

République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de L'enseignement supérieur et de la Recherche scientifique



Université Amar Telidji de LAGHOUAT
Faculté de technologie
Département de génie mécanique

OPTION : SCIENCES DES MATERIAUX

THEME

ÉTUDE DU COMPORTEMENT VISCOÉLASTIQUE DES POLYMÈRES SOUS CONTRAINTES DE CONTACT ROULANT

Pour l'obtention du grade de

MAGISTER

Présentée par : M. Mohamed ZIANI

JURY

Dr. Omar ALLAOUI	Maitre de conférences A	Président
Pr. Mohamed RAHMANI	Professeur	Rapporteur
Dr. Ahmed YOUSFI	Maitre de conférences A	Examineur
Dr. Djeloul GUERIBIZ	Maitre de conférences A	Examineur

Université de Laghouat

Février 2013

REMERCIEMENTS

الحمد والشكر لله سبحانه وتعالى الذي اعانني و
سخر لي من يعينني على اتمام هذا العمل
المتواضع

*J'exprime ma profonde gratitude à M.
Mohamed RAHMANI Professeur à
l'université de Laghouat, qui a assuré
la direction de cette thèse, je le
remercie sincèrement pour l'intérêt
constant qu'il a montré pour ce travail,
ces conseils et ces encouragements qu'il
n'a pas cessé de me prodiguer tout le
long de ce travail.*

*Je remercie tous les enseignants ainsi
que le personnel de l'institut du génie
mécanique et de la poste graduation de
l'université de Laghouat.*

*Je n'oublie pas de remercier les membres
de jury pour avoir accepté de juger ce
travail.*

Merci à tout

DÉDICACE

C'est avec une profonde joie et une reconnaissance totale que je dédis ce travail en n'inclinant devant ma très chère mère, avec un grand respect pour m'avoir encourager et ambitionner pour la réussite.

Je dédis encore ce modeste travail :

A ceux que ont partagé mes pènes et mes joies ma grande famille, mes frères, mes sœurs et toute la famille de Ziani.

Mes collègues d'étude à l'université de Laghouat.

RÉSUMÉ

Dans les applications tribologiques les polymères se distinguent par rapport aux métaux par la résistance à la corrosion, l'absorption du bruit et des vibrations, et par leur faible densité. Le problème supplémentaire qui se pose dans l'utilisation des polymères dans la mécanique du contact est le frottement de roulement qui a été mesurée en se basant sur la dissipation viscoélastique. Le problème que nous posons est que la perte d'énergie par frottement dans ces matériaux soumis aux contraintes de contact roulant n'est pas due uniquement à la déformation viscoélastique. La perte d'énergie par d'autres modes tels que l'initiation et la propagation des fissures dans les polymères fragiles participe à son tour à la résistance au roulement.

Le but de ce travail est en premier lieu de comprendre et d'analyser le comportement dynamique des polymères sous contrainte de contact roulant (la dissipation d'énergie). Dans ce but nous avons utilisé un montage expérimental qui assure un pur contact roulant (Sans spin des billes) dont le principe est basé sur la mesure direct du couple de frottement au roulement, et par le couple de frottement on calcule l'énergie dissipée. Par le couple de frottement nous avons pu tenir compte de toutes sortes d'énergie dissipées dans le contact roulant entre la bille en acier et le plan polymérique.

Les essais ont été effectués sur le Plexiglas PMMA (polyméthyle méthacrylate), le Nylon6-6 (PA6-6), l'ABS (Acrylonitrile-Butadiène-Styrène) et le caoutchouc. Les résultats de ces essais ont été représentés sous forme des courbes illustrant le couple de frottement en fonction de la fréquence, l'énergie dissipée en fonction de la fréquence, nous avons comparé les résultats expérimentaux avec l'étude de Knoth [3].

L'ensemble des modèles théoriques existants tiennent compte uniquement de la dissipation viscoélastique. Alors que les polymères fragiles peuvent dissiper l'énergie par initiation et propagation des fissures c'est le cas du PMMA. L'énergie mesurée par notre approche énergétique est plus élevée que celle prédite par les modèles théoriques existants.

Mots clés : contact roulant, frottement de roulement, dissipation d'énergie.

ABSTRACT

Polymeric engineering materials have some physic-chemical properties which allow applications in many industries where metals are the most used. In addition, the lightness of polymeric materials, their lower price and especially their lower coefficient of friction permit their use as rolling contact bearing elements. The main problem in this application is the phenomenon of rolling friction which takes the form of rolling resistance. This phenomenon has been treated basing on visco-elastic loss. In fact, the energy loss in rolling contact is not only due to visco-elastic dissipation, but there are other factors which contribute to the energy loss by the initiation and the propagation of cracks in glassy polymers.

The objective of this study is the analysis and the understanding of the dynamic behavior of polymers under rolling contact stress (energy dissipation). For this we used an experimental apparatus with pure rolling contact between balls and flat specimen (Balls rolling on flat specimen without spin) which principle is based on the direct measure of the friction couple in the rolling, and calculated the energy dissipated by friction couple. By friction couples we have consider all kinds of energy dissipated in contact rolling between the steel ball and polymer flat specimens.

Tests have been carried out on the Plexiglas PMMA (polyméthyle méthacrylate), the Nylon6-6 (PA6-6), the ABS (Acrylonitrile-Butadiène-Styrène) and rubber. The results of these tests have been represented in the form of curves illustrating the friction couple as a function of frequency, the dissipated energy; we compared the results with the experimental study of Knoth [3].

All existing theoretical model take into account only visco-elastic dissipation. Where as the fragile polymers can dissipate the energy by initiation and propagation of cracks such as in the case of the PMMA. The energy measured by our energetic approach is higher than the predicted by the existing theoretical models.

Keywords: rolling contact, rolling friction, Energy dissipation.

ملخص

هذا العمل هو حول دراسة ظاهرة الاحتكاك الداخلي في المواد البلاستيكية تحت تأثير اجهادات التلامس أثناء التدرج بدون استعمال سائل التشحيم. التجارب اجريت على Plexiglas PMMA ، Nylon6-6 (PA6-6) ، ABS و المطاط. بالنسبة للمواد البلاستيكية الاحتكاك الداخلي يشكل عائق كبير، و خصوصا عند بداية التشغيل. من اجل فهم أدق لهذه الظاهرة اجريت دراسة تطبيقية و دراسة نظرية لحساب الاجهادات الداخلية لهذه المواد.

ان مبدأ حساب معامل الاحتكاك اثناء حركة الدحرجة يقوم على قياس التشوهات بواسطة حساسات للتشوه.

لحساب الطاقة المستهلكة من طرف البوليمير انشانا تركيبا تجريبيا لدراسة الاحتكاك بين كرة من حديد و سطح مستوى من البوليمير.

نتائج هذه الدراسة أظهرت ان الطاقة المستهلكة من طرف البوليمير او نقول الضياع في الطاقة يتأثر مباشرة من عدة عوامل اولها سرعة دوران الجسم المتحرك والثاني هو مساحة سطح التلامس التي تتأثر مباشرة بسرعة الدوران وقيمة الحمولة.

الكلمات الرئيسية : التلامس أثناء التدرج، الاحتكاك اثناء حركة الدحرجة، الضياع في الطاقة

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire	01
Liste des figures	05
Nomenclature.....	08
Introduction et problématique.....	10

CHAPITRE N°1 : Revue bibliographique

1. Revue bibliographique sur le contact roulant viscoélastique.....	12
2. Revue bibliographique sur le frottement au roulement dans les matières plastiques	18
3. Comportement mécanique des polymères	22
3.1. viscoélasticité linéaire.....	22
3.1.1. Introduction.....	22
3.1.2. Le fluage.....	23
3.1.3. relaxation des contraintes.....	26
3.1.4. modèles de comportement viscoélastique linéaire.....	27
a. Le solide linéaire standard.....	30
3.1.5. Le principe de superposition de Boltzmann (BSP).....	31
3.1.6. Analyse dans le cas des contraintes cycliques.....	32
3.1.7. Les modèles expérimentaux pour $E1$, $E2$ en fonction de la fréquence.....	35
3.2. Le comportement mécanique des élastomères.....	38
3.2.1. Formulation et comportement mécanique.....	38
a. Composition chimique.....	38
b. Vulcanisation et réticulation.....	39
c. Structure du mélange.....	40
d. Transition vitreuse et viscoélasticité.....	40
3.2.2. Élasticité caoutchouteuse.....	41
a. Origine physique : Cohésion de la matière, rôle de l'entropie.....	42
b. Modélisation mécanique.....	44
c. Effet Payne (non linéarité).....	44

d. Effet Mullins.....	45
3.2.3. Comportement viscoélastique.....	45
a. Fluage et relaxation.....	46
b. Modèles rhéologiques simples.....	46
4. Conclusion.....	48

CHAPITRE N°2 : Tribologie et Contact Roulant des polymères

1. Introduction	49
2. Introduction à la tribologie des polymères	49
2.1. Conception de base de la tribologie.....	50
3. Mécanique du Contact.....	52
3.1. Le contact normal d'un solide élastique.....	57
3.2. Contact élastique (la Théorie d'Hertz)	61
3.2.1. Solides de révolution	61
4. Le coefficient de frottement.....	63
4.1. Le coefficient de frottement de glissement	63
4.2. Le frottement de roulement (<i>cas du contact roulant bille/plan</i>)	66

**CHAPITRE N°3 : Préparation de la Machine et Procédure
Expérimentale**

1. Les polymères testés	68
1.1. Polyméthacrylate de Méthyle.....	69
1.2. Acrylonitrile-Butadiène-Styrène	69
1.3. Polyamide 6-6 (Nylon 6-6)	70
1.4. Le caoutchouc.....	71
2. Préparation du montage.....	72
2.1. Dimensionnement de disque moteur	72
2.1.1. Etude cinématique	72
2.1.2. Etude de la durée de vie.....	74
2.2. L'appareillage expérimental.....	75

2.2.1. Schéma représentatif.....	75
2.2.2. Les billes métalliques.....	76
2.2.3. Le disque moteur.....	77
3. Préparation de l'échantillon.....	77
4. Procédure de l'expérience.....	78
4.1. Paramètres contrôlables.....	78
4.1.1. La force.....	78
4.1.2. La vitesse.....	79
4.2. Paramètres à mesuré.....	79
4.2.1. Le couple de frottement.....	79
4.3. Procédure des essais.....	80

CHAPITRE N°4 : Résultats Expérimentaux et Discussion

1. Introduction.....	81
2. Résultats expérimentaux.....	81
2.1. Etude des variations du couple dans les polymères testés.....	81
2.1.1. Couple du frottement en fonction de la charge.....	81
a. Le Plexiglas « PMMA ».....	82
b. Le Nylon 6-6.....	83
c. Acrylonitrile-Butadiène-Styrène «ABS».....	84
d. Le Caoutchou.....	85
2.1.2. Interprétation.....	86
a. Le comportement de PMMA.....	86
b. Le comportement de Nylon 6-6.....	86
c. Le comportement d'ABS.....	86
d. Le comportement de Caoutchouc.....	87
2.1.3. Couple de frottement en fonction de la fréquence.....	87
a. Le Plexiglas « PMMA ».....	88
b. Le Nylon 6-6.....	89
c. ABS « Acrylonitrile-Butadiène-Styrène».....	90
d. Le Caoutchouc.....	91

2.1.4. Interprétation	92
a. Le comportement de PMMA	92
b. Le comportement de Nylon 6-6	92
c. Le comportement d'ABS	92
d. Le comportement de Caoutchouc	92
2.2. L'énergie dissipée.....	93
2.2.1. Les courbes d'énergie	94
a. Le Plexiglas « PMMA ».....	94
b. Le Nylon 6-6.....	95
c. ABS « Acrylonitrile-Butadiène-Styrène»	96
d. Le Caoutchouc	97
2.3. Discussion et comparaison avec l'étude théorique.....	98
2.3.1. Le PMMA	99
2.3.2. Nylon6-6	101
2.3.3. ABS.....	102
2.3.4. Le Caoutchouc	102
3. Conclusion.....	104
Conclusion générale	105
Références	106
Annexe.....	109

Liste des figures

CHAPITRE N°1 : Revue bibliographique

Fig.1.1	<i>La distribution de pression dans l'air de contact entre un cylindre roulant et un plan viscoélastique. Hunter [1].....</i>	<i>12</i>
Fig.1.2	<i>Distribution de pression obtenue par Morland [5].....</i>	<i>13</i>
Fig.1.3	<i>Distribution de pression de contact pour différents temps d'indentation [9].....</i>	<i>14</i>
Fig.1.4	<i>Distribution de pression obtenue par Fan et Al [10].....</i>	<i>15</i>
Fig.1.5	<i>La pression de contact développée pour différentes vitesses trouvée par Panek et Kalker [11].....</i>	<i>16</i>
Fig.1.6	<i>Distribution de pression obtenue par Wang et Knothe [15].....</i>	<i>17</i>
Fig.1.7	<i>Contact roulant d'une bille (cylindre) rigide sur un plan viscoélastique [1].....</i>	<i>21</i>
Fig.1.8	<i>Réponses au cisaillement d'un(a) solide élastique et (b) liquide newtonien Les flèches (b) montrent la variation de la vitesse v à travers l'échantillon.....</i>	<i>23</i>
Fig.1.9	<i>Fluage d'un solide viscoélastique sous une contrainte constante.....</i>	<i>24</i>
Fig.1.10	<i>La compliance en fonction du temps pour un polymère amorphe idéalisé.....</i>	<i>25</i>
Fig.1.11	<i>Le module de relaxation $G(t)$ en fonction du temps (τ est le temps de retardation) [35].....</i>	<i>26</i>
Fig.1.12	<i>Relaxation des contraintes.....</i>	<i>27</i>
Fig.1.13	<i>La déformation en fonction du temps sous une contrainte constante pour des simples modèles. [36].....</i>	<i>28</i>
Fig.1.14	<i>(a) l'élément de Maxwell (b) l'élément de Kelvin-Voigt.....</i>	<i>29</i>
Fig.1.15	<i>Modèle Linéaire Standard (SLS).....</i>	<i>30</i>
Fig.1.16	<i>Le comportement en fluage d'un corps viscoélastique linéaire Ward [35].....</i>	<i>32</i>
Fig.1.17	<i>Le module complexe.....</i>	<i>33</i>
Fig.1.18	<i>Le module complexe.....</i>	<i>35</i>
Fig.1.19	<i>La compliance complexe En fonction de la fréquence ω [35].....</i>	<i>36</i>
Fig.1.20	<i>Schématisation de l'évolution de la structure d'un caoutchouc naturel en un élastomère.....</i>	<i>40</i>
Fig.1.21	<i>Evolution des modules E', E'' et du facteur de pertes $\tan \delta$ en fonction de la température pour un élastomère naturel formulé.....</i>	<i>41</i>

Fig.1.22	<i>Schématisation des interactions moléculaires entre les chaînes polymères d'un élastomère.....</i>	<i>43</i>
Fig.1.23	<i>Analyse de l'effet de Payne, évolution de propriétés mécaniques en fonction du niveau de déformation pour un élastomère SBR renforcé en silice.....</i>	<i>44</i>
Fig.1.24	<i>Observation de l'effet Mullins lors d'un essai de traction répétitif.....</i>	<i>45</i>
Fig.1.25	<i>Modèles rhéologiques de base pour modéliser la viscoélasticité.....</i>	<i>47</i>

CHAPITRE N°2 : Tribologie et Contact Roulant des polymères

Fig.2.1	<i>Les différents types de contacts.....</i>	<i>52</i>
Fig.2.2	<i>Contact sphère-plan.....</i>	<i>53</i>
Fig.2.3	<i>Contraintes de surface dans un contacte sphère-plane.....</i>	<i>55</i>
Fig.2.4	<i>La contrainte de cisaillement dans le cas d'un contact de sphère-plan.....</i>	<i>55</i>
Fig.2.5	<i>Glissement d'une sphère sur un plan.....</i>	<i>56</i>
Fig.2.6	<i>Fissures en forme de croissant sur une surface plane après un frottement avec une sphère déplacé de droite à gauche.....</i>	<i>57</i>
Fig.2.7	<i>Deux solides en contact sous une charge normale appliquée.....</i>	<i>60</i>
Fig.2.8	<i>Vue schématique macroscopique en coupe des surfaces de glissement au contact.....</i>	<i>64</i>
Fig.2.9	<i>Pénétration d'une sphère dans un plan.....</i>	<i>66</i>
Fig.2.10	<i>Contact roulant viscoélastique bille/plan.....</i>	<i>67</i>

CHAPITRE N°3 : Préparation de la Machine et Procédure
Expérimentale

Fig.3.1	<i>Photos des échantillons avant les essais.....</i>	<i>68</i>
Fig.3.2	<i>Schéma représentatif des angles α_i et α_o</i>	<i>72</i>
Fig.3.3	<i>Le disque moteur avec une gorge profonde.....</i>	<i>74</i>
Fig.3.4	<i>Les trois points de contact.....</i>	<i>74</i>
Fig.3.5	<i>Photo générale de la machine (tribomètre).....</i>	<i>75</i>
Fig.3.6	<i>Les billes métalliques utilisés.....</i>	<i>76</i>

Fig.3.7	<i>Photos réelles de disque moteur</i>	77
Fig.3.8	<i>Schéma représente les dimensions de tribometre et les forces appliquees</i>	78
Fig.3.9	<i>Photo du tachéomètre utilisé</i>	79

CHAPITRE N°4 : Résultats Expérimentaux et Discussion

Fig.4.1	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «Le Plexiglas»</i>	82
Fig.4.2	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «Nylon6-6»</i>	83
Fig.4.3	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «ABS»</i>	84
Fig.4.4	<i>Du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «Le Caoutchouc»</i>	85
Fig.4.5	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la fréquence «Le Plexiglas»</i>	88
Fig.4.6	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la fréquence «Le Nylon 6-6»</i>	89
Fig.4.7	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la vitesse «ABS»</i>	90
Fig.4.8	<i>Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la fréquence «Le Caoutchouc»</i>	91
Fig.4.9	<i>Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Le Plexiglas»</i>	94
Fig.4.10	<i>Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Le Nylon6-6»</i> ...	95
Fig.4.11	<i>Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «ABS»</i>	96
Fig.4.12	<i>Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Le Caoutchouc»</i>	97
Fig.4.13	<i>Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «PMMA»</i>	99
Fig.4.14	<i>(a) description du cas réel (expérimental)(b) description du cas théorique</i>	100
Fig.4.15	<i>la propagation de fissures dans un matériau fragile</i>	100
Fig.4.16	<i>Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Nylon»</i>	101
Fig.4.17	<i>Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «ABS»</i>	102
Fig.4.18	<i>Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Caoutchouc»</i>	102
Fig.4.19	<i>Déformation d'un matériau caoutchouteux</i>	103

NOMENCLATURE

ξ	Paramètre viscoélastique défini comme $\xi = v_0\tau/a_h$
ϕ	L'énergie de déformation élastique
α	La perte hystérésis
F	La charge appliquée
ω	La fréquence angulaire
$\Delta E'$	L'énergie dissipée dans l'échantillon à travers un cycle de contrainte
E'	L'énergie dissipée dans l'échantillon quand la déformation est maximale
$\dot{\theta}$	La vitesse de déformation
η	La viscosité
T_g	La température de transition vitreuse
σ	La contrainte
$e_{1,2,3}(t)$	La déformation résultante
$j(t)$	La fonction compliance de fluage
\acute{t}	Le temps de retardation
$E(t)$	Module d'élasticité dépendant du temps
E	Module d'élasticité
E^*	Module complexe
\bar{E}	Module équivalent
σ_0	Contrainte constante
G	Module de cisaillement
E_m	Module vitreux
E_a	Module caoutchouteux
δ	Déphasage
E_1	Le module de perte
E_2	Le module du stockage
W	L'énergie de déformation
H	La dureté du matériau

P	Pression de contact normale
P_0	Pression de contact maximale
$\nu_{1,2}$	Coefficient de poisson pour les deux corps en contact
τ_1	Contrainte de cisaillement
ε	Déformation
$\dot{\varepsilon}$	Vitesse de Déformation
$u_{1,2}$	Déplacement normal dû à la compression des deux corps en contact
$v_{1,2}$	Déplacement tangentiel dû à la compression des deux corps en contact
N	La force normale
μ	Le coefficient de frottement
V_{loss}	La perte volumétrique de l'échantillon
a	L'aire de contact
A	L'aire effective de contact
ω	La vitesse angulaire autour de l'axe \square
θ_o	L'angle extérieur de disque moteur
θ_i	L'angle intérieur de disque moteur
\bar{P}	La dissipation d'énergie

Introduction

Et

Problématique

Introduction et Problématique

Depuis leur apparition et vue leurs propriétés bien distinguées, à savoir la résistance à la corrosion, les propriétés tribologiques, l'absorption du bruit et des vibrations, le faible prix de revient et la faible densité, les polymères ont envahi presque tous les domaines technologiques et surtout, l'industrie agro-alimentaire, électronique et textile. Ces matériaux se distinguent par rapport aux métaux par leur propre comportement dit viscoélastique. Souvent sous contraintes mécaniques, les polymères possèdent des comportements viscoélastiques non linéaires, que les rhéologues ont tenté avec plus ou moins de réussite de les représenter par des modèles linéaires. Dans les applications tribologiques les polymères techniques ont démontré dans la pratique leur capacité de fonctionnement sous contraintes de contact.

Dans la mécanique du contact on distingue deux types de frottement : le frottement de glissement (translation d'un corps sur un autre) et le frottement de roulement. Ce dernier est négligeable dans le cas des matériaux métalliques, par contre dans les polymères le frottement de roulement est très important. Ce problème a été traité théoriquement par différentes approches :

- Hunter [1] qui a tenté de modéliser le phénomène en considérant que la résistance au roulement est due à la distribution asymétrique de la pression de contact.
- Yamaguchi [2] a étudié ce problème en utilisant la méthode des pertes par hystérésis et la théorie de Hertz de la mécanique de contact.
- Knothe et Miedler [3] ont essayé de résoudre ce problème par la méthode énergétique en déterminant les contraintes normales et tangentielles dans la surface de contact.

Parmi les approches expérimentales on peut citer celle de Flom [4] qui a conçu un appareil à trois billes, pour mesurer les pertes d'énergie par frottement de roulement dans le polymère. Le principe de ce montage repose sur la mesure de l'enfoncement des billes dans le polymère. La déformation ainsi mesurée lui a permis de calculer l'énergie perdue par frottement de roulement.

Le problème qui se pose est que l'énergie perdue par frottement de roulement n'est pas due uniquement à la déformation de la surface de contact. Il peut y avoir des pertes d'énergie par fissuration et même par d'autres phénomènes d'ordre morphologique qui sont encore mal connus. Il faut tenir compte de tous les modes de dissipation d'énergie perdue par frottement de roulement. Dans le cadre de cette approche une analyse de la distribution des contraintes de contact dans le polymère et un bilan énergétique sont effectués afin de mieux comprendre ce phénomène.

Chapitre N°1

Revue

Bibliographique

1. Revue bibliographique sur le contact roulant viscoélastique :

Le développement de la science des matériaux plastiques a permis leur utilisation dans plusieurs domaines. Notamment dans le domaine de la mécanique de contact comme systèmes de transmission de mouvement (engrenage) et les machines d'impressions (rouleaux en matière plastique). Les avantages spéciaux de ce type de matériau sont inclus dans les propriétés d'amortissement, réduction du bruit en roulement et poids léger. L'analyse des contraintes pour le problème de contact roulant à une grande importance pour concevoir et construire de telles pièces. Des chercheurs dans autres domaines se sont aussi intéressés au problème de contact roulant viscoélastique. Plusieurs travaux théoriques dans ce domaine et quelques contributions importantes sont résumées ici et peuvent être divisées en deux parties :

- La méthode des éléments aux limites (Boundary Element Method).
- La méthode des éléments finis (FEM).

Pour la partie de BEM, le problème de contact viscoélastique a été étudié par Hunter [1] en 1961, il a présenté la solution bi-dimensionnelle du problème de contact roulant d'un cylindre rigide sur un plan viscoélastique. Pour simplifier la solution du problème, le corps viscoélastique est pris comme un solide linéaire standard avec un seul temps de retardation (ou relaxation) et un coefficient de poisson constant, de plus les effets des forces d'inerties sont négligés, *Fig.1.1*

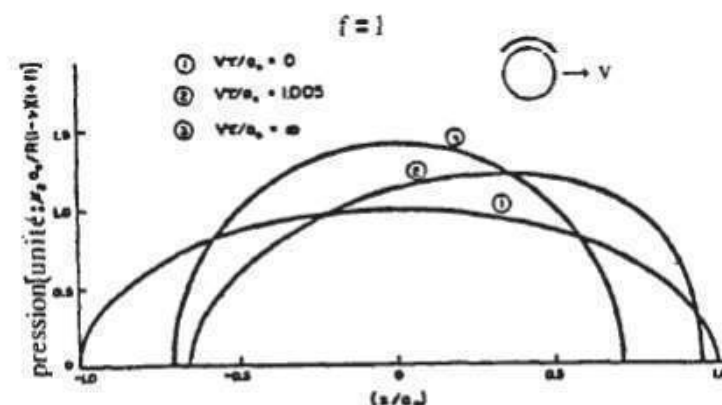


Fig.1.1 La distribution de pression dans l'air de contact entre un cylindre roulant et un plan viscoélastique. Hunter [1]

Morland en 1967 [5] a tenté de résoudre le problème viscoélastique pour le cas d'un cylindre rigide roulant à une vitesse constante sur un plan viscoélastique en utilisant les résultats de Hunter et en prenant en considération de plus les lois constitutives générales.

Les équations intégrales sont résolues par une série exponentielle. L'exemple numérique présenté pour cette solution a montré que la distribution de la pression à l'intérieur de la surface de contact est asymétrique **Fig.1.2**. Ces deux études sont limitées au cas du problème de contact normal sans frottement.

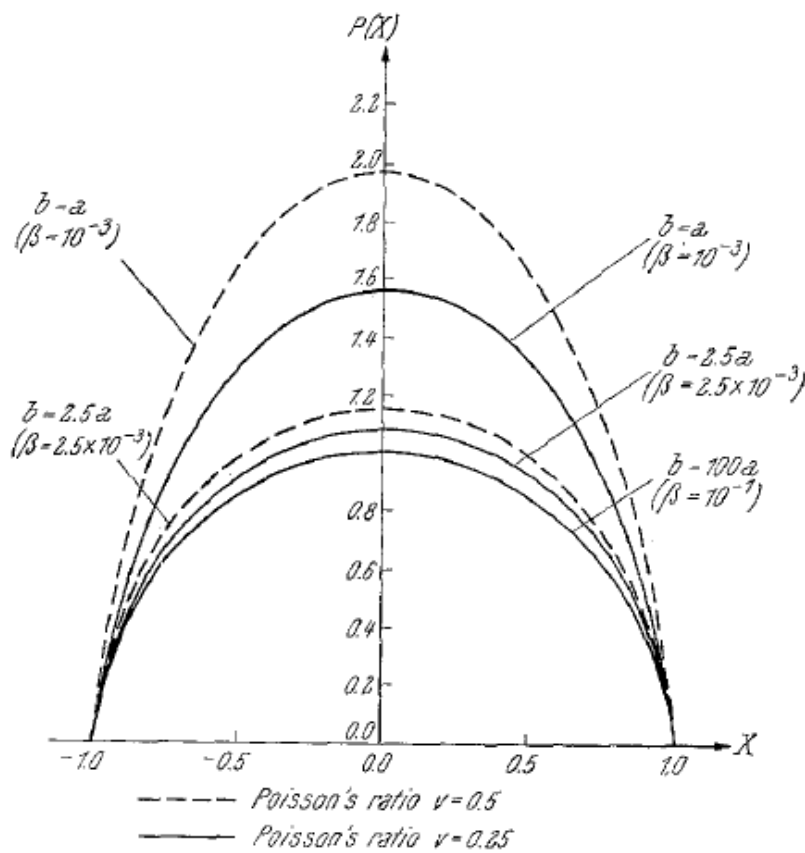


Fig.1.2 Distribution de pression obtenue par Morland [5]

Le problème du contact tangentiel viscoélastique a été résolu pour la première fois en 1973 par Goriacheva [6]. La solution est seulement valide pour les cylindres de même matériau et même dans ce cas la solution numérique n'a pas été élaborée.

Papat et Batra [7] probablement ont été les premiers à étudier numériquement le problème de contact roulant viscoélastique en utilisant la FEM sur un rouleau couvert en caoutchouc c'était en 1982. Une fois encore, l'analyse a été restreinte au problème de contact normal sans frottement.

Oden et Lin [8] en 1986 ont utilisé la FEM pour étudier le cas général du contact roulant géométriquement non-linéaire des cylindres viscoélastiques. Les frottements et les forces d'inertie ont été considérés.

Lee et Radok [9] ont essayé de présenter une solution pour le problème de contact viscoélastique entre une sphère rigide et un plan viscoélastique semi-infini, tout en tenant compte du comportement viscoélastique de ce plan. Les résultats de cette étude ont montré que la distribution de la pression à l'intérieur de la surface de contact a une forme aplatie pour des temps d'indentation supérieurs au temps de retardation du matériau viscoélastique et qu'elle s'approche de la distribution symétrique de Hertz dans le cas particulier où le temps d'indentation est négligeable devant le temps de retardation, *Fig.1.3*.

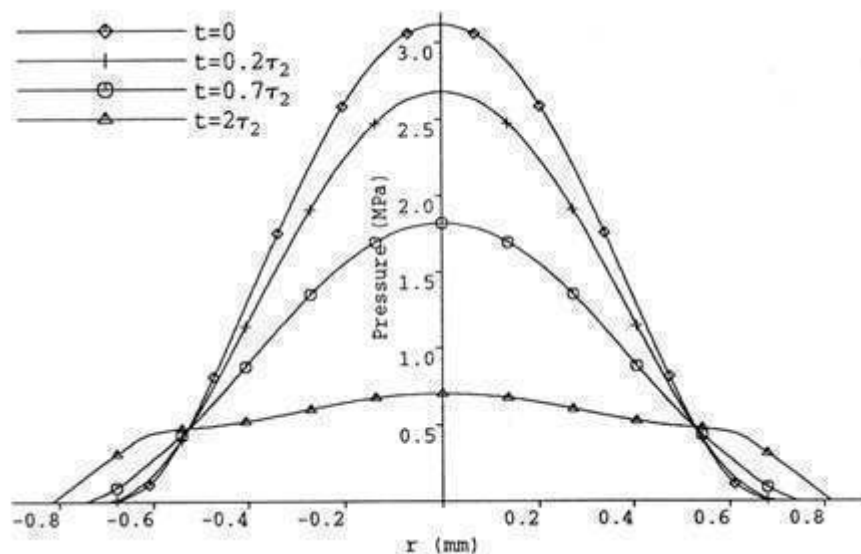


Fig.1.3 Distribution de pression de contact pour différents temps d'indentation [9]

Dans une étude récente en 1995 Fan, Graham et Golden [10] ont donné une solution relative au contact entre plusieurs corps roulants et un plan viscoélastique. Dans cette analyse, l'effet d'inertie n'était pas pris en considération du fait que la vitesse du roulement est faible. Le comportement du matériau était simulé par le modèle linéaire standard et

ainsi, la solution du problème est formulée en un système couplé d'équations en fonction du temps et de l'espace. Dans la limite de l'état d'équilibre, les résultats obtenus numériquement indiquent une distribution asymétrique de la pression de contact pour des valeurs moyennes du paramètre $\xi = \tau v/a \neq 0$ (vitesse du roulement le temps de relaxation / la demi-largeur de l'aire de contact).

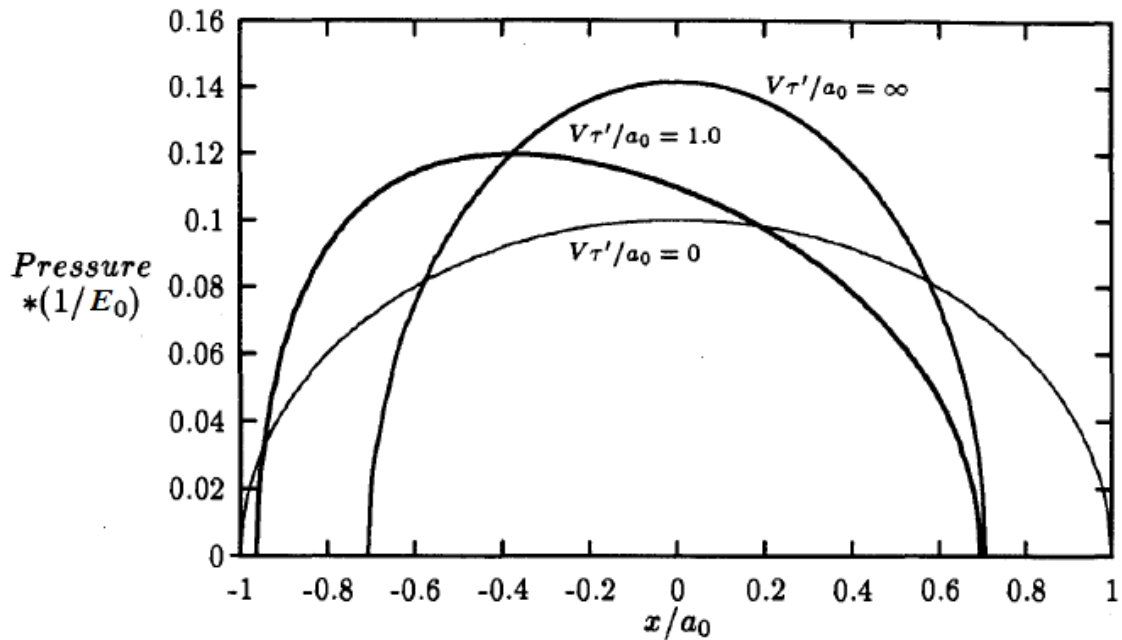


Fig.1.4 Distribution de pression obtenue par Fan et Al [10]

Ces résultats ont montré que pour des grandes valeurs de ξ La distribution devient symétrique du fait que dans cette limite le milieu viscoélastique se comporte comme un solide élastique *Fig.1.4*.

