



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



## **Université Amar Thelidji- Laghouat**

**Faculté de Génie civil et Architecture**

**Département de Génie civil**

### **MEMOIRE DE MASTER**

**Présenté par : Benharzallah Ahlam**

**Hadef Zohra**

**DOMAINE : Sciences et Techniques**

**FILIERE : Génie civil**

**OPTION : Structures**

#### **Thème**

***Simulation numérique de l'effet d'espacement  
entre les barres de PRF sur le comportement  
des poutres en béton armé sous basses  
températures***

#### **Jury de soutenance :**

<b>Nom et Prénom</b>	<b>Grade</b>	<b>Qualité</b>
Mr.AMARA.S.	M.C.A	Président
Mr.TADJ W	M.A.A	Examineur
Mr.ZAIDI A.	Pr .	Rapporteur
Mme.BELLAKEHAL H.	M.C.A	Co-rapporteur

**Promotion : juin -2018**



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي



## جامعة عمار ثليجي -

كلية/معهد: الهندسة المدنية و الهندسة المعمارية  
قسم : الهندسة المدنية

تقديم الطالب (ة): بن حرز الله أحلام  
هادف الزهرة

ميدان: علوم و تكنولوجيا

شعبة: الهندسة المدنية

تخصص: هياكل

موضوع البحث

المحاكاة العددية لتأثير التباعد بين قضبان البوليمير المدعم  
بالألياف على سلوك الحزم الخرسانة المسلحة عند درجات  
الحرارة المنخفضة

أعضاء لجنة المناقشة:

الاسم و اللقب	الدرجة العلمية	الصفة
السيد	( )	رئيسا
السيد تاج وليد	( )	
السيد زايدي علي	( )	
السيدة بلكل حيزية	( )	

الدفعة: جوان - 2018

# Remerciements

Nous remercions tout d'abord **ALLAH** qui nous a aidé de terminer ce travail.

Nous tenons à remercier notre encadreur **ZAIDI Ali** professeur au département de génie civil, université Amar Telidji de Laghouat pour nous avoir proposé un sujet fort intéressant et pour la confiance qu'il nous a accordée. Il nous a dirigé tout au long de cette étude et nous a donné les grands axes de recherche. Nous le remercions aussi pour sa disponibilité, sa gentillesse et sa sensibilité.

Nous adressons nos remerciements les plus respectueux à notre Co-encadreur madame **BELLAKEHAL HAIZIA** d'avoir accepté de diriger ce travail avec beaucoup de disponibilité et d'efficacité, pour les conseils et encouragement qu'il a su nous prodiguer pendant toute la durée de ce mémoire.

Nous adressons nos remerciements les plus respectueux à monsieur **AMARA S** maître de conférences à l'université Amar Thelidji qui nous a fait l'honneur de présider notre jury de thèse.

Nous remercions aussi le professeur **TADJ W** qui nous a fait l'honneur d'accepter d'être notre examinateur.

Et à la fin nous voulons dire merci pour ceux qui nous ont aidés de près ou de loin.

Merci





République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



## Université Amar Thelidji- Laghouat

**FACULTE:** Génie civil et Architectes

**DEPARTEMENT :** Génie civil

---

### RESUME DE MEMOIRE DE MASTER

**Domaine :** Génie civil et Architectes

**Filière :** Génie civil

**Option :** structures

**Thème :** *Simulation numérique de l'effet d'espacement entre les barres de PRF sur le comportement des poutres en béton armé sous basses températures*

**Présenté par :** Benharzallah Ahlam ET HadeF Zohra

**Encadré par:** Zaidi A

**Résumé :** Le problème de la corrosion a pris de nos jours une importance considérable, Diverses structures en béton armé déficientes en raison de la corrosion de l'armature en acier qui réduit la durabilité, menacent leur sécurité et augmentent le coût de réparation de ces structures. Il est nécessaire de remplacer l'acier par un matériau résistant à la corrosion tel que les matériaux composites de polymères renforcés de fibres (PRF).

L'utilisation des barres en PRF se trouve comme une solution efficace. Ces matériaux Composites, se caractérisent par une grande immunité contre la corrosion, légers et de haute résistance à la traction, une longue durée de vie et une mise en place aisée. L'objectif de notre travail consiste à étudier le comportement thermique des éléments prismatiques en béton renforcé de deux barres en PRF de verre (PRFV) sous basses températures (allant jusqu'à  $-50^{\circ}\text{C}$ ) au moyen de la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel **ADINA**. Cette étude permet d'analyser l'effet du rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF  $c/d_b$  et l'espacement entre les deux barres en PRFV dans le béton. Aussi, il permet d'évaluer la charge thermique produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres en PRFV et la profondeur des fissures circonférentielles propagées de l'interface à travers le béton. Des comparaisons entre les résultats numériques et analytiques en termes de contrainte de traction radiale et de déformation thermique transversales sont réalisées.

**Mots clés :** béton. barres en PRFV. Déformations et contraintes transversales. Basse variation de température. Espacement entre les barres. Enrobage de béton. Diamètres des barres..



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي



## جامعة عمار ثليجي -

كلية/معهد: الهندسة المدنية و الهندسة المعمارية  
قسم: الهندسة المدنية

### ملخص مذكرة الماستر

الميدان: الهندسة المدنية

الشعبة: الهندسة المدنية

التخصص: هياكل

عنوان المذكرة: المحاكاة العددية لتأثير التباعد بين قضبان البوليمر المدعم بالألياف على سلوك الحزم

الخرسانة المسلحة عند درجات الحرارة المنخفضة

تقديم الطالب: حرزالله احلام و هادف الزهرة

الأستاذ المؤطر: السيد زايدي علي

**ملخص المذكرة:** ان مشكلة الصدا اخذت اهمية كبيرة اليوم لان هياكل الخرسانة المسلحة تضعف بسبب تاكل القضبان الفلاذية. مما يقلل من المتانة وسلامة الهياكل وهذا ما يستدعي اصلاحات قد تكلف الملايير. من الضروري ان يتم استبدال هذه القضبان الفلاذية بمادة مقاومة للصدا كالمواد المركبة من البوليمر المدعم بالألياف (FR) ان استخدام هذه المواد هو الحل الامثل وتتميز هذه المواد بمقاومة عالية مدة حياة اطول وسهولة الاستعمال. و الهدف من دراستنا هو تحليل الانفعال الحراري لعارضة من الخرسانة المسلحة المتكونة من قضبان البوليمر المدعم بالألياف الزجاجية VFR عند تغيرات حرارية ( 50- درجة مئوية) ADINA يعتمد طريقة العناصر المنتهية ان هذا التحليل يسمح بمعرفة التغير في درجة الحرارة الحرجة ( $T_{cr}$ ) التي تؤدي الى ظهور التشققات المحيطية الاولى في الخرسانة على سطح التلامس بين القضبان والخرسانة وكذا عمق التشققات المحيطية في الخرسانة المحيطة بالقضبان و الخرسانة الموجودة بين القضبان FR المحيطية المنتشرة من سطح التلامس بين الخرسانة و القضبان عبر الخرسانة و اجراء المقارنات بين النتائج التحليلية و الرقمية من حيث اجهاد الشد الشعاعي و التشوه الحراري العرضي

الكلمات المفتاحية: VFR ، التشوهات و الاجهادات ، تغيرات حرارية منخفضة ، البعد بين

## **Résumé:**

Le problème de la corrosion a pris de nos jours une importance considérable. Diverses structures en béton armé sont déficientes en raison de la corrosion de l'armature en acier qui réduit la durabilité, menace leur sécurité et augmente le coût de réparation de ces structures. Il est nécessaire de remplacer l'acier par un matériau résistant à la corrosion tel que les matériaux composites de polymères renforcés de fibres (PRF).

L'utilisation des barres en PRF se trouve comme une solution efficace. Ces matériaux Composites, se caractérisent par une grande immunité contre la corrosion, légers et de haute résistance à la traction, une longue durée de vie et une mise en place aisée. L'objectif de notre travail consiste à étudier le comportement thermique des éléments prismatiques en béton renforcé de deux barres en PRF de verre (PRFV) sous basses températures (allant jusqu'à -50°C) au moyen de la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel **ADINA**. Cette étude permet d'analyser l'effet du rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF  $c/d_b$  et l'espacement entre les deux barres en PRFV dans le béton. Aussi, il permet d'évaluer la charge thermique produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres en PRFV et la profondeur des fissures circonférentielles propagées de l'interface à travers le béton. Des comparaisons entre les résultats numériques et analytiques en termes de contrainte de traction radiale et de déformation thermique transversales sont réalisées.

**Mots clés :** Béton, barres en PRFV, déformations et contraintes transversales, basse variation de température, espacement entre les barres, enrobage de béton, diamètres des barres.

## **Abstract :**

The problem of corrosion has gained a considerable importance today. Various reinforced concrete structures are deficient due to the corrosion of steel reinforcement which reduces durability, threatens their safety and increases the cost of repairing these structures. It is necessary to replace the steel with a uncorroded material such as composite materials of fiber reinforced polymers (FRP).

The use of FRP bars is an effective solution to the corrosion phenomenon. These composite materials are characterized by high immunity against corrosion, light weight and high tensile strength, long service life and easy installation. The objective of this research work is to study the thermal behavior of concrete beams reinforced with two glass FRP bars (GFRP) at low temperature variation (up to  $-50^{\circ}\text{C}$ ) using the finite element ADINA software. This study analyzes the effect of the ratio of concrete cover thickness to FRP bar diameter  $c / d_b$  and the spacing between FRP bars in concrete. Also, it allows to evaluate the thermal load producing the first circumferential crack in the concrete located between the GFRP bars and the depth of the circumferential cracks propagated from the interface through the concrete. Comparisons between the numerical and analytical results in terms of radial tensile stress and transverse thermal deformation are presented.

Key words: concrete, FRP bars, deformations and transversal stresses, low temperature variation, spacing between bars, concrete cover, bar diameter.

\_\_\_\_\_:

ان مشكلة الصدا اخذت اهمية كبيرة اليوم لان هياكل الخرسانة المسلحة تضعف بسبب تاكل القضبان الفولاذية. مما يقلل من المتانة وسلامة الهياكل وهذا ما يستدعي اصلاحات قد تكلف الملايير.

من الضروري ان يتم استبدال هذه القضبان الفولاذية بمادة مقاومة للصدا كالمواد المركبة من البوليمير المدعم بالالياف (RF) ان استخدام هذه المواد هو الحل الامثل وتتميز هذه المواد بمقاومة عالية للصدا مدة حياة اطول وسهولة . و الهدف من دراستنا هو تحليل الانفعال الحراري لعارضة من الخرسانة المسلحة المتكونة من قضبان البوليمير المدعم بالالياف الزجاجية VRF تغيرات حراري ( -50 درجة مئوية) الاديان يعتمد . طريقة العناصر المنتهية باستعمال نظام الاديان .

ان هذا التحليل يسمح بمعرفة التغير في درجة الحرارة الحرجة ( $T_{cr}$ ) التي تؤدي الى ظهور التشققات المحيطة الاولية في الخرسانة على سطح التلامس بين القضبان والخرسانة وكذا عمق التشققات المحيطة في الخرسانة المحيطة بالقضبان و الخرسانة الموجودة بين القضبان RF وكذا عمق الشقوق المحيطة المنتشرة من سطح التلامس بين الخرسانة و القصد عبر الخرسانة و اجراء المقارنات بين النتائج التحليلية و الرقمية من حيث اجهاد الشد الشعاعي و التشوه الحراري العرضي

الكلمات المفتاحية: VFR ، التشوهات والاجهادات ، تغيرات حرارية منخفضة البعد بين القضبان ،

# SOMMAIRE

INTRODUCTION .....	1
1. Généralités .....	1
2. Objectif de travail .....	2
3. Organisation du mémoire.....	3
1. Revue de littérature .....	5
1.1 Barres d'armatures en polymères renforcés de fibre.....	5
1.1.1 Constituants des PRF.....	5
1.1.2 ) Les renforts .....	6
a) Fibres de verre .....	7
b) Les fibres de carbone .....	8
c) Les fibres d'aramide .....	9
1.1.3) Matrices .....	10
1.1.4) Agents de couplage .....	13
1.1.5) Additifs et autres ajouts .....	14
1.1.6) Procédés de fabrication .....	14
1.1.7) Propriétés physiques des armatures en PRF .....	17
1.1.8) Propriétés mécaniques des armatures en PRF .....	18
a) Module d'élasticité longitudinal $E_l$ .....	18
b) Module d'élasticité transversal $E_t$ .....	20
c) Coefficient de Poisson .....	21
1.2 Comportement des matériaux composites à basses températures .....	21
2.3 Comportement thermique des barres en PRF ancrées dans le béton.....	22

<b>1.4</b>	<b>Méthode des éléments finis.....</b>	<b>23</b>
<b>1.5</b>	<b>- Utilisation d'un logiciel éléments finis.....</b>	<b>33</b>
<b>2.</b>	<b>Analyse numérique du comportement thermique de l'enrobage en béton autour des barres de PRF en région froide. ....</b>	<b>35</b>
<b>2.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>35</b>
<b>2.2</b>	<b>Description des poutres.....</b>	<b>35</b>
<b>2.3</b>	<b>Propriétés des matériaux.....</b>	<b>37</b>
<b>2.3.1</b>	<b>Béton.....</b>	<b>37</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Armatures en PRFV .....</b>	<b>38</b>
<b>2.4</b>	<b>Analyse numérique non linéaire des pressions thermiques établie à l'aide du logiciel ADINA .....</b>	<b>39</b>
<b>2.4.1</b>	<b>Etapes de modélisation des poutres .....</b>	<b>39</b>
	<b>a) Géométrie et coordonnées des points de la section de la poutre modélisée .....</b>	<b>39</b>
	<b>b) Les conditions aux limites.....</b>	<b>40</b>
	<b>c) Conditions de chargement.....</b>	<b>41</b>
	<b>d) Propriétés des matériaux.....</b>	<b>42</b>
	<b>e) Maillage .....</b>	<b>43</b>
	<b>f) Execution et calcul par logiciel ADINA.....</b>	<b>45</b>
<b>2.5</b>	<b>Analyse des résultats numériques .....</b>	<b>45</b>
<b>2.5.1</b>	<b>Etude des contraintes thermiques .....</b>	<b>45</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Etude des déformations thermiques.....</b>	<b>50</b>
<b>3.</b>	<b>Modèle analytique .....</b>	<b>52</b>

<b>3.1 Comportement thermique du béton avant fissuration.....</b>	<b>52</b>
<b>3.1.1 Contraintes dans le béton dues à la pression radiale P .....</b>	<b>53</b>
<b>3.1.2 Déformations dans le béton dues à la pression radiale P .....</b>	<b>59</b>
<b>3.1.3 Déformations dans le béton dues à la pression radiale P et à la variation de température T .....</b>	<b>60</b>
<b>3.1.4 Déformation transversale de la barre en PRF due à l'effet de la pression radiale P et à la variation de température T.....</b>	<b>62</b>
<b>3.1.5 Pression radiale P .....</b>	<b>63</b>
<b>3.2 Variation de température ( <math>T_{cr}</math> ) produisant la première fissure.....</b>	<b>64</b>
<b>3.3 Analyse des résultats analytiques des poutres prismatiques en béton .....</b>	<b>66</b>
<b>3.3.1 Déformation thermique .....</b>	<b>66</b>
<b>3.3.2 Contrainte thermique.....</b>	<b>67</b>
<b>3.3.3 Charges thermiques de fissuration.....</b>	<b>68</b>
<b>4. Comparaison des résultats analytiques et numériques .....</b>	<b>69</b>
<b>4.1 Introduction.....</b>	<b>69</b>
<b>4.2 Déformations thermiques transversales.....</b>	<b>70</b>
<b>4.3 Contraintes thermiques radiales.....</b>	<b>72</b>
<b>4.4 Charge thermique de fissuration .....</b>	<b>74</b>
<b>Conclusions générales .....</b>	<b>76</b>
<b>Recommandations et perspectives.....</b>	<b>76</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>78</b>
<b>Annexes</b>	

# LISTE DES FIGURES

## LISTE DES FIGURES

Figure 1 Corrosion des armatures en acier.....	1
Figure 2 Organigramme du manuscrit.....	4
Figure 1.1 : Schéma illustratif d'un matériau composite .....	5
Figure 1.2 Courbes contrainte/déformation des PRF, des fibres et de la matrice .....	6
Figure 1.3 : Structure moléculaires.....	10
Figure 1.4 Procédé de fabrication des PRF par pultrusion .....	15
Figure 1.5 Armatures en PRF de nom commercial C-BAR .....	16
Figure 1.6 Armatures en PRF de nom commercial V-ROD .....	16
Figure 1.7 Armatures en PRF de nom commercial LEADLINE.....	16
Figure 1.8 Courbes contrainte/déformation de différentes armatures en PRF.....	20
Figure. 1.9 Élément de référence et élément réel .....	29
Figure1.10 organigramme d'un logiciel éléments finis.....	34
Figure 2.1 : (a) Coupe en longue de la poutre P.#10.20/30, (b) Coupe en travers de la poutre P.#10.20/30, (c) Vue en perspective de la poutre.....	36
Figure 2.2: Diagramme de contrainte-déformation du béton.....	37
Figure 2.3 Géométrie des éléments et les points considérés.....	40
Figure 2.4 Conditions aux limites .....	41
Figure 2.5 Conditions de chargement .....	42
Figure 2.6 Allure de la courbe contraintes-déformations du béton utilisée dans ADINA .....	43
Figure 2.7 Élément triangulaire à 6 nœuds .....	43
Figure 2.8 Élément triangulaire de maillage.....	44
Figure 2.9 Execution et calcul .....	45
Figure 2.10 Géométrie de poutre en béton armé de deux barres d'armatures en PRF de verre .....	45

Figure 2.11 Contrainte de traction radiale numérique du béton situé entre les barres en fonction de la variation de température à l'interface armature 1 en PRF/béton (Comportement non linéaire des poutres prismatiques en béton).....	46
Figure 2.12 Apparition des premières fissures circonférentielles dans le béton situé entre les deux barres à l'interface armature/béton à la variation de température $T_{cr} = -23^{\circ}\text{C}$ (Poutre P.#13.20/25 ayant $e/d_b = 2.3$ ) .....	47
Figure 2.13 $T = -30^{\circ}\text{C}$ une couronne circulaire en béton fissuré formée autour des barres en PRF de la poutre P.#13.20/25 .....	48
Figure 2.14 La profondeur des fissures circonférentielles ( $l_{cr}$ ) à l'interface armature en PRF/béton en fonction de $e/d_b$ et $T$ .....	49
Figure 2.15 Déformation transversale du béton situé entre les barres à l'interface armature en PRF/béton .....	50
Figure 3.1 Section d'une poutre prismatique en béton armé de deux barres en PRF .....	52
Figure 3.2 La déformation circonférentielle $\varepsilon_{ct}$ dans le béton situé entre les deux barres en PRF .....	60
Figure 3.3 Première fissure circonférentielle dans le béton due à la pression radiale $P$ produite à ( $T = T_{cr}$ ) .....	64
Figure 3.4 Déformations thermiques transversales analytiques à l'interface de l'armature 1 et le béton situé entre les deux barres de PRF des poutres en béton ayant différents rapport $e/d_b$ .....	66
Figure 3.5 contrainte de traction radiale analytique en fonction de la variation de température a l'interface de l'armature 1 et le béton situé entre les deux barres de PRF des poutres en béton ayant différent rapport $e/d_b$ .....	67
Figure 4.1 Section de la poutre prismatique en spécifiant la zone au béton situé entre les barres et l'interface de l'armature en PRF/béton étudiés .....	69
Figure 4.2 déformation thermique transversale à l'interface de l'armature 1 et le béton situé entre les barres des poutres P.# 10.20.30 ( $e/d_b=3.3$ ).....	70
Figure 4.3 déformation thermique transversale à l'interface de l'armature 1 et le béton situé entre les barres des poutres P.# 16.20.20 ( $e/d_b=1.8$ ).....	71
Figure 4.4 déformation thermique transversale à l'interface de l'armature 1 et le béton situé entre les barres des poutres p.# 25.30.35 ( $e/d_b=1.3$ ).....	71

**Figure 4.5** Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF des Poutres P.#10.20.30 – Comparaison des résultats analytiques et numériques ( $e/d_b = 3,3$ ).....72

**Figure 4.6** Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF des Poutres P.#16.20.20 – Comparaison des résultats analytiques et numériques ( $e/d_b = 1,8$ )..... 73

**Figure 4.7** Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF des Poutres P.#25.30.35 – Comparaison des résultats analytiques et numériques ( $e/d_b = 1,3$ )..... 73

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 Propriétés mécaniques des fibres de verre .....	7
Tableau 1.2 Propriétés mécaniques des fibres de carbone.....	8
Tableau 1.3 Propriétés mécaniques des fibres d'aramide.....	9
Tableau 1.4 Propriétés des résines thermodurcissables .....	11
Tableau 1.5 Densités typiques des barres d'armature en PRF.....	17
Tableau 1.6 Coefficients d'expansions thermiques typiques des barres d'armature en PRF .....	17
Tableau 1.7 Comparaison des propriétés mécaniques en traction des barres d'armatures en PRF et acier [ACI, 2003].....	19
Tableau 2.1 Caractéristiques géométriques des poutres en béton arme de deux barres en PRF.....	35
Tableau 2.2 Propriétés du béton.....	37
Tableau 2.3 Propriétés mécaniques des barres en PRFV V-ROD.....	38
Tableau 2.4 : Coordonnées des points de l'élément modélisé pour une poutre renforcée de deux barres en PRFV ; P. #10.20/30.....	39
Tableau 2.5: Coordonnées polaires des points intermédiaires de l'élément modélisé pour une poutre renforce de deux barres en PRFV P. #10.20/30 .....	39
Tableau 2.6 Variation de température pour chaque incrément du temps.....	41
Tableau 2.7 Profondeur des fissures circonférentielles dans le béton mesuré à l'interface armature en PRF/béton en fonction de $e/d_b$ à $T=-50$ .....	49

Tableau 2.8 charge thermique critique ( $T_{cr}$ ) produisant la première fissure circonférentielle à l'interface armature1 et le béton situé entre les deux barres.....	51
Tableau 2.9 Charges thermiques critiques ( $T_{cr}$ ) produisant la première fissure circonférentielle à l'interface armature1 de l'enrobage de béton $c_2$ .....	51
Tableau 3.1 Charge thermique critique ( $T_{cr}$ ) produisant la première fissure circonférentielle à l'interface armature1 et le béton situé entre les deux barres .....	68
Tableau 4.1 la Charges thermiques $T_{cr}$ produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres en PRFV prédites par les modèles analytique et numérique. ....	74
Tableau 4.2 Charges thermiques produisant les premières fissures circonférentielle à l'interface armature /béton de l'enrobage $c_2$ .....	75

## *Liste des Symboles*

- a** : rayon de l'armature en PRF;
- b**: distance mesurée à partir de centre de gravité de la barre en PRFV jusqu'à la surface externe d'enrobage;
- b<sub>1</sub>**: distance mesurée à partir de centre de gravité de la première barre en PRFV jusqu'à la surface externe d'enrobage c<sub>1</sub>;
- b<sub>2</sub>**: distance mesurée à partir de centre de gravité de la deuxième barre en PRFV jusqu'à la surface externe d'enrobage c<sub>2</sub>;
- c** : épaisseur d'enrobage du béton;
- c<sub>1</sub>** : épaisseur d'enrobage du béton pour la première barre;
- c<sub>2</sub>** : épaisseur d'enrobage du béton pour la deuxième barre;
- e**: distance entre les barres en PRF ;
- d<sub>b</sub>** : diamètre de la barre d'armature
- E<sub>c</sub>** : module d'élasticité du béton;
- E<sub>l</sub>** : module d'élasticité de la barre en PRF dans la direction longitudinale;
- E<sub>t</sub>** : module d'élasticité de la barre en PRF dans la direction transversale;
- f<sub>ct28</sub>** : résistance à la traction du béton;
- L** : longueur des échantillons des poutres prismatiques en béton;
- P** : Pression radiale exercée par la barre en PRF sur le béton;
- P<sub>1</sub>** : Pression radiale exercée par la première barre en PRF sur le béton;
- P<sub>2</sub>** : Pression radiale exercée par la deuxième barre en PRF sur le béton;
- r** : rapport du rayon de la distance b au rayon de la barre  $r = b/a = 2.c/db + 1$  ;
- r<sub>1</sub>** : rapport du rayon de la distance b<sub>1</sub> au rayon de la barre  $r_1 = b_1/a = 2.c_1/db + 1$  ;
- r<sub>2</sub>** : rapport du rayon de la distance b<sub>2</sub> au rayon de la barre  $r_2 = b_2/a = 2.c_2/db + 1$  ;
- K** : rapport de la distance entre les barres e au rayon de la barre  $t = e/a = 2.e/db$  ;
- c** : coefficient d'expansion thermique du béton;
- l** : coefficient d'expansion thermique longitudinal de la barre en PRF;
- t** : coefficient d'expansion thermique transversal de la barre en PRF;
- T** : variation de température;
- T<sub>cr</sub>** : variation de température produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature en PRF/béton et le béton situé entre les deux barres;

## ***Liste des Symboles***

**$\epsilon_{ft}$  : déformation circonférentielle de la barre en PRF;**

**$\epsilon_{ct}$  : déformation circonférentielle dans le béton;**

**$\nu_c$ : coefficient de Poisson du béton;**

**$\nu_{tt}$  : coefficient de Poisson de la barre en PRF dans la direction transversale (le premier indice indique la direction transversale de l'application de la contrainte et le deuxième indice indique la direction transversale dans laquelle on détermine la déformation);**

## 1. Généralités

Plusieurs structures en béton armé d'acier soumis aux sévères conditions environnementales ont connu des détériorations majeures à cause de corrosion. Les phénomènes de la corrosion de l'acier sont causés par la carbonatation due à la diffusion du dioxyde de carbone de l'atmosphère vers l'intérieur du béton ou par l'action des chlorures qui réduit la durée de vie des structures, menacent la sécurité des ouvrages et augmente le coût de réparation.



**Figure 1 Corrosion des armatures en acier.**

Plusieurs solutions techniques ont été envisagées pour prévenir la corrosion :

- 1- L'utilisation des barres galvanisées.
- 2- Les systèmes de protection cathodique des armatures.
- 3- L'utilisation de béton à hautes performances.

Ces techniques sont parfois Coûteuses. D'où la nécessité du remplacement des barres d'acier par des nouveaux matériaux non corrosifs appelés polymères renforcés de fibre (PRF).

De part leur résistance à la corrosion, les PRF offrent d'autres avantages tels que [ERKI et RIZKALLA, 1993], [El- Zaroug *et al.*, 2007][Pendhari *et al.*, 2008] :

- Un rapport de résistance/masse volumique élevé (10 à 15 fois plus grands de l'acier).
- Une neutralité électromagnétique (conductivité électrique et magnétique nulle).
- Une excellente résistance à la fatigue, particulièrement pour les PRF à base de fibres de carbone et d'aramide (3 fois plus grande que celle de l'acier).
- Un poids léger (1/7 à 1/5 de l'acier).

- La facilité de manipulation et de fabrication,

Cependant, les armatures en PRF possèdent certains inconvénients tels que [ERKI et RIZKALLA, 1993] :

- ❖ Un coût élevé pour certains PRF (PRF de carbone).
- ❖ Un faible module d'élasticité de certains PRF (PRF de verre).
- ❖ Une sensibilité aux rayons ultra-violet et à l'humidité, particulièrement les fibres à base d'aramide.
- ❖ Une incompatibilité thermique avec le béton particulièrement dans la direction transversale.

Les matériaux non-métalliques de polymères renforcés de fibres (PRF) sont utilisés comme une alternative à l'acier de ferrailage dans les structures en béton, en particulier, celles exposés aux environnements hostiles et agressifs. Ils deviennent comme l'une des solutions la plus efficace grâce de leur résistance chimique élevée et de leur qualité de propriétés physique et mécanique.

### **2. Objectif de travail :**

L'objectif de ce travail de recherche consiste à étudier par éléments finis l'effet de l'espacement entre les barres sur le comportement des poutres en béton armé de barres en polymères renforcés de fibres (PRF) de verres (PRFV) sous basses températures.

Cette étude permet d'analyser l'effet de l'espacement entre les barres en PRF ainsi que l'effet du rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF  $c/d_b$  sur la distribution des contraintes et déformations thermiques critiques produisant la fissuration de l'enrobage du béton et le béton situé entre les barres de PRF .

### 3. Organisation du mémoire

**Le chapitre 1** présente une introduction générale et l'objectif principal de ce travail

**Le chapitre 2** présente une revue de littérature sur les PRF

**le chapitre 3** présente l'étude numérique des poutres en béton armé de deux barres en PRFV sous basses température en utilisant le logiciel ADINA

**le chapitre 4** présente l'étude analytique des poutres en béton armé de barre en PRFV sous basses températures avec l'analyse des résultats obtenus.

**Le chapitre 5** est destiné à la comparaison des résultats analytiques et numériques.

Enfin, la thèse se termine par des conclusions et recommandations, suivies par des références bibliographiques.

Simulation numérique de l'effet d'espacement entre les barres de PRF sur le comportement des poutres en béton armé sous basses températures

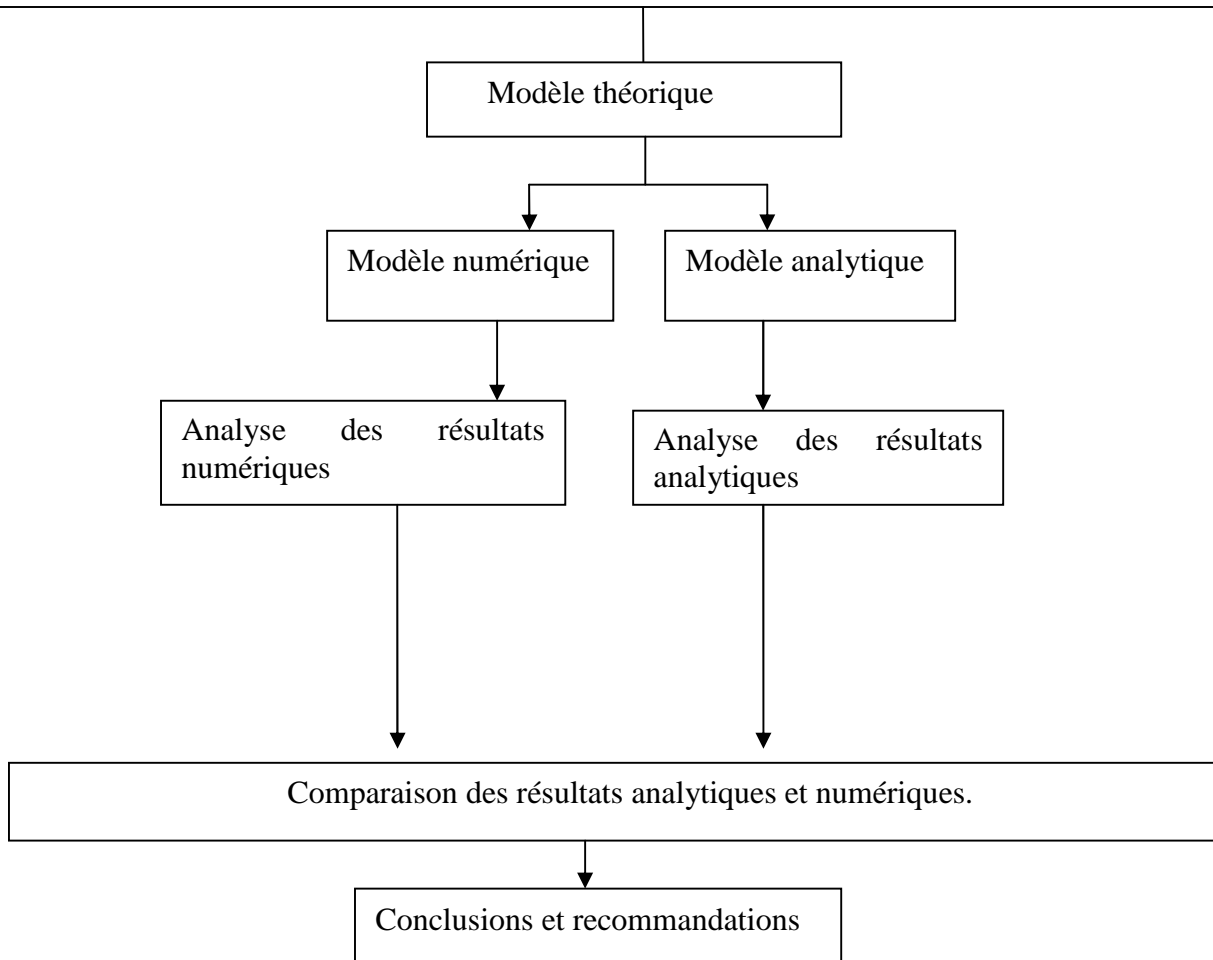


Figure 2 Organigramme du manuscrit

## 1.1 Barres d'armatures en polymères renforcés de fibre

### 1.1.1 Constituants des PRF

Le développement de nouveaux matériaux est soumis aux besoins des utilisateurs (constructeurs). Ceux-ci veulent toujours des matériaux plus performants, plus économiques et qui durent plus longtemps. Les chercheurs sont le plus souvent amenés à optimiser les solutions déjà utilisées, mais dans certains cas, ils doivent complètement repenser le problème et envisager de " nouveaux matériaux ". En effet, on ne découvre plus de nouveaux matériaux, mais on crée plutôt des nouvelles associations de matériaux.

Un matériau composite est constitué de deux ou plusieurs matériaux dont les propriétés individuelles se combinent pour former un matériau hétérogène ayant des performances globales fortement améliorées. Tous les composites sont constitués :

- De renforts, prenant généralement la forme de fibres ou de particules, assurant l'essentiel des propriétés mécaniques du composite.
- D'une matrice dans laquelle sont noyés les renforts, assurant la cohésion de l'ensemble et le transfert des efforts ainsi que l'essentiel des propriétés autres que mécaniques.

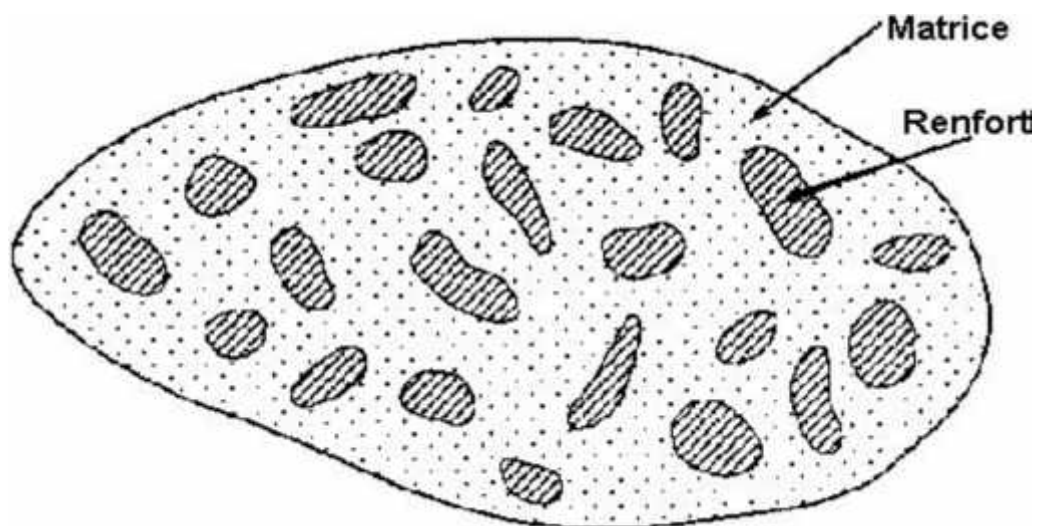


Figure 1.1 : Schéma illustratif d'un matériau composite

Dans la mesure où les fibres fournissent la résistance et la rigidité au PRF, le volume de fibres devrait être supérieur à 10 %. Les propriétés mécaniques du produit final en PRF dépendent de la qualité des fibres, de leur orientation, de leur forme, du rapport volumique en fibres, de l'adhésion à la matrice, et du procédé de fabrication.

