV)

2- Limitation de la contrainte de l'acier

Pour éviter la fissuration ou la déformation inacceptable, sous la combinaison caractéristique de charges, la contrainte de traction dans les armatures doit être limitée à :

- Pour le cas général : $\bar{\sigma}_s = k_3 f_{yk} \quad (\text{IV.216})$

Avec : $k_3 = 0.8$

- Pour le cas de déformation imposée : $\bar{\sigma}_s = k_4 f_{yk} \quad (\text{IV.217})$

Avec $k_4=1$.

IV.3.3.1.3. Calcul des sections lorsque l'état-limite de service est le plus défavorable :**1- Section rectangulaire sans armatures comprimées :**

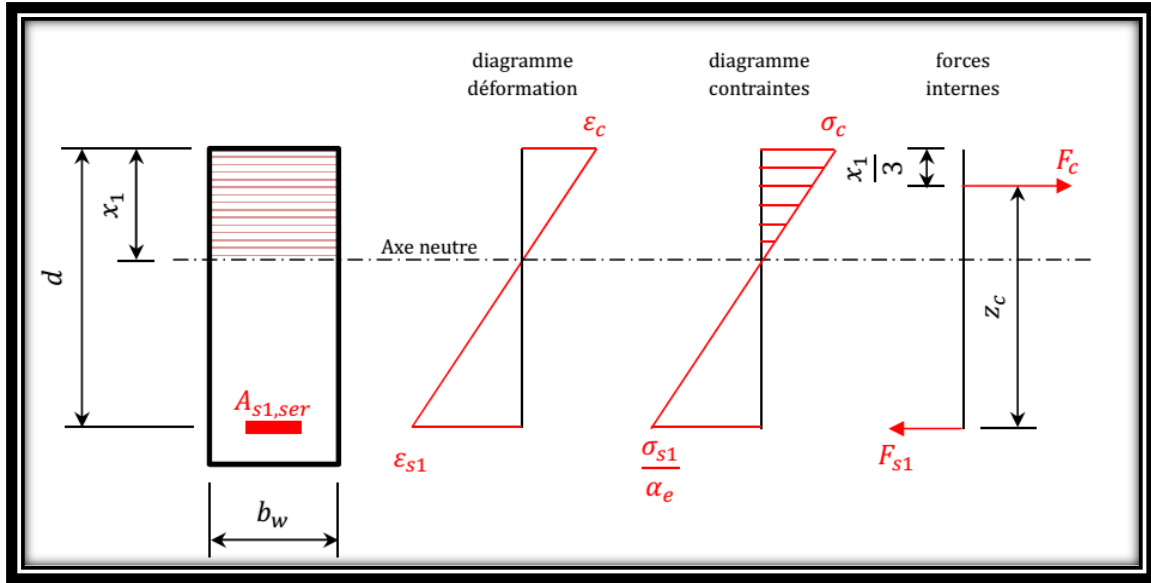


Figure IV.37 Section avec armatures tendues (EUROCODE)

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} \quad \alpha_e = 15 \text{ (valeur recommandée)}$$

Où :

E_s : Module d'élasticité effectif du béton.

$$x_1 = \alpha_1 \times d \quad (\text{IV.218})$$

$$z_c = d - \left[\frac{x_1}{3} \right] = d \times \left[1 - \left(\frac{\alpha_1}{3} \right) \right] \quad (\text{IV.219})$$

$$f_c = 0.5 \times b \times x_1 \times \sigma_c = 0.5 \times b \times \alpha_1 \times d \times \sigma_c \quad (\text{IV.220})$$

$$f_{s1} = A_{s1,ser} \times \sigma_{s1} \quad (\text{IV.221})$$

$$M_{ser} = f_c \times z_c = f_{s1} z_c \quad (\text{IV.222})$$

✓ **Calcul de moment de résistance :**

$$\sigma_c = \overline{\sigma_c} \quad (\text{IV.223})$$

$$\sigma_{s1} = \overline{\sigma_s} \quad (\text{IV.224})$$

$$\overline{\alpha_1} = \frac{\overline{x_1}}{d} = \frac{\overline{\sigma_c}}{\frac{\overline{\sigma_s} + \overline{\sigma_c}}{\alpha_e}} \quad (\text{IV.225})$$

$$M_{rc} = f_c \times z_c = \frac{1}{2} b \times d^2 \times \overline{\sigma_c} \times \overline{\alpha_1} \times \left[1 - \frac{\overline{\alpha_1}}{3} \right] \quad (\text{IV.226})$$

Si $M_{ser} > M_{rc}$ =====> Aciers comprimés sont nécessaires ($A_{s2,ser} \neq 0$)

Si $M_{ser} \leq M_{rc}$ =====> Pas d'aciers comprimés ($A_{s2,ser} = 0$)

- Le $M_{ser} \leq M_{rc}$:

$$\sigma_c \leq \overline{\sigma}_c \quad (IV.227)$$

$$\sigma_{s1} = \overline{\sigma}_s \quad (IV.228)$$

$$\overline{\sigma}_c = \frac{\frac{\overline{\sigma}_s}{\alpha_e} \alpha_1}{1 - \alpha_1} \quad (IV.229)$$

$$M_{ser} = \frac{1}{2} b \times d^2 \times \alpha_1^2 \times \left[1 - \frac{\alpha_1}{3} \right] \times \frac{\frac{\overline{\sigma}_s}{\alpha_e}}{1 - \alpha_1} \quad (IV.230)$$

Équation du 3ème degré en α_1 avec : $0 < \alpha_1 \leq 1$

$$A_{s1,ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1} z_c} \quad (IV.231)$$

2- Section rectangulaire avec armatures comprimées :

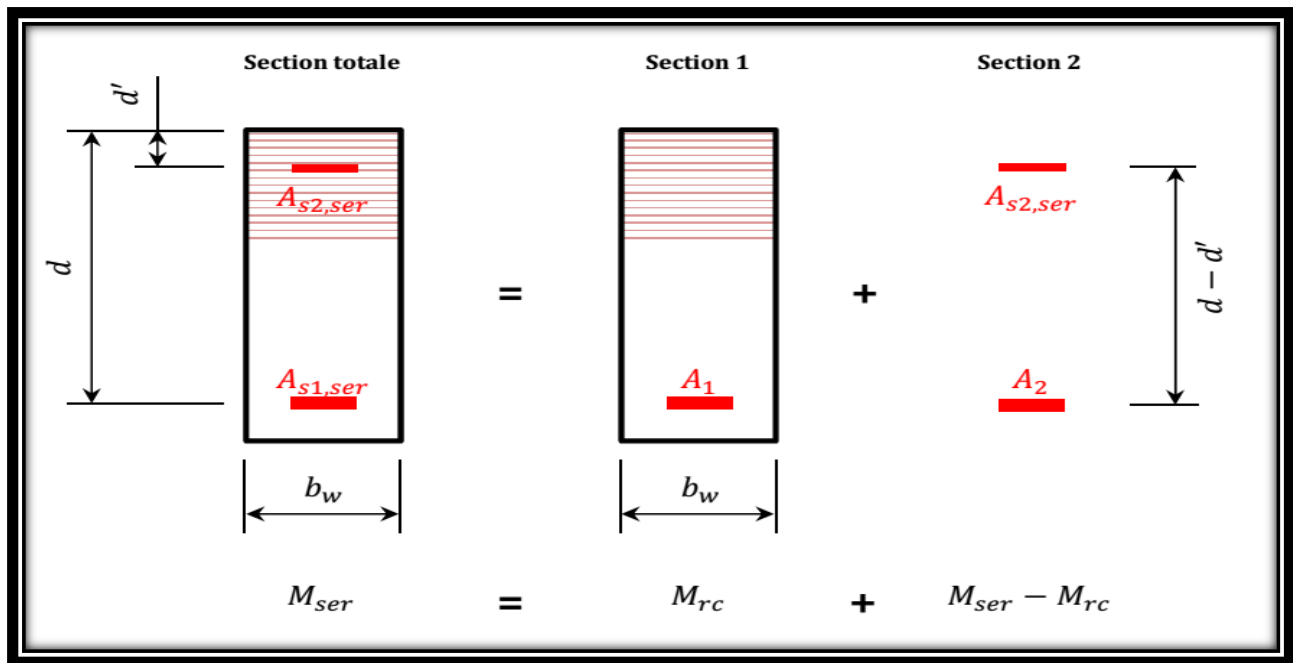


Figure IV.38 Section avec armatures comprimées

✓ Calcul de $A_{s2,ser}$:

$$M_{ser} - M_{rc} = A_{s2,ser} \sigma_{s2} (d - d') \quad (IV.232)$$

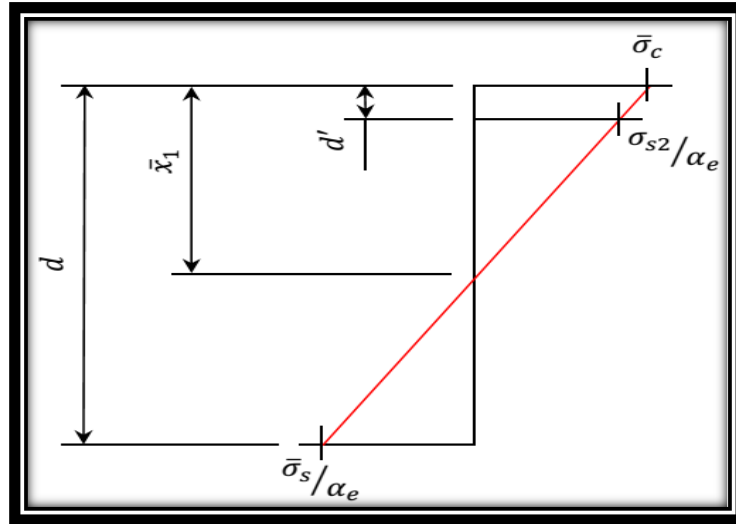


Figure IV.39 Diagramme des déformations à l'état limite de service

$$\sigma_{s2} = \alpha_e \times \bar{\sigma}_c \left[\frac{\bar{\alpha}_1 - \left(\frac{d'}{d}\right)}{\bar{\alpha}_1} \right] \quad (\text{IV.233})$$

$$A_{s2,ser} = \frac{M_{ser} - M_{rc}}{(d - d')\sigma_{s2}} \quad (\text{IV.234})$$

✓ Calcul de $A_{s1,ser}$:

$$A_{s1,ser} = A_1 + A_2 \quad (\text{IV.235})$$

$$A_1 = \frac{M_{rc}}{\sigma_{s1} \bar{z}_c} \quad (\text{IV.236})$$

Avec : $\sigma_{s1} = \bar{\sigma}_s$

$$M_{ser} - M_{rc} = A_{s2,ser} \times \sigma_{s2}(d - d') = A_2 \times \sigma_{s1}(d - d') \quad (\text{IV.237})$$

$$A_{s2,ser} \times \sigma_{s2} = A_2 \times \sigma_{s1} \quad (\text{IV.238})$$

$$A_2 = A_{s2,ser} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \quad (\text{IV.239})$$

$$A_{s1,ser} = \frac{M_{rc}}{\sigma_{s1} \bar{z}_c} + A_{s2,ser} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \quad (\text{IV.240})$$

IV.3.3.1.4. Maîtrise de la fissuration :

IV.3.3.1.4.1. Contrôle de fissuration :

Il convient de désigner une valeur limite de l'ouverture calculée des fissures (w_{max}) en tenant compte de la nature et du fonctionnement envisagés de la structure ainsi que du coût de la limitation de la fissuration. Les valeurs recommandées de w_{max} pour les différentes classes d'exposition sont données dans le Tableau IV.5. (Article 7.3.1, page 110, EN 1992-1-1 :2004)

Tableau IV.5 Valeurs recommandées de $w_{\max}$ (mm).

Classe d'exposition	Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes	Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes
	Combinaison quasi-permanente des charges	Combinaison fréquente des charges
X0, XC1	0,4 ¹	0,2
XC2, XC3, XC4	0,3	0,2 ²
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Décompression
NOTE 1 Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour donner un aspect dans l'ensemble acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte. NOTE 2 Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.		

Lorsque les conditions sur le diamètre maximal (Tableau IV.6) et l'espacement maximal (Tableau IV.7), des barres sont respectées, un ferrailage minimal est suffisant pour maîtriser la fissuration, et par conséquent, le calcul direct de l'ouverture de fissure n'est plus nécessaire.

Tableau IV.6 Diamètre maximal ϕ_s : des barres pour la maîtrise de la fissuration

		Diamètre maximal des barres [mm]		
		$w = 0,4 \text{ mm}$ k	$w = 0,3 \text{ mm}$ k	$w = 0,2 \text{ mm}$ k
Contrainte de l'acier ¹ [MPa]	160	40	32	25
	200	32	25	16
	240	20	16	12
	280	16	12	8
	320	12	10	6
	360	10	8	5
	400	8	6	4
	450	6	5	-

Tableau IV.7 Espacement maximal des barres pour la maîtrise de la fissuration 1

Contrainte de l'acier ² [MPa]	Espacement maximal des barres [mm]		
	$w_k = 0,4 \text{ mm}$	$w_k = 0,3 \text{ mm}$	$w_k = 0,2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	—
360	100	50	—

Sections minimales d'armatures :

Si la maîtrise de la fissuration est requise, une quantité minimale d'armatures est nécessaire pour maîtriser la fissuration dans les zones où l'on prévoit l'existence de contraintes de traction (Article 7.3.2, page 110, EN 1992-1-1 :2004) :

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k_s f_{ct,eff} A_{ct} \quad (\text{IV.241})$$

Avec :

$A_{s,min}$: Section minimale d'armatures dans la zone tendue

A_{ct} : Aire de la section droite de béton tendu (avant l'apparition des fissures $\sigma_{ct} < f_{ct,eff}$)

σ_s : Contrainte maximale dans l'armature immédiatement après la formation de la fissure (elle peut être prise égale à la limite d'élasticité f_{yk})

$f_{ct,eff}$: Valeur moyenne de la résistance en traction du béton au moment de l'apparition des premières fissures ($f_{ct,eff} = f_{ctm}$)

k : Coefficient tenant compte de l'effet des contraintes non-uniformes auto-équilibrées conduisant à une réduction des efforts dus aux déformations gênées :

$k = 1,0$ pour les âmes avec $h \leq 300 \text{ mm}$ ou les membrures d'une largeur inférieure à 300 mm

$k = 0,65$ pour les âmes avec $h \geq 800 \text{ mm}$ ou les membrures d'une largeur supérieure à 800 mm, (les valeurs intermédiaires sont obtenues par interpolation)

k_c : Coefficient tenant compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration ainsi que de la modification du bras de levier :

En traction pure : $k_c = 1,0$.

En flexion simple :

- Pour les sections rectangulaires et âmes des caissons et des sections en T : $k_c = 0,4$.

- Pour les membrures des caissons et des sections en T : $k_c = 0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,eff}} \geq 0,5$

Où F_{cr} : Valeur absolue de l'effort de traction dans la membrure juste avant la fissuration, du fait du moment de fissuration calculé avec $f_{ct,eff}$.

- En flexion composée : voir la formule générale donnée par l'Eurocode 2 à l'article 7.3.2(2) (EN 1992-1-1 :2004).

IV.3.3.1.4.2. Calcul direct de l'ouverture des fissures :

Lorsque les conditions sur le diamètre maximal et l'espacement maximal des barres ne sont pas respectées, la maîtrise de la fissuration se fait par un calcul direct de l'ouverture des fissures, W_k , qui peut être calculée au moyen de l'expression suivante :

$$W_k = S_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (IV.242)$$

Où :

$S_{r,max}$: Espacement maximal des fissures.

ε_{cm} : Déformation (allongement unitaire) moyenne du béton entre les fissures (sur $S_{r,max}$).

ε_{sm} : Déformation moyenne de l'armature de béton armé sous la combinaison de charges considérée, incluant l'effet des déformations imposées et en tenant compte de la participation du béton tendu. Seul est pris en compte l'allongement relatif au-delà de l'état correspondant à l'absence de déformation du béton au même niveau.

- $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ peut être calculé au moyen de l'expression :

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \max \left[\frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}; 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s} \right] \quad (IV.243)$$

$-\sigma_s$: est la contrainte dans les armatures de béton armé tendues, en supposant la section fissurée.

$-\alpha_e$: est le rapport $\frac{E_s}{E_{cm}}$.

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (IV.244)$$

- $A_{c,eff}$: est l'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues, c'est-à-dire l'aire de la section de béton autour des armatures de traction, de hauteur $h_{c,ef}$, où $h_{c,ef}$: est la plus petite des trois valeurs ci-après : $2.5(h - d)$, $\frac{h-x}{3}$ ou $\frac{h}{2}$. (avec x : Profondeur de l'axe neutre)

k_t : est un facteur dépendant de la durée de la charge.

$k_t = 0,6$ dans le cas d'un chargement de courte durée.

$k_t = 0,4$ dans le cas d'un chargement de longue durée.

$$S_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (IV.245)$$

Où :

- ϕ est le diamètre des barres. Lorsque plusieurs diamètres de barres sont utilisés dans une même section, il convient de retenir un diamètre équivalent ϕ_{eq} .

- c : est l'enrobage des armatures longitudinales.

- k_1 : est un coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures adhérentes :

$k_1 = 0,8$ pour les barres à haute adhérence

$k_1 = 1,6$ pour les armatures ayant une surface effectivement lisse (armatures de précontrainte, par exemple).

- k_2 : est un coefficient qui tient compte de la distribution des déformations :

$k_2 = 0,5$ en flexion

$k_2 = 1,0$ en traction pure.

- k_3 et k_4 : leurs valeurs sont données en Annexe Nationale du pays donné. Les valeurs recommandées par l'Eurocode2 sont : $k_3 = 3.4$ et $k_4 = 0.425$.

IV.3.3.1.5. Contrôle des déformations (flèches) :

- Le calcul des flèches d'une poutre est habituellement mesuré par la déformation de la surface neutre de la poutre à partir de sa position non chargée jusqu'à sa position chargée.
- L'état-limite de déformation (flèche) peut être vérifié:
 - en limitant le rapport portée/hauteur utile (l/d),
 - ou bien
 - en comparant une déformation (flèche) calculée à une valeur limite.

a) Vérification des flèches pour le cas de dispense du calcul :

Il n'est pas nécessaire de calculer la flèche d'un élément (poutre ou dalle) en béton armé des bâtiments si son rapport portée/hauteur utile (l/d) reste inférieur aux valeurs limites données par les expressions suivantes (article 7.4.2, page 117, EN 1992-1-1 :2004) :

$$\frac{l}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{si } \rho \leq \rho_0 \quad (\text{IV.246})$$

$$\frac{l}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{si } \rho > \rho_0 \quad (\text{IV.247})$$

Où :

- ρ_0 : Pourcentage d'armatures de référence :

$$\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{IV.248})$$

- ρ : Pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi- portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment engendré par les charges de calcul.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (\text{IV.249})$$

Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) pour la portée la plus longue

Où :

- $\frac{l}{d}$: la valeur limite du rapport portée/hauteur utile.

- K : un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux.

- $K = 1$ (Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions).
- $K = 1.3$ (Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions).
- $K = 1.5$ (Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions).

- $K = 1.2$ (Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) pour la portée la plus longue).
- $K = 0.4$ (Console)

- ρ' : est le pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi- portée (ou sur appui dans le cas des consoles).

b) Vérification des flèches par le calcul :

La deuxième méthode de vérification des flèches est le calcul direct de la flèche qui peut être effectué pour une section non-fissurée en utilisant les méthodes élastiques ou pour une section fissurée en utilisant les méthodes non-linéaires (méthode de courbure).

- Sections non-fissurées :

Pour ce cas de sections, le comportement de l'acier et celui de béton sont élastiques linéaires, et par conséquent, le calcul de la flèche se fait par les méthodes élastiques de résistance des matériaux.

À titre d'exemple, la flèche d'une poutre simplement appuyée de charges uniformément réparties q est donnée par :

$$f = \frac{5ql^4}{384E_cI} \quad (\text{IV.250})$$

E_c : Le module d'élasticité de béton.

q : La valeur de la combinaison la plus défavorable des charges uniformément réparties.

I : Le moment d'inertie de la section non-fissurée.

l : portée de l'élément entre nus.

- Sections fissurées :

Il convient de considérer comme non fissurés les éléments qui ne sont pas censés être chargés au-delà du niveau de chargement qui provoquerait, dans une section quelconque, un dépassement de la résistance en traction du béton. Pour les éléments dont on prévoit qu'ils seront fissurés mais pas entièrement, il convient de les considérer comme se comportant d'une manière intermédiaire entre l'état non fissuré et l'état entièrement fissuré ; s'ils travaillent principalement en flexion l'Expression (IV.251) prévoit de manière appropriée leur comportement (Article 7.4.3(3) page 119 EN 1992-1-1 :2004) :

$$a = \xi a_{II} + (1 - \xi) a_I \quad (\text{IV.251})$$

Où :

a : est le paramètre de déformation considéré, qui peut être par exemple une déformation unitaire, une courbure ou une rotation.

a_I, a_{II} : sont les valeurs du paramètre calculées respectivement dans l'état non fissuré et dans l'état entièrement fissuré

ξ : est un coefficient de distribution (qui tient compte de la participation du béton tendu dans la section), donné par l'Expression (IV.252) :

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (\text{IV.252})$$

$\xi = 0$ pour les sections non-fissurées

β : coefficient prenant en compte l'influence de la durée du chargement ou de la répétition du chargement sur la déformation unitaire moyenne

= 1,0 dans le cas d'un chargement unique de courte durée

= 0,5 dans le cas d'un chargement prolongé ou d'un grand nombre de cycles de chargement

σ_s : est la contrainte dans les armatures tendues, calculée en supposant la section fissurée

σ_{sr} : est la contrainte dans les armatures tendues, calculée en supposant la section fissurée sous les conditions de chargement provoquant la première fissure.

Note : $\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$ peut être remplacé par M_{cr}/M dans le cas de la flexion ou par N_{cr}/N dans le cas de la traction pure, M_{cr} représentant le moment de fissuration et N_{cr} l'effort de fissuration.

La méthode la plus rigoureuse pour déterminer la flèche consiste à calculer la courbure

$$\frac{1}{r} = \xi \left(\frac{1}{r} \right)_{II} + (1 - \xi) \left(\frac{1}{r} \right)_I \quad (\text{IV.253})$$

Dans un grand nombre de sections le long de l'élément, puis à calculer la flèche par intégration

numérique $f = \int \left[\int \frac{1}{r} dx \right] dx$

$\frac{1}{r}$: représente la courbe totale qui est la somme des courbures dues aux actions mécaniques et au retrait.

Les courbures dues au retrait peuvent être évaluées au moyen de l'Expression (IV.254) :

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \alpha_e \frac{S}{I} \quad (\text{IV.254})$$

Où :

$\frac{1}{r_{cs}}$: est la courbure due au retrait

ε_{cs} : est la déformation libre de retrait

S : est le moment statique de la section d'armatures par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section

I : est le moment d'inertie de la section

α_e : est le coefficient d'équivalence effectif

$$\alpha_e = E_s / E_{c,eff}$$

Il convient de calculer S et I pour l'état non-fissuré et pour l'état entièrement fissuré, l'estimation de la courbure finale étant effectuée au moyen de l'Expression (IV.251).

- Valeurs limites des flèches :

La flèche calculée (f) ne doit pas dépasser les valeurs limites suivantes (articles 7.4.1(4) et (5), page 117, EN 1992-1-1 :2004) :

- 1/250 pour les conditions d'utilisation normales d'un élément de poutre, de dalle ou de console soumises à des charges quasi-permanentes.
- 1/500 pour le cas d'un élément structural supportant des éléments fragiles (cloisons ou autres) susceptibles d'être endommagés par les flèches.

-S'il n'y a pas de prescriptions particulières, la flèche limite peut être déterminée par : (S.Multon, 2012, Béton Armé Eurocode 2, article 4, page 308)

$$\bar{f} = \begin{cases} \frac{L}{500} & \text{si la portée } L \text{ est au plus égale à } 7 \text{ m.} \\ \left[\frac{L-7\text{m}}{1000} \right] + 1.4 & \text{si la portée } L \text{ est supérieure à } 7 \text{ m.} \end{cases} \quad (\text{IV.255})$$

IV.3.4. Selon le code CSA :

Selon la norme nationale du Canada CSA-A23.3, les états limites de service à vérifier sont ceux de fissuration, déformation (flèche) et vibration.

IV.3.4.1 Contrôle de la fissuration

IV.3.4.1.1 Paramètre de contrôle de la fissuration

Selon le CSA-A23.3.04 (article 10.6.1, page 47), le contrôle de la fissuration revient à contrôler l'espacement des barres d'armature tendue sollicitée en flexion. Ce contrôle s'effectue par le calcul de la grandeur z , déterminée par l'expression suivante, qui ne doit pas dépasser les valeurs limites ci-après.

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A} \quad (\text{IV.256})$$

Les valeurs limites de z citées ci-dessous sont associées à des ouvertures de fissure de 0,4 mm et 0,33 mm, respectivement, selon le mode d'exposition des pièces aux agents corrosifs :

♣ Pour une exposition intérieure : $z \leq 30\,000 \text{ N/mm}$

♣ Pour une exposition extérieure : $z \leq 25\,000 \text{ N/mm}$

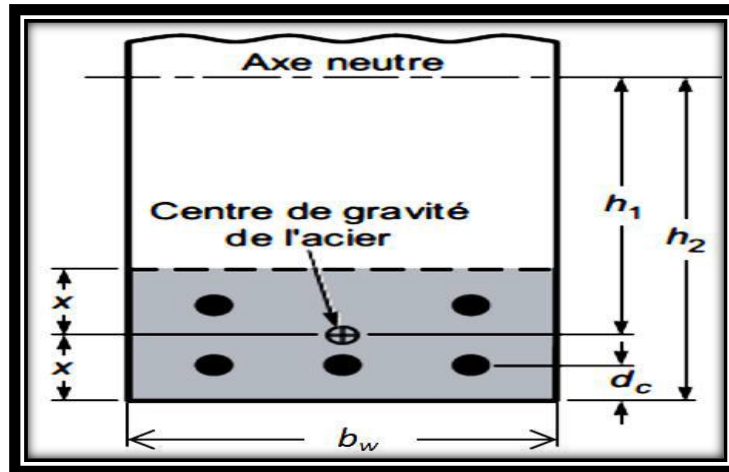
Avec :

f_s : La contrainte moyenne dans l'acier qui doit être établie en divisant le moment fléchissant par le produit de l'aire d'acier et du bras de levier interne ($f_s = M/(A_s Z)$). Au lieu de ces calculs, on peut considérer f_s comme étant égal à 60 % de la limite d'élasticité spécifiée f_y de l'acier ($f_s = 0.60 f_y$).

d_c : La distance entre la fibre la plus tendue et le centre de la barre d'acier de flexion la plus proche de cette fibre, comme le montre la figure IV.40. Cette distance est égale à l'enrobage de béton c_r plus le diamètre de la barre transversale d_{bt} plus le demi-diamètre de la barre longitudinale d_b .

Cependant, la valeur de d_c ne doit pas être nécessairement supérieure à 50 mm pour le calcul de z ou de A .

$$d_c = c_r + d_{bt} + d_b/2 \leq 50 \text{ mm} \quad (\text{IV.257})$$

Figure IV.40 Valeur de d_c

A : l'aire de traction effective du béton entourant la section de l'armature sollicitée en flexion divisée par le nombre de barres d'armature (figure IV.40):

$$A = \frac{2 \cdot x \cdot b_w}{\text{Nombre de barres}} \quad (\text{IV.258})$$

Où

b_w : Largeur de l'âme de la poutre.

x : Distance entre le centre de gravité des armatures tendues et la fibre la plus tendue.

IV.3.4.1.2 Armatures de peau :

Pour les poutres en béton armé dont la hauteur h excède 750 mm, la norme recommande de prévoir une certaine quantité d'armature de peau permettant de contrôler la fissuration dans les faces latérales de ces poutres :

$$A_{sk} = \rho_{sk} A_{cs} \quad (\text{IV.259})$$

Où :

$$A_{cs} = 4x \cdot \left[\frac{h}{2} - 2(h - d) \right] = (8d - 6h)x \quad (\text{IV.260})$$

Avec :

$\rho_{sk} = 0,008$ pour une exposition intérieure.

$\rho_{sk} = 0,010$ pour une exposition extérieure.

x : voir la figure IV.41

d : distance entre la fibre extrême comprimée et le centre de gravité des armatures longitudinales tendues.

h : hauteur totale de la section.

Les armatures de peau doivent être bien disposées comme le montre la figure IV.41

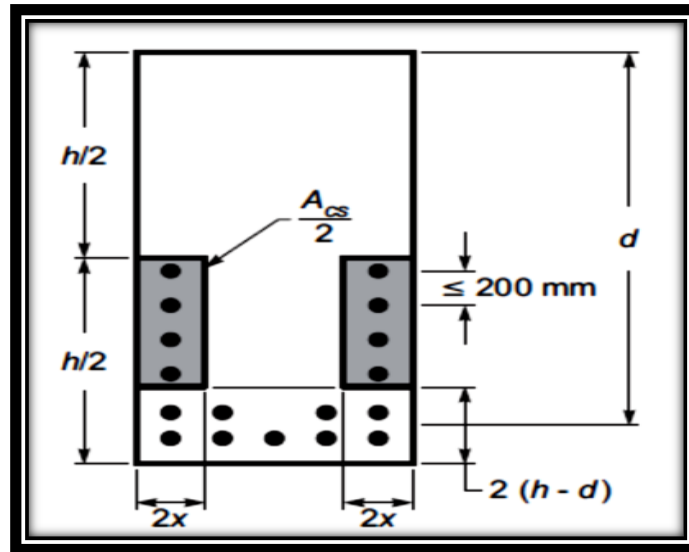


Figure IV.41 Disposition des armatures de peau

Pour les dalles unidirectionnelles, l'armature de peau pour les surfaces dans un environnement corrosif se calcule comme pour les âmes des poutres. Pour une largeur de dalle de 1000 mm, on rapporte (Figure IV.42) :

$$A_{sk} = \rho_{skk} A_{cs} \quad (\text{IV.261})$$

Avec :

$$A_{cs} = 4 \times 1000 \quad (\text{En mm}^2) \quad (\text{IV.262})$$

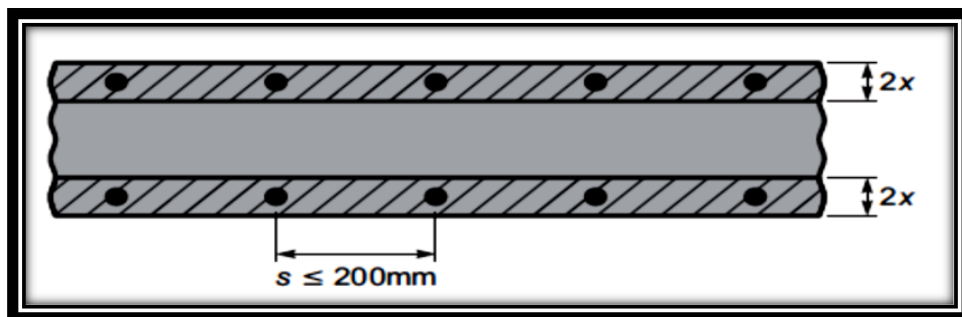


Figure IV.42 Armatures de peau d'une dalle unidirectionnelle

IV.3.4.2. Calcul des flèches :

IV.3.4.2.1. Généralités :

Les éléments en béton armé sollicités en flexion doivent être calculés de manière à avoir une rigidité suffisante pour limiter la flèche ou toute déformation susceptible de provoquer un affaiblissement de la résistance, ou de nuire à la tenue en service de l'ouvrage (article 9.8.1, page 39, CSA-A23.3.04).

Le calcul des flèches d'éléments fissurés peut sommairement devenir un rôle compliqué. Il est aussi plus faisable d'appliquer des méthodes approximatives utilisant le moment d'inertie effective (efficace) I_e qui correspond à une section partiellement fissurée dont la valeur est située entre l'inertie I_g d'une section non-fissurée et l'inertie I_{cr} d'une section fissurée ($I_{cr} < I_e < I_g$).

IV.3.4.2.2. Flèches instantanées :

Les flèches instantanées sont celles qui se produisent immédiatement après l'application de la charge et doivent être calculées selon les méthodes de calcul élastique des flèches en tenant compte des effets de la fissuration et de l'armature sur la rigidité de la pièce. On peut calculer les flèches à l'aide des équations élastiques d'après les moments d'inertie efficaces (I_e) ou par des méthodes fondées sur l'intégration des courbures aux sections le long des travées.

Pour le cas de poutres sur appuis simples, les flèches à mi-portée basées sur un calcul élastique tout en utilisant l'inertie efficace (I_e) sont données par les relations présentées dans la figure IV.43 où l'inertie effective utilisée est celle correspondant au moment maximal. Δ_i

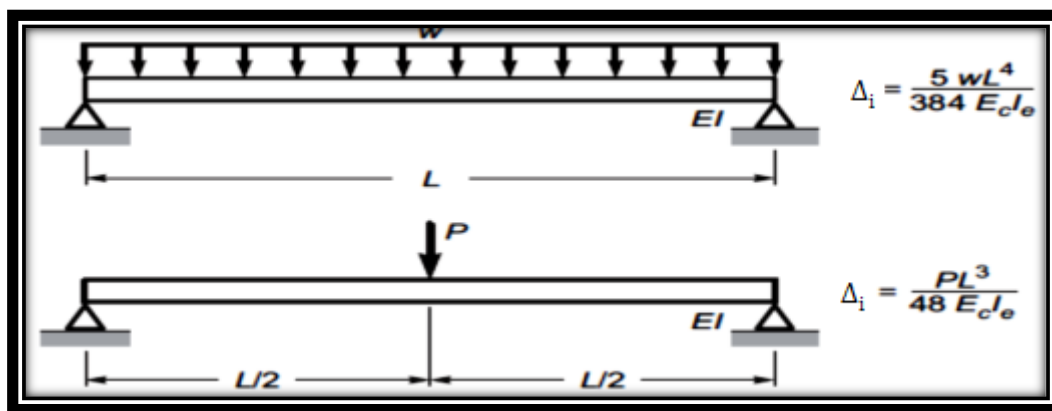


Figure IV.43 Calcul des flèches des poutres simplement appuyées.

Le moment d'inertie efficace (effective) I_e est donné comme suit (article 9.8.2.3 et 9.8.2.3.4, pages 40-41, CSA-A23.3.04) :

- Pour une pièce simplement appuyée : $I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \leq I_g$ (IV.263)

- Pour une pièce continue aux deux extrémités : $I_{e,avg} = 0.7I_{em} + 0.15(I_{e1} + I_{e2})$ (IV.264)

- Pour une pièce continue à une extrémité : $I_{e,avg} = 0.85I_{em} + 0.15I_{ec}$ (IV.265)

Pour les poutres continues, la relation suivante est récemment proposée et adaptée aux éléments fissurés où les termes utilisés dans la formule sont montrés par la figure IV.44 :

$$\Delta_i = \frac{L^2}{96} (\psi_1 + 10\psi_m + \psi_2) \quad (IV.266)$$

Avec :

$$\psi_1 = \frac{M_1}{E_c I_{e1}}$$

$$\psi_m = \frac{M_m}{E_c I_{em}}$$

$$\psi_2 = \frac{M_2}{E_c I_{e2}}$$

Où :

Les moments M_1 , M_m et M_2 sont exprimés en valeurs algébriques.

M_1 : Valeur du moment pondéré le plus faible s'exerçant à l'extrémité 1 de la pièce fléchie et qui est associée à la même charge que le moment M_2 ; le moment est positif si la pièce présente une courbure simple, et négatif lorsque la courbure est double.

M_m : Valeur du moment pondéré qui s'exerce à mi-travée de la pièce fléchie.

M_2 : Valeur toujours positive du moment pondéré le plus important qui s'exerce à l'extrémité 2 d'une pièce fléchie.