Panek et Kalkeer [11] en 1980 ont analysé le problème de contact tridimensionnel entre un corps rigide de forme ellipsoïde et un plan semi-infini viscoélastique, en suivant la simplification de la version de Hunter. Le modèle linéaire à trois éléments a été choisi, pour simuler le comportement viscoélastique du matériau et les forces d'inerties sont négligées. Dans cette analyse, la théorie de la ligne de contact élastique de Kalker [12, 13] et Panek et Kalker [11] a été utilisée et tout frottement de glissement est négligé. Bien que

cette théorie soit approximative, elle peut offrir des résultats assez acceptables dans le cas d'un contact viscoélastique tridimensionnel, **Fig.1.5**.

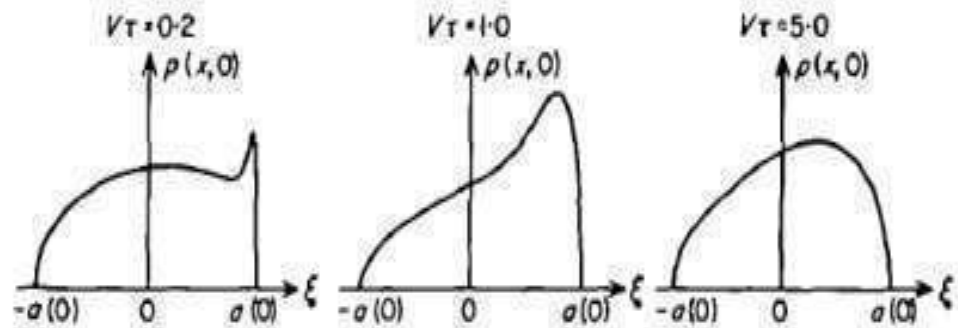


Fig.1.5 La pression de contact développée pour différentes vitesses trouvée par Panek et Kalker [11]

Le problème de contact roulant tridimensionnel entre deux corps viscoélastiques a été étudié par Wang et Kalker [14] en 1992. L'objectif visé par cette étude était le développement d'une méthode numérique de contact viscoélastique tridimensionnel qui est basée sur la théorie du plan semi-infini élastique de Kalker. Dans cette étude et en plus des hypothèses ordinaires du contact Hertzien, ces auteurs ont supposé que :

- Le système est à l'équilibre ;
- La loi de Coulomb pour le frottement est applicable et le coefficient de frottement est pris constant ;
- La vitesse de roulement du corps viscoélastique est petite comparée à la vitesse de propagation des ondes surfaciques de Rayleigh, cela est valable pour la plupart des cas pratiques de contact viscoélastique et l'effet d'inertie est donc négligeable dans l'analyse mécanique de contact.

Les résultats de cette étude ont porté sur deux cas, le premier est le contact entre deux sphères du même matériau viscoélastique. Dans ce cas le problème de contact est non couplé. Le deuxième est le contact roulant entre une sphère viscoélastique et un plan élastique semi-infini. Le problème de contact est couplé. Dans les deux cas la distribution

de pression de contact est asymétrique du fait de la viscoélasticité du matériau. Ces résultats ont montré aussi que la distribution de la force de frottement n'a pas changé par rapport au cas élastique.

Wang et Knothe [15] en 1989 ont étudié le problème de contact viscoélastique roulant bi-dimensionnel en présence d'une force de frottement. Dans cette analyse, la méthode des bandes finies basée sur la théorie de plan semi-infini a été utilisée et le comportement du matériau viscoélastique est décrit par le modèle du solide linéaire standard (modèle à trois éléments). Deux cas étaient envisagés, le premier est celui de deux cylindres du même matériau où le problème de contact est non couplé et le deuxième est le cas de deux cylindres de différents matériaux, ce qui correspond au cas du contact couplé. Des courbes représentant la distribution des pressions normales et tangentielles à la surface de contact en fonction du paramètre $\xi = v_0\tau/a_h$ ont été tracées et la distribution de Hertz est obtenue dans le cas particulier où $\xi = 0$.

Les résultats de cette étude ont montré que la vitesse de roulement a une influence remarquable sur le contact roulant viscoélastique, en particulier sur la distribution de la pression normale de contact qui devient asymétrique avec l'augmentation de la vitesse de roulement. Lorsque le paramètre ξ tend vers l'infini, cette distribution tend vers la symétrie. La forme principale de la distribution de la force de frottement ne change pas en comparaison à celui du cas élastique *Fig.1.6*.

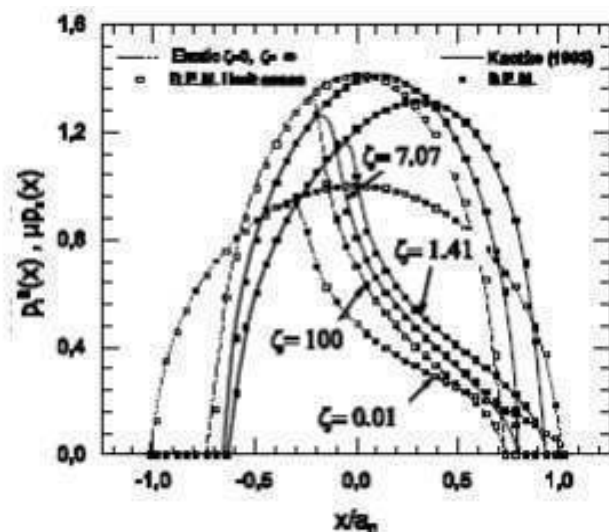


Fig.1.6 Distribution de pression obtenue par Wang et Knothe [15]

Concernant les contraintes internes, ces auteurs ont confirmé que la valeur de la contrainte de cisaillement maximale dans le cas viscoélastique, ne se produit pas sur l'axe de symétrie comme dans le cas élastique mais elles se déplacent vers le côté avant de la surface de contact (sens de roulement). Cet effet est dû à la distribution asymétrique de la pression qui résulte du comportement du matériau.

2. Revue bibliographique sur le frottement au roulement dans les matières plastiques :

Jusqu'à maintenant il n'existe pas de formalisme précis pour résoudre un problème tribologique, tel que le frottement et l'usure. Le comportement au frottement et à l'usure dépend d'une manière complexe des conditions de sollicitation, de l'environnement et des propriétés physico-chimiques des surfaces. Le problème de frottement dans les matériaux plastiques est divisé en deux parties, frottement surfacique entre les surfaces de contact qu'est due à l'état de surface, ce type de frottement peut être remédié par l'amélioration de l'état de surface et/ou par l'utilisation d'un lubrifiant. Le deuxième type de frottement au roulement est le frottement interne et que est due aux propriétés viscoélastiques du matériau ou plus précisément il est du à l'effet du mouvement des molécules du polymère [16].

Si l'échantillon est gardé à l'état déformé, la relaxation des contraintes a lieu comme un résultat des mouvements thermiques des chaînes, les déformations moléculaires sont atténuées petit à petit, et l'excès de l'énergie libre est dissipé sous forme de chaleur. Les détails de la relaxation des contraintes développées dépendant de la multiplicité des chemins dont les molécules du polymère peuvent rejoindre à travers le mouvement thermique. Ces mouvements moléculaires complexes du polymère peuvent être essentiellement exprimés comme une série de modes caractéristiques qui exigent plusieurs degrés de longue coopération parmi les segments de la chaîne. Dans le premier mode correspond à la translation de la molécule entière, exiger un maximum de coopération, le second correspond au mouvement des fins de la chaîne dans les directions opposées, exigent moins de coopération [17].

Dans l'état caoutchouteux, le temps de relaxation maximum dépend fortement du poids moléculaire. Dans cette région les mouvements des molécules sont longs dans la nature,

d'où le mouvement d'unité est de l'ordre de la longueur de la molécule elle-même. C'est la région où les enchevêtrements sont importants.

Plusieurs recherches théoriques sur le frottement au roulement des matériaux métalliques sur des surfaces planes ont été élaborées par Reynolds [18] en 1876. Le frottement au roulement des plastiques est un domaine de recherche récent et a été étudié dans les années soixante par Tabor [19], Flom [4,20], May [21], Norman [22], Takemura [23,24] et d'autres contributions sont incluses par Johnson [25], des études expérimentales ont été élaborées par Tanaka [26], Gremer [27] et Matsubara [28].

Le frottement de roulement est introduit empiriquement dans la mécanique de roulement des corps rigides sur des plans en plastique comme un couple résistant proportionnel à la charge normale, le facteur de proportionnalité dépend de la dureté du matériau et de la courbure de la surface. Ce problème a été étudié par Lamb [29], qui montre que la cause principale est la déformation dans la région de contact.

Plusieurs analyses de la déformation de contact faites d'après la théorie classique d'élasticité sont extrêmement compliquées, comme il a été montré par Poritsky [30], qui considère qu'il n'y a pas une méthode directe pour différencier entre la région de glissement et la région de roulement pour un cylindre. Pour le problème élastique en absence d'effets d'inertie la distribution de la pression du contact est symétrique sous une charge normale et par conséquent il n'y a pas de couple résistant. Un travail expérimental fait par Atack et Tabor [31] sur le frottement d'une sphère dure roulant sur des surfaces en bois baume avec lubrification variable, Tabor a montré que la résistance est indépendante du type de la lubrification ou du type de la sphère, et il a conclu que le frottement de roulement est originaire des pertes d'hystérésis viscoélastiques. La nature des lubrifiants et les forces de frottement surfaciques n'avaient aucun effet, donc on déduit que le couple résistant est dû principalement à la distribution de la pression normale, nécessairement asymétrique.

Les plus anciennes recherches sont basées sur la perte d'hystérésis. Où la théorie de frottement au roulement est basée sur l'idée que lorsqu'un corps roule sur un plan en matière plastique, tel que le caoutchouc il y a une perte d'hystérésis résultante de la déformation de la surface et son subséquent rétablissement après le déchargement. Autrement dit, si (θ) est l'énergie de déformation élastique par unité de longueur roulant et

α la perte hystérésis suivant le rétablissement de l'énergie de déformation, donc la résistance par frottement au roulement F est d'après (Tabor [32], Flom [33]) est : $F = \alpha \cdot \delta$.

Les plus récentes recherches sont basées sur les pertes d'énergie par frottement et par dissipation d'énergie dans le corps viscoélastique. Autrement dit la perte d'énergie totale qui est expliquée par la force résistante au roulement est une sommation de la force de frottement à la surface plus la dissipation d'énergie dans les deux corps en contact. La dissipation d'énergie dans les deux corps en contact est dominée par la dissipation d'énergie dans le corps viscoélastique car la réaction différée d'un polymère sous une contrainte est une déformation qu'affectent aussi ses propriétés dynamiques.

Par exemple si une simple contrainte harmonique de fréquence angulaire (ω) est appliquée à l'échantillon, la déformation sera retardée par rapport à la contrainte par un angle de déphasage dont la tangente mesure le frottement interne $\Delta E/E$, où ΔE est l'énergie dissipée dans l'échantillon à travers un cycle de contrainte et (E) est l'énergie dissipée dans l'échantillon quand la déformation est maximale.

En 1961 Hunter [1] a tenté de résoudre le problème de frottement au roulement en considérant qu'il est évident que la résistance de frottement rencontrée dans le roulement des billes et des cylindres d'acier sur des surfaces en polymères est due à la nature viscoélastique du matériau. La **Fig.1.7** montre la géométrie du contact pour un cylindre qui roule sur une surface viscoélastique et explique l'origine du frottement plus clairement. La position ($x = 0$) relatif à la symétrie (occupé par le centre de la région du contact pour un solide élastique), la région du contact est déplacée dans la direction de roulement par conséquent la distribution des contraintes subit le même détail et d'autre part la région de contact dépend de la vitesse de roulement.

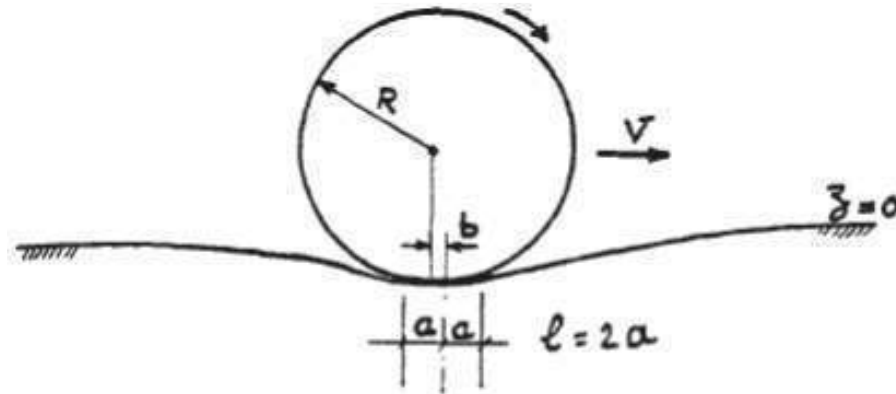


Fig.1.7 Contact roulant d'une bille (cylindre) rigide sur un plan viscoélastique [1]

Donc, même en absence des forces de frottements à la surface, la résultante de la force agissante sur la bille (cylindre) possède une composante non-nulle qui suppose au mouvement de roulement. Dans cette analyse théorique Hunter a assumé que le polymère a le comportement d'un solide linéaire standard avec un seul temps de retardation, un coefficient de poisson constant, l'état de déformation est plan et les forces d'inerties sont négligées. Cette étude a été faite en assumant que les déformations sont infinitésimales et la surface est indéformable.

En 1995 Knoth et Miedler [3] ont étudié le problème de la résistance au roulement de deux cylindres viscoélastiques ayant des surfaces lisses. Leurs résultats sont présents en utilisant les formules approximatives [3]. Ils sont basés sur la formulation de la dissipation d'énergie où la résistance au roulement est influencée par l'état de surface et les propriétés du matériau. Ils ont trouvés que la résistance au roulement pour des rouleaux idéalement élastiques est extrêmement petite et la dissipation d'énergie de deux cylindres viscoélastiques semblables est entièrement indépendante de l'influence du frottement de glissement. Ils ont affirmés le même résultat pour un cylindre viscoélastique roulant sur un support rigide. Dans les deux cas la dissipation d'énergie est fortement liée à la vitesse, c'est à dire la résistance au roulement est causée par les propriétés du matériau est prédominante tandis que l'influence de la surface est négligeable.

3. Comportement mécanique des polymères

3.1. viscoélasticité linéaire

3.1.1 Introduction

Les polymères sont formés d'unités structurales : les motifs monomères liés entre eux par des liaisons intermoléculaires faibles (Van der Waals). Ce sont ces liaisons qui assurent la cohésion d'un polymère surtout aux basses températures. Un tel ensemble possède [34] :

- Un comportement élastique dominant aux basses températures de l'état vitreux (ou aux vitesses de sollicitation élevées), avec un module G et une loi de comportement de Hooke :

$$\sigma = G\theta \quad (1)$$

Où σ est la force de cisaillement et θ est l'angle de cisaillement *Fig.1.8(a)*

- Un comportement visqueux prépondérant aux températures élevées, à l'état fluide (ou aux vitesses de sollicitation très lentes). La contrainte est liée à la vitesse de déformation $\dot{\theta}$ par la loi de Newton :

$$\sigma = \eta \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

Où η est la viscosité du liquide.

Ce cas intéresse principalement les polymères non réticulés chimiquement pour que l'écoulement des molécules puisse avoir lieu ;

- Un comportement viscoélastique, combinant les deux aspects précédents aux températures intermédiaires.

Des matériaux comme les métaux se comportent dans certaines conditions plutôt de manière élastique, tandis que dans d'autres conditions à haute température ils ont un comportement visqueux proche de celui des fluides (fluage). Pour de telles substances, l'effet viscoélastique est faible.

Par contre, pour les polymères, l'effet viscoélastique peut être très prononcé suivant les conditions expérimentales ; il dépend de la fréquence de la sollicitation mécanique (essais dynamiques), du temps d'observation (essais quasi-statiques : fluage – relaxation...) et de la température. Il est prépondérant au voisinage de la température de transition vitreuse T_g [34].

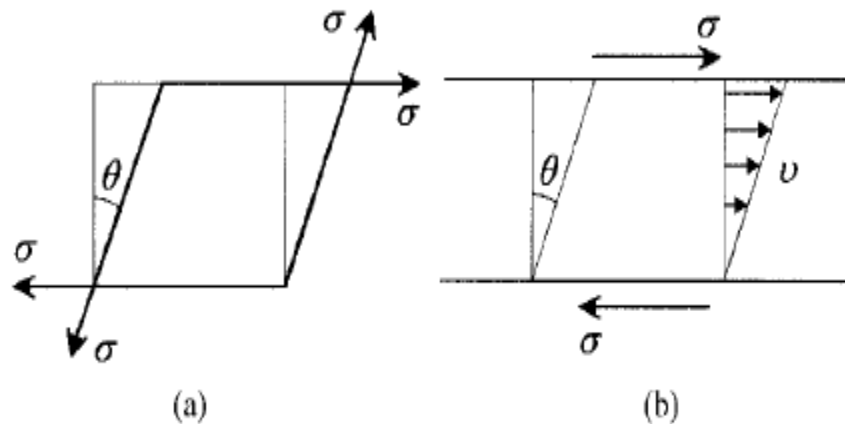


Fig.1.8 Réponses au cisaillement d'un(a) solide élastique et (b) liquide newtonien. Les flèches (b) montrent la variation de la vitesse v à travers l'échantillon [34].

3.1.2 Le fluage :

Un corps supporte une charge constante, au moment de l'application de cette charge une déformation instantanée apparaît. Si l'on maintient le chargement on constate que le corps subit des déformations lentes en fonction de la durée de chargement. Ces déformations différées sont dues au fluage, elles restent acquises en partie après déchargement. Dans le cas des matériaux plastiques, le fluage provoque un glissement des macromolécules les unes par rapport aux autres, ce qui entraîne une déformation du matériau.

La **Fig.1.9** montre l'effet de l'application d'une contrainte σ , par exemple une charge de traction, d'un matériau viscoélastique linéaire au temps $t=0$. La déformation résultante $e(t)$ peut être divisée en trois parties :

1. e_1 , une réponse instantanée, semblable à celle d'un solide élastique ;
2. $e_2(t)$ qui tend à une valeur constante quand t tend vers ∞ ; et
3. $e_3(t)$ qui est linéaire dans le temps.

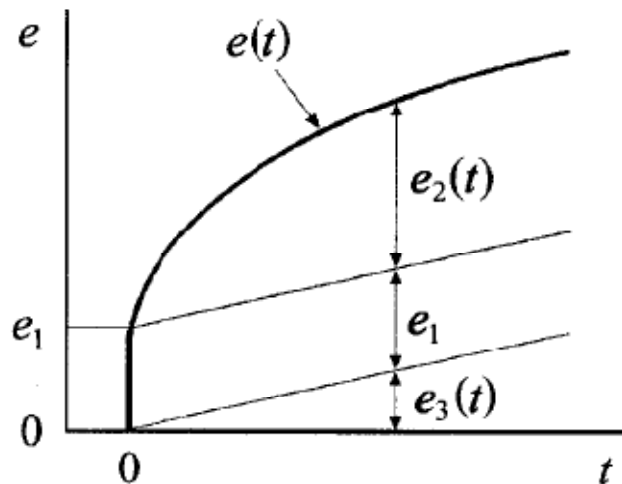


Fig.1.9 Fluage d'un solide viscoélastique sous une contrainte constante [34].

En supposant que la linéarité, c'est-à-dire que chaque partie de la déformation est proportionnelle à la contrainte appliquée, la fonction compliance de fluage $J(t)$ est dépendant du temps et peut être défini comme

$$J(t) = \frac{e(t)}{\sigma} = \frac{e_1}{\sigma} + \frac{e_2(t)}{\sigma} + \frac{e_3(t)}{\sigma} = J_1 + J_2(t) + J_3(t) \quad (3)$$

Le terme $J_3(t)$ correspond à l'écoulement et sera considéré comme nul. (Pour les polymères réticulés, c'est zéro, et pour les polymères cristallins, c'est environ zéro). Le terme J_1 correspond réellement à une réponse qui est plus rapide.

Fig.1.10 montre que $\log J(t)$ en fonction de $\log t$ à température constante T sur un très large éventail de temps t d'un polymère amorphe idéalisé avec seulement une transition de relaxation.

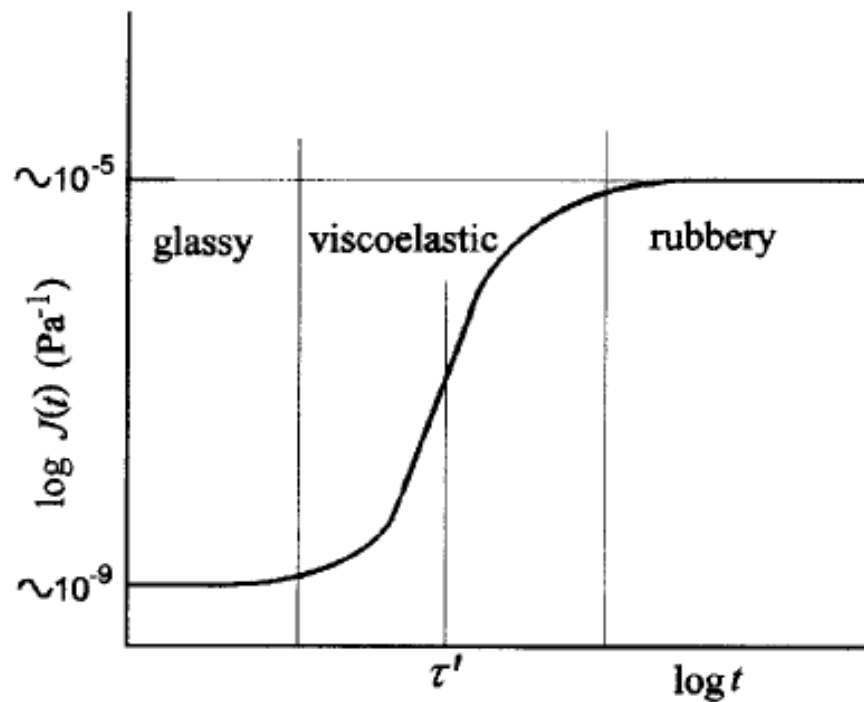


Fig.1.10 la compliance en fonction du temps pour un polymère amorphe idéalisé [34].

Il existe trois régimes, selon le temps Δt ou de la fréquence utilisée dans toute expérience :

- a) $\Delta t \ll \tau$ (Élevée \square) : le polymère est vitreux (glassy), avec une faible constante de la conformité ;
- b) $\Delta t \gg \tau$ (Faible \square) : le polymère est caoutchouteux (rubbery), avec une constante élevée de la conformité;
- c) $\Delta t \sim \tau$: le polymère est viscoélastique (viscoelastic) avec une compliance dépendant du temps intermédiaire

Le temps τ est appelé le temps de retard et sa valeur dépend de la nature du polymère et de la température, T . [35]

3.1.3 relaxation des contraintes :

Pendant la détermination de la courbe du module d'un polymère par relaxation, la déformation est imposée et la force ou la contrainte est mesurée. La contrainte diminue avec le temps comme si le matériau s'approchait à l'équilibre. L'observation directe et les mesures de ce phénomène constituent la relaxation des contraintes expérimentalement.

Il a été montré expérimentalement et théoriquement que le comportement en relaxation des polymères caoutchouteux peut être compté dans les fonctions indépendantes de la déformation et de temps. A petites déformations, la relation contrainte-déformation peut être représentée par un module d'élasticité dépendant du temps $E(t)$.

Les courbes maitresses telles que celle de la **Fig.1.11** montre les différents types de comportement viscoélastique des matériaux plastiques. la région où le matériau est vitreux se caractérise par un grand module et une basse compliance. La région où le module décroît rapidement représente la région de la transition vitreuse. Cette dernière région est suivie par un palier caoutchouteux et visqueux.

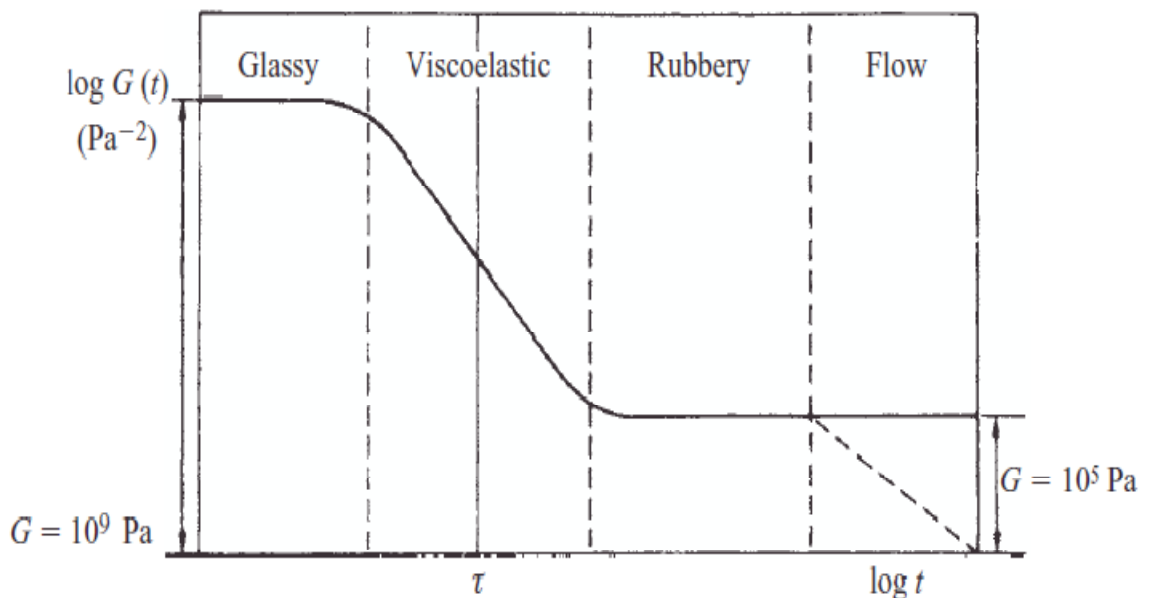


Fig.1.11 le module de relaxation $G(t)$ en fonction du temps

(τ est le temps de retardation) [35]

Si un échantillon est soumis à une contrainte et résulte une déformation fixe comme illustré à la **Fig.1.12**:

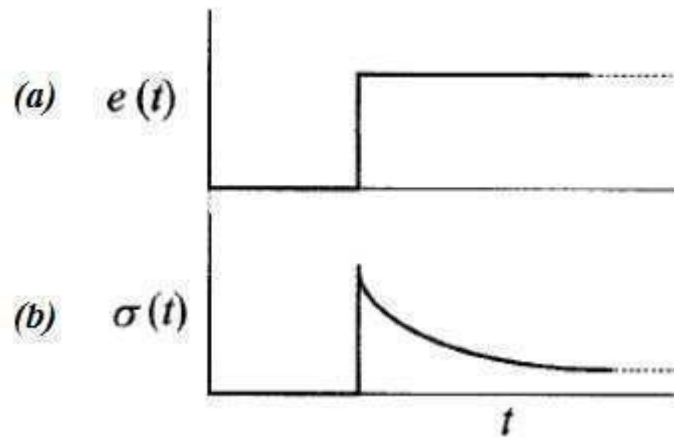


Fig.1.12 Relaxation des contraintes.

La courbe inférieure montre la contrainte appliquée en fonction du temps et la courbe supérieure représente la déformation qui en résulte [35].

Le module de relaxation $E(t)$ est défini par :

$$E(t) = \sigma(t)/e \quad (4)$$

3.1.4 modèles de comportement viscoélastique linéaire :

Avant d'imaginer un modèle pour décrire le comportement viscoélastique d'un polymère, examinant la réponse e des systèmes idéaux à une contrainte σ . L'élément élastique idéal est représenté par un ressort qui obéit la loi de Hooke, avec un module d'élasticité G . la déformation élastique est instantanée et indépendante du temps : $e = \sigma(1/E)$ **Fig.1.12(a)** Une réponse complètement visqueuse est celle d'un fluide Newtonien, qui à une déformation linéaire avec le temps pendant que la contrainte est appliquée et il est complètement irréversible $de/dt = \sigma(1/\eta)$, où η est la viscosité du fluide **Fig.1.12(b)**.

Une analogie mécanique simple d'un fluide Newtonien est un amortisseur.

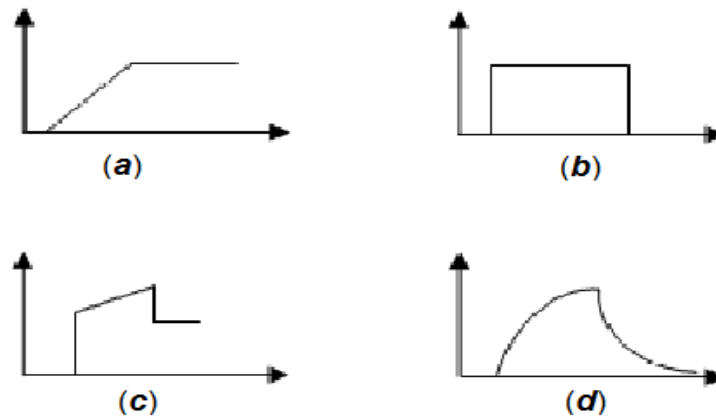


Fig.1.13 La déformation en fonction du temps sous une contrainte constante pour des simples modèles. [36]

(a) le ressort élastique idéal, (b) fluide Newtonien,
(c) l'élément de Maxwell, (d) l'élément de Voigt.

Les deux éléments ressort et amortisseur peuvent être combinés de plusieurs façons. Entre autre s'ils sont placés en série, c'est le modèle de Maxwell **Fig.1.13(a)** la déformation n'est plus élastique sous l'application de la contrainte **Fig.1.13(c)**. Ce modèle peut représenter certains fluides viscoélastiques, la relation contrainte déformation est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\eta} \sigma + \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} \quad (5)$$

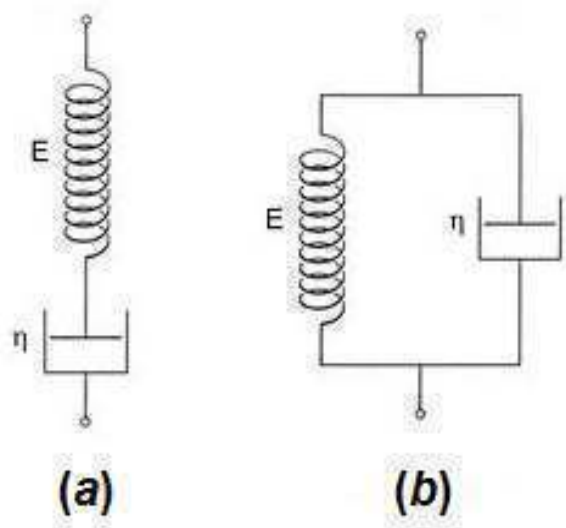


Fig.1.14 (a) l'élément de Maxwell (b) l'élément de Kelvin-Voigt [36]

Par contre certains solides viscoélastiques peuvent être représenté par le modèle de Kelvin-Voigt **Fig.1.14(b)** constitué d'un ressort et d'un amortisseur montés en parallèle. Ce model montre un retard dans la réponse viscoélastique **Fig.1.14(d)**. L'amortisseur agit comme une résistance ralentissant à l'établissement de l'équilibre du ressort. L'équation différentielle qui régie le comportement viscoélastique de ce modèle est la suivante :

$$\eta \frac{de}{dt} + Ee = \sigma \quad (6)$$

Si une contrainte constante σ_0 : est appliquée (fluage) **Fig.1.13(d)**, la courbe de la déformation est donnée par [35] :

$$e = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-(E/\eta)t}) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (7)$$

Où τ est le temps de retardation.

Quand la contrainte est enlevée ($\sigma = 0$) l'échantillon retourne à sa forme initiale selon une courbe exponentielle :

$$e = e_0 e^{-t/\tau} \quad (8)$$

a. Le solide linéaire standard :

Nous avons vu que les modèles de Maxwell et de Kelvin Voigt décrivent respectivement la relaxation des contraintes et le fluage d'un solide viscoélastique. Pour pouvoir comparer nos résultats nous utilisons le modèle du solide linéaire standard, car ce dernier est utilisé par la majorité des chercheurs dans ce domaine.

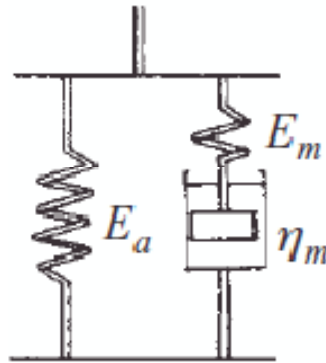


Fig.1.15 Modèle Linéaire Standard (SLS) [36]

Considérons l'équation différentielle linéaire générale qui régit le comportement viscoélastique linéaire. De cette présente discussion l'obtention d'une description même avec une approximation de la relaxation des contraintes et de fluage, au moins les deux premiers termes sur chaque cote de l'équation générale doivent être retenus, c.à.d. l'équation la plus simple sera de la forme :

$$a_0\sigma + a_1 \frac{d\sigma}{dt} = b_0\varepsilon + b_1 \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (9)$$

La relation contrainte-déformation du modèle montrée sur *Fig.1.15* est la suivante :

$$\sigma + \tau \frac{d\sigma}{dt} = E_a\varepsilon + (E_a + E_m)\tau \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (10)$$

Ce modèle décrit le fluage et la relaxation des contraintes et la transition du module vitreux E_m (pour $E_m \gg E_a$) aux courtes durées, où l'amortisseur a une viscosité infinie, au module caoutchouteux E_a à une longues durées.

3.1.5. Le principe de superposition de Boltzmann (BSP) :

Ce principe est appliqué aux états où la déformation est une fonction linéaire de la contrainte, afin que l'effet total appliqué de plusieurs contraintes soit la somme des effets appliqués de chacun séparément. L'application du principe de la superposition rend possible la prédiction de la réponse mécanique d'un polymère qui a une large gamme des conditions de chargement d'un montant limité de données expérimentales. Ce principe est appliqué aux cas statiques et aux cas où les contraintes sont dépendantes du temps. Le modèle général du comportement en fluage et en relaxation des contraintes a été discuté, en indiquant quelques conséquences les plus simples des suppositions du comportement de la viscoélasticité linéaire. Le principe de Superposition de Boltzmann est la première formulation mathématique du comportement viscoélastique linéaire. Boltzmann a proposé [36] :

- ✓ Le fluage dans un spécimen est une fonction de l'histoire du chargement entière,
- ✓ Chaque pas du chargement fait une contribution indépendante à la dernière déformation et que la dernière déformation peut être obtenue par l'addition simple de chaque contribution.