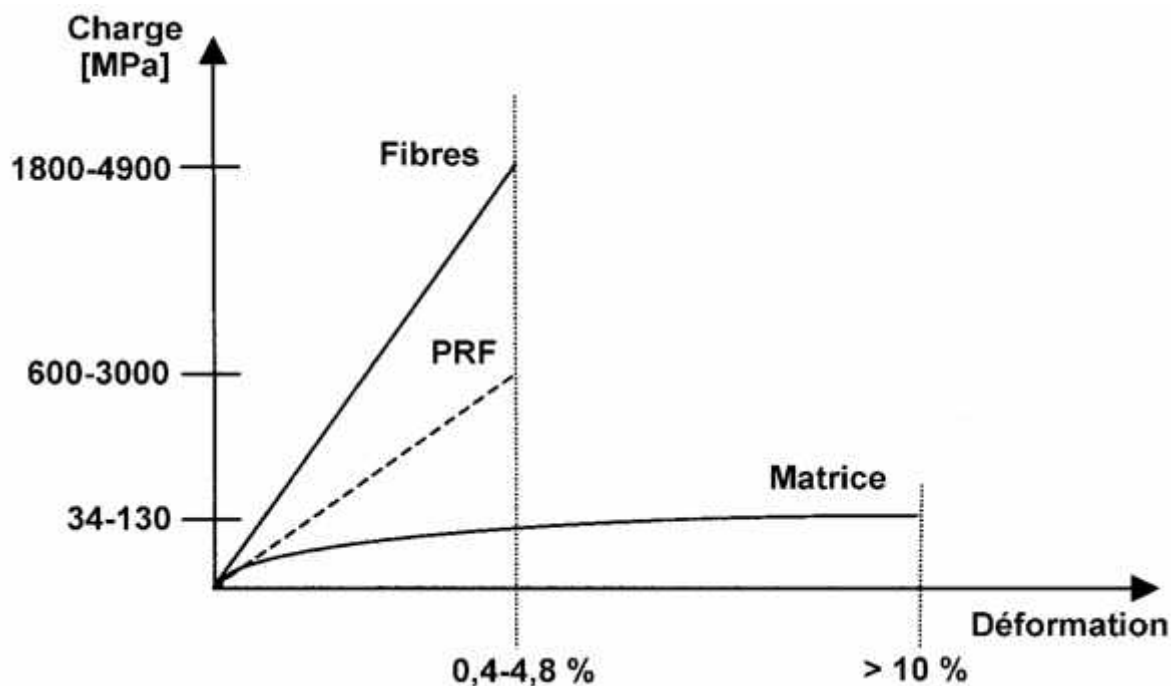


Figure 1.2 Courbes contrainte/déformation des PRF, des fibres et de la matrice [ISIS CANADA, 2001].

### 1.1.2 Les renforts

Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique à la traction et la rigidité des matériaux composites et se présentent sous forme filamentaire (des fibres organiques ou inorganiques). Différentes fibres peuvent être employées avec ces matrices. Les plus courantes sont :

Les différents types de fibres de verre utilisés pour les renforcements des composites sont :

## a) Fibres de verre

Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate chaux, magnésie, oxyde de bore). Sa large gamme de propriétés, son rapport résistance/coût élevé, sa disponibilité, sa facilité de mise en œuvre et sa haute résistance font que la fibre de verre soit la plus utilisée dans l'industrie. [ZAIDI, MASMOUDI 2013]

Les différents types de fibres de verre utilisés pour les renforcements des composites sont :

- Verre E (Electrical) étant un excellent isolant électrique ;
- Verre S (Strength) ayant une haute résistance et rigidité à la traction ;
- Verre C (Chemical) ayant une résistance élevée aux produits chimiques ;
- Verre AR (Alkali Resistant) ayant une résistance aux alcalis.

Le tableau 1.1 montre les principales propriétés mécaniques des fibres de verre [ISIS CANADA, 2001 ; BERTHELOT, 1992, 1996 ; MALLICK, 1988, 1993].

**Tableau 1.1 Propriétés mécaniques des fibres de verre**

Type de Verre	Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement relatif [%]	Coefficient d'expansion thermique [ $\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ]	Coefficient de Poisson
Verre type E	3500 - 3600	72,5 - 75	4,8	5,0	0,2
Verre type S	4600 - 4900	85,5 - 87	5,6	2,9	0,22
Verre AR résistant aux alcalis	1800 - 3500	70 - 76	2,0-3,0	aucune valeur	aucune valeur

**b) Les fibres de carbone:** À cause de leur fabrication complexe, les fibres de carbone sont beaucoup plus chères que les fibres de verre. Cependant, leurs caractéristiques sont grandes : très haute résistance, haut module d'élasticité, rapport rigidité/densité élevée (une faible masse volumique), faible coefficient d'expansion thermique longitudinal, faible sensibilité aux charges de fatigue, une excellente résistance chimique à l'humidité. Néanmoins, les fibres de carbone ont une faible résistance à l'impact, due à leur faible déformation ultime.

Les fibres de carbone peuvent être classées selon le type de précurseur:

- fibres isotropiques « PITCH » caractérisées par un module d'Young élevé;
- fibres polyacrylonitrile « PAN » caractérisées par une résistance ultime et un coût très élevés.

Comme elles peuvent être classées selon le module d'élasticité.

Le tableau 1.2 montre les principales propriétés mécaniques des fibres de carbone [ISIS CANADA, 2001 ; BERTHELOT, 1992, 1996].

**Tableau 1.2 Propriétés mécaniques des fibres de carbone.**

Type de carbone		Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement [%]	Coefficient d'expansion thermique [ $\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ]	Coefficient de Poisson
<b>PAN</b>	Haute Résistance	3500	200 - 240	1,3 - 1,8	(-1,2) à (-0,1) ( $\alpha_{ft}$ )	~ 0,2
	Haut Module	2100 - 4000	350 - 650	0,4 - 0,8	7 à 12 ( $\alpha_{ft}$ )	
<b>PITCH</b>	Normale	780 - 1000	38 - 40	2,1 - 2,5	(-1,6) à (-0,9) ( $\alpha_{ft}$ )	aucune valeur
	Haut Module	3000 - 3500	400 - 800	0,4 - 1,5	( $\alpha_{ft}$ )	

**c) Les fibres d'aramide :** Les fibres d'aramide sont caractérisées principalement par leur haute résistance (cinq fois Plus résistantes que l'acier), leur grande résistance à l'usure, leur faible densité et leur haute stabilité thermique. Il est souligner que les fibres d'aramide se

dégradent par l'exposition aux rayons ultra-violets, c'est la raison pour laquelle elles doivent être coulées dans une matrice protectrice.

Il existe trois types de fibres d'aramide

- Kevlar (Dupont, USA);
- Twaron (Akzo, Hollande);
- Technora (Teijin, Japon).

Le tableau 1.3 montre les principales propriétés mécaniques des fibres d'aramide [ISIS CANADA, 2001 ; BERTHELOT, 1992, 1996]

**Tableau 1.3 Propriétés mécaniques des fibres d'aramide.**

Type d'aramide	Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement [%]	Coefficient d'expansion thermique ( $\times 10^{-6}$ )	Coefficient de Poisson
Kevlar 29	3620	82,7	4,4	aucune valeur	0,35
Kevlar 49	2800	130	2,3	-2,0 ( $\alpha_{fl}$ ), 59 ( $\alpha_{ft}$ )	
Kevlar 129	4210	110	--	aucune valeur	
Kevlar 149	3450	172 - 179	1,9	aucune valeur	
Twaron	2800	130	2,3	-2,0 ( $\alpha_{fl}$ ), 59 ( $\alpha_{ft}$ )	
Technora	3500	74	4,6	aucune valeur	

### 1.1.3 Matrices

Les matrices employées pour ces composites sont des résines polymères. Il en existe deux types, qui possèdent des propriétés foncièrement différentes et sont employées dans des filières distinctes :

- Les thermoplastiques, qui se présentent sous forme solide (granulés, plaques...) et que l'on met en forme en les ramollissant par chauffage, puis en les solidifiant par refroidissement ;
- Les thermodurcissables, qui se présentent sous forme liquide visqueuse et que l'on met en forme en déclenchant une réaction chimique de polymérisation par ajout d'un durcisseur, ce qui entraîne une solidification.

La différence essentielle entre ces deux types de polymères est la nature des phénomènes physiques assurant leur cohésion. Les thermoplastiques sont constitués de longues molécules linéaires, maintenues entre elles par des liaisons physiques de faible énergie (liaisons hydrogènes, figure 2a) ; ces liaisons se cassent lorsque l'on chauffe le polymère et se rétablissent lorsqu'on le refroidit, de façon réversible. À l'inverse, les thermodurcissables sont des molécules en forme de réseaux tridimensionnels, maintenus par des liaisons chimiques de forte énergie (liaisons covalentes, figure 2b) établies de manière irréversible lors de la polymérisation.



**Figure 1.3 : Structures moléculaires :**  
**(a) d'un polymère thermoplastique, (b) d'un polymère thermodurcissable**

Cette différence fondamentale est à l'origine des propriétés bien distinctes. Par exemple :

- ✓ Les thermoplastiques sont moins rigides et moins résistants que les thermodurcissables (mais cela importe peu sur les composites à fibres longues, car la rigidité et la résistance proviennent essentiellement des fibres) ;
- ✓ Les thermoplastiques sont plus ductiles que les thermodurcissables, donc résistent mieux à la fissuration ;
- ✓ Les déchets thermoplastiques sont recyclables, les déchets thermodurcissables ne le sont pas ;
- ✓ Les granulés thermoplastiques peuvent être stockés indéfiniment *et* à température ambiante, les thermodurcissables doivent être stockés au froid et pendant une durée limitée si la résine et le durcisseur sont déjà mélangés ;
- ✓ Les thermoplastiques doivent toujours être portés à haute température pour être mis en forme, les thermodurcissables pas forcément...

De manière générale, les matrices thermodurcissables sont plus fréquemment employées que les thermoplastiques, en raison de leur plus grande facilité de mise en forme (il est plus facile d'imprégner des fibres avec un liquide qu'avec des granulés ramollis, et les températures à utiliser sont souvent plus raisonnables). Les résines thermodurcissables ont une masse moléculaire moins élevée et une faible viscosité. Ainsi, elles forment une structure rigide à trois dimensions. Les résines thermodurcissables les plus utilisées sont les polyesters, les vinylesters et les époxydes.

**Tableau 1.4 Propriétés des résines thermodurcissables**

Résine	Masse volumique spécifique	Résistance en traction [MPa]	Module du young en traction [GPa]	Retrait à la cure [%]
Époxyde	1,20 - 1,30	55,00 - 130,00	2,75 - 4,10	1,00 - 5,00
Polyester	1,10 - 1,40	34,50 - 103,50	2,10 - 3,45	5,00 - 12,00
VinylEster	1,12 - 1,32	73,00 - 81,00	3,00 - 3,35	5,40 - 10,30

**a) Les Résines époxydes**

Les époxydes sont souvent utilisés dans les applications « hautes performances » des matériaux composites à cause de leur excellente résistance aux solvants et aux produits chimiques, leur faible retrait au moulage, leur température de transition vitreuse élevée.

**a.1) Les avantages de ces résines sont [ACI 440, 1996, 2002 ; BERTHELOT, 1996] :**

- ✓ une excellente résistance aux solvants et aux produits chimiques;
- ✓ un faible retrait au moulage;
- ✓ une température de transition vitreuse élevée;
- ✓ une excellente adhésion à plusieurs substrats et aux matériaux métalliques;
- ✓ une excellente résistance en tension et au fluage;
- ✓ des bonnes propriétés électriques (isolation).
- ✓

**a.2) Les points faibles des résines époxydes sont :**

- ✓ un coût élevé par rapport au vinylester et iso-polyester;
- ✓ une réticulation lente.

**b) Les Résines polyesters**

Les résines polyesters sont peu coûteuses et souvent utilisées dans les applications « grande diffusion ».

**b.1) Les avantages de ces résines sont [ACI 440, 1996, 2002 ; BERTHELOT, 1996 HANCOX, 1981] :**

- ✓ un coût faible;
- ✓ une polymérisation rapide;
- ✓ une viscosité faible;
- ✓ une stabilité dimensionnelle;
- ✓ une balance entre leurs résistances mécaniques et chimiques;
- ✓ une facilité de mise en œuvre.

**b.2) Les points faibles des résines sont :**

- ✓ un grand retrait volumétrique;
- ✓ une sensibilité à certains solvants;
- ✓ une absorption d'humidité;
- ✓ une dégradation à la lumière par les rayons ultra-violets.

**c) Les Résines vinylesters**

**c.1) Les avantages de ces résines sont [HANCOX, 1981 ; HANCOX et MAYER, 1994 ; ACI 440, 1996, 2002] :**

- ✓ excellente résistance à la traction.
- ✓ flexion et résistance à la fissuration supérieure aux polyesters.
- ✓ excellente résistance aux produits chimiques y compris les alcalis.
- ✓ viscosité faible.
- ✓ bonne adhésion aux fibres de verre.
- ✓ polymérisation rapide.
- ✓ résistance à la chaleur supérieure aux polyesters.

**c.2) Les points faibles des résines sont :**

- ✓ retrait volumétrique élevé;
- ✓ adhésion modérée au carbone et à l'aramide;
- ✓ coût élevé par rapport au polyester.

**1.1.4 Agents de couplage**

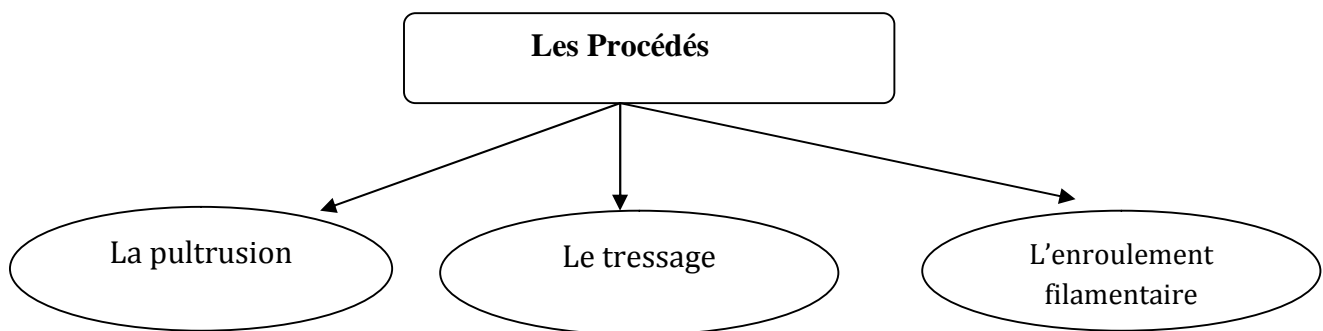
Un agent de couplage est un produit utilisé dans le but de former ou de promouvoir une plus grande adhérence à l'interface de fibres/matrice du composite. Il a aussi un rôle secondaire de protéger la surface des fibres des conditions environnementales telles que l'humidité et les fluides réactifs. Les agents de couplage couramment utilisés dans les composites sont les composés de chrome et de silanes. [ZAIDI, MASMOUDI 2013].

### 1.1.5 Additifs et autres ajouts

Les additifs sont des matériaux relativement inertes. Le but principal de leur utilisation est de réduire le volume de la matrice polymère et ainsi d'en diminuer le coût sans pour autant en altérer, de façon significative, les attributs. En général, la quantité de l'additif utilisée se situe entre 20% et 30% du pourcentage poids de la résine . [ZAIDI, MASMOUDI 2013].

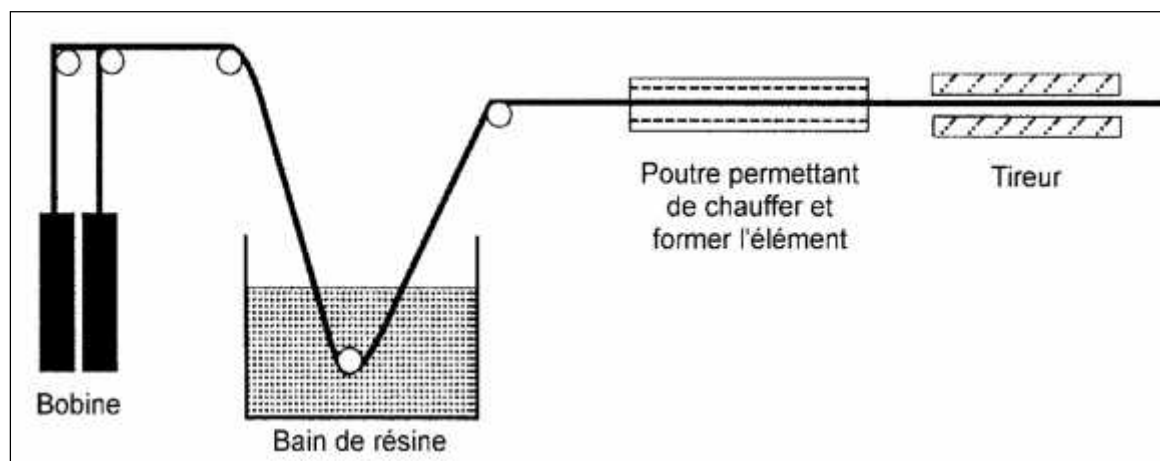
### 1.1.6 Procédés de fabrication

Il y a trois procédés de fabrication des produits en matériaux composites en PRF :



#### 1.1.6.1. Pultrusion

Le procédé consiste à lier les fibres, les emballer ensemble, puis sont tirés des bobines à travers un bassin de résine dans lequel ils sont saturés, puis ils passent à travers une filière constituée d'un certain nombre d'orifices jusqu'au moule chauffant (four) de préformage (Fig. 1.4).



**Figure 1.4 Procédé de fabrication des PRF par pultrusion**

Les températures de mûrissement se situent normalement entre 110 et 180° c. Après le mûrissement le produit passe dans une chambre de polymérisation où la résine va durcir. La vitesse du tirage à travers le moule est prédéterminée par le temps de cure nécessaire. Pour s'assurer d'une bonne adhérence avec le béton, la surface des barres est déformée ou recouverte du sable avant durcissement de la résine. La différence entre les procédures de fabrication donne des produits de PRF à des caractéristiques d'adhérence assez variable. Dans certains cas, la contrainte d'adhérence de ces produits de PRF est comparable ou supérieure à celle des armatures d'acier. [Bakis *et al.*, 2002]

### 1.1.6.2 Le tressage :

Le tressage est le terme utilisé pour l'entrecroisement de deux ou plusieurs fils pour former une structure intégrée. [ISIS CANADA, 2001].

### 1. 1.6.3 L'enroulement filamentaire

L'enroulement filamentaire est un procédé de fabrication par lequel les fibres continues sont imprégnées d'une matrice et enroulées autour d'un substrat (tube, cylindre) dans ce procédé, les fibres brutes sont tirées des bobines, passent dans un bain de résine puis sont enroulées sur un mandrin rotatif. Ce procédé de fabrication est principalement employé pour la production de conduits, de tubes et de réservoirs.

Les photos suivantes représentent des produits en polymères renforcés de fibres de verre PRFV (Figure 1.5 et 1.6) et des produits en polymères renforcés de fibres de carbone PRFC (Figure 1.7) [ISIS CANADA, 2001]



Figure 1.5 Armatures en PRF de nom commercial C-BAR

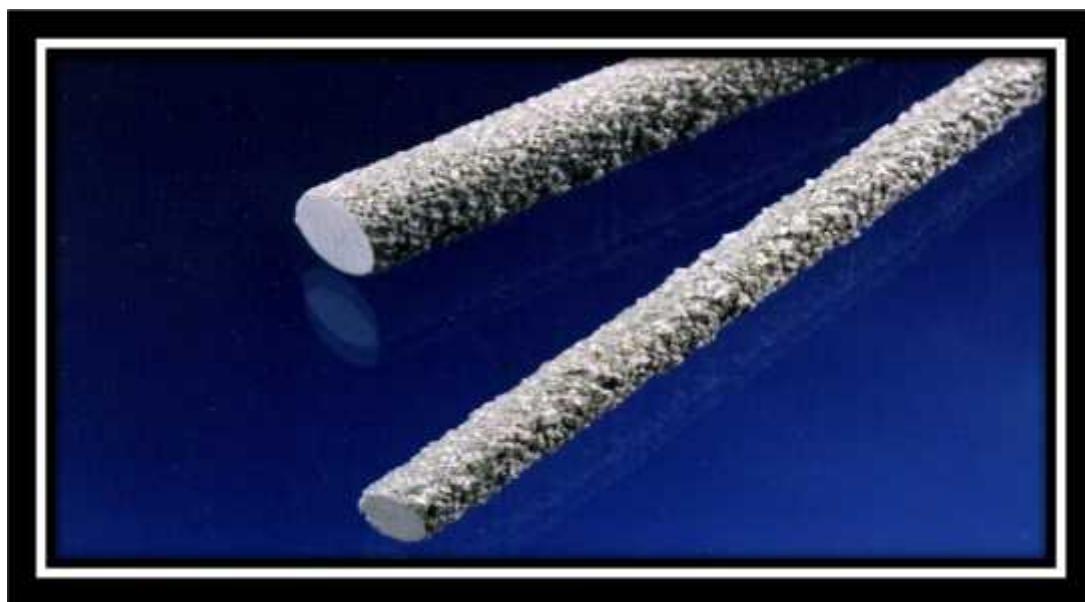


Figure 1.6 Armatures en PRF de nom commercial V-ROD

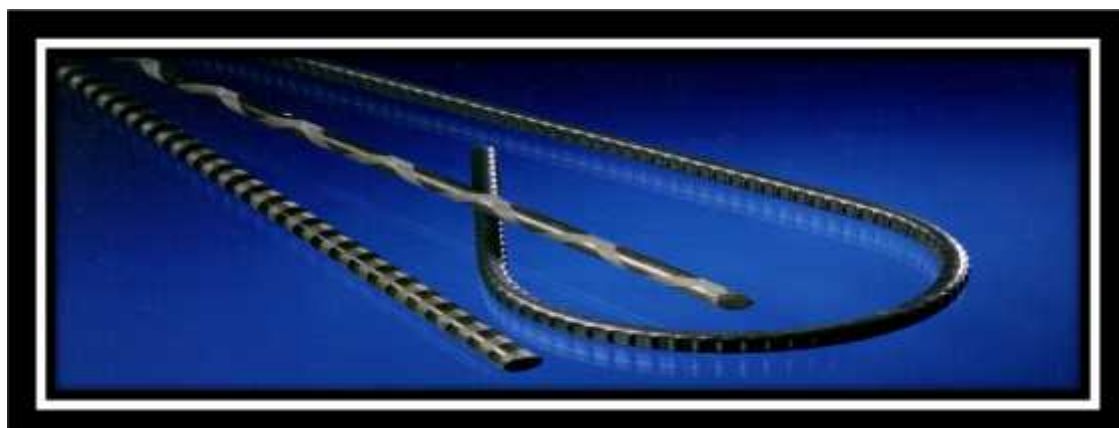


Figure 1.7 Armatures en PRF de nom commercial LEADLINE

### 1.1.7 Propriétés physiques des armatures en PRF

Les propriétés physiques des armatures en PRF sont : la densité, la température de transition vitreuse ( $T_g$ ) et le coefficient d'expansion thermique (CET). La densité des barres d'armatures de PRF dépend principalement du pourcentage et des types de fibres utilisées, sa valeur varie entre 1,25 et 2,10 g/cm<sup>3</sup> ce qui représente une valeur relativement faible par rapport à celle de l'acier qui est de 7,9 g/cm<sup>3</sup>.

Le tableau 1.5 présente quelques valeurs de la densité des barres d'armatures en PRF [ACI, 2003].

**Tableau 1.5 Densités typiques des barres d'armature en PRF.**

Type de barre	PRFV	PRFC	PRFA
Densité [g/cm <sup>3</sup> ]	1,25 à 2,10	1,50 à 1,60	1,25 à 1,40

Les propriétés thermiques des fibres sont considérablement différentes dans la direction longitudinale et transversale. Comme indique au tableau 1.6, les barres d'armature fabriquées à partir de ces fibres ont donc des coefficients d'expansion thermique différente dans les deux directions. Les caractéristiques thermiques du produit en PRF changent selon le type de matrice, le type de fibre et de la fraction volumique en fibres.

**Tableau 1.6 Coefficients d'expansions thermiques typiques des barres d'armature en PRF**

<b>Coefficient d'expansion thermique</b> (x 10 <sup>-6</sup> /°C)			
<b>Direction</b>	<b>PRFV</b>	<b>PRFC</b>	<b>PRFA</b>
Longitudinale	6 à 10	-1 à 0	- 6 à -2
Transversale	21 à 23	22 à 23	60 à 80

### 1.1.8 Propriétés mécaniques des armatures en PRF

#### a) Module d'élasticité longitudinal $E_l$

Le module d'élasticité longitudinal,  $E_l$ , des barres d'armature en PRF dans le sens des fibres est déterminé de la manière suivante [HANCOX, 1981; GAY, 1997] :

Supposons que la liaison entre les fibres et la matrice est parfaite, la déformation longitudinale du composite,  $v_l$ , peut être considérée identique à celles des fibres,  $v_{fl}$ , et de la matrice,  $v_{ml}$  :

$$\varepsilon_l = \varepsilon_{fl} = \varepsilon_{ml} \quad (1.1)$$

La force axiale  $F$  dans le composite est équilibrée par la somme des forces dans les fibres et la résine :

$$F = \sigma_{fl} A_f + \sigma_{ml} A_m \quad (1.2)$$

Où  $\sigma_{fl}$  : la contrainte dans les fibres;  $\sigma_{ml}$  : la contrainte dans la matrice;  $A_f$  : la section des fibres et  $A_m$  la section de la matrice.

Le matériau étant supposé linéaire élastique, on peut écrire :

$$\begin{aligned} F / (AE_l) &= \varepsilon_l \\ \sigma_{fl} / E_{fl} &= \varepsilon_{fl} = \varepsilon_l \\ \sigma_{ml} / E_{ml} &= \varepsilon_{ml} = \varepsilon_l \end{aligned} \quad (1.3)$$

Où  $E_{fl}$  est le module d'élasticité longitudinal des fibres;  $E_m$  est le module d'élasticité de la matrice;  $E_l$  est le module d'élasticité longitudinal du composite et  $A$  est la section du composite.

La teneur en volume de fibres,  $V_f$ , et la teneur en volume de la matrice,  $V_m$ , sont données par:

$$V_f = A_f / A \quad \text{et} \quad V_m = A_m / A \quad (1.4)$$

$$\text{La teneur en volume totale est :} \quad V_f + V_m = 1 \quad (1.5)$$

Il est possible de passer de la teneur en volume à la teneur en masse et réciproquement.

Si  $\rho_f$ ,  $\rho_m$  et  $\rho_c$  désignent respectivement les masses volumiques des fibres, de matrice et du composite;  $V_f$ ,  $V_m$  et  $V_c$  désignent respectivement les volumes des fibres, de matrice et du composite;  $M_f$ ,  $M_m$  et  $M_c$  désignent respectivement les masses des fibres, de matrice et du composite; on a :

$$\text{la teneur en masse des fibres} \quad w_f = M_f / M_c = \rho_f V_f / \rho_c V_c \quad (1.6)$$

$$\text{la teneur en volume des fibres} \quad V_f = w_f / \rho_f \quad (1.7)$$

$$\text{de l'équation 1.6 et 1.7, on obtient : } V_f = w_f \rho_c / \rho_f \quad (1.8)$$

de l'équation 1.3 et 1.4 dans l'équation 1.2, on obtient :

$$E_l = E_{fl} V_f + E_m V_m \quad (1.9)$$

L'équation 1.9 est appelée la règle du mélange.

En pratique, le module d'élasticité de la matrice est négligé devant celui des fibres, et l'équation 1.9 devient :

$$E_l = E_{fl} V_f \quad (1.10)$$

Le tableau 1.7 montre les valeurs typiques de la résistance à la traction, le module d'élasticité et la déformation à la rupture des armatures en PRF. La figure 1.8 illustre la résistance et le module d'élasticité de différentes armatures en PRF.

**Tableau 1.7 Comparaison des propriétés mécaniques en traction des barres d'armatures en PRF et acier [ACI, 2003].**

Type de barre	Acier	PRFV	PRFC	PRFA
Résistance ultime (MPa)	483 - 690	483 - 1600	600 - 3690	1720 - 2540
Module d'élasticité (GPa)	200	35 - 51	120 - 580	41 - 125
Déformation à la rupture (%)	6 - 12	1,2 - 3,1	0,5 - 1,7	1,9 - 4,4

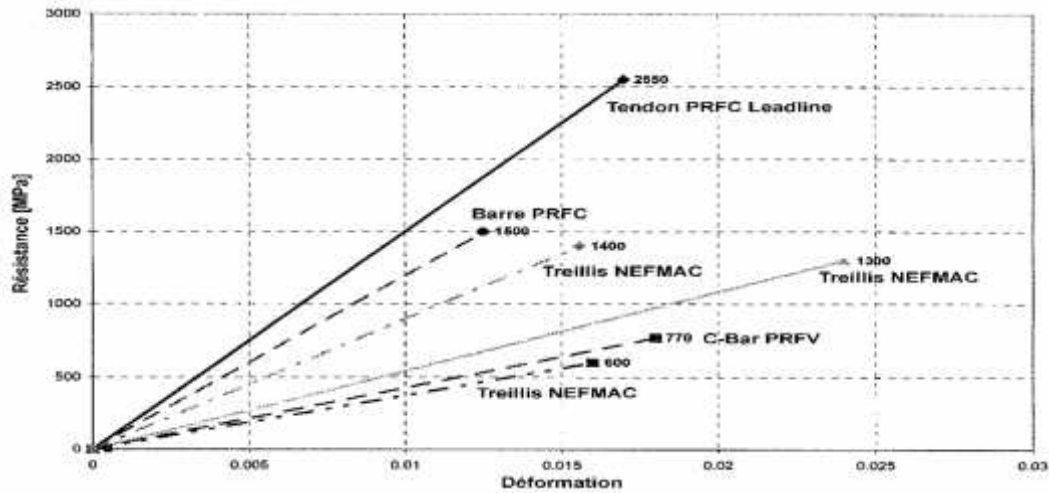


Figure 1.8 Courbes contrainte/déformation de différentes armatures en PRF [ISIS CANADA, 2001].

**b) Module d'élasticité transversal  $E_t$**

Le module d'élasticité transversal,  $E_t$ , des barres de PRF dans la direction transversale aux fibres est déterminé de la manière suivante [GAY, 1997] :

Soient  $v_m$  et  $v_{ft}$  les déformations respectivement de la matrice et des fibres dues à une contrainte  $\sigma_t$  appliquée dans la direction transversale aux fibres.

La déformation transversale du composite  $\epsilon_t$  est :

$$v_t = v_m V_m + v_{ft} V_f$$

Ceci implique que

$$\frac{\sigma_t}{E_t} = \frac{\sigma_t V_m}{E_m} + \frac{\sigma_t V_f}{E_{ft}}$$

Ce

$$E_t = \frac{E_m}{(1-V_f) + \frac{E_m V_f}{E_{ft}}} + \frac{V_f E_{ft}}{E_{ft}} \quad (1.11)$$

Où  $E_{ft}$  est le module d'élasticité des fibres dans la direction transversale aux fibres.

$E_m$  : module d'élasticité de la matrice

### c) Coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson longitudinal des PRF,  $\nu_{lt}$ , caractérise la déformation dans la direction transversale  $t$  du composite due à un chargement appliqué dans la direction longitudinale  $l$ . Il peut être évalué à partir des coefficients de Poisson des fibres  $\nu_f$  et de la matrice  $\nu_m$ . Il est donné par :

$$\nu_{lt} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (1.12)$$

Le coefficient de Poisson transversal des PRF,  $\nu_{tt}$ , caractérise la déformation dans la direction transversale  $t$  du composite due à une force appliquée dans la même direction (transversale). Le coefficient  $\nu_{tt}$  est beaucoup plus proche de celui de la résine.

## 1.2 Comportement des matériaux composites à basses températures

P.K. DUTTA (1994) a étudié le comportement des barres en PRF, à base de fibres de verre et de résine polyester, sous l'effet de la basse température de  $-48\text{ }^\circ\text{C}$  et l'effet des cycles thermiques variant de  $-60\text{ }^\circ\text{C}$  à  $+60\text{ }^\circ\text{C}$ . Les résultats obtenus sont les suivants :

Les barres testées à  $-48\text{ }^\circ\text{C}$  ont montré que la différence entre la déformation limite élastique et la déformation ultime de rupture diminue de 28,2% indiquant une grande fragilité du composite. La résistance limite élastique augmente de 28,1% et la résistance ultime de rupture de 17,4%. Le module d'élasticité longitudinal augmente légèrement de 0,79%. Les barres soumises aux cycles thermiques à basse température ont montré que la différence entre la déformation limite élastique et la déformation ultime de rupture augmente de 34,6% en indiquant une réduction significative de la fragilité du composite. Cette étude montre qu'à basse température, la barre en PRF ayant des coefficients d'expansion thermique de fibres et de résine différents développe des contraintes de traction résiduelles qui peuvent engendrer des microfissures dans la matrice et par conséquent une fragilité importante du composite. À basse température, certaines propriétés mécaniques des PRFV s'améliorent, comme par exemple l'augmentation de la résistance à la compression et la rigidité ainsi que la réduction de fragilité du composite sous l'effet des cycles thermiques.

### 1.3 Comportement thermique des barres en PRF ancrées dans le béton . [ZAIDI, MASMOUDI 2013]

- CHAALLAL et coll. (1991) ont étudié l'effet de la basse température sur le comportement des poutres à la flexion. Les poutres en béton renforcé des barres en PRF de verre, ont été soumises à la basse température (-30 °C). Elles ont des dimensions de 127 mm x 178 mm de section et 2000 mm de longueur. Les résultats montrent qu'il n'y a aucune perte de résistance dans les poutres testées sous basse température bien qu'elles se comportent de façon similaire que les poutres testées sous température ambiante (+20 °C).
- RAHMAN et coll. (1995) ont analysé les contraintes et les déformations des cylindres en béton renforcé de barres d'armatures de PRF et soumis à l'effet thermique en se basant sur la théorie d'élasticité. L'analyse des contraintes thermiques montre que le béton enrobant la barre d'armature pourrait se fissurer sous l'effet des températures élevées. Aussi, le Coefficient d'expansion thermique longitudinale des barres de PRF a peu d'influence sur la pression radiale.
- AIELLO et coll. (1999) ont analysé à l'aide d'un modèle analytique et numérique l'effet de la variation de température sur la performance structurale des éléments en béton (cylindres et poutres) renforcé des barres en PRF d'aramide et en PRF de verre en variant l'enrobage du béton et la forme de la section. Les résultats obtenus sont comparés à ceux du laboratoire. Les deux modèles analytique et numérique ont été établis sur des suppositions à savoir le comportement élastique des matériaux, l'absence des armatures transversales et l'absence des conditions aux limites de chargement. Les résultats obtenus montrent qu'une fissure longitudinale s'est développée dans l'enrobage du béton; les courbes représentant la variation de température (menant à la rupture du béton) en fonction du rapport  $c/d_b$  montrent que les prédictions analytiques et numériques présentent une tendance presque linéaire cependant les résultats expérimentaux se retrouvent entre les deux courbes théoriques (analytique et numérique) pour un rapport de  $c/d_b$  1,5.

- VOGEL et SVECOVA (2004) ont effectué des analyses linéaire et non linéaire à l'aide de la méthode des éléments finis afin d'étudier l'effet de l'expansion thermique des barres en PRF sur l'enrobage du béton en tenant compte de l'effet de l'expansion transversale additionnelle des armatures de précontrainte au niveau de la zone du transfert de la force de précontrainte au béton (effet d'Hoyer). Des prismes en béton renforcé de barres de précontrainte en PRF de carbone et en PRF de verre, soumis à des variations de température, ont été investigués. Les résultats montrent que les variations de température obtenues par analyse non linéaire, produisant la fissure initiale dans le béton à l'interface armature/béton, sont légèrement plus grandes que celles obtenues par l'analyse linéaire, ceci est attribué aux faibles contraintes circonférentielles générées par l'analyse non linéaire à l'interface entre l'armature et le béton. Cependant, les variations de température produisant la rupture d'enrobage du béton, obtenues par l'analyse non linéaire, sont inférieures de celles obtenues par l'analyse linéaire, ceci est attribué au comportement non linéaire du béton.
- ZAIDI et MASMOUDI, Amara, Laidi (2013) ont présenté l'analyse numérique non linéaire en utilisant la méthode des éléments finis pour explorer le comportement thermique des éléments en béton armé de barres en PRF de verre (PRFV) dans les régions froides. Cette analyse permet de prédire la charge thermique qui produit la première fissure. Les résultats numériques en termes des contraintes de traction radiale dans le béton à l'interface barre PRF/béton sont adéquation parfaite avec les résultats analytiques *jusqu'au moment de l'apparition de fissures circonférentielles en béton à partir* desquelles les résultats analytiques sont plus élevés eu égard à la fissure du béton qui n'est pas pris en considération dans le modèle analytique linéaire-élastique.

## 1.4 Méthode des éléments finis

Plusieurs phénomènes physiques (mécanique des solides, mécanique des fluides, thermiques, électromagnétisme,.....) peuvent être décrits en terme des équations aux dérivées partielles (EDP).

Une équation aux dérivées partielles est une relation faisant intervenir les variables indépendantes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , la fonction  $F$  et ses dérivées partielles.

$$F(x, y, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, \dots) = 0 \quad (1.13)$$

L'ordre d'une EDP est l'ordre le plus élevé des dérivées partielles. Les phénomènes physiques se traduisant par des équations aux dérivées partielles linéaires de second ordre du type :

$$F(x, y, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}) = A \frac{\partial^2}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.14)$$

Où  $x$  et  $y$  sont indépendants

$A, B, C$  sont fonction de  $(x, y)$

Il existe trois types des équations aux dérivées partielles :

- Elliptique :  $2B-4AC < 0$

Les équations de ce type apparaissent dans les études de régime stationnaire en hydraulique, en électricité ou en mécanique.

- Parabolique :  $2B-4AC = 0$

Les équations de ce type sont représentatives des problèmes de diffusions comme la chaleur.