M_{cr} : Moment de fissuration donné par : $M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$ avec f_r est le module de rupture (voir chapitre II) ;

I_g est le moment d'inertie de la section brute non-fissurée du béton ; y_t est la distance de l'axe passant par le centre de gravité de la section brute, sans tenir compte de l'armature, à la fibre extrême tendue.

M_a : Moment maximal dans une pièce à l'étape de la mise en charge pour laquelle la flèche est calculée ou à toute autre étape antérieure de mise en charge.

E_c : Module d'élasticité du béton.

I_{cr} : Moment d'inertie de la section fissurée, exprimé comme moment d'inertie d'une section équivalente en béton.

I_e : Moment d'inertie efficace

I_{ec} : Valeur de I_e à l'extrémité d'une poutre continue

I_{em} : Valeur de I_e à mi-travée.

I_{e1} : Valeur de I_e à l'extrémité 1 d'une travée de poutre continue.

I_{e2} : Valeur de I_e à l'extrémité 2 d'une travée de poutre continue.

L : Longueur efficace de la poutre.

Δ_i : Flèche instantanée à mi-travée due aux charges latérales et verticales d'exploitation.

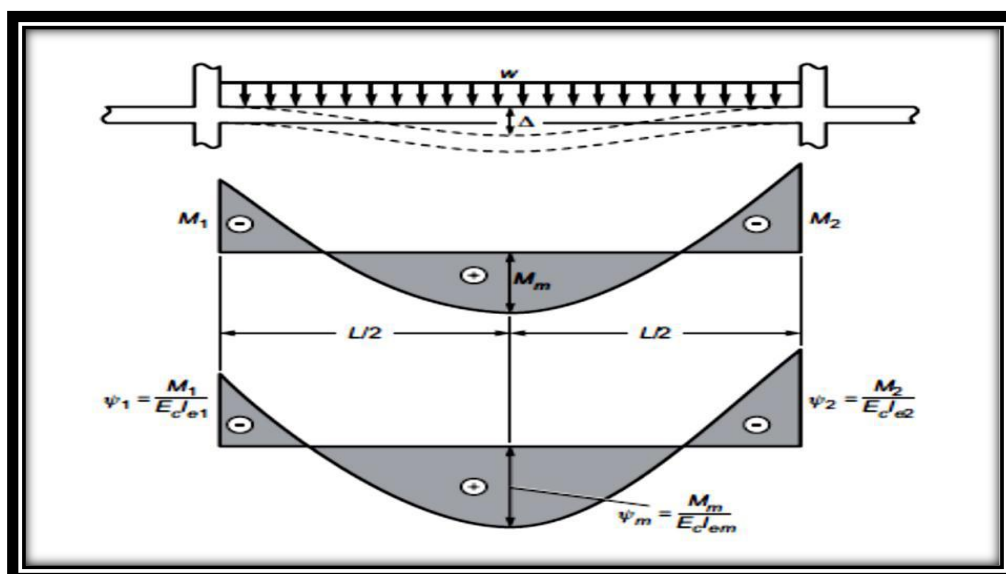


Figure IV.44 Calcul des flèches des poutres continues

-Autre méthode simplifiée :

La flèche, Δ_i , peut être calculée sur la base de la théorie de l'élasticité. Pour les poutres et les dalles unidirectionnelles sous des charges uniformément réparties, l'expression générale de Δ_i est :

$$\Delta_i = k \left(\frac{5}{48} \right) \frac{Ml^2}{E_c I_e} \quad (\text{IV.267})$$

Avec :

M : moment de flexion à l'encastrement de la poutre console ; moment de flexion à mi- portée pour des poutres simples et continues ;

l : longueur de portée;

k : coefficient en fonction des conditions d'appuis.

Tableau IV.8 Valeurs de k

Conditions d'appuis	k
Encastrements (a)	2.400
Simplement appuyée (travée simple)	1.000
Charnière-fixe (Δ_i à mi- portée)	0.800
Fixe-fixe	0.600
Travées continues	1.20-0.20 (M_0/M_m) (b)
Notes : a) la contribution de la flèche due à la rotation doit également être incluse, si applicable b) $M_0=wl^2/8$; M_m = moment de flexion médian net	

IV.3.4.2.3. Flèches à long terme :

La flèche totale à long terme Δ_t est obtenue en multipliant la flèche instantanée due à la charge appliquée par le facteur ξ_s tenant compte des effets de déformations différées (retrait, fluage et température) :

$$\Delta_t = \xi_s \Delta_i \quad (\text{IV.268})$$

Avec :

$$\xi_s = \left(1 + \frac{s}{1+50\rho'} \right) \quad (\text{IV.269})$$

Où ρ' est la valeur du taux d'armature comprimée (A_s'/bd) calculée à mi- portée pour les travées simples et continues, et à l'appui pour les poutres en porte-à-faux ; s est le facteur relatif aux déformations par fluage sous l'effet des charges soutenues dépendant de la durée d'application de ces charges, et qui est donné par le Tableau IV. 9 ci-après : (article 9.8.2.5, CSA-A23.3.04)

Tableau IV.9 Valeurs de facteur s

Durée des charges appliquées	s
5 ans ou plus	2,0
12 mois	1,4
6 mois	1,2
3 mois	1,0

IV.3.4.2.4. Vérification de flèches:

La vérification de la flèche peut être effectuée à l'aide de deux approches :

- la première indirecte consiste à limiter le rapport de portée/hauteur de la pièce ;
- la deuxième directe consiste à comparer la flèche calculée à une valeur limite.

A) Approche indirecte :

L'approche indirecte basée sur la limitation du rapport portée/hauteur (l_n/h), est la plus utilisée en pratique. La norme admet de ne pas calculer les flèches si les hauteurs (épaisseurs) minimales des poutres (ou dalles) données au Tableau IV.10 sont respectées. Ces hauteurs (épaisseurs) minimales énoncées au Tableau IV.10 doivent s'appliquer aux éléments (poutres ou dalles) portant dans un sens, qui ne supportent pas de cloisons ou ne sont pas fixés à celles-ci, ou à d'autres constructions susceptibles d'être endommagées par des flèches (article 9.8.2.1, CSA-A23.3.04).

Tableau IV.10 Hauteur (épaisseur) minimale h des poutres (ou dalles)

Conditions d'appuis	Simplement appuyée	Une extrémité continue	Deux extrémités continues	Porte-à-faux
Poutres ou dalles nervurées portant dans un sens	$\frac{l_n}{16}$	$\frac{l_n}{18}$	$\frac{l_n}{21}$	$\frac{l_n}{8}$
Dalles pleines portant dans un sens	$\frac{l_n}{20}$	$\frac{l_n}{24}$	$\frac{l_n}{28}$	$\frac{l_n}{10}$

Note : Les valeurs de ce tableau doivent être utilisées directement pour les pièces en béton de densité normale $\gamma_c > 2150 \text{ kg/m}^3$, comportant de l'acier d'armature de limite d'élasticité $f_y = 400 \text{ MPa}$. Dans d'autres conditions, on doit modifier les valeurs comme suit :

- dans le cas du béton léger et semi-léger, les valeurs du tableau doivent être multipliées par $(1,65 - 0,0003\gamma_c)$, mais ne doivent pas être inférieures à 1,0 (γ_c étant la masse volumique en kg/m^3) ;
- lorsque la valeur de f_y diffère de 400 MPa, les valeurs du tableau doivent être multipliées par $(0,4 + f_y/670)$.

l_n : La travée (portée) libre de l'élément (poutre ou dalle).

B) Approche directe :

L'approche directe est basée sur le calcul des flèches utilisant l'inertie efficace. Ces flèches calculées ne doivent pas dépasser les valeurs limites présentées au tableau IV.11 ci-après (article 9.8.5.3, CSA-A23.3.04).

Tableau IV.11 Valeurs limites (admissibles) des flèches

Type d'élément	Flèche à prendre en considération	Flèche maximale
Toitures ne supportent pas d'éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Flèche instantanée due aux charges d'exploitation, L , ou à la surcharge due à la neige, S	$\frac{l_n}{180}$
Planchers ne supportent pas ou n'étant pas attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Flèche instantanée due aux charges d'exploitation spécifiée, L .	$\frac{l}{360}$
Toitures et planchers supportant ou attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Incrément de flèche après l'attachement des éléments fragiles, incluant les flèches instantanées et les flèches à long terme.	$\frac{l_n}{480}$
Toitures ou planchers supportant ou attachés à des éléments non susceptibles d'être endommagés par les flèches.		$\frac{l_n}{240}$

IV.3.5. Selon le BS :**IV.3.5.1. Introduction :**

Pour les exigences de conception aux états limites de service (ELS), le BS recommande deux approches alternatives suivantes :

- a) La première basée sur le calcul des flèches et de largeurs des fissures comparées aux valeurs limites admissibles ;
- b) La deuxième basée généralement sur la limitation du rapport portée/profondeur de l'élément et le respect des règles constructives détaillées, particulièrement, celles d'espacement des armatures de traction.

Les deux états limites de service examinés dans ce qui suit sont les suivants :

- 1- Le contrôle des fissures.
- 2- Le contrôle de la flèche.

D'autres états limites (comme la limitation de la contrainte et la fatigue) peuvent être importantes dans des structures particulières, mais ne sont pas couvertes par le présent code.

IV.3.5.2. Hypothèses :

Lorsqu'on fait des calculs aux ELS, il est nécessaire de s'assurer que les hypothèses formulées concernant les charges et les propriétés des matériaux sont compatibles avec la manière dont les résultats seront utilisés.

Si une meilleure estimation du comportement attendu est requise, les valeurs attendues ou les plus probables devraient être utilisées.

En revanche, afin de satisfaire un état limite de service, il peut être nécessaire de prendre une valeur plus conservatrice en fonction de la gravité de l'état limite de service particulier considéré, c'est-à-dire les conséquences d'une défaillance. (Un échec ici signifie un échec à satisfaire aux exigences d'un état limite plutôt qu'un effondrement de la structure). Il est clair que les états limites de service varient en

gravité et plus encore ce qui peut être critique dans une situation peut ne pas être important dans une autre.

IV.3.5.3. Contrôle des fissures dans les poutres :

La fissuration en flexion peut être contrôlée en utilisant les règles suivantes : (article 3.4.7, page 34, BS 8110-1 :1997 en révisé 2007)

1)-Distance maximale entre les barres en traction

Dans des conditions normales d'exposition internes ou externes où la limitation de la largeur des fissures à 0,3 mm est appropriée, à moins que le calcul des largeurs de fissure montre qu'un espacement plus grand est acceptable, les espacements des barres indiqués ci-après peuvent être utilisés pour les poutres et les dalles dont l'enrobage ne dépasse pas 50 mm (Article 3.12.11.2, page 94, BS 8110-1 :1997 en révisé 2007)

a- Barres de dimensions mixtes :

Dans l'application de ces règles, toute barre d'un diamètre inférieur à 0,45 fois celui de la plus grande barre de la section doit être ignorée, sauf si l'on considère celles des faces latérales des poutres.

b- Distance horizontale nette entre les barres tendues :

La distance horizontale nette entre des barres ou groupes de barres adjacentes, près de la face de traction d'une poutre, ne doit pas être supérieure à la valeur indiquée dans le tableau (IV.12), selon la quantité de redistribution effectuée dans analyse et la résistance caractéristique de l'armature.

Tableau IV.12 Distance nette (libre) entre les barres en fonction du pourcentage de redistribution

f_y [MPa]	% de redistribution vers ou à partir de la section considérée						
	-30	-20	-10	0	+10	+20	+30
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
250	200	225	255	280	300	300	300
500	110	125	140	155	170	185	200

Remarque :

Les valeurs du Tableau IV.12 sont déduites de l'expression suivante :

$$\text{Espacement net} \leq \frac{70000 \beta_b}{f_y} \leq 300 \quad (\text{IV.270})$$

Où

$$\beta_b = \frac{(\text{moment à la section après redistribution})}{(\text{moment à la section avant redistribution})}$$

Ces moments (avant et après redistribution) sont calculés à partir du diagramme de moments maximums respectifs.

c- Distance nette entre les barres tendues :

Au lieu d'utiliser les valeurs données dans le tableau (IV.12), l'espacement net (libre) peut être évalué à partir de la relation :

$$\text{Espacement net} \leq \frac{47000}{f_s} \leq 300 \quad (\text{IV.271})$$

Où :

f_s : La contrainte de service estimée dans l'armature.

On peut obtenir la valeur de la contrainte de service de l'armature tendue f_s à partir du tableau (Annexe XVI) ou d'utiliser la formule suivante :

$$f_s = \frac{2}{3} f_y \left[\frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} \right] \left[\frac{1}{\beta_b} \right] \quad (\text{IV.272})$$

Où :

M : Moment ultime de conception à mi- travée pour un élément simplement appuyé ou au niveau de l'encastrement pour une console.

$A_{s,req}$: Aire de l'armature de traction requise à mi- travée (ou à l'encastrement d'une console) pour résister au moment M dû aux charges ultimes de conception.

f_s : Contrainte de service de l'armature tendue

$A_{s,prov}$: Aire de l'armature de traction effectivement fourni à mi- travée (à l'encastrement d'une console).

- Pour une poutre continue, si le pourcentage de redistribution n'est pas connu mais que le moment ultime de conception à mi- portée est évidemment identique ou supérieur au moment ultime élastique, la contrainte f_s dans le tableau de l'annexe XVI peut être prise comme $2/3 f_y$.

d- Distance nette (libre) entre la face de la poutre et la barre longitudinale tendue la plus proche:

La distance entre la face de la poutre et la barre longitudinale tendue la plus proche ne doit pas être supérieure à la moitié de la distance nette indiquée dans le tableau (IV.12).

e- Barres proches aux faces latérales des poutres dépassant 750 mm de profondeur totale :

Pour contrôler la fissuration, les barres longitudinales doivent être réparties à un espacement ne dépassant pas 250 mm près des faces latérales de la poutre. Cette distribution doit être sur une distance des deux tiers de la profondeur totale de la poutre ($2/3h$) mesurée à partir de sa face tendue.

2)-Calcul de la largeur de fissures :

Lorsque les règles de l'espacement maximum entre les barres tendues ne sont pas respectées, le calcul de la largeur de fissures dans ce cas-là est exigé. (Article 3.8 BS, page20, 8110-2 :1985)

La largeur des fissures de flexion en un point particulier de la surface d'un élément dépend principalement de trois facteurs :

- La proximité au point considéré des barres d'armature perpendiculaires aux fissures ;
- La proximité de l'axe neutre au point considéré ;
- La déformation de surface moyenne au point considéré.

A) Évaluation de la largeur des fissures :

Pourvu que la déformation dans l'armature de traction soit limitée à $0.8f_y/E_s$, la largeur de fissure w_{cr} qui ne doit pas dépasser la valeur limite de 0.3 mm, peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$w_{cr} = \frac{3a_{cr}\varepsilon_m}{1+2\left(\frac{a_{cr}-c_{min}}{h-x}\right)} \leq 0.3 \text{ mm} \quad (\text{IV.273})$$

Avec :

$$\varepsilon_m = \varepsilon_1 - \frac{b_t(h-x)(a'-x)}{3E_sA_s(d-x)} \quad (\text{IV.274})$$

Où :

a_{cr} : Distance du point considéré à la surface de la barre longitudinale la plus proche.

c_{min} : Enrobage minimal à l'acier tendu.

h : Profondeur totale de l'élément.

ε_m : Déformation moyenne au niveau où la fissuration est envisagée.

x : Profondeur de l'axe neutre.

a' : Distance entre la face comprimée et le point de calcul de la largeur de fissure.

A_s : Aire de la section de l'armature tendue.

b_t : Largeur de la section au centre de gravité de l'acier tendu.

d : Profondeur effective.

E_s : Module d'élasticité de l'armature (N/mm²).

ε_1 : Déformation au niveau considéré, calculée en ignorant l'effet de rigidité du béton dans la zone tendue.

Dans l'équation (IV.274) de ε_m pour les cas où toute la section est tendue, une valeur effective de $(h-x)$ peut être estimée par interpolation entre les conditions limites suivantes :

a) où l'axe neutre est sur la face la plus comprimée, $(h - x) = h$ (c'est-à-dire $x = 0$) ;

b) pour une traction axiale, $(h-x) = 2h$.

Une valeur négative de ε_m indique que la section n'est pas fissurée.

Pour évaluer les déformations, le module d'élasticité du béton doit être considéré comme la moitié des valeurs instantanées ($E_c = E_{ci}/2$).

IV.3.5.4. Calcul de la flèche :

Le code BS stipule qu'un certain nombre de facteurs qui sont difficiles à évaluer peuvent sérieusement affecter les résultats de calcul de flèches. Ces facteurs sont :

- hypothèses inexactes concernant les restrictions des appuis ;
- que la charge réelle et la quantité à long terme qui cause le fluage ne peuvent être estimées avec précision ;
- si l'élément est fissuré ou non-fissuré ;
- la difficulté d'évaluer les effets de finitions et de cloisons.

Selon le BS la forme fléchie d'un élément est liée aux courbures. Par conséquent, il suggère que le calcul des flèches se fait en utilisant la méthode de calcul des courbures. (Article 3.7, page17, BS 8110-2 :1985)

IV.3.5.4.1. Calcul des courbures :

La courbure d'une section peut être calculée en utilisant le groupe d'hypothèses (a) ou (b) ci-dessous qui donne la plus grande valeur. Le groupe d'hypothèse (a) correspond au cas où la section est fissurée sous chargement considéré, celui du (b) s'applique à une section non fissurée. (Article 3.6, page15, BS 8110-2 :1985)

a) Premier groupe d'hypothèses :

a1) Les déformations sont calculées en supposant que les sections planes restent planes.

a2) Le ferrailage d'acier, que ce soit en traction ou en compression, est supposé élastique. Son module d'élasticité peut être pris comme 200 kN/mm².

a3) Le béton en compression est supposé élastique. Sous chargement à court terme, le module d'élasticité peut être pris comme celui donné par le Tableau II.4 au chapitre II. Sous chargement à long terme, un module d'élasticité efficace (effectif) peut être pris égal à la valeur de $1/(1 + \phi)$ fois le module d'élasticité à court terme où ϕ est le coefficient de fluage approprié.

a4) Les contraintes dans le béton tendu peuvent être calculées en supposant que la distribution des contraintes est triangulaire, ayant une valeur de zéro à l'axe neutre et une valeur de 1 N/mm² à court terme et de 0,55 N/mm² à long terme au niveau du centre de gravité (cdg) de l'acier tendu.

$f_{ct} = 1 \text{ N/mm}^2$ pour une charge à court terme;

$f_{ct} = 0,55 \text{ N/mm}^2$ pour une charge à long terme.

b) Deuxième groupe d'hypothèses :

Le béton et l'acier sont considérés comme étant entièrement élastiques en traction et en compression. Le module d'élasticité de l'acier peut être pris comme 200 kN/mm^2 et le module d'élasticité du béton est celui indiquée au paragraphe (a3) à la fois en compression et en traction.

Ces hypothèses sont illustrées à la figure IV.45.

Dans chaque cas, la courbure peut être obtenue à partir de l'équation suivante :

$$\frac{1}{r_b} = \frac{f_c}{x E_c} = \frac{f_s}{(d-x) E_s} \quad (\text{IV.275})$$

Où :

$\frac{1}{r_b}$: La courbure à mi-travée pour les éléments simplement appuyés ou à la section d'encastrement (appui) pour les consoles (porte-à-faux).

f_c : La contrainte de service de conception dans le béton.

E_c : Le module d'élasticité du béton à court terme.

f_s : La contrainte de service estimée dans les armatures tendues.

d : La profondeur effective de la section.

x : La profondeur de l'axe neutre mesurée à partir de la face comprimée.

E_s : Le module d'élasticité des armatures d'acier.

Pour le groupe d'hypothèses (b), l'alternative suivante peut être plus pratique :

-Courbures à court terme :

La courbure d'une section est la plus grande valeur obtenue en considérant la section non fissurée ou fissurée selon le cas.

La courbure de la flèche à court terme pour une section non fissurée est donnée par l'équation (IV.276):

$$\frac{1}{r_b} = \frac{M}{E_c I} \quad (\text{IV.276})$$

Où :

M : est le moment de la section considérée ;

I : est le moment d'inertie de la section.

L'évaluation des contraintes en utilisant le groupe d'hypothèses (a) nécessite une approche par essais et erreurs. Le calcul au moyen d'un ordinateur ou d'une calculatrice programmable est simple.

-Courbure à long terme :

Dans le calcul des courbures à long terme, les effets de fluage et du retrait sont pris en compte.

L'équation (IV.277) donne la courbure à long terme due à la charge permanente :

$$\frac{1}{r_{cc}} = \frac{M - M_c}{E_{c(\text{long terme})} I} \quad (\text{IV.277})$$

Où :

M : Moment dû aux charges appliquées.

M_c : Moment résistant du béton tendu,

$M - M_c$: Moment réduit qui provoque la flèche.

Lors de l'évaluation de la courbure totale à long terme d'une section, la procédure suivante peut être adoptée.

- Calculer les courbures instantanées sous la charge totale et sous la charge permanente.
- Calculer la courbure à long terme sous la charge permanente.
- Ajouter à la courbure à long terme sous la charge permanente la différence entre les courbures instantanées sous la charge totale et la charge permanente.
- Ajouter à cette courbure la courbure due au retrait calculé à partir de l'équation suivante :

$$\frac{1}{r_{cs}} = \frac{\epsilon_{cs} \alpha_e S_s}{I} \quad (\text{IV.278})$$

Où :

$\frac{1}{r_{cs}}$: Est la courbure dû au retrait ;

α_e : Est le coefficient modulaire. $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{eff}}$

ϵ_{cs} : Est la déformation de retrait libre.

E_{eff} : Est le module d'élasticité effectif du béton qui peut être pris comme

$$E_{eff} = \frac{E_c}{1 + \phi} \quad (\text{IV.279})$$

E_c : est le module d'élasticité à court terme du béton ;

E_s : est le module d'élasticité de l'armature ;

ϕ : Est le coefficient de fluage ;

I : est le moment d'inertie de l'aire de la section fissurée ou brute, selon que la courbure due au chargement est dérivée respectivement des hypothèses (a) ou (b).

NOTE : Lors de l'évaluation de la zone d'acier transformé, le rapport modulaire doit être tel que défini ci-dessus.

S_s : est le moment statique de l'aire de l'armature autour du centre de gravité de la section fissurée ou brute, selon le cas.

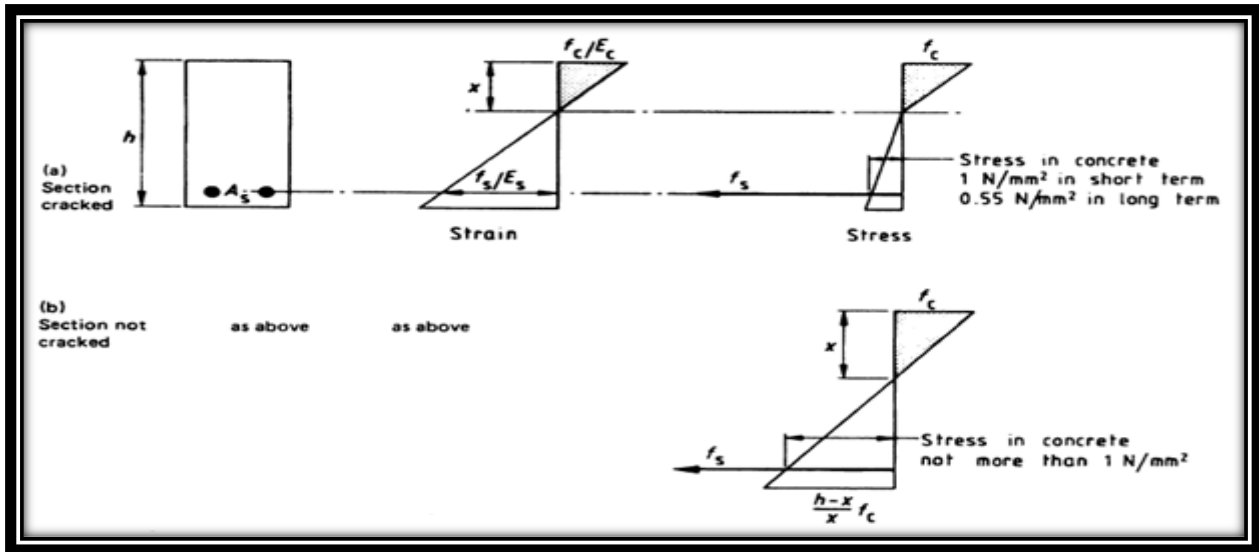


Figure IV.45 Hypothèses utilisées pour calculer les courbures

Note :

h : est la profondeur totale de la section.

x : est la profondeur de l'axe neutre mesurée à partir de la face comprimée.

f_c : est la contrainte de compression maximale dans le béton.

f_s : est la contrainte de traction dans l'armature.

E_s : est le module d'élasticité de l'armature.

IV.3.5.4.2. Calcul de la flèche à partir des courbures :

(Article 3.7.2, page 18, BS 8110-2 : 1985)

La forme fléchie d'un élément est liée aux courbures données par l'équation :

$$\frac{1}{r_x} = \frac{d^2 a}{dx^2} \quad (\text{IV.280})$$

Où :

$\frac{1}{r_x}$: est la courbure calculée à une distance x de l'appui

a : est la flèche calculée à une distance x de l'appui.

Les flèches peuvent être calculées directement à partir de cette équation, en calculant les courbures aux sections successives le long de l'élément tout en utilisant la technique d'intégration numérique. Alternativement, l'approche simplifiée suivante peut être utilisée :

$$a = k l^2 \frac{1}{r_b} \quad (\text{IV.281})$$

l : est la portée effective de l'élément;

$\frac{1}{r_b}$: est la courbure à mi-travée ou pour les éléments simplement appuyés ou à la section d'encastrement (appui) pour les consoles (porte-à-faux).

K : est une constante dépendant de la forme du diagramme du moment fléchissant, donné au tableau de l'annexe XVII de ce mémoire.

IV.3.5.4.3. Vérification de la flèche :

Selon le BS, la vérification de la flèche se fait de deux manières différentes :

- Par limitation du rapport de la portée à la profondeur (hauteur) effective (L/d) de l'élément.
- Par limitation de la flèche calculée à partir des courbures.

A) Limitation de flèche calculée

- Pour les éléments de structure qui sont visibles, le fléchissement dans un élément deviendra généralement perceptible si la flèche dépasse $L/250$; où L : est la portée de l'élément appuyé ou la longueur de l'élément en porte à faux (console).

- Pour les éléments non-structuraux, à moins que les cloisons, les revêtements et les finitions ont été spécifiquement conçus pour supporter des flèches prévues, certains dommages peuvent être attendus si la flèche après l'installation de ces finitions et cloisons dépasse les valeurs limites suivantes : (Article 3.2.1.2, page13, BS 8110-2 :1985)

$$f \begin{cases} = \min \left(\frac{L}{500} ; 20 \text{ mm} \right) & \text{pour les matériaux fragiles} \\ = \min \left(\frac{L}{350} ; 20 \text{ mm} \right) & \text{pour les matériaux non fragiles (cloisons ou finitions)} \end{cases} \quad (\text{IV.282})$$

B) Limitation du rapport de portée à la profondeur effective

Cette procédure pratique recommandée par le BS pour tous les cas normaux peut être résumée comme suit (article 3.4.6, page 32, BS 8110-1 :1997 en révisé 2007) :

B1) Rapports de portée à la profondeur effective

Ce n'est plus nécessaire de calculer la flèche si le rapport de portée/profondeur effective (L/d) des poutres (rectangulaires ou de forme T) ne dépasse pas la valeur limite dite de base donnée au tableau (IV.13). Cette valeur de base est déterminée en limitant la flèche à la portée/250 et ceci devrait normalement assurer que la part de la flèche produite après construction des cloisons et finitions serait limitée à la min ($L/500 ; 20 \text{ mm}$) pour les portées allant jusqu'à 10 m.

B2) Portées longues :

Pour les poutres de portées longues dépassant les 10 m, il y a trois cas à considérer selon qu'il est nécessaire de limiter ou non l'augmentation de la flèche après la construction des cloisons ou finitions :

- S'il n'est pas nécessaire de limiter une telle augmentation de la flèche, le rapport de base portée/profondeur effective donné au tableau (IV.13) reste valide.
- S'il est nécessaire de limiter une telle augmentation, et que l'élément de structure n'est plus une console, le rapport de base portée/profondeur effective obtenu à partir du tableau (IV.13) doit être multiplié par un facteur de modification égal à 10/portée.
- S'il est nécessaire de limiter l'augmentation de la flèche et que l'élément de structure est une console, la conception doit être justifiée par le calcul de la flèche.

Tableau IV.13 Rapports de base de portée/profondeur effective des poutres.

(Article 3.4.6.3, page 33, BS8110-1 :1997 en révisé 2007)

Conditions d'appuis	Section rectangulaire	Section T ($\frac{b_w}{b} \leq 0.3$)
Console	7	5.6
Simplement appuyée	20	16
Continue	26	20.8

Où b_w est la largeur de l'âme et b est la largeur de la table de la section T.

B3) Modification de portée/profondeur pour l'armature de traction

La flèche est influencée par les armatures de traction et leurs contraintes. Le rapport de la portée/profondeur effective (L/d) est multiplié par le facteur de modification, obtenu à partir du tableau (Annexe XVI) pour tenir compte de l'effet de l'armature de traction.

Le facteur de modification du rapport L/d peut être calculé par l'expression suivante :

$$\text{Facteur de modification} = 0.55 + \frac{477 - f_s}{120 \left[0.9 + \frac{M}{bd^2} \right]} \leq 2 \quad (\text{IV.283})$$

On peut obtenir la valeur de la contrainte de service de l'armature tendue f_s à partir du tableau (Annexe XVI) ou d'utiliser la formule de l'équation IV.272.

B4) Modification de portée/profondeur pour l'armature de compression

Si la poutre est doublement armée, le rapport de base de portée/profondeur effective (L/d) peut être encore multiplié par un deuxième facteur de modification, obtenu à partir du tableau (Annexe XVIII), pour tenir compte de l'effet de l'armature de compression.

Les valeurs de tableau (Annexe XVIII), sont dérivées de l'équation suivante :

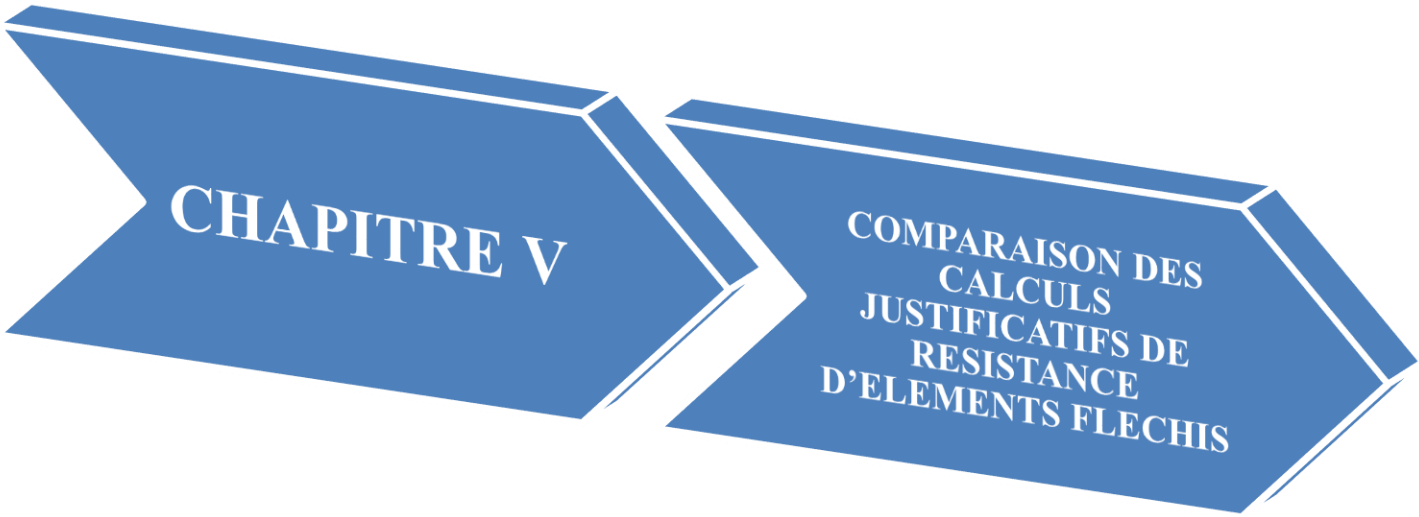
Le facteur de modification pour l'armature de compression (article 3.4.7, page 32, BS8110-1 :1997 en révisé 2007) :

$$\text{Facteur de modification pour l'armature de compression} = 1 + \frac{100A'_{s,prov}}{bd} / \left(s + \frac{100A'_{s,prov}}{bd} \right) \leq 1.5 \quad ((\text{IV.284}))$$

Note : La zone d'armature de compression a utilisé dans ce tableau peut inclure toutes les barres zone de compression, même ceux qui ne sont pas effectivement liés par des liens.

IV.4 Conclusion :

L'élément fondamental de l'analyse globale requise lors de conception ou de l'évaluation d'un assemblage d'une section structurale en béton c'est la résistance à la flexion ou la capacité d'un élément structural à résister au moment de flexion. En outre, cette analyse nous a permis de mieux comprendre les approches de calcul justificatif de résistance à la flexion à l'ELU et l'ELS selon les cinq codes (CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS).



CHAPITRE V

COMPARAISON DES
CALCULS
JUSTIFICATIFS DE
RESISTANCE
D'ELEMENTS FLECHIS

V. COMPARAISON DES CALCULS JUSTIFICATIFS DE RESISTANCE D'ELEMENTS FLECHIS SELON LES REGLES CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS

V.1 Introduction :

Dans ce chapitre, on présente la comparaison des différentes approches de calculs justificatifs de résistance en flexion (moment, sections d'armatures, flèches, fissures, contraintes, etc.). Ainsi, la comparaison des différentes caractéristiques des matériaux tout en mettant en relief les points concordants entre les cinq codes (CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS) considérés et les différences marquantes dans leurs approches respectives.

V.2 Caractéristiques physiques et mécaniques :

A) Béton :

Tableau V.1 Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques de béton

	Densité	Coefficient d'expansion thermique	Résistance caractéristique à la compression
Selon le code CBA	2500 Kg/ m ³	10×10 ⁻⁶ /°C	$f_{cj} = \frac{j}{4.76+0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$ $f_{cj} = \frac{j}{1.40+0.95j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$ $f_{cj} = 1.1 f_{c28} \quad \text{pour } j \geq 60$ 1,10 f_{c28} lorsque l'âge dépasse 28 jours, à condition que le béton ne soit pas traité thermiquement et que sa résistance f_{c28} atteigne au plus 40 MPa.
Selon le code ACI	2155 ÷ 2555 Kg/ m ³	Le code n'indique aucune valeur de coefficient de dilatation thermique.	-Pour un nombre d'essais $15 \leq n \leq 30$: $f'_c \leq 35 \text{ MPa} \rightarrow \max (f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s ; f'_{cr} = f'_c + 2,33S_s - 3,5)$ $f'_c > 35 \text{ MPa} \rightarrow \max (f'_{cr} = f'_c + 1,34S_s ; f'_{cr} = 0,90f'_c + 2,33S_s)$ -Pour un nombre d'essais S_s moins de 15 : $f'_c < 21 \text{ MPa} \rightarrow f'_{cr} = f'_c + 7$ $21 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 35 \text{ MPa} \rightarrow f'_{cr} = f'_c + 8.3$ $f'_c > 35 \text{ MPa} \rightarrow f'_{cr} = 1.10f'_c + 5$

Selon l'EUROCODE	La densité du béton à granulats légers est inférieure ou égale à 2200 kg/m³.	$10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	-La résistance moyenne en compression du béton à 28 jours : $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$ -La résistance en compression du béton à l'âge t est : $f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$ Pour S = 0.25 (ciments de classe de résistance CEM 32.5R, CEM 42,5 N) $\beta_{cc} = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$
Selon le code CSA	1500 ÷ 2500 Kg/m³	$10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ Pour le béton dont la température se situe entre 0 et 80°C : $6 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ et $13 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	$f'_c(t) \approx f'_c \frac{t}{4 + 0.85t}$ $20 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 80 \text{ MPa}$ La valeur moyenne de 30 essais de résistance consécutifs soit : $\sigma > 3.5 \text{ MPa} \rightarrow \bar{f}_c \geq f'_c + 1.4\sigma$ $\sigma \leq 3.5 \text{ MPa} \rightarrow \bar{f}_c \geq f'_c + (2.4\sigma - 3.5)$ Avec : σ: l'écart type
Selon le code BS	1200 ÷ 2400 kg/m³	$10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ (Cette valeur est désignée pour le béton formé de Granit, basalte et pour les autres types d'agrégat (Voir tableau II.5, Chapitre 2 de ce mémoire))	$f_{cu} = f_m + 1.64 \text{ sd}$ Avec : sd: l'écart type.