Considérons plusieurs étapes de chargement *Fig.1.16* dans lesquelles les accroissements des contraintes $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3$, etc. sont ajoutés aux temps τ_1, τ_2, τ_3 , etc., respectivement. Le fluage total au temps t est donné par :

$$\varepsilon(t) = \Delta\sigma_1 J(t - \tau_1) + \Delta\sigma_2 J(t - \tau_2) + \Delta\sigma_3 J(t - \tau_3) + \dots \quad (11)$$

Où $J(t-\tau)$ est la fonction compliance de fluage. La contribution de chaque étape de chargement est le produit de l'accroissement de contrainte et d'une fonction générale du temps, qui est la fonction compliance de fluage qui dépend seulement de l'intervalle du temps entre l'instant où l'accroissement de contraintes est appliqué et l'instant où le fluage est mesuré. L'équation (11) peut être généralisée avec :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t J(t - \tau) d\sigma(\tau) \quad (12)$$

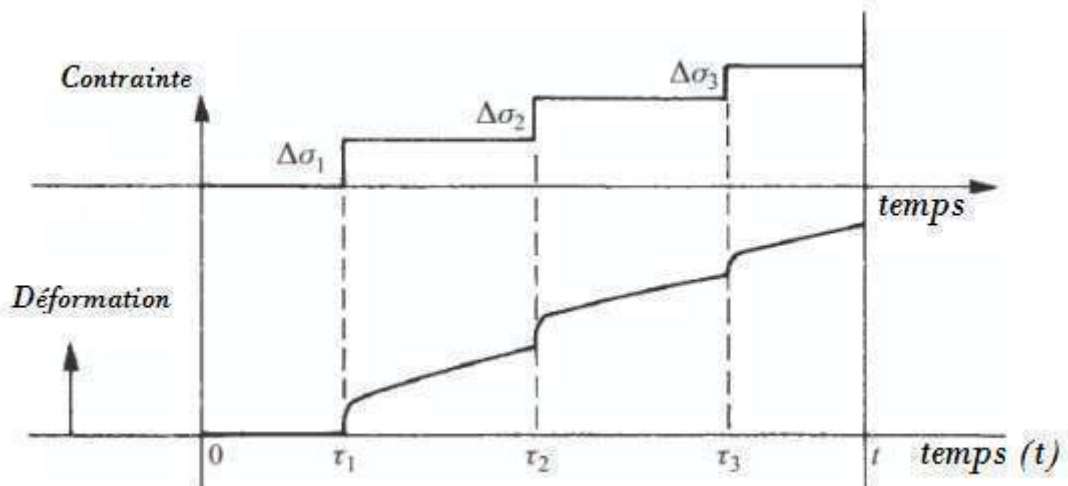


Fig.1.16 Le comportement en fluage d'un corps viscoélastique linéaire Ward [35]

3.1.6. Analyse dans le cas des contraintes cycliques :

Une procédure expérimentale alternative au fluage et à la relaxation est de soumettre l'éprouvette à une déformation alternée et la contrainte est simultanément mesurée. Pour le comportement viscoélastique linéaire, quand l'équilibre est atteint, la contrainte et la déformation varieront sinusoidalement, mais la contrainte est en déphasage par rapport à la déformation. Donc si nous écrivons :

$$\text{La déformation : } \varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

$$\text{La contrainte : } \sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)$$

Où ω est la fréquence angulaire, δ est le déphasage.

En développant $\sigma = \sigma_0 \cos \delta \sin \omega t + \sigma_0 \sin \delta \cos \omega t$ nous constatons que la contrainte considérée est constituée de deux composantes :

- 1) Amplitude $(\sigma_0 \cos \delta)$ qui est en phase avec la déformation
- 2) Amplitude $(\sigma_0 \sin \delta)$ qui est déphasé de 90° avec la déformation.

La relation contrainte-déformation peut être donc définie par une quantité E_1 en phase avec la déformation et par une quantité E_2 déphasé de 90° avec la déformation par exemple :

$$\sigma = \varepsilon_0 E_1 \sin \omega t + \varepsilon_0 E_2 \cos \omega t \quad (13)$$

Où

$$E_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta \quad \text{et} \quad E_2 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta$$

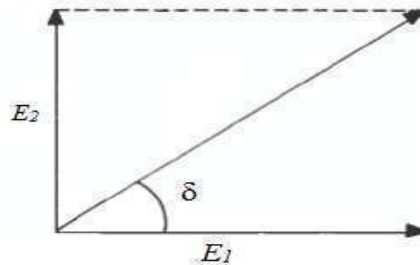


Fig.1.17 Le module complexe $E^* = E_1 + iE_2$ et $\tan \delta = E_2/E_1$ [35]

Si nous écrivons :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{i\omega t}, \quad \text{et} \quad \sigma = \sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}$$

Donc

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E^* = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\delta}$$

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos \delta + i \sin \delta) = E_1 + iE_2 \quad (14)$$

La partie réelle du module E_1 qui est en phase avec la déformation, est souvent appelé le module de stockage parce qu'il définit l'énergie élastique emmagasinée dans le corps due à la déformation appliquée. La partie imaginaire du module E_2 qui est en déphasage avec la

déformation définit la dissipation d'énergie est souvent appelé le module de perte. L'énergie dissipée par cycle est :

$$\Delta E = \int \sigma d\varepsilon = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\sigma d\varepsilon}{dt} dt \quad (15)$$

En remplaçant σ et ε par leurs valeurs nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Delta E &= \omega \varepsilon_0^2 \int_0^{2\pi/\omega} (E_1 \sin \omega t \cos \omega t + E_2 \cos^2 \omega t) dt \quad (16) \\ &= \pi E_2 \varepsilon_0^2 \end{aligned}$$

Dans la plus part des cas E_2 est petit devant E_1 . $|E^*|$ est donc approximativement égale à E_1 , $|E^*|$ est considéré quelquefois comme le module E . généralement il définit le comportement mécanique dynamique en terme de module $E \cong E_1$ et l'angle de déphasage δ ou souvent défini par $\tan \delta = E_2/E_1$.

L'approximation $\delta = \tan \delta$ est prise quand le module de perte E_2 est petit les valeurs typiques de E_1 , E_2 et $\tan \delta$ pour un polymère sont $10^3 MPa$, $10 MPa$ et 0.01 respectivement.

Un traitement exactement complémentaire peut être développé pour définir la compliance complexe (ou la compliance signifie la souplesse du matériau)

$$J^* = J_1 - iJ_2$$

D'où

$$J_1 = \frac{E_1}{E_1^2 + E_2^2} \quad \text{et} \quad J_2 = \frac{E_2}{E_1^2 + E_2^2}$$

Toutes les quantités G_1 , G_2 , J_1 et J_2 sont dépendant de la fréquence (ω).

Il est directement en rapport avec le module complexe :

$$E^* = 1/J^*$$

Ici il y a une analogie exacte avec le fluage et la relaxation, il est nécessaire de déterminer E_1 et E_2 (ou $\tan \delta$) ou J_1 et J_2 (ou $\tan \delta$) comme une fonction de la fréquence si nous souhaitons spécifier complètement le comportement viscoélastique.

3.1.7. Les modèles expérimentaux pour E_1, E_2 en fonction de la fréquence :

Considérons le module et la compliance complexe comme une fonction de fréquence pour un solide typiquement viscoélastique, avec une manière semblable au fluage et à la relaxation comme une fonction du temps.

La **Fig.1.18** montre la variation E_1, E_2 et $\tan \delta$ en fonction de la fréquence pour un polymère. A basse fréquences le polymère est caoutchouteux et à un faible module E_1 environ 0.1 MPa qui est indépendant de la fréquence. A hautes fréquences le polymère est vitreux avec un module de 10^3 MPa et qui est encore indépendant de la fréquence.

Pour les fréquences intermédiaires le polymère se comporte comme un solide viscoélastique, et son module E_1 augmente avec l'accroissement de la fréquence. [35]

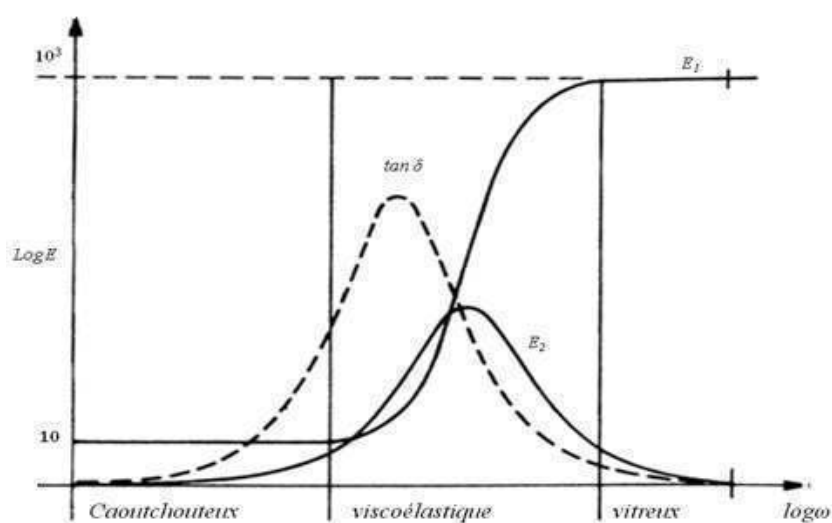


Fig.1.18 le module complexe $E^* = E_1 + iE_2$ fonction de la fréquence ω [35]

Le modèle complémentaire du comportement est montré par le module de perte E_2 .

A basse et hautes fréquences E_2 tend vers zéro, la contrainte et la déformation sont exactement en phase dans les états caoutchouteux et vitreux. A fréquences intermédiaires où le polymère est viscoélastique, E_2 montre un maximum qui se produit à une fréquence où le module de stockage change rapidement avec la fréquence. La région viscoélastique est aussi caractérisée par un maximum du facteur de perte $\tan\delta$, mais cela se produit à une fréquence légèrement inférieure que pour E_2 , puisque $\tan\delta = E_2/E_1$ et E_1 change aussi rapidement dans cette gamme de fréquence.

Un diagramme analogue, la **Fig.1.19** montre la variation des compliances J_1 et J_2 avec la fréquence.

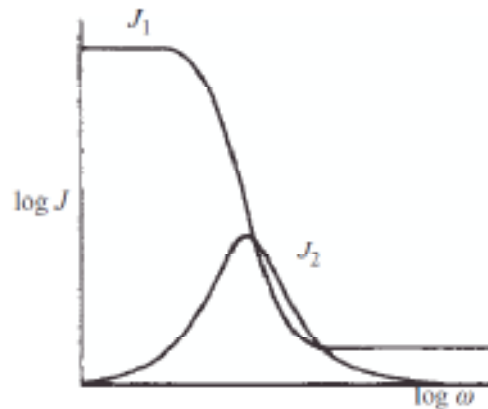


Fig.1.19 La compliance complexe

$$J^* = J_1 - ij_2 \text{ en fonction de la fréquence } \omega \text{ [35]}$$

Le développement prochain a pour but d'obtenir une représentation mathématique du comportement dynamique mécanique en fonction de la fréquence. Comme dans le cas du fluage et de la relaxation du modèle linéaire standard.

Utilisant l'équation :

$$\sigma + \tau \frac{d\sigma}{dt} = E_a \varepsilon + (E_a + E_m) \tau \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (17)$$

Où $\tau = \eta/E_m$ et $f = E_a/E_m$

En prenant :

$$\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t} = (E_1 + iE_2)\varepsilon$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{i\omega\sigma_0 e^{i\omega t}}{E_1 + iE_2}$$

En remplaçant dans l'équation (17) on aura :

$$\sigma_0 e^{i\omega t} + i\omega\tau\sigma_0 e^{i\omega t} = \frac{E_a}{E_1 + iE_2} \sigma_0 e^{i\omega t} + \frac{i\omega\tau(E_a + E_m)}{E_1 + iE_2} \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (18)$$

Et :

$$E_1 + iE_2 = \frac{E_a + (E_a + E_m)i\omega\tau}{1 + i\omega\tau} \quad (19)$$

Où

$$E_1 = \frac{E_a - (E_a + E_m)\omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$E_2 = \frac{E_m\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$\text{Tan } \delta = \frac{E_m\omega\tau}{E_a - (E_a + E_m)\omega^2\tau^2}$$

Dans le cas de la charge cyclique la dissipation d'énergie est dans le volume du matériau. Cette notion de module de perte E_2 ne peut pas être étendu de la même façon dans la mécanique de contact, car le même phénomène de dissipation peut se produire mais seulement à la surface de contact. [37]

3.2. Le comportement mécanique des élastomères

Les élastomères sont des matériaux dont les propriétés mécaniques sont très particulières (grande élasticité, amortissement important et facilité de mise en forme) qui se distinguent par rapport aux matières classiques (métaux). La maîtrise de leur formulation chimique a permis d'affiner leurs caractéristiques c'est pourquoi ils sont de plus en plus utilisés dans le milieu industriel.

3.2.1. Formulation et comportement mécanique

Ce type de matériau est apparu avec la découverte de la vulcanisation par Charles Goodyear en 1839 et a connu depuis sa découverte récente, un développement fulgurant.

a. Composition chimique

La fabrication d'un élastomère peut avoir deux origines complètement distinctes. Il peut être obtenu soit par la transformation du latex naturellement sécrété par certains végétaux (par exemple, l'hévéa), soit de façon synthétique (par manipulations chimiques).

Le latex récolté est alors stabilisé à l'ammoniaque, puis concentré pour diminuer sa teneur en eau ou alors coagulé de façon plus ou moins contrôlée et séché afin d'obtenir des blocs de matière première.

Les éléments de base des élastomères synthétiques proviennent de la pétrochimie. Les composants sont les monomères (alcane, alcène, alcyne, arène...) qui permettent de formuler des polymères à partir de la chimie du carbone. Ils sont obtenus par des réactions chimiques diverses (polymérisation, polycondensation ou copolymérisation). Elles utilisent les monomères pour former d'autres molécules de plus grande taille, le polymère (macromolécule) dont les propriétés physiques sont chimiquement contrôlées et similaires à celles du latex [38].

L'un synthétique, l'autre naturel constituent la matrice de base du futur élastomère. Une multitude d'ingrédients est incorporée pour obtenir des propriétés spécifiques (résistance mécanique élevée, résistance aux produits corrosifs, couleur, résistance aux UV, facilité de démoulage...). La formulation finale associe une vingtaine d'additifs à la matrice de base. On distingue cinq catégories d'ingrédients :

- Les charges qui sont des particules solides d'un diamètre maximal de 50 nm de noir de carbone ou de silice qui améliore les propriétés mécaniques du mélange.
- Les plastifiants sont présents afin d'améliorer le malaxage du mélange lors de la fabrication. Il joue le rôle de lubrifiant entre les chaînes des polymères. Son impact se ressent sur la caractéristique viscoélastique finale de l'élastomère.
- Les agents de vulcanisation ont pour rôle de créer un taux de liaisons maîtrisées entre les chaînes polymères. Leur activation est déclenchée par une élévation de température. Les agents les plus classiques sont les atomes de soufre et d'oxygène.
- Les agents de protection permettent de conserver les propriétés initiales de l'élastomère en fonction du temps, de l'exposition à l'UV...
- Les ingrédients divers apportent des caractéristiques particulières au mélange en fonction de son application, telle que sa couleur, sa résistance au feu.

b. Vulcanisation et réticulation

Le mélange cru est obtenu par le malaxage mécanique très sévère avec un taux de cisaillement important de la matrice de base avec l'ensemble des ingrédients. Le résultat est une structure de type pelote statistique à l'état amorphe avec un ensemble de composés chimiques uniformément répartis. Les propriétés mécaniques finales du mélange cru sont actives à partir de l'instant où des liaisons covalentes entre les chaînes polymères sont créées : c'est l'étape de vulcanisation. Des nœuds de réticulation sont formés au cours d'une réaction chimique. La présence d'un agent de vulcanisation tel que le soufre permet avec une montée en température de lier les chaînes polymères entre elles. De tels liens chimiques confèrent au mélange un ensemble de propriétés atypiques telles que son hyper élasticité, une bonne résilience pour des températures élevées. Le mélange cru est alors devenu un élastomère.

c. Structure du mélange

Un caoutchouc est un matériau composé de longues chaînes de polymères qui forment une structure de type pelote statistique **Fig.1.20** à l'état amorphe avec un taux de réticulation très faible. Cet état physique permet à la matière une très grande mobilité qui se traduit par des mouvements intermoléculaires permanents. La vulcanisation entraîne une augmentation maîtrisée du nombre de nœuds de réticulation. Ainsi, les mouvements atomiques sont limités et la stabilité de la structure est durablement fixée. Cette mobilité limitée des chaînes est assurée pour garantir la propriété unique à tous les élastomères : l'hyper élasticité. [39]

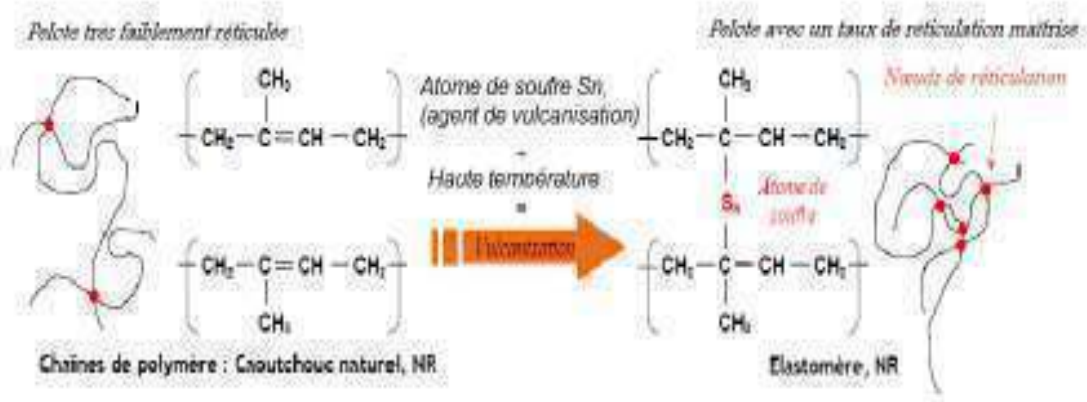


Fig.1.20 Schématisation de l'évolution de la structure d'un caoutchouc naturel en un élastomère [38].

d. Transition vitreuse et viscoélasticité

Le comportement mécanique d'un élastomère est déterminé par sa température de transition vitreuse T_g qui représente la limite entre un état vitreux et un état caoutchouteux.

L'état vitreux est observé aux faibles températures et aux températures élevées. Les propriétés mécaniques de la matière autorisent uniquement un mouvement relatif des atomes des chaînes polymères lorsqu'elle est sollicitée, les modules sont élevés. Au-delà de cette température T_g , les macros molécules sont soumises à une mobilité et le matériau devient caoutchouteux. C'est-à-dire que la mobilité des chaînes de polymères réticulées est possible.

Macroscopiquement, les chaînes apparaissent donc souples, mais l'écoulement est interdit.

Quelle que soit la température à laquelle l'élastomère est sollicité, sa réponse mécanique a deux composantes : une partie élastique représentée par un module de conservation E' et une autre visqueuse représentée par le module de dissipation E'' **Fig.1.21**.

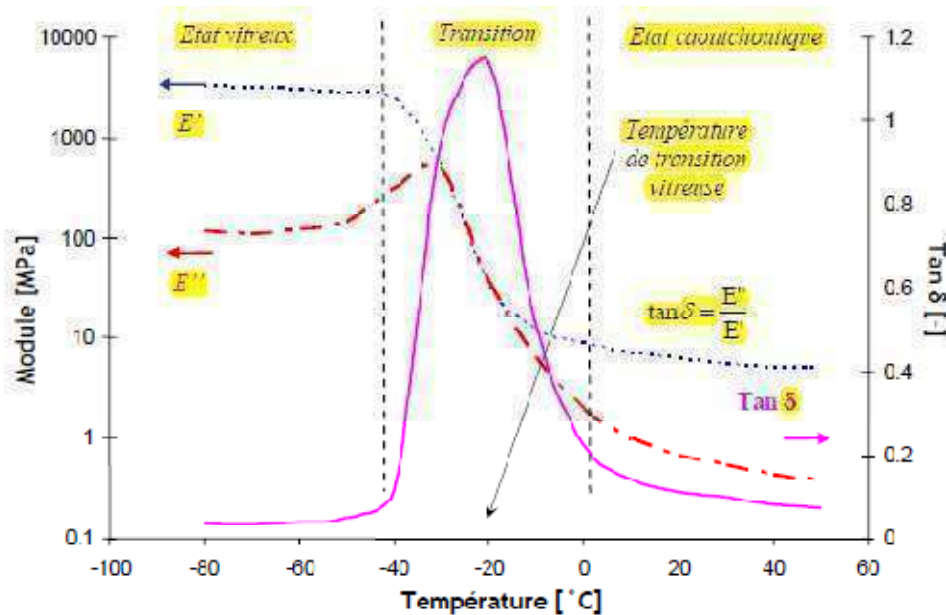


Fig.1.21 Evolution des modules E' , E'' et du facteur de pertes $\tan \delta$ en fonction de la température pour un élastomère naturel formulé [38].

La composante visqueuse est dissipée dans le matériau alors que l'énergie élastique est stockée et peut être restituée à tout moment. L'énergie perdue est quantifiée par le frottement interne, appelé aussi facteur de perte ($\tan \delta$) défini par le rapport entre le module visqueux et le module élastique [39] [40]. Après réticulation, les chaînes de polymères conservent une certaine mobilité qui permet à l'élastomère, sous une sollicitation constante, de minimiser ses contraintes internes. C'est pourquoi il n'atteint pas instantanément son état d'équilibre thermodynamique. Le temps nécessaire pour obtenir cet équilibre dépend de l'écart par rapport à la transition vitreuse et peut être de quelques millisecondes à plusieurs années. Les portions de chaînes de polymères qui ne sont pas figées par des points de réticulation se réorganisent.

3.2.2. Élasticité caoutchouteuse

Les paragraphes précédents donnent un aperçu de la structure complexe des élastomères. Contrairement aux matériaux métalliques, il n'existe pas pour les élastomères de loi de

comportement unique. En d'autre terme, la loi de Hooke généralisée en élasticité linéaire n'est pas valable. La modélisation du comportement d'un élastomère nécessite une approche beaucoup plus globale. On parlera pour ces matériaux de modèle hyper élastique. Une relation entre la contrainte et la déformation est formulée à partir de potentiels hyper élastiques. Il existe une fonction énergie de déformation W qui permet de relier l'état de contrainte à l'état de déformation du matériau. Cette fonction W est souvent exprimée en fonction des invariants, I_1 , I_2 et I_3 du tenseur de déformation de Cauchy Green. Ces invariants sont eux-mêmes une fonction des déformations principales. En 1943, Tréloar proposa une première fonction d'énergie de déformation de la forme [41]:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \sigma_s \cdot (I_1 - 3) \quad 20$$

Où σ_s est le module de cisaillement.

a. Origine physique : Cohésion de la matière, rôle de l'entropie

Toute matière soumise à une sollicitation se déforme ce qui entraîne un déplacement des atomes hors de leur position d'équilibre. La cohésion de la matière résulte deux types d'interaction. D'une part, il existe des liaisons intramoléculaires (liaison covalente forte) et d'autre part les liaisons intermoléculaires plus faibles. Les caractéristiques mécaniques du solide dépendent du type de liaisons sollicitées. Pour le cas des élastomères, polymères amorphes, les propriétés élastiques sont principalement déterminées par la composante enthalpique donc par l'intensité des liaisons faibles. A l'échelle microscopique, elles se calculent à partir des potentiels d'interaction entre atomes ou groupement d'atomes. La **Fig.1.22** représente le lien intime qu'il existe entre deux macro molécules. L'intensité de cohésion de ces chaînes est quantifiée par la distance Δ entre chaque atome (ou groupe d'atomes) les plus proches et le potentiel d'interaction associé.

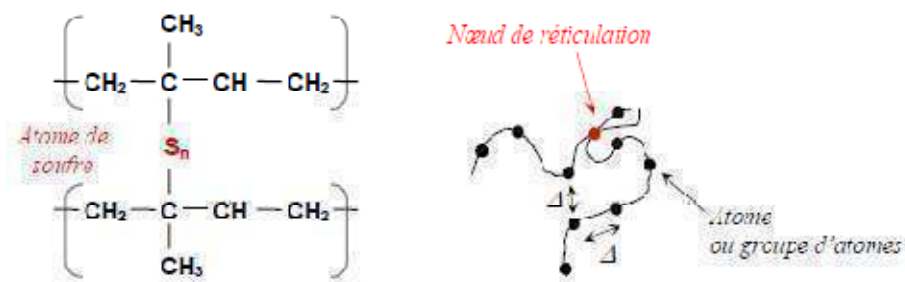


Fig.1.22 Schématisation des interactions moléculaires entre les chaînes polymères d'un élastomère [38].

La réponse à une sollicitation mécanique se traduit par une force de rappel élastique qui est donc constituée de deux contributions, d'une part une force de rappel enthalpique, et d'autre part une force de rappel entropique. L'énergie mécanique apportée au système peut être stockée sous forme d'augmentation de l'énergie interne en modifiant les distances entre atomes, ou sous forme de chaleur avec une diminution de l'entropie du système (une augmentation de l'ordre). Dans le premier cas, la force de rappel élastique reste quasi-constante en fonction de la température et a donc une origine enthalpique. Pour ces solides à élasticité enthalpique la force de rappel élastique résulte d'un petit déplacement des atomes hors de leur position d'équilibre. L'énergie de cohésion est très élevée, le module d'élasticité est grand. Le domaine élastique réversible est très limité. La déformation induit une augmentation importante de l'énergie interne et l'entropie n'est pratiquement pas modifiée puisque les atomes s'écartent peu de leur position d'équilibre.

Dans le cas des élastomères, la force de rappel varie significativement avec la température absolue. Ces solides ont une élasticité entropique/enthalpique variable car ils sont constitués de longues chaînes macromoléculaires reliées entre elles par des ponts de réticulation peu nombreux. La cohésion entre ces chaînes est donc très faible car les forces de rappel sont d'origine entropique et augmentent avec la température. Le module d'élasticité est donc typiquement très faible et la déformabilité est importante.

A l'état vitreux, la matière est sollicitée à une température inférieure à sa température de transition vitreuse. Elle a un comportement viscoélastique avec un module de conservation important. La notion de chaînes macromoléculaires intervient peu dans les propriétés élastiques puisqu'elles sont fixes. L'origine de l'élasticité est enthalpique. Pour des températures supérieures à la température de transition vitreuse, les liaisons atomiques

précédemment observées sont affaiblies. La mobilité des chaînes est rendue possible, par conséquent le rôle des liaisons atomiques est très faible devant les effets entropiques propres aux chaînes macromoléculaires (grande élasticité).

b. Modélisation mécanique

Les propriétés structurales spécifiques des élastomères induisent un comportement non linéaire (effet Payne) et une réponse non stationnaire à une sollicitation cyclique. Pendant des cycles de chargement et déchargement, les réponses du système ne se superposent pas. L'hystérésis est causée par plusieurs phénomènes dissipatifs (viscosité, effet Mullins, cristallisation sous contrainte).

c. Effet Payne (non linéarité)

Dans le domaine de déformations jusqu'à 40% voir 100%, la matrice élastomère montre un comportement linéaire. L'introduction de charge conduit à un non linéarité du comportement *Fig.1.23*, c'est l'effet de Payne. Aux faibles déformations, on observe un plateau correspondant au plateau caoutchouteux. Le module de conservation E' diminue lorsque la déformation augmente jusqu'à une valeur stabilisée. Cette décroissance est associée à un maximum du module de perte traduisant une dissipation d'énergie d'autant plus grande que la chute de E' est élevée. L'effet de Payne est interprété comme le processus de désagrégation ou de rupture du réseau des charges ou par des mécanismes de frottement mis en jeu à l'interface charge/matrice [42].

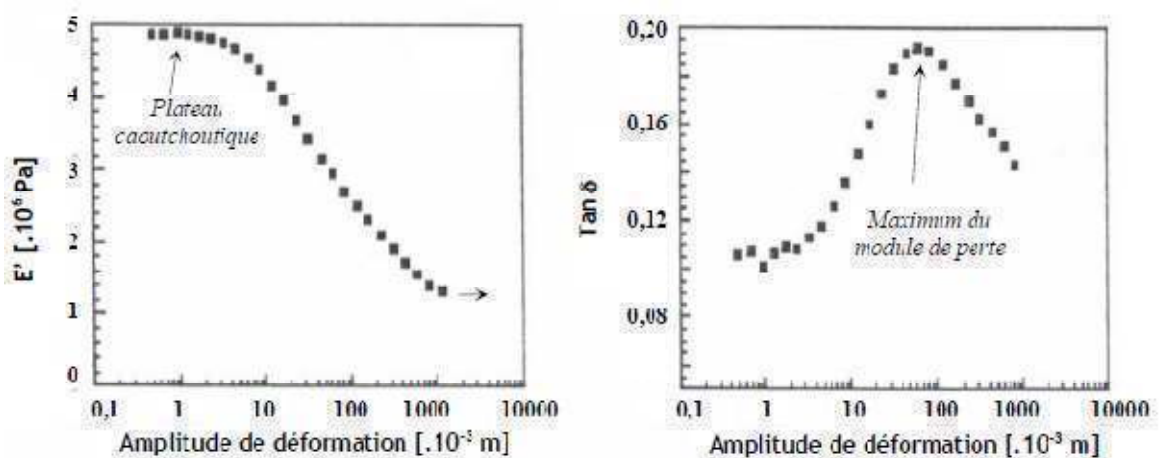


Fig.1.23 Analyse de l'effet de Payne, évolution de propriétés mécaniques en fonction du niveau de déformation pour un élastomère SBR renforcé en silice [42].

d. Effet Mullins

L'effet Mullins [43] [44] est relié à un phénomène de dissipation d'énergie assimilé à un endommagement *Fig.1.24*. Par exemple, lors du premier cycle de traction, les chaînes de polymères s'étirent. Une réorganisation moléculaire est observée, de plus, certaines des liaisons inter et ou intramoléculaire peuvent être brisées.

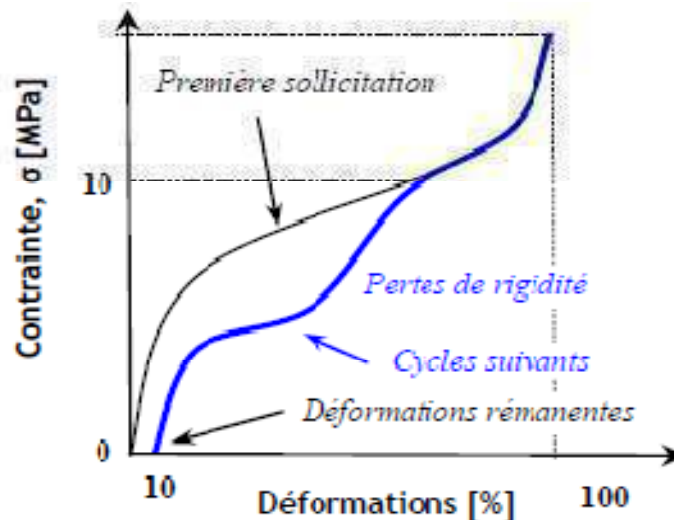


Fig.1.24 Observation de l'effet Mullins lors d'un essai de traction répétitif [43] [44]

Ces phénomènes sont observés lors des premières sollicitations d'un échantillon. Lors d'un chargement périodique, une perte de résistance est observée à partir de la seconde sollicitation qui est assimilée à un endommagement stabilisé : c'est l'effet Mullins. L'étuvage permet de relaxer le matériau est donc de supprimer cet effet.

3.2.3. Comportement viscoélastique

Les matériaux élastomères ont deux comportements mécaniques distincts lorsqu'ils sont sollicités au delà de leur température de transition vitreuse :

- Un comportement élastique caractérisé par un module d'origine entropique.
- Un comportement visqueux plus ou moins visible caractérisé par une viscosité.

Les élastomères soumis à une force extérieure ont un comportement complexe qui associe ces deux réponses : le résultat est un comportement viscoélastique. Pour ces matériaux, le partage entre la réponse élastique et visqueux dépend étroitement de la fréquence de sollicitation et de la température.

a. Fluage et relaxation

La matière peut être sollicitée à contrainte constante. La déformation observée dans le temps est considérée comme la réponse et permet de caractériser la souplesse de la matière, c'est un essai de fluage. Dans la configuration où la sollicitation est réalisée en déformation, la réponse du système se mesure sur la contrainte qui est révélatrice de la rigidité de la matière, c'est un essai de relaxation. Dans les phases de fluage ou de relaxation, la matière s'accommode à la sollicitation. Ce phénomène est d'autant plus marqué au delà de la température de transition vitreuse car les chaînes de polymères deviennent mobiles à grande distance (désenchevêtrement des chaînes) les une par rapport aux autres si la matière est sollicitée. Les ponts de réticulation aux soufres entre les macromolécules s'étirent (origine de l'élasticité). Les zones libres des chaînes (partie non réticulée) ont une mobilité suffisante pour évoluer vers une configuration stable qui minimise l'énergie interne. Le temps de diminution des contraintes internes jusqu'à leur stabilisation est une fonction de l'intensité, de la fréquence de la sollicitation et de la température.

b. Modèles rhéologiques simples

L'élastomère est un matériau qualifié d'élastique et visqueux. Il existe deux modèles simples pour modéliser un tel comportement *Fig.1.25*. Le modèle de Maxwell associe un amortisseur visqueux en série avec un ressort élastique tandis que celui de Voigt couple les mêmes éléments en parallèle. Leurs équations respectives sont :

$$\text{- Maxwell : } \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E'} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (21)$$

$$\text{- Voigt: } \sigma = H \cdot \varepsilon + \eta \cdot \dot{\varepsilon} \quad \text{soit } \dot{\varepsilon} = \frac{(\sigma - H \cdot \varepsilon)}{\eta} \quad (22)$$

Avec σ la contrainte interne dans le matériau, η la viscosité, ε la déformation et $\dot{\varepsilon}$ la vitesse déformation.