- Hyperbolique :  $2B-4AC > 0$

Les équations de ce type caractérisent le phénomène de propagation des ondes.

La résolution de ces équations aux dérivées partielles est :

Dans un milieu continu, le nombre réel de degrés de liberté est infini. Les solutions analytiques pour un problème donné peuvent être obtenues pour le cas où les conditions aux limites et la géométrie sont simples cependant pour la plupart des cas ou plusieurs facteurs sont pris en compte, ce genre des solutions est quasi impossible. D'où le recours aux procédures numériques qui permettent d'obtenir une solution approchée. Parmi ces procédures les plus connus il existe la méthode des différences finis (MDF), la méthode des volumes finis (MVF) et la méthode des éléments finis (MEF).

La méthode des éléments finis considérée actuellement comme un outil puissant pour la résolution des problèmes gouvernés par les équations aux dérivées partielles. Le principe de cette méthode consiste à transformer un système continu (une infinité d'inconnues) en un système algébrique discrétisé (nombre fini d'inconnues).

✓ **Les étapes de formulation de la méthode des éléments finis :**

Ces étapes sont résumées comme suit :

- 1- discrétisation du domaine (définir les nœuds et les éléments (Créer le maillage)).
- 2- Pour chaque élément, établir la matrice de rigidité élémentaire.
- 3- Assembler les matrices et les vecteurs élémentaires en un système global de manière à satisfaire les conditions d'équilibre aux nœuds.
- 4- Introduire les conditions aux limites.
- 5- Résoudre le système.
- 6- Calculer les gradients (flux de chaleur, déformations et contraintes) dans les éléments et les réactions aux nœuds sur lesquels les conditions aux limites sont imposées.

Donc à la fin d'analyse on peut connaître la répartition des contraintes et des déformations dans les milieux continus. Le comportement de la structure entière est déterminé par la superposition adéquate des comportements individuels de chaque élément fini. [O.C.Zienkiewicz, 2000].

✓ **Avantages de la M.E.F :** Les avantages des éléments finis sont les suivants :

- Pouvoir représenter un grand nombre de formes de structures à l'aide de modèle analytique général commun,
- Pouvoir définir des maillages très irréguliers et depuis l'origine.

- Pouvoir accepter des lois de comportement des matériaux en comparant avec les possibilités des méthodes classiques de résolution.

- Pouvoir offrir des plus vastes perspectives en analyse non linéaire [Ziekiewicz, 1973].

### ✓ Dérivation de la matrice de rigidité élémentaire

Pour dériver la matrice de rigidité d'un élément on utilise le principe de l'énergie potentielle minimum qui stipule qu'à l'équilibre une structure a son énergie potentielle minimale.

L'énergie de potentiel totale est définie comme la somme de l'énergie de déformation interne  $U$  et l'énergie potentielle des forces externes (travail)  $W$  :

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{D} \mathbf{v} \quad \text{ou} \quad U = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{D} \mathbf{v} \quad (1.15)$$

et  $\mathbf{D}$  : sont respectivement les vecteurs déformations et contraintes.

L'énergie potentielle des forces concentrées est :

$$W_p = - \mathbf{d}^T \mathbf{P} \quad (1.16)$$

Où  $\mathbf{P}$  sont les forces concentrées, et  $\mathbf{d}$  sont les déplacements nodaux.

L'énergie potentielle des forces distribuées est :

$$W_s = - \int_{S_e} \mathbf{c}^T \mathbf{T} dS \quad (1.17)$$

Où  $\mathbf{c}$  est la fonction de déplacement général et  $\mathbf{T}$  est les forces de traction surfaciques :

L'énergie potentielle des forces d'inerties est :

$$W_b = - \int_{V_e} \mathbf{v}_e^T \mathbf{X} dV \quad (1.18)$$

Où  $\vec{u}$  c'est la fonction de déplacement général et  $X$  est le vecteur de densité de forces volumiques.

On peut exprimer le vecteur déplacement sous la forme suivante :

$$\vec{u} = [N] \{d\} \tag{1.19}$$

$[N]$ : Fonction de forme

L'expression de l'énergie potentielle totale devient :

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{d}^T [\mathbf{B}]^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{d} \, dV - \mathbf{d}^T \mathbf{P} - \int_{S_e} \mathbf{d}^T [\mathbf{N}]^T \mathbf{T} \, dS - \int_{V_e} \mathbf{d}^T [\mathbf{N}]^T \mathbf{X} \, dV$$

Les déplacements nodaux  $d$  sont indépendants des coordonnées x-y, donc :

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{d}^T [\mathbf{B}]^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{d} \, dV - \mathbf{d}^T \mathbf{P} - \int_{S_e} \mathbf{d}^T [\mathbf{N}]^T \mathbf{T} \, dS - \int_{V_e} \mathbf{d}^T [\mathbf{N}]^T \mathbf{X} \, dV$$

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \int_{V_e} [\mathbf{B}]^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dV \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{P} - \mathbf{d}^T \int_{S_e} [\mathbf{N}]^T \mathbf{T} \, dS - \mathbf{d}^T \int_{V_e} [\mathbf{N}]^T \mathbf{X} \, dV$$

On peut définir les trois derniers termes comme :

$$\mathbf{f} = \mathbf{P} + \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{T} \, ds + \int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{X} \, dV \tag{1.20}$$

Donc on aura :

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \int_{V_e} [\mathbf{B}]^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dV \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{f} \tag{1.21}$$

La minimisation de  $\Pi_p$  par rapport à chaque déplacement nodal donne :

$$\frac{\partial P}{\partial d} = \int_{V_e} [B]^T D B dV d - f = 0 \quad (1.22)$$

Les relations précédentes réécrites :

$$\int_{V_e} [B]^T D B dV d = f \quad (1.23)$$

$$K^e = \int_{V_e} [B]^T D B dV \quad (1.24)$$

[K] : La matrice de rigidité élémentaire.

[B] : La matrice reliant les déformations aux déplacements des nœuds et de l'élément.

dV : élément de volume

[D] : Matrice de propriétés des matériaux

### ✓ Fonctions d'interpolations

Les fonctions de forme ou fonctions d'interpolation sont les fonctions  $N_i$  qui relient les déplacements d'un point quelconque intérieur à un élément aux déplacements nodaux  $q_i$

qui sont les degrés de liberté dans le cas de l'approche cinématique : il y a pour un élément autant de fonctions de forme que de degrés de liberté dans l'élément.

$$\vec{u} = [N] \{d\} \quad (1.25)$$

Elles assurent le passage du problème continu au problème discret, la connaissance du déplacement en quelques nœuds discrets permettant de reconstruire le champ de déplacement dans l'élément. Le déplacement en un point quelconque de l'élément est une combinaison linéaire des déplacements nodaux, dont les coefficients sont les valeurs des fonctions de forme en ce point.

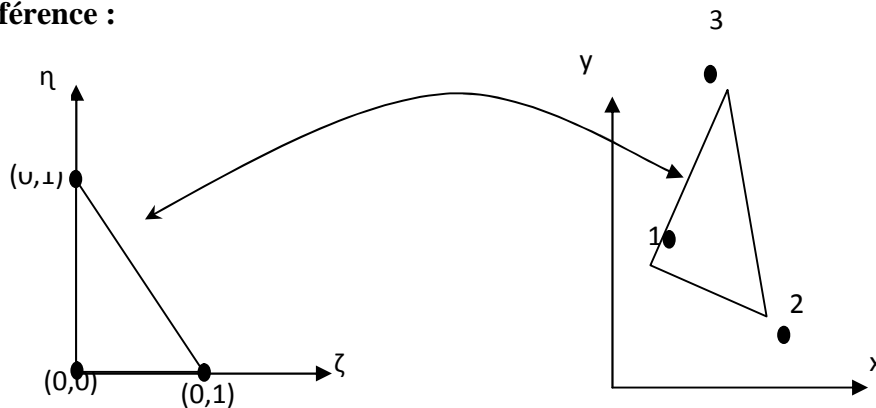
La formulation iso-paramétrique consiste à transformer le cadre du travail de l'élément fini réel de géométrie éventuellement complexe à l'élément de référence de géométrie simple 11

$[-1 \ 1]x[-1 \ 1] \times [-1 \ 1]$ . Ce qui facilite également, le calcul de la matrice de rigidité élémentaire par intégration numérique. Un élément est dit iso-paramétrique si on prend les mêmes fonctions d'interpolation pour le déplacement et la géométrie. Ceci implique que les nœuds géométriques soient confondus avec les nœuds d'interpolation.

$$x = \sum N_i x_i \tag{1.26}$$

$$y = \sum N_i y_i$$

✓ **Passage du système de coordonnées de l'élément réel à celui de l'élément de référence :**



**fig. 1.9** Élément de référence et élément réel.

La figure 1.9 présente une bijection entre élément réel (à droite) et l'élément parent (à gauche) en utilisant le concept d'élément iso paramétrique, les variables et la géométrie sont approximées de la même façon et donc pour la géométrie de l'élément réel on a :

$$x = \sum_{i=1}^{inel} N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{inel} N_i y_i \tag{1.27}$$

Utilisons la dérivation en chaîne pour calculer les dérivées en  $\zeta$  d'une fonction à partir de ces dérivées en  $x$  :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

Notée :

$$\{\partial_{\xi}\} = [J] \{\partial_x\} \quad (1.28)$$

Où

$[J]$  est la matrice Jacobéenne de la transformation géométrique.

$$\{\partial_x\} = [J]^{-1} \{\partial_{\xi}\} \quad (1.29)$$

Notons que  $[j] = [J]^{-1}$ . (Inversible)

Alors les dérivées cartésiennes des fonctions d'interpolations deviennent sur l'élément de référence:

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} j_{11} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} j_{12}, \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} j_{21} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} j_{22} \quad (1.30)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{iel} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} j_{11} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} j_{12} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \xi} j_{21} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} j_{22} \end{bmatrix} \{U_i^e\} = [B] \{U_i^e\} \quad (1.31)$$

Enfin la matrice de rigidité élémentaire  $[K^e]$  s'écrit :

$$K^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det(J) d\xi d\eta \quad (1.32)$$

### ✓ Intégration numérique

Il est clair que pour résoudre le système  $[K]\{U\}=\{F\}$  il y a des intégrations à faire. Si on utilise un ordinateur pour déterminer les solutions du système, il faut faire des intégrations numériques, car seuls les codes de calcul formel font des intégrations exactes.

Nous allons voir ici la méthode d'intégration numérique de Gauss.

### Le principe de la méthode de Gauss :

La méthode de Gauss est une méthode d'intégration numérique très utilisée dans laquelle les  $r$  coefficients et les  $r$  abscisses  $\xi_i$  sont déterminés de manière à intégrer exactement des polynômes d'ordre  $m \leq 2r - 1$ .

On observe qu'avec seulement deux points on intègre exactement un polynôme de degré 3.

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\nu = \sum_i \sum_j \sum_k w_i w_j w_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (1.33)$$

Assemblage :

L'assemblage est l'opération qui consiste à construire la matrice de rigidité globale  $[K]$  par sommation, et le vecteur global des sollicitations  $\{F\}$  à partir des matrices élémentaires  $[K^e]$  et des vecteurs élémentaires.

### Introduction des conditions aux limites :

La matrice de rigidité globale ainsi obtenue est, en fait, singulière du fait de la non prise en compte des C.L.

Il existe plusieurs méthode parmi les quelles la méthode de pénalisation décrite comme suit :

### Méthode de pénalisation :

La matrice  $[K]$  est assemblée sans tenir compte des conditions aux limites, puis chaque relation  $U_i = \bar{U}_i$  est introduite en remplaçant :

$$* K_{i,i} \text{ par } K_{i,i} + G \quad \text{et} \quad K_{i,i} + G = \Gamma$$

$$* F_i \text{ par } r \overline{U}_i$$

G : un nombre très grand par rapport à tous les termes  $K_{i,j}$ .

$$\begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1i} & \dots & k_{1n} \\ k_{i1} & \dots & k_{ii} + G & \dots & k_{in} \\ k_{n1} & \dots & k_{ni} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_i \\ U_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ r \overline{U}_i \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (1.34)$$

Donc l'équation s'écrit :

$$r U_i + \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} K_{ij} U_j \right) = r \overline{U}_i$$

Elle admet la solution approchée :

$$U_i \cong \overline{U}_i \quad \text{si} \quad r \overline{U}_i \gg \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n K_{ij} U_j$$

$\overline{U}_i$  : Valeur connue de  $U_i$

Nous avons choisis  $G = 10^{15}$  ceci nous a conduit à une erreur sur  $U_i$  qui est du même ordre que la précision de l'ordinateur utilisé.

Cette méthode est très simple à mettre en œuvre car il suffit de changer les deux termes  $K_{i,i}$  et  $F_i$ , mais elle peut poser des problèmes lorsque la matrice  $[K]$  est mal conditionnée et lorsque certaines composantes de  $\{U_n\}$  sont grandes.

Le système ainsi obtenu devra, donc, être résolu. Les méthodes de résolution sont de deux types :

### - Les méthodes directes

Les méthodes directes conduisent à la solution en un nombre d'opérations connu à priori, on citera par exemple la méthode d'élimination de Gauss qui est constituée de deux étapes à savoir, la triangulation et la résolution du système triangulaire supérieure, et la méthode de Cholevsky.

### - Les Méthodes itératives

Les méthodes itératives conduisent à la solution après une succession d'amélioration d'une solution approchée. On citera par exemple la méthode de Jacobi et la méthode de Gauss – Seidel.

## 1.5 - Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général du type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés des grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels : NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- analyse linéaire ou non d'un système physique continu.
- analyse statique ou dynamique.
- prise en compte de lois de comportement complexes.
- prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement. . . ) pouvant être couplés .
- Problèmes d'optimisation, etc.

L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimale.

### 1.5.1 Définition du logiciel ADINA:

Le logiciel ADINA est un programme d'éléments finis pour la simulation des phénomènes fortement non-linéaires et multi physiques. ADINA, cette abréviation composée des lettres

significatives ordonnées ( A : Automatic ; D : Dynamic; I : Incremental; N : Nonlinear; A : Analysis), est un programme d'éléments finis pour la simulation des phénomènes physiques.

### **Organigramme d'un logiciel éléments finis**

Tout logiciel de calcul par la méthode des éléments finis contient les étapes caractéristiques ou blocs fonctionnels décrits sur la figure 1.10

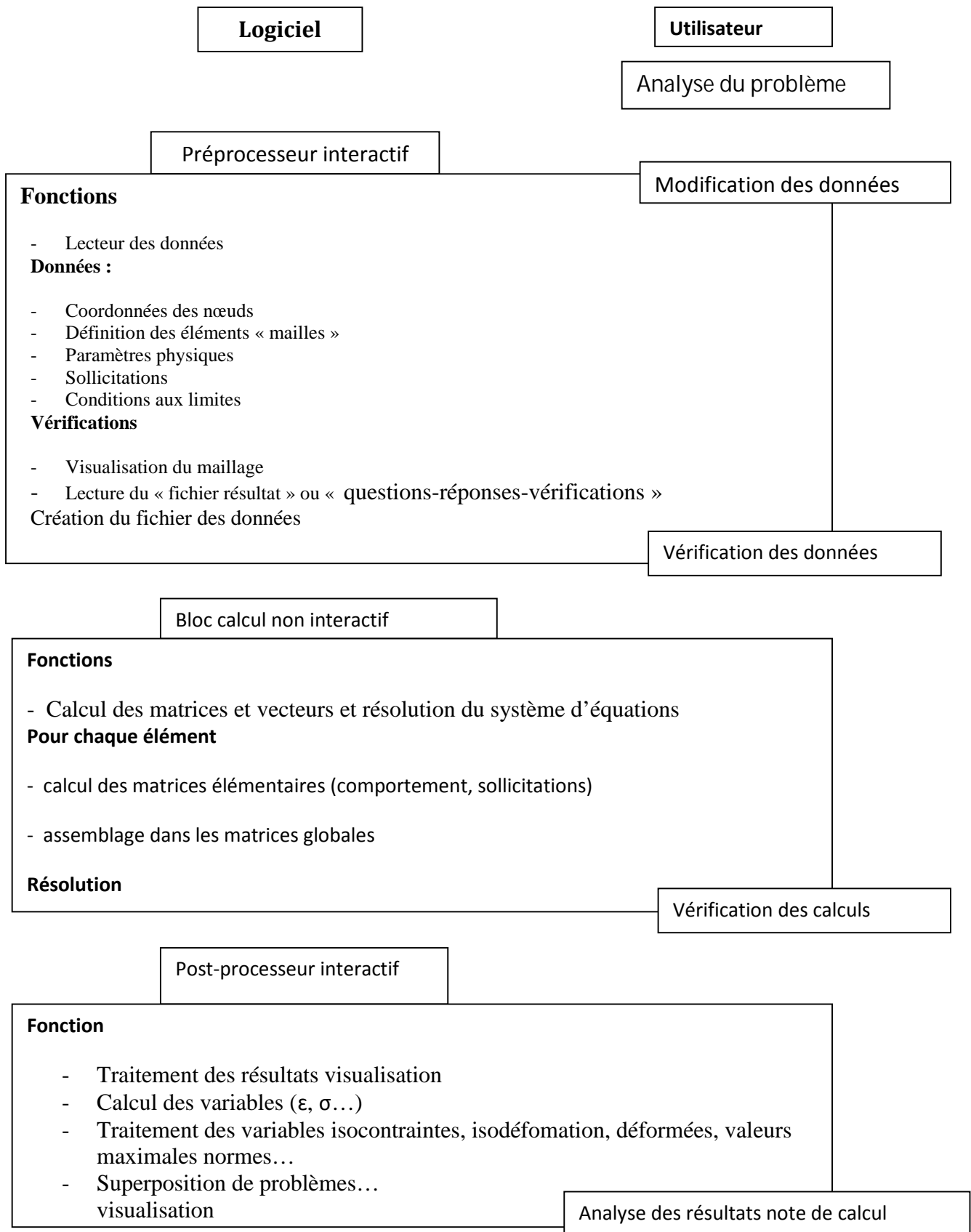


Figure1.10 organigramme d'un logiciel éléments finis

## 2. Analyse numérique du comportement thermique de l'enrobage en béton autour des barres de PRF en région froide.

### 2.1 Introduction

Le modèle numérique est établi à l'aide de la méthode des éléments finis, en utilisant le logiciel ADINA, afin d'étudier le comportement non linéaire des poutres prismatiques en béton armé de deux barres en PRF de verre (PRFV) soumises à des variations de température  $T$ . Cette étude permet d'analyser les contraintes et les déformations thermiques dans le béton et les barres en PRF des poutres sous variation de température ( $T$ ) allant de 0 à  $-50^{\circ}\text{C}$  en variant le rapport d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF ( $c/d_b$ ) et l'espacement entre les barres en PRFV ( $e$ ). Aussi il permet d'évaluer la charge thermique produisant la première fissure circonférentielle dans le béton à l'interface de l'armature/béton ( $T_{cr}$ ) et la profondeur des fissures circonférentielles propagées de l'interface à travers l'enrobage de béton ( $l_{cr}$ ).

### 2.2 Description des poutres :

Trois différentes sections rectangulaires ( $b_1 \times h$ ) des poutres en béton ont été utilisées à savoir: 76 x 100; 100 x 125 et 100 mm x 150 mm. La longueur des poutres a été de 380 mm. 6 poutres ont été renforcées avec deux barres en PRFV avec des rapports de l'espacement entre barres dans le béton au diamètre de la barre en PRF  $e/d_b$  varie de 1,3 à 3,3 (les détails des poutres sont présentes dans le tableau 2.1 et la figure 2.1).

**Tableau 2.1** Caractéristiques géométriques des poutres en béton armé de deux barres en PRF.

N° Poutre	Largeur de poutre b(mm)	Hauteur de poutre H(mm)	Diamètre de barre $d_b$ (mm)	Enrobage du barre $c_1$ (mm)	Enrobage du barre $c_2$ (mm)	L'espace entre les barres e (mm)	$c_1/d_b$	$c_2/d_b$	$e/d_b$
P.#10.20/30	76	100	9.5	20	30	31	2.1	3.2	3.3
P.#10.25/25	76	100	9.5	25	25	31	2.6	2.6	3.3
P.#13.20/25	76	100	12.7	20	25	29.6	1.6	2.0	2.3
P.#16.20/20	76	100	15.9	20	20	28.2	1.3	1.3	1.8
P.#19.20/35	100	125	19.1	20	35	31.8	1.0	1.8	1.7
P.#25.30/35	100	150	25.4	30	35	34.2	1.2	1.4	1.3

L'identification des poutres indique la forme (P = Prismatique), suivie par le diamètre des barres en PRFV ensuite l'épaisseur d'enrobage de béton pour la première barre et l'épaisseur d'enrobage de béton pour la deuxième barre de PRFV.

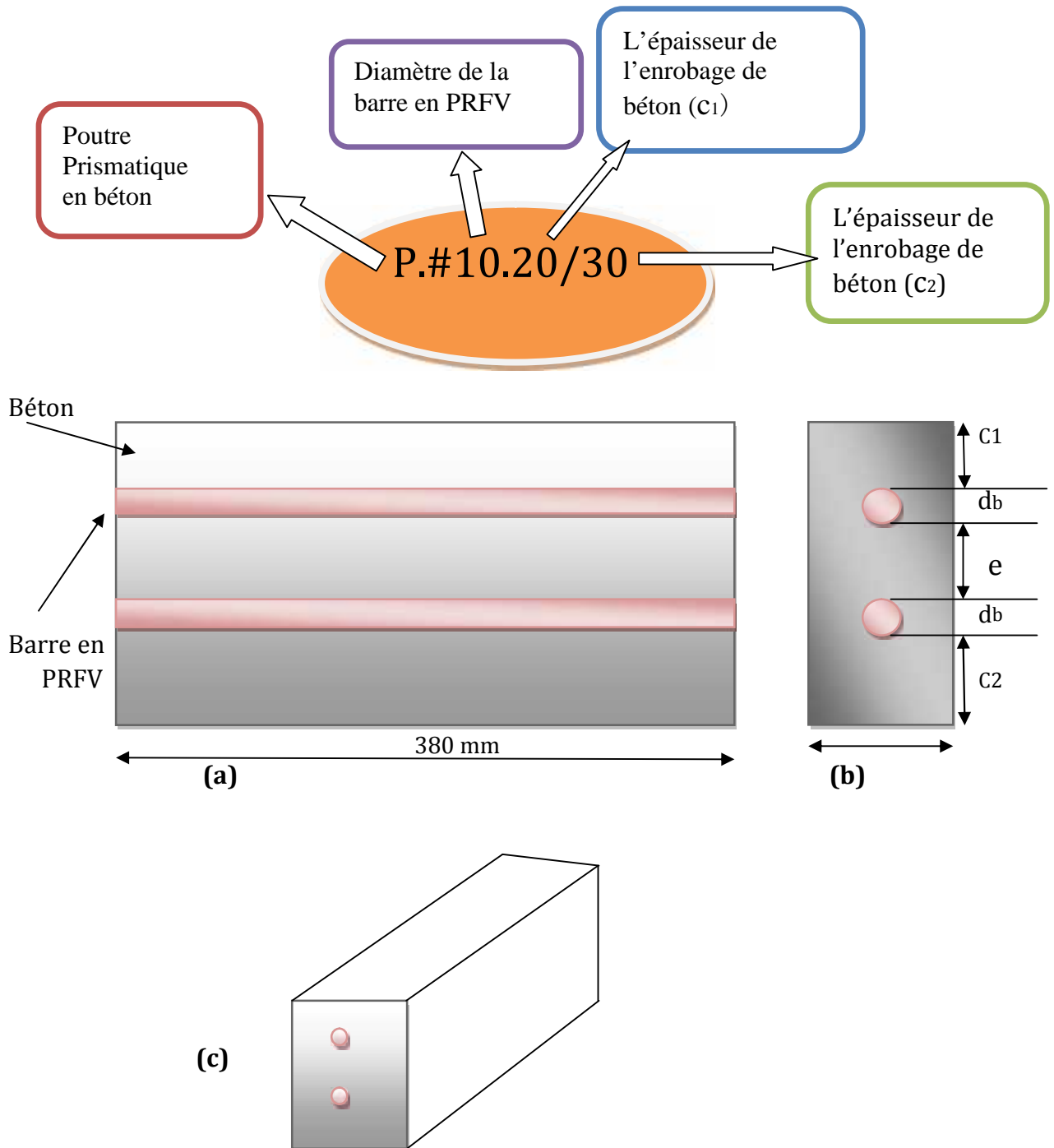


Figure 2.1 : (a) Coupe en longue de la poutre P.#10.20/30, (b) Coupe en travers de la poutre P.#10.20/30, (c) Vue en perspective de la poutre.

## 2.3 Propriétés des matériaux :

### 2.3.1 Béton

Le béton utilisé dans cette étude est de résistance à la compression de 40 MPa déterminée expérimentalement par Zaidi (2006). Les caractéristiques physiques et mécaniques du béton utilisé sont reportées au tableau 2.2. La figure 2.2 présente le diagramme de contrainte-déformation du béton.

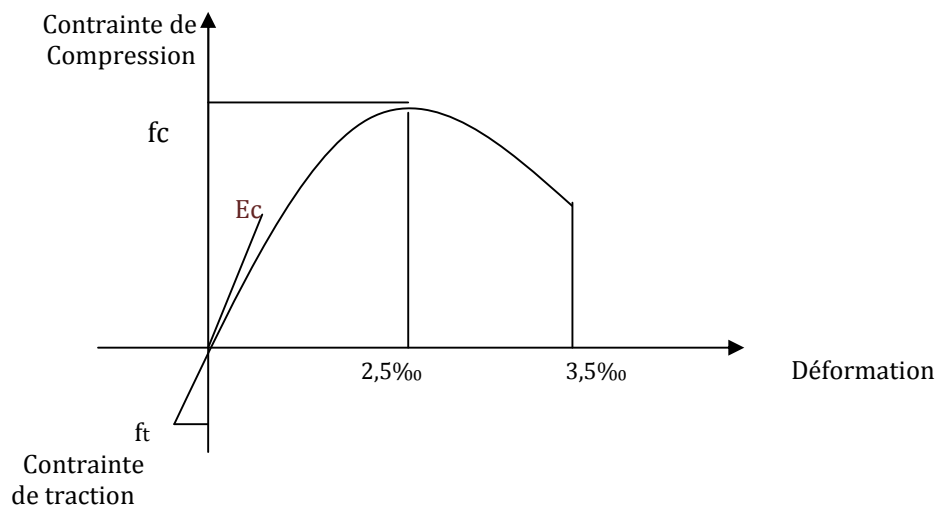


Figure 2.2: Diagramme de contrainte-déformation du béton.

Tableau 2.2 Propriétés du béton

$f_{c28}$ [MPa]	$f_{ct28}$ [MPa]	$E_c$ [MPa]	$\nu_c$	$\alpha_c$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	Densité $\rho_s$ [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]
40	4,1	28000	0,17	$1,16 \cdot 10^{-5}$	2,4

### 2.3.2 Armatures en PRFV

Les propriétés mécaniques en traction des barres en PRFV ont été déterminées expérimentalement en utilisant les recommandations du guide ACI 440.3R-04. La résistance à la traction ultime  $f_{tu}$ , le module d'élasticité longitudinal  $E_l$  et la déformation ultime sont présentés dans le Tableau 2.3. Le coefficient de Poisson longitudinal  $\nu_{lt}$  a été aussi déterminé expérimentalement, sa valeur a été trouvée égale à  $0,28 \pm 0,02$ . Le module d'élasticité transversal  $E_t$  et le coefficient de Poisson transversal  $\nu_{tt}$ , ont été trouvées égales à 7,1 GPa et 0,38 respectivement[ZAIDI, MASMOUDI 2013].

**Tableau 2.3 Propriétés mécaniques des barres en PRFV V-ROD.**

Désignation de barres	Diamètre de barre, $d_b$ [mm]	Résistance ultime à la traction*, $f_{tu}$ [MPa]	Module d'élasticité longitudinal*, $E_l$ [GPa]	Déformation Ultime en traction (%)
N°.10	9,5	$627 \pm 22$	$42 \pm 1$	$1,8 \pm 0,2$
N°.13	12,7	$617 \pm 16$	$42 \pm 1$	$1,5 \pm 0,2$
N°.16	15,9	$535 \pm 9$	$42 \pm 1$	$1,4 \pm 0,2$
N°.19	19,1	$600 \pm 15$	$40 \pm 1$	$1,5 \pm 0,2$
N°.25	25,4	N/a	N/a	N/a

## 2.4 Analyse numérique non linéaire des pressions thermiques établie à l'aide du logiciel ADINA\_

### 2.4.1 Etapes de modélisation des poutres

#### a) Géométrie et coordonnées des points de la section de la poutre modélisée

Vue la symétrie de la section de la poutre prismatique par rapport à l'axe oz (voir figure 2.1), l'étude peut être effectuée uniquement pour la moitié de la section. A titre d'exemple les coordonnées des points de la section de la poutre P. #10.20/30 sont données par le Tableau 2.4 et la Figure 2.3.

**Tableau 2.4 : Coordonnées des points de l'élément modélisé pour une poutre renforcée de deux barres en PRFV P. #10.20/30**

Point	X2 « Y »	X3 « z »
1	38	100
2	0	100
3	0	0
4	38	0
5	0	55
6	38	55
7	0	80
8	0	75.25
9	0	70.5
10	0	39.5
11	0	34.75
12	0	30

**Tableau 2.5: Coordonnées polaires des points intermédiaires de l'élément modélisé pour une poutre renforcée de deux barres en PRFV P. #10.20/30**

Point	X1 $\rho$	X2 $\theta$	X3 z
13	4.75	30	0
14	4.75	-30	0
15	4.75	30	0
16	4.75	-30	0

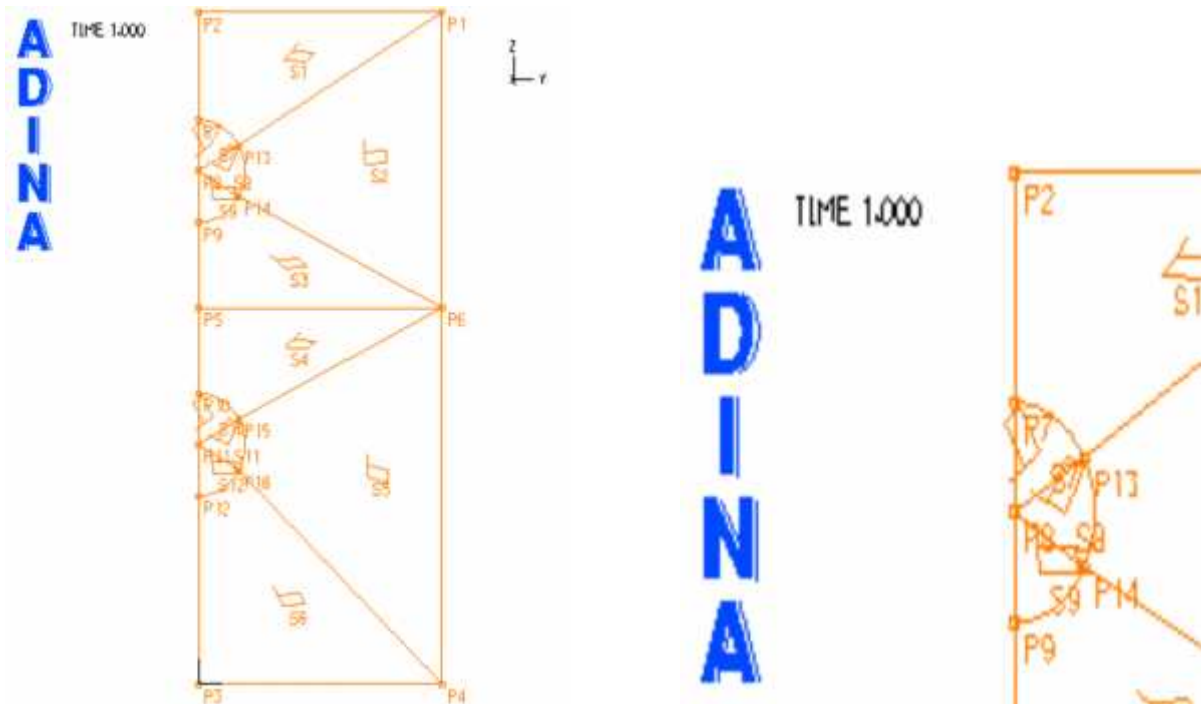


Figure 2.3 Géométrie des éléments et les points considérés

### b) Les conditions aux limites :

L'étude du modèle s'effectue en deux dimensions (2D) car les déformations thermiques transversales dues à l'effet de la compatibilité des déformations axiales sont négligeables. Le nombre de degré de liberté à considérer est égal à 2, donc seulement les déplacements suivants  $u_y$  et  $u_z$  sont considérés (Figure 2.4) :

- à  $z = 0$   $u_z = 0$  et  $u_y \neq 0$
- à  $y = 0$   $u_z \neq 0$  et  $u_y = 0$

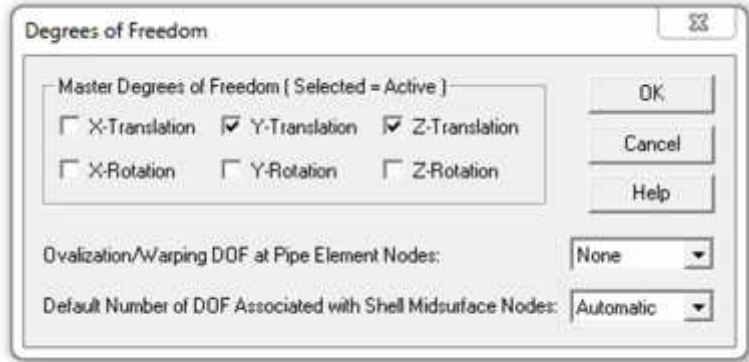
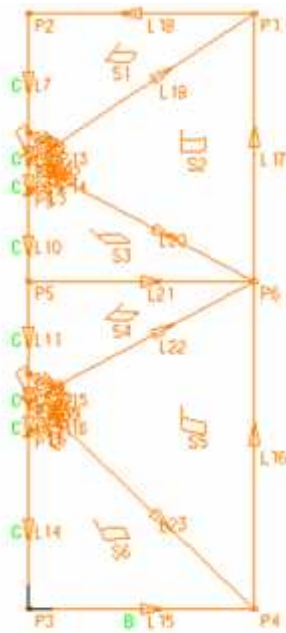


Figure 2.4 Conditions aux limites

**c) Conditions de chargement**

La variation de température  $T$  appliquée statiquement de façon uniforme et homogène sur toutes les surfaces des deux matériaux (béton et armatures en PRFV), diminue de 0 à  $-50^{\circ}\text{C}$  par incrément de  $-5^{\circ}\text{C}$  (Tableau 2.6, Figure 2.5).

**Tableau 2.6 Variation de température pour chaque incrément du temps.**

temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta T (^{\circ}\text{C})$	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45	-50

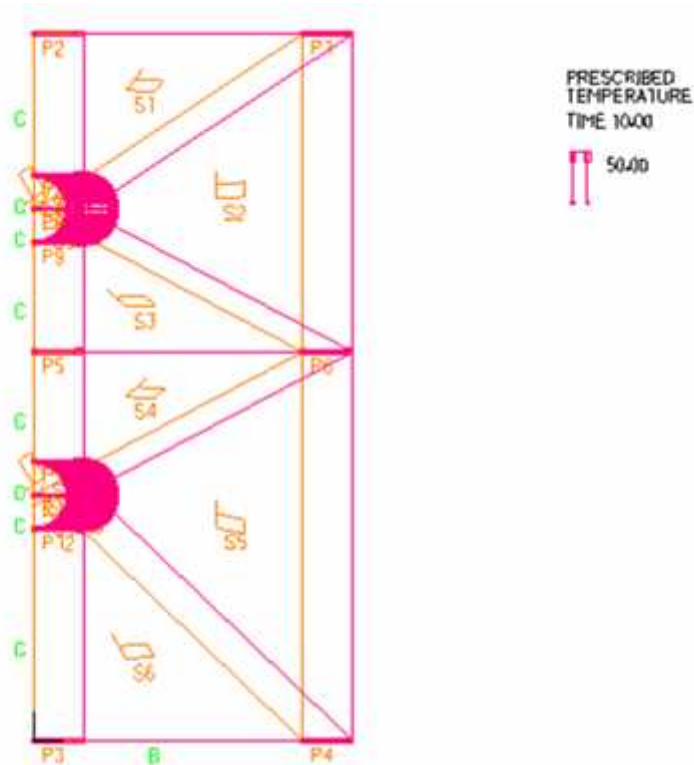


Figure 2.5 Conditions de chargement

#### d) Propriétés des matériaux

Le béton est considéré comme un matériau de comportement non linéaire. La Figure 2.6 montre l'allure de la courbe des contraintes-déformations du béton utilisée dans le programme ADINA. Cependant, les barres en PRF utilisées ont un comportement élastique linéaire.