	Résistance caractéristique à la traction	Module de déformation longitudinal	Coefficient de Poisson
Selon le code CBA	$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$ Pour $f_{cj} < 60 \text{ MPa}$	$E_{ij} = 11\,000 \sqrt[3]{f_{cj}}$ -Exemple : béton de densité normale $f_{cj} = 25 \text{ MPa}$ $E_c = 32\,164,2 \text{ MPa}$	$-v = 0,2$ (calcul des déformations) $-v = 0$ (calcul des sollicitations)
	-Par fendage :	$E_c = w_c^{1.5} 33 \sqrt{f'_c}$ - Béton de densité normale : $E_c = 4700 \sqrt{f'_c}$	Le code n'indique aucune valeur de coefficient de

Selon le code ACI	$f_{ct} \approx 0,56 \lambda \sqrt{f'_c}$ (en MPa). -Par flexion : $f_r \approx 0,62 \lambda \sqrt{f'_c}$ (en MPa).	-Exemple : béton de densité normale $\gamma_b=2500\text{kg/m}^3$ $f'_c = 25 \text{ MPa}$ $E_c = 23650 \text{ MPa}$	Poisson Néanmoins, pour les coques et plaques minces, le coefficient de Poisson pourrait être pris égal à zéro.
Selon l'EUROCODE	$f_{ctm} = (\beta_{cc}(t))^{\alpha} f_{ctm}$ - $\alpha = 1$ pour $t < 28\text{j}$ - $\alpha = 2/3$ pour $t \geq 28\text{j}$. - f_{ctm} (sont données dans le tableau d'annexe I).	$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t)/f_{cm})^{0.3} E_{cm}$ E_{cm} et f_{cm} ce sont les valeurs déterminées à 28 jours. -Le module d'élasticité du béton à 28 jours est : $E_{cm} = 22 \left[\frac{f_{cm}}{10} \right]^{0.3}$ (En GPa) - Exemple : béton de densité normale (t=28j) $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$ $E_c = 31000 \text{ MPa}$	- $\nu = 0,2$ (béton non fissuré) - $\nu = 0$ (béton fissuré).
Selon le code CSA	-Le code n'indique aucune formule.	E_c pour un béton dont γ_c est entre 1500 et 2500 kg/m^3 : $E_c = (3300\sqrt{f'_c} + 6900) \left(\frac{\gamma_c}{2300} \right)^{1.5}$ Pour : $20 \leq f_c \leq 40 \text{ MPa}$ et le béton de densité normale alors : $E_c = (4500\sqrt{f'_c})$ -Exemple : béton de densité normale(t=28j) $f'_c = 25 \text{ MPa}$ $E_c = 22500 \text{ MPa}$	- $\nu = 0,2$ (béton non fissuré) - $\nu = 0$ (pour les voiles minces de comportement élastique).
Selon le code BS	$0,10f_{cu}$ Elle est déterminée par l'essai de fendage selon les normes BS 1881 :1983 et BS EN 12390 :3 :2000	-Si t=28jours : $E_{c,28} = K_0 + 0.2f_{cu,28}$ Le module d'élasticité du béton à un âge t : $E_{c,t} = E_{c,28} (0.4 + 0.6 \frac{f_{cu,t}}{f_{cu,28}})$ - Si $t \geq 3\text{jours}$ Les valeurs de $\frac{f_{cu,t}}{f_{cu,28}}$ pour l'équation ci- dessus ($E_{c,t}$) peuvent être obtenue à partir du tableau (II.3) dans le 2 ^{ème} chapitre de ce mémoire.	$\nu = 0,2$

		-Exemple : béton de densité normale (t=28j) $f_{cu} = 25 \text{ MPa}$ $E_c = 25000 \text{ MPa}$	
--	--	---	--

Déformations différées		
	Retrait	Fluage
Selon le code CBA	$-\epsilon_r = 2.10^{-4}$ (Climat humide). $-\epsilon_r = 3.10^{-4}$ (Climat tempéré). $-\epsilon_r = 4.10^{-4}$ (Climat chaud). $-\epsilon_r = 5.10^{-4}$ (Climat très sec).	$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3} = 3700(f_{cj})^{1/3}$ $\epsilon_{fl}(\infty) = 2\epsilon_i = 2\frac{\sigma}{E_{ij}}$
Selon le code ACI	Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et il indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait.	
Selon l'EUROCODE	$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$ $\epsilon_{cd} = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \epsilon_{cd,0}$ $\epsilon_{ca} = \beta_{as}(t) \epsilon_{ca}(\infty)$ $\epsilon_{ca}(\infty) = 2.5(f_{ck} - 10)10^{-6}$ $\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5})$ $\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t-t_s)}{(t-t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}}$ $-\epsilon_{cd0} = (\text{Annexe III}).$ $-k_h = \text{Tableau II.7.}$	$\epsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c}{E_c}$ $-\varphi(\infty, t_0) = (\text{Annexe II})$ $\sigma_c > 0,45 f_{ck}(t_0) \rightarrow \varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \exp[1,5(K_T - 0,45)]$ où $K_T = \frac{\sigma_c}{f_{cm}(t_0)}$ - t_0 : l'âge du béton au moment du chargement. - $E_c = 1,05 E_{cm}$
Selon le code CSA	$\epsilon_r(t, t_0) = \epsilon_{r\infty} F_{vs} F_{HR} (F_t - F_{t0})$	$\epsilon_{totale} = \epsilon_e + \epsilon_f = \frac{\sigma}{E_c(t)} [1 + \varnothing(t, t_0)] = \frac{\sigma}{E_{eff}}$ $E_{eff} = \frac{E_c(t)}{[1 + \varnothing(t, t_0)]}$ La valeur $\varnothing$ peut être calculée à partir des conditions réelles d'humidité, de géométrie, etc., ou on peut prendre la valeur d'après le tableau (II.6) dans le chapitre 2 de ce mémoire calculé par rapport au module élastique à 28 jours.

Selon le code BS	-Une estimation du retrait au séchage du béton brut (non-armé) peut être obtenue à partir de la figure (II.14) dans le chapitre 2 de ce mémoire. -Une estimation du retrait de béton symétriquement armé peut être obtenue à partir de : $\frac{\varepsilon_{sh}}{1 + K\rho}$	$\varepsilon_{cc} = \frac{\text{contrainte}}{E_t} \phi$ Le coefficient de fluage ϕ peut être estimé à partir de la figure (II.11) dans le chapitre 2 de ce mémoire.
------------------	---	--

1-Densité :

On constate à propos de cette caractéristique que les deux codes CSA et BS donnent un intervalle qui limite la densité d'un béton normal et léger avec une légère différence entre eux, le code ACI exhibe une gamme de valeurs pour un béton normal (ordinaire), cependant le code CBA présente une valeur de 2500 Kg/m³ pour le béton armé ordinaire proche de la valeur maximale (2400-2500 Kg/m³) donnée par les codes CSA et BS. Néanmoins, l'EUROCODE n'indique aucune valeur de densité de béton mais il spécifie que celle d'un béton léger doit être inférieure ou égale à 2200 Kg/m³ (voir le tableau V.1).

2-Coefficient d'expansion thermique :

Les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS indiquent une même valeur de coefficient de dilatation thermique de $10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, par contre le code ACI ne donne aucune valeur (voir le tableau V.1).

3-Résistance caractéristique à la compression :

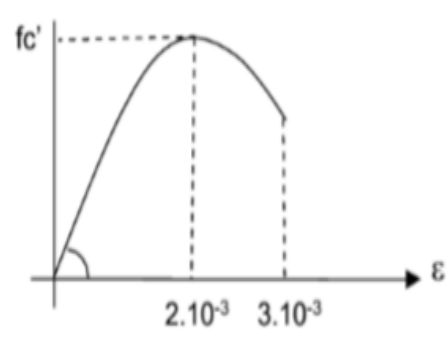
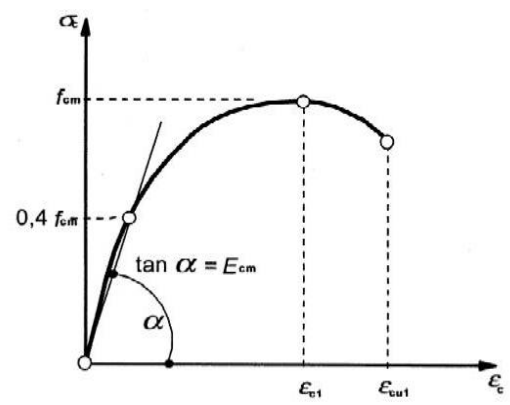
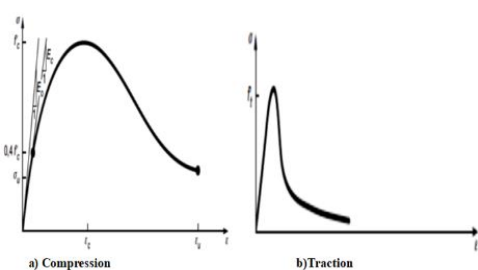
Cette résistance a des expressions empiriques presque différentes pour les cinq codes (tableau V.1). Le calcul se base sur le nombre d'essais selon les cinq codes. L'EUROCODE propose une formule basée sur la classe de résistance de ciment utilisée, de la température et des conditions de cure. Cependant, le CBA propose des formules déterminant la résistance en fonction de l'âge de béton et la valeur de f_{c28} . Pour le code BS, le calcul est basé sur la classe et l'âge de béton, et l'écart type. Pour le code CSA, la résistance à l'âge de 28 jours doit être située entre 20 et 80 MPa. L'expression déterminant la résistance moyenne est presque similaire à celle du code ACI. Aussi, on constate que ce code (CSA) propose plusieurs relations donnant la résistance en fonction de l'âge de béton dont nous retiendrons l'expression la plus proche à celle du code CBA.

4-Résistance caractéristique à la traction :

On remarque que les deux codes ACI et CBA présentent des formules empiriques approximatives pour le calcul de la résistance à la traction du béton, dépendant de la résistance à la compression de béton. Bien que l'EUROCODE présente une formule qui dépend de la résistance à la compression de béton et la classe de résistance de ciment utilisée, par contre le code CSA n'indique aucune formule. Néanmoins, le code BS souligne que la résistance caractéristique à la traction doit être déterminée par l'essai de fendage.

5-Diagramme contraintes - déformations réel :

Tableau V.2 Comparaison des diagrammes contraintes - déformations réel de béton

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE
	
Selon le code CSA	Selon le code BS
	Le code n'indique aucun diagramme réel
Selon le code CBA	
Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.	

- Concernant le diagramme contraintes-déformation réel de béton les deux codes CBA et BS n'indiquent aucun diagramme. Par contre, pour les trois diagrammes de contrainte – déformation du béton en compression d'ACI, EUROCODE, et CSA on remarque qu'ils ont la même forme d'allure qui reflète le comportement non – linéaire de béton comprimé comme le montre le tableau (V.2). La partie descendante de la courbe contraintes – déformations est plus importante pour les bétons de faible résistance. En effet, plus la résistance du béton est élevée, plus son comportement est linéaire et fragile. Selon l'ACI la forme générale de ce diagramme se compose d'une courbe ascendante culminant à une déformation pouvant atteindre 2.10^{-3} suivie d'une branche descendante s'étendant jusqu'à une déformation ultime de 3.10^{-3} et peut être plus. Bien que l'EUROCODE relie la déformation ϵ_{c1} correspondant à la contrainte maximale à la classe de résistance du béton d'après l'annexe I de ce mémoire. Selon le code CSA, il est remarquable de dire qu'en compression, la courbe est quasi linéaire jusqu'à 30% f'_c alors qu'en traction le béton est presque linéaire jusqu'à 90% f'_t . Aussi, on remarque que

la partie linéaire de la courbe du béton en compression selon le CSA est presque similaire à celle donnée par l'EUROCODE.

6-Module de déformation longitudinale :

D'après les formules empiriques proposées par les cinq codes comme l'indique le tableau V.1, on constate qu'elles sont basées sur la valeur de la résistance à la compression. Bien que le module d'élasticité selon l'ACI et CSA dépend de la densité du béton. En outre, on remarque que les valeurs du module d'élasticité du béton selon l'EUROCODE, CBA et le BS sont supérieures à celles obtenues par les deux codes ACI et CSA, pour un béton de résistance à la compression f_{c28} ou $f_c'=25$ MPa à titre indicatif. Aussi, on constate que les valeurs du module d'élasticité du béton selon les deux codes ACI et CSA sont relativement proches de même pour les codes CBA et EUROCODE.

7-Déformations différées :

a-Retrait :

Pour les coefficients de raccourcissement, il est difficile de les comparer vu que ces coefficients ont des termes différents (voir le tableau V.1). Néanmoins, on essaie de les comparer entre les codes CBA, EUROCODE, CSA et BS car le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du retrait. Le code EUROCODE propose une relation dépendant des facteurs qui sont en fonction du temps, et d'humidité relative. Cependant, le code CBA propose des valeurs dépendantes de climat dans les régions d'Algérie, et concernons le code CSA propose une relation dépendant des facteurs qui sont en fonction du rapport Volume / Surface de la pièce, d'humidité relative, et du temps. Par contre, le code BS estime la valeur du retrait du béton brut (non-armé) à partir d'un graphe (figure II.14) dépendant de l'épaisseur efficace de la section et de l'humidité relative. Les recommandations concernant l'épaisseur efficace de la section et l'humidité relative sont les mêmes que celles données au fluage.

b-Fluage :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et il indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage, alors que les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS donnent des expressions de fluage qui sont basées d'une manière générale sur le même fondement théorique. Ces expressions dépendent du module d'élasticité du béton, de la contrainte appliquée au béton, du coefficient de fluage et du temps comme l'indique les relations dans le tableau V.1. Bien que l'EUROCODE adopte une relation détaillée dépendant de la contrainte appliquée au béton, de la classe de résistance du béton, et du coefficient de fluage qui dépend du temps et de l'environnement intérieur et extérieur de la pièce.

8-Coefficient de Poisson :

D'après le tableau V.1 les valeurs de coefficient de Poisson de béton sont similaires pour les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS, par contre l'ACI qui ne donne aucune valeur.

B) Acier :**Tableau V.3 Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques d'acier**

Type d'acier				
Selon le code CBA	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CSA	Selon le code BS
-Haute adhérence (HA)	-Grade 40 ($f_y = 276$ MPa) -Grade 50 ($f_y = 345$ MPa) -Grade 60 ($f_y = 414$ MPa) -Grade 75 ($f_y = 517$ MPa)	$f_{yk} = 400$ à 600 MPa.	-ductilité normale (R):	- Acier doux laminé à chaud :
FeE400 ($f_e = 400$ MPa), FeE500 ($f_e = 500$ MPa).			300R, 400R, 500R	$F_y=250$ MPa
-Rond lisse (RL)	-Grade 80 ($f_y = 552$ MPa) -Grade 100 ($f_y = 690$ MPa) -Grade 120 ($f_y = 827$ MPa)		-soudable et à meilleure ductilité (W) :	- Acier à haute limite :
FeE215 ($f_e=215$ MPa), FeE235 (f_e235 MPa)			500W, 400W	$F_y=500$ MPa
Densité				
Les deux codes n'indiquent aucune valeur		$\gamma_a = 7\ 850$ kg/m ³	Le code n'indique aucune valeur.	$7\ 850$ kg / m ³
Coefficient d'expansion thermique				
Les trois codes n'indiquent aucune valeur			$10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	$12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
Module d'élasticité				
2.10^5 MPa				
Coefficient de Poisson				
Les cinq codes n'indiquent aucune valeur				

1-Type d'acier :

D'après le tableau V.3, les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS proposent une classification dont les limites élastiques sont presque rapprochées. On remarque que le CSA classe les aciers selon leur ductilité et leur soudabilité. Le code BS suggère uniquement deux classes d'acier : de basse et de haute limite d'élasticité. Cependant l'ACI présente plusieurs classes d'acier.

2-Densité :

Concernant cette caractéristique, les trois codes CBA, ACI et CSA n'indiquent aucune valeur, cependant l'EUROCODE et le BS présentent une même valeur de densité d'acier de 7850 kg/m³.

3-Coefficient d'expansion thermique :

D'après le tableau V.3, les trois codes CBA, EUROCODE et ACI n'indiquent aucune valeur par contre les deux codes CSA et BS indiquent une valeur de $(10 \text{ et } 12) \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, respectivement.

4-Module d'élasticité :

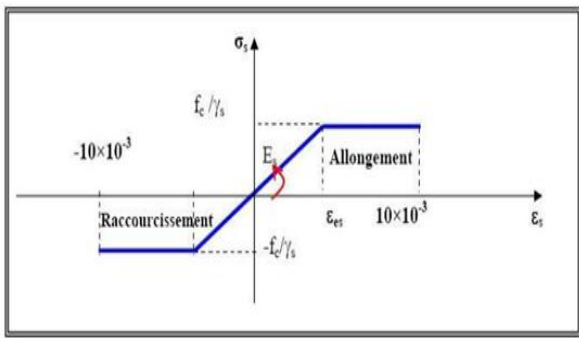
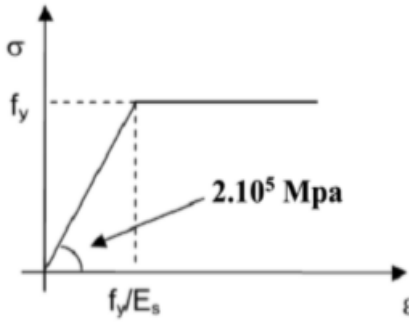
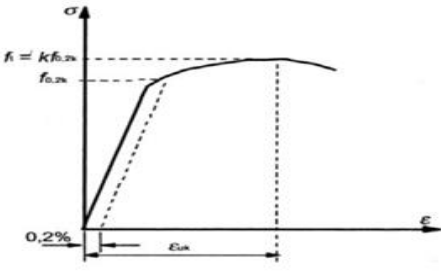
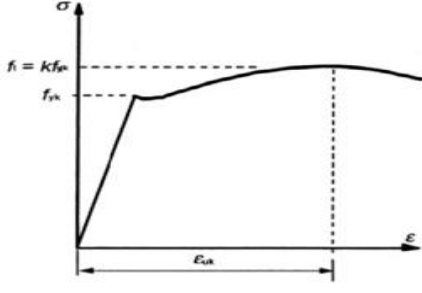
À partir du tableau (V.3), on constate que les valeurs de module d'élasticité d'acier selon les cinq codes sont similaires et égales à $2 \times 10^5 \text{ MPa}$.

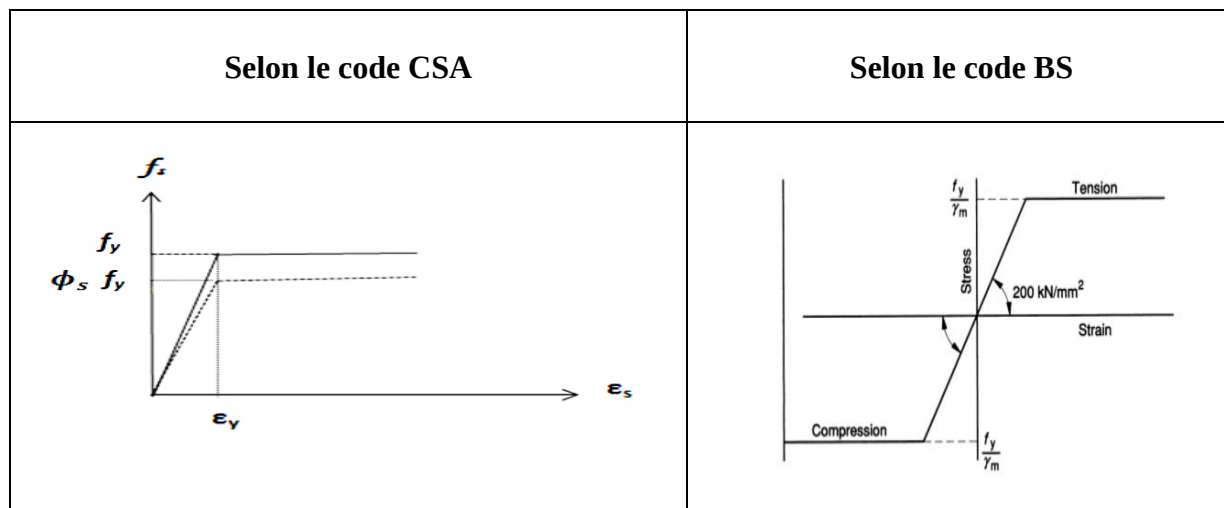
5-Coefficient de Poisson :

Concernant ce coefficient les cinq codes n'indiquent aucune valeur.

6-Diagramme contraintes - déformations :

Tableau V.4 Comparaison des diagrammes contraintes - déformations de l'acier

Selon le code CBA	Selon le code ACI
	
Selon l'EUROCODE	
 a) Acier laminé à chaud	 b) Acier profilé à froid



-D'après les quatre diagrammes simplifiés de contraintes – déformations de l'acier des codes CBA, ACI, CSA et le BS (Tableau V.4), on constate qu'ils ont la même forme d'allure. Les quatre diagrammes sont composés d'une partie de domaine élastique et d'une autre de domaine plastique dont la droite est parallèle à l'axe de déformation. Bien que l'EUROCODE suggère deux diagrammes presque de même allure l'un pour les profilés à chaud et l'autre pour les profilés à froid. Les codes CBA et BS présentent un diagramme conventionnel de contraintes-déformations pour la traction et l'autre pour la compression mais de même allure dont les valeurs de la limite d'élasticité (en traction et compression) sont identiques. Aussi, on constate que le CBA limite l'allongement et le raccourcissement relatifs de l'acier à 10%.

V.3 Contraintes admissibles :

A) Béton :

Tableau V.5 Comparaison des contraintes admissibles de béton

Selon le code CBA	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CSA
ELU :	$\sigma_c = 0.85 f_c'$	ELU :	ELU :
$\bar{\sigma}_{bc} = \frac{0.85f_{cj}}{\theta\gamma_b}$ $\gamma_b : 1.5 \text{ pour situations durables ou transitoires.}$ $\gamma_b : 1.15 \text{ pour situations accidentelles}$ $\theta = 1 \text{ pour une durée d'application d'actions supérieure à 24 h.}$ $\theta = 0,9 \text{ si cette durée est entre 1 h et 24h}$ $\theta = 0,85 \text{ si elle est au plus égale à 1 h.}$		- Compression : $\bar{\sigma}_c = \phi_c f'_c$ - Traction : $\bar{\sigma}_t = \phi_c \sqrt{f'_c}$ $\phi_c = 0.65$	
ELS :		ELS :	ELS :
$\bar{\sigma}_{bc} = 0.6f_{cj}$		$\bar{\sigma}_c = K_1 f_{ck}$ $K_1 = 0,6 \text{ (valeur recommandée par le code pour les milieux correspondants aux classes d'exposition XD, XF et XS)}$	Les contraintes admissibles de béton à l'ELS ne doivent pas dépasser celles données par l'ELU.
Selon le code BS			
ELU :		ELS :	

$\sigma_{cc} = \frac{0.67f_{cu}}{\gamma_m}$ Où $\gamma_m = 1,5$	À l'ELS le BS limite la flèche et la largeur de fissure. Le code note que l'état limite de flèche et de fissuration ne sera pas atteint si les recommandations données sur le rapport de la portée à la hauteur utile et l'espacement des armatures sont respectées
---	--

-À partir du tableau V.5 ci-dessus, on remarque que la limitation des contraintes de compression dans le béton selon le code ACI se fait sans spécification de la nature de l'état limite, par contre l'EUROCODE et CBA vérifient les contraintes de compressions dans les deux états limites ultime et service. Le code CSA limite les contraintes de compression et de traction dans le béton aux deux états ELU et ELS. Les expressions déterminant les contraintes admissibles de compression à l'ELU et l'ELS selon les trois codes CSA, CBA et EUROCODE sont relativement semblables particulièrement à l'ELS. Par contre, le code BS suggère une formule à l'ELU donnant une valeur petite par rapport aux autres codes, ceci s'explique par le fait que le BS utilise dans son approche la résistance à la compression déterminée sur cubes alors que les autres codes utilisent celle évaluée sur cylindres. Bien que, le code ACI propose une expression donnant une contrainte limite plus grande par rapport aux autres codes car la philosophie de l'ACI ne pénalise pas les efforts résistants dans le béton et l'acier séparément mais pénalise l'effort total résistant. En outre, les vérifications à l'ELS d'une manière générale selon les codes BS, ACI et CSA se portent uniquement sur la limitation des flèches et des ouvertures de fissures.

B) Acier :

Tableau V.6 Comparaison des contraintes admissibles d'acier

Selon le code CBA	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CSA
ELU :		ELU :	
$\bar{\sigma}_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles. $\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoires	Le code n'indique aucune valeur de $\bar{\sigma}_{st}$.	$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles. $\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoires	$f_s = \phi_s f_y$ Où : $\phi_s = 0.85$

ELS :		ELS :	
- fissuration peu nuisible pas de limite - Fissuration préjudiciable : $\bar{\sigma}_{st} = \min \{2/3f_e ; 110 (\eta f_{tj})^{1/2}\}$ Fissuration très préjudiciable : $\bar{\sigma}_{st} = \min \{0,5f_e ; 90 (\eta f_{tj})^{1/2}\}$		$\bar{\sigma}_s = 0.8f_{yk}$	
Selon le code BS			
ELU :	ELS :		
La contrainte admissible de l'acier (tendu ou comprimé) est donnée par la figure II.18 dans le 2ème chapitre de ce mémoire. $\sigma_s = \frac{f_y}{\gamma_m}$ Où $\gamma_m = 1,15$	À l'ELS le BS limite la flèche et la largeur de fissure pour qu'elles ne dépassent pas les valeurs admissibles fixées par le code. Cependant, si les recommandations du code sur le rapport de la portée à la hauteur utile et l'espacement des armatures sont respectées, il est inutile de faire le calcul justificatif à l'ELS		

- D'après les relations citées au tableau (V.6), on constate que le code ACI n'indique aucune valeur de $\bar{\sigma}_{st}$ car l'ACI ne réduit pas les efforts résistants dans l'acier et le béton séparément mais il réduit la résultante des efforts résistants par un coefficient de tenu. Les deux codes CBA et EUROCODE contrôlent les contraintes dans les deux états limites. De plus, la nuisibilité de la fissuration à l'ELS selon ces deux codes est contrôlée par la limitation des contraintes dans l'acier. D'une manière générale, les contraintes admissibles de l'acier à l'ELU selon les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS sont très similaires à l'ordre de (0,85-0,87) f_y . Quant aux vérifications à l'ELS, au lieu de contrôler la contrainte dans l'acier, les codes CSA, BS et ACI recommandent de contrôler la flèche et l'ouverture de fissure pour qu'elles ne dépassent pas les valeurs limites exigées par chaque code.

V.4 Action et sollicitations :

a- Aux états limites ultimes (ELU) :

Tableau V.7 Comparaison des Combinaisons à l'ELU

Selon le code CBA	Selon le code ACI
☞ Combinaisons fondamentales : $1,35 G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3 \Psi_{0i} Q_i$ ☞ Combinaisons accidentelles : $G_{\max} + G_{\min} + F_A + \psi_{11} Q_1 + \sum 1,3 \Psi_{2i} Q_i$ -Exemple de combinaison de charge permanente $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 20 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique : $1,35 G + 1,5 Q = (1,35 \times 30) + (1,5 \times 20) = 70,5 \text{ KN/ml}$.	Combinaisons tenant en compte de l'action de pression d'un liquide et les déformations imposées : $U = 1.4 (D + F)$ $U = 1.2 (D + F + T) + 1.6 (L + H) + 0.5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ Combinaisons accidentelles : $U = 1.2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L L$ $U = 1.2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + 0.8W$ $U = 1.2D + \beta_W W + 0,5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L L$ $U = 0.9D + \beta_W W + 1.6H$ $U = 0.9D + \beta_W W$ $U = 1.2D + \alpha_E E + \gamma_L L + 0,2 S$ $U = 0.9D + \alpha_E E + 1.6H$ $U = 0.9D + \alpha_E E$ Avec : $\gamma_L = 1$ dans le cas des parkings; d'une place publique et les surfaces où $L > 490 \text{ Kg/m}^2$. $\gamma_L = 0.5$ dans les autres cas. $\beta_W = 1.6$ si W est réduit par un facteur de direction, si non $\beta_W = 1.3$ $\alpha_E = 1.4$ si E est basée sur le niveau de service de l'effort sismique, si non $\alpha_E = 1$. -Exemple de combinaison de charge permanente $D = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $L = 20 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique :

	$1,2G + 1,6 Q = (1,2 \times 30) + (1,6 \times 20)$ $= 68 \text{ KN/ml}$
Selon le code EUROCODE	Selon le code CSA
Combinaisons fondamentales : $\sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj, \text{sup}} G_{kj, \text{sup}} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj, \text{inf}} G_{kj, \text{inf}} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$ Avec : $G_{kj, \text{sup}}$ et $G_{kj, \text{inf}}$: sont des actions permanentes d'origines différentes. $\psi_{0,i}$: Coefficient de réduction donné au Tableau III.2 dans le 2ème chapitre de ce mémoire. Les valeurs de γ_{Gj} et $\gamma_{Q,i}$ sont résumées dans le tableau III.1 dans le 2ème chapitre de ce mémoire. Combinaisons accidentelles ou sismiques : -Pour les situations de projets accidentels : $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_d + \begin{cases} \psi_{1,1} \\ \text{ou} \\ \psi_{2,1} \end{cases} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$ Avec : - $\Psi_{1,1}$ et $\Psi_{2,1}$ dépend de la situation accidentelle du projet. - A_d : valeur représentative de l'action accidentelle. Pour les situations de projets sismiques : $\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$ -Exemple de combinaison de charge permanente $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 20 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique : $1,35 G + 1,5 Q = (1,35 \times 30) + (1,5 \times 20) = 70.5 \text{ KN/ml}$.	Combinaisons ne tenant pas en compte de l'action sismique : $\alpha_D D + \gamma \psi (\alpha_L L + \alpha_W W + \alpha_T T)$ Avec : $\alpha_D = 0,85$ si la charge permanente s'oppose au renversement, le soulèvement, ou l'effet renversé de charge. $\alpha_D = 1,25$ autre cas. $\alpha_L = 1,5 ; \alpha_W = 1,5 ; \alpha_T = 1,25$ - Combinaisons tenant en compte de l'action sismique : $1,0 D + \gamma (1,0 E)$ - Combinaisons considérées pour les locaux de stockage et les salles de réunion : $1,0 D + \gamma (1,0 L + 1,0 E)$ - Combinaisons considérées pour les autres usages : $1,0 D + \gamma (0,5 L + 1,0 E)$ -Exemple de combinaison de charge permanente $D = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $L = 20 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique : $1,25 D + 1,5 L = (1,25 \times 30) + (1,5 \times 20) = 67.5 \text{ KN/ml}$
Selon le code BS :	

a- Charge permanente G_k + charge imposée Q_k :

1-Toutes les portées sont chargées avec la charge de conception maximale :

$$1.4G_k + 1.6Q_k$$

2- Les portées alternatives sont chargées avec la charge de conception maximale :

$$1.4G_k + 1.6Q_k$$

Et toutes les autres portées sont chargées avec la charge de conception minimale :

$$1.0G_k$$

b- Charge permanente G_k + charge de vent W_k :

1-Si la charge permanente et la charge de vent agissent dans la même direction ou si leurs effets sont additifs, la combinaison de charges est :

$$1.4(G_k + W_k)$$

2-Cependant, si les effets sont dans des directions opposées, par exemple le soulèvement par le vent, la combinaison de charge critique est :

$$1.0G_k - 1.4W_k$$

c- Charge permanente G_k + charge sismique E_l :

$$1.4(G_k + E_l)$$

d- Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge de vent W_k :

La structure doit être chargée avec :

$$1.2(G_k + Q_k + W_k)$$

e- Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge sismique E_l :

$$1.2(G_k + Q_k + E_l)$$

-Exemple de combinaison de charge permanente $G_k = 30$ KN/ml, et d'exploitation $Q_k = 20$ KN/ml d'une poutre isostatique : $1,4 G_k + 1,6 Q_k = (1,4 \times 30) + (1,6 \times 20) = 66$ KN/ml

b- Aux états limites de service :

Tableau V.8 Comparaison des Combinaisons à l'ELS

Selon le code CBA	Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \Psi_{0i} \cdot Q_i$	Combinaisons tenant en compte de l'action pression d'un liquide et les déformations imposées : $U = D + F$ $U = D + H + F + L + T$ $U = D + H + F + (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ $U = D + H + F + 0.75(L + T) + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ Combinaisons accidentelles : $U = D + H + F + (W \text{ ou } 0.7E)$ $U = D + H + F + 0.75(W + 0.7E) + 0.75L + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ $U = 0.6D + W + H$ $U = 0.6D + 0.7E + H$	Combinaison caractéristique : $\sum G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
Selon le code CSA		
$D + \psi (L + Q + T)$		
Selon le code BS		
a-Charge permanente G_k + charge imposée Q_k : 1-Toutes les portées sont chargées avec la charge de conception maximale et les portées alternatives sont chargées avec la charge de conception maximale : $1.0G_k + 1.0Q_k$ Et toutes les autres portées sont chargées avec la charge de conception minimale : $1.0G_k$		

b-Charge permanente G_k + charge de vent W_k :

1-Si la charge permanente et la charge de vent agissent dans la même direction ou si leurs effets sont additifs, la combinaison de charges est :

$$1.0G_k + 1.0 W_k$$

2-Cependant, si les effets sont dans des directions opposées, par exemple le soulèvement par le vent, la combinaison de charge critique est :

$$G_k - W_k$$

c-Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge de vent W_k :

La structure doit être chargée avec :

$$1.0 G_k + 0.8 Q_k + 0.8W_k$$

d-Charge permanente G_k + charge imposée Q_k + charge sismique E_l :

La structure doit être chargée avec :

$$1.0 G_k + 0.8 Q_k + 0.8E_l$$

-D'après les deux tableaux (V.7) et (V.8), on constate que selon les cinq codes les combinaisons d'actions sont basées sur le même fondement théorique. Ces combinaisons sont en fonction de la charge permanente, d'exploitation, accidentelle (sismique), température, neige, vent, et d'autres charges, et aussi en fonction de l'importance d'usage d'ouvrage. Les coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation à ELU selon les deux codes CBA et EUROCODE sont similaires et qui sont différents à ceux des codes ACI, CSA et BS. Les codes ACI et CSA sous-estiment les coefficients de pondération des charges permanentes à ELU par rapport aux autres codes étudiés. Cependant, le code BS surestime les coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation à ELU comparés à ceux des quatre codes.

V.5 Résistance des sections à la flexion simple :**V.5.1 Hypothèses du calcul****Tableau V.9 Comparaison des hypothèses du calcul**

Selon le code CBA	Selon le code ACI
1- les sections droites restent planes et il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton. 2-la résistance à la traction du béton est négligée.	1-La distribution des déformations est supposée linéaire. Une section qui était plane avant le chargement reste plane sous chargement. 2-La déformation de l'acier et du béton environnant est la même avant

3- les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10 ‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3,5‰ en flexion et 2‰ en compression simple.