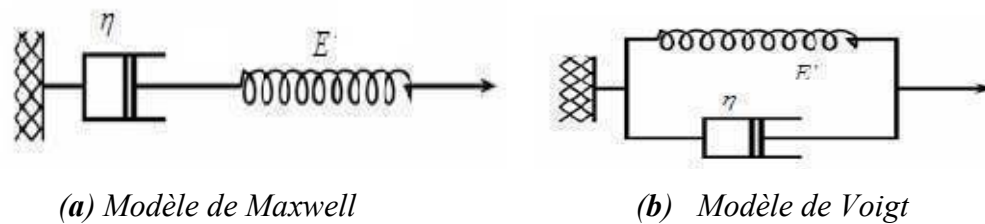


Fig.1.25 Modèles rhéologiques de base pour modéliser la viscoélasticité. [43] [44]

La particularité du modèle de Voigt est de ne pas présenter d'élasticité instantanée. Ceci entraîne que sa fonction de relaxation n'est pas continue et dérivable par morceaux, avec un saut fini à l'origine :

L'application d'un saut de déformation en $t = 0$ produit une contrainte infinie. Ce modèle n'est donc pas utilisable en relaxation, sauf si la mise en charge est progressive, et est pour cette raison associé à un ressort en série pour effectuer des calculs de structure. Sous l'effet d'une contrainte σ_0 constante en fonction du temps, la déformation tend vers la valeur asymptotique σ_0/H (H la dureté du matériau), le fluage est donc limité. Par ailleurs, si, après une mise en charge lente, la déformation est fixée à une valeur ε_0 , la contrainte asymptotique est égale à $H \cdot \varepsilon_0$. Il n'y a donc pas dans ce dernier cas, disparition complète de la contrainte. Au contraire, dans le cas du modèle de Maxwell, la vitesse de fluage est constante, et la disparition de contrainte au cours d'une expérience de relaxation est totale. Des modèles plus complexes, combinant les éléments de ces deux modèles simples, permettent d'obtenir des modèles plus réalistes et propres à chaque matériau comme Kelvin-Voigt, Burgers et les autres modèles généralisés.

4. Conclusion :

Les travaux de recherche sur la résistance au roulement due aux propriétés du matériau, montrent que les polymères ont plusieurs atouts pour les applications dans le contact roulant, ces travaux sont dans l'ensemble des travaux théoriques et les résultats expérimentaux reflétant les performances des polymères ne sont pas suffisants pour une conception rationnelle des pièces surtout pour ceux utilisées dans le contact roulant.

Nous avons eu une idée sur le comportement des matériaux plastiques et les élastomères sous contrainte de contact roulant et aussi sur la résistance au roulement due à la nature du matériau. La majorité de ces travaux nous confirment que les facteurs principaux influents sur la résistance au roulement sont la vitesse de roulement et les contraintes appliquées et aussi la nature de polymères, chaque polymère dont une vitesse et une contrainte critiques. Autrement dit, il absorbe une quantité d'énergie pendant le roulement cela il se comporte presque comme un matériau élastique.

Chapitre N°2

Tribologie et Contact

Roulant des Polymères

1. Introduction :

Le sujet de la mécanique de contact peut être commencé en 1882 avec la publication d'Heinrich Hertz de son papier classique sur le contact des solides élastiques.

La mécanique de contact et la physique de Friction sont des disciplines fondamentales des sciences techniques, qui sont indispensables pour la construction et la fabrication mécanique et l'utilisation dans l'industrie par exemple embrayages, freins, pneus, bush et roulements à billes, des moteurs à combustion, charnières, joints, pièces moulées, usinage, formage à froid, soudage par ultrasons, contacts électriques et beaucoup d'autres. Le frottement est un phénomène que les gens sont intéressés à des centaines et même des milliers d'années et demeurent aujourd'hui encore dans le milieu de l'élaboration de nouveaux produits et technologies [49].

Le frottement est présent depuis toujours dans notre vie quotidienne, bien que nous n'en ayons pas forcément conscience. Une chose aussi simple que de marcher n'est possible que grâce à l'existence du frottement. De nos jours, la théorie du frottement semble cependant toujours en retard par rapport à la pratique, bien que le frottement soit impliqué dans de nombreuses disciplines scientifiques. Les industriels s'intéressent depuis de nombreuses années à l'élaboration et la caractérisation de polymères solides en vue d'offrir des matériaux résistants, légers et bon marché. Les propriétés mécaniques de surface et notamment le comportement à la rayure des polymères ne suscitent un intérêt que depuis que les industriels sont effectivement capables de fabriquer des matériaux qui vieillissent bien et qui sont résistants aux sollicitations massiques. Le comportement à la rayure des polymères est plutôt considéré comme un problème du second ordre d'esthétisme, il peut néanmoins s'avérer gênant notamment en ce qui concerne la vision. Dans ce chapitre on parle sur le contact entre deux solides (sphère/plan, théorie de Hertz) et va voir les deux types de frottement, frottement de roulement et frottement de glissement.

2. Introduction à la tribologie des polymères :

Le mot tribologie est dérivé du mot grec tribos, signifiant la friction. Il a été utilisé la première fois au Royaume-Uni en 1966 pour décrire les domaines scientifiques et techniques, études de frottement, d'usure et de lubrification. [45]

Tribologie des polymères est un domaine multidisciplinaire de recherche qui peut être approchée de point de vue mécanique. De nombreux travaux expérimentaux et modèles théoriques disponibles dans la littérature décrivent la friction et l'usure. Selon les premières recherches, la formation d'un film de frottement réduit la rugosité de la surface d'appui lorsque les particules de débris s'accumulent entre les aspérités de la rugosité. Le film augmente donc la vraie surface de contact et par conséquent réduit les contraintes localisées. [46]

La tribologie est maintenant un vaste champ pluridisciplinaire d'étude et de recherche visant à:

- réduire l'usure du matériel et à augmenter de la durée de vie et la fiabilité des systèmes mécaniques et mécatroniques.
- contrôler (ou optimiser) la friction (cas des freins, nous visons une friction maximale, tandis que dans d'autres cas, par exemple le ski et le surf, le but est de minimiser le frottement).

Ce double objectif exige une approche qui combine contact mécanique avec la physico-chimie des surfaces et des interfaces. [45]

Caractérisation tribologique des matériaux traite le frottement, et l'usure. La lubrification est parfois aussi considérée comme un élément constitutif, mais elle peut être incluse dans la conception, particulièrement si elle affecte la friction et l'usure.

On considère la tribologie du point de vue utilisation du matériel. Remplacement progressif de pièces de métaux par les composants polymères se déroule dans plusieurs industries, notamment dans la fabrication automobile et l'aérospatiale. L'utilisation des matériaux polymères en dentisterie est en augmentation. [47]

2.1. Conception de base de la tribologie:

Alors que la métallurgie a été en existence depuis des milliers d'années, même en cours de métallurgie la tribologie est incluse seulement brièvement. Par conséquent, nous discutons maintenant des concepts clés de la tribologie. La science de la tribologie (grec tribos : frotter) se concentre sur le contact mécanique des interfaces qui impliquent généralement la dissipation d'énergie en mouvement. C'est pourquoi la caractérisation tribologique des matériaux traite d'adhérence, frottement, usure, lubrification, résistance scratch et conception de l'interaction de surfaces en mouvement relatif. L'adhérence est un terme

relatif à la force nécessaire pour séparer deux corps en contact. Le frottement peut être défini comme la force tangentielle de la résistance à un mouvement relatif de deux surfaces en contact. [47]

$$F = \mu \cdot N \quad (23)$$

- Où N représente la force normale et μ représente le coefficient de frottement. On travaille ici avec les deux valeurs. Dans un spécimen fixe, nous avons le frottement statique, à savoir la force nécessaire pour engendrer le mouvement divisée par la force qui comprime les deux surfaces d'accouplement. Cette quantité est souvent appelée le coefficient de frottement statique, bien que comme le fait remarquer il y a longtemps par Lord Kelvin - le mot « coefficient » ne transmet aucune information. Pour un spécimen en mouvement, nous avons la friction dynamique (également appelée friction cinématique), qui est la force nécessaire pour soutenir le mouvement à une vitesse spécifiée de surface divisée par force de pressage des surfaces d'accouplement. De même ici, le terme coefficient de frottement dynamique est toujours utilisé [48].

Cette relation est communément la première loi concernant la friction formulée en 1699 par Amontons à savoir :

- a. la résistance causée par le frottement est proportionnelle à la charge ;
- b. Cette résistance est indépendante de l'aire de contact.

La durée de vie utile des composants qui fonctionnent dans les environnements de tribologie est régie par l'usure. Cela est généralement quantifié en évaluant le taux d'usure spécifique

$$u_{sp} = V_{loss} / (F \cdot D) \quad (24)$$

Où V_{loss} représente la perte volumétrique de l'échantillon, F la force appliquée et D la distance de glissement. **Eq(24)**

3. Mécanique du Contact

On peut représenter le contact élastique entre deux pièces mécaniques par un contact de type Ponctuel, le plus souvent sphère-plan, cylindre-plan sous l'action d'une charge, les solides se déforment aux alentours du contact, en créant une zone de contact dont les dimensions restent petites par rapport à celles des corps. Le but de la mécanique du contact élastique est de déterminer la forme de l'aire de contact, la distribution surfacique des contraintes normales et tangentielles dans le contact, en fonction de la charge et des caractéristiques géométriques et physiques des corps afin de calculer les contraintes et les déformations dans les corps.

La théorie d'Hertz [Her1881] répond à ces besoins à partir des hypothèses suivantes:

- Les dimensions de la zone de contact sont petites par rapport aux dimensions des corps.
- La limite élastique des matériaux n'est pas dépassée
- Les corps en contact peuvent être assimilés à des massifs semi-infinis, parfaitement élastiques, homogènes et isotropes.
- Les surfaces peuvent être assimilées géométriquement à des surfaces elliptiques du second ordre au voisinage du point de contact et les rayons de courbures sont connus.
- Il n'y a pas de frottement à l'interface et par conséquent les réactions mutuelles se réduisent à des efforts normaux.
- La **Fig.2.1** illustre trois différentes géométries de contact. Dans le cas d'un contact élastique, la théorie de **Hertz** permet de décrire la distribution des contraintes sur et sous la surface.

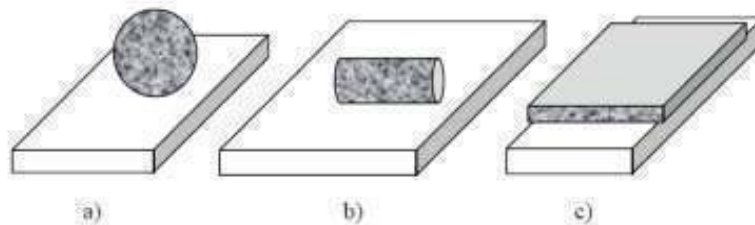


Fig2.1 Les différents types de contacts :

a) Point (sphère/plan) ; **b)** linéaire (cylindre/plan) ; **c)** surface (plan/plan) [Her1881] [25]

Nous prenons un cas simple d'un point de contact, illustré par une sphère de rayon R poussée sur une surface plane sous l'action d'une force F *Fig.2.2*.

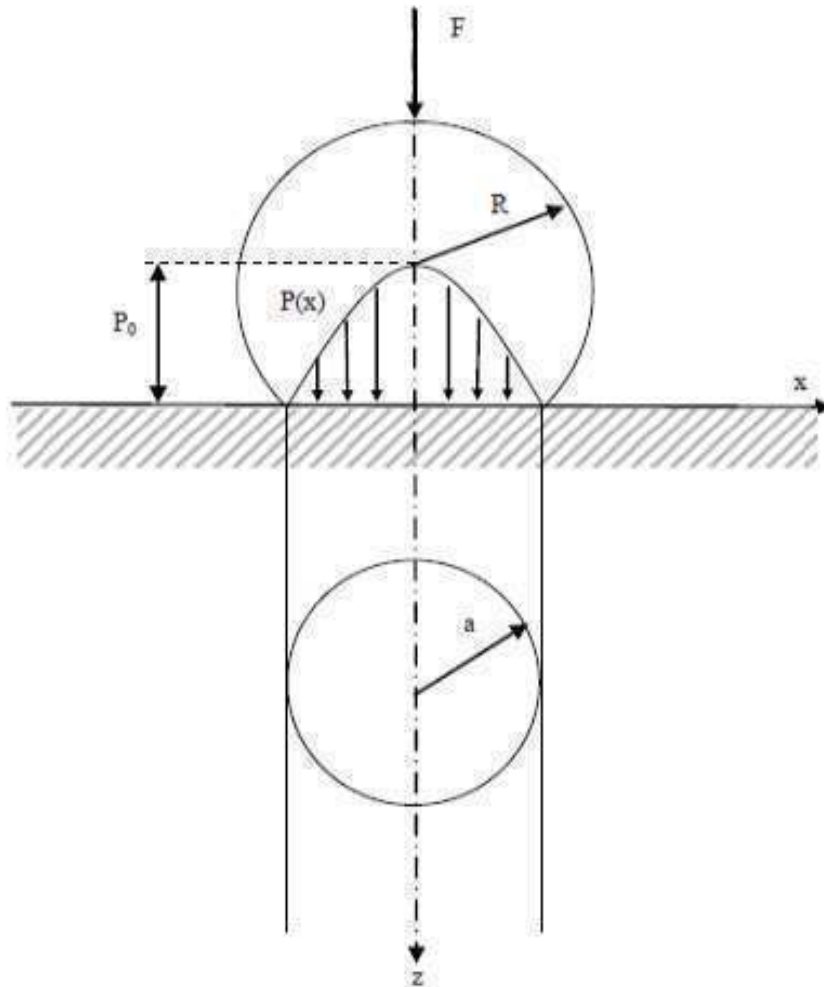


Fig.2.2 Contact sphère-plan [47]

La charge est répartie sur une surface de contact circulaire de rayon r :

$$a = \left(\frac{3FR}{4E} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (25)$$

Où E est défini par :

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (26)$$

E_1 et E_2 sont les modules de Young et ν_1 et ν_2 les coefficients du Poisson de la sphère et du plan, respectivement.

La répartition de la pression sur la surface de contact peut être écrite par:

$$P = P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (27)$$

r peut prendre les valeurs des (x) de 0 à $-a$ **Fig.2**.

Cette expression montre que la pression de contact est zéro au bords et maximum au centre. La pression maximale P_0 (aussi appelée la pression de Hertz) est donnée par

$$P_0 = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (28)$$

Et c'est **1,5** fois plus grand que la pression de contact moyenne P_m :

$$P_m = \frac{F}{\pi a^2} \quad (29)$$

Selon la valeur de P_m par rapport à la contrainte limite Y , la déformation est élastique, élasto-plastique ou plastique

- ◆ pour $0 \leq P_m < 1.1Y$, nous avons une déformation élastique ;
- ◆ $P_m = 1.1Y$ correspond au seuil de plastification initiale ; et
- ◆ $P_m = 3Y$ correspond à la plastification complète.

La **Fig.2.3** montre la distribution en surface de la contrainte σ_{xx} (dans le plan de contact). La contrainte est compressive dans la région de contact et tractive sur ses bords [47].

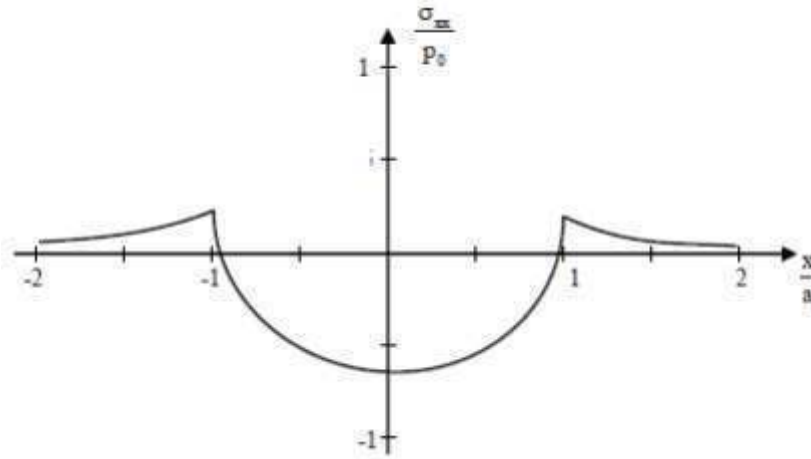


Fig.2.3 Contraintes de surface dans un contact sphère-plane [47]

Sous la surface, le long de l'axe z, la contrainte de cisaillement est maximale ; $\tau_{Max} = 0,31P_0$ au point $z = 0.48a$, comme illustré à la **Fig.2.4**.

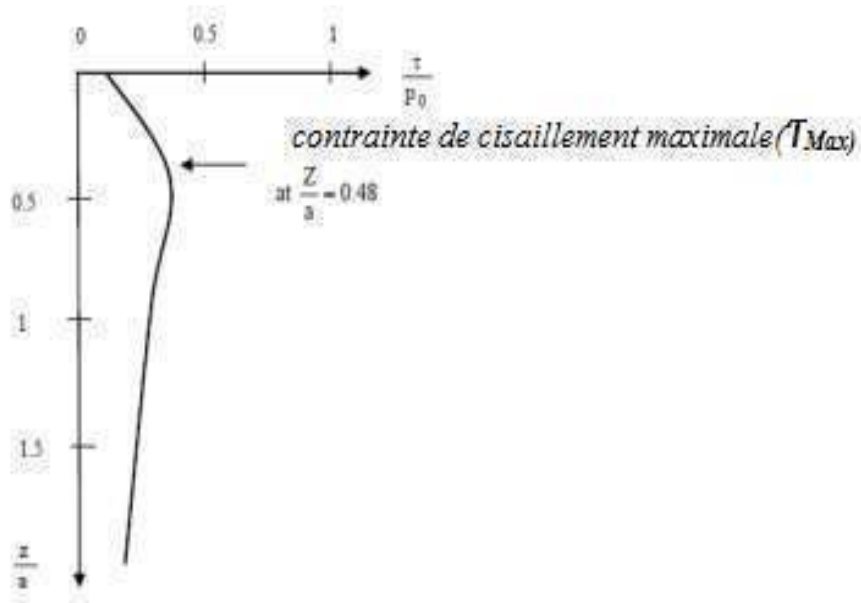


Fig.2.4 La contrainte de cisaillement dans le cas d'un contact de sphère-plan [47]

Quand une sphère glisse sur un plan, la distribution de contrainte est de façon significative modifiée. La **Fig.2.5** montre le nouveau profil de la contrainte σ_{xx} qui perd sa symétrie et devient une contrainte de compression au bord avant du contact et une contrainte de traction au bord arrière du contact. Il est également clair que son amplitude se développe brusquement en fonction du coefficient de frottement μ et qu'elle peut mener, dans le cas des matériaux fragiles, au développement de caractéristique, en forme de croissant des fissures **Fig.2.6**. [45]

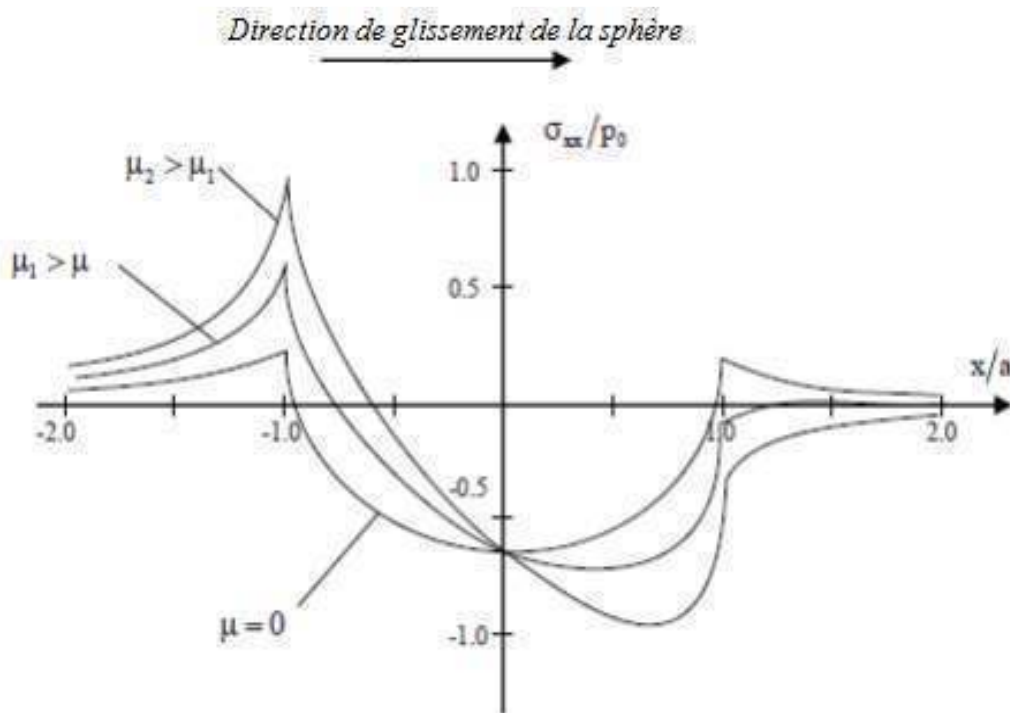


Fig.2.5 Glissement d'une sphère sur un plan : altération des contraintes de surfaces par rapport à coefficient de frottement μ (cas statique c'est-à-dire $\mu = 0$ et l'évolution après le déplacement avec $\mu_2 > \mu_1 > \mu$) [45]

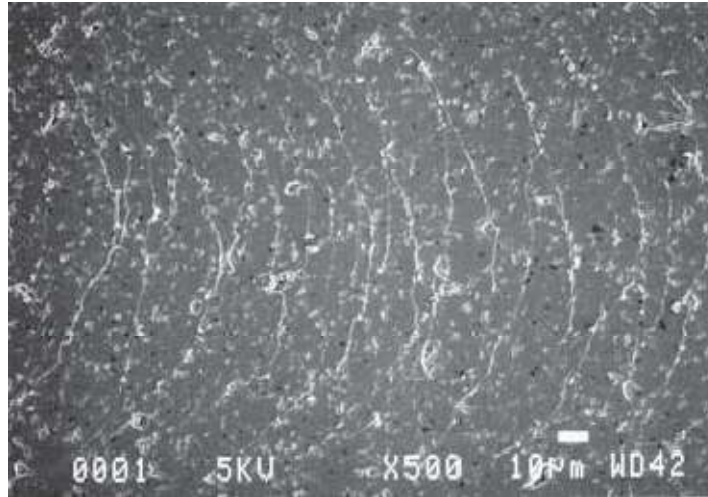


Fig.2.6 Fissures en forme de croissant sur une surface plane après un frottement avec une sphère déplacé de droite à gauche [45]

3.1. Le contact normal d'un solide élastique :

Quand deux solides n'est pas identiques se touchent au départ à un point simple ou le long d'une ligne. Dans le cas de petite charge ils déforment dans la région de premier point de contact et elle est plus petite par rapport aux dimensions des deux corps. La théorie de contact est tenue de prédire la forme de cette région de contact et comment il grandit avec l'augmentation de charge. Finalement, il devrait permettre les composants de déformation et de contrainte dans les deux corps à être calculé au voisinage de la région de contact.

Avant que le problème d'élasticité peut être formulé, une description de la géométrie des surfaces de contactant est nécessaire. Comme représente dans la fig.1 le premier point de contact est l'origine d'un système de coordonnées cartésiennes [49].

On peut exprimer le profil de chaque surface dans la région de contact par une expression de la forme :

$$Z_1 = A_1x^2 + B_1y^2 + C_1xy + \dots \quad (30)$$

On néglige les termes de x et y à grande ordres. Et on choisi les directions des axes x et y , x_1 et y_1 , pour que le terme xy se disparaitre, l'*Eq(30)* peuvent être écrits comme suite:

$$Z_1 = \frac{1}{2R_1'} x_1^2 + \frac{1}{2R_1''} y_1^2 \quad (31)$$

Où R_1' et R_1'' sont les rayons de courbure de la surface à l'origine. L'expression de la deuxième surface peut être écrite de la même façon:

$$Z_2 = \frac{1}{2R_2'} x_2^2 + \frac{1}{2R_2''} y_2^2 \quad (32)$$

La séparation entre les deux surfaces est alors donnée par : $h = z_1 - z_2$. Nous avons maintenant transposé l'**Eq(30)** à un ensemble commun d'axes x et y :

$$h = Ax^2 + By^2 + Cxy \quad (33)$$

Par un choix approprié des axes nous pouvons faire $C=0$, donc :

$$h = Ax^2 + By^2 = \frac{1}{2R'} x^2 + \frac{1}{2R''} y^2 \quad (34)$$

Où A et B sont des constantes positives tel que :

$$(A + B) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_1''} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_1''} + \frac{1}{R_2'} + \frac{1}{R_2''} \right) \quad (35)$$

Et

$$(B - A) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_1''} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_2''} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_1''} \right) \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_2''} \right) \cos 2\alpha \right\}^{1/2} \quad (36)$$

Où l'axe x_1 et l'axe x_2 , sont inclinés l'un à l'autre par l'angle α .

Nous examinerons la déformation sous une charge normale appliquée p . Deux solides de forme générale (mais choisi convexe pour plus de facilité) sont indiqués dans la section transversale après déformation **Fig.2.7** Avant la déformation, la séparation entre deux points de la surfaces correspondantes $S_1(x, y, z_1)$ et $S_2(x, y, z_2)$ est donné par **Eq(34)** [49].

Lors de la compression des points éloignés dans les deux corps T_1 et T_2 aller vers O , parallèle à l'axe z , par les déplacements δ_1 et δ_2 respectivement.

Avant la déformation les deux solides indiqués par les lignes pointillées dans **Fig.2.7**. En raison de la pression de contact, la surface de chaque solides est déplacée parallèle à Oz par \bar{u}_{z1} et \bar{u}_{z2} . Après déformation, les points S_1 et S_2 sont coïncidents dans la surface de contact :

$$\bar{u}_{z1} + \bar{u}_{z2} + h = \delta_1 + \delta_2 \quad (37)$$

En écrivant $\delta = \delta_1 + \delta_2$ et en utilisant **Eq(34)**, nous obtenons une expression pour les déplacements élastiques :

$$\bar{u}_{z1} + \bar{u}_{z2} = \delta - Ax^2 - By^2 \quad (38)$$

Où x et y sont les coordonnées communes de S_1 et S_2 projetée sur le plan $x-y$. Si S_1 et S_2 se trouvent à l'extérieur de la surface de contact, qu'ils ne touchent pas il résulte que :

$$\bar{u}_{z1} + \bar{u}_{z2} < \delta - Ax^2 - By^2 \quad (39)$$

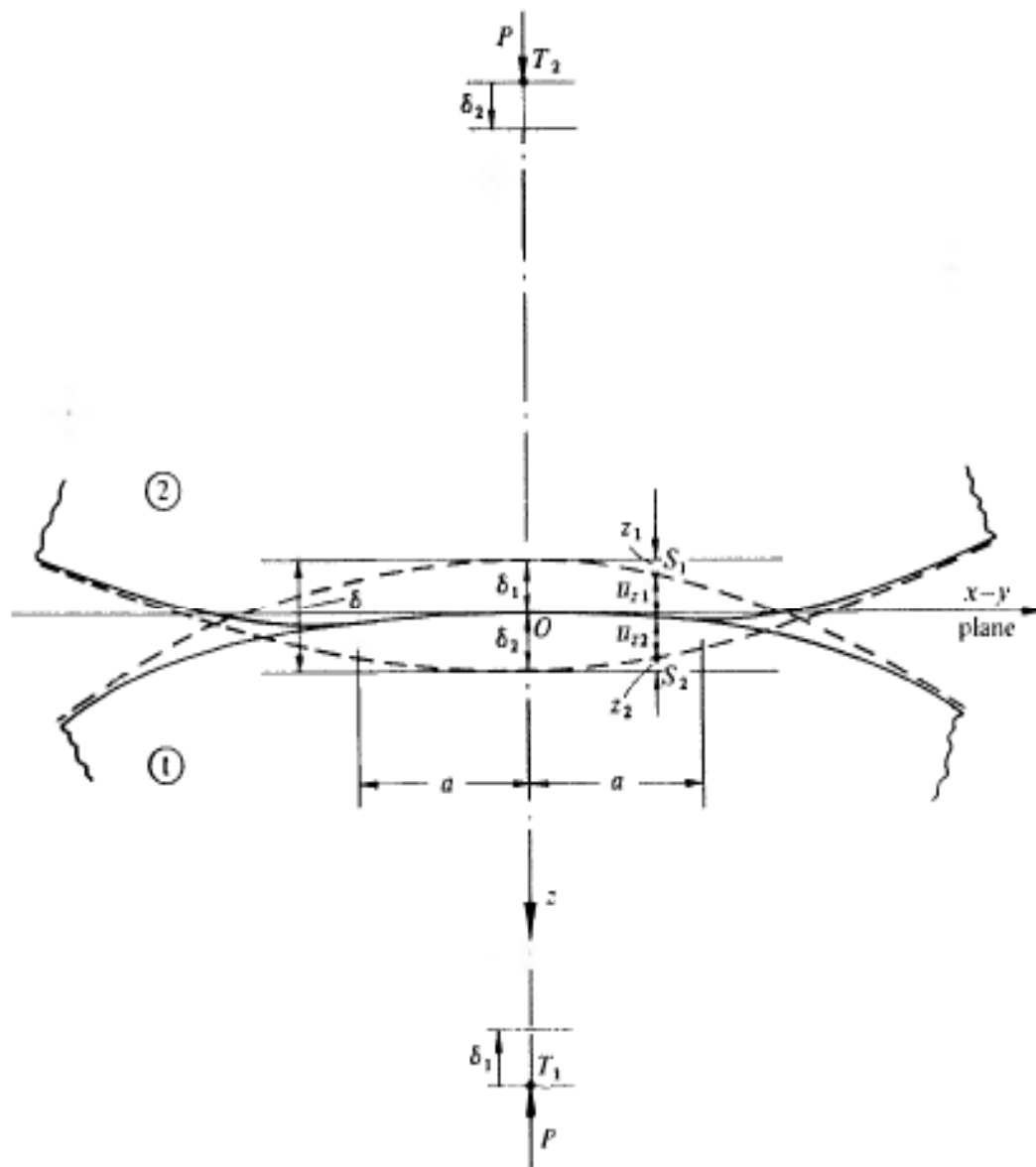


Fig.2.7 Deux solides en contact sous une charge normale appliquée [49]

3.2. Contact élastique (la Théorie d'Hertz) :

La première analyse satisfaisante des contraintes au contact de deux solides élastiques est due à Hertz (1882) [49].

Hertz a d'abord fait l'hypothèse de la surface de contact, est en général elliptique. En dénotant la dimension significative de la surface de contact par a , le rayon relatif de courbure par R , les rayons significatifs de chaque corps par R_1 et R_2 et les dimensions significatives des corps par l , nous pouvons résumer les hypothèses faites dans la théorie de Hertz comme suit :

- Les surfaces sont continues et se non-conformant $a \ll R$;
- Chaque solide peut être considéré comme un demi-espace élastique $a \ll R_{1,2}$, $a \ll l$;
- Les surfaces sont sans friction : $q_x = q_y = 0$

Le problème de l'élasticité peut être maintenant exposé : la distribution de pression réciproque $p(x, y)$ interprétant sur la surface S de deux demi-espaces élastiques est exigée qui produira des déplacements normaux des surfaces \bar{u}_{z1} et \bar{u}_{z2} les *Eqs(38)(39)*.

3.2.1. Solides de révolution:

On considérera d'abord le cas le plus simple de solides de révolution:

$$R'_1 = R''_1 = R_1; R'_2 = R''_2 = R_2$$

La surface de contact sera circulaire, ayant un rayon a . aux *Eqs(35)(36)* on a $A=B=1/2(1/R_1+1/R_2)$, afin que la condition aux limites de déplacements au sein du contact exprimée en *Eq(38)* peut être écrit :

$$\bar{u}_{z1} + \bar{u}_{z2} = \delta - (1/2R)r^2 \quad (40)$$

Où $(1/R) = (1/R_1 + 1/R_2)$: est la courbure relative.

La distribution de pression qui donne les déplacements est par :

$$P = P_0 \{1 - (r/a)^2\}^{1/2}$$

A été montré pour donner les déplacements :

$$\bar{u}_z = \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{\pi p_0}{4a} (2a^2 - r^2), \quad r \leq a \quad (41)$$

La pression agissant sur le deuxième corps est égale à celle du premier, donc on écrit :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (42)$$

Et en remplaçant les expressions de \bar{u}_{z1} et \bar{u}_{z2} de **Eq(40)** nous obtenons :

$$\frac{\pi p_0}{4aE^*} (2a^2 - r^2) = \delta - (1/2R)r^2 \quad (43)$$

Le rayon du cercle de contact est donné par :

$$a = \frac{\pi p_0 R}{2E^*} \quad (44)$$

Et l'approche des points éloignés dans les deux solides est donnée par :

$$\delta = \frac{\pi a p_0}{2E^*} \quad (45)$$

La charge totale appliqué sur les solides est liée à la pression par :

$$\int_0^a p(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2 \quad (46)$$

La pression maximale p_0 est 3/2 fois de la pression moyenne p_m . Dans un problème pratique, il est généralement la charge totale qui est spécifié, et que c'est pratique à utiliser *Eq(46)* en combinaison avec *Eqs(44)(45)* pour écrire :

$$a = \left(\frac{3pR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (47)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9p^2}{16RE^{*2}} \right)^{1/3} \quad (48)$$

$$p_0 = \frac{3p}{2\pi a^2} = \left(\frac{6pE^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (49)$$

4. Le coefficient de frottement :

On peut considérer plusieurs sortes de frottements : les frottements de glissement et de roulement, le frottement lubrifié par opposition au frottement sec ou solide, les frottements statiques et dynamiques.

Nous parlerons ici sur : le frottements de glissement et de roulement qui est le type le plus courant pour les plastiques.

4.1. Le coefficient de frottement de glissement :

La théorie désignée par adhérence-cisaillement [50] [51] et celle fondée sur l'énergie de surface ont été évoquées à propos du frottement de glissement. Conformément à la première théorie, et comme le montre la **Fig.2.8**, la résistance de frottement (la résistance au mouvement le long de la surface de contact) est la somme de la force destructive de cisaillement F_s et de la résistance à la déformation F_d de la partie en contact :

$$F = F_s + F_d \quad (50)$$

En réalité, on peut considérer que $F = F_s$ car F_d , beaucoup plus petit que F_s , peut être négligé et l'on peut écrire :

$$F = A\tau \quad (51)$$

Où A est l'aire effective de contact (la somme des $a_1, a_2 \dots$ de la **Fig.2.8** et τ la contrainte de cisaillement dans la zone de contact des matériaux.