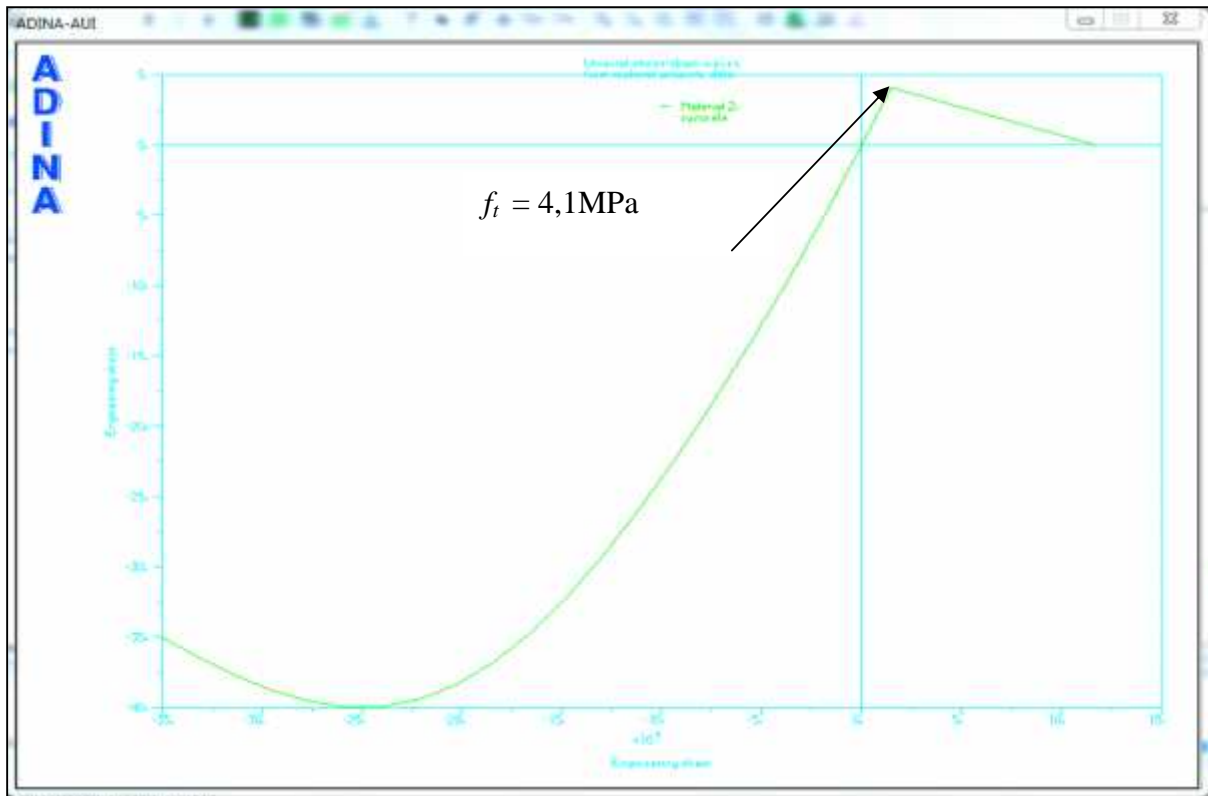


Figure 2.6 Allure de la courbe contraintes-déformations du béton utilisée dans ADINA

#### e) Maillage :

##### ✓ Choix de l'élément du maillage

La figure 2.7 présente un élément triangulaire à 6 nœuds. Le choix de cet élément au logiciel ADINA a pour le but de donner de précision aux résultats de calcul numérique.

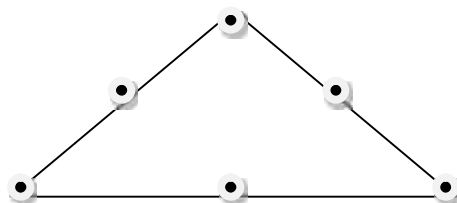
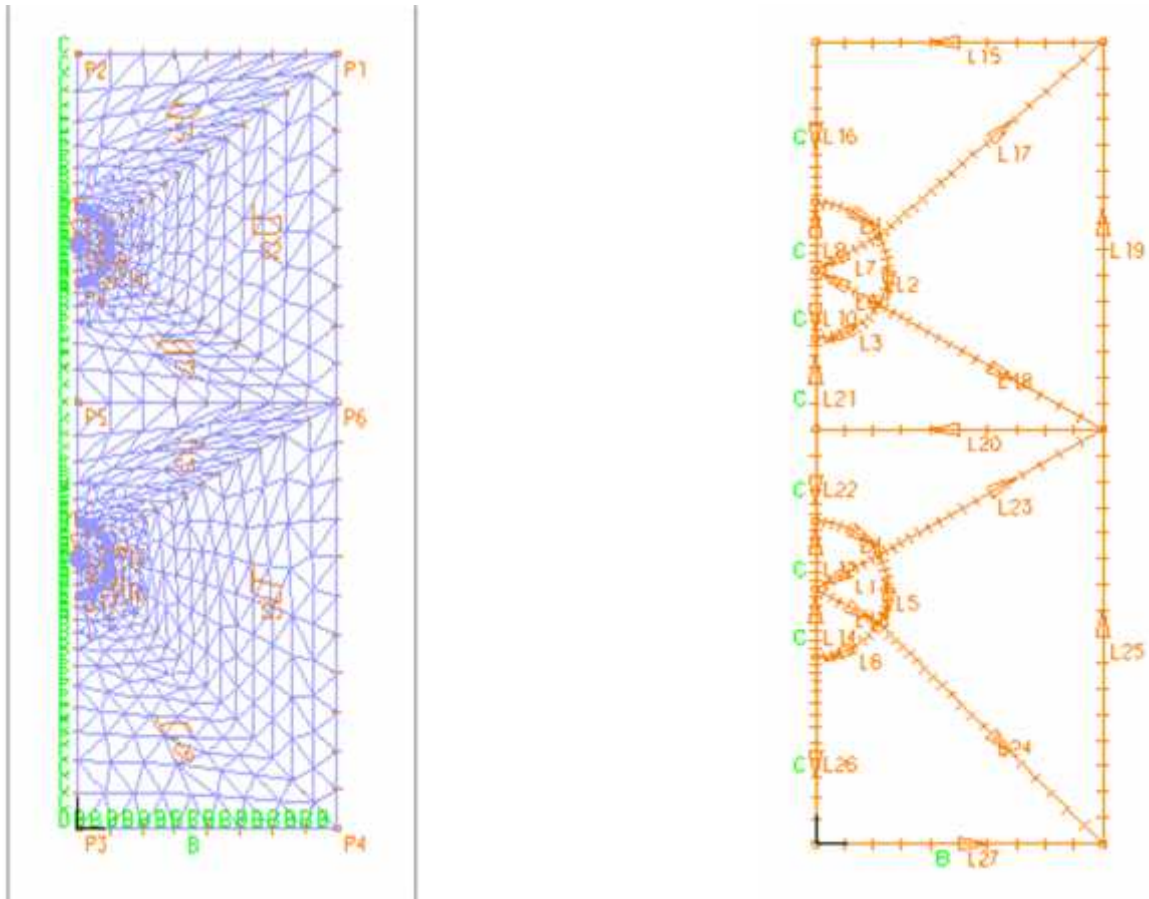


Figure 2.7 Élément triangulaire à 6 nœuds



Eléments  
triangulaires à 6  
nœuds

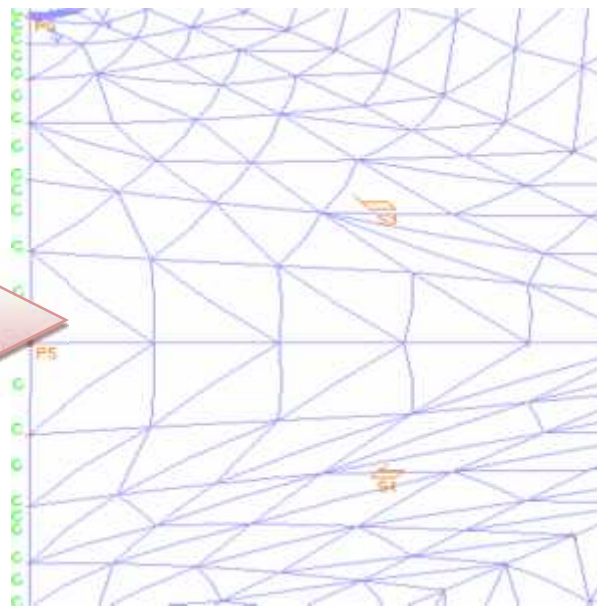


Figure 2.8 Éléments triangulaires de maillage du la section de poutre typique

**f) Execution et calcul par logiciel ADINA :**

La figure 2.9 montre l'exécution de logiciel ADINA pour les différentes variations de température ( $\Delta T$ ).

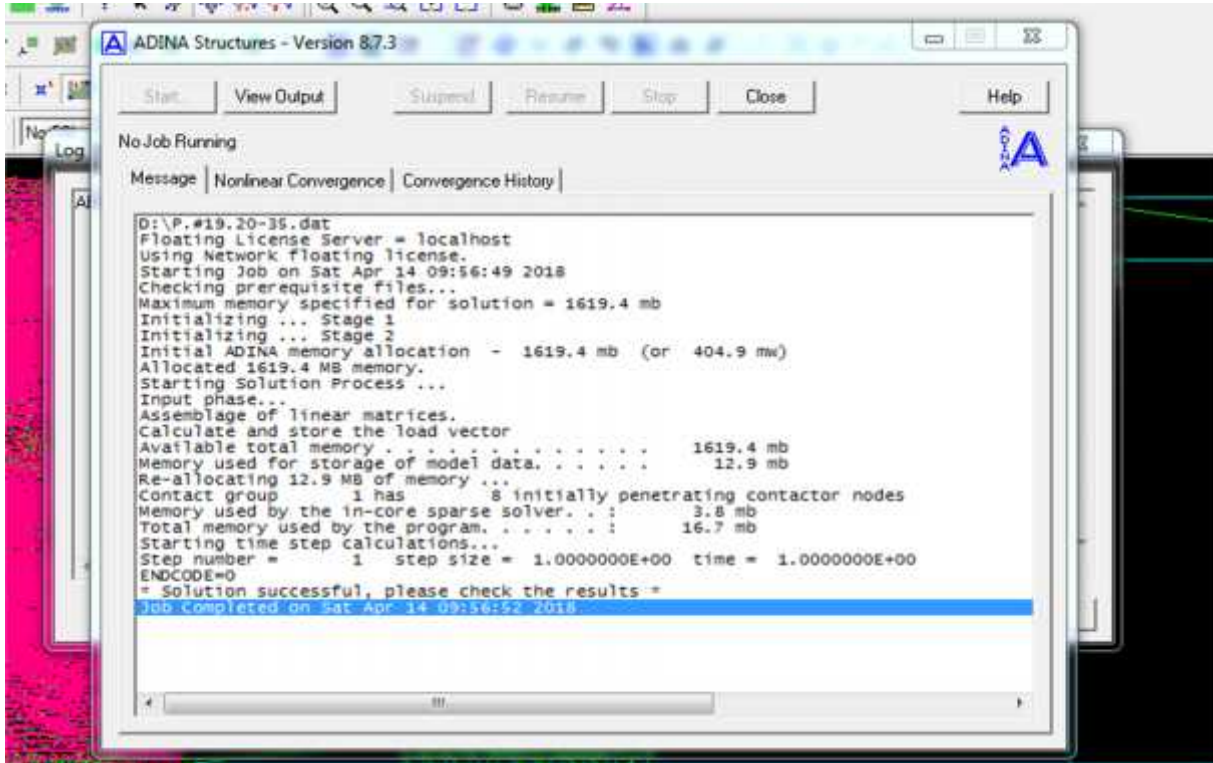


Figure 2.9 Execution et calcul

**2.5 Analyse des résultats numériques**

**2.5.1 Etude des contraintes thermiques**

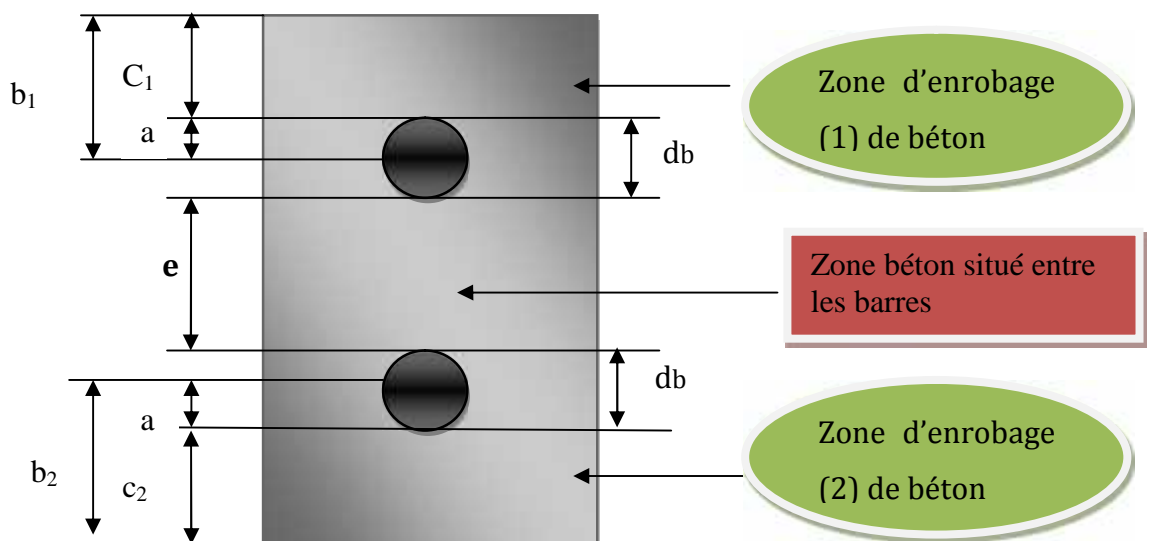
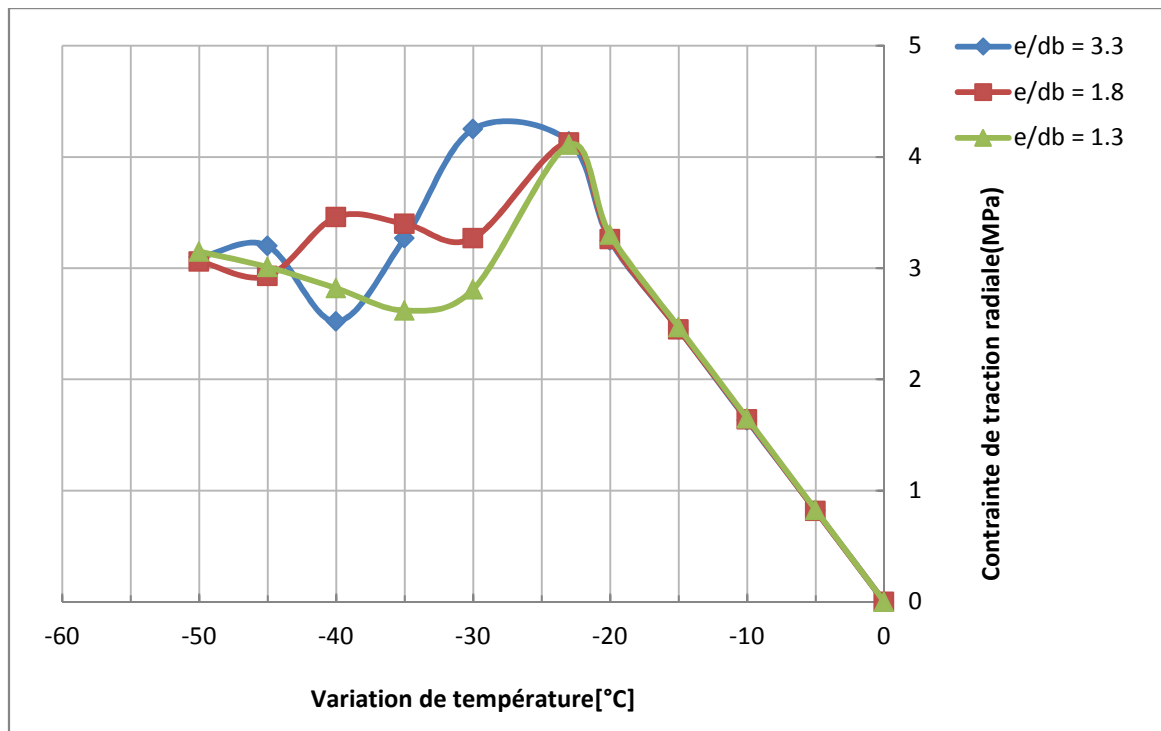


Figure 2.10 Géométrie de poutre en béton armé de deux barres d'armatures en PRF de verre.

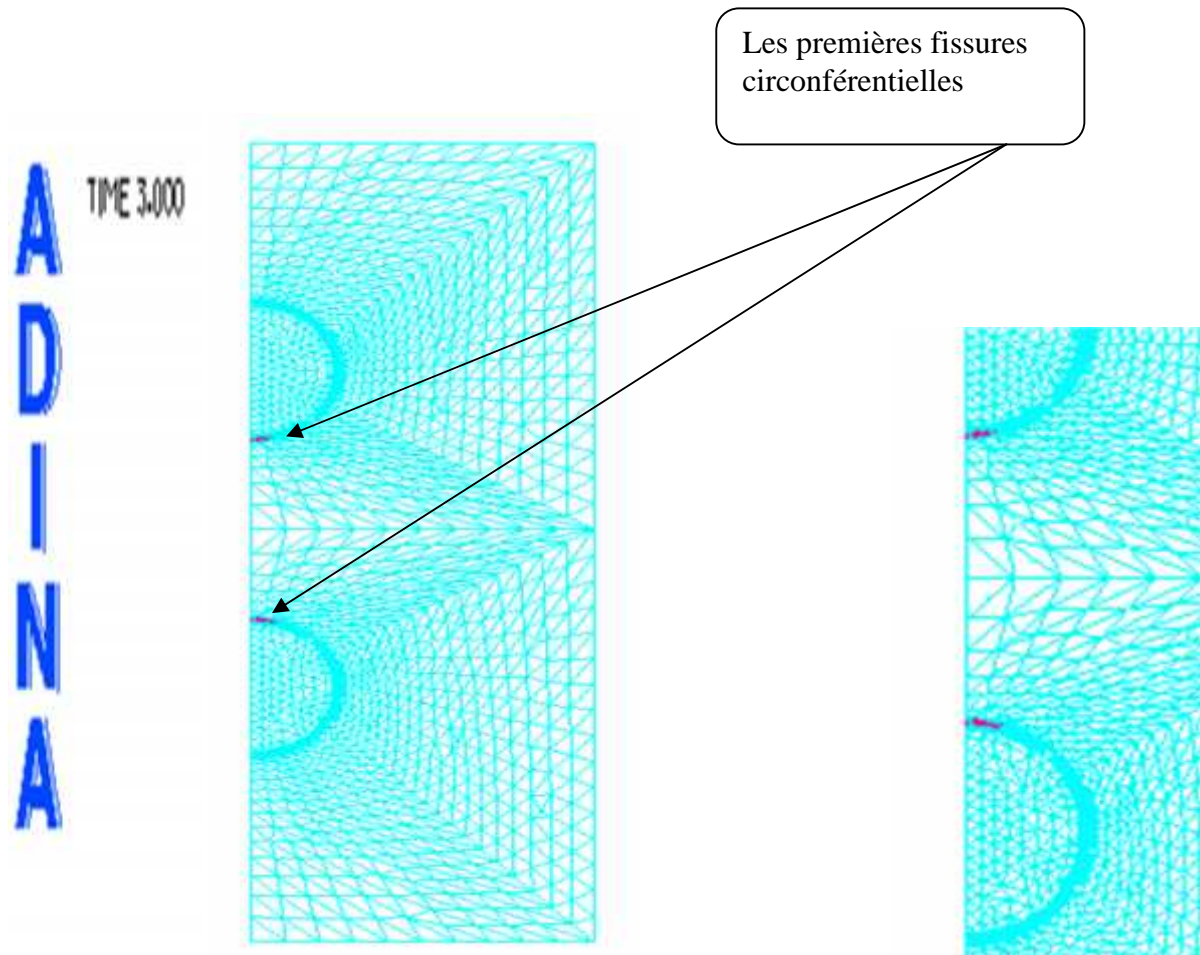
La Figure 2.11 présente les courbes des contraintes de traction radiale du béton situé entre les deux barres en fonction de la basse température ( $T$  variant de 0 à  $-50^{\circ}\text{C}$ ) à l'interface armature/béton des poutres en béton armé de deux barres en PRFV pour des rapports d'espacement entre les barres au diamètre de la barres en PRF  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3 et des rapports d'enrobage de béton au diamètre de la barre en PRF  $c/d_b$  égale 1.2 à 3.2. D'après ces figures on remarque que les courbes de contraintes sont presque linéaire jusqu'à l'apparition des premières fissures circonférentielles dans le béton à l'interface des barres à une variation de température  $T_{cr}$  autour de  $-21^{\circ}\text{C}$  pour  $e/d_b$  égale 1.3 à 3.3, à partir de laquelle la contrainte de traction radiale diminue brusquement et les courbes de contraintes deviennent non-linéaire. Il est à souligner que la première fissure circonférentielle est apparu dans le béton situé entre les deux barres à l'interface armature/béton lorsque la contrainte de traction radiale du béton atteint la résistance à la traction du béton  $f_{ct} = 4.1 \text{ MPa}$ .

La figure montre que le rapport  $e/d_b$  n'a aucun effet sur les contraintes de traction radiale avant la fissuration du béton.

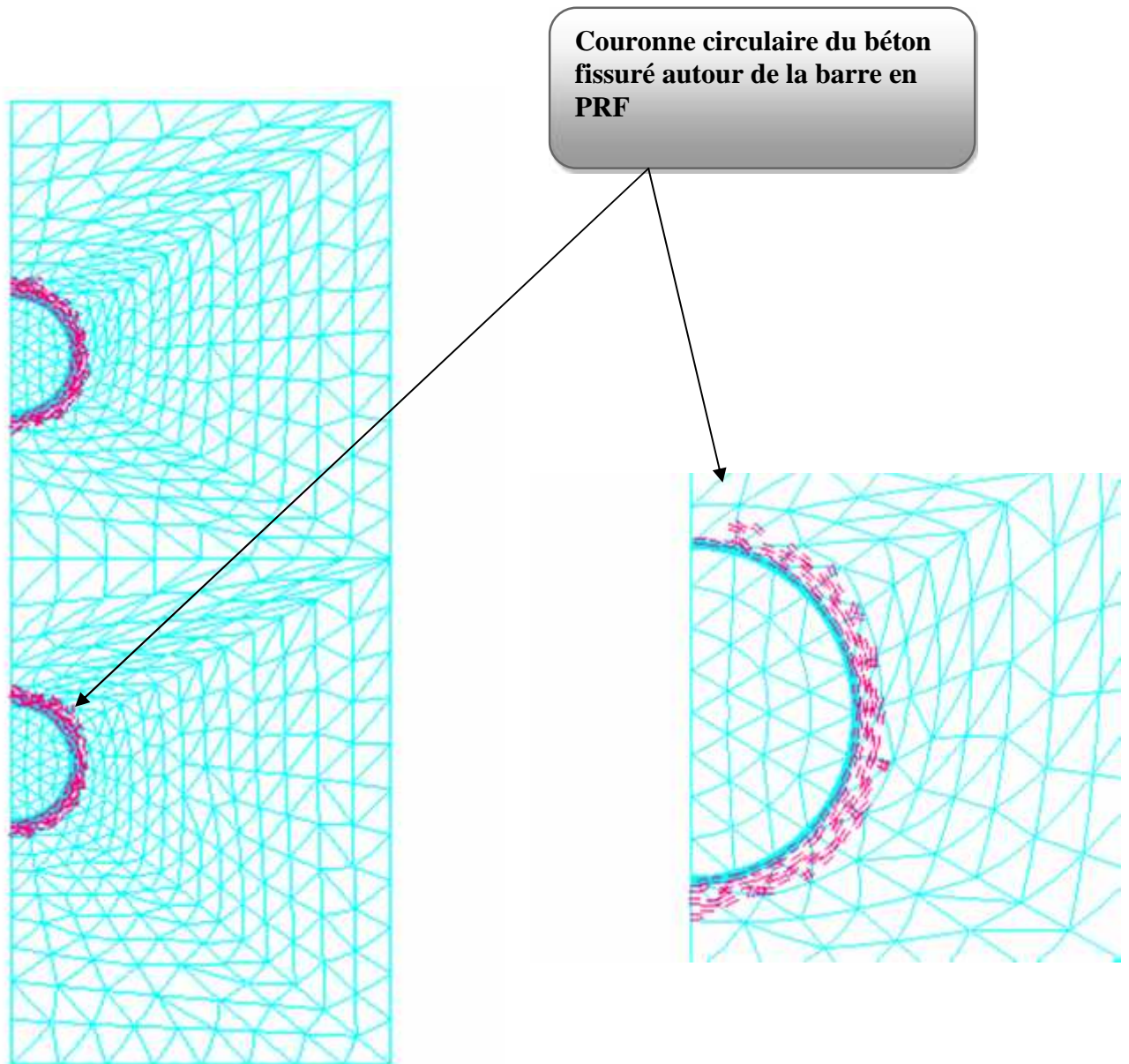


**Figure 2.11** Contrainte de traction radiale numérique du béton situé entre les barres en fonction de la variation de température à l'interface armature 1 en PRF/béton pour différents rapports  $e/d_b$  (Comportement non linéaire des poutres prismatiques en béton).

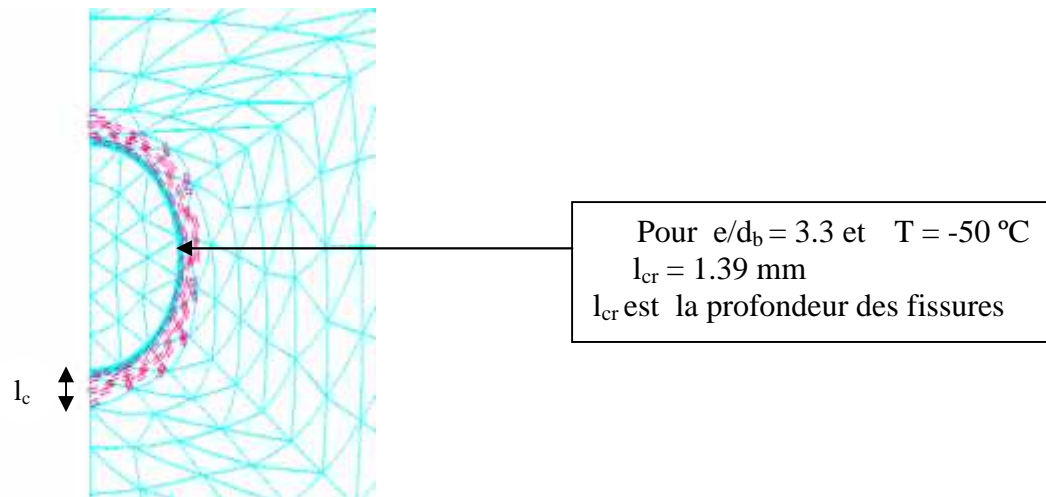
Les Figures 2.12 et 2.13 montrent respectivement l'apparition des premières fissures circonférentielle dans le béton à l'interface armature /béton et la formation des couronnes de béton fissuré autour des barres de PRF pour la poutre typique P.#13.20/25 du rapport  $e/d_b = 2.3$ . Il est à noter que les fissures circonférentielle n'atteignent pas la surface de l'enrobage de béton ni la ligne médiane du béton situé entre les barres et ceci jusqu'à  $T = -50\text{ °C}$  (on signale que l'incrément de température utilisé entre  $-20\text{ °C}$  et  $-25\text{ °C}$  est de  $-1\text{ °C}$ ), comme le montre le tableau 3.7 ou la profondeur maximale des fissures ne dépasse pas  $1.9\text{ mm}$



**Figure 2.12** Apparition des premières fissures circonférentielles dans le béton situé entre les deux barres à l'interface armature/béton à la variation de température  $T_{cr} = -23\text{ °C}$  (Poutre P.#13.20/25 ayant  $e/d_b = 2.3$ )



**Figure 2.13 À  $T = -25^{\circ}\text{C}$  une couronne circulaire en béton fissuré formée autour des barres en PRF de la poutre P.#13.20/25.**



**Figure 2.14** Profondeur des fissures circonférentielles ( $l_{cr}$ ) à l'interface armature en PRF/béton en fonction de  $e/d_b$  et  $T$ .

**Tableau 2.7** Profondeur des fissures circonférentielles dans le béton mesuré à l'interface armature en PRF/béton en fonction de  $e/d_b$  à  $T=-50$ .

Echantillons	$e/d_b$	Profondeur des fissures circonférentielles $l_{cr}$ (mm) à $T = -50\text{ °C}$ .
P.#10.20/30	3.3	1,39
P.#10.25/25	3.3	1,48
P.#13.20/25	2.3	1 .52
P.#16.20/20	1.8	1.57
P.#19.20/35	1.7	1 .62
P.#25.30 /35	1.3	1.85

### 2.5.2 Etude des déformations thermiques :

La Figure 2.15 présente les courbes de déformations thermique transversale du béton situé entre les barres à l'interface armature/béton des poutres en béton armé de deux barres en PRF ayant des rapports  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3 et  $c/d_b$  variant de 1.2 à 3.2. De cette figure on remarque que les courbes de déformations sont linéaires jusqu'à des variations de températures  $T$  autour de  $-21\text{ °C}$  à partir desquelles les courbes de déformations augmentent (en valeur absolue) et prennent une allure parabolique à cause de la formation de la couronne de fissures circonférentielles dans le béton à l'interface armature /béton .

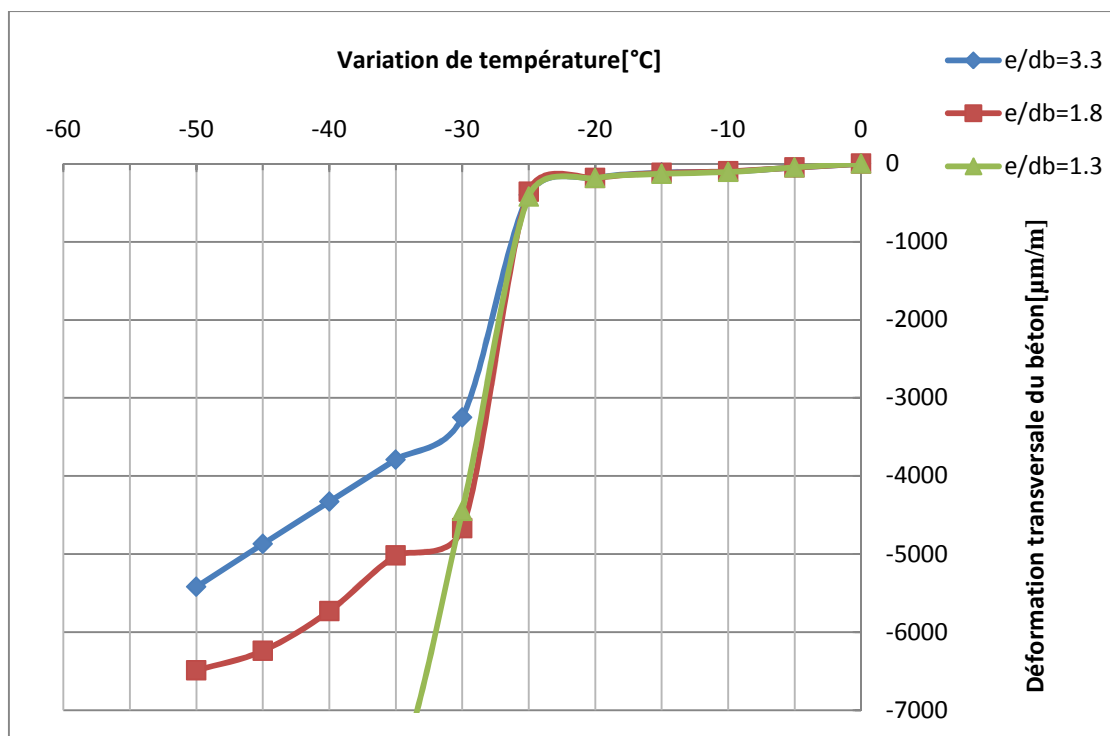


Figure 2.15 Déformation transversale du béton situé entre les deux barres à l'interface armature en PRF/béton pour différents rapports  $e/d_b$

## 2.4 Charges thermiques de fissuration :

**Tableau 2.8 Charges thermiques critiques (  $T_{cr}$ ) produisant la première fissure circonférentielle à l'interface armature1 de béton situé entre les deux barres**

Echantillons	$e/d_b$	$T_{cr}$ (°C)
P.#25.30/35	1.3	-19
P.#19.20/35	1.7	-20
P.#16.20/20	1.8	-21
P.#13.20/25	2.3	-23
P.#10.25/25	3.3	-23

**Tableau 2.9 Charges thermiques critiques (  $T_{cr}$ ) produisant la première fissure circonférentielle à l'interface armature1 de l'enrobage de béton  $c_2$**

Echantillons	$c_2/d_b$	$T_{cr}$ (°C)
P.#16.20/20	1.3	-21
P.#25.30/35	1.4	-21
P.#19.20/35	1.8	-22
P.#13.20/25	2.0	-24
P.#10.25/25	2.6	-24
P.#10.20/30	3.2	-24

### 3.1 Comportement thermique du béton avant fissuration

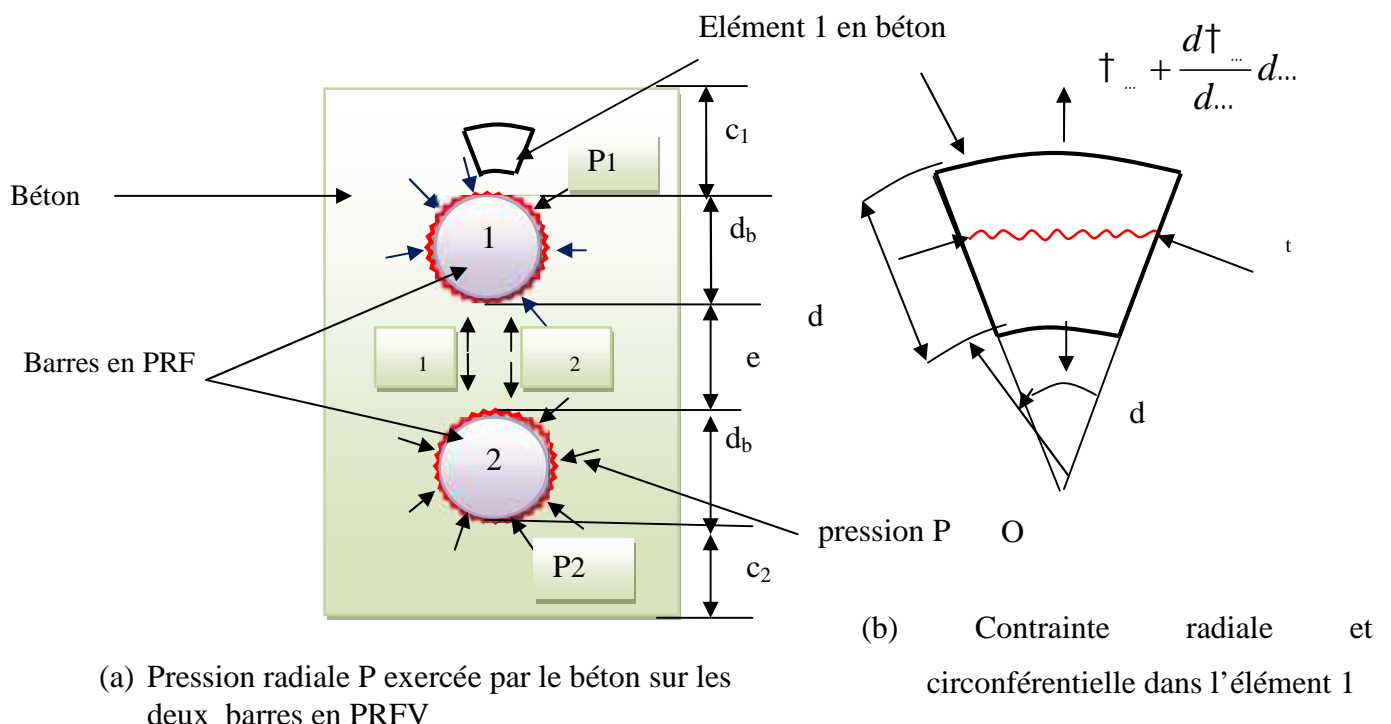
La différence entre les coefficients d'expansion thermique transversale des barres en PRF et du béton dans les structures en béton armé engendre une pression radiale  $P$  à l'interface armature/béton sous basses températures comme le montre la Figure 3.1(a). Cette pression produit des contraintes de traction radiales qui peuvent causer des fissures circonférentielles dans le béton.