4-le comportement des matériaux (l'acier et le béton) est défini par le diagramme contraintes-déformations.

5-On suppose concentré en leur centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres tendues ou comprimées, si l'erreur commise sur les déformations unitaires ne dépassent pas 15%.

6-le diagramme contrainte-déformation du béton pouvant être utilisé dans tout les cas seront le diagramme parabole-rectangle. Lorsque la section n'est pas entièrement comprimée, On peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié de profondeur de $0,8x$ et de contrainte égale à $\frac{0,85.f_{c28}}{\gamma_b}$

Où x est la profondeur de l'axe neutre

l'écrasement du béton ou la déformation de l'acier

3-Le béton dans la zone tendue de la section est négligé dans l'analyse de flexion et les calculs de conception, et l'armature de traction est supposée capable de résister à la force de traction totale (la résistance à la traction du béton est d'environ 10% de sa résistance à la compression).

4-La déformation maximale utilisable à la fibre de béton extrême est supposée égale à 0,003.

5- Contrainte dans l'armature d'acier inférieure à la limite d'élasticité spécifiée, f_y , est prise comme E_s multiplié par la déformation de l'acier ϵ_s . Pour une résistance supérieure à f_y , la contrainte dans l'armature est considérée comme indépendante de la déformation et elle est égale à f_y .

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s \quad \text{si} \quad \epsilon_t < (\epsilon_{ty} = f_y / E_s)$$

$$\text{Et à: } \sigma_s = f_y \quad \text{si} \quad \epsilon_t \geq (\epsilon_{ty} = f_y / E_s)$$

6-La relation entre la distribution des contraintes de compression du béton et la déformation du béton est supposée être rectangulaire, avec une contrainte de béton de $0,85f'_c$ supposée uniformément répartie sur une zone de compression équivalence.

7- La distance c est mesurée entre la fibre de déformation maximale et l'axe neutre dans une direction perpendiculaire à cet axe.

8- La profondeur du bloc de compression rectangulaire est prise comme $a = \beta_1 c$ de la fibre de contrainte de compression maximale.

9. Pour f'_c entre 17MPa (2500psi) et 28MPa (4000), β_1 doit être pris égale à 0,85.

	8-Pour $f_c' > 28$ MPa, le β_1 doit être réduit linéairement à un taux de 0,05 pour chaque 7 MPa(1000psi) de force supérieure à 28, mais β_1 ne doit pas être pris moins de 0,65.
Selon le code EUROCODE	Selon le code CSA
1-les sections planes restent planes. 2-les armatures adhérentes, qu'elles soient tendues ou comprimées, subissent les mêmes déformations relatives que le béton adjacent 3-la résistance en traction du béton est négligée 5-les contraintes dans le béton comprimé se déduisent du diagramme contrainte-déformation de calcul donné au chapitre III. 4-La déformation en compression du béton doit être limitée à $\varepsilon_{cu}=3,5\%$ en flexion et 2% en compression simple pour le béton de $f_{ck} \leq 50$ MPa 5-les contraintes dans les armatures de béton armé se déduisent du diagramme de calcul donné au chapitre III. 6-La déformation en traction de l'acier doit être limitée à ε_{ud} si l'utilisation du diagramme à palier incliné, et n'est pas limitée si l'utilisation du diagramme est à palier horizontal.	1-La déformation maximum de la fibre la plus comprimée du béton est égale à 0.0035. 2-La relation entre la contrainte de compression et la déformation du béton peut être basée sur des diagrammes contrainte-déformation obtenus à partir d'essai représentatifs, ou sur n'importe quelle courbe présente une résistance en accord avec les résultats d'un très grand nombre d'essai. La résistance au pic ne doit pas être plus grande que $0.9f_c'$ afin de tenir compte de la différence entre la résistance du béton sur cylindre et la résistance du béton en place. 3-A la place d'une relation contrainte-déformation pour le béton, il est permis d'utiliser un diagramme rectangulaire simplifié équivalent de contraintes. Ces contraintes uniformes sont distribuées sur une zone comprimée limitée par les cotées de la section et une ligne droite parallèle à l'axe neutre. Les paramètres, α_1 qui définit la résistance effective et β_1 qui définit la hauteur effective de la zone comprimée, sont donnés par les relations suivantes : $\alpha_1 = 0.85 - 0.0015f_c' \geq 0.67$ $\beta_1 = 0.97 - 0.0025f_c' \geq 0.67$

	4-Le comportement de l'acier en compression et en traction est élastique parfaitement plastique. La contrainte dans l'acier vaut $f_s A_s$ quand $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ et $f_y A_s$ quand $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$. Pour déterminer le moment résistant pondéré, l'amplitude des contraintes de compression uniforme du béton doit être multipliée par le facteur de sécurité partiel de béton ϕ_c en obtenant $\phi_c \alpha_1 f'_c$, alors que la force dans l'armature doit être minorée par le facteur de sécurité partiel de l'acier ϕ_s en obtenant l'expression $\phi_s f_s A_s$ lorsque $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ et $\phi_s f_y A_s$ lorsque $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$
Selon le code BS	
Dans l'analyse d'une section pour déterminer son moment ultime de résistance, les hypothèses suivantes devraient être faites : 1-La distribution des déformations dans le béton en compression et les déformations dans l'armature, que ce soit en traction ou en compression, sont dérivées de l'hypothèse que les sections planes restent planes. 2-Les contraintes dans le béton en compression peuvent être dérivées de la courbe contrainte-déformation de la figure III.8 (voir chapitre III) avec $\gamma_m = 1,5$. Alternativement, le bloc de contrainte rectangulaire simplifié, illustré à la Figure IV.29, de profondeur de $0,9x$ et de contrainte égale à $\frac{0,67.f_{cu}}{\gamma_m}$, peut également être utilisé. La déformation en compression du béton est limitée à $\varepsilon_{cu}=3,5\%$ 3-La résistance à la traction du béton est négligée. 4-Les contraintes dans les armatures sont dérivées de la courbe contrainte-déformation de la figure II.18 (voir chapitre II) avec $\gamma_m = 1,15$. 5-Lorsqu'une section est conçue pour résister uniquement à la flexion, le bras de levier ne doit pas être considéré supérieur à 0,95 fois la profondeur effective ($z \leq 0,95d$). 6-Dans l'analyse d'une section transversale d'une poutre qui doit résister à une faible pression axiale, l'effet de la force axiale maximale de calcul peut être ignoré si elle ne dépasse pas $0,1f_{cu}$ fois la surface de la section transversale.	

-Selon les cinq codes et d'après le tableau (V.9), on remarque que les hypothèses de calcul des sections à la flexion sont presque similaires, sauf que les déformations des sections selon le code CBA sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3,5‰ en flexion et 2‰ en compression simple. En outre, la déformation maximale en compression du béton selon les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS est limitée à $\varepsilon_{cu} = 0,0035$. Cependant, le code ACI exige une valeur $\varepsilon_{cu} = 0,003$. Bien que les deux codes CBA et EUROCODE adoptent à l'ELU un diagramme de contrainte rectangulaire simplifié de profondeur $0,8x$ et de contrainte $\frac{0,85.f_{c28}}{\theta\gamma_b}$ et $\frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ (pour $f_{ck} \leq 50$ MPa), respectivement. Le code BS suggère un diagramme rectangulaire de profondeur $0,9x$ et de contrainte $\frac{0,67.f_{cu}}{\gamma_m}$. Alors que les codes ACI et CSA recommandent un diagramme rectangulaire de profondeur variable de $(0,65-0,85)x$ et $(0,67-0,92)x$ et de contrainte $0,85f'_c$ et $(0,67-0,82)\phi_c f'_c$, respectivement, dépendant de la résistance à la compression du béton f'_c .

V.5.2 Section d'armatures minimales :

Tableau V.10 Comparaison des sections d'armatures minimales

Selon le code CBA	Selon le code ACI
$A_{s,min} \geq 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} bd$	$A_{s,min} = \frac{0,25\sqrt{f'_c}}{f_y} bd$ et on peut déterminer d'après le tableau (Annexe VI).
Selon le code EUROCODE	Selon le code CSA
$A_{s,min} = \max\left(0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0,0013bd\right)$ $A_{s,min} = \frac{k_c k_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s}$ -Cette section permet aussi de maîtriser la fissuration dans le béton	$A_{s,min} = \frac{0,2\sqrt{f'_c}}{f_y} b_t h$
Selon le code BS	
$A_{s,min} = 0,24\%A_c$	Lorsque $f_y = 250$ N/mm ²
$A_{s,min} = 0,13\%A_c$	Lorsque $f_y = 500$ N/mm ²

-On constate que les cinq formules de tableau (V.10) sont basées sur presque le même fondement théorique. Néanmoins, la formule d'ACI et CSA donnent une section d'acier minimale supérieure à celles des CBA, EUROCOE et BS car la formules des codes ACI et CSA sont en fonction de la racine de la résistance à la compression de béton à la place de la résistance caractéristique du béton à la traction utilisée par les codes CBA et EUROCODE comme le montre l'exemple d'application cité dans le tableau (V.11). À partir de la comparaison de l'exemple ci-dessous, nous constatons que les codes CBA, BS et EUROCODE sont économiques par rapport aux autres codes.

Exemple :

Tableau V.11 Comparaison des résultats d'exemple de section d'armatures minimales

Selon le code CBA	Selon le code ACI
$f_{c28}=25 \text{ MPa}$; $f_{t28}=2,1 \text{ MPa}$; $f_e=400 \text{ MPa}$; $b=30 \text{ cm}$; $d=54 \text{ cm}$. $A_{s,min}=1.96 \text{ cm}^2$	$f'_c=25 \text{ MPa}$; $f_y=414 \text{ MPa}$; $b=30 \text{ cm}$; $d=55 \text{ cm}$; $A_{s,min}=4.98 \text{ cm}^2$
Selon le code EUROCODE	Selon le code CSA
$f_{ck}=25 \text{ MPa}$; $f_{tcm}=2,6 \text{ MPa}$; $f_{yk}=400 \text{ MPa}$; $b=30 \text{ cm}$; $d=54 \text{ cm}$. $A_{s,min}=\max [2.74 ; 2.11 \text{ cm}^2] = 2.74 \text{ cm}^2$	$f'_c=25 \text{ MPa}$; $f_y=400 \text{ MPa}$; $b_t=30 \text{ cm}$ $h=60 \text{ cm}$. $A_{s,min}=4.5 \text{ cm}^2$
Selon le code BS :	
$f_{c28}=25 \text{ MPa}$; $f_y=250 \text{ et } 500 \text{ MPa}$; $b=30 \text{ cm}$; $h=60 \text{ cm}$ $f_y = 250 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow A_{s,min} \geq 0.24\% \times 30 \times 60 = 4.32 \text{ cm}^2$ $f_y = 500 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow A_{s,min} \geq 0.13\% \times 30 \times 60 = 2.34 \text{ cm}^2$	

V.5.3 Ferrailage des sections rectangulaires fléchies :

Tableau V.12 Comparaison des formules de calcul des armatures des sections en béton sans armatures comprimées

Selon le code CBA	Selon le code ACI
ELU :	$R = \frac{M_R}{bd^2}$ où $M_R \leq \phi M_n$ Tableau de $\rho = f(R)$ donne ρ
$A_s = \frac{M_u}{\beta d \sigma_{st}}$ Avec $\beta = 1 - 0.4\alpha$ $\alpha = 1,25 [1 - \sqrt{1 - 2\mu}]$ $\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bc}}$	$A_s = \rho \cdot bd$ M_R : Moment pondéré à l'ELU dû aux charges extérieures M_n : Moment nominal résistant ultime dû aux matériaux acier et béton. ϕ : Coefficient de réduction égale à 0.9 pour le cas de la flexion simple avec traction
ELS:	
$A_s = \frac{\alpha \cdot b \cdot d \cdot \sigma_{bc}}{2\sigma_{st}} = \frac{b \cdot d \cdot \alpha^2}{[30 \cdot (1 - \alpha)]}$ $\alpha = 1 + 2\sqrt{\lambda} \cdot \cos(240^\circ + \varphi/3)$	

$\lambda = 1 + \left(\frac{30 \cdot M_{ser}}{bd^2 \overline{\sigma}_{st}} \right)$ $\cos \varphi = \lambda^{-3/2}$	
Selon le code EUROCODE	Selon le code CSA
ELU :	$k_r = \frac{M_f}{bd^2}$ Où $M_f \leq M_r$ Tableau de $\rho = f(k_r)$ donne ρ D'où : $A_s = \rho \, b d$ $A_s = \frac{M_r}{\phi_s f_s \left(d - \frac{a}{2} \right)}$ $d = h - c - (d_s / 2)$ Avec : d_s : diamètre des barres. c : épaisseur d'enrobage de béton. M_r : Moment résistant ultime M_f : Moment pondéré à l'ELU dû aux charges extérieures
$A_{s1,u} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1} z_c}$ $z_c = d \cdot \left[1 - \left[\frac{\lambda \alpha_u}{2} \right] \right];$ Pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$, $\lambda = 0.8$ $\alpha_u = \frac{1}{\lambda} \left[1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}} \right]$ $\mu_{cu} = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cu}}$	
ELS :	
$A_{s1,ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1} z_c}$ Avec : $z_c = d \left[1 - \left(\frac{\overline{\alpha}_1}{3} \right) \right]; \overline{\alpha}_1 = \frac{\overline{\sigma}_c}{\frac{\overline{\sigma}_s}{\alpha_e} + \overline{\sigma}_c}$	
Selon le code BS	
$A_s = \frac{M}{0.87 f_{yz}}$ $z = d \left[0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{k}{0.9} \right)} \right] \quad ; \quad k = \frac{M}{f_{cu} b d^2}$	

Tableau V.13 Comparaison des formules de calcul des armatures des sections de béton avec armatures comprimées

Selon le code CBA	Selon le code ACI
ELU :	$M_R = M_{R(I)} + M_{R(II)}$ $R' = \frac{M_{R(I)}}{bd^2}$ Tableau de $\rho' = f(R')$ donne ρ' $A_s' = \rho'bd$
$A_s' = \frac{M_u - 0.4 bd^2 f_{bc}}{\sigma_s' (d - d')}$ $A_s' = \frac{A_s' \sigma_s' - 0.552 bd f_{bc}}{\sigma_s}$	$R = \frac{M_{R(II)}}{bd^2}$ Tableau de $\rho = f(R)$ donne ρ $A_s = (\rho + \rho') bd$
ELS :	Avec : - ρ : pourcentage d'armature tendu. - ρ' : pourcentage d'armature comprimé.
$A_s' = \frac{M_{ser} - M_{bc}}{\sigma_{st}' (d - d')}$ $A_s = \frac{A_s' \sigma_{st}' + 0.3 \alpha \ b.d.f_{cj}}{\overline{\sigma_{st}}}$ $\alpha = \frac{\overline{\sigma_{bc}}}{\overline{\sigma_{bc}} + \frac{\overline{\sigma_{st}}}{n}} = \frac{9f_{cj}}{9f_{cj} + \overline{\sigma_{st}}}$	
Selon le code EUROCODE	
ELU :	ELS :
$A_{s2,u} = \frac{M_{Ed} - M_{ls}}{(d - d') \sigma_{s2}}$ $M_{ls} = \mu_{ls} bd^2 f_{cu}$ $A_{s1,u} = \frac{M_{ls}}{\sigma_{s1} \bar{z}_c} + A_{s2,u} \left(\frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \right)$	$M_{ser} > M_{rc} \Rightarrow A_{s2,ser} \neq 0$ $M_{rc} = \frac{1}{2} bd^2 \bar{\sigma}_c \bar{\alpha}_1 \left[1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3} \right]$ $\bar{\alpha}_1 = \frac{\bar{\sigma}_c}{\frac{\sigma_s}{\alpha_e} + \bar{\sigma}_c}; A_{s2,ser} = \frac{M_{ser} - M_{rc}}{(d - d') \sigma_{s2}}$ $A_{s1,ser} = \frac{M_{rc}}{\sigma_{s1} \bar{z}_c} + A_{s2,ser} \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}}$ $\bar{z}_c = d \left[1 - \left(\frac{\bar{\alpha}_1}{3} \right) \right]; \bar{\alpha}_1 = \frac{\bar{\sigma}_c}{\frac{\sigma_s}{\alpha_e} + \bar{\sigma}_c}$
Selon le code CSA	
$M_r = M_{r1} + M_{r2}$ $k_r' = \frac{M_{r2}}{bd^2}$ Tableau de $\rho' = f(k_r')$ donne ρ' $A_s' = \rho'bd$ $k_r = \frac{M_{r1}}{bd^2}$	

Tableau de $\rho = f(k_r)$ donne ρ

$$A_s = (\rho + \rho') bd$$

Avec :

- ρ : pourcentage d'armature tendu.

- ρ' : pourcentage d'armature comprimé.

Selon le code BS :

$$A'_s = \frac{(M - M_u)}{0.87 f_y (d - d')}$$

$$A_s = \frac{M_u}{0.87 f_y z} + A'_s \quad ; \quad z = d \left[0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{k}{0.9} \right)} \right] ; \quad k = \frac{M_u}{f_{cu} b d^2}$$

À partir des cinq codes CBA, ACI, EUROCODE, CSA et BS on constate que les formules de calcul des armatures longitudinales sont basées sur le même fondement théorique, comme il est indiqué dans les tableaux (V.12) et (V.13). Néanmoins, les deux codes EUROCODE et CBA proposant des relations de calcul des sections pour les deux états limites (ultimes et service), qui dépendent de type de fissuration. Lorsque la fissuration est peu nuisible le calcul se fait à l'ELU et la vérification se fait à l'ELS. Mais, si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable le calcul de ferrailage se fait aux deux états limites en prenant la plus grande valeur. Cependant, les deux codes ACI et CSA fixent le diamètre des armatures longitudinales par la détermination d'un pourcentage d'armature avant de procéder aux calculs afin de déterminer la profondeur utile de la section (hauteur située entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité d'armatures tendues), et puis d'évaluer la section d'armature à l'ELU et qui doit être supérieure à celle de l'armature minimale, en fin de vérifier à l'ELS la fissuration de béton et la flèche. Bien que, le code BS propose des relations de calcul des sections d'armatures à l'ELU établies à partir d'un diagramme rectangulaire de contraintes de compression utilisant la résistance à la compression du béton déterminée sur cubes alors que les autres quatre codes utilisent la résistance déterminée sur cylindres. À l'ELS, au lieu de calculer les armatures, le BS recommande de vérifier uniquement la fissuration de béton et la flèche comme suggéré par les deux codes ACI et CSA.

V.5.4 Vérifications requises à l'ELS :

V.5.4.1 Vérification des contraintes et fissurations :

Parmi les vérifications considérées et d'après le tableau (V.14), les deux code EUROCODE et CBA exigent de vérifier les contraintes dans le béton et dans l'acier afin qu'elles ne dépassent pas les valeurs admissibles sauf que l'EUROCODE exige aussi une limitation de largeur des fissures lorsque les conditions sur le diamètre maximal et l'espacement maximal des barres ne sont pas respectées. Cependant, le code ACI ne fournit aucune méthode de calcul des ouvertures de fissures, mais prévoit un contrôle de la fissuration par la limitation de l'espacement entre les barres tendues comme le montre le tableau (V.14). D'après le code CSA, le contrôle de la fissuration revient à contrôler l'espacement des barres d'armature tendue sollicitées en flexion. Ce contrôle s'effectue par le calcul de la grandeur z qui doit être inférieure aux valeurs limite. Le code BS recommande une approche alternative pour le

calcul des largeurs de fissures comparées aux valeurs limites admissibles, l'utilisation de cette approche est exigée par le code lorsque les règles de l'espacement maximum entre les barres tendues ne sont pas respectées.

Tableau V.14 Comparaison des formules de vérification des contraintes et Fissures

Selon le code CBA	Selon le code ACI
Vérification des contraintes	Vérification des Fissurations
-Pour le béton : $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0.6f_{cj}$ $\sigma_{bc} = \frac{M_s x}{I}$ -Pour l'acier : $\sigma_s \leq \overline{\sigma}_s$ $\sigma_s = \frac{n M_s (d - x)}{I}$	$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c \leq 300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$ $f_s = \left(\frac{2}{3} \right) f_y$ -c_c : est la distance entre la fibre la plus tendue et les aciers de flexion situés le plus près de cette fibre. -s : l'espacement maximal entre les armatures de la face tendue en [mm]. -f_s : la contrainte de l'armature le plus près de la face tendue à l'état limite de service.
Selon le code EUROCODE	
Vérification des contraintes	Vérification des Fissurations
-Pour le béton : $\sigma_c \leq \overline{\sigma}_c = k_1 f_{ck}$ Avec : -k₁= 1 pour la classe d'exposition X0 ou XC. -k₁= 0.6 pour la classe d'exposition XD, XS ou XF . -Pour l'acier : Pour le cas général : $\overline{\sigma}_s = k_3 f_{yk} \quad \text{Avec : } k_3 = 0.8$ Pour le cas de déformation imposée : $\overline{\sigma}_s = k_4 f_{yk}$ Avec k₄=1.	$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \leq w_{max}$ Avec : -s_{r,max} : l'espacement maximal des fissures. -ε_{sm} et ε_{cm} sont la déformation moyenne de l'acier et de béton. w_{max} : largeur de fissure maximale w_k : largeur de fissure $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = \max \left[\frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}; 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s} \right]$ $s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}$ k₁= 0,8 pour les barres à haute adhérence k₁= 1,6 pour les armatures ayant une surface effectivement lisse k₂= 0,5 en flexion ; k₂= 1,0 en traction pure. - k₃ et k₄ : Les valeurs recommandées par l'Eurocode2 sont : k₃=3.4 et k₄=0.425

Selon le code CSA	Selon le code BS :
Vérification des Fissurations	Vérification des Fissurations
$z = f_s \sqrt[3]{d_c A}$ z ne doit pas dépasser les valeurs limites ci-après. -Exposition intérieure : 30 000 N/mm -Exposition extérieure : 25 000 N/mm Avec : f_s : Contrainte moyenne dans l'acier ; d_c : Distance entre la fibre la plus tendue et le centre de la barre d'acier de flexion la plus proche de cette fibre ; A : Aire de traction effective du béton entourant la section de l'armature sollicitée en flexion divisée par le nombre de barres	Largeur de fissure est : $w_{cr} = \frac{3a_{cr}\varepsilon_m}{1+2\left(\frac{a_{cr}-c_{min}}{h-x}\right)} \leq 0.3 \text{ mm}$ $\varepsilon_m = \varepsilon_1 - \frac{b_t(h-x)(a'-x)}{3E_s A_s(d-x)}$ Avec : ε_m : Déformation moyenne au niveau où la fissuration est envisagée. a_{cr} : Distance du point considéré à la surface de la barre longitudinale la plus proche. c_{min} : Enrobage minimal à l'acier tendu. x : Profondeur de l'axe neutre. a' : Distance entre la face comprimée et le point de calcul de la largeur de fissure

V.5.4.2 Contrôle de la flèche :

Tableau V.15 Comparaison des formules de la flèche

Selon le code CBA	Selon le code ACI
1-Pour les flèches dues aux charges instantanées : $f_i = \frac{ML^2}{10E_i I_{fi}}$ 2-Pour les flèches dues aux charges de longue durée : $f_v = \frac{ML^2}{10E_v \cdot I_{fv}}$ 3-Pour les flèches aux extrémités des consoles : $f_{(i \text{ ou } v)} = \frac{ML^2}{4E_{(i \text{ ou } v)} I_{f(i \text{ ou } v)}}$ $E_{(i \text{ ou } v)}$: Module d'élasticité de béton instantané E_i ou différé E_v. M : moment de flexion. $I_{f(i \text{ ou } v)}$: Moment d'inertie fictif instantané I_{fi} ou différé I_{fv}. L : portée de l'élément entre nus.	Afin de ne pas calculer la flèche, l'ACI exige une hauteur minimale de la pièce dépendant de la portée (voir tableau IV.3 au chapitre IV) sinon le calcul de la flèche est exigé. -Calcul de la flèche instantanée : $\Delta = \frac{K w l^4}{384 E_c I_e}$ Avec : -E_c : Module d'élasticité de béton. -I_e : Moment d'inertie effectif de la section. -w : Charges uniformément réparties de la combinaison la plus défavorable. -k : Coefficient dépend de type d'appuis k = 5 pour une seule travée. k = 1.4 pour la travée intermédiaire de la poutre continue. k= 2 pour la travée de rive de la poutre continue.

- La part de la flèche totale Δf_t qui doit être comparée aux valeurs limites est : $\Delta f_t = f_{gv} - f_{ji} + f_{pi} - f_{gi}$ Où : f_{gi} et f_{gv} : flèches dues à l'ensemble des charges permanentes ; f_{ji} : la flèche due aux charges permanentes appliquées au moment de la mise en œuvre des cloisons ; f_{pi} : la flèche due à l'ensemble des charges permanentes et d'exploitation supportées par l'élément considéré.	$k = 1$ pour la poutre console encastrée
Selon le code EUROCODE	
Soit de ne pas dépasser les valeurs limites de portée/hauteur utile ci-après : -Si $\rho \leq \rho_0$: $\frac{l}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right]$ - Si $\rho > \rho_0$: $\frac{l}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$ Avec : -K est un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux. -K= 1 (Poutre sur appuis simples.etc.). -K= 1.3 (Travée de rive d'une poutre continue). -K= 1.5 (Travée intermédiaire d'une poutre). -K= 1.2 (Dalle sans nervures sur poteaux...etc.) -K= 0.4 (Console).	Soit de faire le calcul de la flèche : - Sections non-fissurées : $f = \frac{5ql^4}{384E_c I} \leq \bar{f}$ E_c : Le module d'élasticité de béton. q : Charges uniformément réparties de la combinaison la plus défavorable. I : Le moment d'inertie de la section. l : portée de l'élément entre nus. $\bar{f}$: Flèche limite admissible - Sections fissurées : $a = \xi a_{II} + (1 - \xi) a_I$ Où : a : est le paramètre de déformation considéré, qui peut être par exemple une déformation unitaire, une courbure ou une rotation. a_I, a_{II} : sont les valeurs du paramètre calculées respectivement dans l'état non fissuré et dans l'état entièrement fissuré ξ : est un coefficient de distribution.

Selon le code CSA	Selon le code BS
1- La vérification de la flèche peut être effectuée à l'aide d'approche indirecte consiste à limiter le rapport de portée/hauteur de la pièce : L'approche indirecte basée sur la limitation du rapport portée/hauteur (l_n/h), est la plus utilisée en pratique. La norme admet de ne pas calculer les flèches si les hauteurs (épaisseurs) minimales des poutres (ou dalles) données au Tableau IV.10 (chapitre IV) sont respectées. 2-Flèches instantanées: $\Delta_i = \frac{5 w l^4}{384 E_c I_e}$ Avec : E_c : Module d'élasticité de béton. I_e : Moment d'inertie efficace. w : Charges uniformément réparties de la combinaison la plus défavorable. l : Longueur efficace de la poutre. -Autre méthode simplifiée: $\Delta_i = k \left(\frac{5}{48} \right) \frac{M l^2}{E_c I_e}$ Avec : M : moment de flexion à l'encastrement de la poutre console ; moment de flexion à mi- portée pour des poutres simples et continues ; l : longueur de portée k : coefficient en fonction des conditions d'appuis. 3-Flèches à long terme : $\Delta_t = \xi_s \Delta_i$ $\xi_s = \left(1 + \frac{s}{1+50\rho'} \right)$	Selon le BS, la vérification de la flèche se fait de deux manières différentes : 1- Par limitation de la flèche calculée à partir des courbures : La forme fléchie d'un élément est liée aux courbures données par l'équation : $\frac{1}{r_x} = \frac{d^2 a}{dx^2}$ Où : $\frac{1}{r_x}$: Courbure calculée à une distance x de l'appui a : Flèche calculée à une distance x de l'appui. Les flèches peuvent être calculées directement à partir de cette équation, en calculant les courbures aux sections successives le long de l'élément tout en utilisant la technique d'intégration numérique. Alternativement, l'approche simplifiée suivante peut être utilisée pour calculer la flèche 'a' : $a = k l^2 \frac{1}{r_b}$ Avec : l : la portée effective de l'élément; $\frac{1}{r_b}$: La courbure à mi- travée pour les éléments simplement appuyés ou à la section d'encastrement pour les consoles K : une constante dépendant de la forme du diagramme du moment fléchissant, donné au tableau de l'annexe XVII de ce mémoire. 2-Par limitation du rapport de la portée à la profondeur (hauteur) effective (L/d) de l'élément.

ρ' : Taux d'armature comprimée (A_s'/bd); s : Facteur relatif aux déformations par fluage.	
--	--

À partir du tableau V.15, on remarque que les expressions de calcul de la flèche selon les quatre codes CBA, ACI, CSA et EUROCODE sont presque semblables pour le cas des poutres en béton armé simplement appuyées soumises aux charges uniformément réparties. Les expressions de la flèche instantanée adoptées par ces codes sont obtenues en utilisant la théorie des poutres basée sur les lois d'élasticité linéaire tout en utilisant le moment d'inertie effectif de la section pour tenir compte des effets de la fissuration et des armatures sur la rigidité de l'élément. En outre, les codes BS et EUROCODE adoptent pour le calcul de la flèche des sections fissurées des approches basées sur la méthode de calcul de courbures. Aussi, afin d'être dispensé du calcul direct de la flèche, les codes ACI, CSA, BS et EUROCODE exigent de limiter le rapport de la portée/hauteur (utile) de l'élément.

V.5.4.3 Flèches limites :

Selon les cinq codes les valeurs limites de la flèche sont en fonction de la portée entre nus de l'élément. D'après le tableau (V.16), les codes ACI, CSA, BS et EUROCODE proposent des relations dépendant du type de l'élément étudié supportant ou non des matériaux fragiles. Cependant, le code CBA propose deux relations dont la première est utilisée pour les portées au plus égale à 5m, et la seconde pour les portées supérieures à 5m.

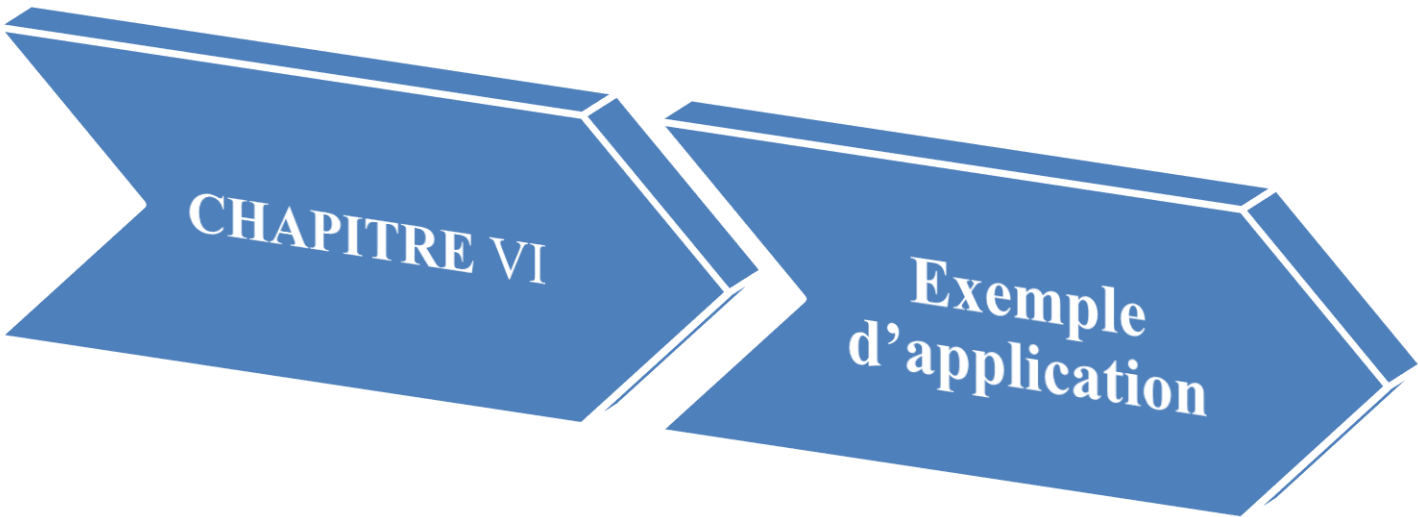
Tableau V.16 Comparaison des flèches limites

Selon le code CBA	Selon le code ACI
$L/500$: si la portée L est au plus égale à 5 m. $L/1000 + 0,5\text{cm}$: si la portée L est supérieure à 5 m. L : Portée en cm	$l/480$: Pour toitures et planchers supportant ou attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches. (Pour plus de détail voir tableau IV.4 au chapitre IV de ce mémoire).
Selon le code EUROCODE	
$-l/250$ pour les conditions d'utilisation normales d'un élément de poutre, de dalle ou de console soumises à des charges quasi-permanentes. $-l/500$ pour le cas d'un élément structural supportant des éléments fragiles (cloisons ou autres) susceptibles d'être endommagés par les flèches.	

Selon le code CSA
- La vérification de la flèche peut être effectuée à l'aide d'une approche directe consiste à comparer la flèche calculée à une valeur limite. L'approche directe est basée sur le calcul des flèches utilisant l'inertie efficace. Ces flèches calculées ne doivent pas dépasser les valeurs limites présentées au tableau IV.11 du chapitre IV
Selon le code BS
- Pour les éléments de structure qui sont visibles, le fléchissement dans un élément deviendra généralement perceptible si la flèche dépasse $L/250$; où L : est la portée de l'élément appuyé ou la longueur de l'élément en porte à faux (console). - Pour les éléments non-structuraux, à moins que les cloisons, les revêtements et les finitions ont été spécifiquement conçus pour supporter des flèches prévues, certains dommages peuvent être attendus si la flèche après l'installation de ces finitions et cloisons dépasse les valeurs limites suivantes : (Article 3.2.1.2, page13, BS 8110-2 :1985) $f \begin{cases} = \min \left(\frac{L}{500} ; 20 \text{ mm} \right) & \text{pour les matériaux fragiles} \\ = \min \left(\frac{L}{350} ; 20 \text{ mm} \right) & \text{pour les matériaux non fragiles (cloisons ou finitions)} \end{cases}$ (Pour plus de détail voir l'article IV.3.5.4.3 dans le 4^{ème} chapitre de ce mémoire)

V.6 Conclusion :

Ce que l'on peut conclure de ce chapitre que les relations de calculs justificatifs de la résistance à la flexion des poutres en béton armé selon les cinq codes étudiés, sont basées sur le même fondement théorique de la philosophie des états limites. Ces relations dépendent principalement des caractéristiques des matériaux acier-béton utilisés avec quelques ressemblances et distinctions dues généralement à la nature géologique des matériaux utilisés dans le béton de chaque pays, type d'acier utilisé, les conditions climatiques (humidité et température) du pays, le niveau et la qualité du contrôle technique des ouvrages dans ce pays.



CHAPITRE VI

**Exemple
d'application**

VI. Exemple d'application

Dans cet exemple, on étudie le comportement en flexion d'une poutre en béton armé simplement appuyée selon les cinq codes (EUROCODE, ACI, CBA, CSA et BS). Les résultats obtenus permettent de tirer des conclusions comme contribution à la possibilité d'établir une banque de donnée pour une éventuelle révision du code algérien en béton armé.