Cette aire de contact vrai est habituellement représentée par :

$$A = KP^n \quad (52)$$

Et alors :

$$\mu = F/P = A\tau/P \quad (53)$$

Avec

- μ coefficient de frottement,
- P pression résultant de la charge normale,
- k et n constantes dépendant des matériaux.

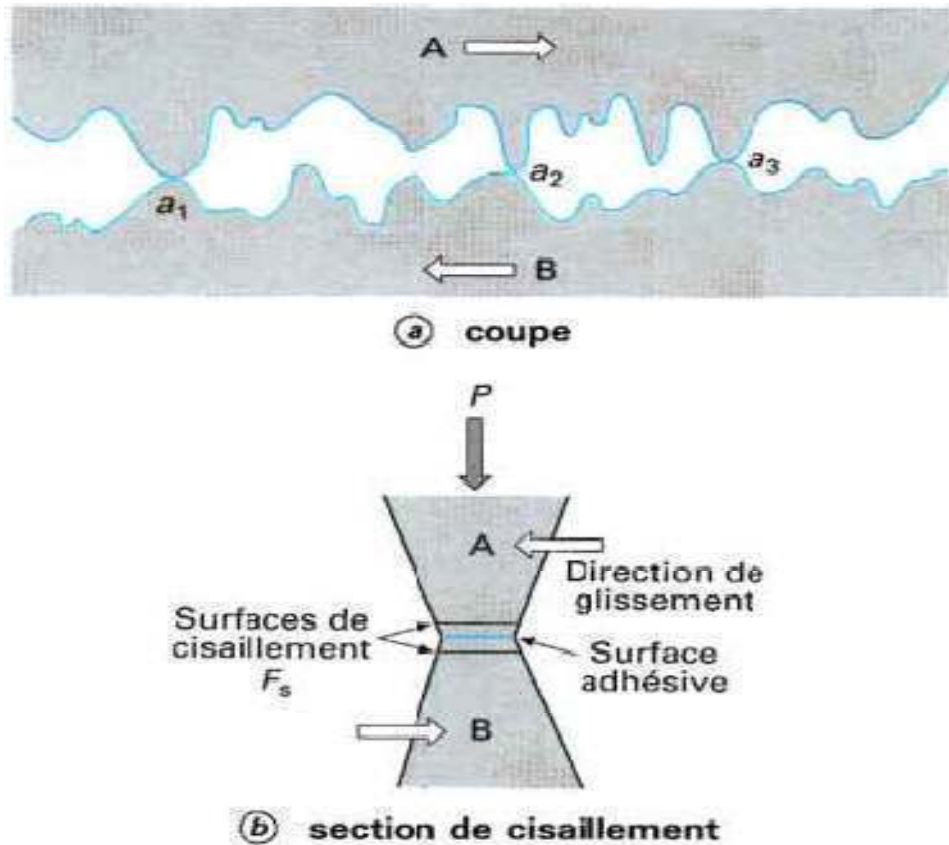


Fig.2.8 Vue schématique macroscopique en coupe des surfaces de glissement au contact [50] [51]

La valeur de A peut être obtenue théoriquement en utilisant la loi de Meyer concernant la dureté ou la loi de l'élasticité d'Hertz [52].

Ainsi, Pascoe et Tabor ont utilisé **Eq(54)** pour trouver la surface de contact vrai et le coefficient de frottement. La relation entre la pression P , les diamètres D du pénétrateur et d de son empreinte dans le matériau est alors **Fig.2.9**:

$$P = ad^n \quad (54)$$

$$K = a_1 D_1^{n-2} = a_2 D_2^{n-2} = a_3 D_3^{n-2} \dots \quad (55)$$

D'où

$$P = (K/D^{n-2})d^n \quad (56)$$

Et l'air de contact vrai est :

$$\begin{aligned} A &= (\pi/4)d^2 \\ &= (\pi/4)(1/K)^{2/n} D^{2(n-2)/n} P^{2/n} \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \mu &= A\tau/P \\ &= (\pi/4)\tau(1/K)^{2/n} D^{2(n-2)/n} P^{[(2/n)-1]} \end{aligned} \quad (58)$$

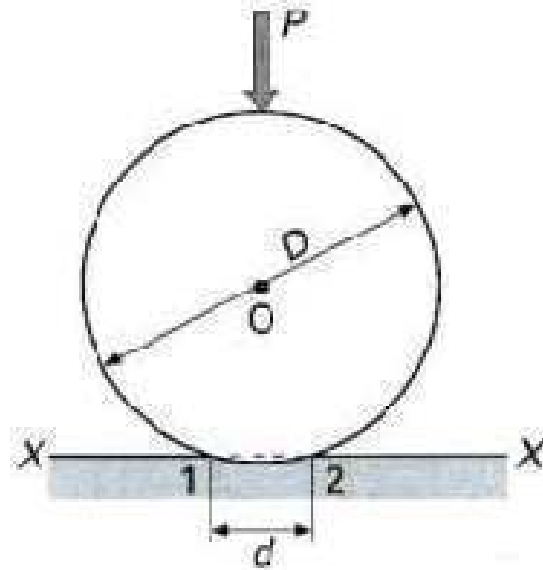


Fig.2.9 Pénétration d'une sphère dans un plan [52]

4.2. Le frottement de roulement (cas du contact roulant bille/plan) :

Dans le cas du contact d'une bille de rayon R roulante sous une charge N sur un plan viscoélastique **Fig.2.10**, le couple exercé par une bande élémentaire de la surface sur la bille est $f \cdot x$, donc le couple total exercé par tous les éléments du demi-front de la surface sur la bille est :

$$M = \frac{3N}{4a^3} \int_0^a (a^2 - x^2)x \cdot dx = \frac{3Na}{16} \quad (59)$$

De cela, l'énergie de déformation effectuée en roulant une unité de distance est :

$$\begin{aligned} \phi &= M/R \\ &= \frac{3}{16} \cdot \frac{Na}{R} \end{aligned} \quad (60)$$

D'après Hertz [2] :

$$a = \left(\frac{3}{4} \cdot NR \cdot \frac{1-\nu^2}{E} \right)^{1/3} \quad (61)$$

Si α est la perte par hystérésis dans une simple tension ou compression et λ est un facteur de correction due au glissement, la perte d'énergie effective, α_0 est égale à $\lambda\alpha$, et la résistance par frottement au roulement : $F = \alpha_0\phi$ [2].

Puisque, $\mu_r = F/N$ le coefficient de frottement au roulement μ_r est donné par l'équation suivante :

$$\mu_r = \alpha_0 \frac{\phi}{N} = \left(\frac{3}{16} \cdot \frac{a}{R} \right) \alpha_0 \quad (62)$$

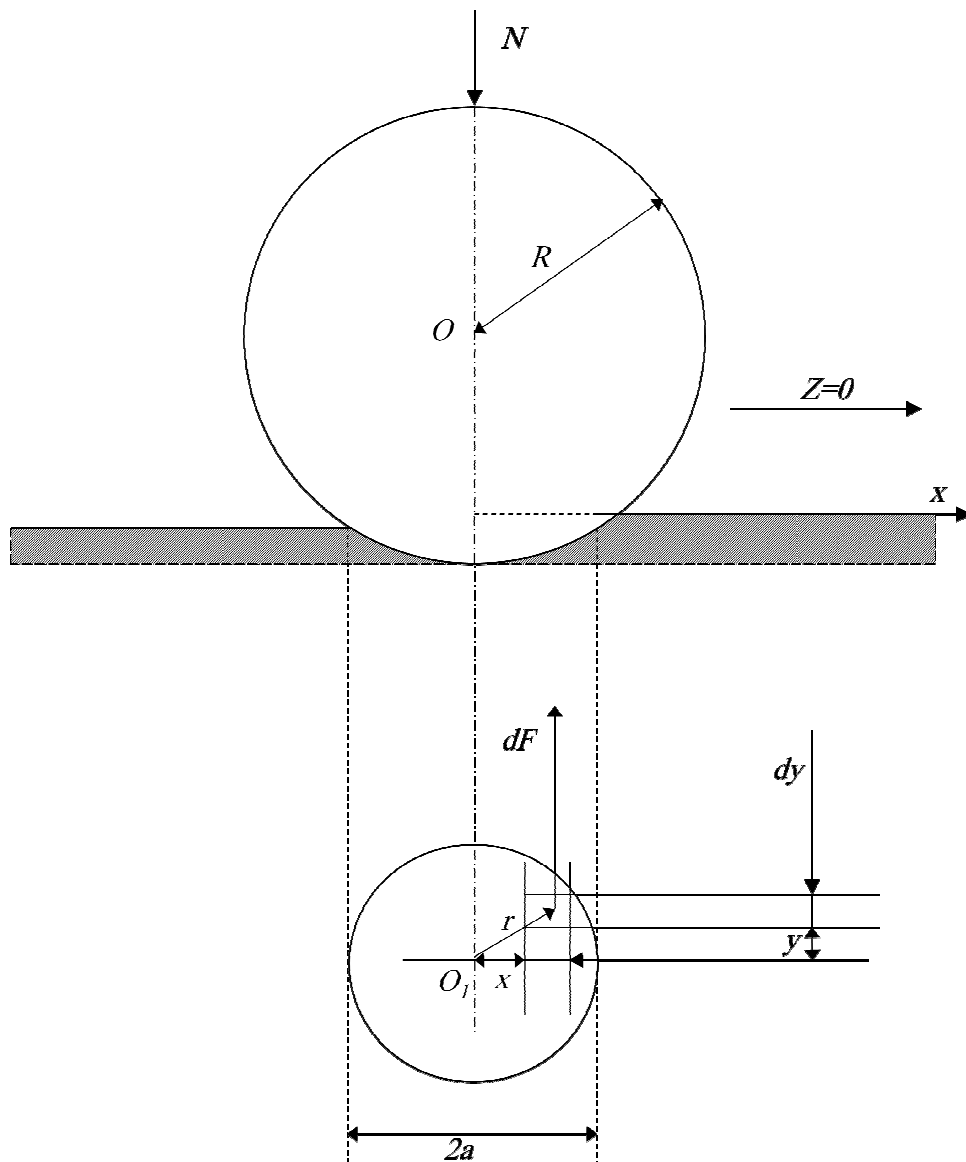


Fig.2.10 Contact roulant viscoélastique bille/plan [52]

Chapitre N°3

Procédure

Expérimentale

1. Les polymères testés :

Les polymères testés sont :

- ✓ Nylon 6-6
- ✓ Plexiglas (PMMA) « Polyméthacrylate de méthyle »
- ✓ ABS « Acrylonitrile-Butadiène-Styrène»
- ✓ Caoutchouc

Ces matériaux sont disponibles sur le marché algérien.

Tous les échantillons sont découpés sous forme de disque de diamètre ($39mm$), mais les épaisseurs sont différentes selon la disponibilité, pour le PMMA, et le nylon $e=3mm$, l'ABS $e=1mm$ et le caoutchouc $e= 1.5mm$. *Fig.3.1*

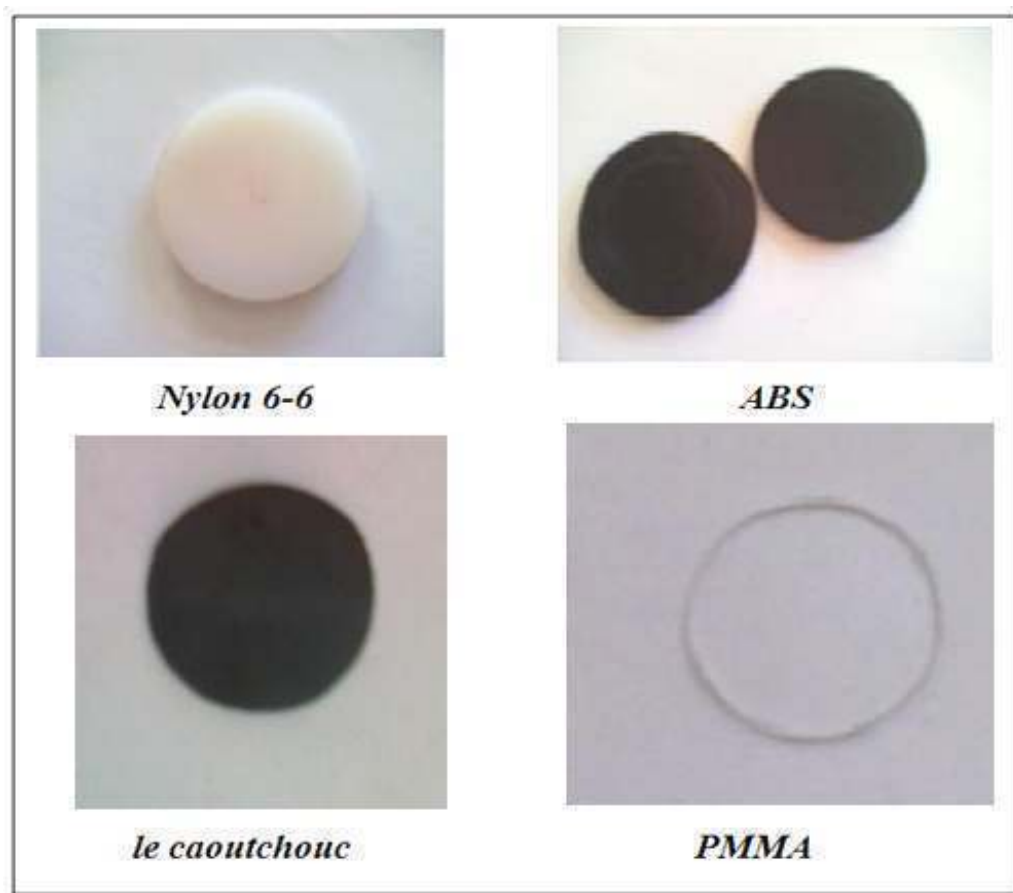


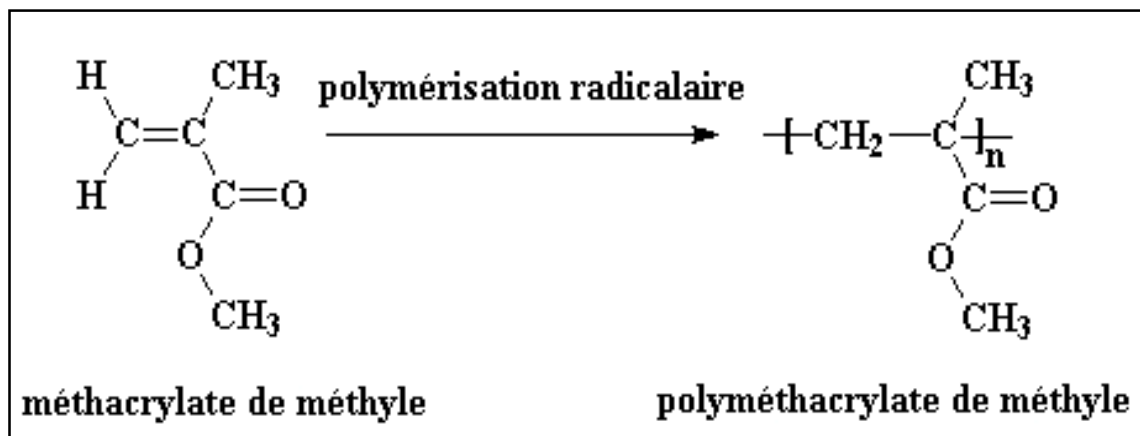
Fig.3.1 photos des échantillons avant les essais

1.1. Polyméthacrylate de Méthyle :

Le PMMA est l'abréviation de Polyméthacrylate de Méthyle (polyméthyle méthacrylate), le PMMA est un thermoplastique transparent dont le monomère est le méthacrylate de Méthyle(MMA).

Ce polymère est plus connu sous son premier nom commercial de "Plexiglas".

Le plexiglas est connu pour ses propriétés optiques exceptionnelles .ce polymère amorphe est d'une transparence remarquable (92% de transmission lumineuse), et une température de transition vitreuse de 110 jusqu'à 135°C, c'est à dire qu'à température ambiante, il est rigide, cassant avec faible allongement. [53]

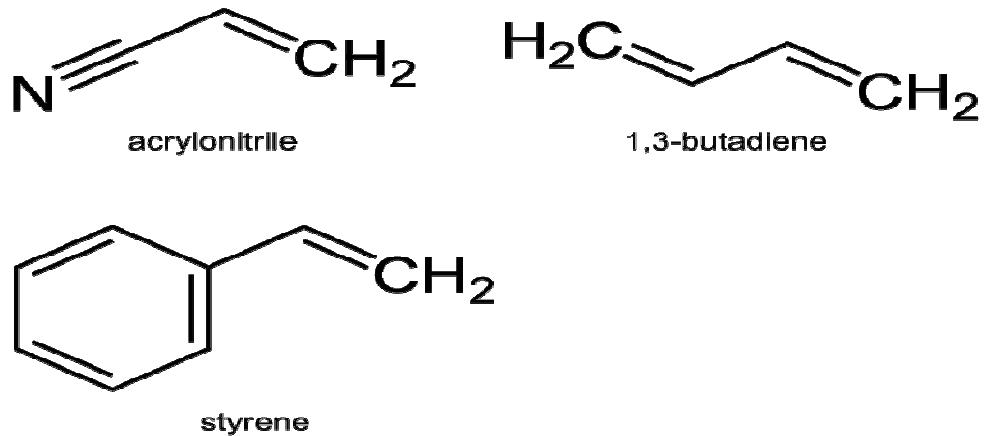


1.2. Acrylonitrile-Butadiène-Styrène :

L'Acrylonitrile-Butadiène-Styrène ou ABS est un thermoplastique. Sa préparation final est généralement effectuée en mélangeant de façon appropriée les phases "résine" et "caoutchouc greffé". L'ABS est donc une combinaison de trois constituants dans différentes proportions, ce qui permet d'obtenir toute une famille de produits aux propriétés distinctes. La molécule d'ABS est constituée d'une phase continue (la résine SAN) est d'une phase discontinue dispersée sous la forme d'ilots, constitués par le caoutchouc greffé. [54]

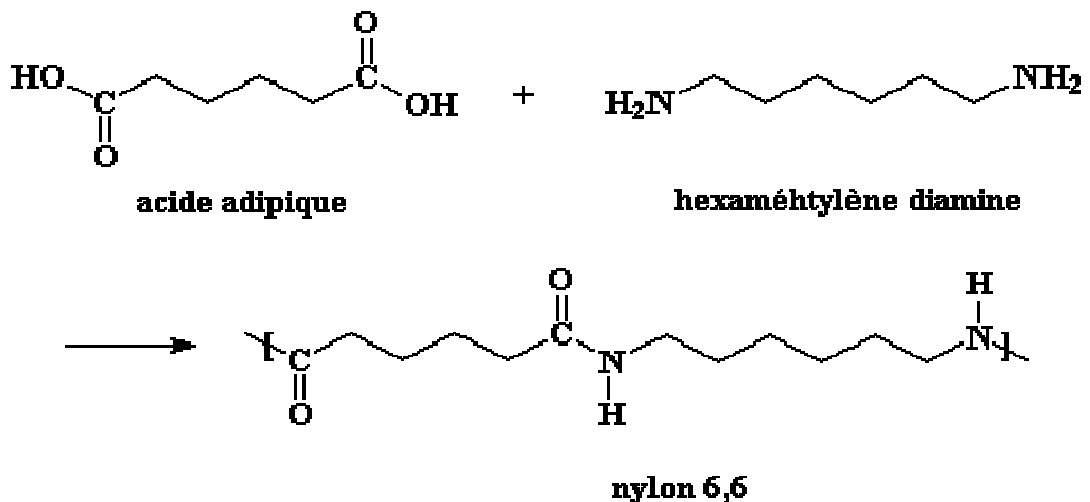
Les propriétés sont liées :

- ✓ à la dimension des ilots de caoutchouc greffe ;
- ✓ à la réticulation du caoutchouc ;
- ✓ à la longueur des greffons.



1.3. Polyamide 6-6 (Nylon 6-6) :

Le nylon 6-6 est un polymère thermoplastique de la famille des polyamides, son nom scientifique est : « *polyhexaméthylène adipamide* ».

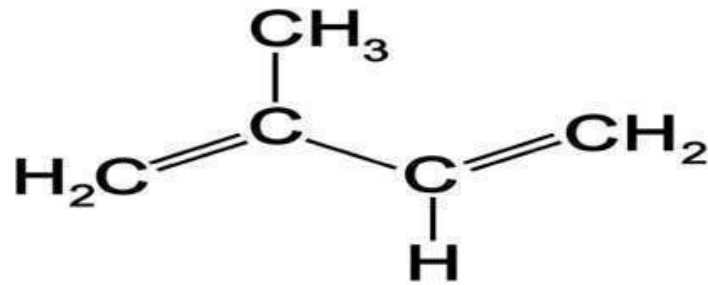


Les polyamides sont classées, non par leur appellation chimique, mais, ce qui est plus simple, par un numéro correspondant au nombre d'atomes de chacun des constituants. Par

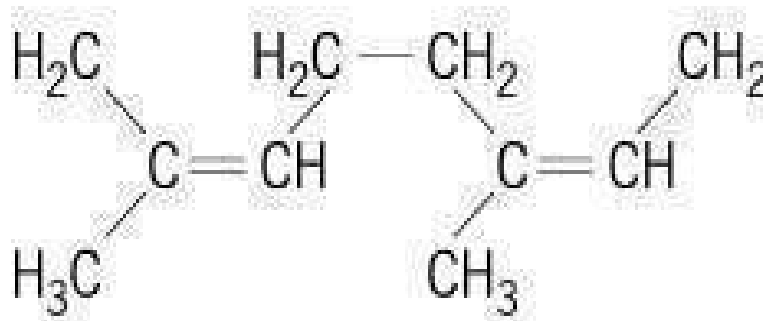
exemple comme notre cas. Le nylon 6-6 le plus courant des polyamides (acide adipique + hexaméthylène diamine) [55].

1.4. Le caoutchouc :

Le caoutchouc n'est pas une matière plastique, mais une matière élastique [56]. Il est un polymère linéaire de l'isoprène, hydrocarbure aliphatique de formule :



Le motif C_5H_8 peut se reproduire de 4 à 6000 fois dans la molécule caoutchouteuse sous la forme suivante :



Les propriétés du caoutchouc étant liées à la longueur des chaînes.

2. Préparation du montage :

2.1. Dimensionnement de disque moteur :

2.1.1. Etude cinématique

Le disque moteur est un élément très important dans le tribomètre, Il y a deux angles à contrôler ses dimensions, φ_i et φ_o l'angle intérieur (Inside) et l'angle extérieur (outside) respectivement *Fig.3.2*.

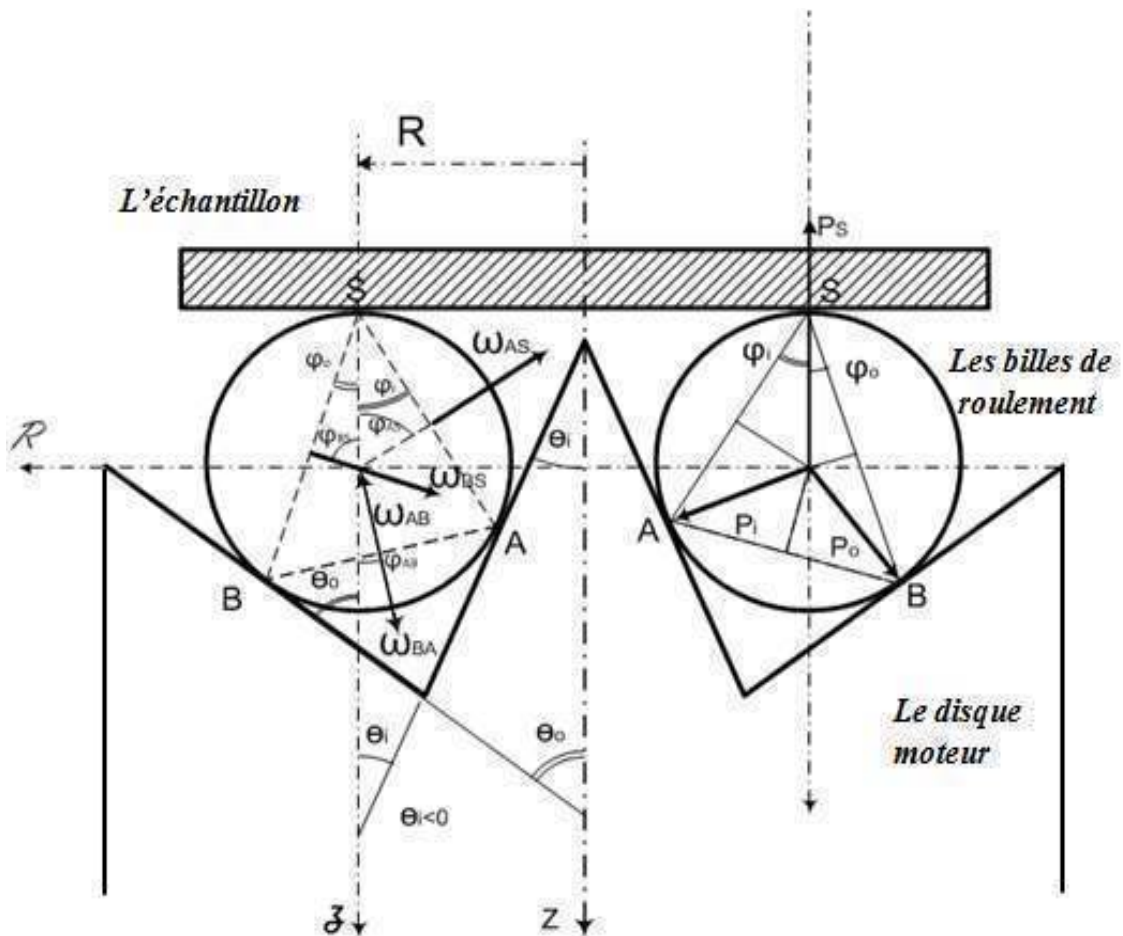


Fig.3.2 Schéma représentatif des angles φ_i et φ_o

Après une étude cinématique nous avons trouvé l'équation de vitesse angulaire autour de l'axe φ en fonction de ρ , φ_i et φ_o suivante :

$$\omega = \omega \left[\frac{\rho + \cos \theta_o}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_o}{2}\right)} + 1 + \cos(\theta_o + \theta_i) - \frac{\rho - \cos \theta_i}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_i}{2}\right)} \right] \quad (63)$$

Où $\rho = D/d$ avec $D=26mm$ est le rayon de roulement et $d=12.7mm$ est le rayon de la bille

$$\Rightarrow \rho = 2.04724$$

Pour ω_z nulle nous obtenons après quelque Operations de simplification l'équation du mouvement suivante :

$$\omega \left[\frac{(\rho + \cos \theta_o)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_o}{2} \right)} - \frac{(\rho - \cos \theta_i)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_i}{2} \right)} + \cos(\theta_o + \theta_i) + 1 \right] = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega \neq 0 \\ \text{et} \\ \frac{(\rho + \cos \theta_o)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_o}{2} \right)} - \frac{(\rho - \cos \theta_i)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_i}{2} \right)} + \cos(\theta_o + \theta_i) + 1 = 0 \end{array} \right. \quad (64)$$

Pour la facilité de réalisation il est très utile de poser ($\theta_i=0$), donc **Eq(64)** sera :

$$\frac{(\rho + \cos \theta_o)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta_o}{2} \right)} + \cos \theta_o - \rho - 2 = 0 \quad (65)$$

Donc la solution de l'**Eq(65)** est $\theta_o=88.67^\circ$.

Et pour améliorer la durée de vie du disque moteur il est utile d'utiliser une gorge profonde (semblable à celle des buttée) à l'endroit même de la piste de roulement de diamètre équivalent à une butée qui correspondant de cet type de bille ($d_b=12.7mm$, **Fig.3.6**) le diamètre de la gorge est, $d_g=13.26mm$ **Fig.3.3**

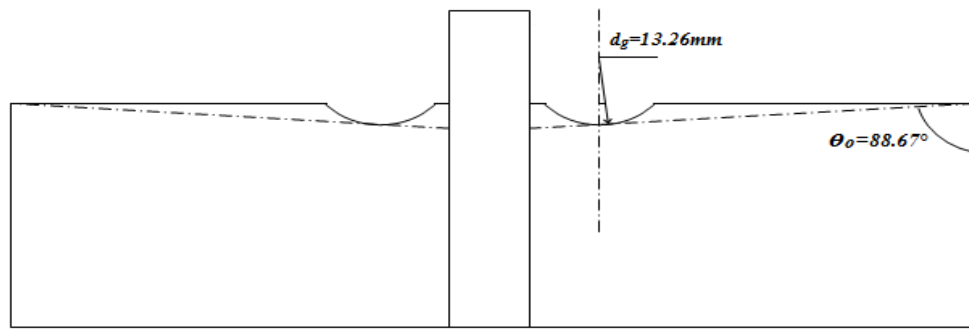


Fig.3.3 Le disque moteur avec une gorge profonde

2.1.2. Etude de la durée de vie :

Nous avons utilisé l'équation de *Lundberg-Palmgren* pour calculer la durée de vie de disque moteur dans les trois points de contact, **Fig.3.4**.

L'équation de *Lundberg-Palmgren* :

$$L = A \left[\frac{1}{\tau_0} \right]^{c/e} \left[\frac{1}{v} \right]^{1/e} [Z_0]^{h/e} \quad (66)$$

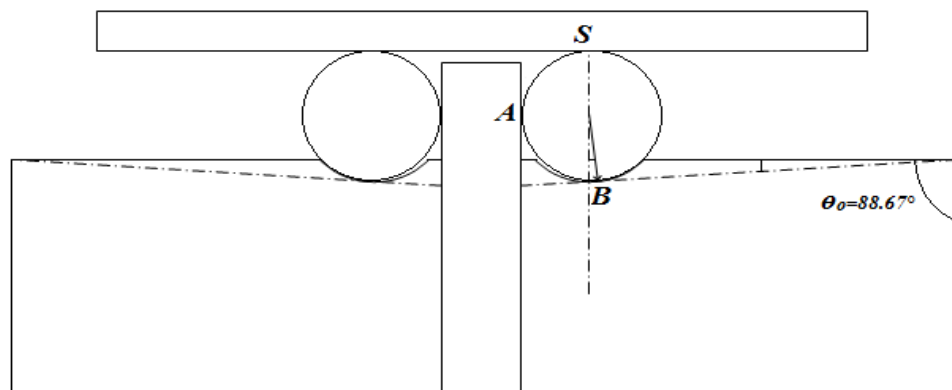


Fig.3.4 les trois points de contact

Le point **A** : le point intérieur du contact entre le disque moteur et les billes

Le point **B** : le point extérieur du contact entre le disque moteur et les billes

Le point **S** : le point du contact entre l'échantillon et les billes

Le calcul de la durée de vie en détail dans (Annexe A)

2.2. L'appareillage expérimental :

2.2.1. Schéma représentatif :

Dans notre travail on a utilisé un tribomètre fabriqué localement et représente dans le schéma suivant :

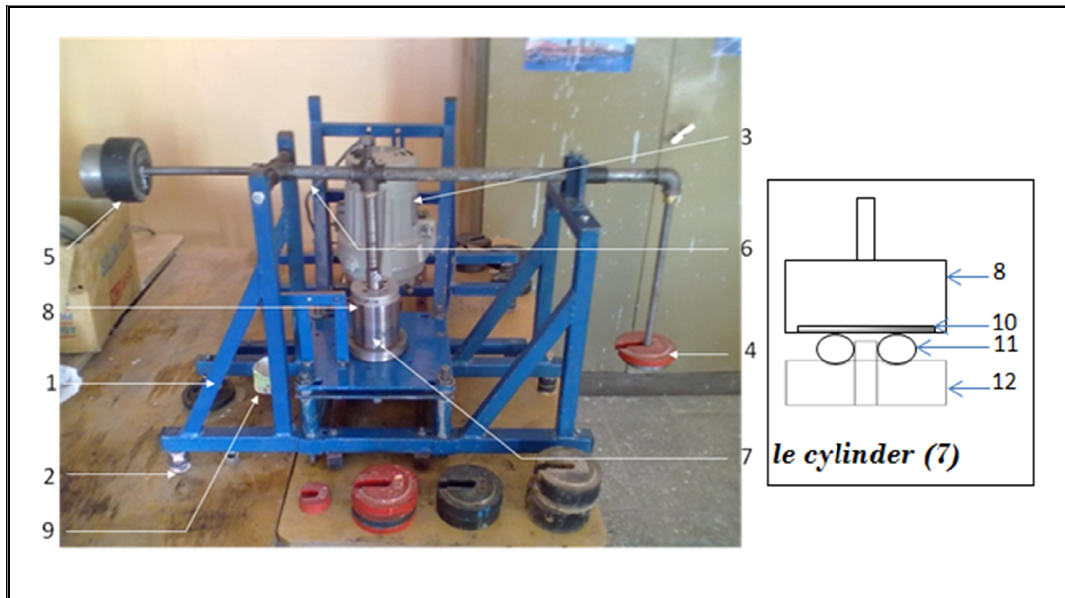


Fig3.5 : photo générale de la machine (tribomètre)

1. support métallique
2. appuis caoutchouteuse pour minimiser la vibration
3. moteur électrique
4. levier pour les charges appliques
5. contre-poids
6. axe horizontale
7. cylindre métallique creux contenant l'ensemble des pièces en contact (les billes+disque moteur + l'échantillon)
8. porte-échantillon
9. petit pot
10. l'échantillon du polymère
11. billes en acier
12. Disque moteur

L'élément (7) se compose de trois parties, l'échantillon en polymère fixé dans le porte échantillon au-dessus de cinq billes en acier et au même temps se dernier installé et tourne sur le disque moteur.