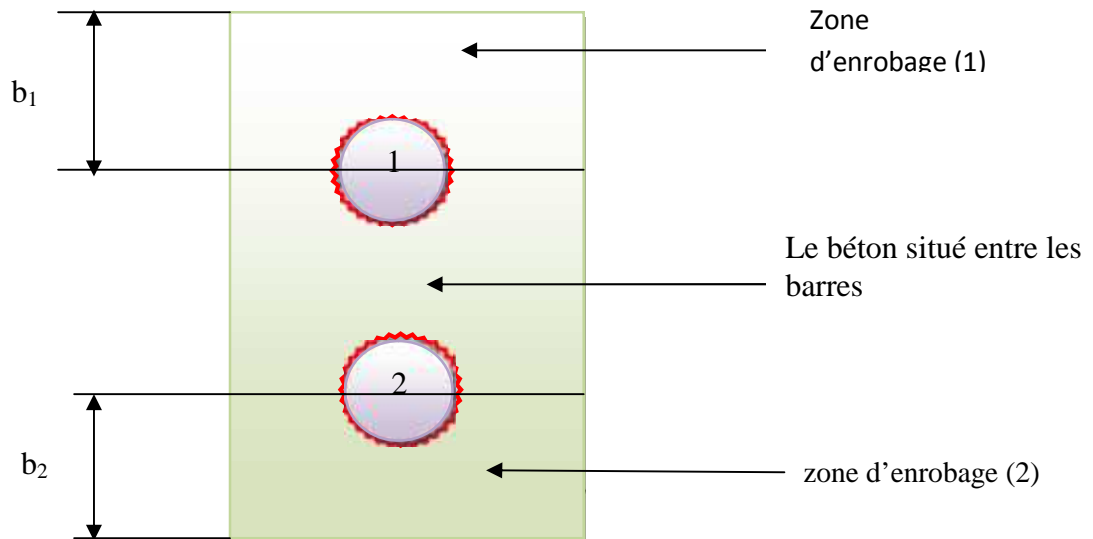
Le modèle analytique est établi pour évaluer les contraintes et les déformations thermiques dans une poutre prismatique en béton armé de deux barres en PRF sous une variation de température  $T$ .

Le modèle étudié est basé sur les hypothèses suivantes :

- ✓ Une adhérence parfaite entre le béton et la barre en PRF.
- ✓ La barre en PRF et le béton présentent un comportement élastique linéaire.
- ✓ La section de la poutre prismatique reste plane après déformations thermiques.

Absence des armatures transversales afin d'évaluer uniquement la contribution de l'enrobage du béton pour soutenir les contraintes de traction due à la variation de température. [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]





(c) Description des zones d'enrobage de béton et le béton situé entre les barres en PRFV

**Figure 3.1 Section d'une poutre prismatique en béton armé de deux barres en PRF**

### 3.1.1 Contraintes dans le béton dues à la pression radiale P

La déformation de la poutre prismatique en béton sous la pression radiale externe  $P$  exercée par le béton sur la barre en PRF se compose d'un déplacement radial variable le long du rayon de surface cylindrique et un déplacement circonférentiel constant le long du périmètre de rayon de cette surface

Si  $u$  est le déplacement radial de la surface cylindrique de rayon  $d$ , alors  $u + \frac{du}{d}d$  est le

déplacement radial de la surface cylindrique de rayon  $d + d$ . La déformation radiale  $\varepsilon_r$  et la déformation circonférentielle  $\varepsilon_t$ , dans un élément du béton situé à un rayon  $r$  mesuré à partir du centre de gravité de la barre en PRFV ancrée dans le béton, Figure 3.1(b), sont comme suit:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} \quad (3.2)$$

Les expressions de la contrainte radiale  $\sigma_r$  et de la contrainte circonférentielle  $\sigma_t$ , en fonction des déformations de l'élément considéré, déterminées par la théorie d'élasticité [TIMOSHENKO et GOODIER, 1970] pour les cylindres creux sous pression hydrostatique externe  $P$  en considérant la solution en contraintes planes, sont données par : [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]

$$\sigma_r = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} (\nu_{\dots} + \nu_c \nu_t) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[ \frac{du}{d\dots} + \nu_c \frac{u}{\dots} \right] \quad (3.3)$$

$$\sigma_t = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} (\nu_t + \nu_c \nu_{\dots}) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[ \frac{u}{\dots} + \nu_c \frac{du}{d\dots} \right] \quad (3.4)$$

Où  $E_c$  est le module d'élasticité du béton et  $\nu_c$  est le coefficient de Poisson du béton.

L'équation d'équilibre du même élément du cylindre est déterminée en faisant la somme des forces suivant la direction de la bissectrice de l'angle  $45^\circ$  ; on obtient :

$$\sigma_r \dots d\zeta + 2\sigma_t \dots \frac{d\zeta}{2} - \left( \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{d\dots} \dots \right) (\dots + d\dots) d\zeta = 0 \quad (3.5)$$

Négligeant les termes de second ordre, l'équation 3.5 devient :

$$\frac{d\sigma_r}{d\dots} + \frac{\sigma_r}{\dots} + \sigma_t = 0 \quad (3.6)$$

Remplaçant les expressions de  $\sigma_r$  et  $\sigma_t$  (équations 3.3 et 3.4) dans l'équation 3.6, on obtient l'équation d'équilibre en terme de déplacement.

$$\frac{d^2 u}{d\dots^2} + \frac{1}{\dots} \frac{du}{d\dots} - \frac{u}{\dots^2} = 0 \quad (3.7)$$

La solution générale de cette équation différentielle est de la forme :

$$u = A... + \frac{B}{...} \quad (3.8)$$

Les constantes  $A$  et  $B$  sont déterminées par les conditions aux limites interne et externe.

Substituant l'expression de  $u$  de l'équation 3.8 dans les équations 3.3 et 3.4, on obtient :

$$\dagger_{...}(\dots) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[ A(1+\nu_c) - B \frac{1-\nu_c}{...^2} \right] \quad (3.9)$$

$$\dagger_t(\dots) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[ A(1+\nu_c) + B \frac{1-\nu_c}{...^2} \right] \quad (3.10)$$

Les conditions aux limites de la surface interne ( $= a$ ) et de la surface externe ( $= b$ ) de la poutre prismatique en béton sont:

$$\dagger_{...}(\dots = a) = P \quad (3.11)$$

$$\dagger_{...}(\dots = b) = 0 \quad (3.12)$$

Les constantes  $A$  et  $B$  sont obtenues en utilisant les conditions aux limites ci-dessus dans l'équation 3.9 on a donc :

$$A = \frac{1 - \nu_c}{E_c} \frac{a^2}{b^2 - a^2} P \quad (3.13)$$

$$B = \frac{1 + \nu_c}{E_c} \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} P \quad (3.14)$$

Les expressions de la contrainte radiale et de la contrainte circonférentielle, du béton dues à la pression radiale  $P$  sont obtenues en substituant les expressions des constantes  $A$  et  $B$  (équations 3.13 et 3.14) dans les équations 3.9 et 3.10, on a donc : [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]

$$\dagger_{\dots} = \frac{a^2 P}{b^2 - a^2} \left( 1 - \frac{b^2}{\dots^2} \right) \quad (3.15)$$

$$\dagger_t = \frac{a^2 P}{b^2 - a^2} \left( 1 + \frac{b^2}{\dots^2} \right) \quad (3.16)$$

Où  $a$  est le rayon de l'armature en PRF qui est égal à  $d_b/2$ , et  $b=a+c$ . Posant  $r = b/a$ , les équations 3.15 et 3.16 deviennent :

$$\dagger_{\dots}(\dots) = \frac{P}{r^2 - 1} \left( 1 - \frac{b^2}{\dots^2} \right) \quad (3.17)$$

$$\dagger_t(\dots) = \frac{P}{r^2 - 1} \left( 1 + \frac{b^2}{\dots^2} \right) \quad (3.18)$$

Dans le cas de la poutre armé en deux barres en PRF; La contrainte de traction radiale due à la pression de la première barre  $P_1$ , est donnée par :

$$\dagger_{\dots 1}(\dots) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left( 1 - \frac{b_1^2}{\dots^2} \right) \quad (3.19)$$

$$r_1 = b_1/a \quad \text{et} \quad b_1 = a + c_1 = d_b/2 + c_2$$

À l'interface armatures /béton ( $r=a$ ) de la zone d'enrobage (1), la contrainte de traction radiale maximale due à la pression radiale  $P_1$  de la première barre est :

$$\sigma_{1 \max}(a) = -P_1 \quad (3.20)$$

La contrainte de traction radiale due à la pression de la deuxième barre  $P_2$ , est donnée par :

$$\sigma_{\dots 2}(\dots) = \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left( 1 - \frac{b_2^2}{\dots^2} \right) \quad (3.21)$$

$$r_2 = b_2/a \quad \text{et} \quad b_2 = a + c_2 = d_b/2 + c_2$$

À l'interface armature /béton de la zone d'enrobage (2), la contrainte de traction radiale maximale due à la pression radiale  $p_2$  de la deuxième barre est :

$$\sigma_{2 \max}(a) = -P_2 \quad (3.22)$$

Pour le béton situé entre les deux barres en PRF, la contrainte de traction radiale de béton due à la pression radiale  $P_1$  de la première barre et la pression radiale  $P_2$  de la deuxième barres est :

$$\sigma(r) = \sigma_{1+} + \sigma_{2-} \quad (3.23)$$

La contrainte de traction radiale maximale à l'interface armature/béton de la première barre due aux pressions radiale  $P_1$  et  $P_2$  de deux barre est donnée par :

$$\sigma_{\max 1} = \sigma_1(a) + \sigma_2(a+e) \quad (3.24)$$

$$\tau_{\dots \max 1} = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left( 1 - \frac{b_1^2}{a^2} \right) + \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left( 1 - \frac{b_2^2}{(a+e)^2} \right) \quad (3.25)$$

À l'interface armature 2 /béton de la deuxième barre cette contrainte de traction radiale maximale due aux pressions de deux barres devient :

$$\tau_{\max 2} = \tau_1(a+e) + \tau_2(a) \quad (3.26)$$

$$\tau_{\dots \max 2} = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left( 1 - \frac{b_1^2}{(a+e)^2} \right) + \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left( 1 - \frac{b_2^2}{(a)^2} \right) \quad (3.27)$$

Dans le cas de la poutre armé en deux barres en PRF; La contrainte circonférentielle due à la pression de la première barre  $P_1$ , est donnée par :

$$\tau_{r1}(\dots) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left( 1 + \frac{b_1^2}{\dots^2} \right) \quad (3.28)$$

$$r_1 = b_1/a \quad \text{et} \quad b_1 = a + c_1 = d_b/2 + c_1$$

La contrainte circonférentielle dues à la pression de la deuxième barre  $P_2$ , est donnée par :

$$\tau_{r2}(\dots) = \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left( 1 + \frac{b_2^2}{\dots^2} \right) \quad (3.29)$$

$$r_2 = b_2/a \quad \text{et} \quad b_2 = a + c_2 = d_b/2 + c_2$$

Le béton situé entre les barres à des contraintes dues à la pression de première barre plus des contraintes dues à la deuxième barre.

$$\tau_{\max 1} = \tau_1(a) + \tau_2(a+e) \quad (3.30)$$

$$\dagger_{t_{\max 1}}(\dots) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left( 1 + \frac{b_1^2}{a^2} \right) + \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left( 1 + \frac{b_2^2}{(a+e)^2} \right) \quad (3.31)$$

### 3.1.2 Déformations dans le béton dues à la pression radiale $P$

Le déplacement radial  $u$  à n'importe quel point de la paroi de la poutre prismatique, sous la pression radiale  $P$ , est obtenu en remplaçant les expressions de  $A$  et  $B$  (équations 3.13 et 3.14) dans l'équation 3.8, on a donc :

$$u(\dots) = \frac{1 - \nu_c}{E_c} \frac{P}{r^2 - 1} \dots + \frac{1 + \nu_c}{E_c} \frac{b^2}{r^2 - 1} \frac{P}{\dots} \quad (3.32)$$

La déformation radiale  $\varepsilon_c$  dans le béton due à la pression radiale  $P$  est :

$$\nu_{c\dots}(\dots) = \frac{du}{d\dots}$$

$$\nu_{c\dots}(\dots) = \frac{P}{E_c(r^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{b^2}{\dots^2} \right) - \nu_c \left( 1 + \frac{b^2}{\dots^2} \right) \right] \quad (3.33)$$

$$\nu_{c\dots}(\dots) = \frac{1}{E_c} (\dagger_{\dots} - \nu_c \dagger_t) \quad (3.34)$$

La déformation circonférentielle  $\varepsilon_{ct}$  dans le béton due à la pression radiale  $P$  est :

$$\nu_{ct}(\dots) = \frac{u(\dots)}{\dots}$$

$$\nu_{ct}(\dots) = \frac{P}{E_c(r^2 - 1)} \left[ \left( 1 + \frac{b^2}{\dots^2} \right) - \nu_c \left( 1 - \frac{b^2}{\dots^2} \right) \right] \quad (3.35)$$

$$v_{ct}(\dots) = \frac{1}{E_c} (\dots - v_c \dots) \quad (3.36)$$

#### 4.1.3 Déformations dans le béton dues à la pression radiale $P$ et à la variation de température $T$ :

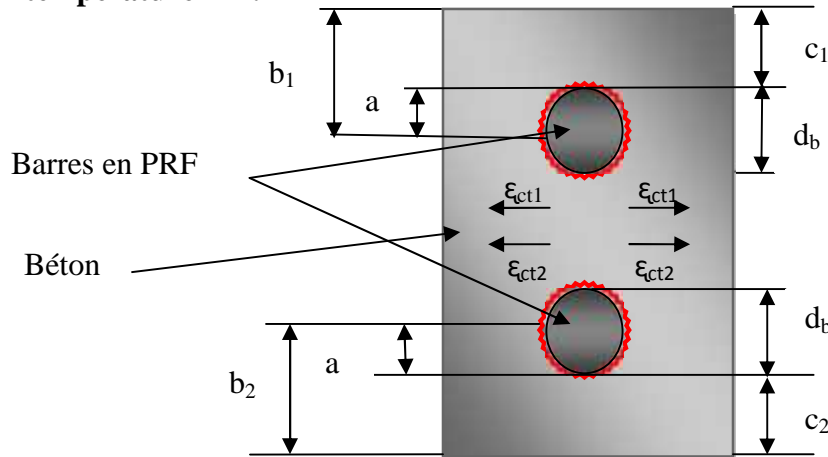


Figure 3.2 La déformation circouférentielle  $\epsilon_{ct}$  dans le béton situé entre les deux barres en PRF

La déformation radiale  $v_c$  dans le béton due à la pression radiale  $P$  et à la variation de température  $T$  est donnée par : [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]

$$v_{c...}(\dots) = \frac{P}{E_c(r^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{b^2}{\dots^2} \right) - v_c \left( 1 + \frac{b^2}{\dots^2} \right) \right] + r_c \Delta T \quad (3.37)$$

Où  $r_c$  est le coefficient d'expansion thermique du béton.

La déformation circouférentielle  $v_{ct}$  dans le béton due à la pression radiale  $P$  et à la variation de température  $T$  est :

$$v_{ct}(\dots) = \frac{P}{E_c(r^2 - 1)} \left[ \left( 1 + \frac{b^2}{\dots^2} \right) - v_c \left( 1 - \frac{b^2}{\dots^2} \right) \right] + r_c \Delta T \quad (3.38)$$

La déformation circonférentielle  $v_{ct}$  dans le béton, à l'interface armature/béton ( $r = a$ ), due à la pression radiale  $P$  et à la variation de température  $\Delta T$  est donnée par :

$$v_{ct}(a) = \frac{P}{E_c} \left( \frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} + \nu_c \right) + \gamma_c \Delta T \quad (3.39)$$

La déformation circonférentielle  $v_{ct}$  dans le béton sur la surface externe du béton ( $r = b$ ), due à la pression radiale  $P$  et à la variation de température  $\Delta T$  est donnée par :

$$v_{ct}(b) = \frac{2P}{E_c(r^2 - 1)} + \gamma_c \Delta T \quad (3.40)$$

La déformation circonférentielle  $v_{ct}$  dans le béton situé entre les deux barres en PRF due aux pressions  $P_1$  et  $P_2$  des deux armatures et à la variation de température  $\Delta T$  sont donnée par :

$$\vec{v}_{cti} = \vec{v}_{ct1} + \vec{v}_{ct2} + \gamma_c \Delta T \quad (3.41)$$

Où

$$v_{cti} = \frac{P_i}{E_c(r_i^2 - 1)} \left[ \left( 1 + \frac{b_i^2}{r_i^2} \right) - \nu_c \left( 1 - \frac{b_i^2}{r_i^2} \right) \right] \quad (3.42)$$

Avec  $i=1$  pour la 1<sup>ère</sup> barre et  $i=2$  pour la 2<sup>ème</sup> barre et

À l'interface de l'armature N°1 et le béton situé entre les deux barres, cette déformation circonférentielle devient :

$$v_{ct \max 1}(a) = v_{ct1}(a) + v_{ct2}(a+e) + \gamma_c \Delta T \quad (3.43)$$

$$v_{ctmax1} = \frac{P_1}{E_c(r_1^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{b_1^2}{a^2} \right) - \nu_c \left( 1 + \frac{b_1^2}{a^2} \right) \right] + \frac{P_2}{E_c(r_2^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{b_2^2}{(a+e)^2} \right) - \nu_c \left( 1 + \frac{b_2^2}{(a+e)^2} \right) \right] + \Gamma_c \Delta T \quad (3.44)$$

À l'interface de l'armature N°2 et le béton situé entre les deux barres, cette déformation circonférentielle donnée par :

$$v_{ctmax2}(a) = v_{ct1}(a+e) + v_{ct2}(a) + \Gamma_c T \quad (3.45)$$

$$v_{ctmax2} = \frac{P_2}{E_c(r_2^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{b_2^2}{(a+e)^2} \right) - \nu_c \left( 1 + \frac{b_2^2}{(a+e)^2} \right) \right] + \frac{P_1}{E_c(r_1^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{b_1^2}{a^2} \right) - \nu_c \left( 1 + \frac{b_1^2}{a^2} \right) \right] + \Gamma_c \Delta T \quad (3.46)$$

### 3.1.4 Déformation transversale de la barre en PRF due à l'effet de la pression radiale $P$ et à la variation de température $T$

Le déplacement radial  $u$  à n'importe quel point de la barre en PRF est : [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]

$$u(\dots) = - \frac{(1 - \nu_{tt})P}{E_t} \dots \quad (3.47)$$

Où  $E_t$  est le module d'élasticité de la barre en PRF dans la direction transversale et  $\nu_{tt}$  est le coefficient de Poisson de la barre en PRF dans la direction transversale (le premier indice indique la direction transversale de l'application de la contrainte et le deuxième indice indique la direction transversale dans laquelle on détermine la déformation).

La déformation circonférentielle  $\varepsilon_{ft}$  de la barre en PRF due à la pression radiale  $P$  est donnée par :

$$v_{ft} = \frac{u(\dots)}{\dots} = - \frac{(1 - \nu_{tt})P}{E_t} \quad (3.48)$$

La déformation circonférentielle de la barre en PRF due à la pression radiale  $P$  et à la variation de température  $\Delta T$ , est donnée par :

$$v_{ft} = r_t \Delta T - \frac{(1 - \nu_{tt})P}{E_t} \quad (3.49)$$

Où  $\nu_{tt}$  est le coefficient d'expansion thermique transversale de la barre en PRF.

### 3.1.5 Pression radiale $P$

La pression radiale  $P$  exercée par le béton sur la barre en PRF due à la variation de température  $\Delta T$  est déterminée en utilisant l'équation de compatibilité des déformations transversales à l'interface armature/béton sous basse température.

À partir des équations 3.32 et 3.36, on peut écrire : [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]

$$r_t \Delta T - \frac{(1 - \nu_{tt})}{E_t} P = \frac{P}{E_c} \left( \frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} \right) + r_c \Delta T \quad (3.50)$$

De l'équation ci-dessus, on obtient l'expression de la pression radiale  $P$  :

$$P = \frac{(r_t - r_c) \Delta T}{\frac{1}{E_c} \left( \frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} + \epsilon_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tt})} \quad (3.51)$$

Où  $(r_t - r_c) \Delta T$  est la déformation thermique différentielle transversale;

$$r = \frac{2c + d_b}{d_b}$$

Où

$d_b$  : diamètre de la barre ( $d_b = 2a$ );  $c$  : épaisseur d'enrobage du béton.

Il est important de noter que  $(r_t - r_c)\Delta T$  est la principale source de la pression radiale. [ZAIDI, MASMOUDI, 2013]

Pour les poutres en béton armé de deux barres en PRF, la pression radiale est obtenue de la même manière que celle d'une poutre armée d'une seule barre.

Les pressions radiale  $P_1$  et  $P_2$  des deux barres d'épaisseur d'enrobage  $c_1$  et  $c_2$  respectivement sont données par :

$$P_1 = \frac{(r_t - r_c)\Delta T}{\frac{1}{E_c} \left( \frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1} + \epsilon_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \epsilon_u)} \quad (3.52)$$

Où 
$$r = b_1/a = \frac{2c_1 + d_b}{d_b}$$

$$P_2 = \frac{(r_t - r_c)\Delta T}{\frac{1}{E_c} \left( \frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1} + \epsilon_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \epsilon_u)} \quad (3.53)$$

Où 
$$r = b_2/a = \frac{2c_2 + d_b}{d_b}$$

### 3.2 Variation de température ( $T_{cr}$ ) produisant la première fissure

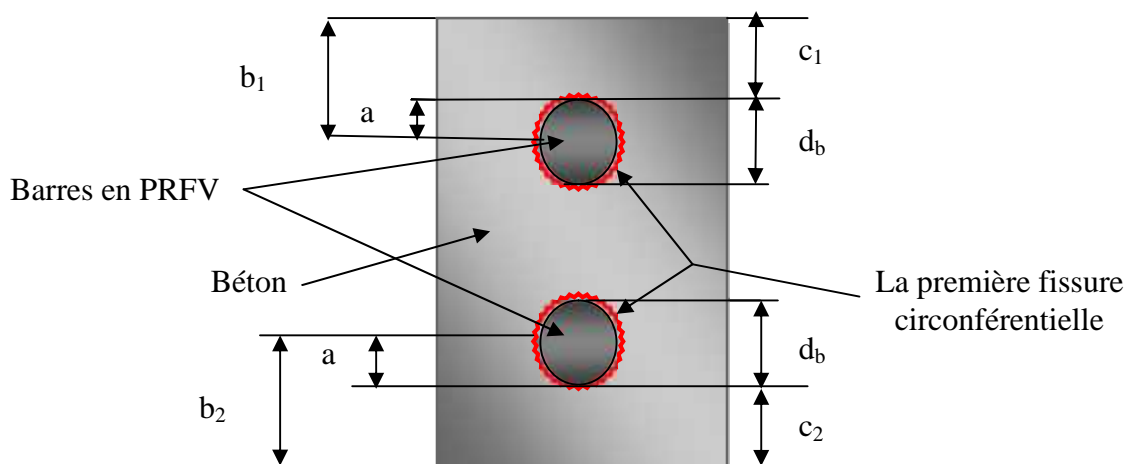


Figure 3.3 Première fissure circulaire dans le béton due à aux pressions radiales  $P_1$  et  $P_2$  Produite à (  $T = T_{cr}$  )

La première fissure circonférentielle apparaît dans le béton à l'interface armature en PRF/béton ( = a) Lorsque la contrainte radiale atteint la résistance à la traction du béton ( $f_{ct}$ ).

$$\boxed{\sigma_{r \max} = f_{ct}} \quad (3.54)$$

La variation de température ( $\Delta T_{cr}$ ) qui produit la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton est obtenue à partir des équations 3.51 et 3.54, on a donc :

$$\Delta T_{cr} = \frac{-f_{ct}}{(r_t - r_c)} \left[ \frac{1}{E_c} \left( \frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} + \epsilon_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \epsilon_t) \right] \quad (3.55)$$

La variation de température  $\Delta T_{cr1}$  et  $\Delta T_{cr2}$  produisant respectivement les premières fissures circonférentielles dans le béton aux interfaces de l'armature 1/béton et l'armature2/béton due aux pressions  $P_1$  et  $P_2$  sont obtenues à partir de l'équation 3.25, 3.27 et 3.54 en remplaçant  $P_1$  et  $P_2$  par leurs expressions ( Eq. 3.52 et 3.53) on a :

$$\Delta T_{cr1} = \frac{-f_{ct}}{(r_t - r_c)} \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c} \left( \frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_t)} - \frac{\left[ 1 - \frac{r_2^2}{(1 + K)^2} \right]}{r_2^2 - 1} \right]^{-1} \quad (3.56)$$

$$\Delta T_{cr2} = \frac{-f_{ct}}{(r_t - r_c)} \left[ \frac{1}{\frac{1}{E_c} \left( \frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_t)} - \frac{\left[ 1 - \frac{r_1^2}{(1 + K)^2} \right]}{r_1^2 - 1} \right]^{-1} \quad (3.57)$$

$$K = \frac{e}{a} = \frac{2e}{d_b}$$

$$\Delta T_{cr} = \text{Min } \Delta T_{cr1}; \Delta T_{cr2}$$

### 3.3 Analyse des résultats analytiques des poutres prismatiques en béton

#### 3.3.1 Déformation thermique

La Figure 3.4 présente les déformations thermiques transversales en fonction de la basse variation de température à l'interface armature/béton et le béton situé entre les deux barres de PRF des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRF de verre, pour des rapports  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3.

La Figure 3.4 montre l'effet de la variation de l'espacement entre les barres de PRFV sur les déformations transversales à l'interface de l'armature et le béton situé entre les barres.

On peut remarquer que les courbes de déformations transversales sont linéaires et augmentent (en valeur absolue) avec l'augmentation du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF ( $e/d_b$ ). Donc on peut conclure que l'espacement entre les barres n'a pas d'influence sur les déformations transversales pour un rapport  $e/d_b = 1.8$ .

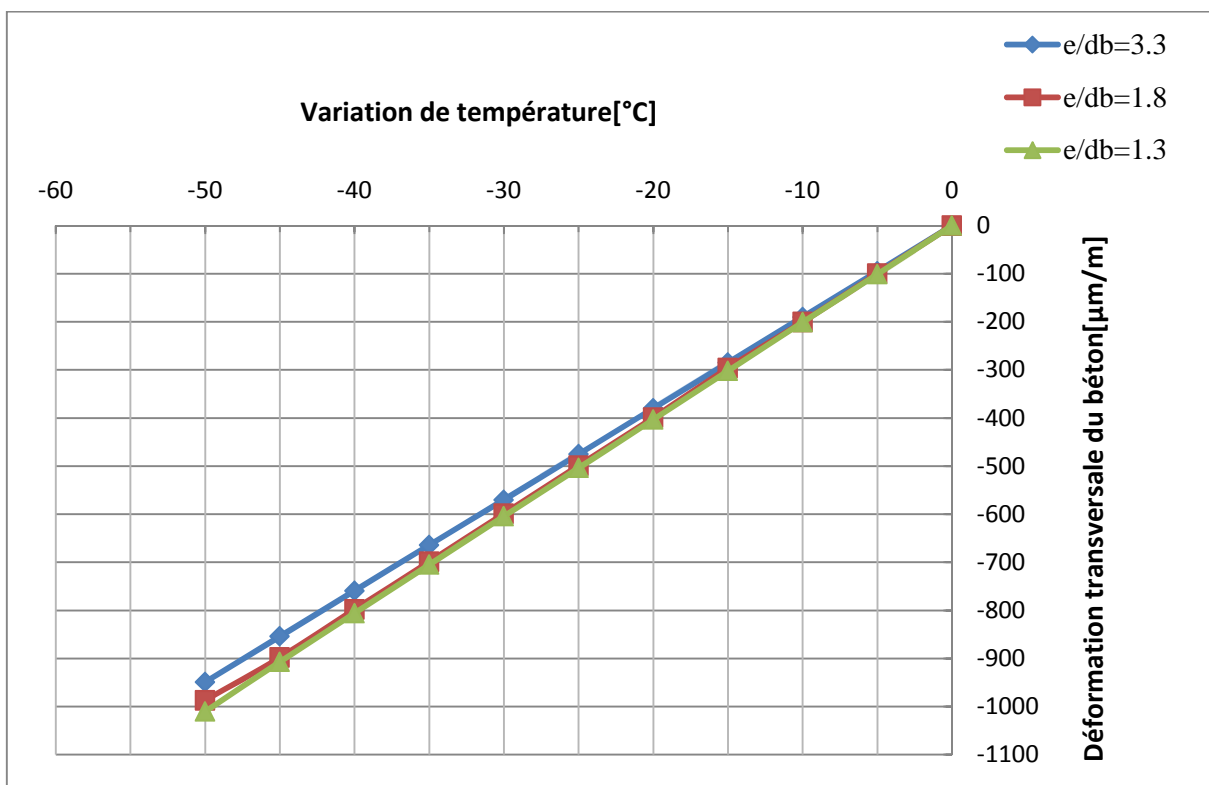


Figure 3.4 Déformations thermiques transversales analytiques à l'interface de l'armature 1 et le béton situé entre les deux barres de PRF des poutres en béton ayant différents rapports  $e/d_b$

### 3.3.2. Contraintes thermiques

La Figure 3.5 montre les courbes de contrainte de traction radiale en fonction de la variation de température à l'interface armature et le béton situé entre les barres des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRFV de différent rapport  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3.

À partir de la Figure 3.5, on constate que la contrainte de traction du béton augmente avec l'augmentation du rapport l'espacement entre les deux barres au diamètre de la barre en PRF ( $e/d_b$ ). On remarque encore que le modèle linéaire donne des contraintes de traction du béton assez élevées qui dépassent la résistance à la traction du béton des poutres prismatiques ( $f_{ct} = 4.1\text{MPa}$ ) et qui peuvent atteindre des valeurs de 8.18 MPa à des variations de températures de  $-50^\circ\text{C}$ . Aussi, on constate que la résistance à la traction du béton ( $f_{ct} = 4.1\text{MPa}$ ) est atteinte à de variation de température  $T_{cr} = -25^\circ\text{C}$ . À cette variation de température ( $T_{cr}$ ), les premières fissures circonférentielles commencent à se développer dans le béton à l'interface de l'armature et le béton situé entre les barres.

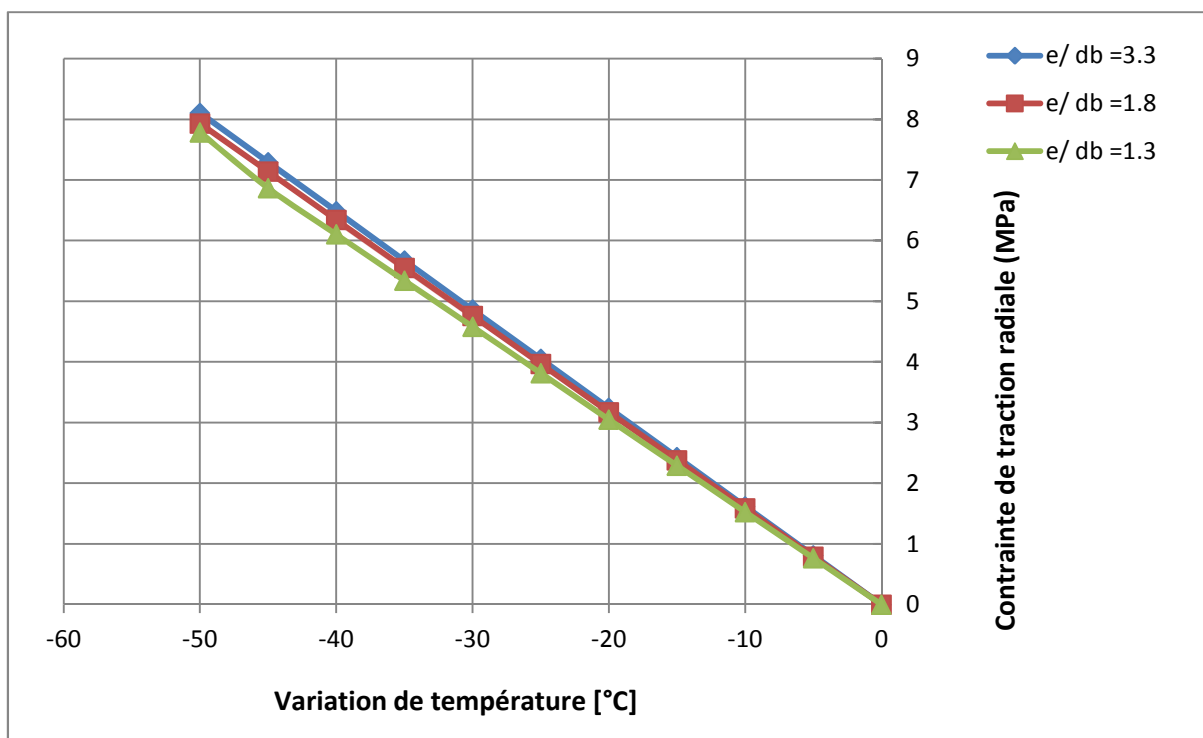


Figure 3.5 contrainte de traction radiale analytique en fonction de la variation de température a l'interface de l'armature et le béton situé entre les deux barres de PRF des poutres en béton ayant différent rapport  $e/d_b$

### 3.3.3 Charges thermiques de fissuration :

le Tableau 3.1 présente la charge thermique critique  $T_{cr}$ , produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les deux barres de PRFV à l'interface armature1/béton des poutres prismatiques en béton armé de deux barres en PRFV, en fonction du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF ( $e/d_b$ ) pour un béton de résistance à la traction  $f_{ct} = 4.1$  MPa. On peut constater que la variation de température  $T_{cr}$  produisant la première fissure dans le béton à l'interface varie entre  $-25.3^{\circ}\text{C}$  et  $-26.9^{\circ}\text{C}$  et ceci pour des rapports  $e/d_b$  variant entre 1.3 et 3.3 respectivement.

**Tableau 3.1 Charge thermique critique (  $T_{cr}$ ) produisant la première fissure circonférentielle à l'interface armature1 et le béton situé entre les deux barres**

Echantillons	$e/d_b$	$T_{cr}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
P.#10.25/25	3.3	-25.3
P.#13.20/25	2.3	-25.9
P.#16.20/20	1.8	-26.9
P.#19.20/35	1.7	-26.1
P.#25.30/35	1.3	-26

## 4.1 Introduction

Ce chapitre compare les résultats analytiques et numériques en termes de déformations thermiques transversales à l'interface de l'armature et le béton situé entre les deux barres en PRFV (Figure 4.1), de charge thermiques ( $T_{cr}$ ) produisant les premières fissures circonférentielles dans le béton à l'interface de l'armature en PRFV et le béton situé entre les deux barres. Aussi, il compare les contraintes thermiques radiales, à l'interface de l'armature et situé entre les barres, évaluées par le modèle numérique non-linéaire avec celles obtenues à partir du modèle analytique basé sur la théorie d'élasticité.

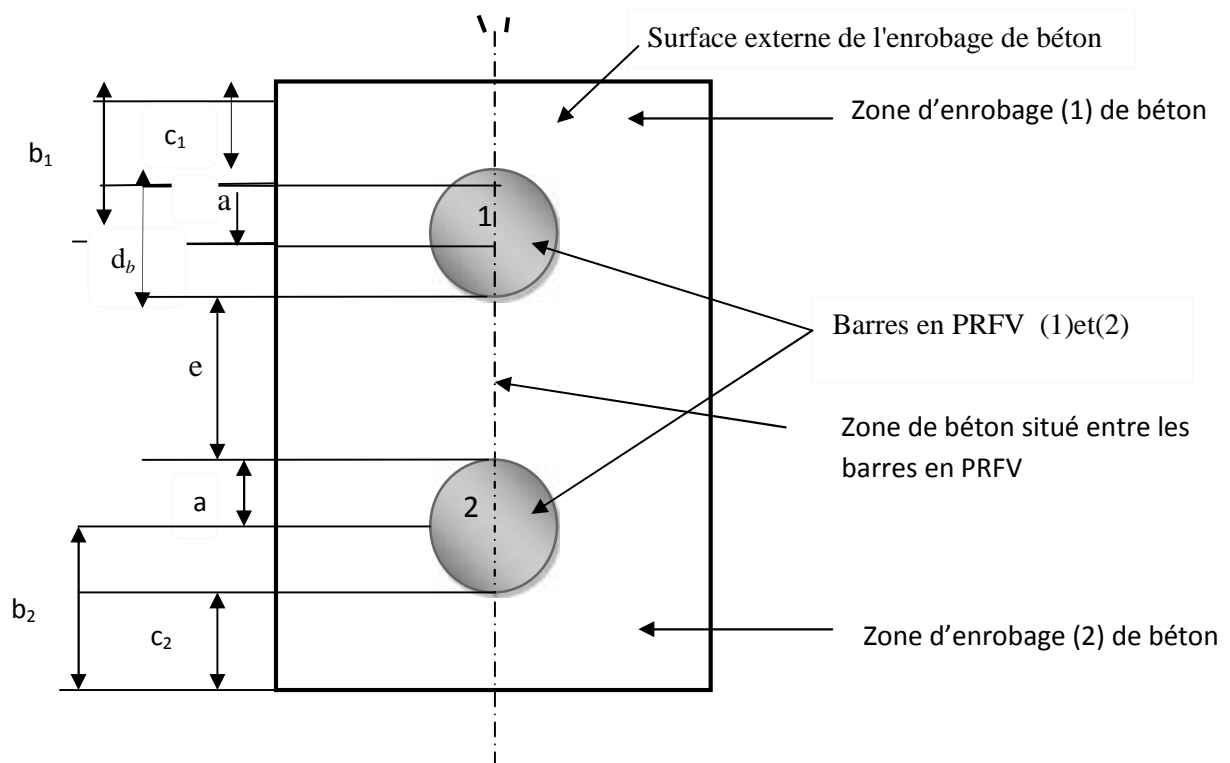


Figure 4.1 Section de la poutre prismatique en spécifiant la zone au béton situé entre les barres et l'interface de l'armature en PRF/béton étudiés

## 4.2 Déformations thermiques transversales

Les Figures 4.2 à 4.4 présentent la comparaison des courbes typiques de déformations thermiques transversales, à l'interface de l'armature et le béton situé entre les barres en PRF des poutres, obtenues à partir du modèle numérique non-linéaire avec celles évaluées du modèle analytique linéaire. De ces Figures on remarque que les résultats numériques non-linéaire, en termes de déformations thermiques transversales à l'interface, sont relativement en bon accord avec les résultats analytiques jusqu'à  $\Delta T$  autour de  $-19^{\circ}\text{C}$  et  $-23^{\circ}\text{C}$  à partir desquelles les résultats numériques (en valeur absolue) augmentent brusquement à cause de la présence des fissures circonférentielles dans le béton entourant la barre en PRFV qui n'a pas été prise en considération dans le modèle analytique linéaire basé sur la théorie d'élasticité.