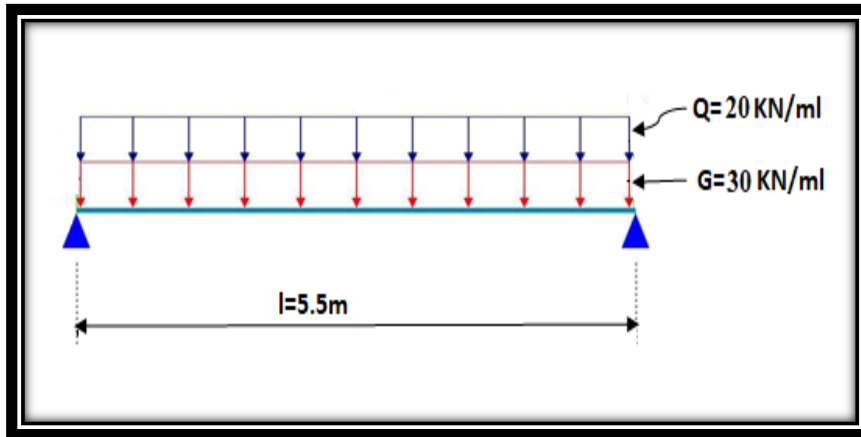


Figure VI.1 Poutre soumise à des charges uniformément répartie

Poutre de section rectangulaire simplement appuyée de portée de 5.5m

- Section : $b=30\text{cm}$; $h=60\text{cm}$
- Charge permanente égale à 30 kN/ml.
- Charge d'exploitation égale à 20kN/ml.
- Objectif de l'exemple : Calcul de ferrailage

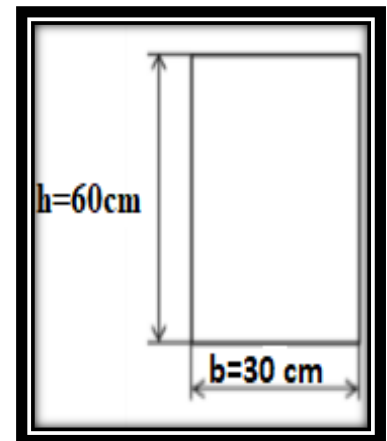


Figure VI.2 Section de la poutre

VI.1. Le calcul selon le code EUROCODE :

Les données :

- ✓ Acier : FeE40; limite élastique : $f_{yk} = 400 \text{ MPa}$; $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa}$; $\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{348}{200000} \approx 0.002$; $\varepsilon_{uk} = 0.025$ et $k = 1.05$ (classe de ductilité A) ; $\varepsilon_{ud} = 0.9\varepsilon_{uk} = 0.0225$; $\gamma_s = 1.15$; $E_s = 2.10^5 \text{ MPa}$; Classe d'exposition : XC2

- ✓ Béton : La résistance du béton à la compression : $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$; $f_{cu} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1.5} = 16.67 \text{ MPa}$

($\lambda = 0.8$; $\varepsilon_{cu} = 0.0035$; $\eta = 1$; $f_{ctm} = 0.3f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0.3 \times 25^{\frac{2}{3}} = 2.6 \text{ MPa}$ (voir annexe 1) ; $\gamma_c = 1.5$; $\theta = 1$ (fissuration préjudiciable) ; $\alpha_e = 15$; enrobage ($c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 25 + 10 = 35\text{mm}$)

1) Combinaison

a) ELU : $q_u = 1.35 G + 1.5 Q = (1.35 \times 30) + (1.5 \times 20) = 70.5 \text{ KN/ml}$.

b) ELS: $q_{ser} = G + Q = 30 + 20 = 50 \text{ KN/ml}$.

2) Sollicitation :

$$M_{Edu} = \frac{q_u l^2}{8} = \frac{70.5 \times 5.5^2}{8} = 266.58 \text{ KN.m}$$

$$M_{Eds} = \frac{q_{ser} l^2}{8} = \frac{50 \times 5.5^2}{8} = 189.06 \text{ KN.m}$$

3) Calcul de la valeur de d :

$$d = 0.9 \times h = 0.9 \times 60 = 54 \text{ cm}$$

4) Calcul de ferrailage longitudinal :

A) Calcul à l'ELU : (voir Annexe IX)

a- Calcul de moment réduit μ_{cu} :

$$\mu_{cu} = \frac{M_{Edu}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cu}} = \frac{266.58 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.54^2 \times 16.67} = 0.183$$

$$\alpha_{ls} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu2}} = \frac{0.0035}{0.002 + 0.0035} = 0.64$$

$$\mu_{ls} = \lambda \alpha_{ls} \left(1 - \frac{\lambda \alpha_{ls}}{2} \right) = 0.8 \times 0.64 \times \left(1 - \frac{0.8 \times 0.64}{2} \right) = 0.381$$

$$\mu_{cu} < \mu_{ls} = 0.381 \Rightarrow A_{s2,u} = 0$$

b- Calcul d'armatures tendus A_s :

$$\alpha_u = \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}}) = \frac{1}{0.8} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.183}) = 0.255$$

$$\alpha_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{ud} + \varepsilon_{cu2}} = \frac{0.0035}{0.0225 + 0.0035} = 0.135$$

$$\mu_{AB} = \lambda \alpha_{AB} \left(1 - \frac{\lambda \alpha_{AB}}{2} \right) = 0.8 \times 0.135 \times \left(1 - \frac{0.8 \times 0.135}{2} \right) = 0.102$$

$$\mu_{cu} > \mu_{AB} = 0.102$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu2} \cdot \left(\frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} \right) = 0.0035 \times \left(\frac{1 - 0.255}{0.255} \right) = 0.010$$

$$A = f_{yd} \left(\frac{k \cdot \varepsilon_{yd} - \varepsilon_{uk}}{\varepsilon_{yd} - \varepsilon_{uk}} \right) = 348 \times \frac{1.05 \times 0.002 - 0.025}{0.002 - 0.025} = 346.4 \text{ MPa}$$

$$B = \left(\frac{k \cdot f_{yd} - f_{yd}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} \right) = \frac{1.05 \times 348 - 348}{0.025 - 0.002} = 756.52 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s1} = A + B\varepsilon_{s1} = 346.4 + (756.52 \times 0.010) = 353.97 \text{ MPa}$$

$$z_c = d \cdot \left(1 - \frac{\lambda \cdot \alpha_u}{2} \right) = 54 \times \left(1 - \frac{0.8 \times 0.255}{2} \right) = 48.49 \text{ cm}$$

$$A_{s1,u} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1} z_c} = \frac{266.58 \times 10^3}{0.4849 \times 353.97 \times 10^6} = 15.53 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 15.53 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2,u} = 0$$

c- Armature minimale :

$$\begin{aligned} A_{s,min} &= \max \left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0.0013bd \right) \\ &= \max \left(0.26 \frac{2.6}{400} \times 30 \times 54 = 2.74 \text{ cm}^2; 0.0013 \times 30 \times 54 = 2.11 \text{ cm}^2 \right) \\ &= 2.74 \text{ cm}^2 < 15.53 \text{ cm}^2 \text{ ok} \end{aligned}$$

B) Calcul à l'ELS : (voir Annexe XIX)

$k_1 = 1$ (classe d'exposition :XC2) ; $\overline{\sigma}_c = k_1 f_{ck} = 25 \text{ MPa}$; $k_3 = 0.8$; $\overline{\sigma}_s = k_3 f_{yk} = 0.8 \times 400 = 320 \text{ MPa}$; $\alpha_e = 15$ (pour des bétons courants)

• **Calcul de moment de résistance :**

$$\overline{\alpha}_1 = \frac{\overline{\sigma}_c}{\frac{\overline{\sigma}_s}{\alpha_e} + \overline{\sigma}_c} = \frac{25}{\frac{320}{15} + 25} = 0.54$$

$$M_{rc} = \frac{1}{2} b d^2 \overline{\sigma}_c \overline{\alpha}_1 \left[1 - \frac{\overline{\alpha}_1}{3} \right] = \frac{1}{2} \times 0.3 \times 0.54^2 \times 25 \cdot 10^3 \times 0.54 \times \left[1 - \frac{0.54}{3} \right] = 484.2 \text{ KN.m}$$

$$M_{ser} = M_{Eds} = 189.06 \text{ KN.m} < M_{rc} = 484.2 \text{ KN.m}$$

On compare M_{rb} à M_{ser} : $M_{ser} < M_{rc} \Rightarrow A_{s2,ser} = 0$

L'équation de M_{ser} à résoudre :

$$\begin{aligned} M_{ser} &= \frac{1}{2} b \cdot d^2 \cdot \alpha_1^2 \cdot \left[1 - \frac{\alpha_1}{3} \right] \cdot \frac{\overline{\sigma}_s / \alpha_e}{1 - \alpha_1} \\ 189.06 &= \frac{1}{2} \times 0.3 \times 0.54^2 \times \alpha_1^2 \times \left[1 - \frac{\alpha_1}{3} \right] \times \frac{320 \cdot 10^3 / 15}{1 - \alpha_1} \end{aligned}$$

$$311.04\alpha_1^3 - 933.12\alpha_1^2 - 189.06\alpha_1 + 189.06 = 0$$

Avec : $0 < \alpha_1 < 1$:

Donc : $\alpha_1 = 0.38$

$$\sigma_{s1} = \overline{\sigma_s} = 320 \text{ MPa}$$

$$z_c = d \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) = 54 \times \left(1 - \frac{0.38}{3}\right) = 47.16 \text{ cm}$$

$$A_{s1,ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1} z_c} = \frac{189.06 \times 10^3}{320 \times 47.16} = 12.53 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2,ser} = 0$$

Donc : $A_s = \max(A_{s1,ser} ; A_{s1,u}) = \max(12.53 ; 15.53) = 15.53 \text{ cm}^2$

5) Contrôle de fissuration :

D'après le tableau (IV.5) : $w_{max} = 0.3 \text{ mm}$

a - Sections minimales d'armatures pour maîtriser la fissuration :

$$A_{s,min} = \frac{k_c \times k \times f_{ct,eff} \times A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0.4 \times 1 \times 2.6 \times 1133.4}{400} = 2.95 \text{ m}^2$$

Où :

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2.6 \text{ MPa}$$

$$A_{ct} = b(h - x_u) = 30(60 - 22.22) = 1133.4 \text{ cm}^2$$

$$x_u = \frac{\alpha_e A_s}{b} \left[\sqrt{1 + \frac{2b A_s d}{\alpha_e A_s^2}} - 1 \right] = \frac{15 \times 15.53}{30} \left[\sqrt{1 + \frac{2 \times 30 \times 15.53 \times 54}{15 \times 15.53^2}} - 1 \right] = 22.22 \text{ cm}$$

b- Calcul de l'ouverture des fissures :

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,ef}$$

$$h_{c,ef} = \min \left[2.5(h - d) = 15 \text{ cm}, \frac{h - x}{3} = \frac{60 - 22.22}{3} = 12.59 \text{ cm} \text{ ou } \frac{h}{2} = 30 \text{ cm} \right] = 12.59 \text{ cm}.$$

Donc :

$$A_{c,eff} = 30 \times 12.59 = 377.7 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{15.53}{377.7} = 4.11\%$$

$$\rho_{p,eff} = 0.0411 = 4.11\%$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \max \left[\frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}; 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s} \right]$$

$$\sigma_s = 15 \frac{M_{ser}(d - x)}{I}$$

Le moment d'inertie fissuré :

$$I = \frac{b \cdot x_u^3}{12} + b \cdot x_u \left(\frac{x_u}{2} \right)^2 + \alpha_e \cdot A_{s1} (d - x_u)^2$$

$$I = \frac{0.3 \times 0.2222^3}{12} + 0.3 \times 0.2222 \left(\frac{0.2222}{2} \right)^2 + 15 \times 15.53 \cdot 10^{-4} (0.54 - 0.2222)^2$$

$$= 3.45 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$\sigma_s = 15 \times \frac{189.06 \times 10^{-3} (0.54 - 0.2222)}{3.45 \times 10^{-3}} = 261.23 \text{ MPa}$$

$$= \max \left[\frac{261.23 - 0.4 \frac{2.6}{0.0411} (1 + 15 \times 0.0411)}{200000}; 0.6 \frac{261.23}{200000} \right] = \max[0.0011; 0.0008]$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0.0011$$

$$S_{r,max} = 3.4c + k_1 \cdot k_2 \times \frac{0.425\phi}{\rho_{p,eff}} = 3.4 \times 50 + 0.8 \times 0.5 \times \frac{0.425 \times 18}{0.0411} = 244.45 \text{ mm}$$

Avec ϕ est la valeur moyenne des 6 bars d'armatures, et est égale à : $\phi = 18 \text{ mm}$

D'où on suppose on a $A_s = 2\phi 16 + 4\phi 20 = 16.59 \text{ cm}^2$ (annexe XX)

$$W_k = S_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

$$W_k = 244.45 \times 0.0011 = 0.27 \text{ mm}$$

On compare W_{max} à W_k :

$W_k < W_{max} = 0.3 \text{ mm}$; Alors le contrôle de fissuration est assuré.

c- Contrôle de la flèche:

La flèche peut être vérifiée de deux manières :

 **Pour la première méthode :**

- Pourcentage d'armatures de référence :

$$\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} = 100 \times 10^{-3} \times 5 = 0.5\%$$

- Pourcentage d'armatures de traction nécessaire :

$$\rho = \frac{100A_s}{bd} = \frac{100 \times 15.53}{30 \times 54} = 0.96\%$$

On compare ρ_0 à ρ :

$\rho > \rho_0$: la valeur limite du rapport l/d est :

$$\frac{l}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho'}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

Où :

$K=1$ Poutre sur appuis simples.

$$\frac{l}{d} = 1 \times \left[11 + 1.5 \times 5 \times \frac{0.5}{0.96} + 0 \right] = 14.91$$

$$\left(\frac{l}{d} \right)_{\text{réel}} = \frac{550}{54} = 10.19$$

On compare $\frac{l}{d}$ à $\left(\frac{l}{d} \right)_{\text{réel}}$:

$\left(\frac{l}{d} \right)_{\text{réel}} < \frac{l}{d}$; Alors, la condition de la flèche est vérifiée.

 **Pour la deuxième méthode :**

Où :

$$D = \frac{15A_s}{b} = \frac{15 \times 15.53}{30} = 7.765$$

$$H = 2Dd = 2 \times 7.765 \times 54 = 838.62$$

$$y_1 = -D + \sqrt{D^2 + H} = -7.765 + \sqrt{7.765^2 + 838.62} = 22.22 \text{ cm}$$

$$I = \frac{b \times y_1^3}{3} + 15A_s(d - y_1)^2 = \frac{30 \times 22.22^3}{3} + 15 \times 15.53 \times (54 - 22.22)^2 = 3.45 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$f = \frac{5q_{\text{ser}}L^4}{384E_cI} = \frac{5 \times 50 \times 5.5^4}{384 \times 31000 \times 3.45 \cdot 10^{-3}} = 5.57 \text{ mm} = 0.557 \text{ cm}$$

Avec : $E_c = 31000 \text{ MPa}$

$$f = 0.557 < \bar{f} = \frac{L}{500} = \frac{550}{500} = 1.1 \text{ cm}$$

Alors, la condition de la flèche est vérifiée.

VI.2. Le calcul selon le code CSA :

Les données :

La résistance du béton à la compression : $f'_c = 25$ MPa; la limite élastique : $f_y = 400$ MPa ; enrobage : $c = 5$ cm

1) Combinaisons d'actions :

E.L.U :

$$W_u = 1,25 D + 1,5 L = 1,25 \times 30 + 1,5 \times 20 = 67.5 \text{ KN/ml}$$

E.L.S:

$$W_{ser} = D + L = 30 + 20 = 50 \text{ KN/ml}$$

2) Sollicitations :

E.L.U :

$$M_f = \frac{W_u \cdot l^2}{8} = \frac{67.5 \times 5.5^2}{8} = 255.23 \text{ KN.m}$$

E.L.S :

$$M_a = \frac{W_{ser} \cdot l^2}{8} = \frac{50 \times 5.5^2}{8} = 189.06 \text{ KN.m}$$

3) Calcul de la valeur de d :

Pour évaluer la valeur de hauteur utile "d", on choisit des barres transversales No.10 et des barres longitudinales No.25.

$$d = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 600 - 50 - 11.3 - \frac{25.2}{2} = 526.1 \text{ mm}$$

D'après le tableau d'Annexe XXI on a : pour le No.10 $\phi_t = 11.3$ mm et pour le No.25 $\phi_l = 25.2$ mm.

4) Calcul de coefficient k_r :

$$k_r = M_r \frac{10^6}{b \cdot d^2} = 255.23 \times \frac{10^6}{300 \times 526.1^2} = 3 \text{ MPa}$$

Où : $M_r = M_f = 255.23 \text{ KN.m}$

D'après le tableau d'Annexe X :

$$\rho = 1.02\%$$

5) Calcul d'armature A_s :

$$A_s = \rho b d = 0.0102 \times 300 \times 526.1 = 1609 \text{ mm}^2 = 16.09 \text{ cm}^2$$

Nombre de barres : $\frac{1609}{500} = 3.2 \Rightarrow n = 4$ barres.

Donc : $A_s = 2000 \text{ mm}^2$

6) L'armature minimale :

$$A_{s,\min} = \frac{0.2\sqrt{f'_c}}{f_y} b_t h = \frac{0.2 \times 5}{400} \times 300 \times 600 = 450 \text{ mm}^2$$

✓ $A_s > A_{s,\min}$ (Ok)

7) Contrôle des fissures :

$$Z = f_s (d_c A)^{\frac{1}{3}}$$

On a :

$$X = h - d = 600 - 526.1 = 73.9 \text{ mm}$$

$$A = \frac{2 \cdot X \cdot b_w}{\text{Nombre de barres}} = \frac{2 \times 73.9 \times 300}{4} = 11085 \text{ mm}^2$$

$$f_s = 0.6f_y = 0.6 \times 400 = 240 \text{ MPa}$$

$$d_c = 50 + 11.3 + \frac{25.2}{2} = 73.9 \text{ mm}$$

$$Z = 240 \times (73.9 \times 11085)^{\frac{1}{3}} = 22456.29 \text{ N/mm}$$

$$Z = 22456.29 \text{ N/mm} < 25000 \text{ N/mm (pour une exposition extérieure)}$$

Donc, la largeur de fissure est bien contrôlée et ne dépasse sa valeur limite car le paramètre Z est bien vérifié.

8) Calcul d'armatures de peau :

Puisque la hauteur de la section $h = 600 \text{ mm} < 750 \text{ mm}$, alors les armatures de peau sont inutiles.

9) Contrôle de la flèche :

a- Vérification de moment de fissuration :

Pour savoir si le béton est fissuré ou non, on compare le moment de service M_a au moment de fissuration M_{cr} .

$$M_{cr} = 0.6\lambda\sqrt{f'_c} \frac{I_g}{c_t}$$

$$I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{300 \times 600^3}{12} = 5.4 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$c_t = \frac{h}{2} = \frac{600}{2} = 300 \text{ mm}$$

$\lambda=1$ (pour béton à densité normale)

$$M_{cr} = 0.6 \times 1 \times 5 \times \frac{5.4 \cdot 10^9}{300} = 54000 \text{ N.m} = 54 \text{ KN.m}$$

$$1.2M_{cr} = 1.2 \times 54 = 64.8 \text{ KN.m}$$

$M_a > 1.2M_{cr} \Rightarrow$ le béton est fissuré, donc on doit calculer le moment d'inertie efficace I_e

b- Calcul de l'inertie du béton seul :

$$I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{300 \times 600^3}{12} = 5.4 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

c- Calcul de l'inertie fissuré de la section fissurée :

$$E_c = 4500 \sqrt{f'_c} = 22500 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{22500} = 8.89$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} b \cdot c_{cr}^3 + n \cdot A_s (d - c_{cr})^2$$

Où :

$$B = \frac{b}{n \cdot A_s} = \frac{300}{8.89 \times 2000} = 0.017 \text{ mm}^{-1}$$

$$c_{cr} = \frac{\sqrt{2dB + 1} - 1}{B} = \frac{\sqrt{2 \times 526.1 \times 0.017 + 1} - 1}{0.017} = 196.82 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \times 300 \times 196.82^3 + 8.89 \times 2000 (526.1 - 196.82)^2 = 2.69 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

d -Calcul des flèches:

$$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \leq I_g$$

Moment de service dû aux charges permanentes : $M_{aD} = \frac{W_D \cdot L^2}{8} = \frac{30 \times 5.5^2}{8} = 113.43 \text{ KN.m}$

$$I_{eD} = 2.69 \cdot 10^{-3} + (5.4 \cdot 10^{-3} - 2.69 \cdot 10^{-3}) \left(\frac{54}{113.43} \right)^3 = 2.98 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$\Delta_D = \frac{5W_D l^4}{384 E_c I_{eD}} = \frac{5 \times 30 \times 5.5^4}{384 \times 22500 \times 2.98 \cdot 10^{-3}} = 5.33 \text{ mm} < \frac{L}{360} = \frac{5500}{360} = 15.28 \text{ mm}$$

$$I_{e(D+L)} = 2.69 \cdot 10^{-3} + (5.4 \cdot 10^{-3} - 2.69 \cdot 10^{-3}) \left(\frac{54}{189.06} \right)^3 = 2.75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$\Delta_{D+L} = \frac{5W_{D+L} l^4}{384 E_c I_{e(D+L)}} = \frac{5 \times 50 \times 5.5^4}{384 \times 22500 \times 2.75 \cdot 10^{-3}} = 9.63 \text{ mm} < \frac{L}{360} = \frac{5500}{360} = 15.28 \text{ mm}$$

- La condition de la flèche est vérifiée.

VI.3. Le calcul selon le code CBA :

- Acier : FeE40 ; limite d'élasticité : $f_e = 400$ MPa ; $\gamma_s = 1.15$; Contrainte admissible :
À l'ELU $f_e / \gamma_s = 347.83$ MPa
À l'ELS pour une fissuration préjudiciable $\overline{\sigma}_{st} = 201.63$ MPa
- Béton : La résistance du béton à la compression : $f_{c28} = 25$ MPa ; La résistance du béton à la traction : $f_{t28} = 2.1$ MPa ; $f_{bu} = \frac{0.85 \cdot f_{c28}}{\theta \gamma_b} = 14.17$ MPa ; $\gamma_b = 1.5$; $\theta = 1$; contrainte admissible $\overline{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{c28} = 15$ MPa ; Enrobage : $c = 5$ cm.

1) Combinaisons :

a) ELU :

$$q_u = 1.35 G + 1.5 Q = (1.35 \times 30) + (1.5 \times 20) = 70.5 \text{ KN/ml.}$$

b) ELS:

$$q_{ser} = G + Q = 30 + 20 = 50 \text{ KN/ml.}$$

2) Sollicitations :

$$M_u = \frac{q_u \cdot L^2}{8} = \frac{70.5 \times 5.5^2}{8} = 266.58 \text{ KN.m}$$

$$M_{ser} = \frac{q_{ser} \cdot L^2}{8} = \frac{50 \times 5.5^2}{8} = 189.06 \text{ KN.m}$$

$$d \approx 0.9 h \implies d \approx 54 \text{ cm.}$$

4) Calcul de ferrailage longitudinal :

A) Calcul à l'ELS : (voir Annexe XXII)

$$\overline{k}_1 = \frac{\overline{\sigma}_s}{15 \overline{\sigma}_{bc}} = \frac{201.63}{15 \times 15} = 0.896$$

$$\overline{\alpha}_1 = \frac{1}{1 + \overline{k}_1} = \frac{1}{1 + 0.896} = 0.527$$

$$\mu_{rb} = \left(1 - \frac{\overline{\alpha}_1}{3}\right) \frac{\overline{\alpha}_1}{2} = \left(1 - \frac{0.527}{3}\right) \frac{0.527}{2} = 0.217$$

$$M_{rb} = \mu_{rb} \cdot b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma}_{bc} = 0.217 \times 30 \times 54^2 \times 15 = 284.75 \text{ KN.m}$$

On compare M_{rb} à M_{ser} :

$$M_{ser} < M_{rb} : A'_s = 0$$

$$\mu_1 = \frac{M_{ser}}{b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma}_{st}} = \frac{189.06 \times 10^3}{0.30 \times 0.54^2 \times 201.63 \cdot 10^6} = 0.01072$$

D'après le tableau d'Annexe XXIII on a :

$$\beta_1 = 0.848$$

$$A_s = \frac{M_{ser}}{\beta_1 d \sigma_{st}} = \frac{189.06.10^3}{0.848 \times 54 \times 201.63} = 20.48 \text{ cm}^2$$

B) Calcul à l'ELU :

a-Calcul de moment réduit μ : (voir Annexe XXIV)

$$\mu = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{266.58 \times 10^{-3}}{0.30 \times 0.54^2 \times 14.17} = 0.215$$

Où : $f_{bu} = 14.17 \text{ MPa}$

$$\mu < \mu_1 = 0.392 \Rightarrow A'_s = 0$$

b- calcul d'armatures tendus A_s :

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25(1 - \sqrt{1 - (2 \times 0.215)}) = 0.306$$

$$z = d(1 - 0.4\alpha) = 0.55 \times (1 - 0.4 \times 0.306) = 0.474 \text{ m}$$

$$A_{su} = \frac{M_u}{z \cdot \sigma_{st}} = \frac{266.58 \times 10^{-3}}{0.486 \times 347.83} = 16.17.10^{-4} \text{ m}^2 = 16.17 \text{ cm}^2$$

Où : $\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 347.83 \text{ MPa}$

- Condition de non fragilité :**

$$A_{s,min} \geq 0.23 \cdot b \cdot d \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{s,min} = 0.23 \times 30 \times 54 \times \frac{2.1}{400} = 1.96 \text{ cm}$$

Donc le ferrailage nécessaire est :

$$A_s = \max(A_{s,ser}, A_{s,u}) = \max(16.17 ; 20.48) = 20.48 \text{ cm}^2$$

5) Contrôle de la flèche :

- Calcul de l'inertie :**

$$I = \frac{b \cdot y_1^3}{3} + 15A_s(d - y_1)^2$$

Où :

$$y_1 = -D + \sqrt{D^2 + H} = -10.24 + \sqrt{10.24^2 + 1105.92} = 24.57 \text{ cm.}$$

$$D = \frac{15A_s}{b} = \frac{15 \times 20.48}{30} = 10.24$$

$$H = 2D.d = 2 \times 10.24 \times 54 = 1105.92$$

$$I = \frac{0.30 \times 0.2457^3}{3} + 15 \times 20.48 \times 10^{-4} (0.54 - 0.2457)^2 = 4.14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$f = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5 \times 50 \times 5.5^4}{384 \times 32164.195 \times 4.14 \cdot 10^{-3}} = 4.47 \text{ mm} = 0.447 \text{ cm}$$

Avec : $E = 32164.195 \text{ MPa}$

$$f = 0.447 \text{ cm} < \bar{f} = \frac{L}{1000} + 0.5 = \frac{550}{1000} + 0.5 = 1.05 \text{ cm}$$

Donc la condition de la flèche est vérifiée.

VI.4. Le calcul selon le code ACI :

Les données :

-Acier : Grade 60 ; La limite élastique : $f_Y = 414 \text{ MPa}$

-Béton : La résistance dû à la compression : $f'_c = 25 \text{ MPa}$ enrobage : $c = 5 \text{ cm}$

1) Combinaisons d'actions :

$$\text{E.L.U: } W_u = 1.2 D + 1.6 L = 1.2 \times 30 + 1.6 \times 20 = 68 \text{ KN/ml}$$

$$\text{E.L.S: } W_{ser} = D + L = 30 + 20 = 50 \text{ KN/ml}$$

2) Sollicitations :

$$\text{E.L.U: } M_R = \frac{W_u.l^2}{8} = \frac{68 \times 5.5^2}{8} = 257.125 \text{ KN.m}$$

$$\text{E.L.S: } M_a = \frac{W_{ser}.l^2}{8} = \frac{50 \times 5.5^2}{8} = 189.06 \text{ KN.m}$$

3) Calcul de ferrailage longitudinal :

A) Calcul de la valeur de ρ :

On adopte une section contrôlée par la traction $\varepsilon_t \geq 0.005 \implies \phi = 0.9$ (Figure IV.16)

$$d = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$$

$$M_n = \frac{M_R}{\phi} = \frac{257.125}{0.9} = 285.69 \text{ KN.m}$$

$$R = \frac{M_n}{b.d^2} = \frac{285.69}{30 \times 55^2} = 3.15 \text{ MPa}$$

$\rho_{\min} = 0.0033$ (Annexe VI)

D'après le tableau de l'annexe VIII : $\rho = 0.92\%$

B) Calcul d'armature A_s :

$$A_s = \rho b d = 0.0092 \times 30 \times 55 = 15.18 \text{ cm}^2$$

Nombre de barres : On adopte des barres numéro #8 de diamètre 25.4 mm donc $n = 1518 / 509.67 = 2.9$
 $\Rightarrow n = 3$ (annexe XXV).

Donc on adopte pour les armatures longitudinales : $\phi_l = 4\#8$ et $\phi_t = 1\#4$ et $A_s = 15.29 \text{ cm}^2$ et pour les armatures transversales $\phi_t = 4\#4$.

C) L' armature minimale :

$$\begin{aligned} A_{s,\min} &= \frac{0.25\sqrt{f_c'}}{f_y} b d = \frac{0.25 \times 5}{414} \times 30 \times 55 = 4.98 \text{ cm}^2 \geq \frac{1.40}{f_y} b d \\ &= \frac{1.40}{414} \times 30 \times 55 = 5.58 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$A_{s,\min} = 4.98 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_s > A_{s,\min} \text{ ok}$$

E) Vérification de Mn :

$$T = A_s \cdot f_y = 1529 \times 414 = 633.006 \text{ KN} \quad T = C$$

$$a = \frac{T}{(0.85f_c')b} = \frac{633.006}{0.85 \times 25 \times 300} \cdot 10^3 = 9.93 \text{ cm}$$

Pour $f_c' = 25 \text{ MPa}$ située entre 17 et 28 MPa $\beta_1 = 0.85$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{9.93}{0.85} = 11.68 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{11.68}{55} = 0.21 < 0.375 \text{ ok ((voir Annexe VII))}$$

$$\phi M_n = 0.9T \left[d - \frac{a}{2} \right] = 0.9 \times 633.006 \left[0.55 - \frac{0.0993}{2} \right] = 285.05 \text{ KN.m}$$

On doit vérifier que le moment résistant $\phi M_n \geq M_R$ (Moment ultime dû aux charges extérieures).

$$\checkmark \quad 285.05 > 257.125 \text{ KN.m ok}$$

4) Contrôle des fissures :

Il n'y a pas d'espacement (s), entre les armatures car on a seulement un rang d'armatures.

A) Calcul d'armatures de peau :

On a : $h = 600 \text{ mm} < 900 \text{ mm} \Rightarrow$ l'armature de peau n'est pas nécessaire.

5) Contrôle de la flèche :**A) Vérification de $h_{\min}$:**

$$h_{\min} = \frac{l}{16} = \frac{550}{16} = 34.4 \text{ cm} < h = 60 \text{ cm ok}$$

B) Calcul de l'inertie du béton seul :

$$I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{300 \times 600^3}{12} = 5.4 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

C) Vérification de moment de fissuration de la section fissurée :

$$f_r = 0.65 \lambda \sqrt{f'_c} = 0.65 \times 1 \times 5 = 3.25 \text{ MPa}$$

$$c_t = \frac{600}{2} = 300 \text{ mm}$$

$\lambda=1$ (pour béton à densité normale)

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3.25 \times 5.4 \times 10^{-3}}{0.3} = 0.0585 \text{ MN.m} = 58.5 \text{ KN.m}$$

D) Calcul de l'inertie de fissure :

$$I_{cr} = \frac{1}{3} b \cdot C_{cr}^3 + n A_s (d - C_{cr})^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{23650} = 8.456$$

$$E_s = 4730 \sqrt{f'_c} = 4730 \times 5 = 23650 \text{ MPa}$$

$$B = \frac{b}{n \cdot A_s} = \frac{300}{8.456 \times 1529} = 0.0232 \text{ mm}^{-1}$$

$$C_{cr} = \frac{\sqrt{2dB + 1} - 1}{B} = \frac{\sqrt{2 \times 550 \times 0.0232 + 1} - 1}{0.0232} = 178.87 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \times 300 \times 178.87^3 + 8.456 \times 1529 (550 - 178.87)^2 = 2.35 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

E) Calcul des flèches :

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{ad}} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{ad}} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$$

$$M_{ad} = \frac{W_D \cdot L^2}{8} = \frac{30 \times 5.5^2}{8} = 113.44 \text{ KN.m}$$

$$I_{eD} = \left(\frac{58.5}{113.44} \right)^3 \times 5.4 \times 10^{-3} + \left[1 - \left(\frac{58.5}{113.44} \right)^3 \right] \times 2.35 \cdot 10^{-3} \leq 5.4 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$2.77.10^{-3}m^4 < 5.4.10^{-3}m^4$$

$$\Delta = \frac{5Wl^4}{384E_cI_{eD}} = \frac{5 \times 30 \times 5.5^4}{384 \times 23650 \times 2.77.10^{-3}} = 5.46 \text{ mm} < \frac{L}{360} = \frac{5500}{360} = 15.28 \text{ mm}$$

$$I_{e(D+L)} = \left(\frac{58.5}{189.06}\right)^3 \times 5.4 \times 10^{-3} + \left[1 - \left(\frac{58.5}{189.06}\right)^3\right] \times 2.35 \times 10^{-3} = 2.44 \times 10^{-3}m^4$$

$$\Delta_{e,D+L} = \frac{5W_{D+L}l^4}{384E_cI_{e(D+L)}} = \frac{5 \times 50 \times 5.5^4}{384 \times 23650 \times 2.44 \times 10^{-3}} = 10.32 \text{ mm} < \frac{L}{360} = \frac{5500}{360} = 15.28 \text{ mm}$$

- La condition de la flèche est vérifiée.

VI.5. Le calcul selon le code BS :

Données :

Béton : Classe 20/25 $f_{cu} = 25 \text{ MPa}$, $E_{ci} = 25000 \text{ MPa}$

Acier : $f_y = 500 \text{ MPa}$, $E_s = 200000 \text{ MPa}$, $c=5 \text{ cm}$

1) Combinaisons d'actions :

$$\text{E.L.U: } W_u = 1.4 g_k + 1.6 q_k = 1.4 \times 30 + 1.6 \times 20 = 74 \text{ KN/ml}$$

$$\text{E.L.S: } W_{ser} = g_k + q_k = 30 + 20 = 50 \text{ KN/ml}$$

2) Sollicitations :

$$\text{E.L.U: } M = \frac{W_u.l^2}{8} = \frac{74 \times 5.5^2}{8} = 279.81 \text{ KN.m}$$

$$\text{E.L.S: } M = \frac{W_{ser}.l^2}{8} = \frac{50 \times 5.5^2}{8} = 189.06 \text{ KN.m}$$

3) Calcul de la valeur de d :

On Suppose que le diamètre des barres de traction (ϕ) = 20 mm :

Donc :

$$d = h - c - \frac{\phi}{2} = 600 - 50 - \frac{20}{2} = 540 \text{ mm}$$

4) Calcul moment de résistance ultime :

$$M_u = 0.156f_{cu}bd^2 = 0.156 \times 25 \times 300 \times 540^2 = 341.17 \times 10^6 \text{ N.mm} = 341.17 \text{ KN.m}$$

On compare M_u et M :

$$M_u > M = 279.81 \text{ KN.m} : A'_s = 0$$

5) Calcul l'armature de traction A_s : (Annexe XXVI)

$$k = \frac{M}{f_{cu} b d^2} = \frac{279.81 \times 10^6}{25 \times 300 \times 540^2} = 0.1279$$

$$z = d \left[0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{k}{0.9} \right)} \right] = 540 \left[0.5 + \sqrt{\left(0.25 - \frac{0.1279}{0.9} \right)} \right] = 447.37 \text{ mm} = 44.737 \text{ cm}$$

447.37 mm < 0.95d = 513 mm ok, donc l'aire de béton est raisonnable en compression

$$A_s = \frac{M}{0.87 f_y z} = \frac{279.81 \times 10^6}{0.87 \times 500 \times 447.37} = 1437 \text{ mm}^2 = 14.37 \text{ cm}^2$$

6) Calcul l'armature de traction minimale $A_{s,min}$:

$$A_{s,min} = 0.13\% A_c = 0.13\% b \cdot h = 0.0013 \times 300 \times 600 = 234 \text{ mm}^2 = 2.34 \text{ cm}^2$$

$A_s > A_{s,min}$ ok

$$A_s = \max(A_s; A_{s,min}) = \max(14.37 \text{ mm}^2; 2.34 \text{ mm}^2) = 14.37 \text{ cm}^2$$

À partir du tableau de l'annexe XXVII on adopte 5H20 = 1570 mm² = 15.70 cm²

7) Contrôle des fissures :

$$W_{cr} = \frac{3 a_{cr} \varepsilon_m}{1 + 2 \left(\frac{a_{cr} - c_{min}}{h - x} \right)} \leq 0.3 \text{ mm}$$

a- Contraintes à court terme dues à la charge de service.