2.2.2. Les billes métalliques :

Dans nos expériences nous avons utilisé (05) cinq billes en acier de diamètre $d=12.7\text{mm}$ obtenues à partir d'une buttée neuve, doit être changé après une série des essais **Fig.3.6** dont les caractéristiques suivantes :

- Taille : 12.7mm
- Dureté : Hrc58--62
- Élaboration de la norme : GB308-2002
- Dispositif : porter-résistance, excellente qualité extérieure et dureté élevée
- Utilisation : Industrie générale pour l'automobile, moto, bicyclette roulements Ménage de grande précision et à faible bruit de bearing & le Roulement.



Fig.3.6 les billes métalliques utilisés

2.2.3. Disque moteur :

Le disque moteur est une pièce métallique (*acier 42 CD4*), a des dimensions bien calculées et nous avons vu cette pièce en détail précédemment. Et ci-dessous, nous voyons une photo réelle de disque moteur :

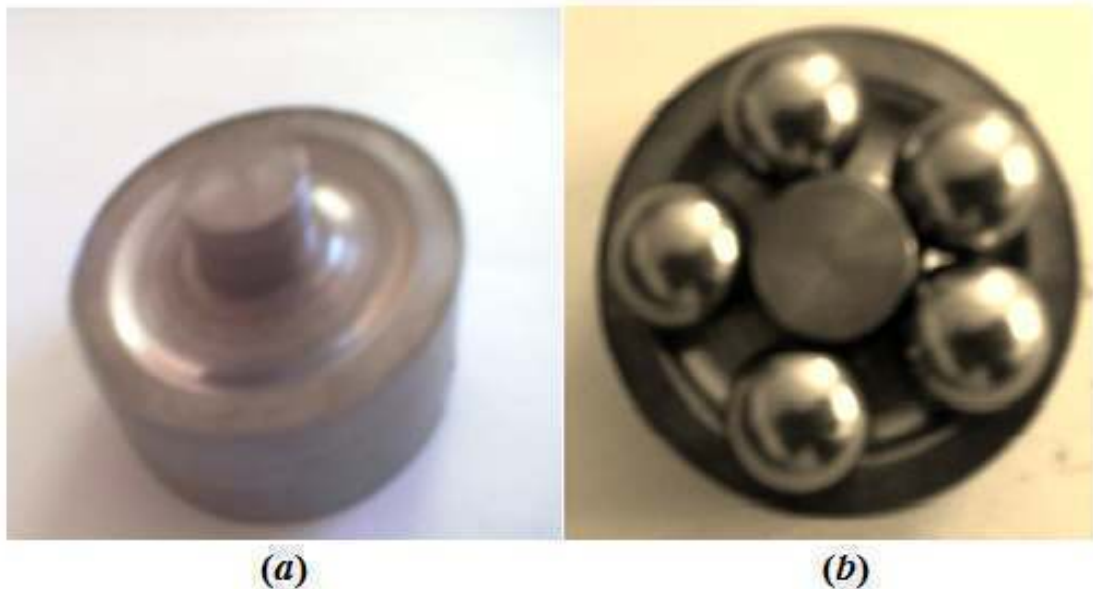


Fig.3.7 photos réelles de disque moteur
(a) disque moteur sans billes de roulement
(b) disque moteur avec billes de roulement

3. Préparation de l'échantillon :

Nous avons découpé les échantillons de caoutchouc à partir d'une chambre à air neuve d'un véhicule léger, et on les a taillés sous forme de disques identiques de diamètre **39mm** et d'épaisseur **1.5mm**. Pour les échantillons d'ABS ils ont été découpés à partir de pièces d'ABS achetées au marché sous forme de disque de même diamètre avec le caoutchouc et d'épaisseur **1mm**. Quant aux échantillons de PMMA ils ont été découpés sous forme des disques de diamètre **39 mm** et d'épaisseur **3 mm** à partir de plaques rectangulaires disponibles sur le marché. Le nylon PA66 se trouve sous forme d'un cylindre plein et découpe sous forme des disques de même dimensions avec le PMMA.

4. Procédure de l'expérience :

4.1. Paramètres contrôlables :

4.1.1. La force :

Le schéma suivant **Fig.3.8** représente la force F appliquée sur l'élément (7)

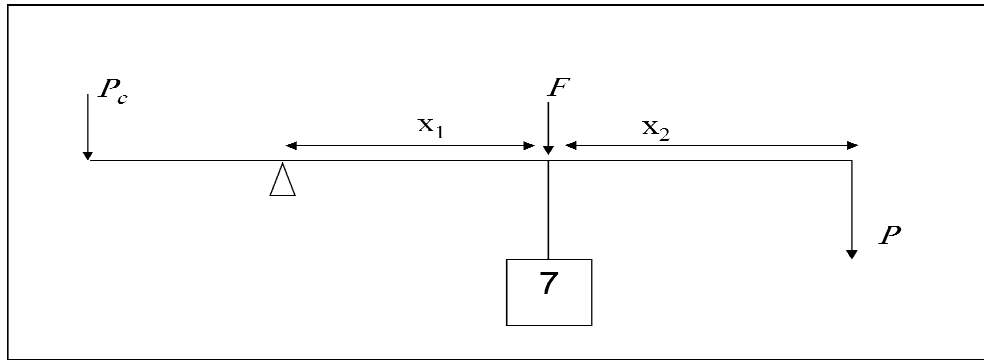


Fig.3.8 Schema represente les dimensions et les forces de tribometre

Premièrement on ajoute le contre poids P_c pour vérifier l'équilibre, et on calcule F par le principe des moments comme suite :

$$F \cdot x_1 = P \cdot (x_1 + x_2)$$

$$F = \frac{P \cdot (x_1 + x_2)}{x_1} \quad (67)$$

Tel que :

F : La force

P : La charge appliquée

x_1, x_2 : Distances mesurées de l'axe horizontal

En pratique nous avons utilise un pied à coulisse pour mesurer les valeurs expérimentales de x_1, x_2 :

$$x_1 = 150 \text{ mm}$$

$$x_2 = 460 \text{ mm}$$

4.1.2. La vitesse :

Nous avons utilisé deux moteurs électriques à différentes vitesses de rotation comme suite dans le tableau au-dessous :

Les vitesses (tr/min)	Moteur -1-	Moteur -2-
Min	680	2440
Max	3000	6440

Mais on a besoin plus de deux vitesses, pour cela on change la vitesse avec un jeu de polie (on utilise un nombre de polies à différents diamètres)

Pour mesure les différentes vitesses on a utilisé un tachéomètre de type *Lutron DT-2236* à contact direct et indirect **Fig.3.9**



Fig.3.9 photo du tachéomètre utilisé

Remarque :

On a fait les essais dans des conditions normales, la température ambiante et la pression de l'atmosphère et sans lubrification.

4.2. Paramètres à mesurés :

4.2.1. Le couple de frottement :

Pour calculer le couple résultant du frottement entre les billes et l'échantillon, en ajoutant un fil de masse négligeable, la première extrémité liée au porte échantillon et passe par une petite poulie et la deuxième attachée dans un petit pot. On ajoute le sable dans le pot

jusqu'à la stabilité de porte échantillon et par une balance très précise on pesé la masse de sable, et par l'*Eq(69)* on calcule le couple de frottement.

$$C = m \cdot g \cdot (D/2) \quad (68)$$

Où:

- C : le couple de frottement ($N.m$)
- m : la masse pesé (kg)
- D : le diamètre de porte-échantillon ($8.14cm$)
- g : l'accélération pesanteur ($9.81m/s^2$)

A.N :

$$C = 39,9267.10^{-2}.m \quad (69)$$

4.3. Procédure d'essai :

Une fois que les billes sont placées sur le disque moteur, et on fixe l'échantillon de polymère par le porte-échantillon et, on le place sur les billes, on équilibré l'axe horizontal par les contre poids, on charge le levier par les différents charge pour provoquer la force de contact normale (F) *Fig.3.5*. On met le moteur électrique en marche pour avoir le roulement des billes. Quand le porte-échantillon commence à tourner on ajoute le sable pour mettre le couple de frottement à zéro et on mesure la masse de sable.

Chaque fois on fixe la vitesse et on varie la charge appliqué et on remplit un tableau à chaque matériau.

Chaque manipulation est répétée trois fois pour se rassurer des résultats selon les normes utilisées dans la mécanique.

Chapitre N°4

Résultats Expérimentaux

Et

Discussion

1. Introduction :

Dans notre travail expérimental nous avons étudié le couple de frottement et l'énergie dissipée par frottement de roulement entre le polymère et l'acier. Dans ce chapitre on va tracer les courbes de couple de frottement en fonction de la fréquence et la charge appliquée et aussi on trace les courbes d'énergie dissipée en fonction de la fréquence (la vitesse). Et on compare les résultats avec la théorie que nous avons vue dans le chapitre bibliographique.

Comme nous l'avons montré au chapitre précédent, on calcule le couple de frottement à partir de la masse de sable pesé l'*Eq(69)*.

2. Résultats expérimentaux :

2.1. Etude des variations du couple dans les polymères testés:

2.1.1. Couple en fonction de la charge :

Et on trace le couple de frottement en fonction de la charge appliquée, à des vitesses constantes.

Dans les courbes suivantes chaque couleur représente une vitesse constante, en *tr/min*.

a. Le Plexiglas « PMMA » :

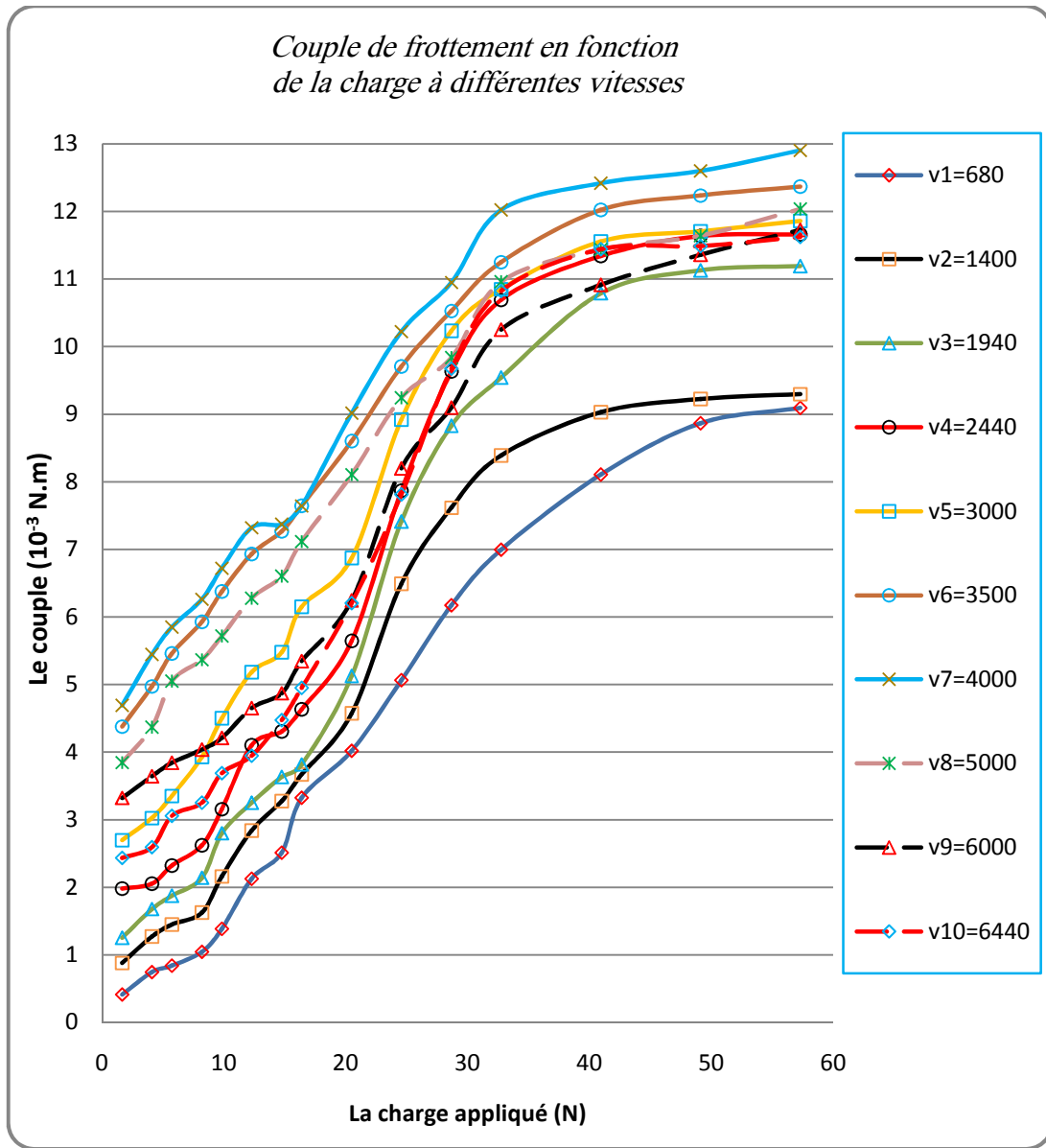


Fig.4.1 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «Le Plexiglas»

b. Le Nylon 6-6 :

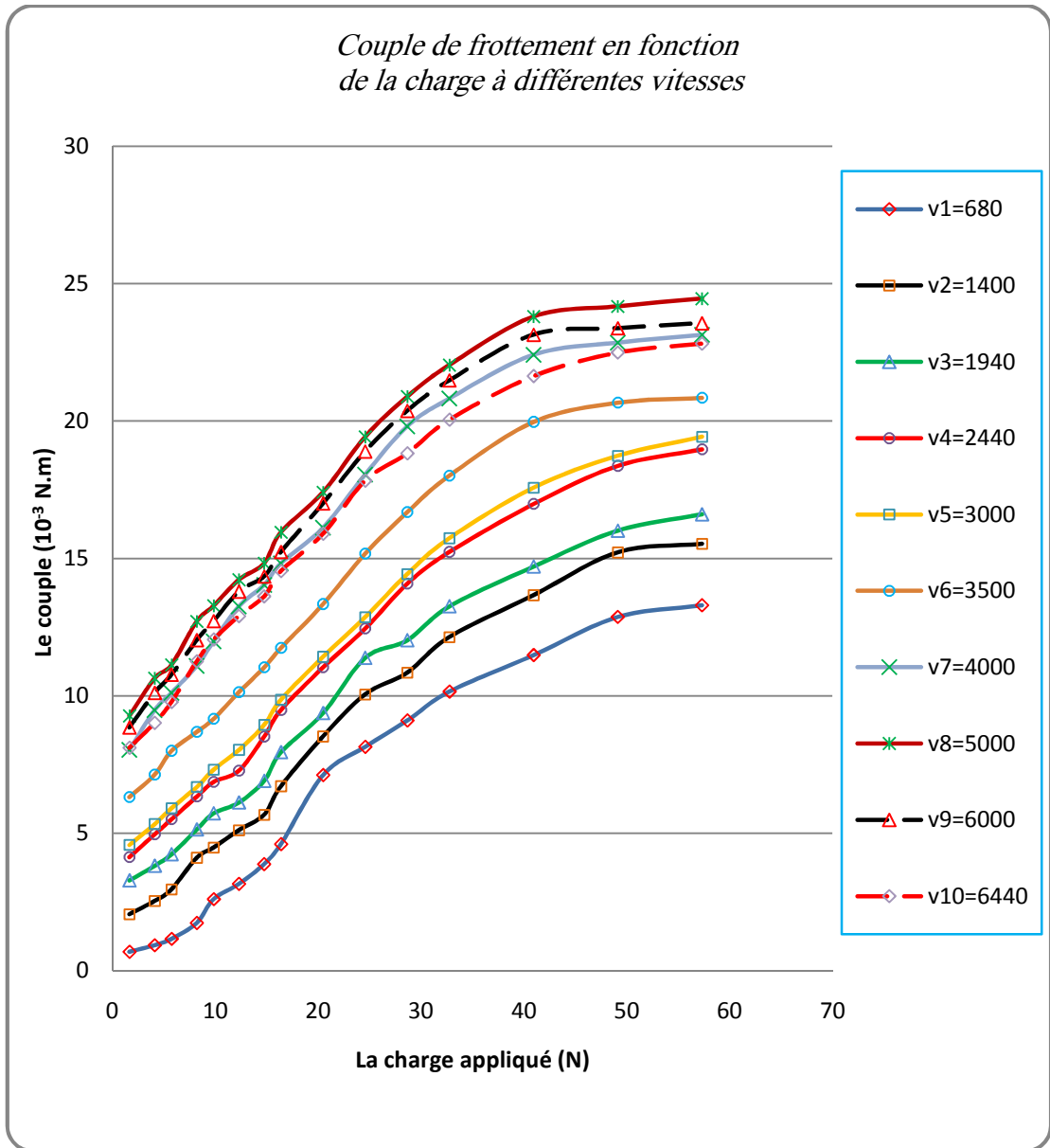


Fig.4.2 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «Nylon6-6»

c. Acrylonitrile-Butadiène-Styrène «ABS» :

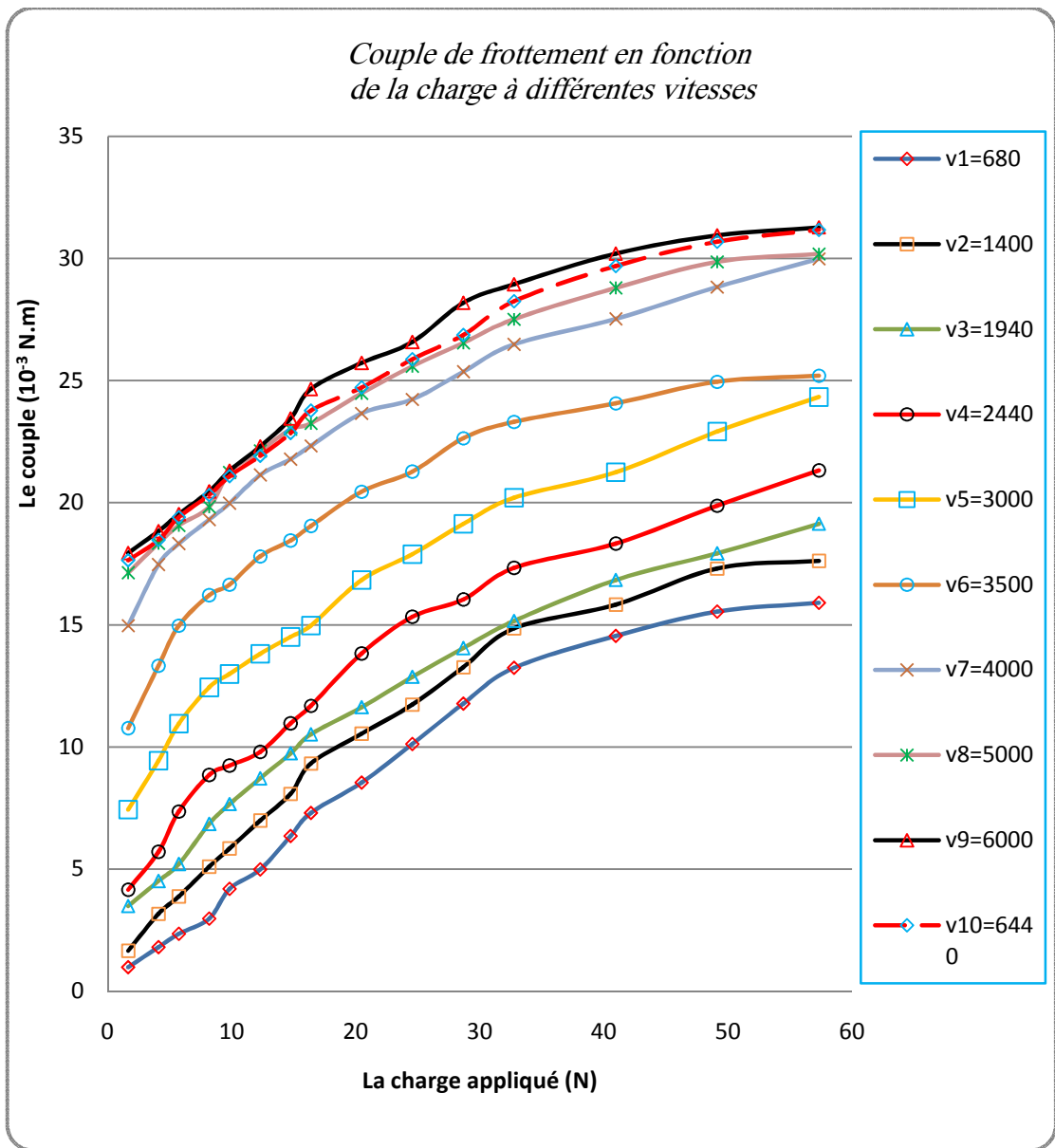


Fig.4.3 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «ABS»

d. Le Caoutchouc :

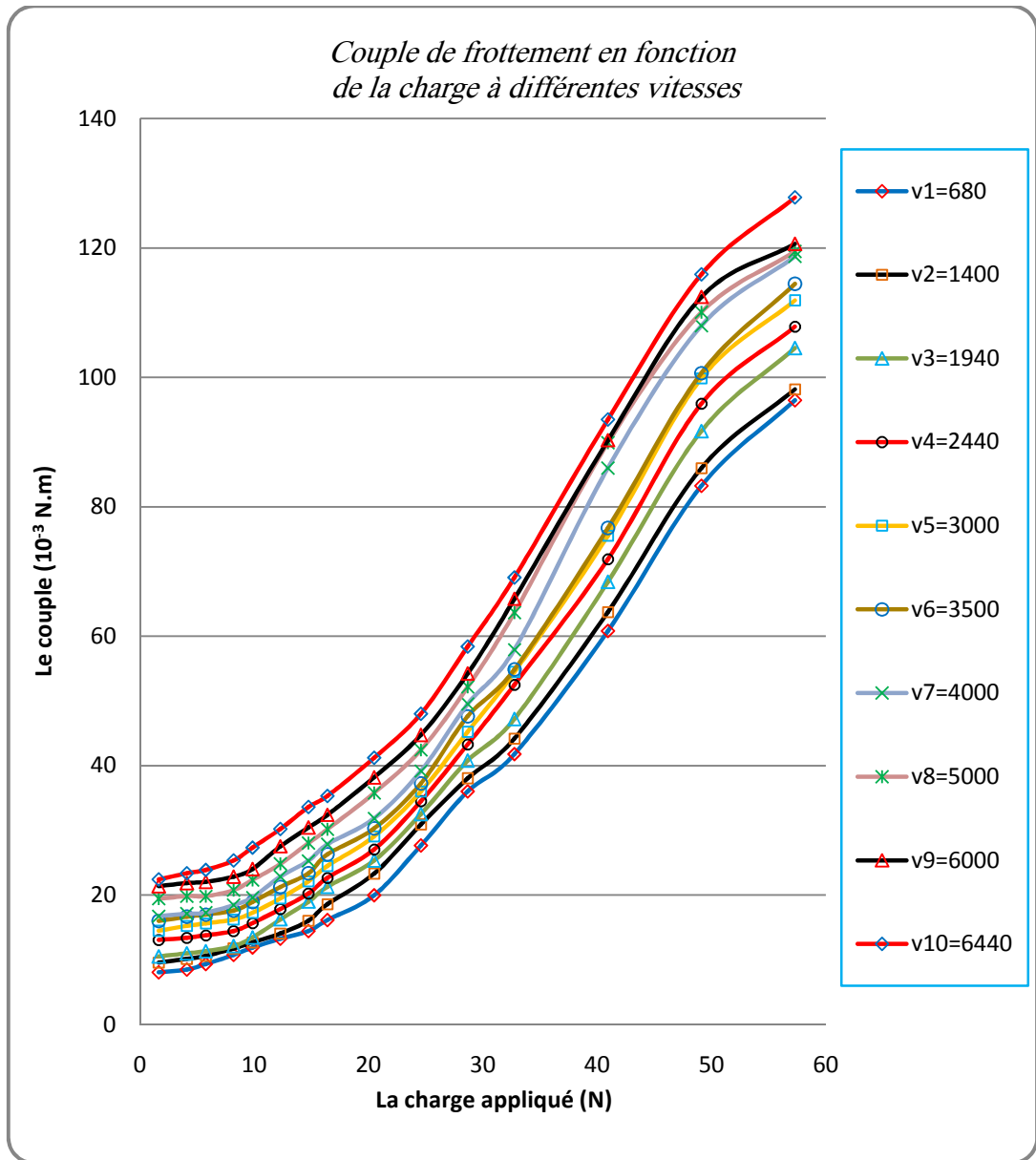


Fig.4.4 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la charge «Le Caoutchouc»

2.1.2. Interprétation

a. Le comportement de PMMA :

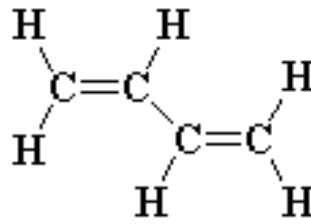
On constate dans les courbes expérimentales effectuées **Fig.4.1** le couple de frottement augmente avec la charge et, il passe par une valeur maximale. Ce maximum se situe entre ($9.10^{-3} N.m$, $13.10^{-3} N.m$) dépendamment de la vitesse de roulement, et ce résultat est prévu, car le PMMA est un polymère amorphe dont la température de transition vitreuse est de 110 jusqu'à 135° C, il est dur, rigide, cassant avec faible allongement, en raison de ces propriétés il n'absorbe pas beaucoup d'énergie et cela réduit la valeur du couple de dissipation.

b. Le comportement de Nylon 6-6 :

On remarque dans les courbes de **Fig.4.2** le même comportement de Nylon6-6 avec le PMMA, quand la charge appliquée augmente, le couple augmente aussi mais, le Nylon6-6 absorbe beaucoup plus d'énergie que le PMMA, alors le couple de frottement augmente comme montré dans les courbes expérimentales **Fig.4.2**, et le couple maximale est située entre ($13.10^{-3} N.m$ et $24.10^{-3} N.m$), et ces résultats sont dus à des propriétés de nylon qui est un polymère semi-cristallin dont la température de transition vitreuse est de 50, 53° C, et il est solide et rigide.

c. Le comportement d'ABS:

Pour l'ABS le couple toujours augmente avec la charge mais la valeur maximale du couple de frottement est plus élevée que les polymères précédentes, et il absorbe beaucoup plus d'énergie, L'ABS est un polymère thermoplastique employé par l'industrie pour des produits présentant une bonne tenue aux chocs, relativement rigides et légers, dont la température de transition vitreuse est de 105 à 115° C . Il contient un peu de caoutchouc dans sa structure moléculaire, et se compose de trois molécules différentes, dont le Butadiène qui est une phase caoutchouteuse, Cette molécule est responsable du comportement caoutchouteux et l'absorption d'énergie.



Le Butadiène a deux doubles liaisons carbone-carbone

d. Le comportement de Caoutchouc:

Dans le cas du caoutchouc le couple de frottement augmente fortement avec la charge mais dans les essais, nous n'avons pas pu atteindre la valeur maximale du couple en raison des moyens, Cela montre que le caoutchouc absorbe beaucoup d'énergie, c'est parce que le caoutchouc est un matériau composé de longues chaînes de polymères qui forment une structure de type pelote statistique à l'état amorphe, et il a des propriétés très importantes, possédant un taux d'allongement élastique important, constitué de macromolécules carbonées, et dont la température de transition vitreuse de -40 à 0°C .

2.1.3. Couple de frottement en fonction de la fréquence :

Les courbes précédentes sont retracées (le couple en fonction de la fréquence pour des charges constantes), pour connaître l'influence de la vitesse sur le couple de frottement de chaque polymère.

Toujours, le paramètre constant (la force appliquée) représenté par une couleur.

a. Le Plexiglas « PMMA » :

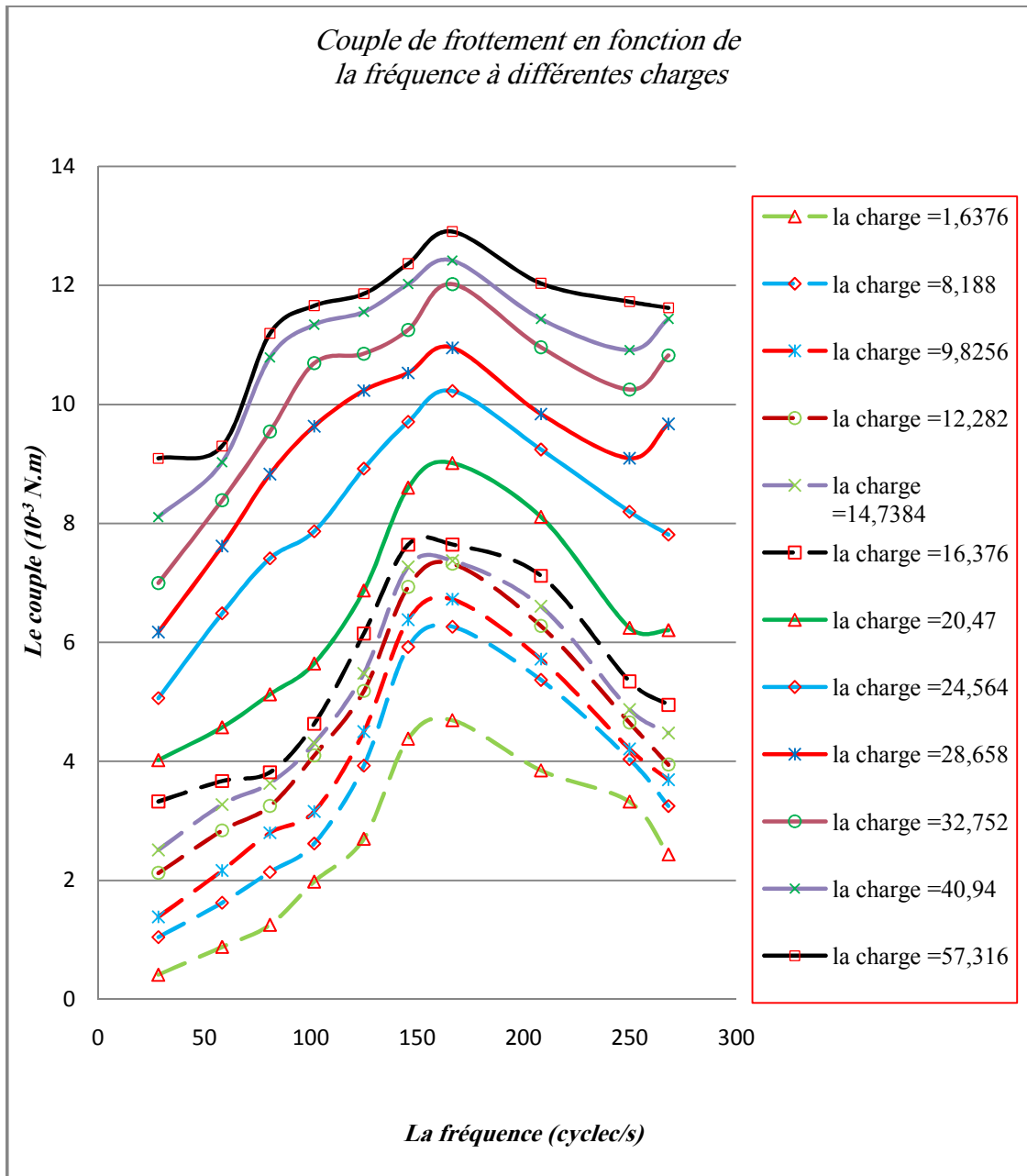


Fig.4.5 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la fréquence «Le Plexiglas»

b. Le Nylon 6-6 :

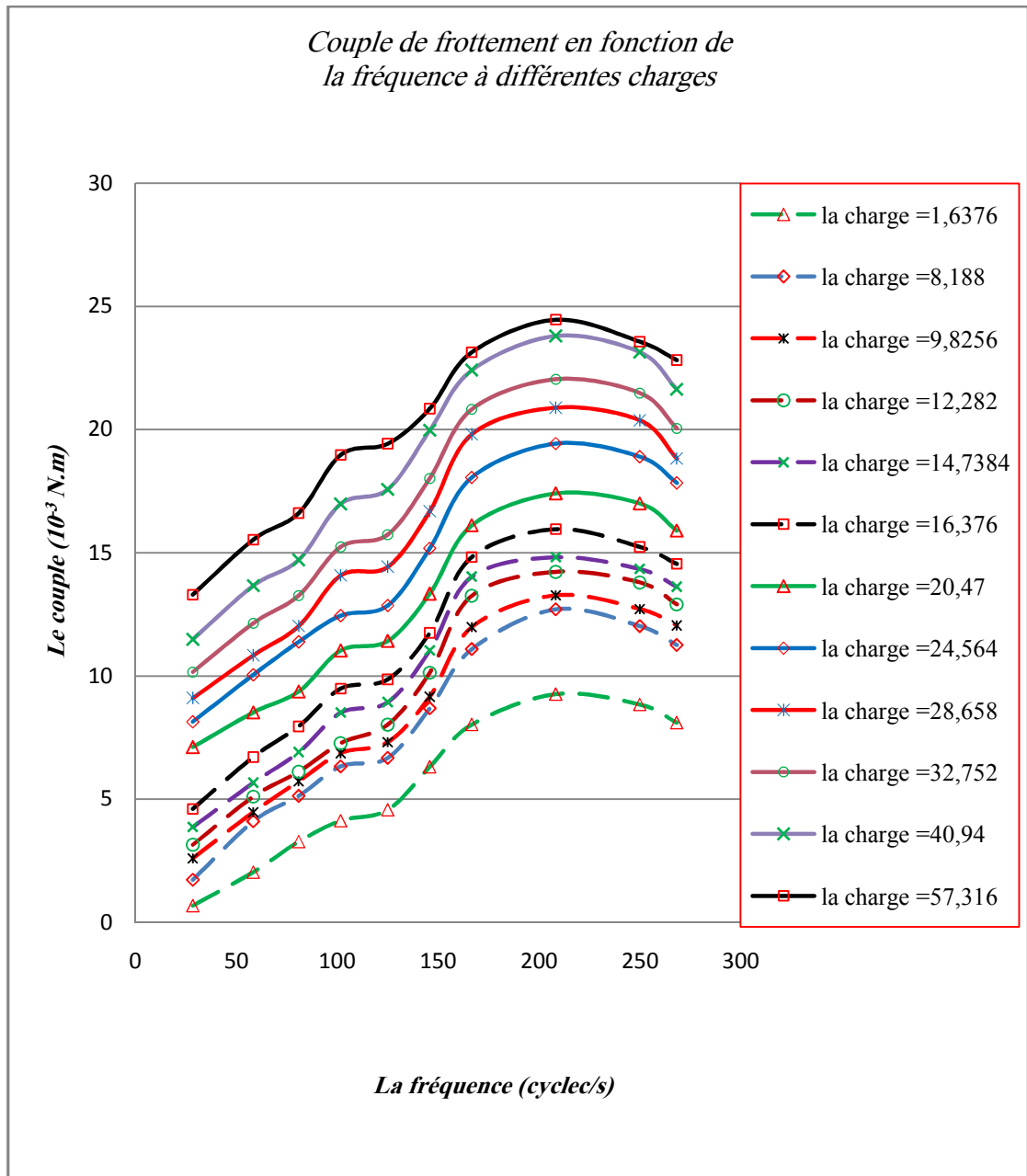


Fig.4.6 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la fréquence «Le Nylon 6-6»

c. ABS « Acrylonitrile-Butadiène-Styrène »