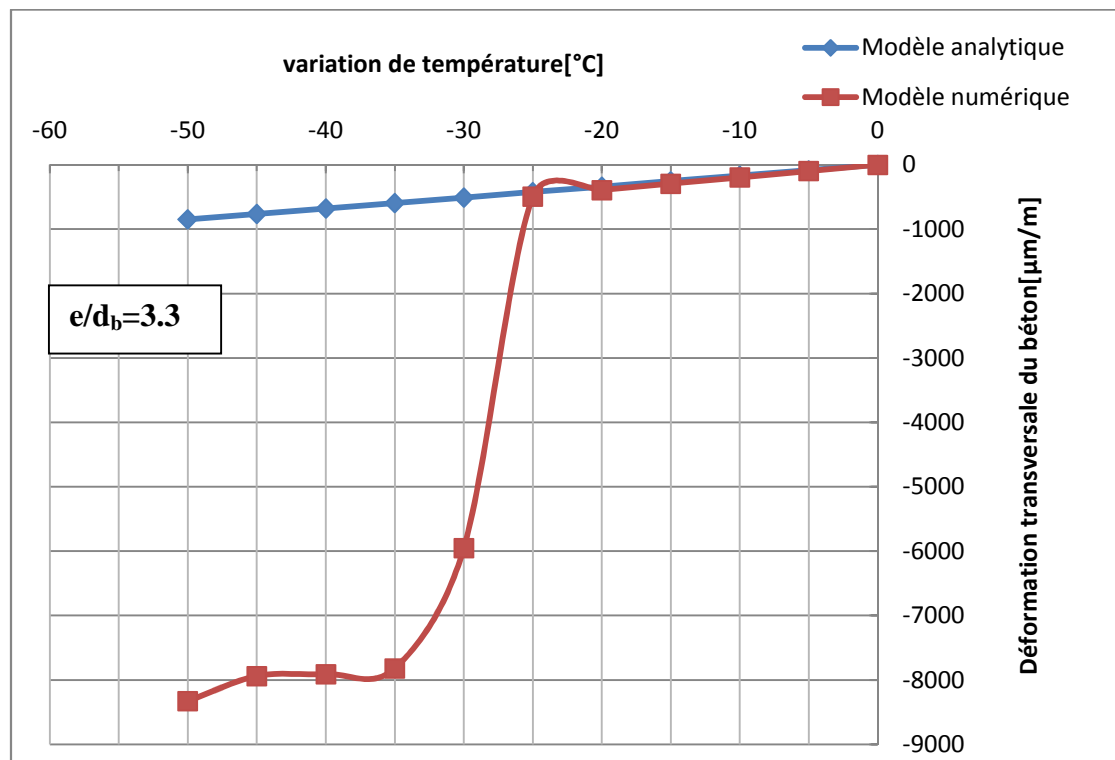


Figure 4.2 déformation thermique transversale à l'interface de l'armature et le béton situé entre les barres de poutre P.# 10.20/30 ( $e/d_b=3.3$ ) -Comparaison des résultats analytiques et numériques

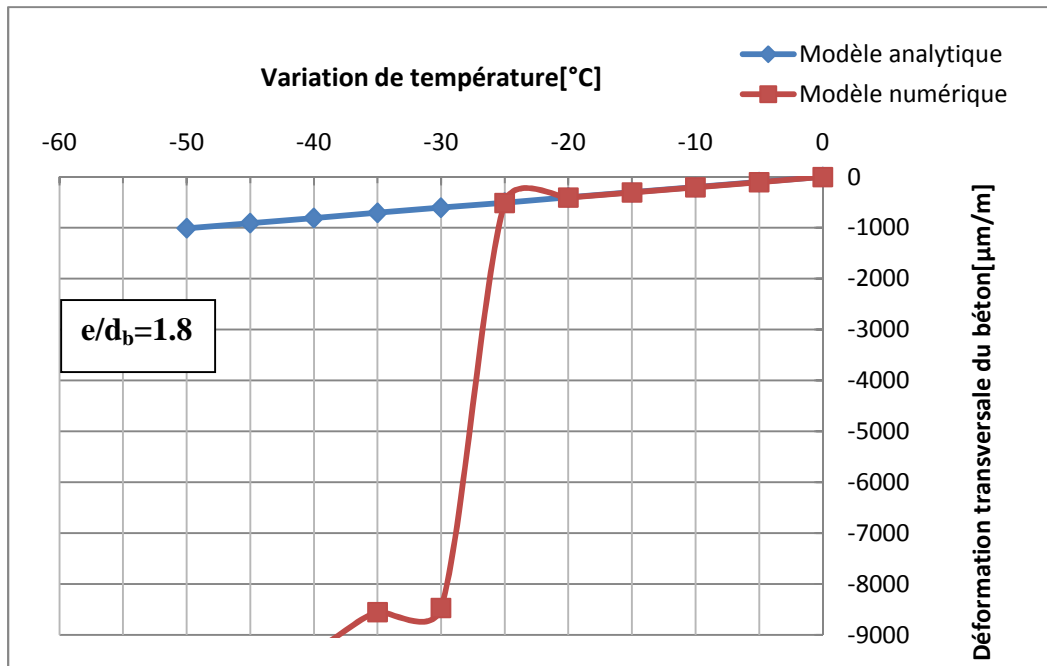


Figure 4.3 déformation thermique transversale à l'interface de l'armature1 et le béton situé entre les barres de poutre P.# 16.20/20 ( $e/d_b=1.8$ )- Comparaison des résultats analytiques et numériques

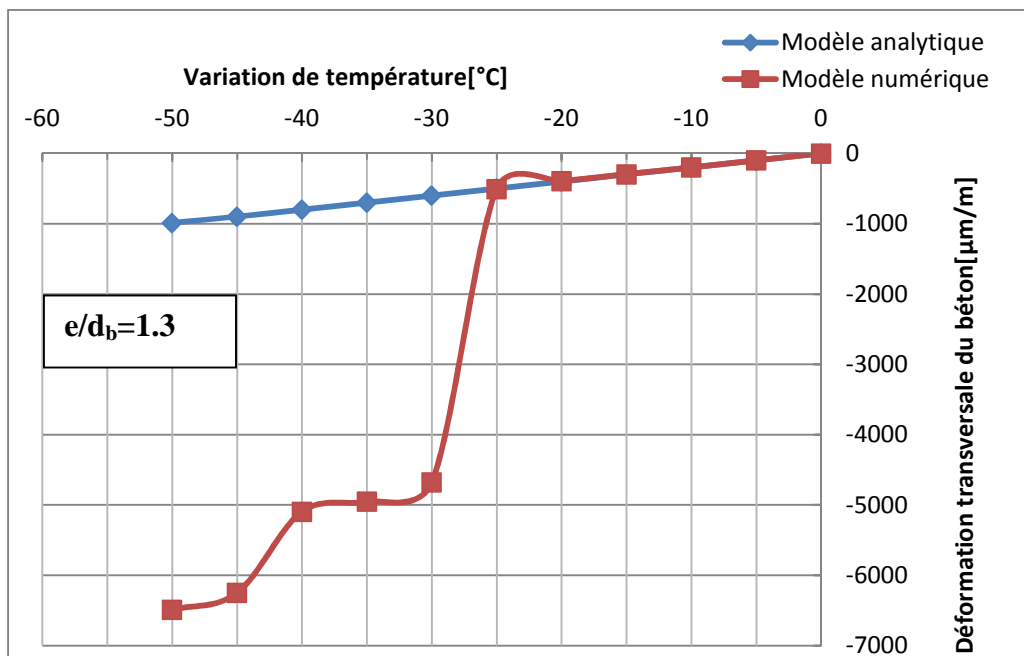


Figure 4.4 déformation thermique transversale à l'interface de l'armature1 et le béton situé entre les barres de poutre p.# 25.30/35 ( $e/d_b=1.3$ )- Comparaison des résultats analytiques et numériques

### 4.3 Contraintes thermiques radiales

Les Figures 4.5 à 4.7 comparent les courbes analytique et numérique des contraintes de traction radiales du béton, à l'interface d'armature et le béton situé entre les deux barres de PRFV, des poutres prismatiques en béton armé des barres en PRF de verre ayant un rapport d'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRFV ( $e/d_b$ ) varie entre 1, 3 et 3,3.

D'après ces figures on peut remarquer que le modèle analytique linéaire exhibe des contraintes de traction du béton plus grandes que celle prédites par le modèle numérique qui peuvent atteindre des valeurs de 8,18 MPa à des variations de températures de  $-50^\circ\text{C}$ . Aussi, on constate que pour le modèle numérique la résistance à la traction du béton ( $f_{ct} = 4,1\text{MPa}$ ) est atteinte à des charges thermiques ( $\Delta T_{cr}$ ) autour de  $-23^\circ\text{C}$ . À cette charge thermique ( $\Delta T_{cr}$ ), les premières fissures circonférentielles apparaissent dans le béton à l'interface de l'armature et le béton situé entre les barres en PRFV, par conséquent, les contraintes de traction radiales du béton évaluées par le modèle numérique chutent soudainement, ce pendant celles prédites par le modèle analytique continuent à augmenter en dépassant la résistance à la traction du béton ( $f_{ct}=4,1\text{MPa}$ ) en ignorant la présence des fissures car ce modèle analytique développé a été basé sur la théorie d'élasticité linéaire

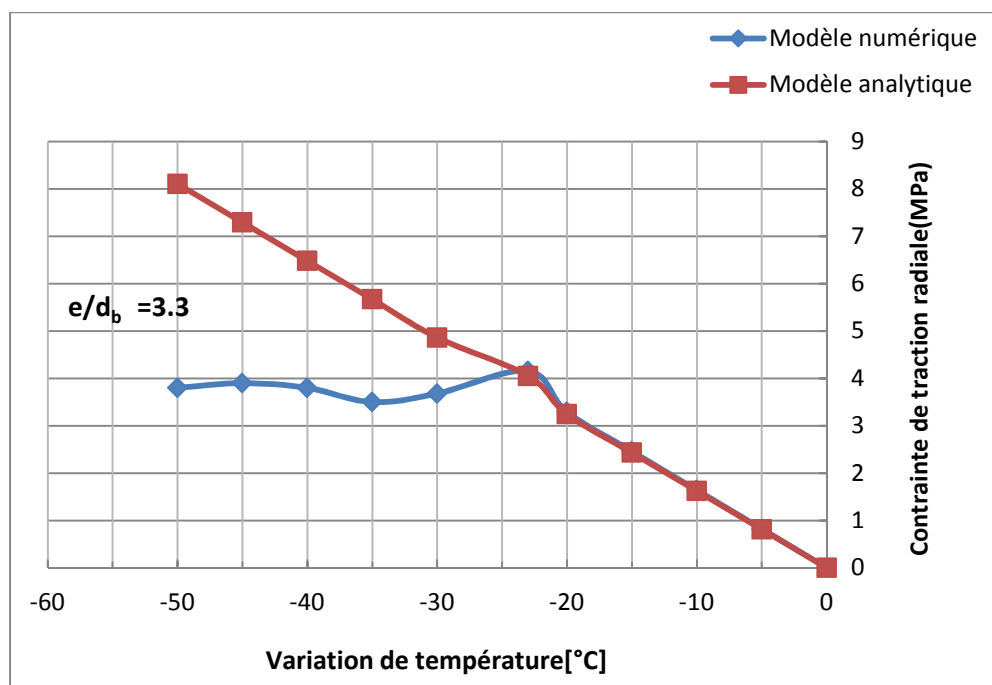


Figure 4.5 Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF de Poutre P.#10.20/30 – Comparaison des résultats analytiques et numériques ( $e/d_b = 3.3$ )

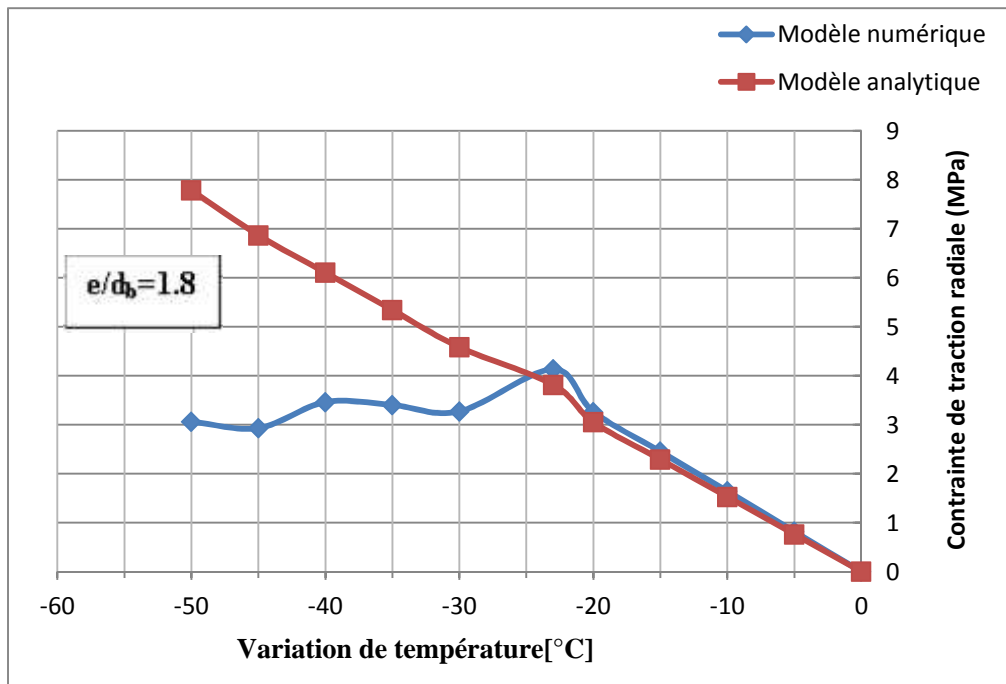


Figure 4.6 Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF de Poutre P.#16.20/20 – Comparaison des résultats analytiques et numériques ( $e/d_b = 1.8$ )

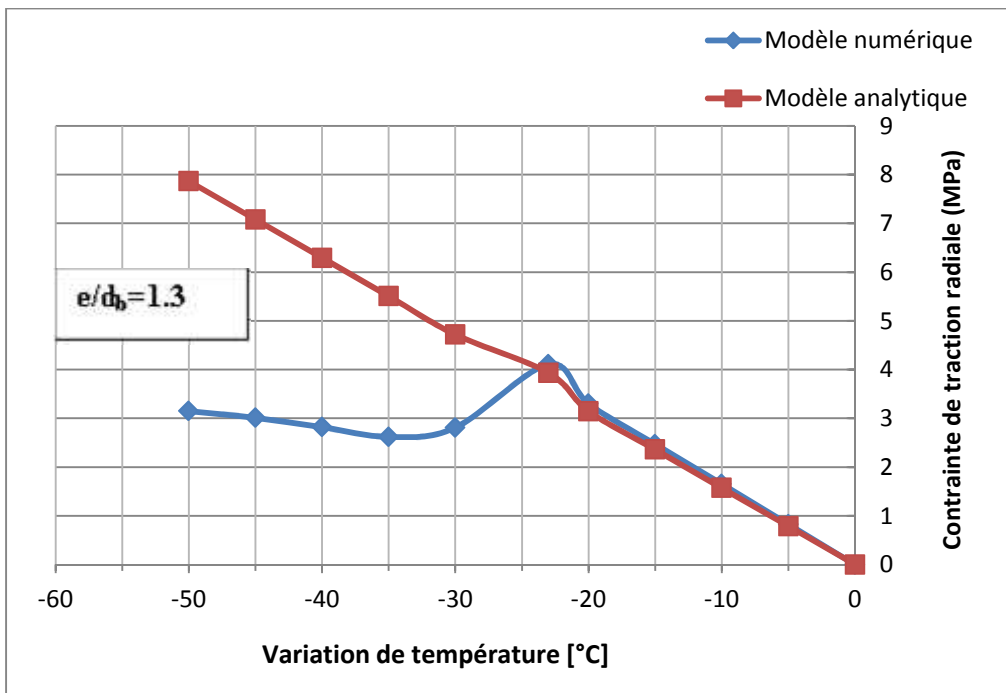


Figure 4.7 Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF de Poutre P.#25.30/35 – Comparaison des résultats analytiques et numériques ( $e/d_b = 1.3$ )

#### 4.4 Charge thermique de fissuration :

**Tableau 4.1 Charges thermiques  $T_{cr}$  produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres en PRFV prédites par les modèles analytique et numérique.**

poutre	$e/db$	Modèle numérique	Modèle analytique
P.#25.30.35	1.3	-19	-26
P.#19.20.35	1.7	-21	-26.1
P.#16.20.20	1.8	-21	-26.9
P.#13.20.25	2.3	-23	-25.9
P.#10.25.25	3.3	-23	-25.3

Les valeurs des charge thermiques  $T_{cr}$ , produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres, obtenues à partir du modèle analytique varient de  $-25.3^{\circ}\text{C}$  et  $-26.9^{\circ}\text{C}$  pour un rapport d'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF

( $e/db$ ) variant de 1.3 à 3.3, respectivement. Néanmoins, la valeur de  $T_{cr}$  prédite par le modèle numérique varient de  $-19^{\circ}\text{C}$  et  $-23^{\circ}\text{C}$  pour un rapport de  $e/db$  variant entre 1.3 et 3.3. On constate que les valeurs numérique (en valeurs absolues) sont inférieures que celles obtenue par le modèle analytique car ce dernier est basé sur la théorie d'élasticité linéaire contrairement au modèle numérique.

**Tableau 4.2 Charges thermiques produisant les premières fissures circonférentielle à l'interface armature /béton de l'enrobage  $c_2$** 

poutre	$c_2/d_b$	Modèle numérique	Modèle analytique
P.#16.20/20	1.3	-20	-25.93
P.#25.30/35	1.4	-21	-25.78
P.#19.20/35	1.8	-22	-25.39
P.#13.20/25	2	-24	-25.32
P.#10.25/25	2.6	-24	-25.1
P.#10.20/30	3.2	-25	-25

D'après les tableaux 4.1 et 4.2 on constate que les premières fissures circonférentielles développées dans le béton situé entre les barres se produisent relativement avant celles produites dans le béton des zones d'enrobage des poutres en béton.

## ***Conclusions générales***

*Les principaux paramètres étudiés dans ce mémoire sont le rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF ( $c/d_b$ ), le rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF ( $e/d_b$ ) et la variation de température. L'analyse des résultats analytique et numérique des poutres en béton armé de deux barres en PRFV, ont permis de dresser les conclusions suivantes :*

- 📌 Selon le modèle numérique les premières fissures circonférentielles apparaissent dans le béton situé entre les deux barres en PRFV au niveau de l'interface armature /béton, à une température ( $T_{cr}$ ) de  $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$  (donc  $\cup T_{cr} = -21\text{ }^{\circ}\text{C}$  puisque la température de référence est de  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) ) pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV, ayant un rapport d'épaisseur espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF ( $e/d_b$ ) variant de 1,3 à 3,3 .*
  
- 📌 Selon le modèle numérique, les premières fissures circonférentielles se produisent dans le béton de la zone d'enrobage, à l'interface armature en PRF/béton, à des variations de températures (  $T_{cr}$ ) autour de  $-22^{\circ}\text{C}$  (donc à une température autour de  $-2^{\circ}\text{C}$ , puisque la température de référence est de  $+20^{\circ}\text{C}$ ) pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV, ayant un rapport d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF ( $c/d_b$ ) variant entre 1 et 3,2 .*
  
- 📌 Les contraintes de traction radiale dans le béton situé entre les deux barres en PRFV, à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle numérique sont en bon accord avec celles évaluées par le modèle analytique linéaire jusqu'à  $T_{cr}$  autour  $-21^{\circ}\text{C}$ . À partir de cette valeur le modèle numérique donne des valeurs plus faibles à cause des fissures qui n'ont pas été prises en considérations dans le modèle analytique linéaire.*

- *La profondeur des fissures circonférentielles dans le béton situé entre les barres en PRFV augmente en se propageant de l'interface à travers le béton en diminuant la charge thermique  $T$  de  $-23^{\circ}\text{C}$  à  $-50^{\circ}\text{C}$*
- *Selon le modèle numérique les déformations thermiques transversales à l'interface de l'armature et le béton situé entre les barres en PRFV pour les différentes valeurs d'enrobage et d'espacement entre les barres sont similaires. Il semble que l'épaisseur d'enrobage du béton et l'espacement entre les barres de PRFV n'ont pas de grande influence sur la déformation thermique transversale qui dépend beaucoup plus de la valeur de température.*
- *Aucune rupture totale n'a été observée dans le béton situé entre les barres en PRFV ni dans le béton d'enrobage des poutres en béton armé de deux barres en PRFV soumises à une variation de température variant de  $0$  à  $-50^{\circ}\text{C}$  (à  $^{\circ}$  variant de  $20^{\circ}\text{C}$  à  $-30^{\circ}\text{C}$  si la température de référence est de  $20^{\circ}\text{C}$ ) et ayant  $c/d_b=1$  à  $3.2$  et  $e/d_b=1.3$  à  $3.3$  pour un béton de résistance à la traction  $f_{ct}=4.1$  MPa .*
- *Un rapport  $e/d_b$   $1.3$  semble être suffisant afin d'éviter l'endommagement du béton situé entre les barres en PRFV ainsi le béton d'enrobage des poutres en béton renforcé de deux barres en PRFV sous basse charge thermique allant jusqu'à  $-50^{\circ}\text{C}$  (jusqu' à  $^{\circ}=-30^{\circ}\text{C}$  si la température de référence est  $20^{\circ}\text{C}$ ) pour un béton de résistance à la traction au moins égale à  $4.1$ MPa.*

### **Recommandations et perspectives**

*Pour des futurs travaux de recherche on recommande ce qui suit :*

- *Etudier l'effet de l'espacement entre les barres en PRF de carbone (PRFC) dans le béton des poutres renforcées de deux barres de PRFC sous basses températures*
- *Faire une étude paramétrique numérique et analytique du comportement thermique des poutres en béton armé de deux barres en PRF sous basses températures.*

**BIBLIOGRAPHIE**

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2003) *Guide for the Design and Construction of Concrete with FRP Bars*, ACI 440.1R-03, American Concrete Institute, Detroit, 42p.
- ACI 440 (1996) *State of the art report on FRP Reinforcements for concrete structures*, ACI 440R-96, approved in 2002, American Concrete Institute, Detroit, Michigan.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2002) *Standard test method for compressive strength of cylindrical concrete specimens*, Annual Book of ASTM Standards ASTM C 39/C 39M – 01, vol. 04.2, ASTM International, Philadelphia, p. 21-25.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2002) *Standard test method for splitting Tensile strength of cylindrical concrete specimens*, Annual Book of ASTM Standards ASTM C 496 – 96, vol. 04.2, ASTM International, Philadelphia, p. 281-284.
- AIELLO, M.A., FOCACCI, F., HUANG, P.C., and NANNI, A. (Nov. 1999). *Cracking of concrete cover in FRP reinforced concrete elements under thermal loads*, Fourth International Symposium on FRP for Reinforced Concrete Structures (FRPRCS4), Baltimore, MD, p. 233-243.
- Bakis, C. E. Bank, L. C. Brown, V.L. Cosenza, E. Davalos, J.F. Lesko, J.J. Machida, A.Rizkalla, S.H. Triantafillou, T.C. (2002). Fiber-Reinforced Polymer Composites for construction—State-of-the-Art Review. *Journal of composites for construction*, volume 6, No. 2, P.73-87.
- BERTHELOT, J.M., (1992) *Matériaux composites – Comportement mécanique et analyse des structures*, Deuxième édition, Masson, Paris, 620 p.
- BERTHELOT, J.M., (1996) *Matériaux composites – Comportement mécanique et analyse des structures*, Masson, Paris, 620 p.
- CHAALLAL, O., HOUDE, J., BENMOKRANE, B., and AITCIN, P.-C. (1991) *Use of a new glass-fiber rod as reinforcement for concrete structures*, ACI Special

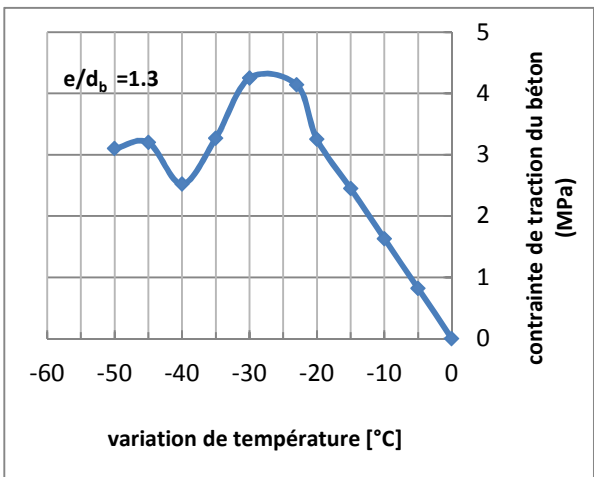
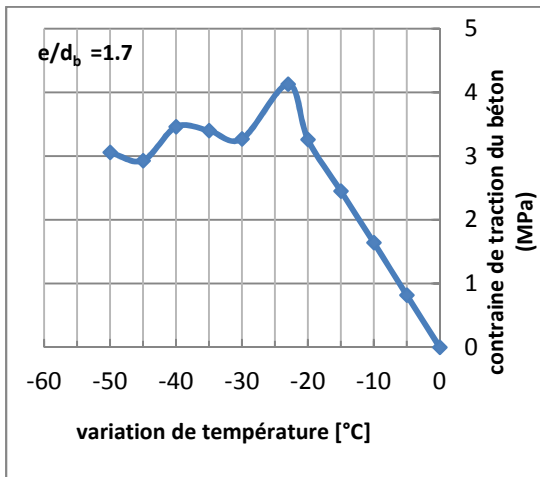
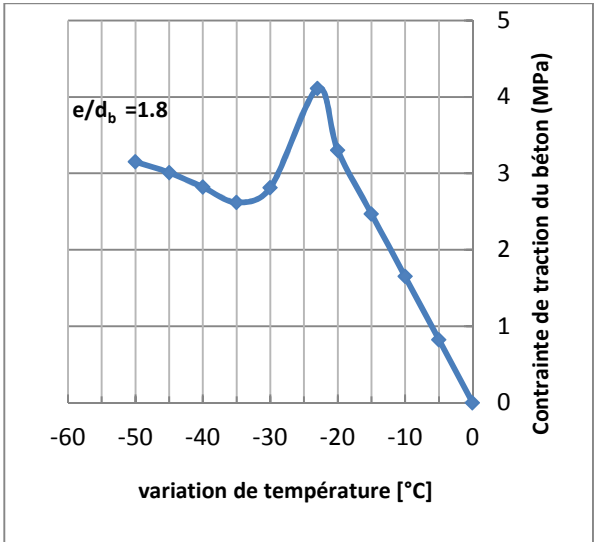
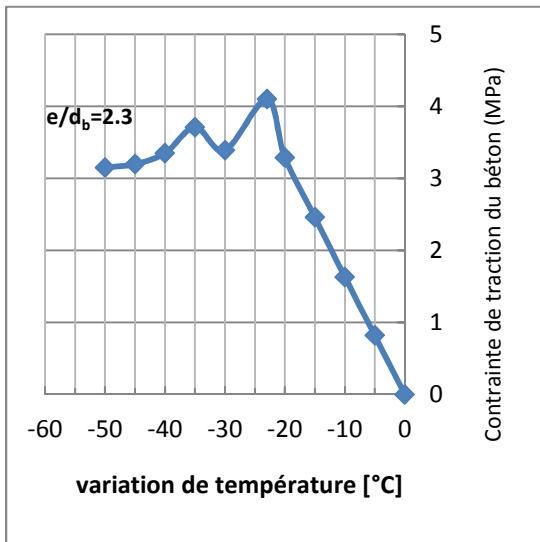
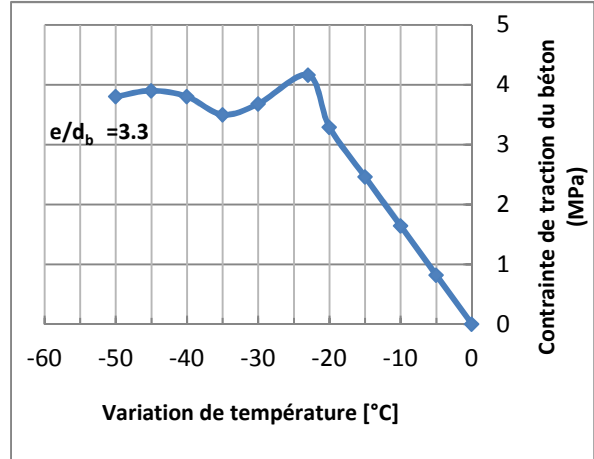
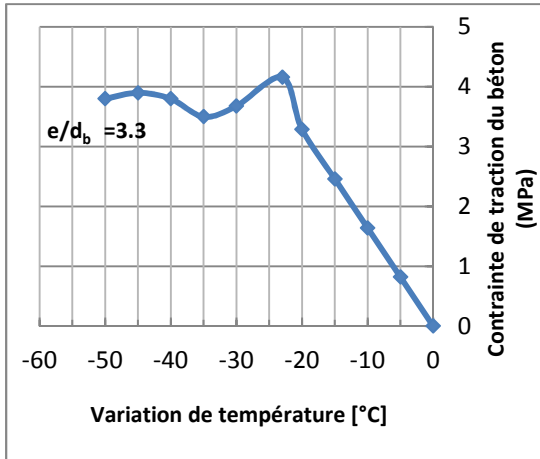
Publication on Evaluation and Rehabilitation of Concrete Structures and Innovations in Design, SP128-32, vol. I, p. 515-528.

- DUTTA, P.K. (Aug. 1994) *Low-temperature compressive strength of glass-fiber-reinforced polymer composites*, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Transactions of the ASME, vol. 116, n° 3, p. 167-172.
- EL-Zaroug, O.;Forth,J.;Ye,J.;Flexural performance of concrete slabs reinforced with GFRP and subjected to different thermal histories. Paper presented at 8<sup>th</sup> international symposium on FRP for reinforcement of concrete structures (FRPRCS),University of Patras,Patras,Greece(2007)
- ERKI, M.A., and RIZKALLA, S.H. (Jun. 1993) *FRP reinforcement for concrete structures*, Concrete International: Design and Construction, vol. 15, n° 6, p. 48-53.
- GAY, D. (1997) *Matériaux composites*, 4<sup>e</sup> édition Hermès, Paris, France, 672 p.
- HANCOX, N.L., and MAYER, R.M. (1994) *Design data for reinforced plastics - A guide for engineers and designers*, Chapman & Hall, London, 326 p.
- HANCOX, N.L. (1981) *Fibre composite hybrid materials*, Materials Development Division, Atomic Energy Research Establishment, Harwell, Oxfordshire, UK, Applied Science Publishers LTD, London, 290 p.
- INTELLIGENT SENSING FOR INNOVATIVE STRUCTURES (2001) *Reinforcing concrete structures with FRP*, Design Manuals n° 3, ISIS-Canada, Winnipeg, Manitoba, Canada, 81 p.
- *KHELIFI F( 2014) Contribution à la modélisation du comportement des éléments en béton renforcé par des barres en PRFV sous l'effet de la température*
- **LAIDI M (2012) ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS DU COMPORTEMENT DES POUTRES EN BÉTON ARMÉ DE BARRES EN POLYMERES RENFORCÉS DE FIBRES (PRF) SOUS BASSES TEMPÉRATURES**
- MALLICK, P.K., (1993) *Fiber-reinforced composites – Materials, Manufacturing, and Design*, 2<sup>nd</sup> Edition, Revised and Expanded, Marcel Dekker, INC., New York, 566p.

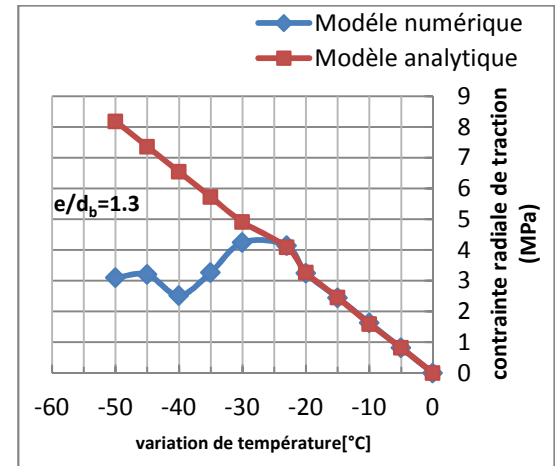
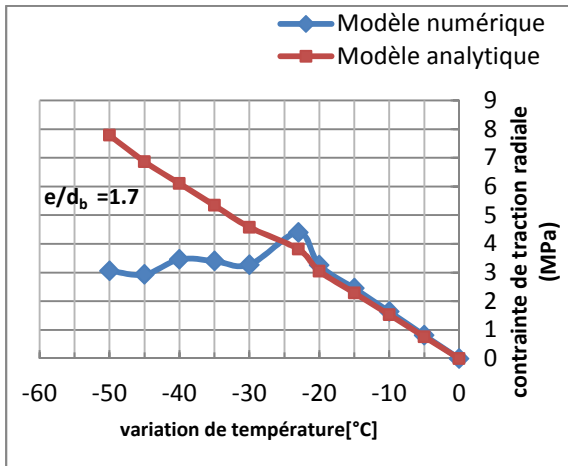
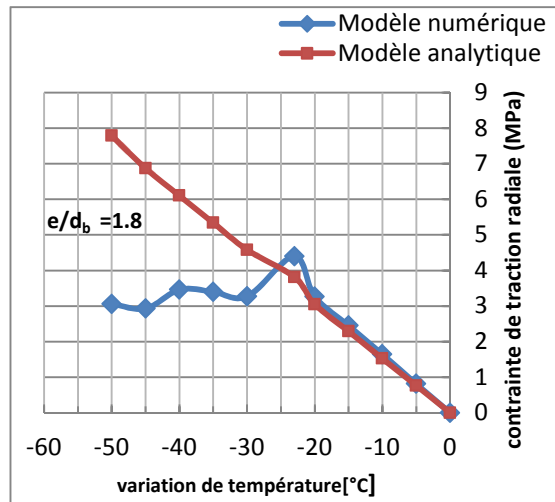
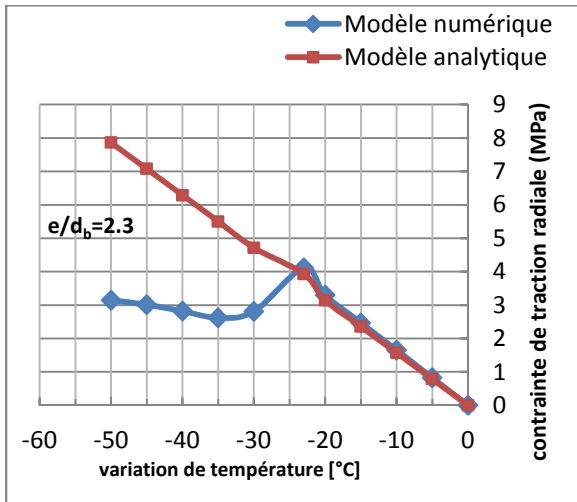
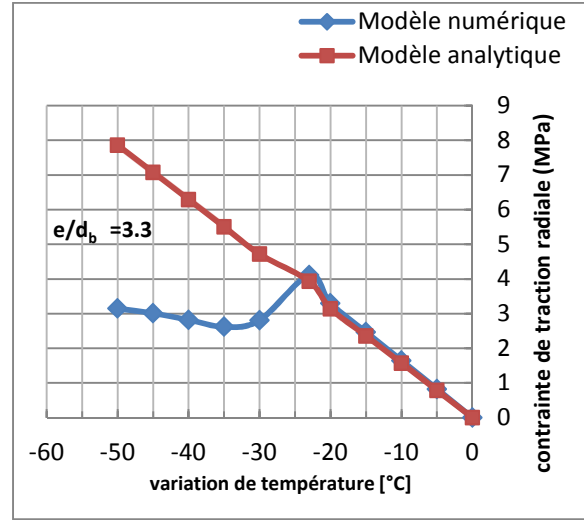
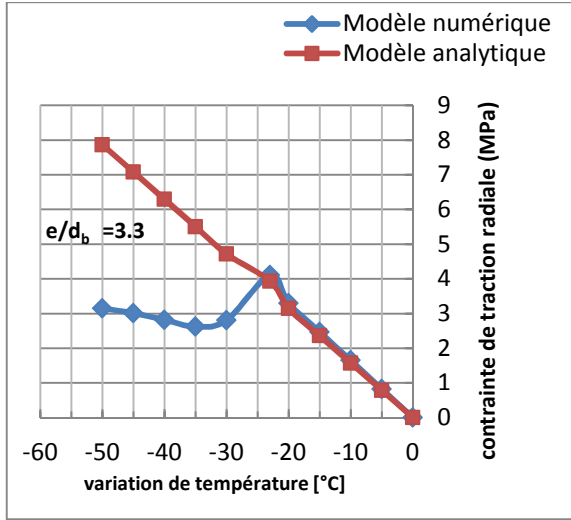
- MALLICK, P.K., (1988) *Fiber-reinforced composites – Materials, Manufacturing, and Design*, Marcel Dekker, INC., New York, 469 p.
- Pendhari, S.S., Kant, T., and Desai, Y.M. 2008. Application of polymer composites in civil construction: a general review. *Composite Structures*, 84:114-124. doi:10.1016/j.compstruct.2007.06.007
- RAHMAN, H.A., KINGSLEY, C.Y., and TAYLOR, D.A. (June 1995) *Thermal stress in FRP reinforced concrete*, Proceedings, Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Ottawa, p. 605-614.
- TIMOSHENKO, S.P., and GOODIER, J.N. (1970) *Theory of elasticity*, Mc-Graw-Hill, New York.
- VOGEL, H., and SVECOVA, D. (July 2004) *Effect of Temperature on concrete cover of FRP Prestressed Elements*, Proceedings of 4<sup>th</sup> International Conference, Advanced Composite Materials in Bridges and Structures, ACMBS-IV, Calgary, Alberta, p. 1-8.
- ZAIDI, A. et MASMOUDI, R. (2013) *Comportement Thermique des éléments en béton armé de PRF – Étude théorique et expérimentale. Edition : Presses Académiques Francophones (PAF), Saarbrücken Allemagne.*
- ZAIDI, A. and MASMOUDI, R. (March 2008) *Thermal effect on fiber reinforced polymer reinforced concrete slabs*. *Canadian Journal of Civil Engineering*, NRC-Canada, vol. 35, n° 3, P 312-320.