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ci}} = \frac{200}{25} = 8$$

$$\alpha_e \frac{A_s}{b d} = 8 \times \frac{1437}{300 \times 540} = 0.07$$

D'après les Annexes XXVIII et XXIX :

$$\frac{x}{d} = 0.33 \text{ et } \frac{I_c}{b d^3} = 0.044$$

Donc :

$$x = d \times 0.33 = 540 \times 0.33 = 178.2 \text{ mm}$$

$$I_c = 0.044 \times b \times d^3 = 0.044 \times 300 \times 540^3 = 2078.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

La déformation dans l'acier de traction est :

$$\varepsilon_s = \frac{\alpha_e \cdot M}{E_s \cdot I_c} (d - x) = \frac{8 \times 189.06 \times 10^6}{200000 \times 2078.5 \times 10^6} (540 - 178.2) = 1.32 \times 10^{-3}$$

La déformation du béton au niveau de la face de traction est :

$$\varepsilon_1 = \frac{h - x}{d - x} \varepsilon_s = \frac{600 - 178.2}{540 - 178.2} \times 0.00132 = 0.00154$$

b- Contraintes à long terme dues à la charge de service : $E_c = \frac{E_{ci}}{2} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ KN/mm}^2$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{12.5} = 16$$

$$\alpha_e \frac{A_s}{bd} = 16 \times \frac{1437}{300 \times 540} = 0.142$$

D'après les annexes XXIII et XXIV :

$$\frac{x}{d} = 0.42 \text{ et } \frac{I_c}{bd^3} = 0.07$$

Donc :

$$x = d \times 0.42 = 540 \times 0.42 = 226.8 \text{ mm}$$

$$I_c = 0.07 \times b \times d^3 = 0.07 \times 300 \times 540^3 = 3306.7 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

La déformation dans l'acier de traction est :

$$\varepsilon_s = \frac{\alpha_e \cdot M}{E_s \cdot I_c} (d - x) = \frac{16 \times 189.06 \times 10^6}{200000 \times 3306.7 \times 10^6} (540 - 226.8) = 1.43 \times 10^{-3}$$

La déformation du béton au niveau de la face de traction est :

$$\varepsilon_1 = \frac{h - x}{d - x} \varepsilon_s = \frac{600 - 226.8}{540 - 226.8} \times 0.00143 = 0.0017$$

c- Calcul de la largeur de fissure :

1- Vérification des distances libres entre les barres tendues :

D'après le tableau IV.12, pour un pourcentage de redistribution nulle, la distance nette (libre) entre les barres est 155 mm

$$2a_b + (2 \times 50) + (3 \times 20) = 300 \text{ mm}$$

$$a_b = 7$$

$$0 \text{ mm} < 155 \text{ mm}$$

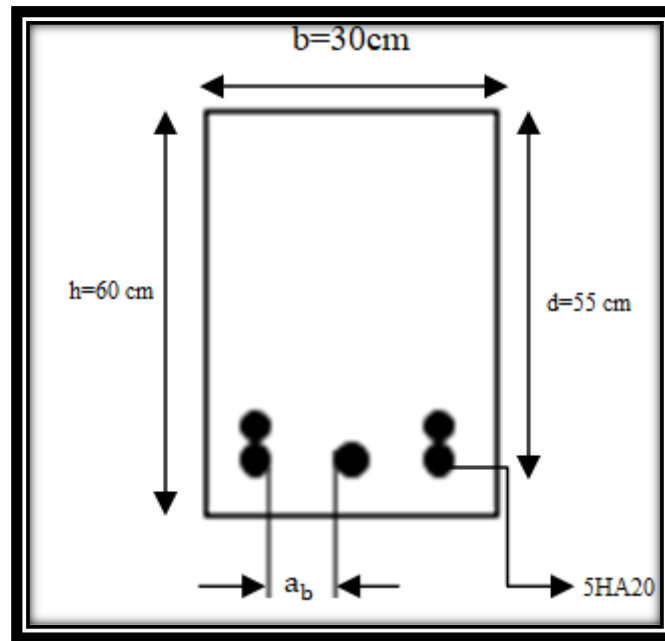


Figure VI. 3 Le schéma de la section ferrillée

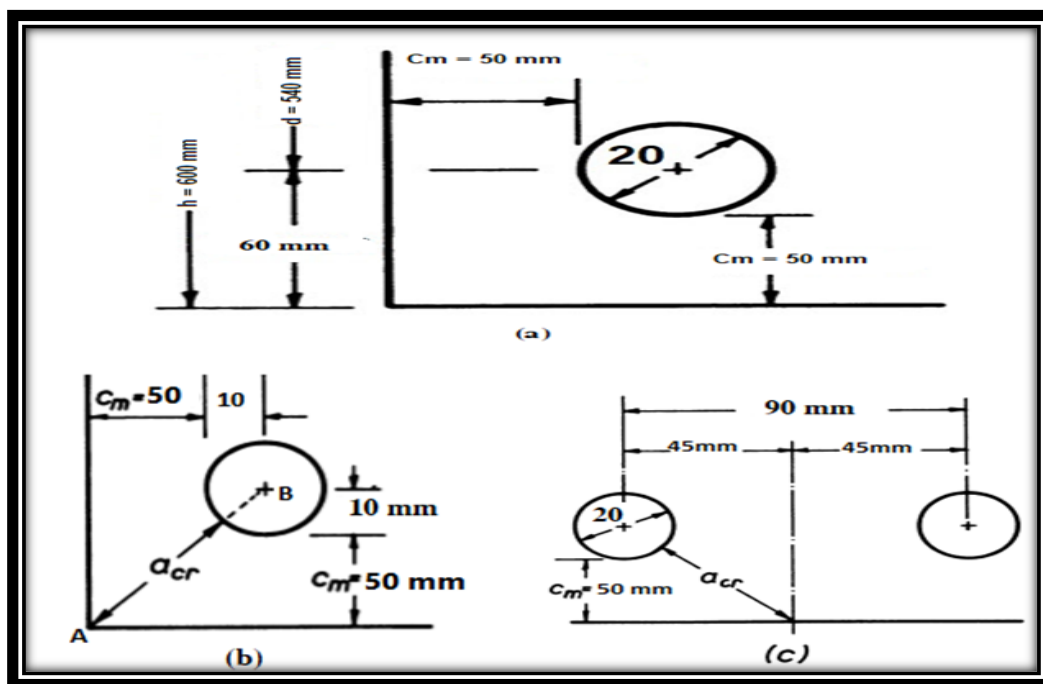


Figure VI.4 L'emplacement des barres avec les différentes distances et enrobages.

2- Largeur de fissure située directement sous une barre de traction : $a' = h = 600\text{mm}$; $a_{cr} = c_{min} = 50\text{ mm}$

$$\varepsilon_m = \varepsilon_1 - \frac{b_t(h-x)(a'-x)}{3E_sA_s(d-x)} = 0.0017 - \frac{300 \times (600 - 226.8)(600 - 226.8)}{3 \times 200000 \times 1437 \times (540 - 226.8)} = 0.00154$$

$$W_{cr} = \frac{3a_{cr}\varepsilon_m}{1 + 2\left(\frac{a_{cr} - c_{min}}{h-x}\right)} = \frac{3 \times 50 \times 0.00154}{1 + 2\left(\frac{50 - 50}{600 - 226.8}\right)} = 0.23 < 0.3 \text{ mm ok}$$

3- Largeur de fissure située au coin inférieur :

$$AB = (a_{cr} + 10) = \sqrt{(60^2 + 60^2)}$$

Donc : $a_{cr} = 74 \text{ mm}$

$$W_{cr} = \frac{3a_{cr}\varepsilon_m}{1 + 2\left(\frac{a_{cr} - c_{min}}{h - x}\right)} = \frac{3 \times 74 \times 0.00154}{1 + 2\left(\frac{74 - 50}{600 - 226.8}\right)} = 0.3 = 0.3 \text{ mm ok}$$

4- Largeur de fissure située à mi-chemin entre deux barres de la tendue :

$$a_{cr} = \left(\sqrt{45^2 + 60^2}\right) - 10 = 65 \text{ mm}$$

$$W_{cr} = \frac{3a_{cr}\varepsilon_m}{1 + 2\left(\frac{a_{cr} - c_{min}}{h - x}\right)} = \frac{3 \times 65 \times 0.00154}{1 + 2\left(\frac{65 - 50}{600 - 226.8}\right)} = 0.28 < 0.3 \text{ mm ok}$$

Donc le calcul de fissure est vérifié.

10) Calcul des flèches :**A) Première méthode :**

Les charges totales : $30+20=50 \text{ kN/ml}$

Les charges permanentes : $30+0.25 \times 20=35 \text{ KN/m}$ (Le code BS 8110 : Part 2, clause 3.3 recommande de prendre la charge permanente totale comme la charge permanente plus 25% de la charge d'exploitation)

$$M_T = \frac{50 \times 5.5^2}{8} = 189.06 \text{ KN.m}$$

$$M_p = \frac{35 \times 5.5^2}{8} = 132.34 \text{ KN.m}$$

Coefficient de fluage :

Aire de la section de béton : $A_c = (300 \times 600) = 180000 \text{ mm}^2$

Périmètre de la section : $p = 2(300 + 600) = 1800 \text{ mm}$

Épaisseur effective de la section : $e_f = \frac{2A_c}{p} = \frac{360000}{1800} = 200 \text{ mm}$

L'humidité relative pour une exposition intérieure est de 45%. Si l'âge de chargement est de 14 jours, par exemple, lorsque la forme du soffite et les accessoires sont retirés, le coefficient de fluage ϕ évalué de la figure II.11 est 2.5

Courbure à long terme $\frac{1}{r_{lp}}$ due à M_p :

$$E_c(\text{long term}) = \frac{E_{ci}}{1 + \phi} = \frac{25}{1 + 2.5} = 7.14 \text{ KN/mm}^2$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{7.14} = 28.01$$

$$\alpha_e \frac{A_s}{bd} = 28.01 \times \frac{1570}{300 \times 540} = 0.27$$

D'après les Annexes XXVIII et XXIX :

$$\frac{x}{d} = 0.51 \text{ et } \frac{I_c}{bd^3} = 0.11$$

Donc :

$$x = d \times 0.51 = 540 \times 0.51 = 275.4 \text{ mm}$$

$$I_c = 0.11 \times b \times d^3 = 0.11 \times 300 \times 540^3 = 5196.312 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\begin{aligned} M_p(\text{net}) &= M - \frac{1}{3} \frac{b(h-x)^3}{(d-x)} f_{ct} = 132.34 \cdot 10^6 - \frac{1}{3} \frac{300(600-275.4)^3}{(540-275.4)} \times 0.55 \\ &= 125.23 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

Où la contrainte de traction dans le béton à long terme $f_{ct} = 0.55 \text{ N/mm}^2$.

La courbure à long terme est :

$$\frac{1}{r_{lp}} = \frac{M_p(\text{net})}{E_c I_c} = \frac{125.23 \times 10^6}{7.14 \cdot 10^3 \times 5196.312 \times 10^6} = 3.375 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

a- Les courbures instantanées $\frac{1}{r_{it}}$ et $\frac{1}{r_{ip}}$:

$$E_c(\text{court term}) = 25 \text{ KN/mm}^2$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{25} = 8$$

$$\alpha_e \frac{A_s}{bd} = 8 \times \frac{1570}{300 \times 540} = 0.077$$

D'après les Annexes XXVIII et XXIV :

$$\frac{x}{d} = 0.33 \text{ et } \frac{I_c}{bd^3} = 0.050$$

Donc :

$$x = d \times 0.33 = 540 \times 0.33 = 178.2 \text{ mm}$$

$$I_c = 0.05 \times b \times d^3 = 0.05 \times 300 \times 540^3 = 2361.96 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M_T(\text{net}) = M - \frac{1}{3} \frac{b(h-x)^3}{(d-x)} f_{ct} = 189.06.10^6 - \frac{1}{3} \frac{300(600-178.2)^3}{(540-178.2)} \times 1$$

$$= 168.317 \times 10^6 \text{ N. mm}$$

$$M_p(\text{net}) = M - \frac{1}{3} \frac{b(h-x)^3}{(d-x)} f_{ct} = 132.34.10^6 - \frac{1}{3} \frac{300(600-178.2)^3}{(540-178.2)} \times 1$$

$$= 111.597 \times 10^6 \text{ N. mm}$$

Où la contrainte de traction dans le béton à court terme $f_{ct} = 1 \text{ N/mm}^2$

Les courbures instantanées $\frac{1}{r_{it}}$ et $\frac{1}{r_{ip}}$ dues respectivement à la charge totale et permanente, sont :

$$\frac{1}{r_{it}} = \frac{M_p(\text{net})}{E_c I_c} = \frac{168.317 \times 10^6}{25.10^3 \times 2361.96 \times 10^6} = 2.85 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\frac{1}{r_{ip}} = \frac{M_p(\text{net})}{E_c I_c} = \frac{111.597 \times 10^6}{25.10^3 \times 2361.96 \times 10^6} = 1.89 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

b- Différence de courbures instantanées :

$$\frac{1}{r_{it}} - \frac{1}{r_{ip}} = (2.85 - 1.89). 10^{-6} = 0.96 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{r_{lp}} + \left(\frac{1}{r_{it}} - \frac{1}{r_{ip}} \right) = (3.375 + 0.96). 10^{-6} = 4.335 \times 10^{-6}$$

c- Courbure due au retrait

La valeur du retrait au séchage pour le béton brut est évaluée de la Figure II.14, pour une épaisseur effective de 171.4 mm et une humidité relative de 45%. La valeur de rétrécissement de 30 ans est $\varepsilon_{cs} = 0.0003$

$$S_s = A_s(d-x) = 1570(540-178.2) = 568026 \text{ mm}^3$$

$$\frac{1}{r_{cs}} = \frac{\varepsilon_{cs} \alpha_e S_s}{I} = \frac{0.0003 \times 28.0 \times 568026}{2361.96 \times 10^6} = 2.02 \times 10^{-6}$$

d- Courbure finale :

La courbure finale $\frac{1}{r_b}$ est la courbure instantanée sous la charge totale moins la courbure instantanée sous la charge permanente plus la courbure à long terme sous la charge permanente plus la courbure de retrait :

$$\frac{1}{r_b} = (4.335 + 2.02). 10^{-6} = 6.355 \times 10^{-6}$$

e- La flèche :

Pour une poutre simplement supportée portant une charge uniforme, $K = 5/48$.

$$a = kl^2 \frac{1}{r_b} = \frac{5 \times 5500^2 \times 6.355}{48 \times 10^6} = 20.02 \text{ mm}$$

$$\bar{a} = \frac{5500}{250} = 22 \text{ mm} > 20.02 \text{ mm ok}$$

Donc la flèche est vérifiée.

B) Deuxième méthode :

$$\frac{\text{portée réel}}{\text{profondeur effective}} = \frac{5500}{540} = \frac{5500}{540} = 10.19$$

$$\frac{M}{bd^2} = \frac{279.81 \times 10^6}{300 \times 540^2} = 3.2$$

$$f_s = \frac{2f_y A_{s,\text{requis}}}{3A_{s,\text{fournis}}} \frac{1}{\beta_b} = \frac{2 \times 500 \times 1437}{3 \times 1570} \times \frac{1}{1} \approx 305.09 \text{ N/mm}^2$$

Où :

β_b : est 1 pour une poutre simplement appuyée.

A partir l'Annexe XVI le facteur de modification est 0.93.

Pour une poutre simplement appuyée, le rapport porté admissible/ profondeur =20

On multiplie cette valeur par le facteur de modification, donc on aura :

$$\frac{\text{portée admissible}}{\text{profondeur}} = 20 \times 0.93 = 18.6 > 10.19 \text{ ok}$$

Donc la flèche est vérifiée.

Tableau VI.1 Comparaison des résultats d'exemple

		Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE	Selon le code CBA	Selon le code CSA	Selon le code BS
La section (cm ²)		30×60	30×60	30×60	30×60	30×60
Hauteur utile de la section (d)		55 cm	54 cm	54 cm	52.61 cm	54 cm
La résistance du béton à la compression (MPa)		$f'_c = 25$	$f_{ck} = 25$	$f_{c28} = 25$	$f'_c = 25$	$f_{cu} = 25$
Limite élastique(MPa)		$f_e = 414$	$f_{yk} = 400$	$f_y = 400$	$f_y = 400$	$f_y = 500$
Combinaisons d'actions (KN/ml)	ELU	1.2 D + 1.6 L=68	1.35 G + 1.5 Q=70.5	1.35 G + 1.5Q =70.5	1.25 D + 1.5L=67.5	1.4 g_k + 1.6 q_k =74
	ELS	D + L=50	G + Q=50	G + Q=50	D + L=50	g_k + q_k =50
Sollicitations (KN.m)	ELU	$M_R = 257.12$	$M_u = 266.58$	$M_u = 266.58$	$M_f = 255.23$	$M = 279.81$
	ELS	$M_a = 189.06$	$M_{ser} = 189.06$	$M_{ser} = 189.06$	$M_a = 189.06$	$M = 189.06$
Section des armatures longitudinale (A_s)	ELU	15.18 cm ²	15.53 cm ²	16.17 cm ²	16.09 cm ²	14.37 cm ²
	ELS	-	12.53 cm ²	20.48 cm ²	-	-
Section des armatures Minimales ($A_{s,min}$)		4.98 cm ²	2.74 cm ²	1.96 cm ²	4.5 cm ²	2.34cm ²
La flèche (f: Δ)		$\Delta = 1.03$ cm	$f = 0.55$ cm	$f = 0.447$ cm	$\Delta = 0.96$ cm	$a = 2.002$ cm
La flèche admissible ($\bar{f}$; $\bar{\Delta}$; $\bar{a}$)		$\bar{\Delta} = 1.528$ cm	$\bar{f} = 1.1$ cm	$\bar{f} = 1.05$ cm	$\bar{\Delta} = 1.528$ cm	$\bar{a} = 2.2$ cm

Comparaison et interprétation :

D'après le tableau VI.1 on remarque que :

- 1) Les valeurs de la hauteur utile (d) de la section selon les quatre codes ACI, EUROCODE, CBA et BS sont très similaires et légèrement supérieures à celle du code CSA, cette légère différence revient à la méthode d'évaluation de la hauteur utile " d " utilisée par chaque code.
- 2) Les valeurs de la résistance du béton à la compression sont semblables pour les cinq codes. Cependant, les valeurs de la limite d'élasticité de l'acier sont identiques pour les codes EUROCODE, CBA et CSA et sont légèrement inférieures à celle du code ACI, par contre le code BS suggère une valeur plus grande car le BS adopte uniquement deux classes d'acier dont la plus grande est utilisée pour le ferrailage longitudinale et l'autre pour le ferrailage transversal.
- 3) Les valeurs des charges combinées à l'ELU selon l'EUROCODE, CBA et BS sont relativement supérieures à celles des codes ACI et CSA. Cette supériorité est due aux valeurs de coefficient de pondération des charges permanentes adoptées par les trois codes EUROCODE, CBA ($\gamma_G=1.35$) et BS ($\gamma_{FG} = 1.4$) qui sont supérieures à celles des codes ACI ($\alpha_D = 1.2$) et CSA ($\alpha_D = 1.25$). Le code BS donne la valeur la plus grande des charges combinées à l'ELU à cause des coefficients de pondération relativement élevés des charges permanentes ($\gamma_{FG} = 1.4$) et des charges d'exploitation ($\gamma_{FQ} = 1.6$) adoptés par ce code. Cependant, les valeurs des charges combinées à l'ELS sont similaires pour les cinq codes.

Cependant, les valeurs des charges combinées à l'ELS sont similaires pour les cinq codes.

- 4) Les valeurs du moment fléchissant à l'ELU selon l'EUROCODE, CBA et BS sont supérieures à celles des codes ACI et CSA, cette différence revient aux valeurs de combinaison d'actions des trois codes qui sont supérieures à celles des codes ACI et CSA (comme indiqué dans le paragraphe précédent).
- 5) La valeur de la section d'armatures longitudinales (A_s) selon le code CBA est supérieure à celles des codes CSA, ACI, BS et EUROCODE, à cause de la valeur élevée de la section d'armature A_{ser} du code CBA obtenue à l'ELS. Cette supériorité est due principalement à la faible contrainte limite d'acier en fissuration préjudiciable adoptée par le code CBA afin de limiter la fissuration du béton à l'ELS. Par contre, les autres codes (ACI, CSA, BS et EUROCODE), au lieu de limiter la contrainte dans l'acier à l'ELS, ils limitent directement la largeur des fissures. En outre, les valeurs de la section d'armatures obtenues à l'ELU selon les cinq codes sont relativement semblables car ces codes ne limitent pas la contrainte dans l'acier à l'ELU. Une légère différence est remarquable entre la valeur du code BS et celles des autres codes, ceci revient à la valeur de la limite d'élasticité d'acier relativement élevée adoptée au code BS.

- 6) Les valeurs de la section d'armatures minimales ($A_{s,min}$) selon les codes ACI, CSA, EUROCODE et BS sont relativement supérieures à celle du codes CBA. Cette augmentation s'explique par le fait que les codes ACI, CSA, EUROCODE et BS surestiment la section d'armature minimale afin de limiter les ouvertures de fissures dans le béton car ces codes ne limitent pas la contrainte dans l'acier à l'ELS contrairement au code CBA.
- 7) Les valeurs de flèches selon les deux codes EUROCODE et CBA sont relativement similaires et sont inférieures à celles des autres codes. Ces faibles valeurs de flèches prédites par les codes EUROCODE et CBA sont dues aux modules de déformation de béton adoptés par ces deux codes qui sont plus grands que ceux des autres codes. De même les valeurs de flèches selon les codes ACI et CSA sont presque semblables car ces deux codes adoptent des modules d'élasticité relativement similaires. Le code BS présente une valeur de flèche supérieure à celles des autres codes car l'évaluation de la flèche selon ce code est basée sur la méthode de courbure tenant en compte des phénomènes de fluage et de retrait.
- 8) La valeur de la flèche limite selon le code BS est supérieure à celles des codes ACI, CSA, EUROCODE et CBA car le code BS recommande pour les éléments structuraux une flèche limite de $\frac{L}{250} = 2,2$ cm sans aucune indication s'ils portent des matériaux fragiles ou non. Alors que pour les éléments non-structuraux supportant des matériaux fragiles, le BS limite la flèche au $\min\left(\frac{L}{500} ; 20 \text{ mm}\right) = 1,1$ cm qui est très similaire à celle des codes CBA et EUROCODE. Cependant, si ces éléments non-structuraux supportant des matériaux non-fragiles, le BS limite la flèche au $\min\left(\frac{L}{350} ; 20 \text{ mm}\right) = 1,57$ cm qui est presque semblable à celle des codes ACI et CSA.



**Conclusion générale et
recommandations**

Conclusion générale et recommandations :

Tout au long de la préparation de ce projet de fin d'étude, on a essayé d'analyser la résistance en flexion des poutres en béton armé tout en comparant les prescriptions réglementaires des cinq codes : Américain ACI, Européen EUROCODE, Canadien CSA, Britannique BS et Algérien CBA. Éventuellement, de mettre en relief les points concordants et les différences marquantes entre ces cinq codes.

L'étude comparative réglementaire permet de dresser les conclusions suivantes :

- Les formules de calcul pour les cinq codes "CBA, ACI, CSA, EUROCODE et BS" sont, d'une manière générale, basées sur le même fondement théorique.
- Ces formules sont principalement basées sur les caractéristiques mécaniques des deux matériaux acier-béton.

Matériau :

- Le coefficient d'expansion thermique de béton est de $10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ selon les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS. Cependant, le code ACI ne donne aucune valeur.
- La résistance caractéristique à la compression et à la traction de béton à j jours selon les cinq codes sont évaluées par des expressions empiriques.
- Les diagrammes de contraintes-déformations réels de béton selon les trois codes ACI, EUROCODE, et CSA exhibent la même forme d'allure, par contre les deux codes CBA et BS n'indiquent aucun diagramme réel. De même, les diagrammes de contraintes-déformations d'acier selon les quatre codes CBA, ACI, CSA et le BS sont quasiment similaires tout en soulignant que l'ACI n'utilise aucun coefficient de sécurité pour réduire la résistance de l'acier contrairement aux autres codes qui recommandent un coefficient dans la gamme de (0,85-0,87). Bien que l'EUROCODE suggère deux diagrammes presque de même allure l'un pour les profilés à chaud et l'autre pour les profilés à froid.
- Les valeurs du module d'élasticité de béton selon les codes CBA, EUROCODE et BS sont supérieures à celle des codes ACI et CSA qui dépend de la densité de béton. En outre, les valeurs du module d'élasticité du béton selon les deux codes ACI et CSA sont relativement proches de même pour les codes CBA et EUROCODE. Bien que, les valeurs du module d'élasticité de l'acier selon les cinq codes sont identiques et égales à 200 GPa.
- Les coefficients de Poisson de béton sont similaires ($\nu = 0,2$) pour les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS, par contre l'ACI n'indique aucune valeur.

Contraintes admissibles :

- La limitation des contraintes dans le béton selon le code ACI se fait sans spécification de la nature de l'état limite, par contre l'EUROCODE et CBA vérifient les contraintes de compressions dans les deux états limites ultime et service. Le code CSA limite les contraintes de compression et de traction dans

le béton aux deux états limites (ELU et ELS). Les expressions déterminant les contraintes admissibles de compression à l'ELU et l'ELS selon les trois codes CSA, CBA et EUROCODE sont relativement semblables particulièrement à l'ELS. Par contre, le code BS suggère une formule à l'ELU donnant une valeur relativement petite ($\frac{0.67f_{cu}}{1.5} = 0.45f_{cu}$) par rapport aux autres codes car le BS utilise dans son approche la résistance à la compression déterminée sur cubes alors que les autres codes utilisent celle mesurée sur cylindres. Bien que, le code ACI propose une expression donnant une contrainte limite ($0.85 f'_c$) plus grande par rapport aux autres codes car la philosophie de l'ACI ne pénalise pas les efforts résistants dans le béton et l'acier séparément mais pénalise l'effort total résistant par un coefficient de réduction ϕ . En outre, les vérifications à l'ELS d'une manière générale selon les codes BS, ACI et CSA se portent uniquement sur la limitation des flèches et des ouvertures de fissures.

- Pour limiter la fissuration nuisible dans le béton à l'état limite de service (ELS), le CBA exige de limiter les contraintes dans l'acier en réduisant sa valeur limite. Néanmoins, l'ACI, l'EUROCODE, CSA et BS ne donnent aucune condition directe sur la contrainte dans l'acier mais il contrôle la fissuration nuisible de béton par limitation de la largeur de fissures en prévoyant en général un pourcentage d'armature minimal dans la section de béton.

Combinaisons d'actions :

- Les combinaisons d'actions selon les cinq codes sont basées sur le même fondement théorique, Ces combinaisons sont en fonction de la charge permanente, d'exploitation, accidentelle (sismique), température, neige, vent, et d'autres charges, et aussi en fonction de l'importance d'usage d'ouvrage sauf que l'ACI et le BS prennent en compte des actions en plus comme la poussée des terres et la pression d'un liquide. Bien que, les valeurs de coefficient de pondération des charges permanentes adoptées par les trois codes EUROCODE, CBA ($\gamma_G=1.35$) et BS ($\gamma_{FG} = 1.4$) sont supérieures à celles des codes ACI ($\alpha_D=1.2$) et CSA ($\alpha_D=1.25$). Le code BS suggère des valeurs de coefficients de pondération relativement élevées pour les charges permanentes ($\gamma_{FG} = 1.4$) et les charges d'exploitation ($\gamma_{FQ} = 1.6$). Cependant, les combinaisons d'actions à l'ELS selon les cinq codes sont similaires.

Résistance des sections à la flexion :

-Les hypothèses de calcul des sections à la flexion sont presque similaires selon les cinq codes.

- La déformation maximale en compression du béton selon les quatre codes CBA, EUROCODE, CSA et BS est limitée à $\varepsilon_{cu}=0,0035$. Cependant, le code ACI exige une valeur $\varepsilon_{cu} = 0,003$.

-Les deux codes CBA et EUROCODE adoptent à l'ELU un diagramme de contrainte de compression du béton de forme rectangulaire simplifié de profondeur $0,8x$ et de contrainte $\frac{0.85.f_{c28}}{\gamma_b}$ et $\frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ (pour $f_{ck} \leq 50$ MPa), respectivement. Le code BS suggère un diagramme rectangulaire de profondeur $0,9x$ et de contrainte $\frac{0.67.f_{cu}}{\gamma_m}$. Alors que les codes ACI et CSA recommandent un diagramme rectangulaire de

profondeur variable de $(0,65-0,85) \times$ et $(0,67-0,92) \times$ du béton et de contrainte $0,85f'_c$ et $(0,67-0,82)\phi_c f'_c$, respectivement, dépendant de la résistance à la compression.

- La section d'armature minimale selon le code CBA est généralement inférieure à celles des quatre codes ACI, CSA, BS et EUROCODE. Ces quatre derniers surestiment la section d'armature minimale afin de limiter les ouvertures de fissure nuisible dans le béton car ils ne limitent pas les contraintes dans l'acier contrairement au CBA.

- La section d'armatures longitudinales selon le code CBA est supérieure à celles des codes CSA, ACI, BS et EUROCODE. Ceci est dû principalement à la faible contrainte limite d'acier en fissuration préjudiciable adoptée par le code CBA afin de limiter la fissuration du béton à l'ELS. Cependant, au lieu de limiter la contrainte dans l'acier à l'ELS, les codes ACI, CSA, BS et EUROCODE limitent directement la largeur des fissures. De plus, les sections d'armatures requises à l'ELU selon les cinq codes sont relativement semblables car ces codes ne limitent pas la contrainte dans l'acier à l'ELU.

- Le calcul des armatures de flexion selon les trois codes ACI, CSA et BS se fait juste à l'ELU tout en contrôlant la fissuration de béton et de la flèche à l'ELS. Cependant, les deux codes CBA et EUROCODE recommandent de calculer les armatures de flexion aux deux états limites ultimes et services.

- Les formules de la flèche instantanée adoptées par les quatre codes CBA, ACI, CSA et EUROCODE sont relativement similaires et principalement fondées sur les lois d'élasticité linéaire tout en utilisant le moment d'inertie effectif de la section afin de tenir compte des effets de la fissuration et des armatures sur la rigidité de l'élément. De plus, les codes BS et EUROCODE recommandent pour les sections fissurées des approches de calcul de flèche basées sur la méthode de calcul de courbures. Il est à souligner que les valeurs élevées du module d'élasticité du béton adoptées par les codes CBA et EUROCODE peuvent réduire énormément la valeur de la flèche comparée à celles des autres codes. Aussi, afin d'être dispensé du calcul direct de la flèche, les codes ACI, CSA, BS et EUROCODE exigent de limiter le rapport de la portée/hauteur (utile) de l'élément.

-Recommandations et propositions :

Les résultats de l'étude comparative de la flexion selon les cinq codes BS, CSA, ACI, EUROCODE et CBA permettent de suggérer les recommandations suivantes comme contribution pour la révision du code Algérien de béton armé (CBA) :

- Pour une meilleure conception et calcul des ouvrage en génie civil d'une manière sécuritaires et économiques, il vaut mieux avoir un code qui s'adapte à notre pays (Algérie) tenant compte de la variation des conditions climatiques et des types des sols qui diffèrent d'une région à l'autre, en s'inspirant des codes BS et ACI qui tiennent compte en plus des charges habituelles, la charge de poussée des terres et celle de pression du liquide dépendant de la région.

- Établir une formulation pour le calcul de la résistance caractéristique à la traction du béton et aussi pour la formulation de module d'élasticité en s'inspirant de celles des codes CSA et ACI tenant en compte de la densité de béton.
 - Établir une formulation de calcul de la résistance à la compression en fonction du temps qui tient compte de différentes classes de ciment afin d'avoir des constructions plus sécuritaires et plus économiques en s'inspirant de celle de l'EUROCODE.
 - Établir une formulation pour le calcul des armatures en s'inspirant de celle du code ACI à cause de sa simplicité et afin d'avoir des ferraillages économiques et sécuritaires.
- Le code CBA considère le règlement BAEL comme référence pour tous ses articles à l'exception des valeurs de retrait dépendant du climat de l'Algérie. Bien que, la qualité de contrôle des ouvrages et de matériaux dans les chantiers Algériens sont loin de celles de la France ce qui exige d'établir des formules plus sécuritaires en s'inspirant des autres codes tel l'ACI pour les formules de justification de la résistance à la flexion.
- Établir une formule pour le calcul de la flèche en s'inspirant de celles des codes ACI EUROCODE, et CSA qui sont simples et tiennent en compte de la section d'armature et de fissuration de béton. Cependant, pour un calcul de flèche très précis pour des ouvrages de grande importance, la méthode de courbure suggérée par le code BS est requise.
 - Afin d'être dispensé du calcul direct de la flèche, on recommande de limiter le rapport de la portée/hauteur (utile) de l'élément en s'inspirant de ceux des quatre codes ACI, CSA, BS et EUROCODE.
 - En fin, après l'étude qu'on a menée, on peut dire qu'il n'est pas facile de privilégier un code par rapport à un autre, et cela dû à la différence de climat et de sol dans chaque pays. Par conséquent, les ingénieurs en Algérie doivent revoir le code de béton armé Algérien (CBA) et prendre en compte des facteurs de sécurité et des approches tirés à partir des essais expérimentaux et de calculs statistiques tenant en comptes des conditions climatiques, du sol, de la qualité du contrôle, et de la culture de constructions dans ce pays.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ✓ ACI 318-08 "Building code requirements for structural concrete".
- ✓ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2008) Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318M-08.
- ✓ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2008) Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318M-08.
- ✓ Anchor, RD et al, Handbook on BS 5337: 1976 (the structural use of concrete for retaining aqueous liquids), 1979 (Second Edition published 1983).
- ✓ ANUSHA GULLAPALLI" ACI 318 Code Provisions For Deflection Control Of TwoWay Concrete Slabs" Mémoire pour l'obtention du de Master, Faculté de Génie civil de l'Université The Pennsylvania State 2009.
- ✓ Association Canadienne de normalisation "Calcul des ouvrages en béton armé" CSA A23F-04, Spectrum Way, bureau 100, Mississauga (Ontario) Canada L4W 5N6.
- ✓ Association Canadienne de normalisation (CSA A23.3-04).
- ✓ Bachir, T. (n.d.), Béton armé., UNIVERSITE MOHAMED KHIDER Faculté des Sciences et de La Technologie, BISKRA, 2015/2016
- ✓ Bate, SCC et al. Handbook to the unified Code for structural concrete (CP110: 1972), 1972
- ✓ BRITISH STANDARD "Methods of testing cement" (04-1999), BS EN 196-1:1995.
- ✓ BRITISH STANDARD "Structural use of concrete" (06-1999), Part 2: Code of practice for special circumstances BS 8110-2:1997.
- ✓ BRITISH STANDARD "Structural use of concrete" (2007), BS 8110-1:1997.
- ✓ BRITISH STANDARD Loading for buildings Part 1. Code of practice for dead and imposed loads BS 6399: Part 1: 1996
- ✓ Bussell, MN. The development of reinforced concrete: design theory and practice, Proceedings of Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings, August/November 1996, pp.317-334.
- ✓ C.B.A 93" Règles de conception et de calcul des structures en béton armé".
- ✓ Cement association of Canada "Concrete design handbook" second edition.
- ✓ CHANAKYA ARYA "Design of Structural Elements (Third edition)"éditeur Spon press de London and New York, 1994, 2003, 2009.
- ✓ Code of Practice for Structural Use of Concrete, éditeur The Government of the Hong Kong Special Administrative Region, February 2013.
- ✓ Cours de Béton Armé IUP GCI3 option OS, 2004/05.
- ✓ D.E. ALLEN "Calcul au Etats limites" Archives des publications du CNRC, Digeste de la construction au Canada, janvier 1982
- ✓ Design of Reinforced Concrete ACI 318-08 Jack C. McCormac.