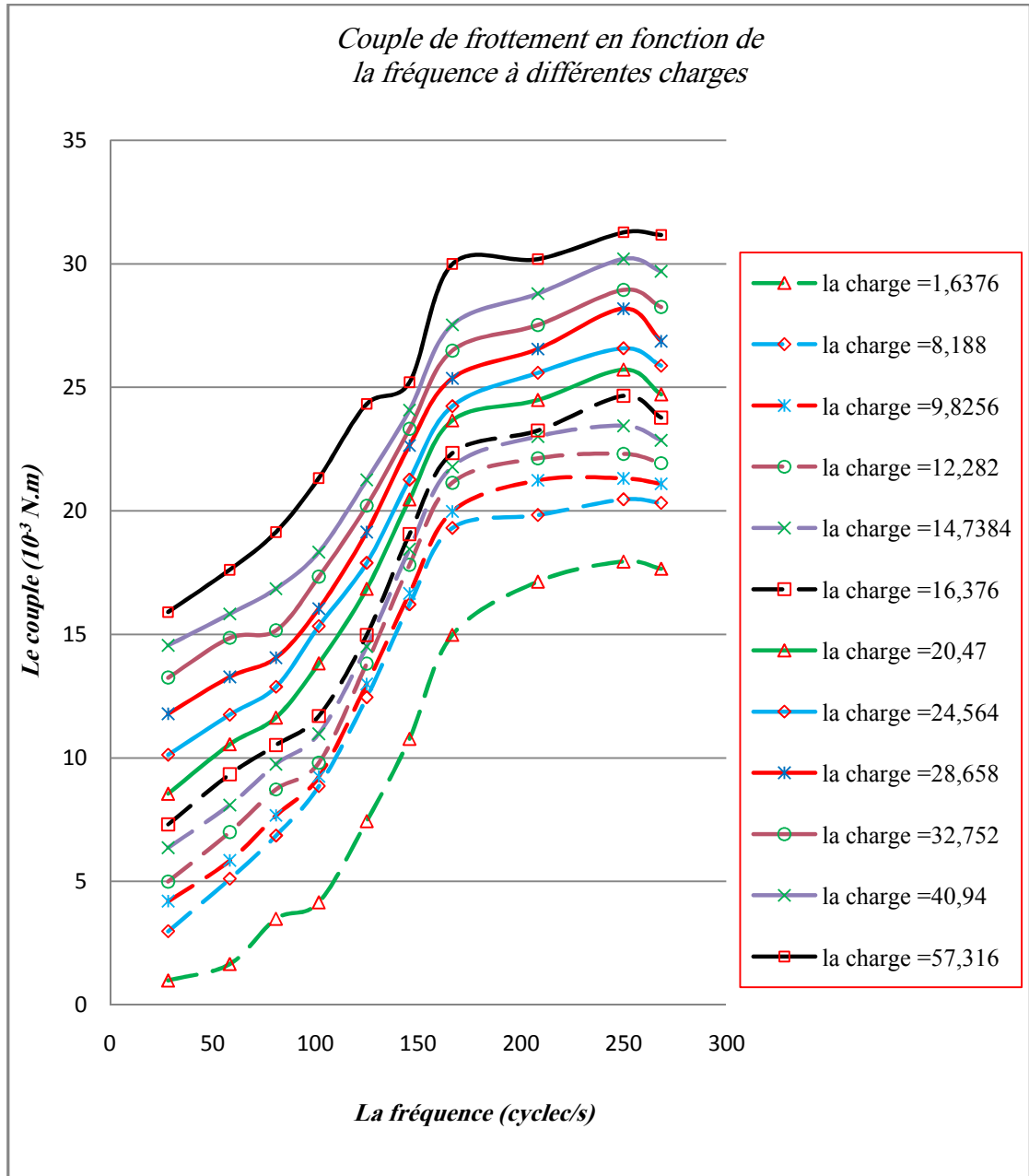


Fig.4.7 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la vitesse «ABS»

d. Le Caoutchouc :

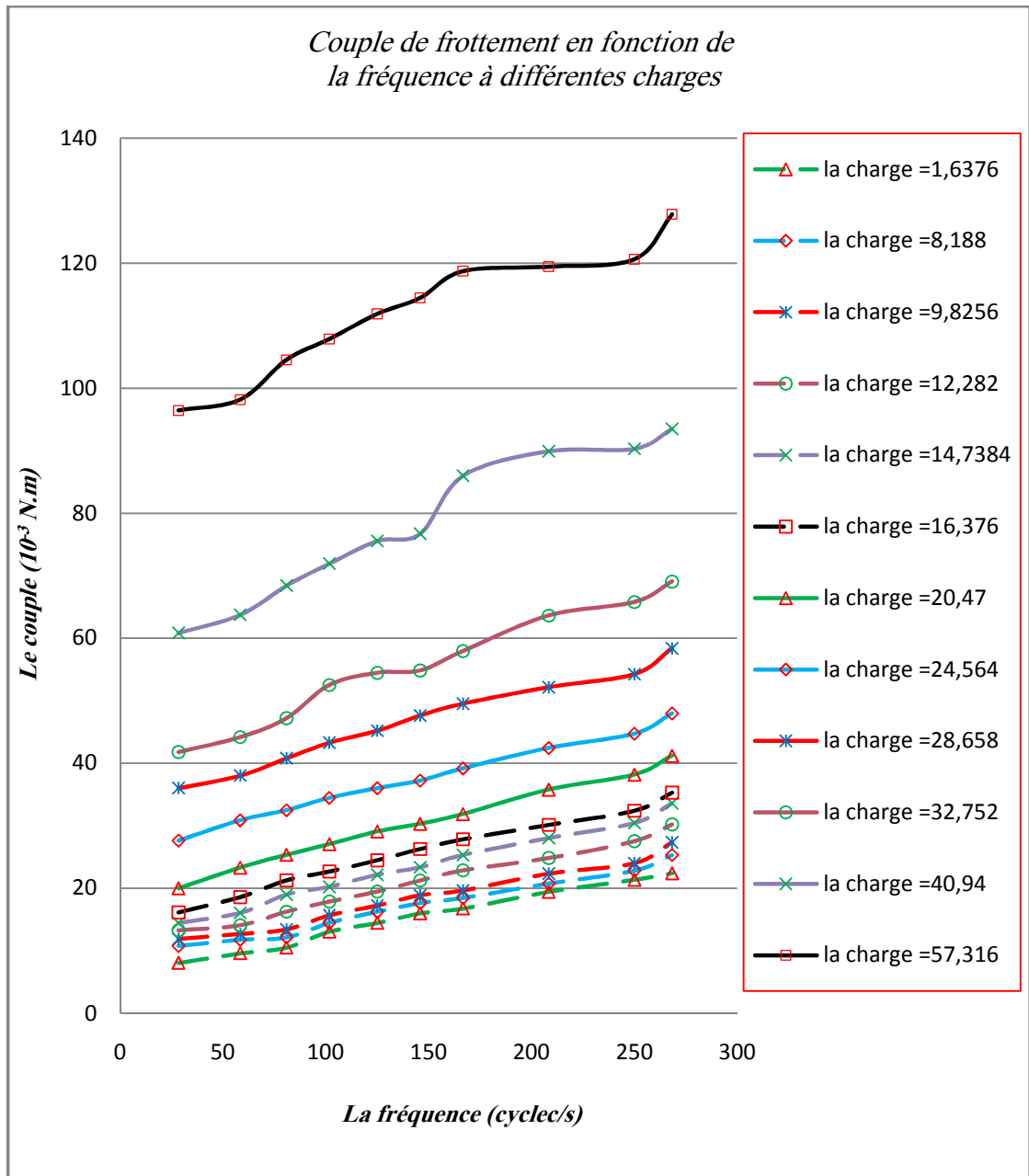


Fig.4.8 Variation du couple de résistance au roulement en fonction de la fréquence «Le Caoutchouc»

2.1.4. Interprétation

a. Le comportement de PMMA :

Les courbes expérimentales **Fig.4.5** montrent que, l'augmentation du couple avec l'augmentation de la fréquence de chargement passe par une valeur maximale correspondante à $\omega=166.67\text{cycle/s}$, après cette valeur le couple de frottement au roulement diminue, à partir des autres matériaux plastiques le PMMA n'absorbe pas beaucoup d'énergie parce qu'il est un polymère amorphe fragile ne supporte pas les grandes charges.

b. Le comportement de Nylon 6-6 :

Le comportement de Nylon6-6 n'est pas très différent au comportement de PMMA, Cependant, il y a une différence de fréquence qui donne le couple maximale, qui est égal à $\omega=208.33\text{cycle/s}$ **Fig.4.6**, parce que le Nylon6-6 est moins dur que le PMMA, et dont la température de transition plus basse que ce dernier.

c. Le comportement d'ABS:

Dans les courbes d'ABS **Fig.4.7** on constate que l'augmentation du couple avec l'augmentation de la fréquence jusqu'à une valeur maximale du couple mais cette valeur n'est pas constante « 30.10^{-3} , $31.2.10^{-3} N.m$ », dans ce cas le couple maximal est plus grand que le cas du Nylon6-6 et le PMMA, car l'ABS contient une phase caoutchouteuse (c'est vu).

d. Le comportement de Caoutchouc:

D'après notre étude, le couple toujours augmente avec l'augmentation de la fréquence qu'on a vu dans les courbes de **Fig.4.8**, Même quand on augmente la fréquence de la valeur maximale possible on n'atteindra pas le couple maximal, parce que le caoutchouc plus connu par ses propriétés mécaniques supporte les grandes charges et les fréquences élevés.

Dans ce travail expérimental nous ne pouvions pas augmenter la vitesse de roulement à cause du manque des moyens expérimentaux : un moteur à grande vitesse.

2.2. L'énergie dissipée :

Premièrement on trace les courbes d'énergie dissipée qui a été calculé expérimentalement :

Par le couple de frottement on calcule la dissipation d'énergie pendant le roulement c.à.d. l'énergie dissipée par les polymères testés :

On a :

$$P = C \cdot \omega \quad (70)$$

Tel que :

- P : est l'énergie dissipée par unité du temps (joule/s)
- C : est le couple de frottement (N.m)
- ω : est la fréquence de roulement (cycle/seconde)

Par cette relation, on calcule la dissipation d'énergie par chaque polymère, et on trace les courbes d'énergie en fonction de la fréquence (ω) calculée:

2.2.1. Les courbes d'énergie :

a. Le Plexiglas « PMMA » :

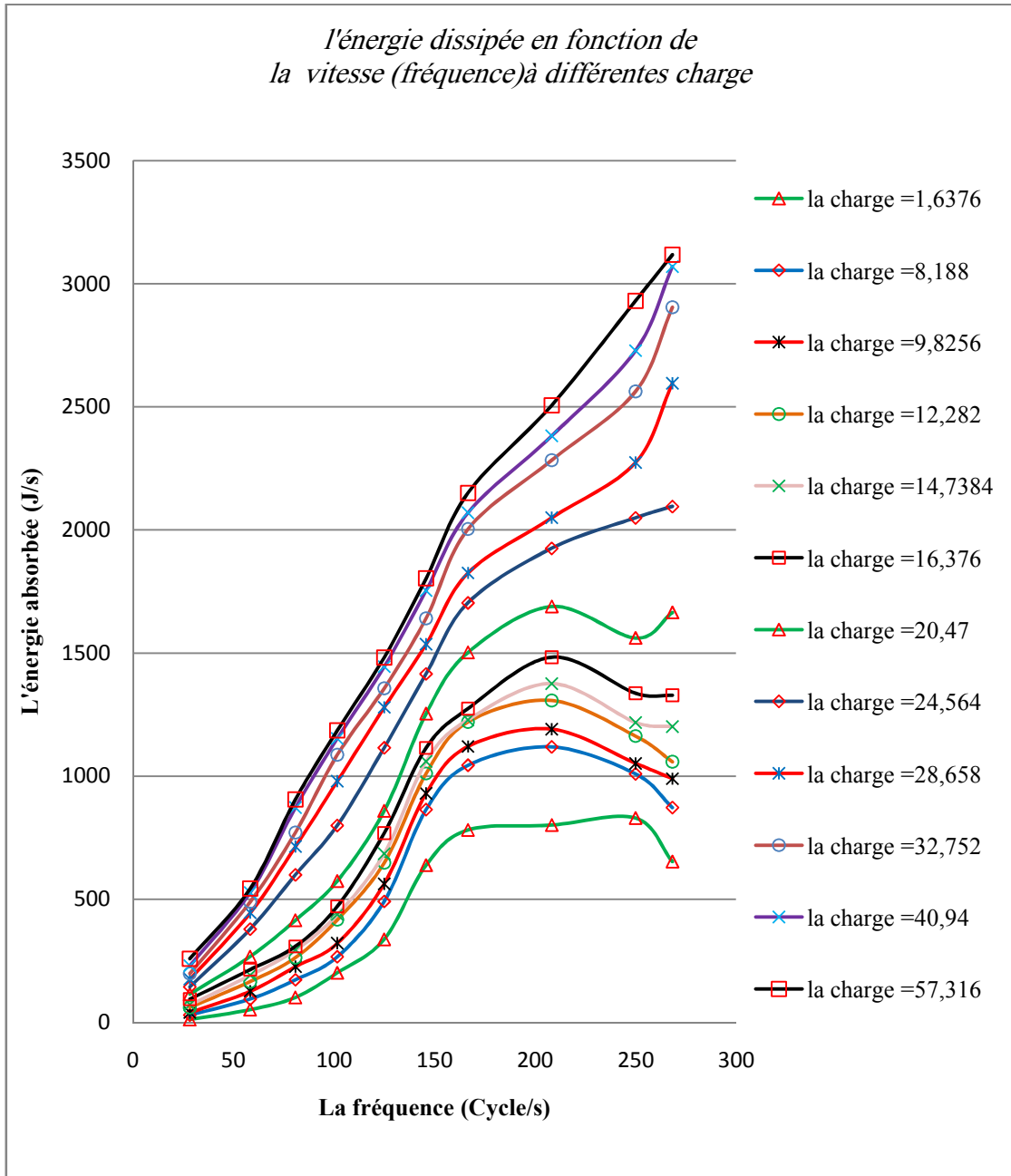


Fig.4.9 Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Le Plexiglas»

b. Le Nylon 6-6 :

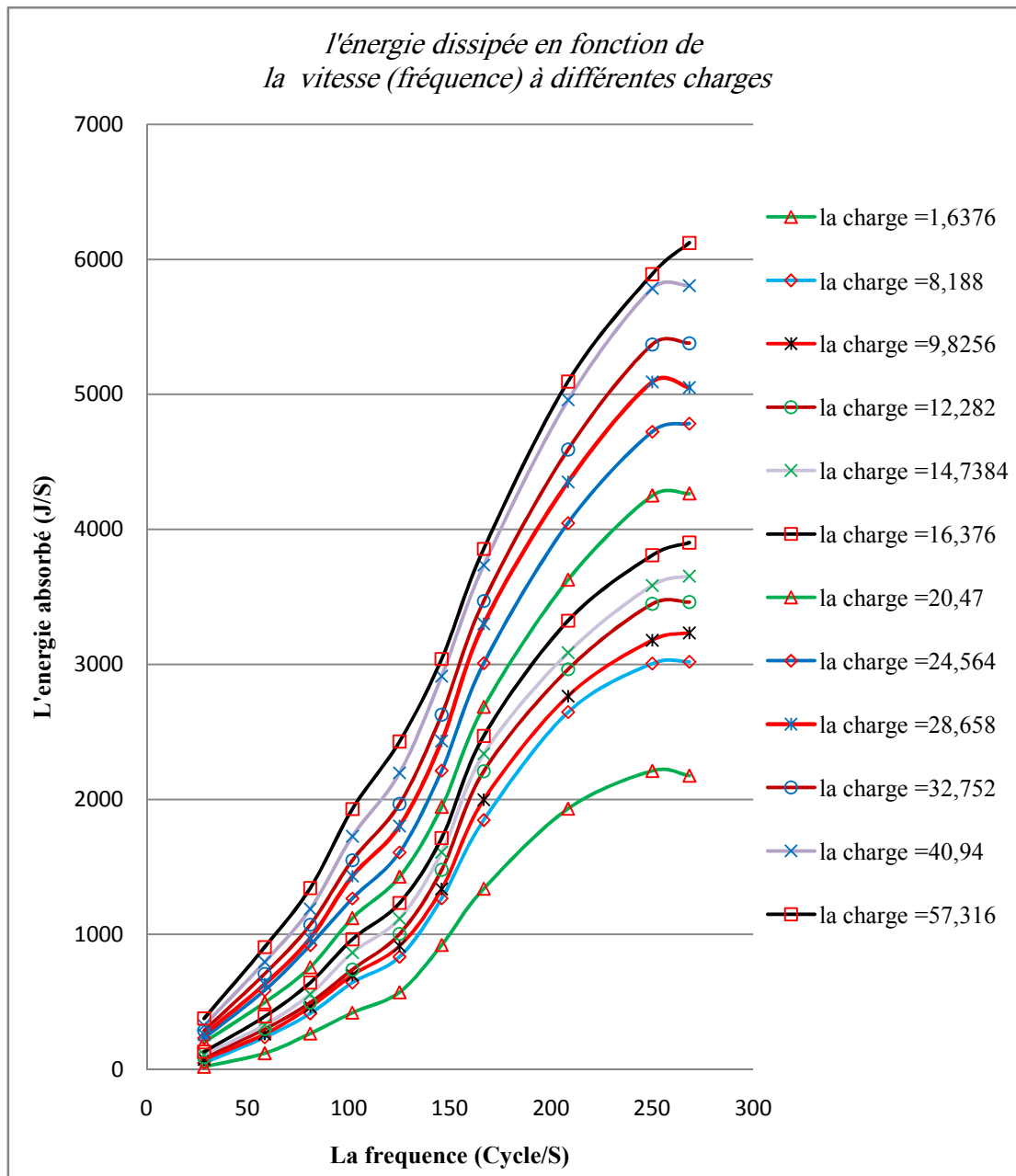


Fig.4.10 Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Le Nylon6-6»

c. ABS « Acrylonitrile-Butadiène-Styrène » :

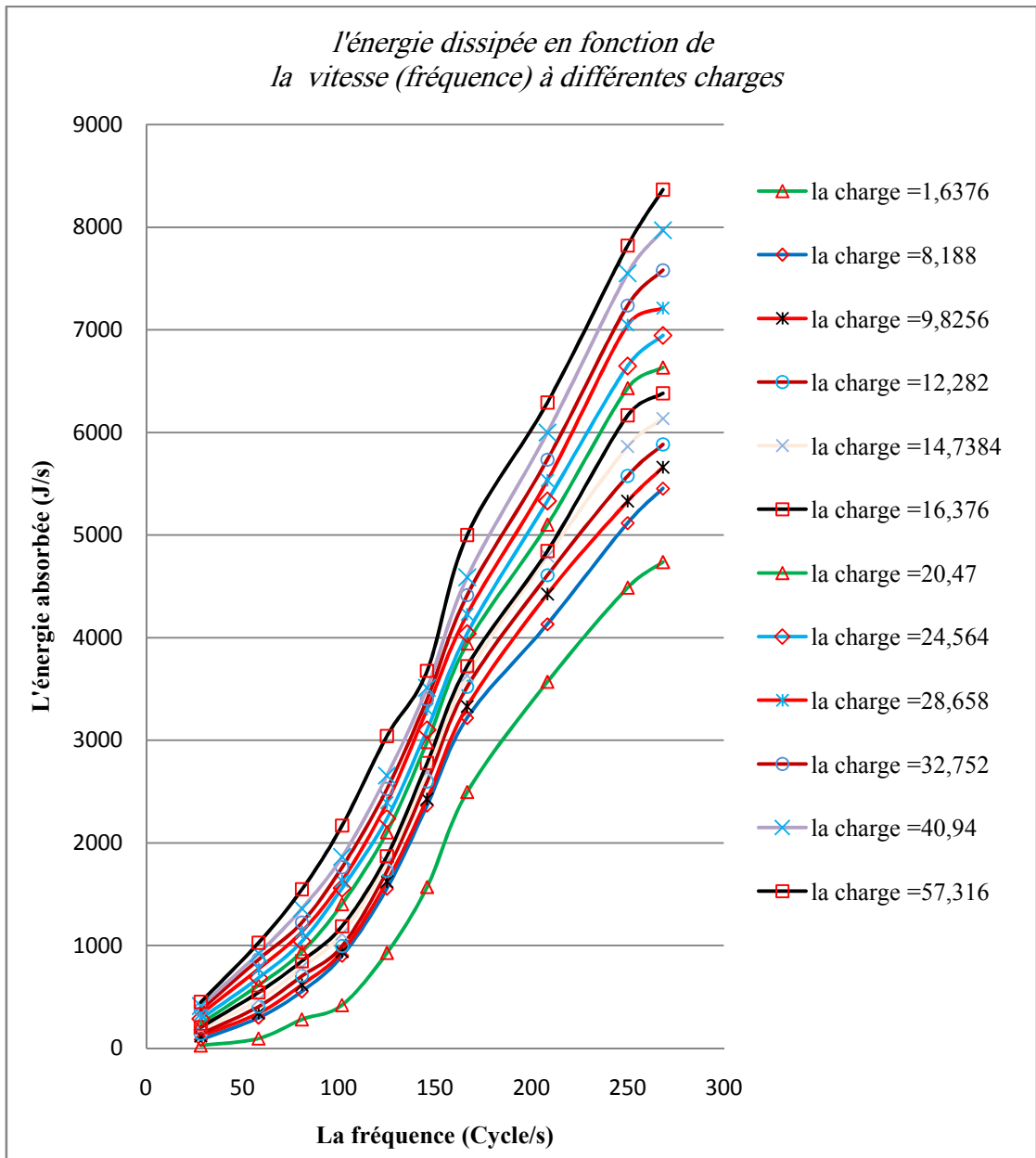


Fig.4.11 Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «ABS»

d. Le Caoutchouc :

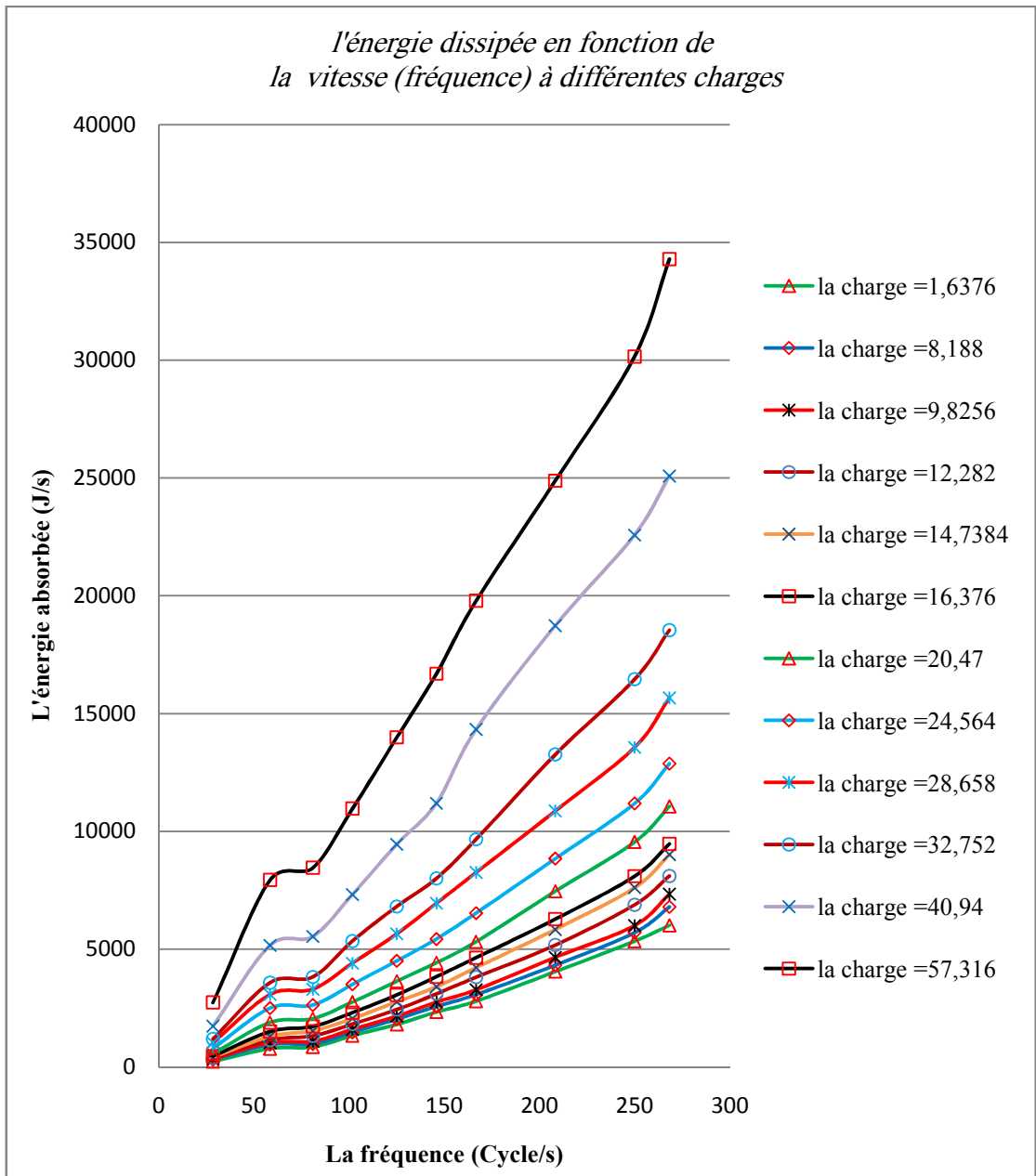


Fig.4.12 Variation d'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Le Caoutchouc»

2.3. Discussion et Comparaison avec l'étude théorique :

Le coefficient de frottement au roulement μ_r , dépend essentiellement de l'état de surface des deux corps en contact mais, dans le cas viscoélastique il dépend aussi des propriétés du matériau et de la vitesse de roulement.

Dans le cas de contact roulant viscoélastique, on peut calculer le coefficient de frottement de roulement par la perte d'énergie durant le roulement en fonction du couple de frottement C , la force normale N .

D'après Knothe [3]

$$\mu_r = \frac{C}{Nr} \quad (71)$$

La perte d'énergie P de l'Eq(72) d'après Knothe est la plus utilisée pour un calcul fiable du coefficient de frottement au roulement μ_r , car elle englobe toutes pertes produites dans le cas du contact roulant.

$$\mu_r = \frac{P}{NV} \quad (72)$$

Dans notre étude du contact roulant entre une bille et un plan viscoélastique, on utilise l'Eq(72) de Knothe pour calculer la perte d'énergie. [3]

Comme suite, et dans la même courbe on trace la perte d'énergie par les deux méthodes (expérimentale, théorique Knothe [3].) en fonction de la fréquence :

2.3.1. Le PMMA :

Pour le PMMA les courbes théoriques et expérimentales de la perte d'énergie en fonction de la fréquence de roulement obtenu à partir des résultats expérimentaux sont supérieures à celle calculées théoriquement.

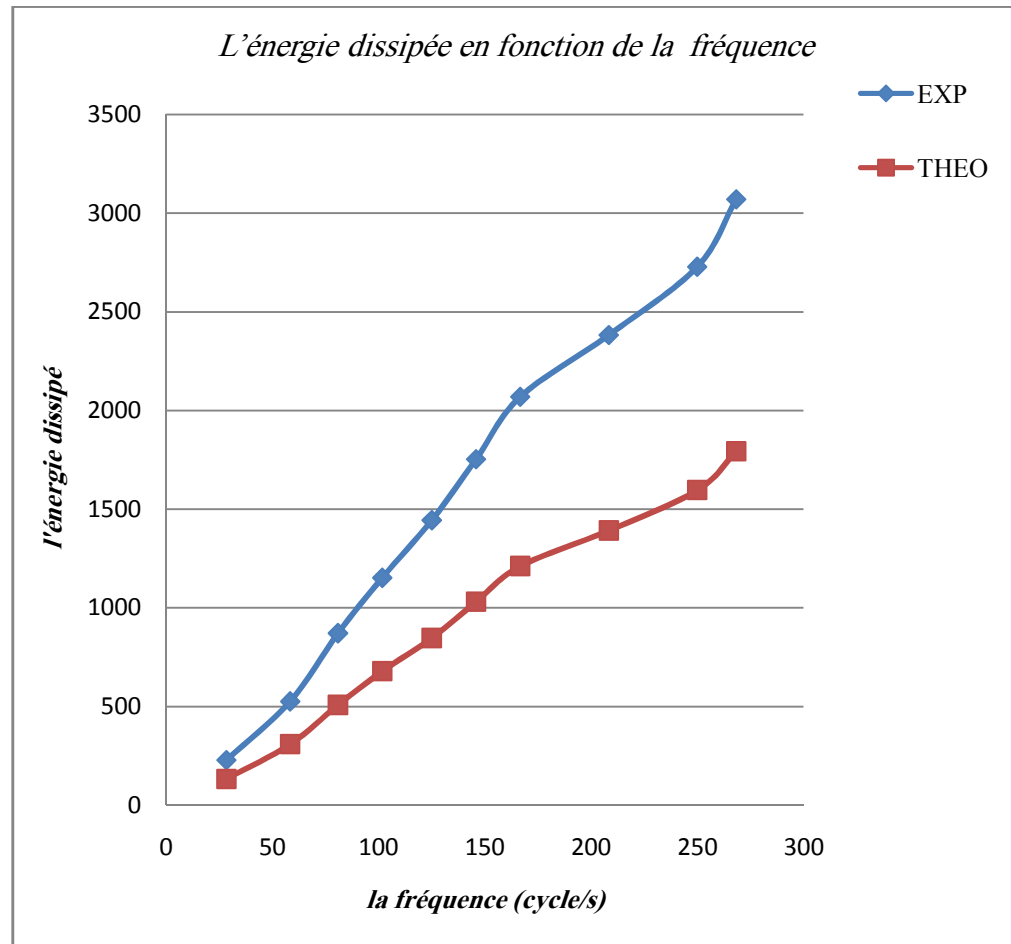


Fig.4.13 Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «PMMA» [3]

Le décalage de ces deux courbes est dû au fait que le modèle théorique utilisé ne tient pas compte des déformations ductiles (continue) et ne prend pas en considération les quantités d'énergie absorbées par la fissuration et la propagation des fissures est E_p et l'énergie absorbée par la déformation de la surface de contact est E_d **Fig.4.14** alors que les résultats expérimentaux prennent en considération l'énergie totale dissipée :

$$E = E_d + E_p$$

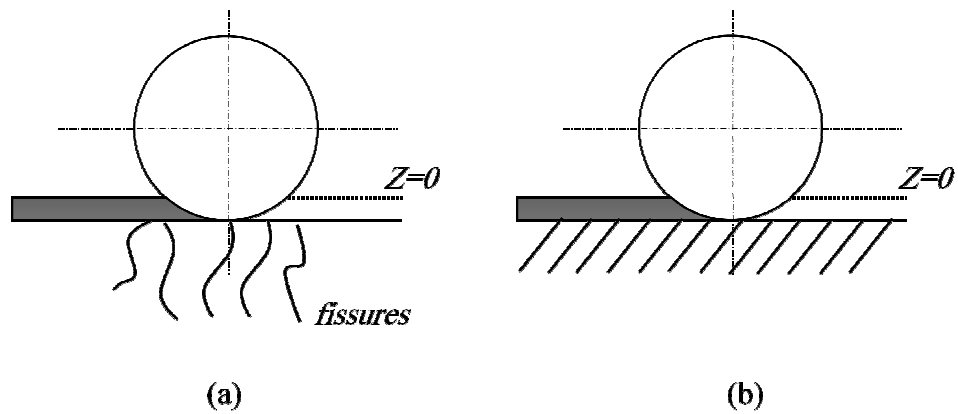


Fig.4.14 (a) description du cas réel (expérimental)
 (b) description du cas théorique

Puisque le PMMA est un matériau vitreux et fragile, donc il ne résiste pas bien aux efforts de contact et se fissure. La formation des fissures et leur propagation **Fig.4.15** absorbe une portion considérable d'énergie qui est irréversible.

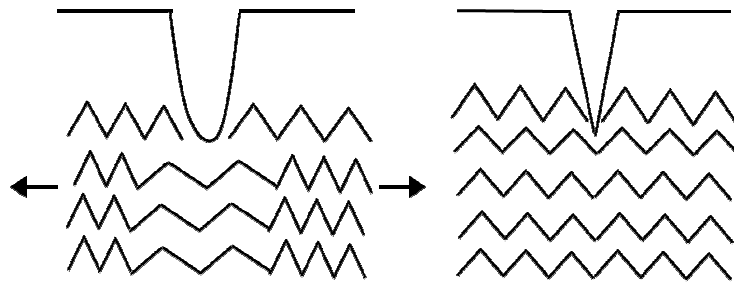


Fig.4.15 la propagation de fissures dans un matériau fragile

2.3.2. Nylon6-6 :

Sur la **Fig.4.16** sont tracées les deux courbes théoriques et expérimentales pour l'énergie dissipée en fonction de la fréquence.