Annexe A

Contrainte de traction radiale numérique du béton situé entre les barres en fonction de la variation de température à l'interface armature 1 en PRF/béton pour  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3

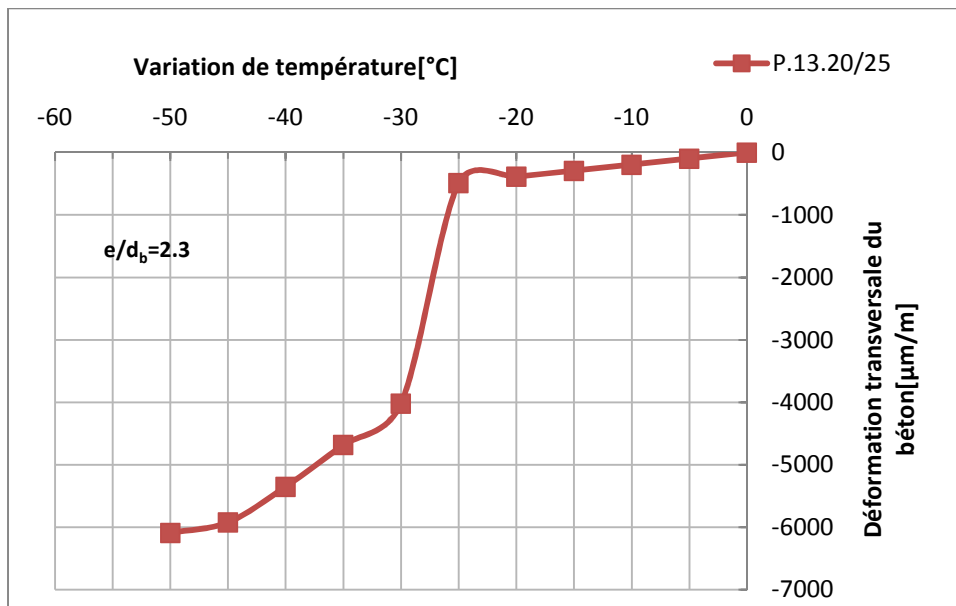
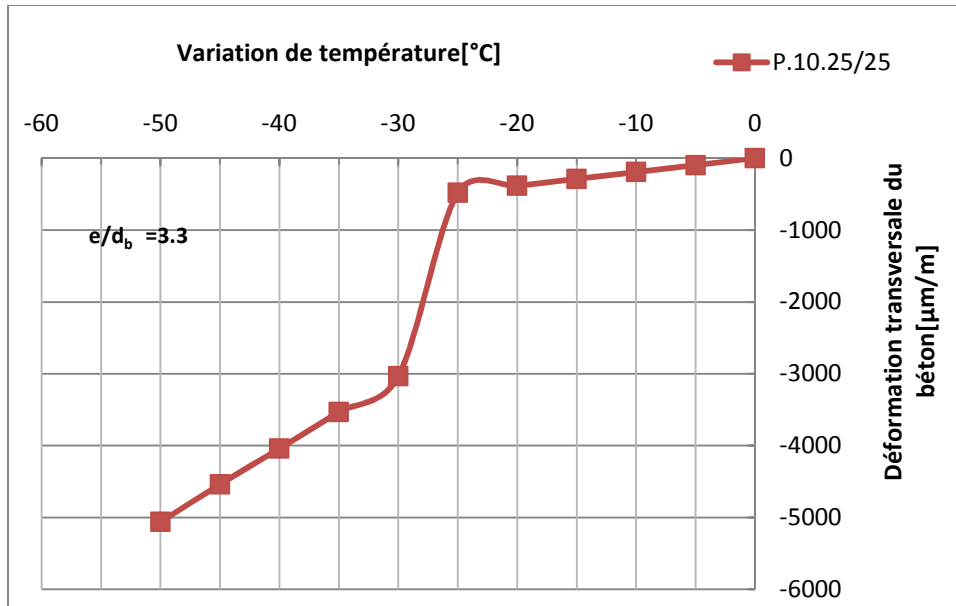


**Contraintes de traction radiales du béton à l'interface l'armature et le béton situé entre les barres en PRF des Poutres ( $e/d_b$  de 1.3 à 3.3) – Comparaison des résultats analytiques et numériques**

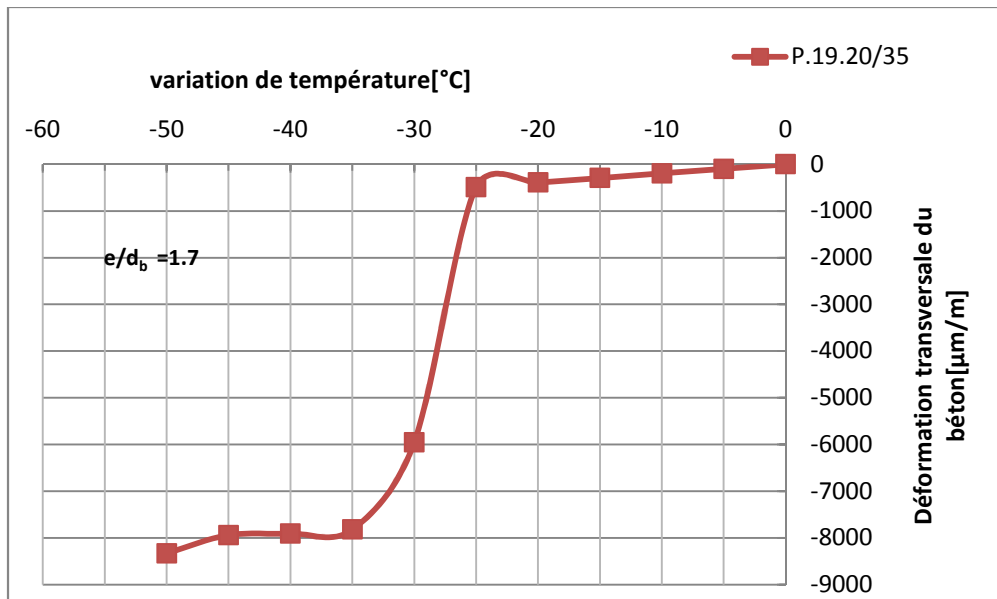
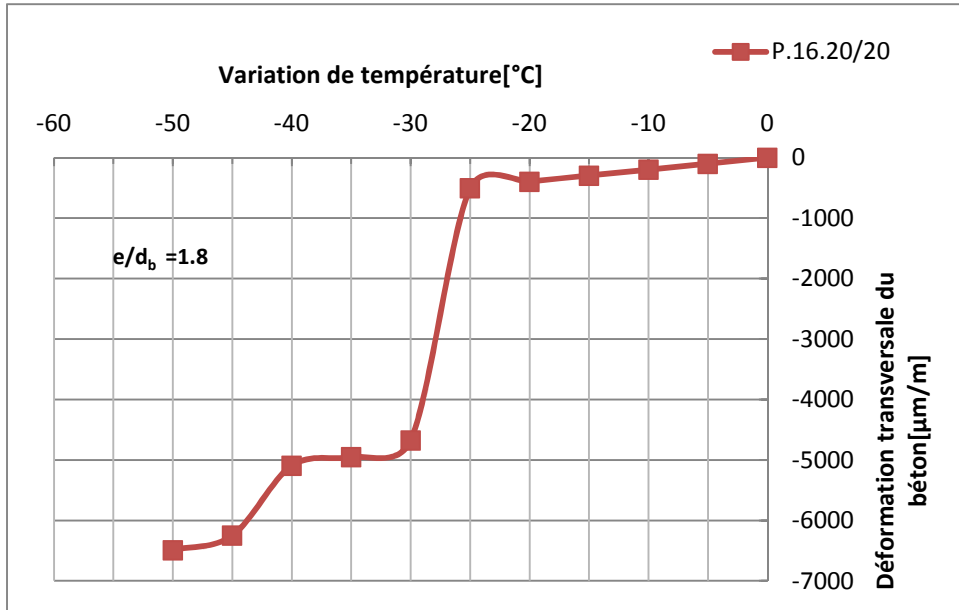


Annexe B

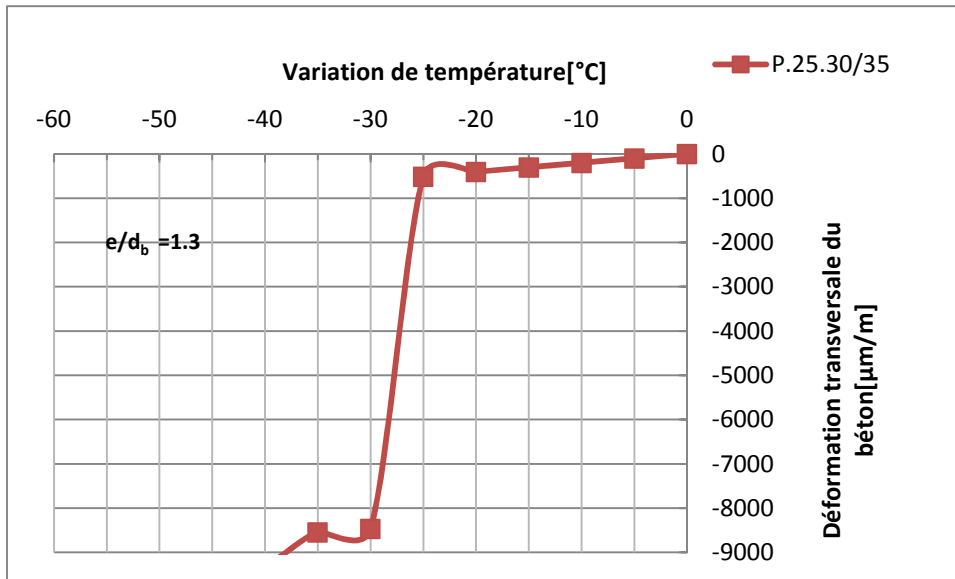
Déformation transversale numérique du béton situé entre les barres en fonction de la variation de température à l'interface armature 1 en PRF/béton pour  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3



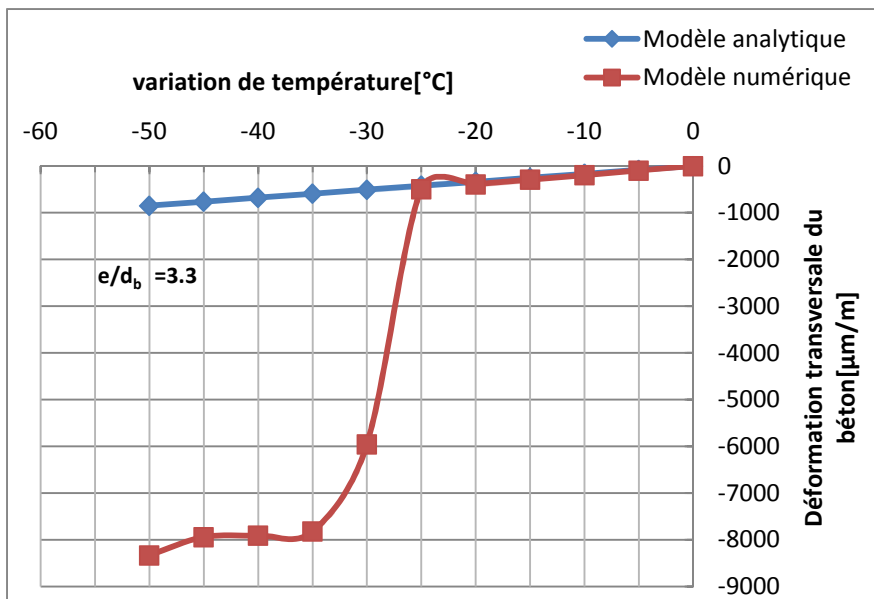
Annexe B



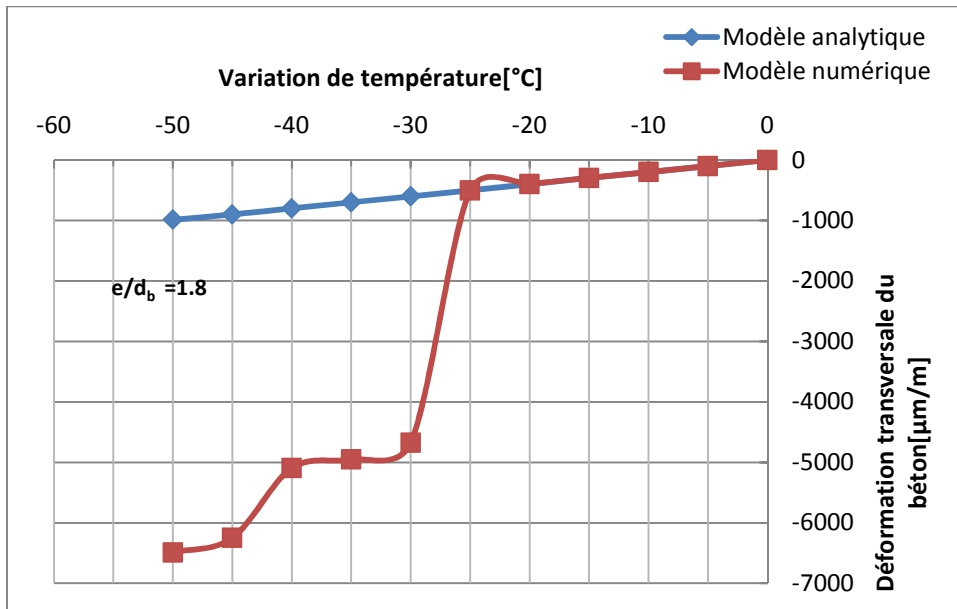
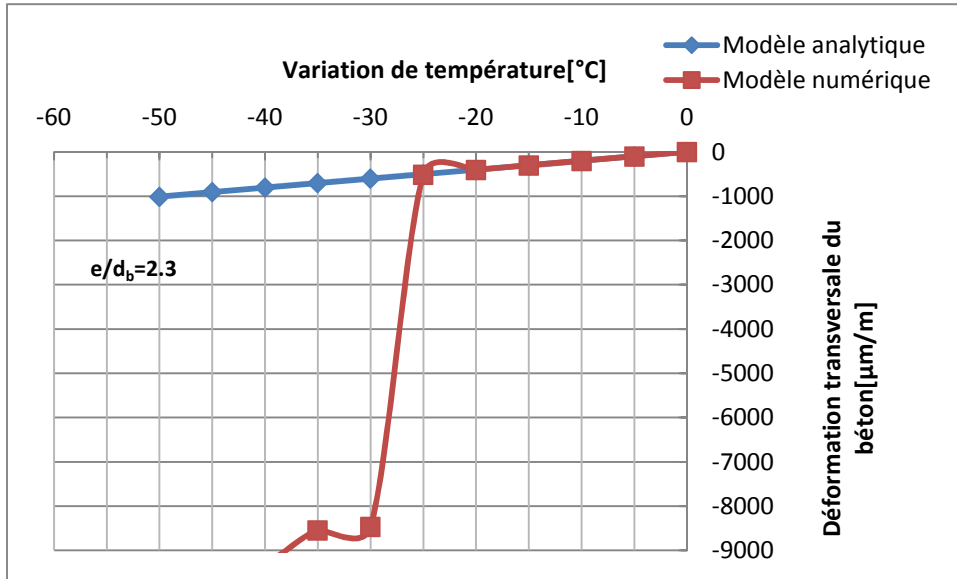
Annexe B



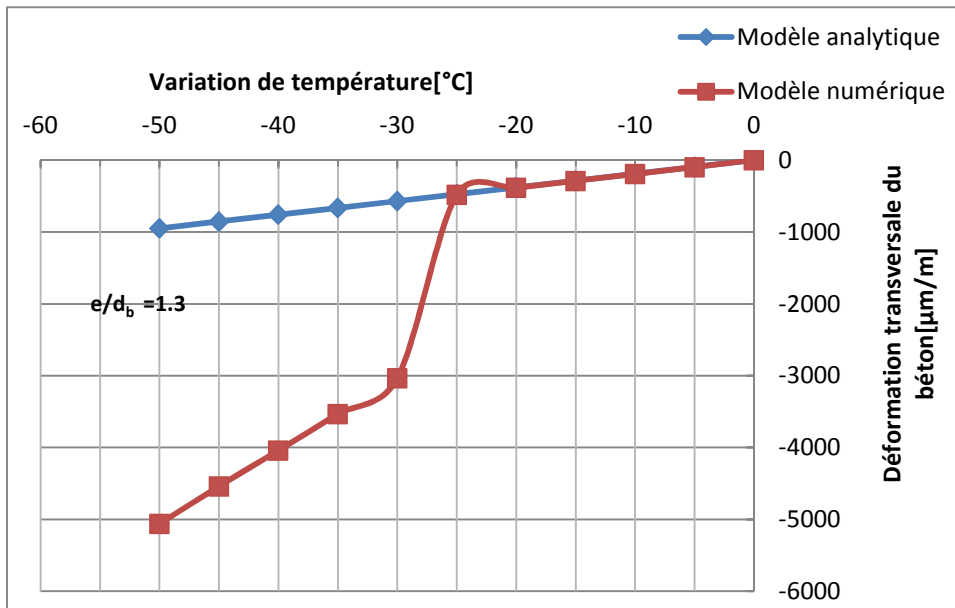
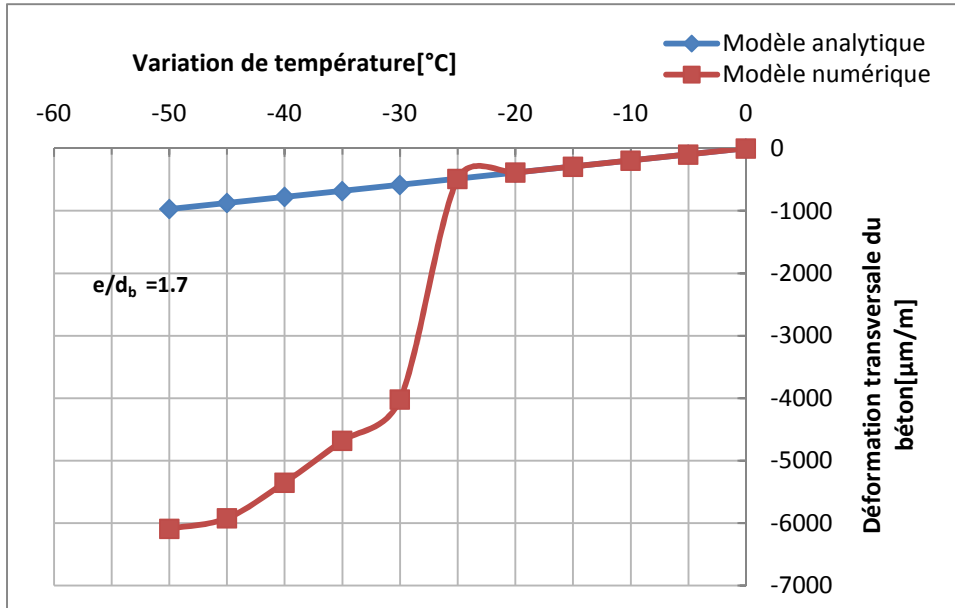
Déformation thermique transversale à l'interface de l'armature1 et le béton situé entre les barres des poutres (Comparaison des résultats analytiques et numériques)



Annexe B

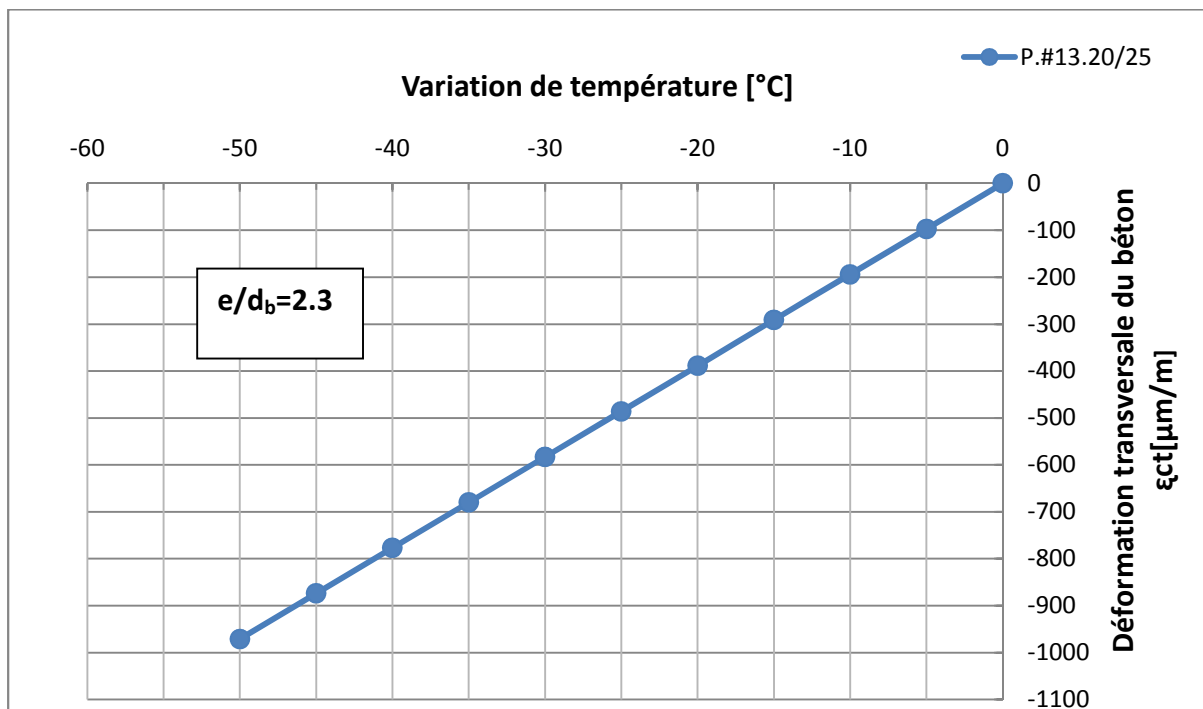
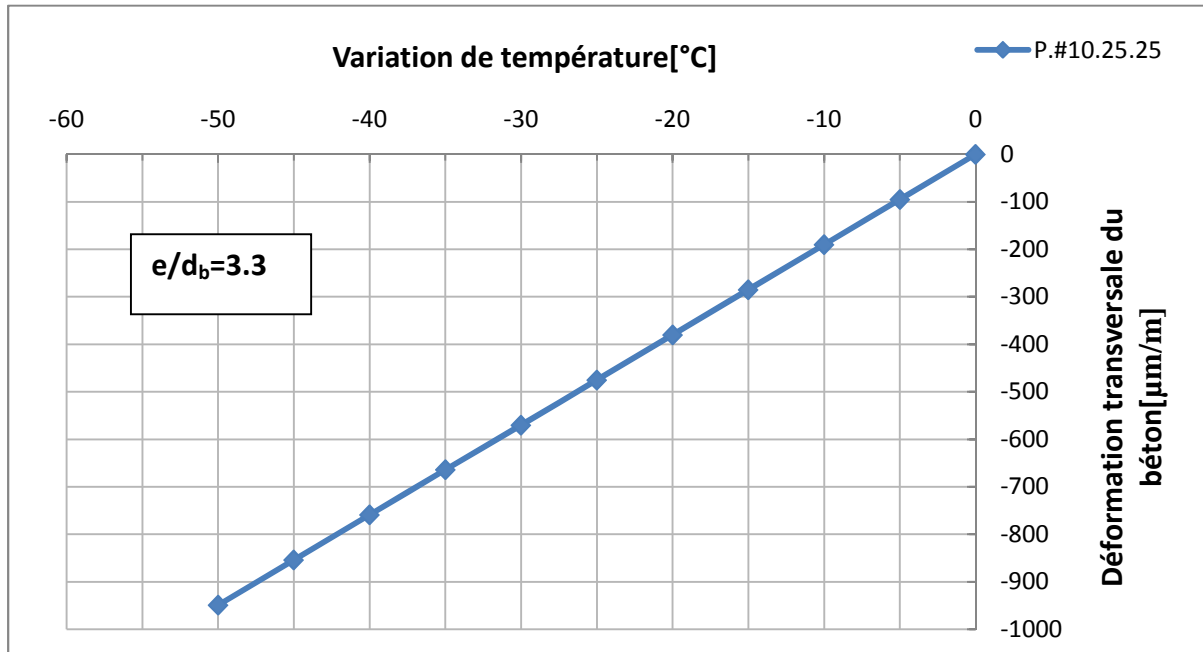


Annexe B

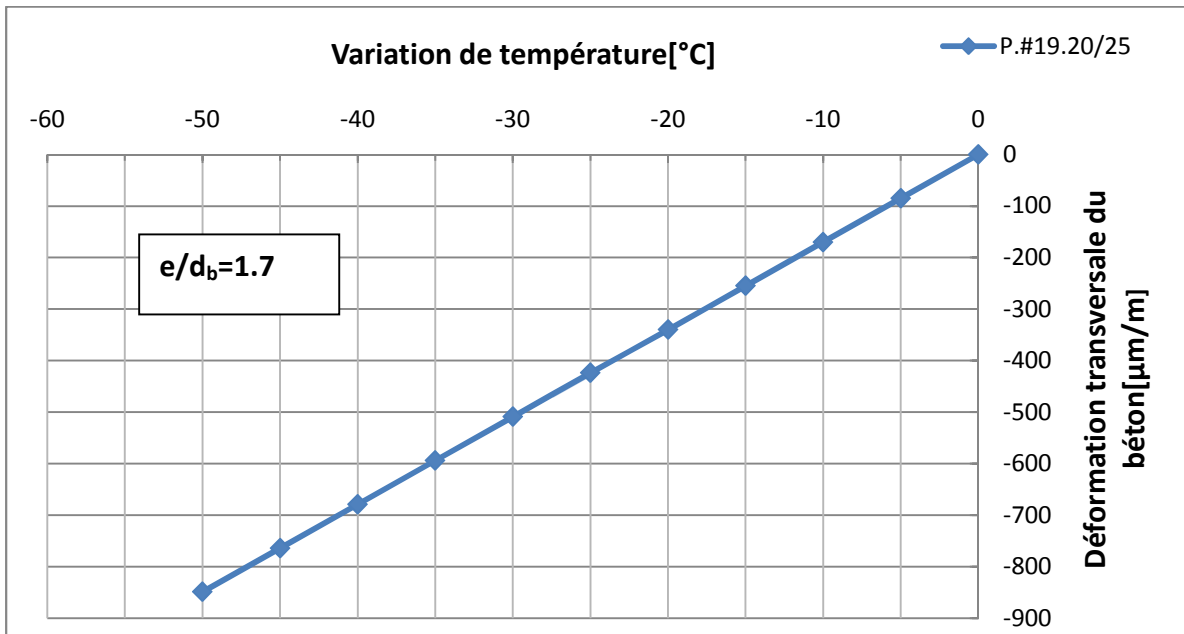
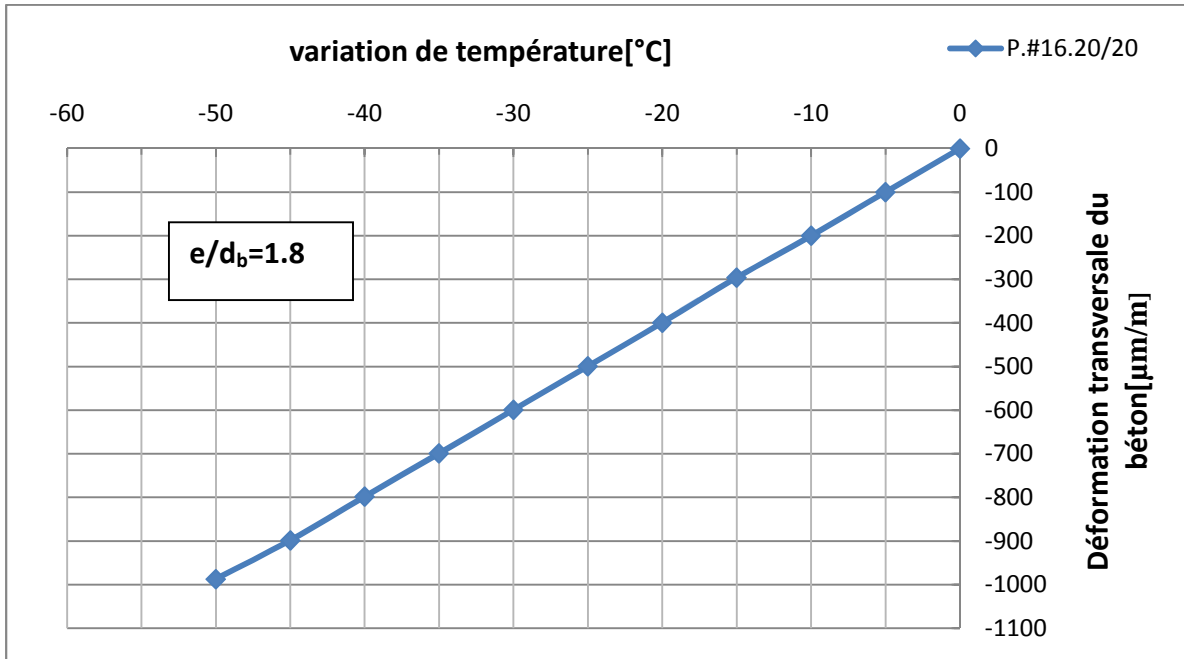


## Annexe C

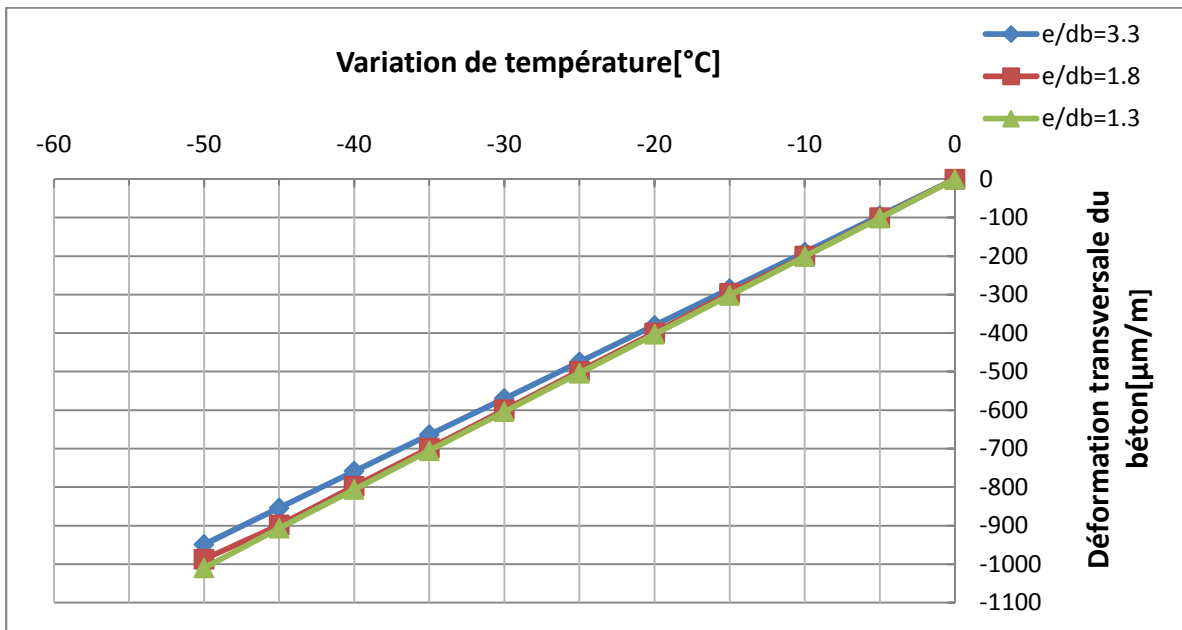
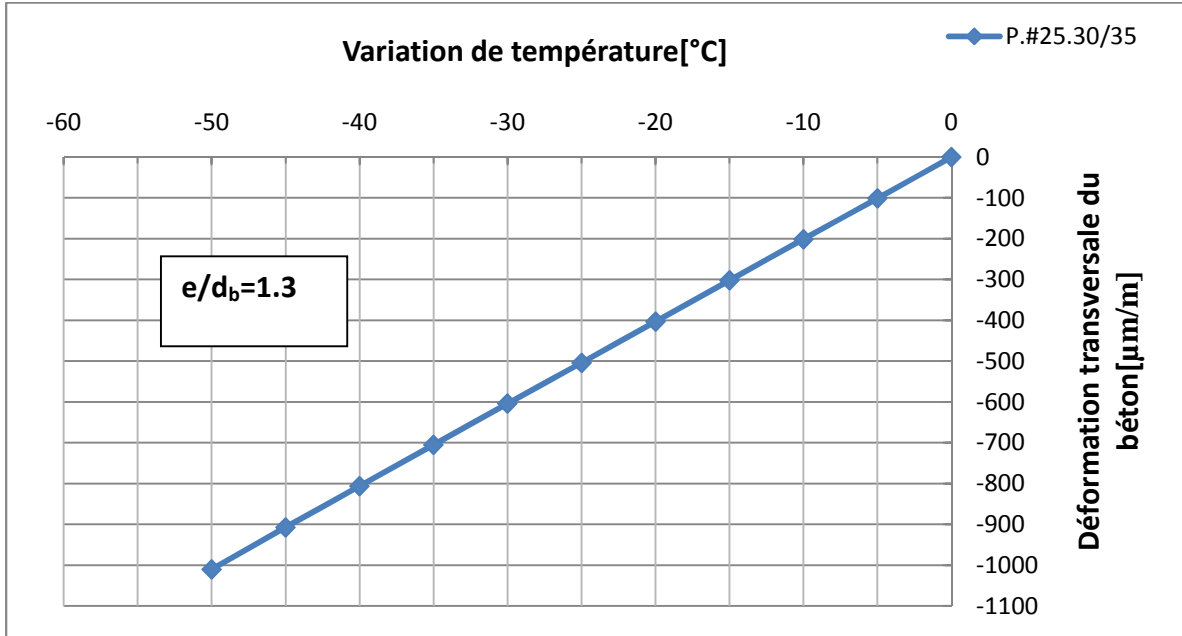
Déformation transversale analytique du béton situé entre les barres en fonction de la variation de température à l'interface armature 1 en PRF/béton pour  $e/d_b$  variant de 1.3 à 3.3