- ✓ Eurocode 2 : "calcul des structures en béton" (NF EN 1992-1-1).
- ✓ F.K.Kong, R.H.Evans "Reinforced and Prestressed Concrete", Springer Science+Business Media Dordrecht Originally published, 1987,1989,1990,1992,1993,1994.
- ✓ JEAN PERCHAT "Règlements étrangers de béton armé (Étude comparative des codes CEB- BSI- DIN- ACI) " Septembre 1982. SEI/ASCE 7-02"Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures".
- ✓ Jean-Pierre Mougin, Béton armé BAEL 91 et DTU associés ; guide de calcul, Eyrolles, Paris, 1995.
- ✓ Jose-Miguel Albaine, M.S., P.E, Design of Reinforced Concrete Beams per ACI 318-02, 2012.
- ✓ Kong, F., & Evans, R. Reinforced and Prestressed Concrete. Springer Science+Business Media Dordrecht, 1987.
- ✓ M. SETAREH et R. DARVAS "Concrete Structures" Springer International Publishing Switzerland 2017
- ✓ Omar Chaallal and Mohamed Lachemi "Reinforced Concrete Structures Design according to CSA A23.3-04" éditeur l'université du Québec, Canada, 2010.
- ✓ Patrick Paultre "Structure en béton armé Analyse et dimensionnement" éditeur Polytechnique, Canada, 2011.
- ✓ Prab Bhatt, T.J. MacGinley, Ban Seng Choo, Reinforced Concrete Design: Design Theory and Examples, Third Edition, Published by CRC Press, 2006.
- ✓ Prof. PhD. MEAS Sokhom P.E, BETON ARME Distribués aux étudiants Ingénieurs, INSTITUT DE TECHNOLOGIE DU CAMBODGE Département de Génie Civil, 2011-2012.
- ✓ RAM Concept H. (2018, Décembre 19). Retrieved from <https://docs.bentley.com/LiveContent/web/RAM%20Concept%20Help-v12/en/GUID-100C7BEC-1B14-45DF-98D6-F4F0B0D15812.html>.
- ✓ S, I, Design provisions of BS 5950 part-1, SAMSUNG ENGINEERING INDIA.
- ✓ S. MULTON "Béton armé Eurocode2" Centre de Génie Civil, INSA-Université Paul Sabatier- Toulouse- France 30 Novembre 2012.
- ✓ Scott, WL, Glanville, W and Thomas, FG. Explanatory handbook on the BS Code of Practice for reinforced concrete, 1950 (revised 1957)
- ✓ T.J. MacGinley and B.S. CHOO "Reinforced Concrete Design Theory and Examples" (Second edition) éditeur Spon press de London and New York, 1990.
- ✓ TAALLAH Bachir, UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA Faculté des Sciences et de La Technologie Département de Génie Civil et d'Hydraulique, cour béton armé, 2015/2016.
- ✓ Technical Note details the requirements of ACI318 -08 for design of concrete floor systems (TN331_ACI_floor_design_040509)
- ✓ Walley, F and Bate, SCC. A guide to the BS Code of Practice for prestressed concrete CP 115: 1959, 1961
- ✓ YANNICK SIEFFERT "Le Béton armé selon L'Eurocode2 (2e édition)" éditeur Dunod de Paris, 2010, 2013, 2014.

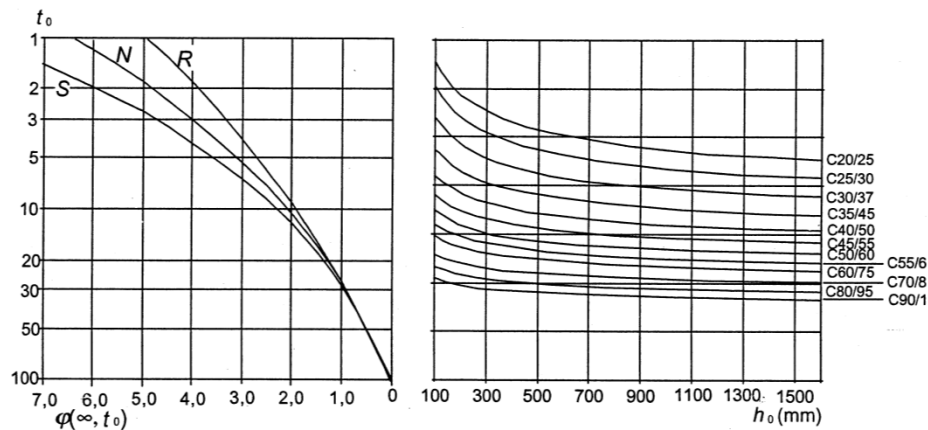
Annexe I

Caractéristiques de résistance et de déformation du béton

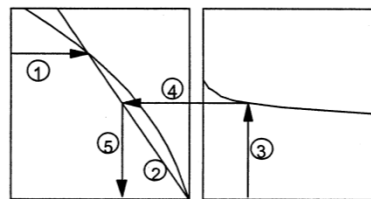
Classes de résistance du béton															Expression analytique Commentaires
f_{dk} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{dk,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{dk} + 8$ (MPa)
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10))$ > C50/60
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ fractile 5 %
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ fractile 95 %
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)^{0,3}]$ (f_{cm} en MPa)
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	$\varepsilon_{c1} (\text{‰}) = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1} (\text{‰}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c2} (\text{‰}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu2} (\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c3} (\text{‰}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu3} (\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

Annexe II

Méthode de détermination du coefficient de fluage $\phi(\infty, t_0)$ pour le béton dans des conditions d'environnement normales

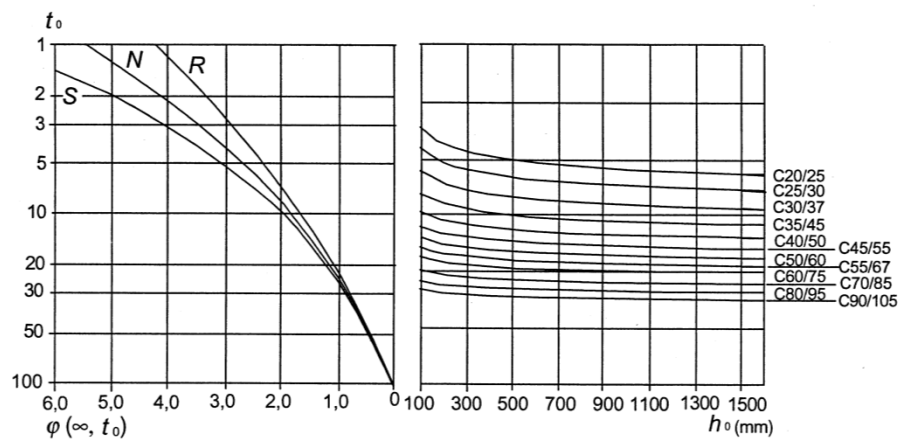


a) Environnement intérieur — RH = 50 %



NOTE

- le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1
- pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente)



b) Environnement extérieur — RH = 80 %

Note:

- h_0 = rayon moyen = $2A_c / u$, où A_c est l'aire de la section transversale du béton et u le périmètre de la partie exposée à la dessiccation (pour une dalle $h_0=h$).
- S désigne les ciments de Classe S (prise lente "slow").
- N désigne les ciments de Classe N.
- R désigne les ciments de Classe R (prise rapide).
- Le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1.
- Pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente).

Annexe III

**Valeurs nominales du retrait de dessiccation non gêné ϵ_{cd0} (en ‰) pour le béton
avec des ciments CEM de classe N**

$f_{ck} / f_{ck, cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0, 58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Annexe IV

Tableau des valeurs des coefficients Ψ^* pour les actions climatiques

Nature des charges		Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Vent		0,77	0,2	0
Neige pour une altitude	≤ 500 m	0,77	0,15	0
	> 500 m	0,77	0,30	0,77
Variations uniformes de la température		0,6	0,5	0

Annexe V

Les valeurs de $\rho_{\max}$ et ρ_{tc} on fonction de f_y et f_c'

f_y [MPa]	$f_c'=20.7$ MPa	$f_c'=28$ MPa	$f_c'=34.5$ MPa	ϕ
$\rho_{\max}$ ($\epsilon_t=0.004$)				
276	0.0232	0.0310	0.364	0.83
414	0.0155	0.0207	0.0243	0.81
517	0.0124	0.0165	0.0194	0.80
$\rho_{\max}$ ($\epsilon_t=0.005$)				
276	0.0203	0.0270	0.0318	0.90
414	0.0135	0.0180	0.0212	0.90
517	0.0108	0.0144	0.0169	0.90

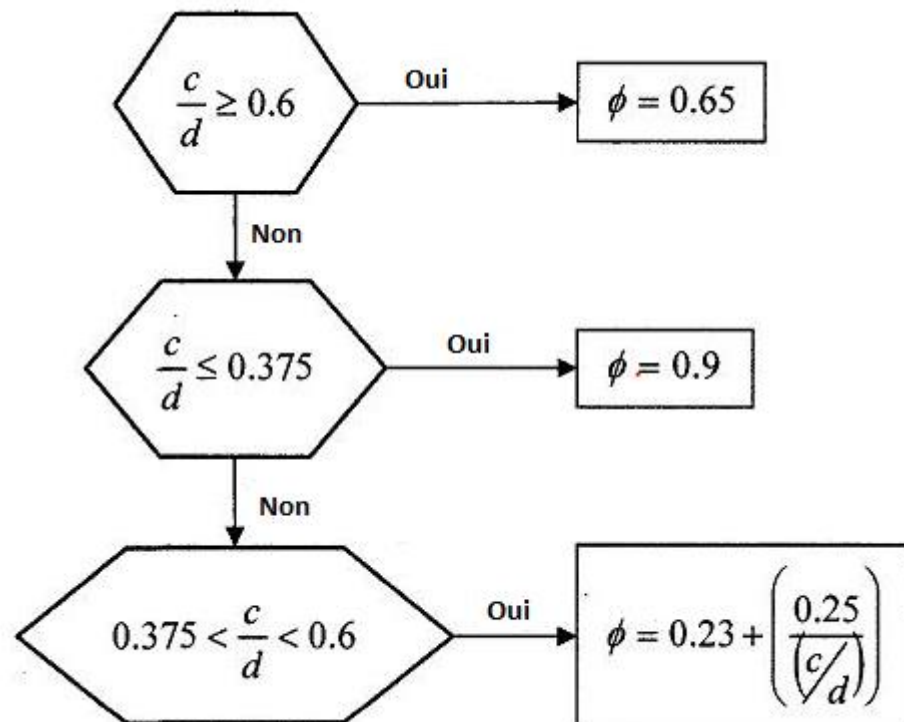
Annexe VI

Les valeurs de $\rho_{\min}$ on fonction de f_y et f_c'

f_y [Mpa]	$\rho_{\min}$			
	$f_c'=20.7$ MPa	$f_c'=28$ MPa	$f_c'=34.5$ MPa	$f_c'=41.4$ MPa
276	0.0050	0.0050	0.0053	0.0058
414	0.0033	0.0033	0.0035	0.0039
517	0.0027	0.0027	0.0028	0.0031

Annexe VII

L'organigramme de calcule des valeurs de ϕ



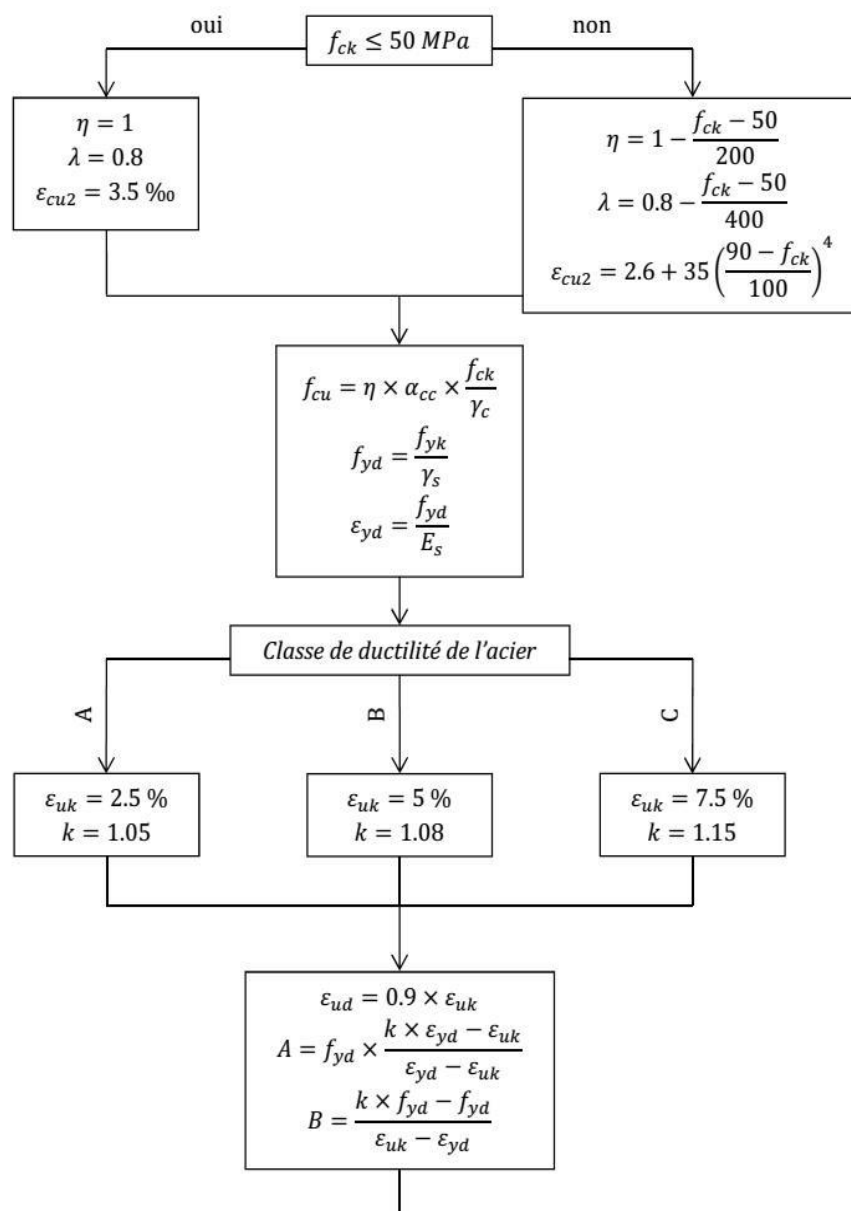
Annexe VIII

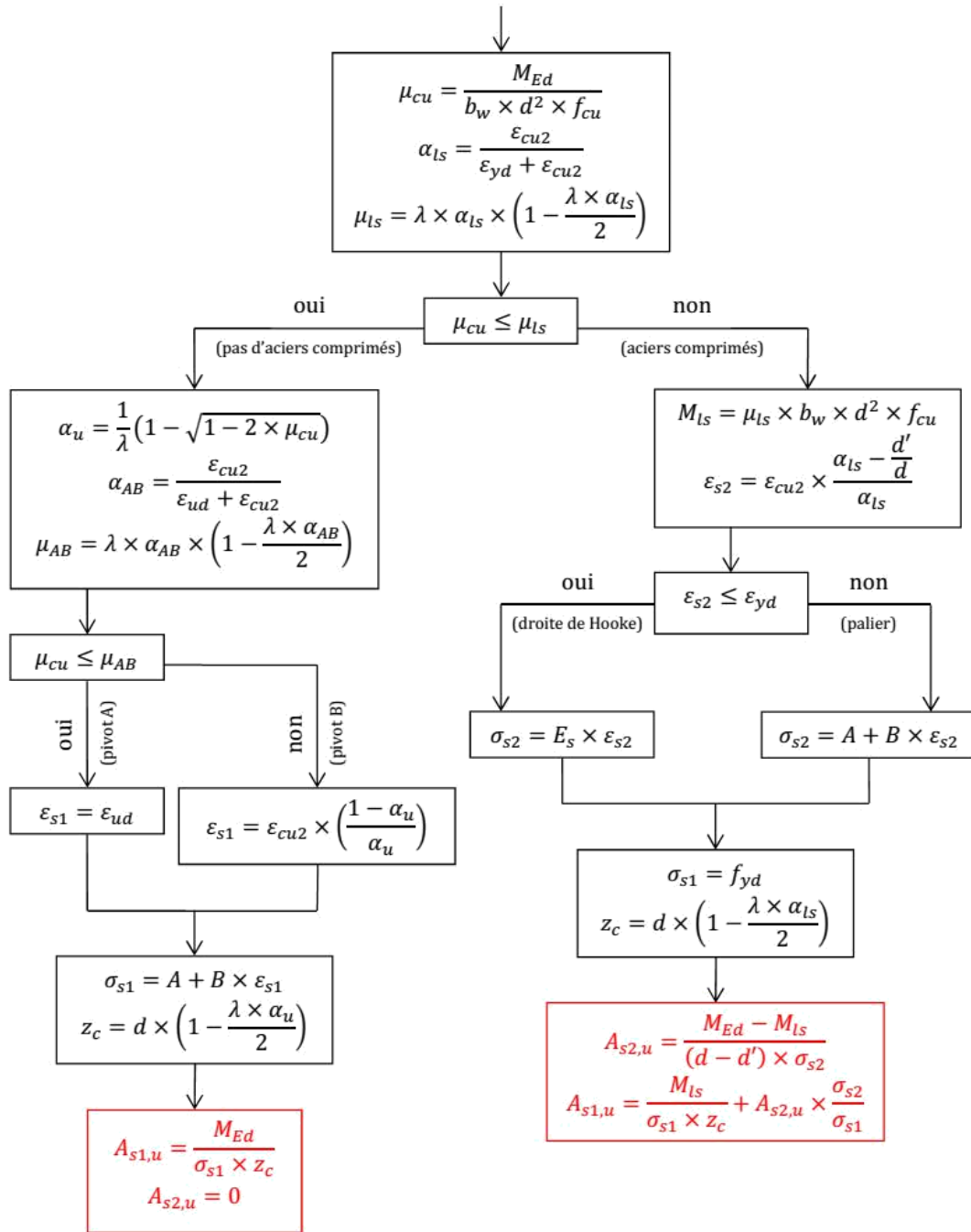
Le coefficient de résistance (R/145.0377) MPa ; $f_c' = 28$ MPa ; $f_y = 414$ MPa (Pour les poutres $\rho_{\min} = 0.0033$)

ρ	R	ρ	R	ρ	R	ρ	R	ρ	R	Φ
0.001	54	0.0051	263	0.0092	456	0.0133	634	0.0174	795	
0.0011	59	0.0052	268	0.0093	461	0.0134	638	0.0175	799	
0.0012	64	0.0053	273	0.0094	465	0.0135	642	0.0176	803	
0.0013	69	0.0054	278	0.0095	470	0.0136	646	0.0177	807	
0.0014	75	0.0055	283	0.0096	474	0.0137	650	0.0178	810	
0.0015	80	0.0056	287	0.0097	479	0.0138	654	0.0179	814	
0.0016	85	0.0057	292	0.0098	483	0.0139	659	0.018	818	ρ_{fc}
0.0017	90	0.0058	297	0.0099	488	0.014	663	0.0181	820	0.90
0.0018	96	0.0059	302	0.01	492	0.0141	667	0.0182	820	0.89
0.0019	101	0.006	307	0.0101	497	0.0142	671	0.0183	820	0.89
0.002	106	0.0061	312	0.0102	501	0.0143	675	0.0184	821	0.89
0.0021	111	0.0062	316	0.0103	506	0.0144	679	0.0185	821	0.88
0.0022	116	0.0063	321	0.0104	510	0.0145	683	0.0186	821	0.88
0.0023	122	0.0064	326	0.0105	514	0.0146	687	0.0187	821	0.88
0.0024	127	0.0065	331	0.0106	519	0.0147	691	0.0188	822	0.87
0.0025	132	0.0066	336	0.0107	523	0.0148	695	0.0189	822	0.87
0.0026	137	0.0067	340	0.0108	528	0.0149	699	0.019	822	0.87
0.0027	142	0.0068	345	0.0109	532	0.015	703	0.0191	822	0.86
0.0028	147	0.0069	350	0.011	536	0.0151	707	0.0192	822	0.86
0.0029	153	0.007	355	0.0111	541	0.0152	711	0.0193	823	0.86
0.003	158	0.0071	359	0.0112	545	0.0153	715	0.0194	823	0.85
0.0031	163	0.0072	364	0.0113	549	0.0154	719	0.0195	823	0.85
0.0032	168	0.0073	369	0.0114	554	0.0155	723	0.0196	823	0.85
0.0033	173	0.0074	374	0.0115	558	0.0156	726	0.0197	823	0.84
0.0034	178	0.0075	378	0.0116	562	0.0157	730	0.0198	824	0.84
0.0035	183	0.0076	383	0.0117	567	0.0158	734	0.0199	824	0.84
0.0036	188	0.0077	388	0.0118	571	0.0159	738	0.02	824	0.83
0.0037	193	0.0078	392	0.0119	575	0.016	742	0.0201	824	0.83
0.0038	198	0.0079	397	0.012	579	0.0161	746	0.0202	824	0.83
0.0039	203	0.008	402	0.0121	584	0.0162	750	0.0203	825	0.82
0.004	208	0.0081	406	0.0122	588	0.0163	754	0.0204	825	0.82
0.0041	213	0.0082	411	0.0123	592	0.0164	757	0.0205	825	0.82
0.0042	218	0.0083	415	0.0124	596	0.0165	761	0.0206	825	0.82
0.0043	223	0.0084	420	0.0125	601	0.0166	765	0.0207	825	0.81
0.0044	228	0.0085	425	0.0126	605	0.0167	769			
0.0045	233	0.0086	429	0.0127	609	0.0168	773			
0.0046	238	0.0087	434	0.0128	613	0.0169	777			
0.0047	243	0.0088	438	0.0129	617	0.017	780			
0.0048	248	0.0089	443	0.013	621	0.0171	784			
0.0049	253	0.009	447	0.0131	626	0.0172	788			
0.005	258	0.0091	452	0.0132	630	0.0173	792			

Annexe IX

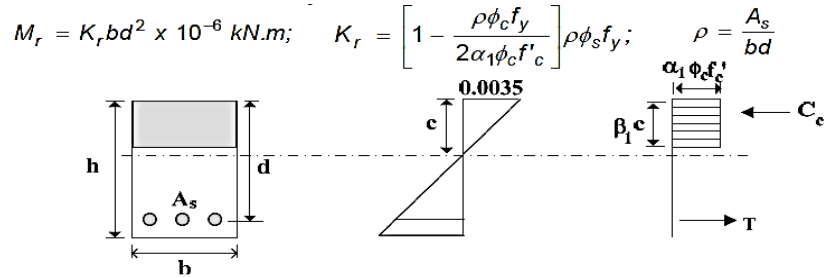
Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELU (EUROCODE)





Annexe X

**Tableau de pourcentage d'armature (de section rectangulaire
avec armature tendue $f_y = 400\text{Mpa}$)**



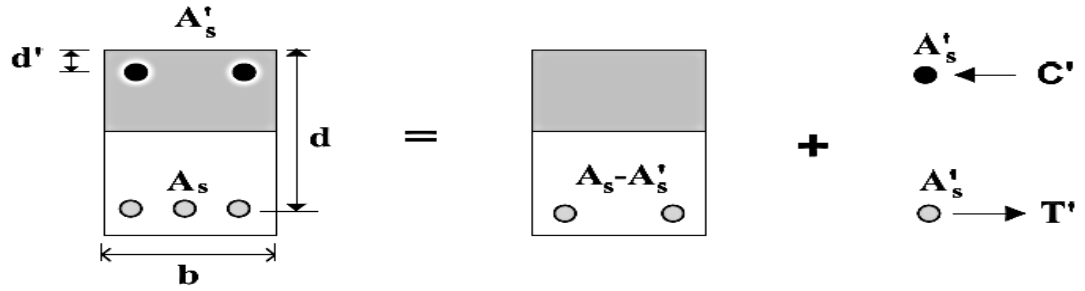
f'_c (MPa)	20	25	30	35	40	45	50	55	60
α_1 :	0.82	0.81	0.81	0.80	0.79	0.78	0.78	0.77	0.76
β_1 :	0.92	0.91	0.90	0.88	0.87	0.86	0.85	0.83	0.82
ρ_{bal} :	1.83	2.24	2.63	3.00	3.34	3.67	3.98	4.27	4.55
K_r	ρ (%)								
0.5	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
0.6	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18
0.7	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21
0.8	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24
0.9	0.28	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27
1.0	0.31	0.31	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
1.1	0.34	0.34	0.34	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
1.2	0.38	0.37	0.37	0.37	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36
1.3	0.41	0.40	0.40	0.40	0.40	0.39	0.39	0.39	0.39
1.4	0.44	0.44	0.43	0.43	0.43	0.43	0.42	0.42	0.42
1.5	0.48	0.47	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46	0.45	0.45
1.6	0.51	0.50	0.50	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.48
1.7	0.55	0.54	0.53	0.53	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52
1.8	0.58	0.57	0.56	0.56	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
1.9	0.62	0.61	0.60	0.59	0.59	0.58	0.58	0.58	0.58
2.0	0.66	0.64	0.63	0.62	0.62	0.62	0.61	0.61	0.61
2.1	0.69	0.68	0.67	0.66	0.65	0.65	0.65	0.64	0.64
2.2	0.73	0.71	0.70	0.69	0.69	0.68	0.68	0.68	0.67
2.3	0.77	0.75	0.73	0.73	0.72	0.71	0.71	0.71	0.70
2.4	0.81	0.79	0.77	0.76	0.75	0.75	0.74	0.74	0.74
2.5	0.85	0.82	0.81	0.79	0.79	0.78	0.78	0.77	0.77
2.6	0.89	0.86	0.84	0.83	0.82	0.81	0.81	0.80	0.80
2.7	0.93	0.90	0.88	0.86	0.85	0.85	0.84	0.84	0.83
2.8	0.98	0.94	0.91	0.90	0.89	0.88	0.88	0.87	0.87
2.9	1.02	0.98	0.95	0.93	0.92	0.92	0.91	0.90	0.90

f'_{ci} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50	55	60
K_r	ρ (%)								
3.0	1.06	1.02	0.99	0.97	0.96	0.95	0.94	0.94	0.93
3.1	1.11	1.06	1.03	1.01	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97
3.2	1.15	1.10	1.06	1.04	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00
3.3	1.20	1.14	1.10	1.08	1.06	1.05	1.04	1.04	1.03
3.4	1.25	1.18	1.14	1.12	1.10	1.09	1.08	1.07	1.07
3.5	1.30	1.22	1.18	1.15	1.14	1.12	1.11	1.11	1.10
3.6	1.35	1.26	1.22	1.19	1.17	1.16	1.15	1.14	1.13
3.7	1.40	1.31	1.26	1.23	1.21	1.19	1.18	1.17	1.17
3.8	1.46	1.35	1.30	1.27	1.25	1.23	1.22	1.21	1.20
3.9	1.51	1.40	1.34	1.31	1.28	1.27	1.25	1.24	1.23
4.0	1.57	1.45	1.38	1.35	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27
4.1	1.63	1.49	1.43	1.39	1.36	1.34	1.32	1.31	1.30
4.2	1.69	1.54	1.47	1.43	1.40	1.38	1.36	1.35	1.34
4.3	1.76	1.59	1.51	1.47	1.44	1.41	1.40	1.38	1.37
4.4	1.83	1.64	1.56	1.51	1.47	1.45	1.43	1.42	1.41
4.5		1.69	1.60	1.55	1.51	1.49	1.47	1.45	1.44
4.6		1.75	1.65	1.59	1.55	1.53	1.51	1.49	1.48
4.7		1.80	1.69	1.63	1.59	1.56	1.54	1.53	1.51
4.8		1.85	1.74	1.67	1.63	1.60	1.58	1.56	1.55
4.9		1.91	1.79	1.72	1.67	1.64	1.62	1.60	1.59
5.0		1.97	1.84	1.76	1.71	1.68	1.66	1.64	1.62
5.1		2.03	1.88	1.81	1.75	1.72	1.69	1.67	1.66
5.2		2.09	1.93	1.85	1.80	1.76	1.73	1.71	1.69
5.3		2.16	1.99	1.90	1.84	1.80	1.77	1.75	1.73
5.4		2.23	2.04	1.94	1.88	1.84	1.81	1.79	1.77
5.5			2.09	1.99	1.92	1.88	1.85	1.82	1.80
5.6			2.15	2.04	1.97	1.92	1.89	1.86	1.84
5.7			2.20	2.08	2.01	1.96	1.93	1.90	1.88
5.8			2.26	2.13	2.06	2.00	1.97	1.94	1.92
5.9			2.32	2.18	2.10	2.05	2.01	1.98	1.95
6.0			2.38	2.23	2.15	2.09	2.05	2.02	1.99
6.1			2.44	2.28	2.19	2.13	2.09	2.06	2.03
6.2			2.50	2.33	2.24	2.17	2.13	2.10	2.07

Annexe XI

**Tableau de pourcentage d'armature (ρ' %) de section rectangulaire
avec armature comprimées $f_y = 400\text{MPa}$**

$$M'_r = K'_r b d^2 \times 10^{-6} \text{ kN.m} \quad K'_r = \left[1 - \frac{d'}{d} \right] \rho' \phi_s f'_y \quad \rho' = \frac{A'_s}{b d}$$



d'/d:	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
K'_r	ρ' (%)				
0.20	0.06	0.07	0.07	0.07	0.08
0.40	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16
0.60	0.19	0.20	0.21	0.22	0.24
0.80	0.25	0.26	0.28	0.29	0.31
1.00	0.31	0.33	0.35	0.37	0.39
1.20	0.37	0.39	0.42	0.44	0.47
1.40	0.43	0.46	0.48	0.51	0.55
1.60	0.50	0.52	0.55	0.59	0.63
1.80	0.56	0.59	0.62	0.66	0.71
2.00	0.62	0.65	0.69	0.74	0.78
2.20	0.68	0.72	0.76	0.81	0.86
2.40	0.74	0.78	0.83	0.88	0.94
2.60	0.80	0.85	0.90	0.96	1.02
2.80	0.87	0.92	0.97	1.03	1.10
3.00	0.93	0.98	1.04	1.10	1.18
3.20	0.99	1.05	1.11	1.18	1.25
3.40	1.05	1.11	1.18	1.25	1.33
3.60	1.11	1.18	1.25	1.32	1.41
3.80	1.18	1.24	1.31	1.40	1.49
4.00	1.24	1.31	1.38	1.47	1.57

Annexe XII

Tableau des valeurs de γ_m d'état limite ultime selon le code BS

Type de matériau / contrainte	Facteur de sécurité partiel, γ_m
Armatures (aciers de précontrainte inclus)	1.15
Béton en flexion ou en charge axiale	1.50
Résistance au cisaillement du béton sans armature de cisaillement	1.25
Résistance d'adhérence du béton	1.40
Béton, autres (par exemple, contrainte de roulement)	≥ 1.50

Annexe XIII

Tableau de valeurs du facteur β_b

b/b_w	d/h_f					
	≤ 2	3	4	5	6	∞
1	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
2	0.15	0.14	0.12	0.12	0.11	0.08
4	0.15	0.13	0.11	0.10	0.09	0.04
6	0.15	0.13	0.11	0.09	0.08	0.03
8	0.15	0.13	0.10	0.09	0.08	0.02
∞	0.15	0.13	0.10	0.08	0.07	0

Annexe XIV

Tableau de pourcentage minimum de l'armature

Situation	Définition du pourcentage	Pourcentage minimum	
		$f_y = 250 \text{ N/mm}^2$ %	$f_y = 500 \text{ N/mm}^2$ %
Armature de traction			
Sections soumises principalement à un traction pure	$100A_s/A_c$	0.8	0.45
Sections soumises à la flexion			
a) poutres à birde, âme en tension:			
1) $b_w/b < 0.4$	$100A_s/b_w h$	0.32	0.18
2) $b_w/b \geq 0.4$	$100A_s/b_w h$	0.24	0.13
a) poutres à birde, birde en tension:			
1) poutre de setion T	$100A_s/b_w h$	0.48	0.26
2) poutre de section L	$100A_s/b_w h$	0.36	0.20
c) section rectangulaire (dans les dalles pleines, ce minimum doit être prévu dans les deux sens)	$100A_s/A_c$	0.24	0.13
Armature de compression (lorsqu'une telle armature est requise pour l'état limite ultime)			
Règle générale	$100A_{sc}/A_{cc}$	0.4	0.4
Règles simplifiées pour des cas particuliers:			
a) colonne ou mur rectangulaire	$100A_{sc}/A_c$	0.4	0.4
b) poutre à birde:			
1) bride en compression	$100A_{sc}/b h_f$	0.4	0.4
2) Ame en compression	$100A_{sc}/b_w h$	0.2	0.2
c) poutre rectangulaire	$100A_{sc}/A_c$	0.2	0.2
Armatures transversales dans les birdes ou les poutres à birde (fourni sur toute la largeur effective de la bride près de la surface supérieure résister au cisaillement horizontal)	$100A_{st}/h_f l$	0.15	0.15

Annexe XV

Classes d'exposition en fonction des conditions d'environnement, conformément à l'EN 206-1

Désignation de la classe	Description de l'environnement :	Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition
1 Aucun risque de corrosion ni d'attaque		
X0	Béton non armé et sans pièces métalliques noyées : toutes expositions sauf en cas de gel/dégel, d'abrasion et d'attaque chimique Béton armé ou avec des pièces métalliques noyées : très sec	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est très faible
2 Corrosion induite par carbonatation		
XC1	Sec ou humide en permanence	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est faible Béton submergé en permanence dans de l'eau
XC2	Humide, rarement sec	Surfaces de béton soumises au contact à long terme de l'eau Un grand nombre de fondations
XC3	Humidité modérée	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est moyen ou élevé Béton extérieur abrité de la pluie
XC4	Alternativement humide et sec	Surfaces de béton soumises au contact de l'eau, mais n'entrant pas dans la classe d'exposition XC2
3 Corrosion induite par les chlorures		
XD1	Humidité modérée	Surfaces de béton exposées à des chlorures transportés par voie aérienne
XD2	Humide, rarement sec	Piscines Éléments en béton exposés à des eaux industrielles contenant des chlorures
XD3	Alternativement humide et sec	Éléments de ponts exposés à des projections contenant des chlorures Chaussées Dalles de parcs de stationnement de véhicules
4 Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer		
XS1	Exposé à l'air véhiculant du sel marin mais pas en contact direct avec l'eau de mer	Structures sur ou à proximité d'une côte
XS2	Immergé en permanence	Éléments de structures marines
XS3	Zones de marnage, zones soumises à des projections ou à des embruns	Éléments de structures marines
5. Attaque gel/dégel		
XF1	Saturation modérée en eau, sans agent de déverglaçage	Surfaces verticales de béton exposées à la pluie et au gel
XF2	Saturation modérée en eau, avec agents de déverglaçage	Surfaces verticales de béton des ouvrages routiers exposés au gel et à l'air véhiculant des agents de déverglaçage
XF3	Forte saturation en eau, sans agents de déverglaçage	Surfaces horizontales de béton exposées à la pluie et au gel
XF4	Forte saturation en eau, avec agents de déverglaçage ou eau de mer	Routes et tabliers de pont exposés aux agents de déverglaçage. Surfaces de béton verticales directement exposées aux projections d'agents de déverglaçage et au gel. Zones des structures marines soumises aux projections et exposées au gel
6. Attaques chimiques		
XA1	Environnement à faible agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA2	Environnement d'agressivité chimique modérée selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA3	Environnement à forte agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol