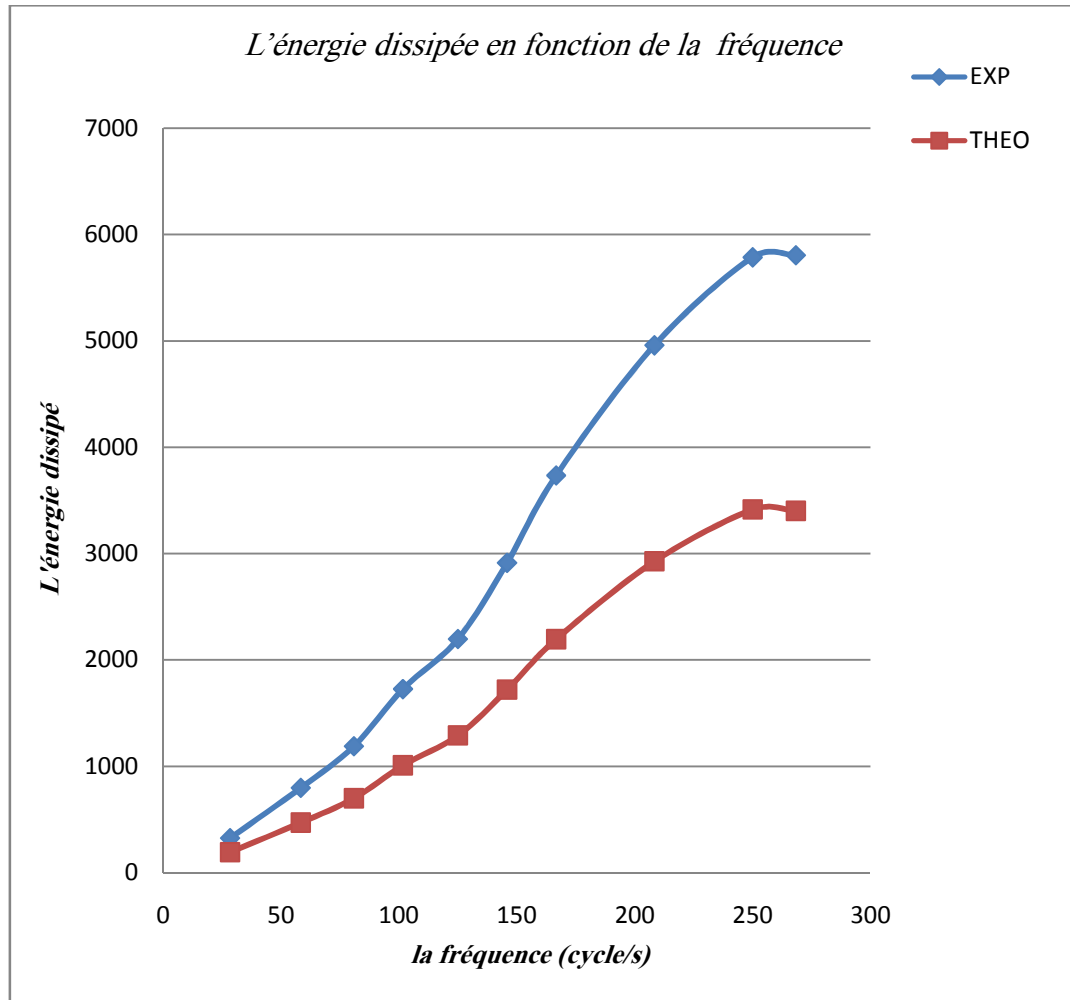


Fig.4.16 Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Nylon» [3]

Dans ces courbes il apparaît que les valeurs théoriques et expérimentales de l'énergie absorbée sont probablement proches. Ce matériau (Nylon6-6) est semi-cristallin et n'est pas fragile, sa ductilité localise au fond des fissures ce que limite leurs propagations et par conséquent la quantité énergie absorbée sera plus que le cas de PMMA.

2.3.3. ABS :

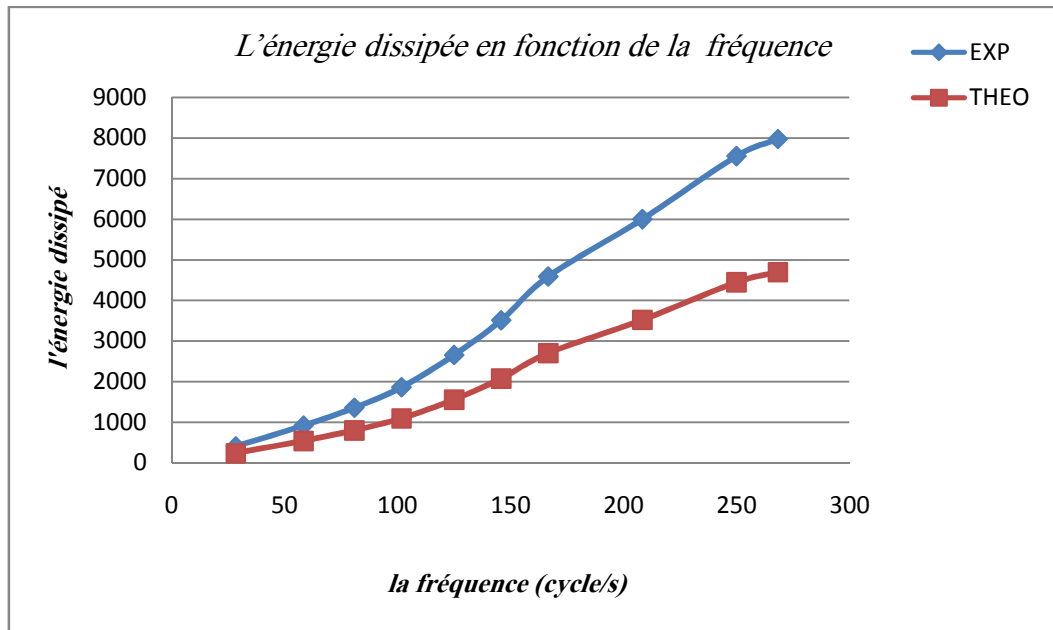


Fig.4.17 Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «ABS» [3]

2.3.4. Caoutchouc :

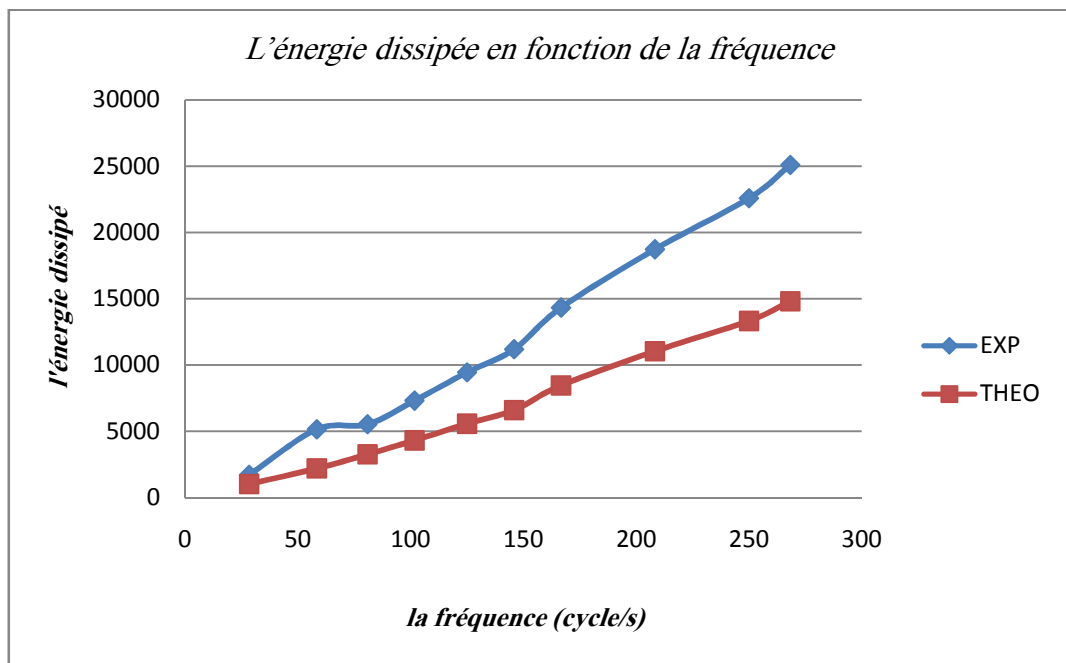


Fig.4.18 Variation de l'énergie dissipée en fonction de la fréquence «Caoutchouc» [3]

Pour l'ABS et le caoutchouc les valeurs de l'énergie absorbée théoriques sont légèrement inférieure à celles du cas expérimentale, et on constate les deux matériaux (ABS, Caoutchouc) absorbent beaucoup d'énergie.

Ce ci est dû a ce que l'ABS et le caoutchouc sont matériaux caoutchouteux **Fig.4.19**, où la déformation est ductile sur l'ensemble du volume de la pièce, et notre modèle théorique ne tiennent compte que des déformations dans l'aire de contact.

La différence entre la courbe théorique la courbe expérimentale est due probablement à la mesure du couple de frottement.

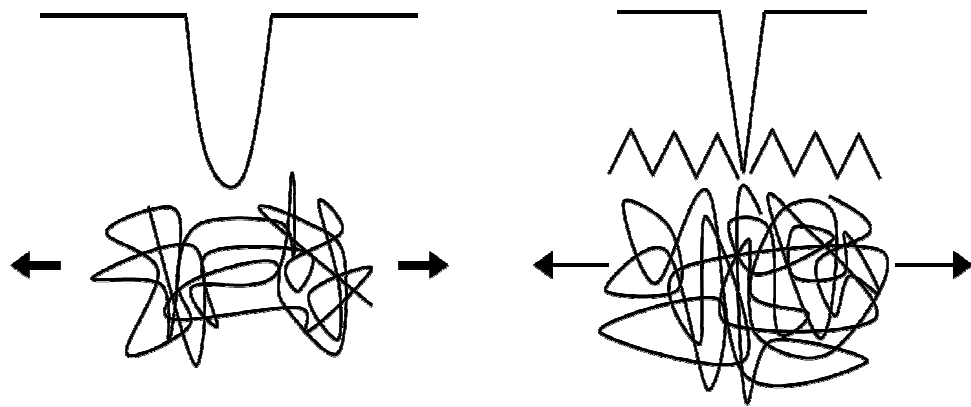


Fig.4.19 Déformation d'un matériau caoutchouteux

3. Conclusion :

Cette étude nous a permis de connaître les facteurs qui influencent le coefficient de frottement au roulement qui est un paramètre intrinsèque au matériau. Ce paramètre sera un inconvénient pour l'utilisation des matériaux plastiques dans le contact roulant si leurs utilisateurs n'ont pas de connaissance suffisante sur leur comportement. Dans cette partie nous avons remarqué que la vitesse critique (dissipation d'énergie maximale) du Nylon6-6 est plus petite que celle du Caoutchouc et l'ABS et plus grande que celle du PMMA. Le PMMA possède un coefficient de frottement de roulement plus bas que celui du Nylon6-6, il ne supporte pas les grandes charges normales, il présente des fissures dans l'aire de contact [58, 59]. L'utilisation du PMMA a comme but de visualiser les effets du problème de contact roulant, car ce matériau est vitreux.

Par contre le Caoutchouc absorbe beaucoup d'énergie, il supporte les plus grandes charges, pour cela il a été utilisé comme des appuis pour diminuer la vibration.

Conclusion

Générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

La conclusion commune pour les polymères testées dans ce travail, la dissipation d'énergie est influencées par des facteurs tels que la vitesse de roulement, la charge appliquée et l'air de contact qui elle-même dépend de la vitesse de roulement du corps roulant et de la charge supportée.

L'énergie dissipée sous forme de frottement de roulement et absorbé par les polymères testes n'est pas la même, elle dépend des propriétés mécaniques, thermiques et chimiques de chaque matériaux, comme nous l'avons montré au chapitre N°4, l'énergie absorbée par un polymère amorphe, fragile comme le PMMA est plus faible que l'énergie absorbée par un polymère caoutchouteuse comme l'ABS et le Caoutchouc.

Et en comparant les résultats avec le model de Knothe [3] on peut dire que les valeurs expérimentales de la dissipation d'énergie et théorique [3] s'avèrent légèrement décalées, mais la tendance est a peut près la même avec l'étude de Knothe.

Malgré que les résultats obtenus soient proches de celles des études précédentes, il y a quelques erreurs de la mesure du couple en raison d'un frottement additionnel dans les mécanismes de mesure et les vibrations qui influent sur les résultats.

Par ce travail nous estimons avoir contribué à la compréhension du phénomène de frottement de roulement des matériaux plastiques sous contraintes de contact roulant. Ce problème qui se manifeste par une résistance au roulement et sera un obstacle pour ceux qui ignorent le comportement de ces matériaux.

Références

Liste des références

- [1] S.C., Hunter, « *The Rolling Contact of a rigid Cylinder with a viscoelastic Half Space* » *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 28, N°.4, pp. 611-617. 1961.
- [2] Y. Yamaguchi, « *Tribology of Plastics Materials* » *Tribology series Vol. 16*, edition Elsevier, P34, 1990.
- [3] K. Knothe, U. Miedler « *Analytische Naherungsformeln für den Rollwiderstand elastischer und viskoelastischer Walzen* » *Konstruktion* 47, 118-124, 1995.
- [4] D.G. Flom, « *Dynamic Mechanical Losses in Rolling Contacts* » *rolling contact Phenomena*. Amsterdam: Elsevier pub Co., 1962.
- [5] L. W. Morland, « *Exact Solurions for Rolling Contact between Viscoelastic Cylinders*, » *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 20, Part 1, pp.73-106. 1967.
- [6] I. G. Goriacheva, « *Contact Problem of Rolling of Viscoelastic Cylinder on a Base Of The Same Material* » *PMM* 37, N°. 5, pp.925-933. 1973.
- [7] C. Papat, ET R. C. Batra, « *Identification of a viscoelastic Rubber Covered Roll by A Rigid Plane Surface* » *Mechanics Research Communications*, Vol. 9, N°.4,1982.
- [8] J. T. Oden, et T. L. Lin, « *On the General Rolling Contact Problem for Finite Deformations of a Viscoelastic Cylinder* » *Comput. Math. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 57, N°.3 pp. 297-367. 1986.
- [9] J. R. M. Radok « *Visco-elastic stress analysis* » *Quart. Appl. Math.* 13, N°.2, 1957.
- [10] H.Z. Fan, G.A.C. Graham and J.M. Golden, « *The problem of several indentors Moving on a viscoelastic half-plane* » *ASME, Journal of applied of mechanics*, Vol. 62, pp 380-389, June 1995.
- [11] C. Panek et J. J. Kalker, « *Three-dimensional Contact lf a Rigid Roller Traversing A Viscoelastic Half Space,* » *J. Inst. Math. Applies.*, Vol. 26, pp. 299-313, 1980.
- [12] J.J Kalker, « *On elastic line contact* » *ASME J. Appl. Mech.* 39, 1125-1132. 1972.
- [13] J.J. Kalker, « *Multilayered viscoelastic cylinder* » *ASME journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp 666-680, 1991.
- [14] G. Wang et J.J. Kalker, « *Three-dimensional rolling contact of two viscoelastic Bodies* » *contact mechanics Int. Symp. Edition A curnier*. pp. 477-490. 1992.
- [15] G. Wang, et K. Knothe, « *The influence of inertial forces on steady-state rolling contact* » *Acta Mechanica*, Vol. 79, pp.221-232. 1989.
- [16] E. N. Lawrrence, « *Mechanical propreties of pllymers and composites* » *Marcel dekker, New York*. 1977.
- [17] John D. Ferry, « *Viscoelastic properties of polymers,* » 3rd ed. John Wiley and Sons, New York. 1980.
- [18] O. Reynolds, « *On rolling-friiction* » *philosophical transactions, royal society of London*, vol. 166, part I p. 155, 1876.

-
- [19] *F.P. Bowden, and D. Tabor, «The friction and lubrication of solids» Part II, Oxford, Clarendon Press, p. 275-319. 1964.*
- [20] *D.G. Flom, J.Appl. Phys., 31(2) 306.1960.*
- [21] *W.D. May, E.L.Moris and D. Atack, J. Appl. Phys. 30(11). 1713. 1959.*
- [22] *R.H. Norman, Brit. J. Appl. Phys. 13(358). 1962.*
- [23] *K. Minato et Takemura, Reports Eng. Fac. Kyushu Univ. 38(2) 165. 1965.*
- [24] *K. Minato, Y. Miyamaoto and T.Takemura, Reports Eng/ Fac 39(2).171. 1965.*
- [25] *K.L. Johnson, «Tangential tractions and micro-slip in rolling contact» rolling contact phenomena, Amsterdam, Elsevier. Pub. Co, p.6,(1962).*
- [26] *K. Tenaka, Kobunshi-butzurigaku, Chizin-shokan Co, pp. 289-293. 1963.*
- [27] *A. Germer, VDI, 97, pp 509-515. 1955.*
- [28] *K. Maturba, in Y.Yamaguchi, Point of Selectioning Plastics, JSS.1976.*
- [29] *H.Lamb, «Statics» third edi. Cmbridge Univ. Press, Cambridge, England. 1928.*
- [30] *H. Poritsky, «Stress and deflections of cylindrical bodies in contact with application to contact of gears and oh locomotive wheels» J. of Appl. Mech. V.17, Trans. ASME, vol. 74, pp. 191-201, 1950.*
- [31] *D. Atack et D. Tabor «The friction lf wood» Proceeding of the Royal Society of London, England, seris A. vol. 246. Pp. 539-555. 1958.*
- [32] *D. Tabor, «The Mechanism of rolling friction » Philosophical Magazine, series 7, vol. 43, pp. 1055-1059, 1952.*
- [33] *D.G. Form, «Rolling friction of polymeric materials» J. of Appl. Phy. Vol. 31, pp.306-314. 1960.*
- [34] *P Combette, I Ernoult « Physique des polymeres, II, Proprietes » collection enseignement des sciences, Paris 2006.*
- [35] *IM.WARD, J.SWEENEY, « The Mechanical Properties of Solids Polymers », 2nd Edition, J.Wiley, New York, NY, 1985.*
- [36] *W. Fred et B. Meyer «The anatomy of plastics» Sci. Technol. 22-37. 1968.*
- [37] *Valentin L. Popov «Contact Mechanics and Friction », Physical Principles and Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010*
- [38] *BRUNEAU MICHEL, Manuel d'acoustique fondamentale, Hermes, 576, ISBN 2-86601-712-9, 1998.*
- [39] *RAMIER JULIEN, Comportement mécanique d'élastomère chargés, Influence de l'adhésion charge polymère, influence de la morphologie, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Thèse de Doctorat, n° d'ordre 04 ISAL 0028, 2004.*
- [40] *Thomine.M, Degrange.J.-M.,Vigier.G, Chazeau.L, Pelletier.J-M,Kapsa.P, L.,Dudragne.G., Study of relations between viscoelasticity and tribological behaviour offilled elastomer for lip seal application, Tribology International, n° 40, 405-411, 2007.*

-
- [41] *TRELOAR L.R.G., Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation, Trans. Faraday Soc., 39,p241, 1944.*
- [42] *THOMINE MARC, Relations viscoélasticité/Tribologie des élastomères chargés, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Thèse de Doctorat, n° d'ordre 04 ISAL 0067, 2004.*
- [43] *PETITET GILLES, Contribution à la compréhension des mécanismes élémentaires d'usure douce dans les élastomères chargés réticulés, Ecole Centrale de Lyon, Thèse de Doctorat, n° d'ordre ECL 2003-07,2003.*
- [44] *MULLINS L., TOBINN., Théoretical model for the elastic behaviour of filler-reinforced vulcanized rubber, Rubb. Chem.& Tech, Vol. 30,551-571, 1957.*
- [45] *Jamal. Takadoum, «Materials and Surface Engineering in Tribology»,*
- [46] *Sujeet K Sinha National University of Singapore, Singapore Brian J Briscoe Imperial College London, UK Polymer Tribology*
- [47] *«Tribology with emphasis on polymers: Friction, Scratch Resistance and Wear» Journal of Materials Education Vol. 24 (4-6): 119 - 132 (2003)*
- [48] *K. L. Johnson. «Contact Mechanics». Cambridge University Press, 1985, 452*
- [49] *J.A. Williams, Engineering Tribology, Oxford University Press, Oxford, 1994*
- [50] *Bowden (F.P.) et D. Tabor. «The Friction and Lubrication of Solids». Part II. Oxford Clarendon Press, p. 214-241 (1964)*
- [51] *D.Tabor. «Advances in Polymer Friction and Wear».Vol.5A, Plenum Press,1974.*
- [52] *Y.Yamaguchi, Professor Emeritus, «Frottement des plastiques» Kogakuin University, Tokyo (Japan)*
- [53] *P. Pignonol, « Matières Plastiques, I, Chimie - Applications »2 édition Technique et Documentation, Lavoisier, Paris 1992.page210*
- [54] *Joseph V. Rutkowski and Barbara C. Levint «Acrylonitrile-Butadiene-Styrene Copolymers (ABS) »FIRE AND MATERIALS, VOL. 10,93-105 (1986)*
- [55] *P. Pignonol, « Matières Plastiques, I, Chimie - Applications »2 édition Technique et Documentation, Lavoisier, Paris 1992.page295*
- [56] *P. Pignonol, « Matières Plastiques, I, Chimie - Applications »2 édition Technique et Documentation, Lavoisier, Paris, 1992.page345*
- [57] *Djamel Ouis Modelling the Mechanical Properties of Rubber. School of Technology and Society, Malmö University Östra Varvsgatan 11 H, SE-205 06 Malmö, Sweden*
- [58] *T. A. Stolarski, Shogo Tope, Surface fatigue of polymers in rolling contact, Elsevier pub, wear 214, p 271-278, 1998.*
- [59] *S. M. Hosseini, T. A. Stolaski, Phenomenology of surface failure of poly(methylmethacrylate) resulting from rolling contact fatigue, Brunel university, department of mechanical engineering, Elsevier, Wear, 132, 1989.*

Annexe

ANNEXE

Etude de la durée de vie des points de contact de disque moteur :

Nous avons les angles de disque moteur : $\theta_i = 0^\circ$, $\theta_o = 88,67^\circ$

Pour l'étude théorique de la durée vie, on pose des valeurs différentes de la charge applique et on calcule les charges sur chaque points par les relations suivantes en fonction de θ_o :

$$p_o = \frac{p}{\sin\theta_o} , \quad \text{ou } p_o \text{ est la charge appliquée sur le point de contact extérieur } o$$

$$p_i = \frac{p}{\tan\theta_o} , \quad \text{ou } p_i \text{ est la charge appliquée sur le point de contact intérieur } i$$

$$p_s = p , \quad \text{ou } p_s \text{ est la charge appliquée sur le point de contact } s$$

Les valeurs du P_o , P_i et P_s représentent dans le tableau suivant :

P (N)	1	10	100	500	1000
P_s (N)	1	10	100	500	1000
P_o (N)	1.0002	10.0027	100.027	500.1347	1000.27
P_i (N)	0.0232	0.2321	2.3217	11.6085	23.2170

Et maintenant on calcule la durée de vie de chaque point **Fig.4** et on utilise l'équation de Lundberg-Palmgren :

$$L = \left(\frac{1}{\tau_{orth}} \right)^{9.3} * \left(\frac{1}{V} \right)^{\frac{1}{1.11}} (Z)^{\frac{2.33}{1.11}}$$

Où :

- $L_{i,o,s}$: la durée de vie
- τ_{orth} : la contrainte orthogonale en (Gap)
- V : le volume de contact en (m^3)
- Z : la distance de contact dans la direction de roulement en (m)

Les deux corps en contact sont de chaque points sont:

Le point i : le disque moteur (1) et la bille métallique (2),

Le point o : le disque moteur (1) et la bille métallique (2),

Le point s : l'échantillon de polymère (plan 1) et la bille métallique (2),

1. La durée de vie dans le point de contact i :

On calcule les rayons de deux corps (1) et (2):

$$R_1 = \frac{(D-d)}{2} = \frac{(28-12.7)}{2} = 7.65 \text{ mm} , \text{ où}$$

D : diamètre de roulement et,

d : diamètre de la bille

$$R_1' = \infty, R_2 = R_2' = 6.35 \text{ mm}$$

$$B = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'} \right) + \frac{1}{4} \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \right]^2 - 4 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \sin^2 \alpha}$$

$$A = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'} \right) - \frac{1}{4} \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \right]^2 - 4 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \sin^2 \alpha}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0.144 \text{ mm}^{-1}$$

$$A = \frac{1}{2R_2} = 78.74 * 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

On utilise les courbes suivantes pour calculer k et c_b :

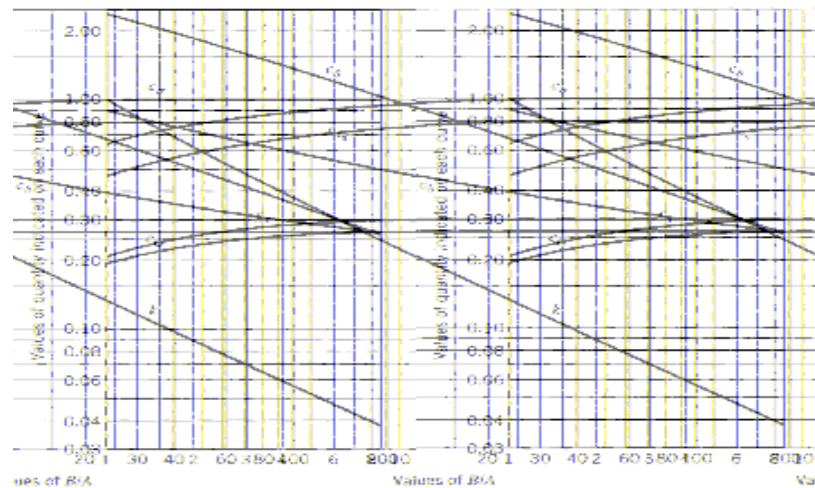


Fig.1 Les contraintes et les coefficients de déviation pour deux corps en contact à un point

$$B/A = 1.83 \quad \text{donc} \quad k = 0.64 \quad \text{et} \quad c_b = 0.74$$

$$A+B = 22.3 * 10^{-2} \text{ mm}^{-1}$$

$$\Delta = \frac{2}{E} \left(\frac{1-\nu^2}{A+B} \right) \quad \text{avec} \quad E=200 \text{ GPa} \quad \text{et} \quad \nu = 0.29$$

$$\Delta = 4.11 * 10^{-5} \text{ mm}^3/\text{N}$$

b est le contact demi-ellipse dans la direction de roulement définie par :

$$b = c_b * \sqrt[3]{p * \Delta}$$

Les valeurs de b représentée dans le tableau suivant à partir les valeurs de la charge p_i :

$$b = 0.74 * \sqrt[3]{p_i * 4.11 * 10^{-5}}$$

$P_i (N)$	0.0232	0.2321	2.3217	11.6085	23.2170
$b_i (mm)$	$0.728 * 10^{-2}$	$1.569 * 10^{-2}$	$3.381 * 10^{-2}$	$5.782 * 10^{-2}$	$7.285 * 10^{-2}$

$$k = \frac{b_i}{a_i} \Rightarrow a_i = \frac{b_i}{k}$$

$b_i (mm)$	$0.728 * 10^{-2}$	$1.569 * 10^{-2}$	$3.381 * 10^{-2}$	$5.782 * 10^{-2}$	$7.285 * 10^{-2}$
$a_i (mm)$	$1.1375 * 10^{-2}$	$2.4515 * 10^{-2}$	$5.283 * 10^{-2}$	$9.034 * 10^{-2}$	$11.383 * 10^{-2}$

La distance z :

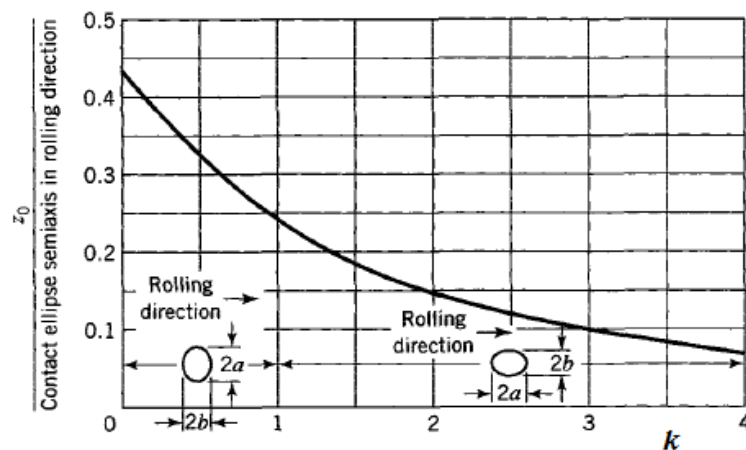


Fig.2 Distance z , à laquelle se produit la contrainte maximale de cisaillement orthogonale.

De La **fig.2** $k = 0.64$ alors $\frac{z}{b} = 0.3$

$$z = 0.3 * b$$

$b_i (mm)$	$0.728 * 10^{-2}$	$1.569 * 10^{-2}$	$3.381 * 10^{-2}$	$5.782 * 10^{-2}$	$7.285 * 10^{-2}$
$z (mm)$	$0.218 * 10^{-2}$	$0.471 * 10^{-2}$	$1.014 * 10^{-2}$	$1.735 * 10^{-2}$	$2.185 * 10^{-2}$

Le volume de contact V :

$$V = 2 * a * z * 2\pi(R - r) = a * z * 96.13$$

a_i (mm)	$1.1375 * 10^{-2}$	$2.4515 * 10^{-2}$	$5.283 * 10^{-2}$	$9.034 * 10^{-2}$	$11.383 * 10^{-2}$
z (mm)	$0.218 * 10^{-2}$	$0.471 * 10^{-2}$	$1.014 * 10^{-2}$	$1.735 * 10^{-2}$	$2.185 * 10^{-2}$
V (mm ³)	$0.238 * 10^{-2}$	$1.11 * 10^{-2}$	$5.15 * 10^{-2}$	$15.07 * 10^{-2}$	$23.91 * 10^{-2}$

Les contraintes orthogonales :

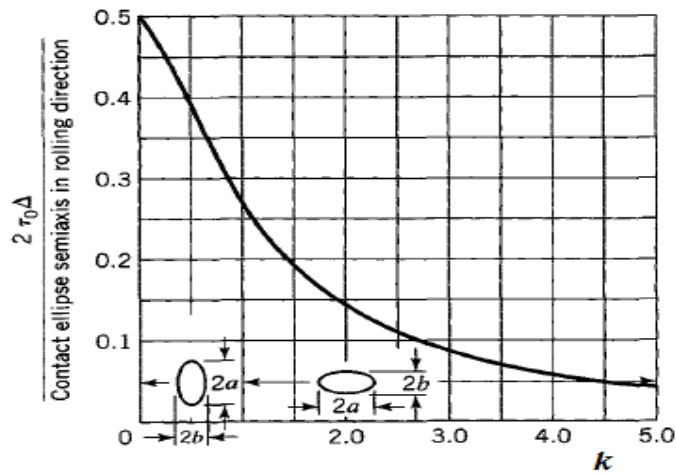


Fig.3 Amplitude de contrainte de cisaillement orthogonale maximale.

De La **Fig.3** $\frac{2*\Delta*\tau_{orth}}{b} = f(k)$, $k = 0.64$

Donc : $\frac{2*\Delta*\tau_{orth}}{b} = 36.25 * 10^{-2}$

$$\tau_{orth} = \frac{b*36.25*10^{-2}}{2*\Delta} = 4410 * b$$

b_i (mm)	$0.728 * 10^{-2}$	$1.569 * 10^{-2}$	$3.381 * 10^{-2}$	$5.782 * 10^{-2}$	$7.285 * 10^{-2}$
τ_{orth} (MPa)	32.10	69.19	149.10	254.98	321.27

Finalement on calcule la durée de vie :

$$L_i = \left(\frac{1}{\tau_{orth}}\right)^{9.3} * \left(\frac{1}{V}\right)^{\frac{1}{1.11}} (Z)^{\frac{2.33}{1.11}}$$

$\tau_{orth}(GPa)$	$32.10 * 10^{-3}$	$69.19 * 10^{-3}$	$149.10 * 10^{-3}$	$254.98 * 10^{-3}$	$321.27 * 10^{-3}$
$V(m^3)$	$0.238 * 10^{-11}$	$1.11 * 10^{-11}$	$5.15 * 10^{-11}$	$15.07 * 10^{-11}$	$23.91 * 10^{-11}$
$z(m)$	$0.218 * 10^{-5}$	$0.471 * 10^{-5}$	$1.014 * 10^{-5}$	$1.735 * 10^{-5}$	$2.185 * 10^{-5}$
L_i	$3 * 10^{12}$	$2.98 * 10^9$	$2.96 * 10^6$	$2.37 * 10^4$	$2.96 * 10^3$

Et on suit cette méthode pour calculer la durée de vie dans les autres points

2. La durée de vie dans le point de contact (S) :

$$R_1 = R_1' = \infty$$

$$R_2 = R_2' = 6.35 \text{ mm}$$

3. La durée de vie dans le point de contact (0) (le disque moteur sans gorge)

$$R_1 = -\left(\frac{R + r \cos \theta_0}{\cos \theta_0}\right) = -\left(\frac{14 + 6.35 \cos 88.67}{\cos 88.67}\right) = -609,52 \text{ mm}$$

$$R_1' = \infty$$

$$R_2 = R_2' = 6.35 \text{ mm}$$

4. La durée de vie dans le point de contact (0) (le disque moteur avec gorge)

$$R_1 = -\left(\frac{R + r \cos \theta_0}{\cos \theta_0}\right) = -\left(\frac{14 + 6.35 \cos 84.54}{\cos 84.54}\right) = -156.78 \text{ mm}$$

$$R_1' = -6.63 \text{ mm}$$

$$R_2 = R_2' = 6.35 \text{ mm}$$

Le tableau suivant représente la durée de vie de chaque point de contact :

La charge (N)	L_s	L_i	L_o sans gorge	L_o avec gorge
01	$56.16 * 10^7$	$3 * 10^{12}$	$64.74 * 10^7$	$7.93 * 10^{10}$
10	$59.78 * 10^4$	$2.98 * 10^9$	$66.75 * 10^4$	$9.49 * 10^7$
100	583.71	$2.96 * 10^6$	650.56	94918.42
500	4.68	$2.37 * 10^4$	5.18	763.91
1000	0.6	$2.96 * 10^3$	0.74	96.69