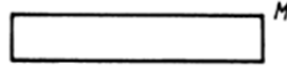
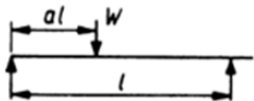
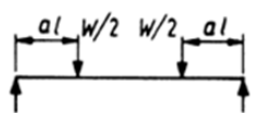
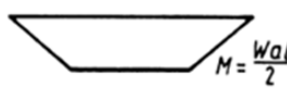
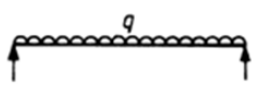
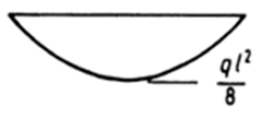
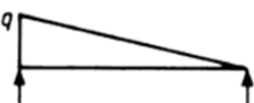
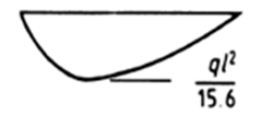
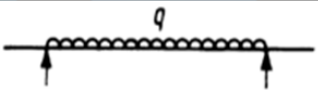
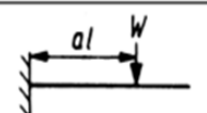
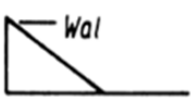
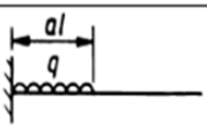
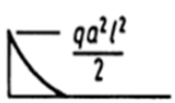
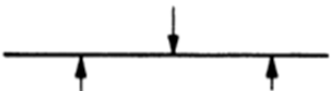
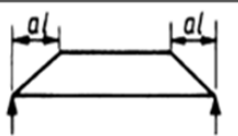
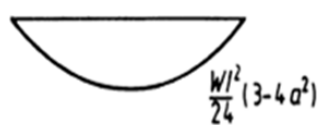
Annexe XVI

Tableau du facteur de modification pour l'armature de traction

Contrainte de service	M/bd^2								
	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
100	2.00	2.00	2.00	1.86	1.63	1.36	1.19	1.08	1.01
150	2.00	2.00	1.98	1.69	1.49	1.25	1.11	1.01	0.94
$(f_y = 250)$ 167	2.00	2.00	1.91	1.63	1.44	1.21	1.08	0.99	0.92
200	2.00	1.95	1.76	1.51	1.35	1.14	1.02	0.94	0.88
250	1.90	1.70	1.55	1.34	1.20	1.04	0.94	0.87	0.82
300	1.60	1.44	1.33	1.16	1.06	0.93	0.85	0.80	0.76
$(f_y = 500)$ 333	1.41	1.28	1.18	1.05	0.96	0.86	0.79	0.75	0.72

Annexe XVII

Tableau de Valeurs K pour différents diagrammes de moments de flexion selon le BS

Loading	Bending moment diagram	K
		0.125
		$\frac{3 - 4a^2}{48(1-a)}$ if $a = \frac{1}{2}$ $K = \frac{1}{12}$
		0.0625
		$0.125 - \frac{a^2}{6}$
		0.104
		0.102
		$K = 0.104 \left(1 - \frac{\beta}{10}\right)$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
		end deflection $= \frac{a(3-a)}{6}$ load at end $K = 0.333$
		$\frac{a(4-a)}{12}$ if $a = l$ $K = 0.25$
		$K = 0.083 \left(1 - \frac{\beta}{4}\right)$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
		$\frac{1}{80} \frac{(5 - 4a^2)^2}{3 - 4a^2}$

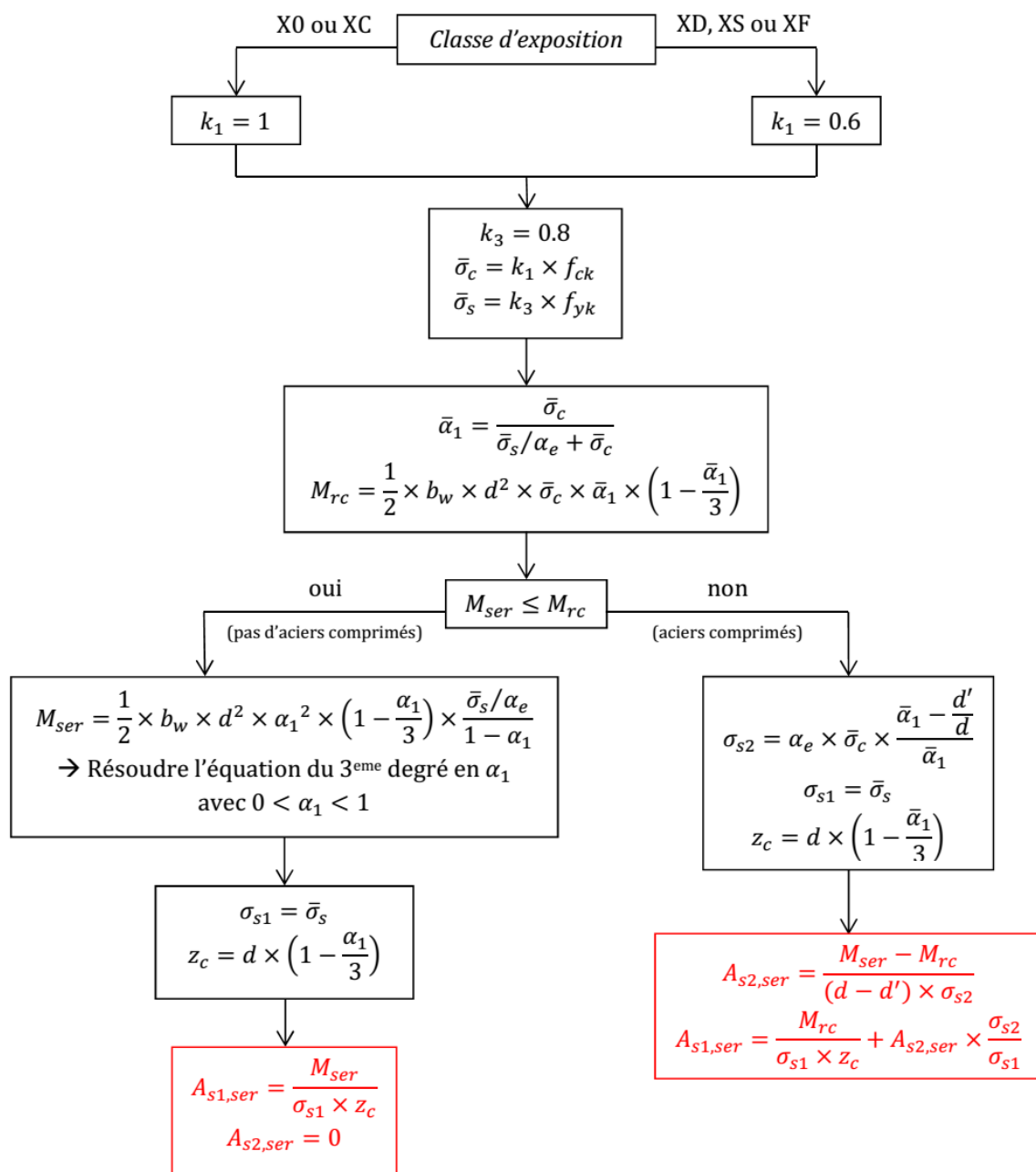
Annexe XVIII

Facteur de modification pour l'armature de compression (Article 3.4.7, page 32, BS8110-1:1997)

$100 \frac{A_s'}{bd}$	Facteur
0.00	1.00
0.15	1.05
0.25	1.08
0.35	1.10
0.50	1.14
0.75	1.20
1.0	1.25
1.5	1.33
2.0	1.40
2.5	1.45
≥ 3.0	1.50

Annexe XIX

Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELS (EUROCODE)



Annexe XX

Tableau d'armature selon le code EUROCODE

Section totale des armatures (en mm ²)																
Diam. (mm)	Nombre de barres placées dans la poutre															Poids (N/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	28	57	85	113	141	170	198	226	254	283	311	339	368	396	424	2.2
8	50	101	151	201	251	302	352	402	452	503	553	603	653	704	754	3.9
10	79	157	236	314	393	471	550	628	707	785	864	942	1021	1100	1178	6
12	113	226	339	452	565	679	792	905	1018	1131	1244	1357	1470	1583	1696	8.7
14	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1385	1539	1693	1847	2001	2155	2309	11.9
16	201	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	2011	2212	2413	2614	2815	3016	15.5
20	314	628	942	1257	1571	1885	2199	2513	2827	3142	3456	3770	4084	4398	4712	24.2
25	491	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	4909	5400	5890	6381	6872	7363	37.8
32	804	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	8042	8847	9651	10455	11259	12064	61.9
40	1257	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	12566	13823	15080	16336	17593	18850	96.8

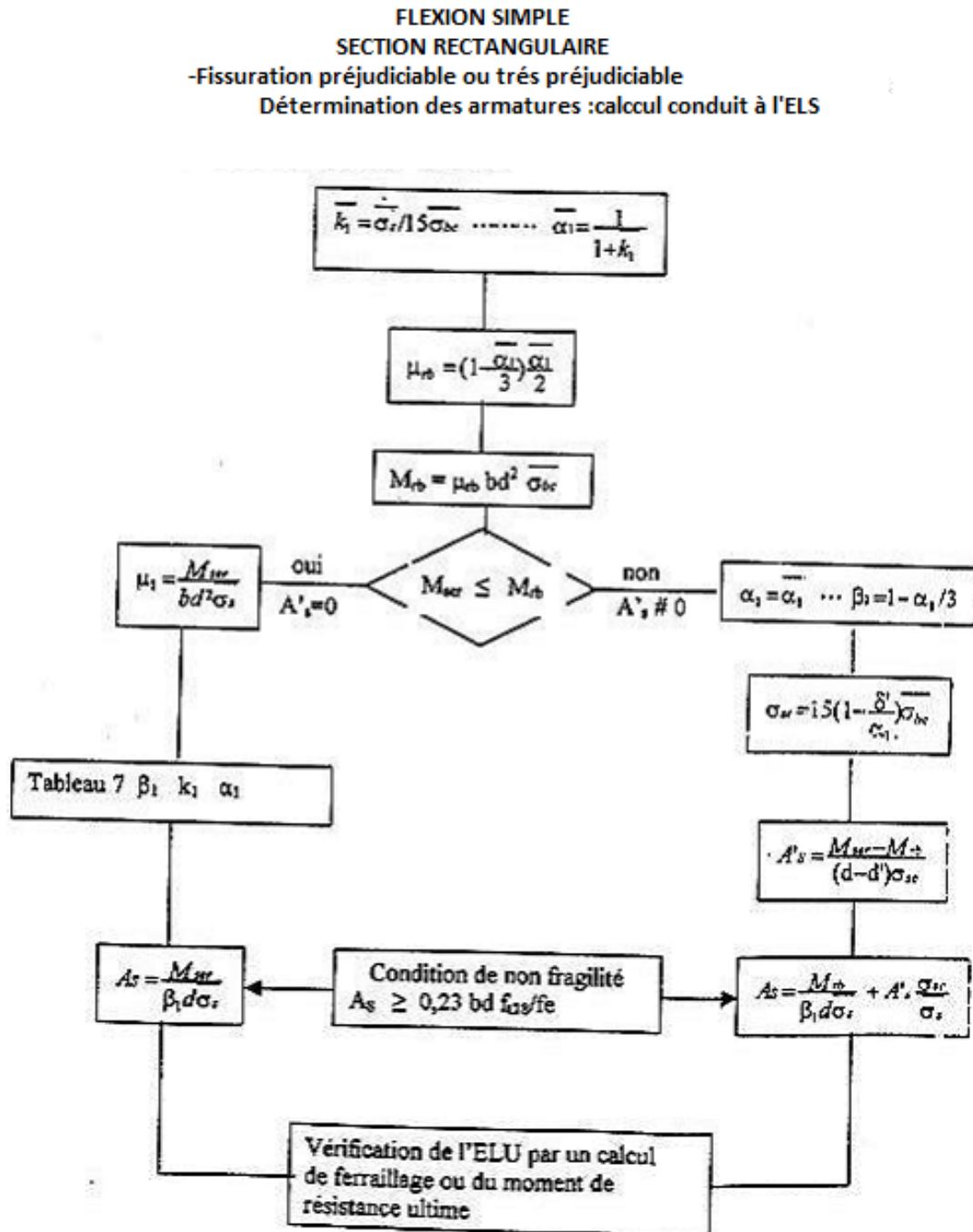
Annexe XXI

Tableau de propriétés des barres selon le code CSA

Désignation de barre	Dimensions			Masse Kg/m
	Diamètre (mm)	Surface (mm ²)	Aire (mm)	
10	11.3	100	35.5	0.785
15	16.0	200	50.1	1.570
20	19.5	300	61.3	2.355
25	25.2	500	79.2	3.925
30	29.9	700	93.9	5.495
35	35.7	1000	112.2	7.850
45	43.7	1500	137.3	11.775
55	56.4	2500	177.2	19.625

Annexe XXII

Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELS (CBA)



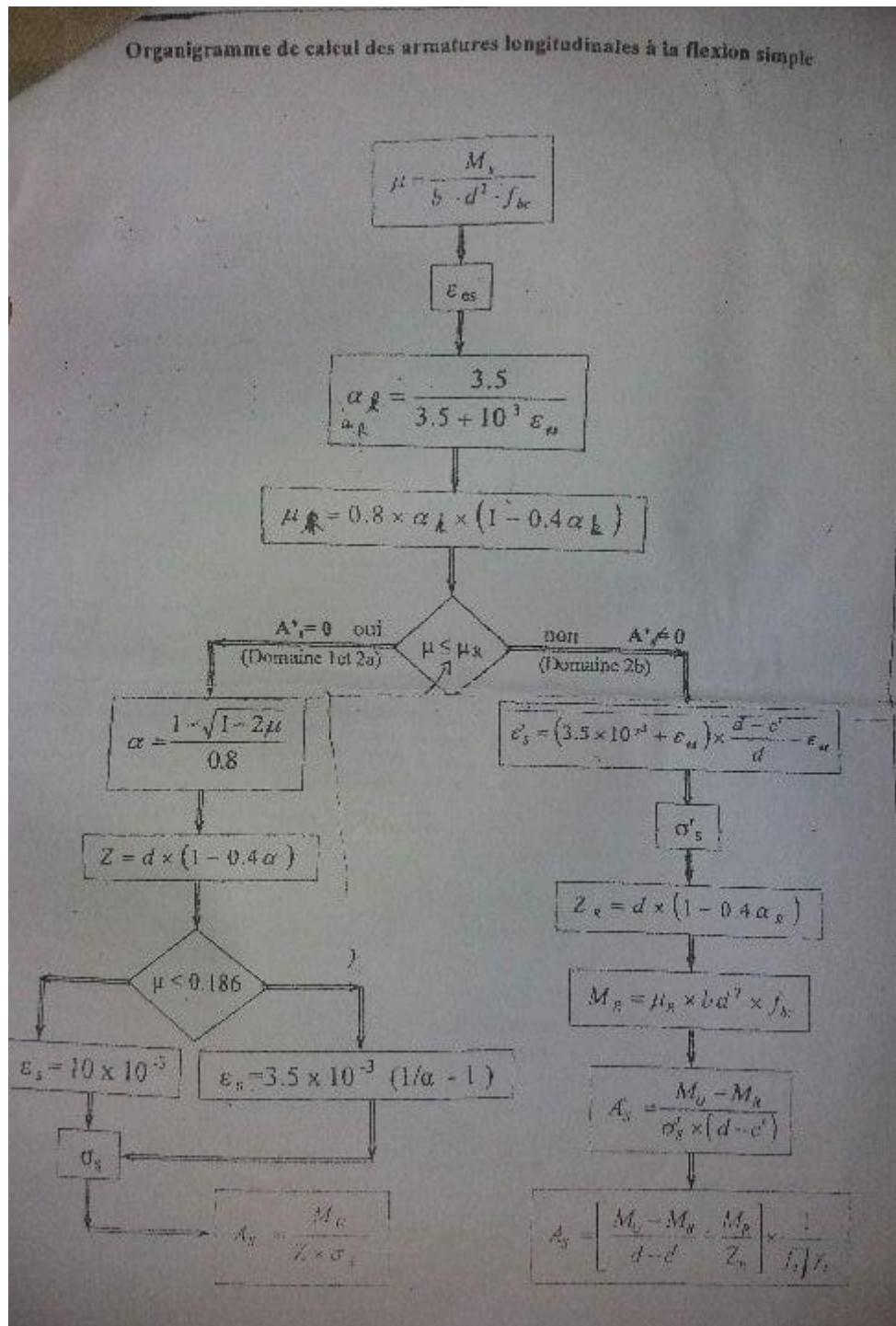
Annexe XXIII

Tableau des valeurs β_1 en fonction μ_1

β_1	α_1	μ_1'	μ_1	k_1	ρ_1	β_1	α_1	μ_1'	μ_1	k_1	ρ_1
0,905	0,285	0,1290	0,00343	37,63	0,379	0,865	0,405	0,1752	0,00795	22,04	0,919
0,904	0,288	0,1302	0,00351	37,08	0,388	0,864	0,408	0,1763	0,00810	21,76	0,937
0,903	0,291	0,1314	0,00359	36,55	0,398	0,863	0,411	0,1773	0,00825	21,50	0,956
0,902	0,294	0,1326	0,00368	36,02	0,408	0,862	0,414	0,1784	0,00840	21,23	0,975
0,901	0,297	0,1338	0,00377	35,50	0,418	0,861	0,417	0,1795	0,00856	20,97	0,994
0,900	0,300	0,1350	0,00386	35,00	0,429	0,860	0,420	0,1806	0,00872	20,71	1,014
0,899	0,303	0,1362	0,00395	34,50	0,439	0,859	0,423	0,1817	0,00888	20,46	1,034
0,898	0,306	0,1374	0,00404	34,02	0,450	0,858	0,426	0,1828	0,00904	20,21	1,054
0,897	0,309	0,1386	0,00413	33,54	0,461	0,857	0,429	0,1838	0,00921	19,96	1,074
0,896	0,312	0,1398	0,00423	33,08	0,472	0,856	0,432	0,1849	0,00938	19,72	1,095
0,895	0,315	0,1410	0,00432	32,62	0,483	0,855	0,435	0,1860	0,00955	19,48	1,116
0,894	0,318	0,1421	0,00442	32,17	0,494	0,854	0,438	0,1870	0,00972	19,25	1,138
0,893	0,321	0,1433	0,00452	31,73	0,506	0,853	0,441	0,1881	0,00989	19,01	1,160
0,892	0,324	0,1445	0,00462	31,30	0,518	0,852	0,444	0,1891	0,01007	18,78	1,182
0,891	0,327	0,1457	0,00472	30,87	0,530	0,851	0,447	0,1902	0,01025	18,56	1,204
0,890	0,330	0,1468	0,00482	30,45	0,542	0,850	0,450	0,1913	0,01043	18,33	1,227
0,889	0,333	0,1480	0,00492	30,04	0,554	0,849	0,453	0,1923	0,01062	18,11	1,251
0,888	0,336	0,1492	0,00503	29,64	0,567	0,848	0,456	0,1933	0,01081	17,89	1,274
0,887	0,339	0,1503	0,00514	29,25	0,580	0,847	0,459	0,1944	0,01100	17,68	1,298
0,886	0,342	0,1515	0,00525	28,86	0,593	0,846	0,462	0,1954	0,01119	17,47	1,322
0,885	0,345	0,1527	0,00536	28,48	0,606	0,845	0,465	0,1965	0,01138	17,26	1,347
0,884	0,348	0,1538	0,00547	28,10	0,619	0,844	0,468	0,1975	0,01158	17,05	1,372
0,883	0,351	0,1550	0,00559	27,73	0,633	0,843	0,471	0,1985	0,01178	16,85	1,398
0,882	0,354	0,1561	0,00570	27,37	0,647	0,842	0,474	0,1996	0,01199	16,65	1,424
0,881	0,357	0,1573	0,00582	27,02	0,661	0,841	0,477	0,2006	0,01219	16,45	1,450
0,880	0,360	0,1584	0,00594	26,67	0,675	0,840	0,480	0,2016	0,01241	16,25	1,477
0,879	0,363	0,1595	0,00606	26,32	0,690	0,839	0,483	0,2026	0,01262	16,06	1,504
0,878	0,366	0,1607	0,00618	25,98	0,704	0,838	0,486	0,2036	0,01283	15,86	1,532
0,877	0,369	0,1618	0,00631	25,65	0,719	0,837	0,489	0,2046	0,01306	15,67	1,560
0,876	0,372	0,1629	0,00643	25,32	0,735	0,836	0,492	0,2057	0,01328	15,49	1,588
0,875	0,375	0,1641	0,00656	25,00	0,750	0,835	0,495	0,2067	0,01351	15,30	1,617
0,874	0,378	0,1652	0,00669	24,68	0,766	0,834	0,498	0,2077	0,01373	15,12	1,647
0,873	0,381	0,1663	0,00682	24,37	0,782	0,833	0,501	0,2087	0,01397	14,94	1,677
0,872	0,384	0,1674	0,00696	24,06	0,798	0,832	0,504	0,2097	0,01420	14,76	1,707
0,871	0,387	0,1685	0,00709	23,76	0,814	0,831	0,507	0,2107	0,01444	14,59	1,738
0,870	0,390	0,1697	0,00723	23,46	0,831	0,830	0,510	0,2117	0,01469	14,41	1,769
0,869	0,393	0,1708	0,00737	23,17	0,848	0,829	0,513	0,2126	0,01493	14,24	1,801
0,868	0,396	0,1719	0,00751	22,88	0,865	0,828	0,516	0,2136	0,01518	14,07	1,834
0,867	0,399	0,1730	0,00766	22,59	0,883	0,827	0,519	0,2146	0,01541	13,90	1,867
0,866	0,402	0,1741	0,00780	22,31	0,901	0,826	0,522	0,2156	0,01569	13,74	1,901

Annexe XXIV

Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELU (CBA)



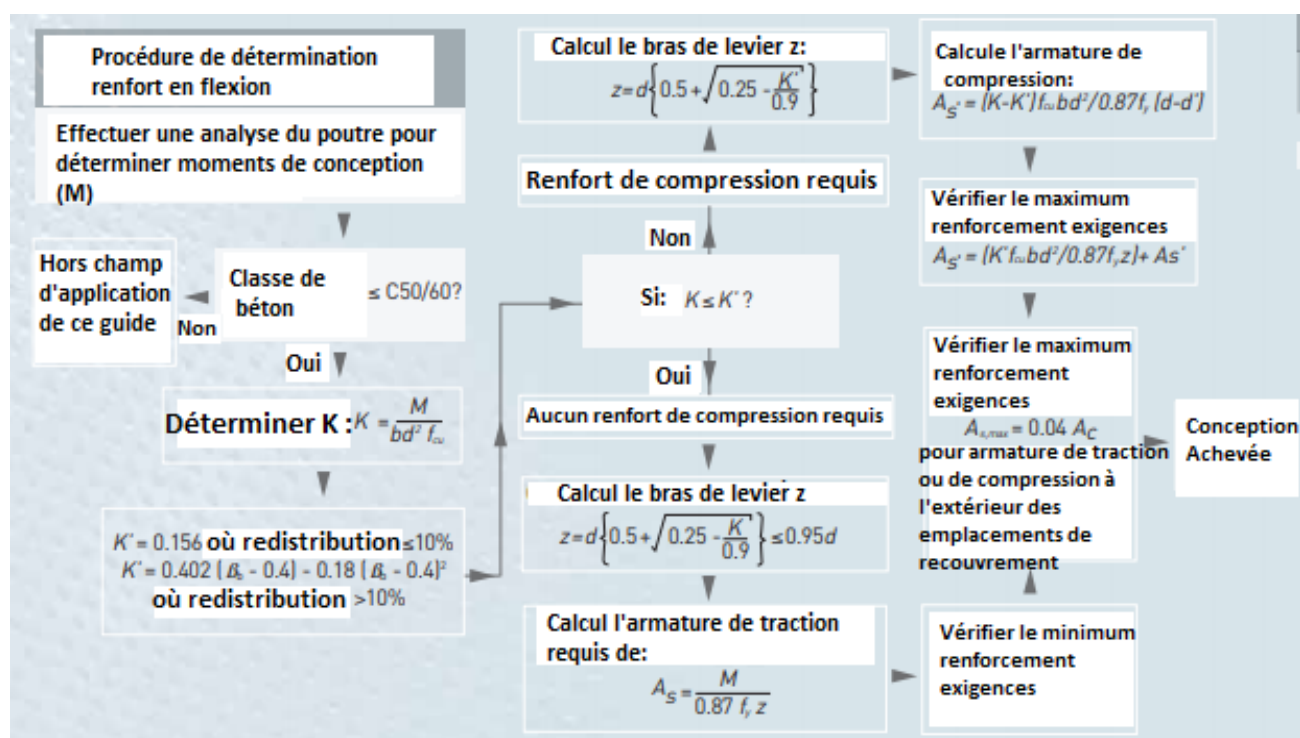
Annexe XXV

Tableau de propriétés des barres selon le code ACI

Désignation De barre	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#14	#18
Diamètres [mm]	9.525	12.700	15.875	19.050	22.225	25.400	28.652	32.258	35.814	43.002	57.327
Surface [mm ²]	70.96	129.03	200.00	283.87	387.09	509.67	645.16	819.35	1006.45	1451.61	2580.64

Annexe XXVI

Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELU selon le code BS



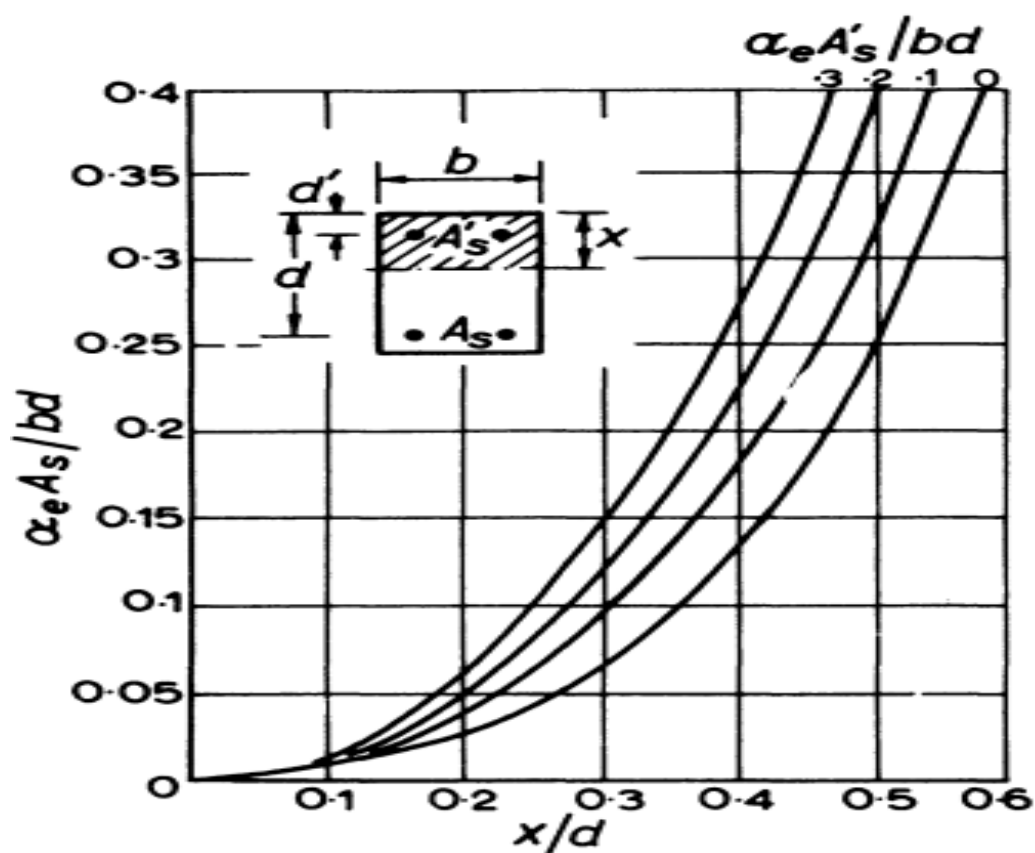
Annexe XXVII

Tableau d'armature selon le code BS

diamètre des barres (mm)	Nombre de barres									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	28.3	56.6	84.9	113	142	170	198	226	255	283
8	50.3	101	151	201	252	302	352	402	453	503
10	78.5	157	236	314	393	471	550	628	707	785
12	113	226	339	452	566	679	792	905	1020	1130
16	201	402	603	804	1010	1210	1410	1610	1810	2010
20	314	628	943	1260	1570	1890	2200	2510	2830	3140
25	491	982	1470	1960	2450	2950	3440	3930	4420	4910
32	804	1610	2410	3220	4020	4830	5630	6430	7240	8040
40	1260	2510	3770	5030	6280	7540	8800	10100	11300	12600

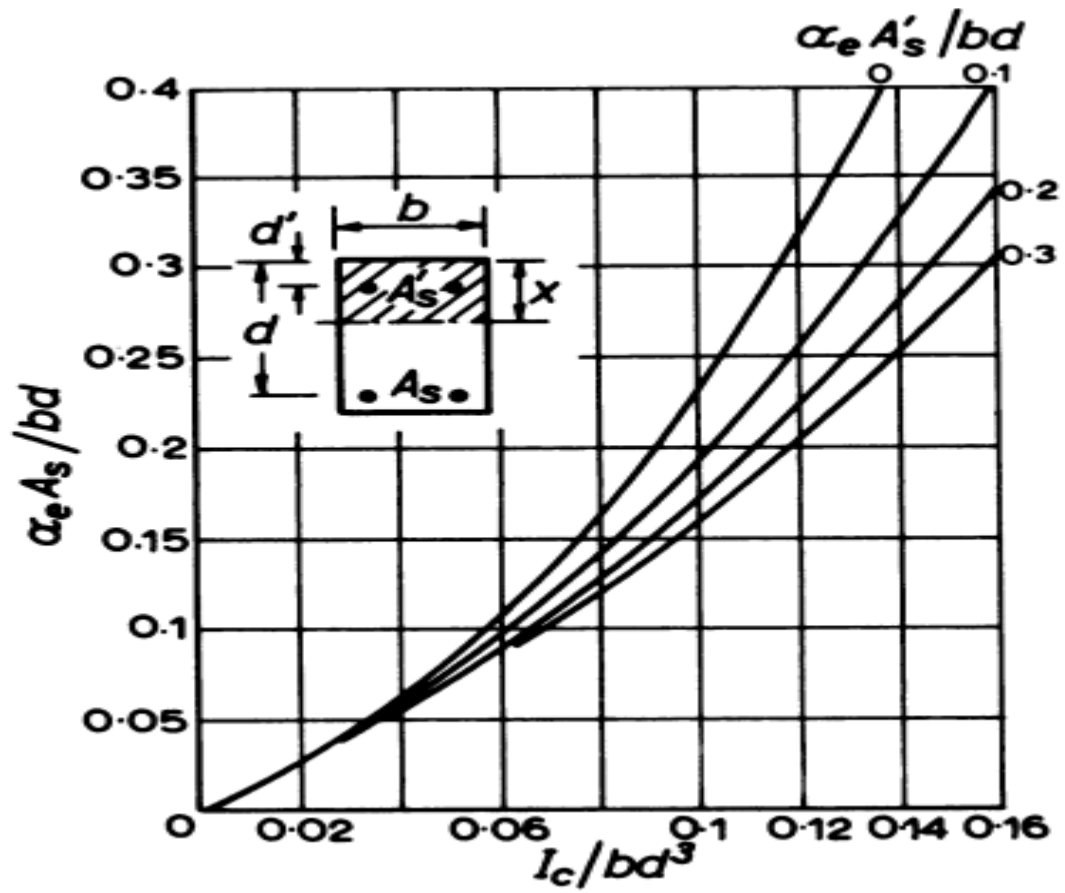
Annexe XXVIII

Profondeur de l'axe neutre de la section fissurée ($d' / d = 0,1$)



Annexe XXIX

Deuxième moment de l'aire de la section fissurée ($d'/d = 0,1$)



ملخص:

التصميم الهيكلي هو فن وعلم لفهم سلوك الاجزاء الهيكلية التي تتعرض الى مجموعه من الحمولات والهدف من هذا الاخير هو انشاء هيكل قادر على مقاومة جميع الاحمال المطبقة عليه دون اي عطل خلال فترة العمل المستهدفة.

التصميم الهيكلي يختلف من دولة الى اخرى وهذا على حسب الظروف المناخية والطبوغرافية والمواد المستخدمة وخصائصها المختلفة الى اخره، ما يجعل كل دولة تضع مجموعة مختلفة من القوانين والرموز الخاصة بها لتصميم مبنى أكثر فعالية واقتصادية وعلى هذا الاساس سنقوم بدراسة المقاومة للحسابات في حالة الانحناء حسب القوانين التالية: القانون الجزائري (CBA.93)، القانون الأمريكي (ACI 318-08)، القانون الكندي (A-CSA.23.3)، القانون البريطاني (BS 8110)، القانون الأوروبي (EUROCODE NF EN 1992-1-1).

من خلال هذه الدراسة المقارنه سوف نقوم بتحليل معمق لمختلف العوامل الخاصة بحساب الانحناء في الهياكل الخرسانية المسلحة بالحديد (الاجهادات، الانحناء، التسليح الخ) مع ابراز نقاط التشابه والاختلاف بين خمس قوانين . حيث ان هذه النتائج تسمح بمراجع القانون الجزائري ووضع اسس أكثر فعالية واقتصادية.

كلمات مفتاحية: دراسة مقارنة، القانون، ACI، EUROCODE، CBA، BS، CSA، العارضة، الخرسانة المسلحة، الحالات النهائية (الحدودية)، المقاومة، الانحناء.

Abstract:

The structural design is an art and science which allows to understand the behavior of structural members subjected to loads and to design them to obtain economic, safe, and durable structures. The main objective in structural analysis and design is to produce a structure able to resist to all applied loads without failure during its intended life.

The structural design differs from one country to another depending on the climatic and topographical conditions of the country, building materials used and their different properties etc. Consequently, each country approves different regulations and specific parameters for the design of a stable and economic construction. For these reasons, a comparative study is carried out to investigate the flexural strength using the following codes: Algerian code CBA.93, American code ACI 318-08, Canadian code CSA-A.23.3, British code BS 8110, European standards EUROCODE (NF EN 1992-1-1).

Through this comparative study, an in-depth analysis of all specific parameters of flexural strength calculations of reinforced concrete beams (stresses, flexural reinforcements, arrows, crack openings, etc.), is carried out showing various points of agreement and difference in their regulatory requirements. Results obtained from this study permit to draw propositions as contribution to the revision and the establishment of the Algerian reinforced concrete code (CBA).

Key words: Comparative study, codes, ACI, EUROCODE, CBA, BS, CSA, beams, reinforced concrete, limit states, strength, flexural

Résumé :

La conception structurelle est un art et une science qui permet de comprendre le comportement des éléments de structure soumis à des charges et de les concevoir afin d'obtenir une structure économique, sécuritaire et durable. L'objectif fondamental de l'analyse et de la conception structurelle est de produire une structure capable de résister à toutes les charges appliquées sans défaillance pendant sa durée de vie prévue.

La conception structurelle se diffère d'un pays à l'autre suivant les conditions climatiques et topographiques de ce pays, les matériaux de constructions utilisés et de leurs différentes caractéristiques etc. En conséquence, chaque pays approuve différents règlements et paramètres spécifiques pour la conception d'une construction plus stable et économique. Sur cette base, on entame une étude comparative de calculs de résistance à la flexion suivant les codes suivants : le code Algérien CBA.93, le code Américain ACI 318-08, le code Canadien CSA-A.23.3, le code Britannique BS 8110, les normes Européennes EUROCODE (NF EN 1992-1-1).

À travers cette étude comparative, on effectue une analyse approfondie de tous les paramètres spécifiques de calculs de résistance à la flexion des poutres de béton armé (contraintes, armatures de flexion, flèches, ouvertures de fissures ...etc.) tout en exhibant les points de concordance et de différence dans leurs prescriptions réglementaires. Les résultats obtenus de cette étude permettent de dresser des propositions comme contribution pour la révision et l'établissement du code de béton armé Algérien (CBA).

Mots clés : Étude comparative, codes, ACI, EUROCODE, CBA, BS, CSA, poutres, béton armé, états limites, résistance, flexion.