# Annexe C



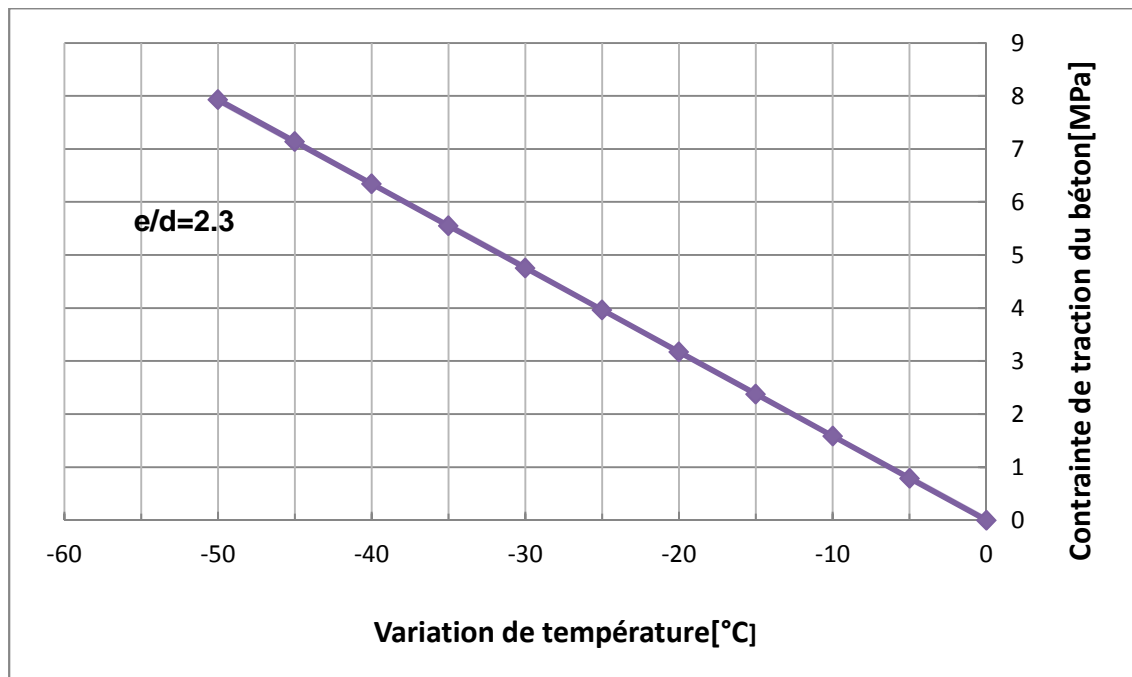
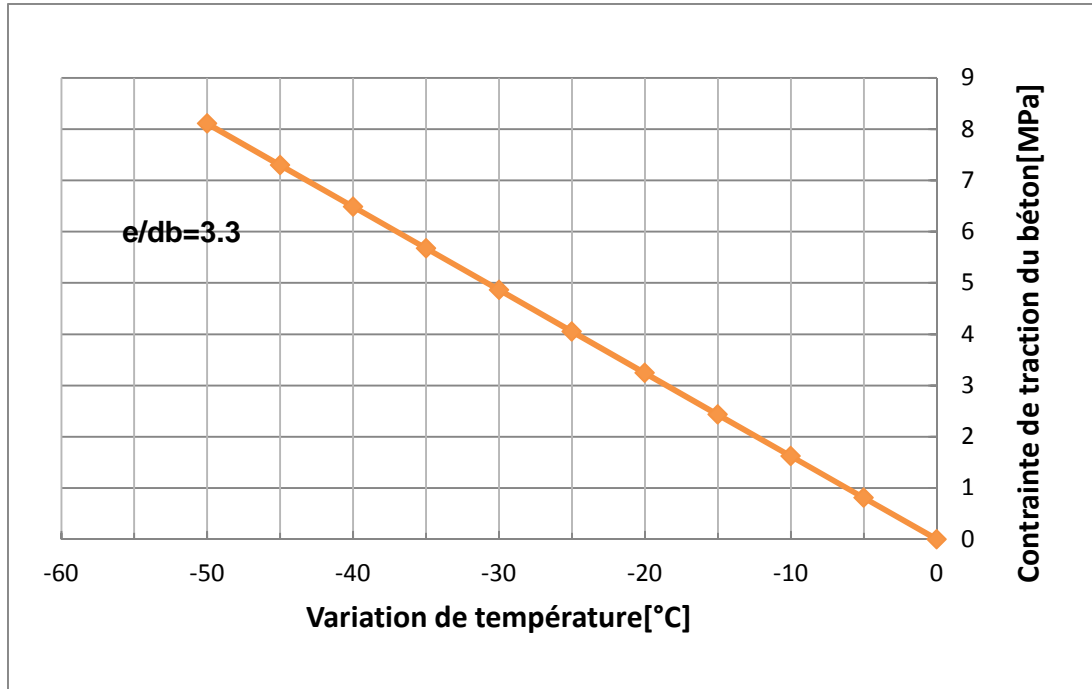
# Annexe C



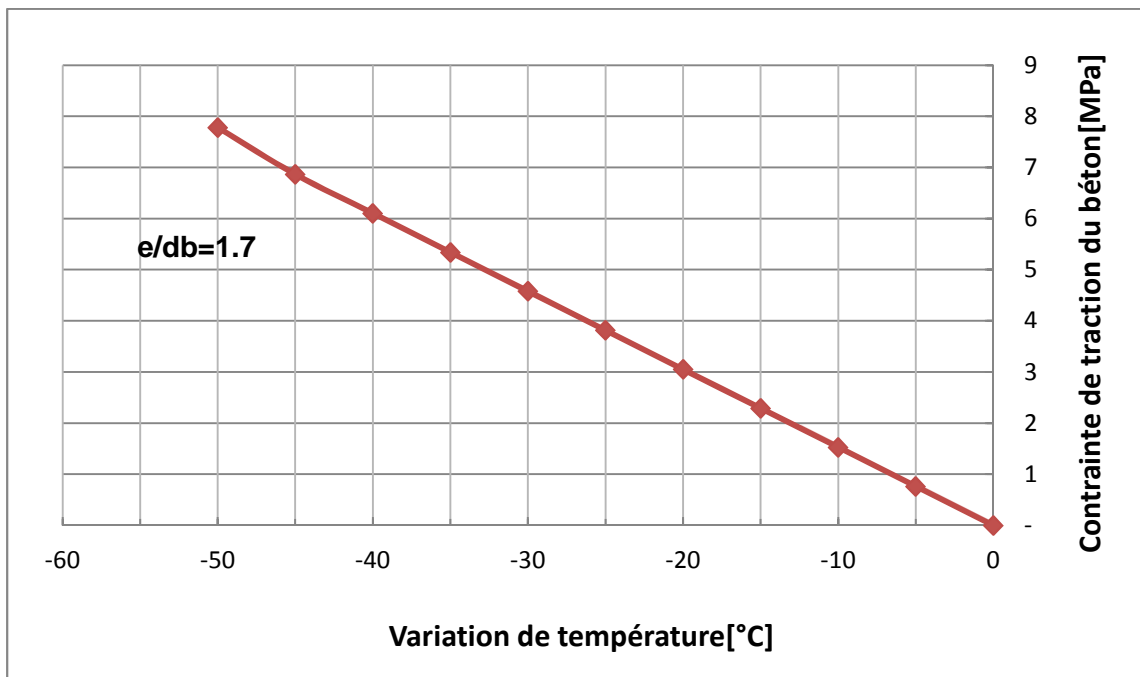
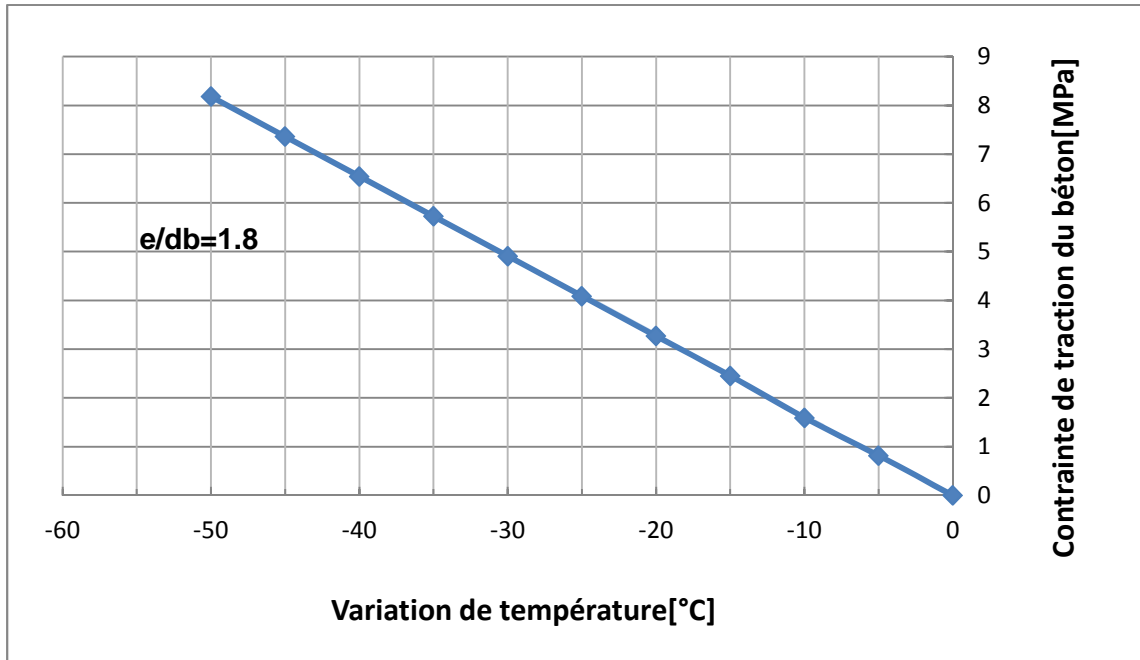
## *Annexe C*

## Annexe D

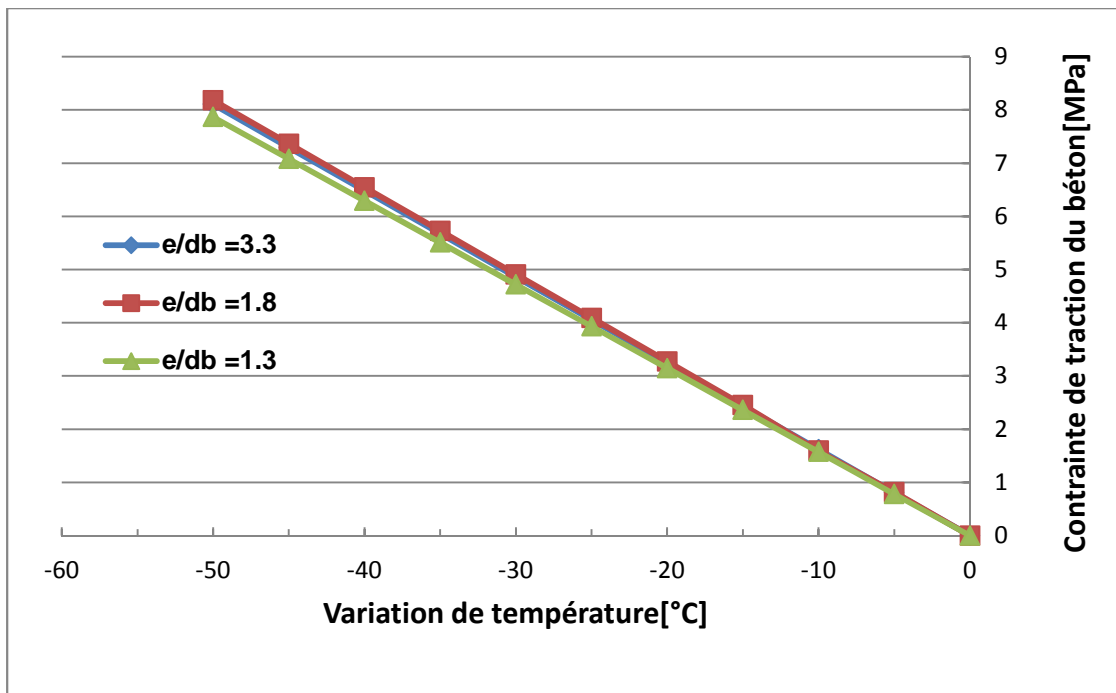
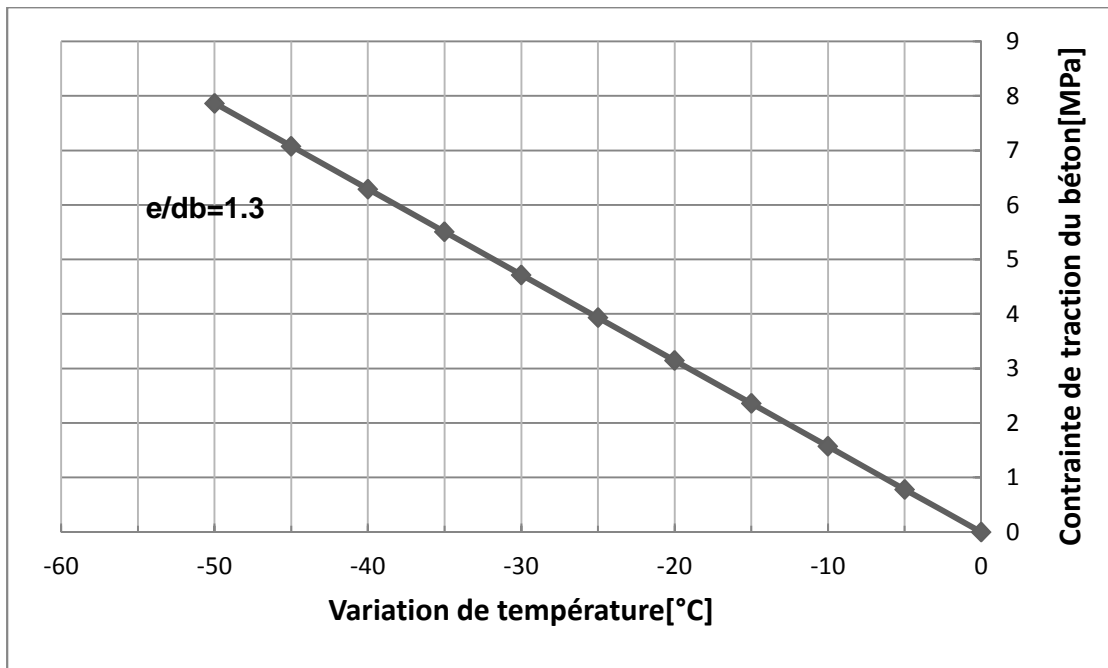
Contrainte de traction radiale analytique du béton situé entre les barres en fonction de la variation de température à l'interface armature 1 en PRF/béton pour  $e/d_b$  1.3 à 3.3



## Annexe D



## Annexe D



**Étapes du Modélisation d'une poutre P.#10.20/30 par ADINA**

**a) Définition des données du modèle**

Choisir Control Heading, ADINA affiche la fenêtre suivants (Figure E.1). Écrire un titre du problème « l'effet de la température sur une poutre renforcé par des barres en PRFV » puis, cliquer sur “OK”.



Figure E.1

Notre problème en 2D; Choisir Control Degrees of Freedom (Figure E.2), libéré X-Translation, X-Rotation, Y-Rotation and Z-Rotation boutons puis cliquer sur “OK”.

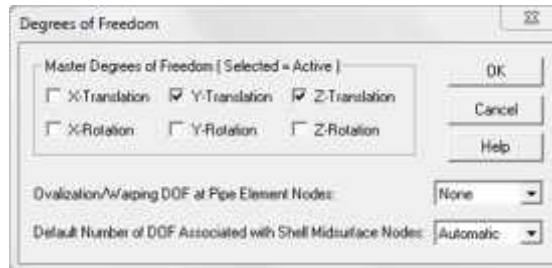


Figure E.2

**Note :** Si on annuler l'étape de définir le degré de liberté (Degrees of Freedom) le logiciel ADINA est faite automatiquement, quand on présenter juste les coordonnées de Y et Z.

**Définition de géométrie :** La poutre est symétrique par rapport à l'axe ZZ.

**Tableau E.1 :** Coordonnées des points

Point	X2«Y »	X3« Z »
1	38	100
2	0	100
3	0	0
4	38	0
5	0	55
6	38	55
7	0	80
8	0	75.25
9	0	70.5
10	0	39.5
11	0	34.75
12	0	30

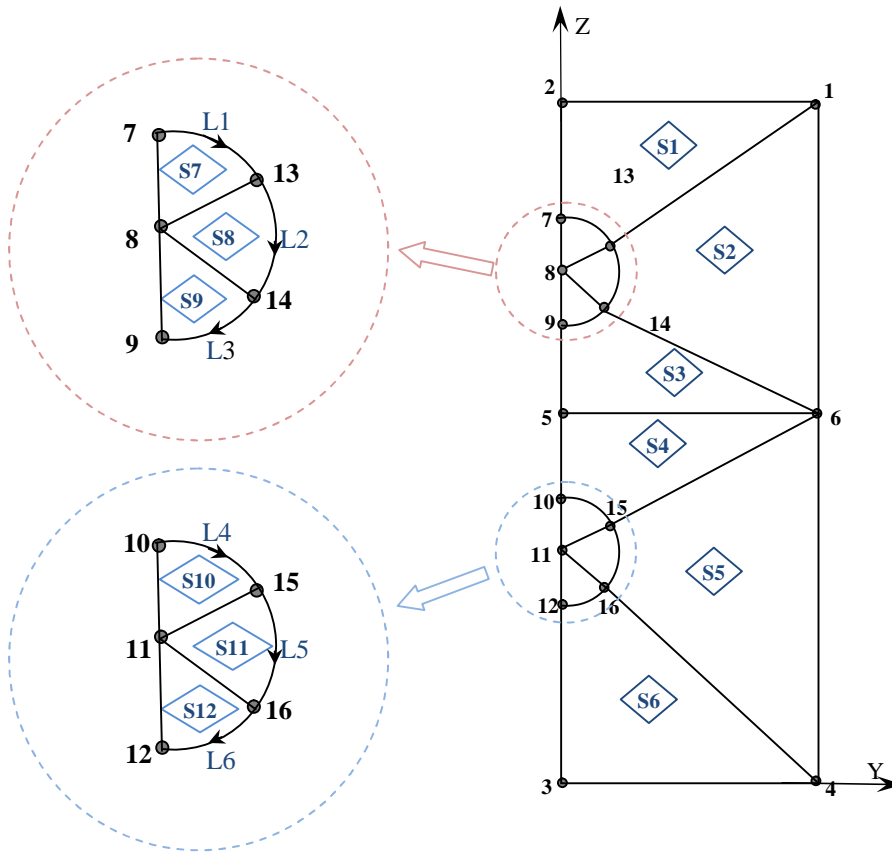



Figure E.3

On clique sur l'icone  (define points), ADINA affiche la fenetre suivante (Figure E.4), on ajoute les valeurs des points presenté dans le (Tableau E.1) dans les colonnes X<sub>2</sub> et X<sub>3</sub>, on laisse la colonne X<sub>1</sub> vide, puis on clique sur "Apply" puis "OK".

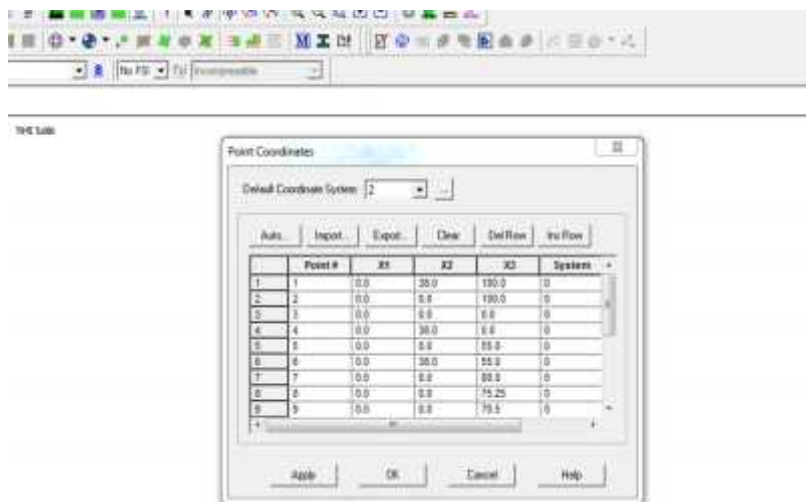



Figure E.4

Pour ajouter les points intermédiaires dans le demi-cercle. Cliquer sur l'icône  (Coordinate Systems), ADINA affiche la fenêtre suivant (figure E.5), cliquer sur "Add", choisir le type "Cylindrical" puis définir les coordonnées de point de l'origine de la première coordonnée est le point 8(0 ; 0 ; 75,25), cliquer sur "Save". Dans notre cas nous avons deux cercles. Donc, ajouter la deuxième coordonnée cylindrique, les coordonnées de point de l'origine de la deuxième coordonnée est le point 11(0 , 0 , 34,75). Pour fermi la fenêtre, cliquer sur "OK".

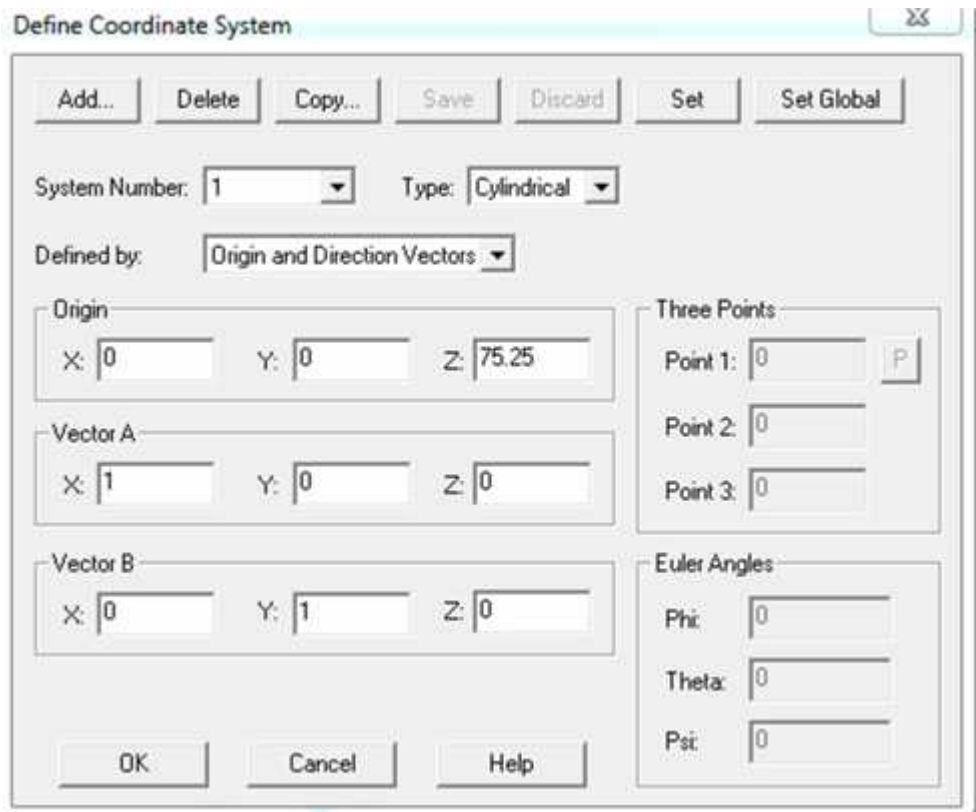




Figure E.5

Cliquer sur l'icône  (define points), ADINA affiche la fenêtre (Figure E.4), ajouter les valeurs des points présentés dans le Tableau (E.2), cliquer sur "

Apply" puis "OK"

Tableau E.2 : Coordonnées cylindriques des points.

Point	X1 $\rho$	X2 $\theta$	X3 z
13	4.75	30	0
14	4.75	-30	0
15	4.75	30	0
16	4.75	-30	0

Cliquer sur l'icône  (Define Lines), ajouter la ligne 1 choisie le type "Arc", définir le point de début 7 et le point de fin de l'arc 13 et le centre de l'arc 8. Continuer avec toutes les lignes présentées dans la figure (E.3).

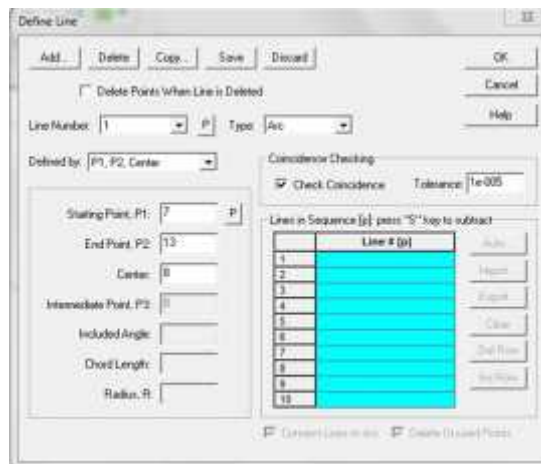


Figure E.6





Cliquer sur l'icône  (Define surface), ADINA affiche la fenêtre (Figure E.7). Cliquer sur "Add", choisir le type "Vertex" et définir les surfaces qui présentées dans le (tableau E.3), cliquer sur "OK".



Figure E.7

Tableau E.3 : Surfaces dans la poutre.

Surface	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4
1	1	2	7	13
2	1	13	14	6
3	14	9	5	6
4	6	5	10	15
5	6	15	16	4
6	16	12	3	4
7	7	8	13	7
8	13	8	14	13
9	14	8	9	14
10	10	11	15	10
11	15	11	16	15
12	16	11	12	16

Pour afficher la géométrie des points, des lignes et des surfaces. Cliquez de l'étiquette point icône , de l'étiquette ligne icône  et de l'étiquette surface icône . Le graphique Windows présenté tous les points, les lignes et les surfaces, comme montré la figure E.8.

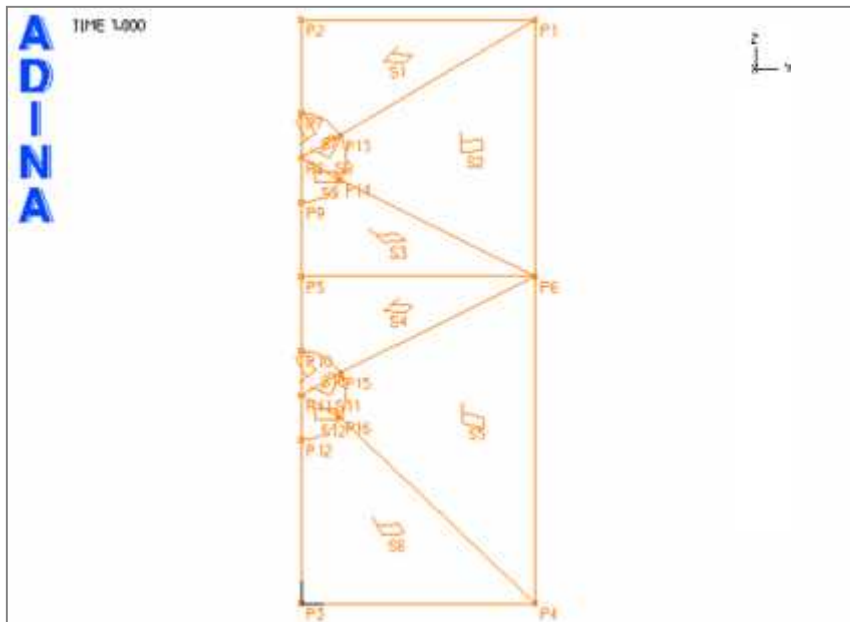




Figure E.8

b) Définition et application des conditions aux limites

Cliquer sur l'étiquette ligne icône , pour trouver les lignes fixes, cliquer sur  puis cliquer sur la ligne qui cherchée .le graphique Windows présenté l'image suivante.

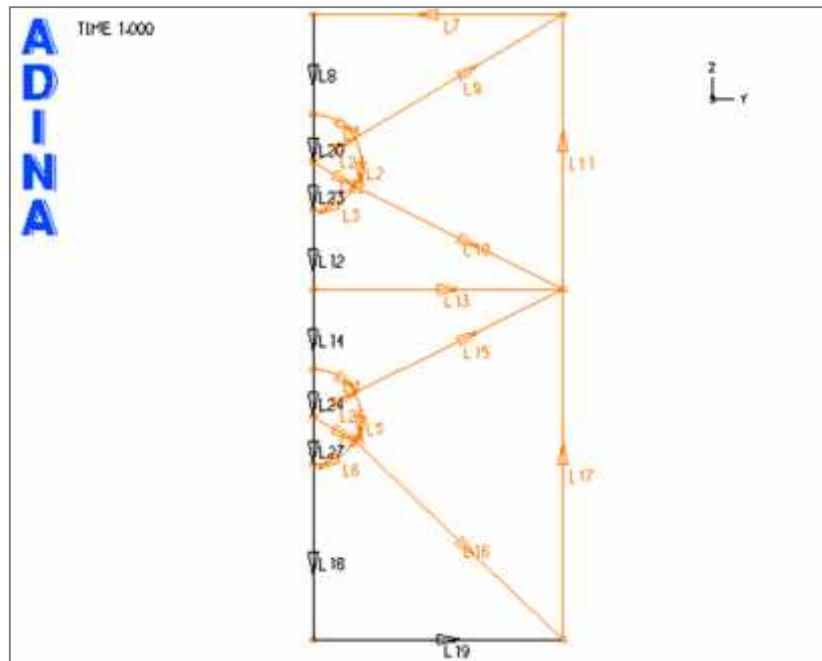



Figure E.9

Cliquer sur l'icône  (Apply fixity), ADINA affiche la fenêtre (Figure E.10), choisir «Lines» pour “Apply to“. Pour définir le type d'appuis cliquer sur “Define“ ADINA affiche la fenêtre (Figure E.11), ajouter un type d'appuis. Cliquer sur “Add“, ajouter le nom YT et cocher sur Y-translation, cliquer sur “Save“, de même manière ajouter ZT ; cocher sur Z-translation. Pour fermer, cliquer sur “OK“.

Pour fixé les lignes entré les lignes dans la première colonne de tableau et le type d'appuis dans la deuxième colonne, cliquer sur “Save“ puis “OK“.

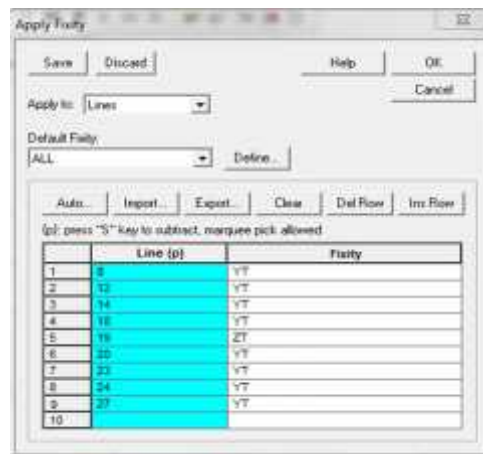


Figure E.10.



Figure E.11

**c) Définition et application des charges**

Choisir Control Time function, ADINA affiche la fenêtre (Figure E.12), modifie les valeurs dans le tableau suivant ce tableau :

Time	Value
0	0
10	1

Cliquer sur "Save", pour fermé la fenêtre clique sur "OK".

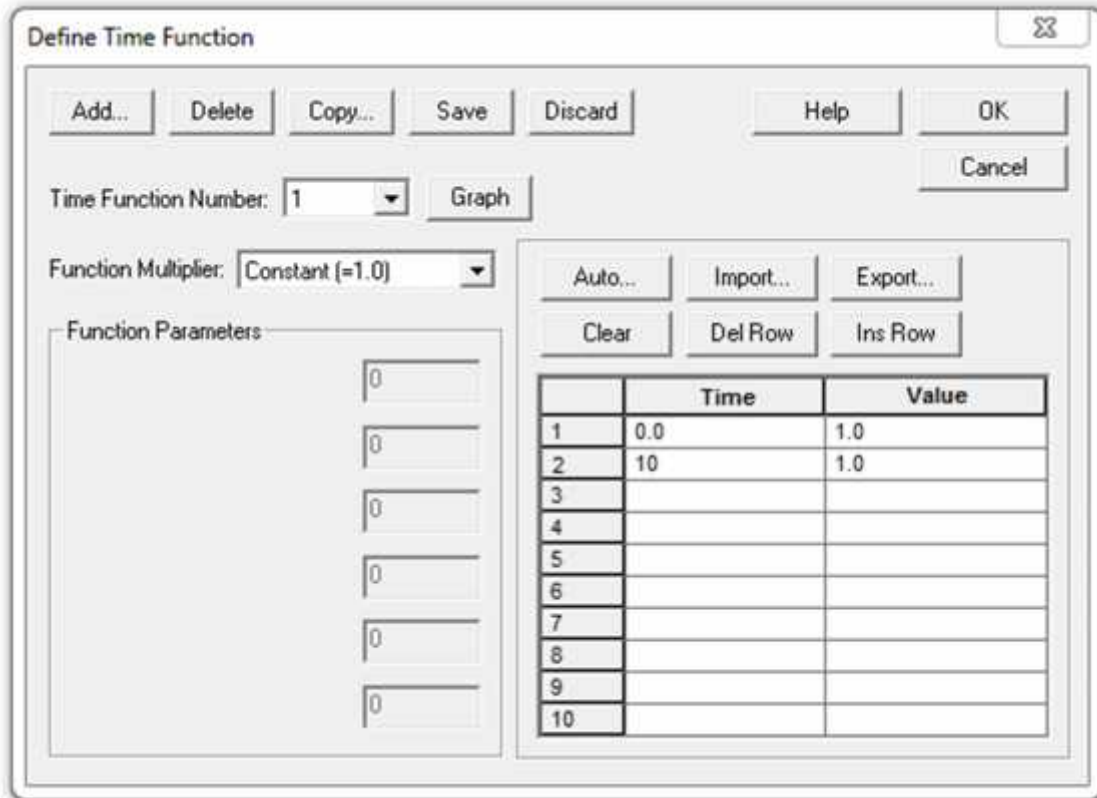


Figure E.12

Choisir Control Time Step, ADINA affiche la fenêtre (Figure E.13), écrire le nombre de répétition 10 dans la première ligne, cliquer sur “OK”.

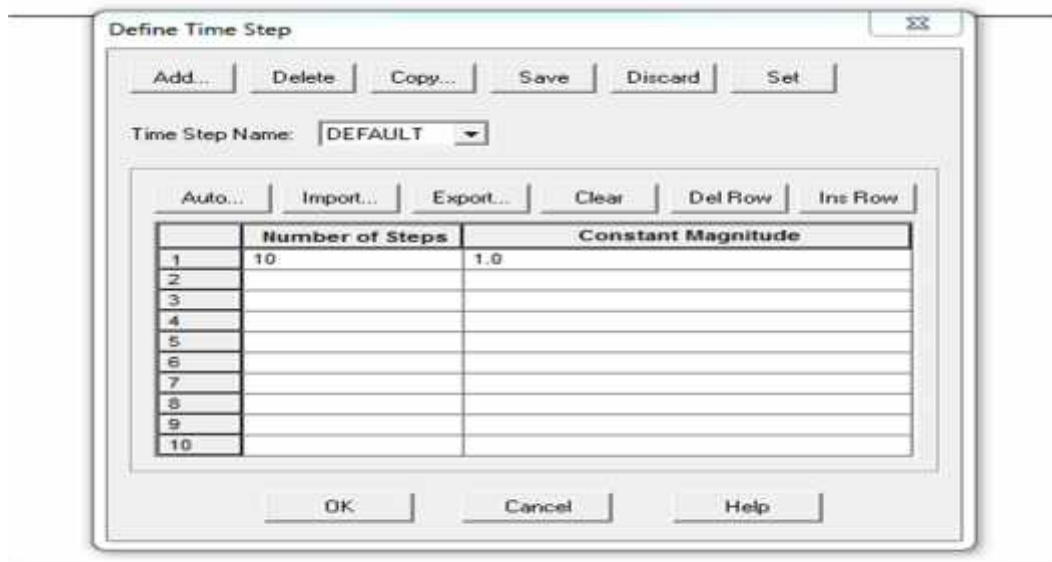



Figure E.13

Cliquer sur l’icone  (Apply Load), ADINA affiche la fenêtre (Figure E.14), choisir le type de la charge “Température”, cliquer sur Define, ADINA affiche la fenêtre (Figure

E.15), cliquer sur “Add” définir le “Magnitude” -50, cliquer “Save” puis “OK”. Remplir le tableau de (Figure E.14), entrer les surfaces de 1 jusqu’à 12 dans la première colonne et cliquer sur “Apply” puis “OK” pour fermer la fenêtre.



Figure E.14

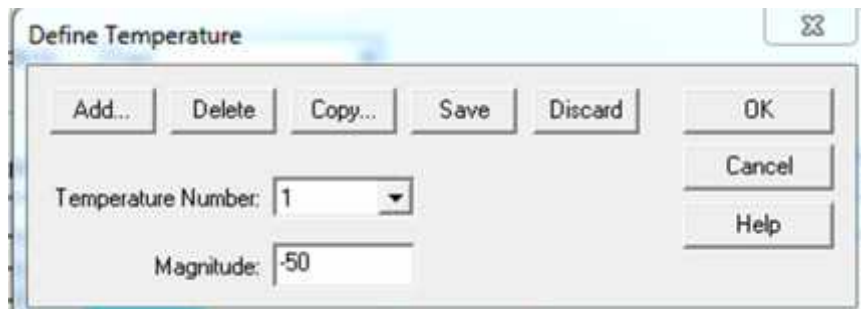




Figure E.15

Cliquer sur l'étiquette appuis icone  et l'étiquette charge icone  le graphique Windows présenté l'image suivante.

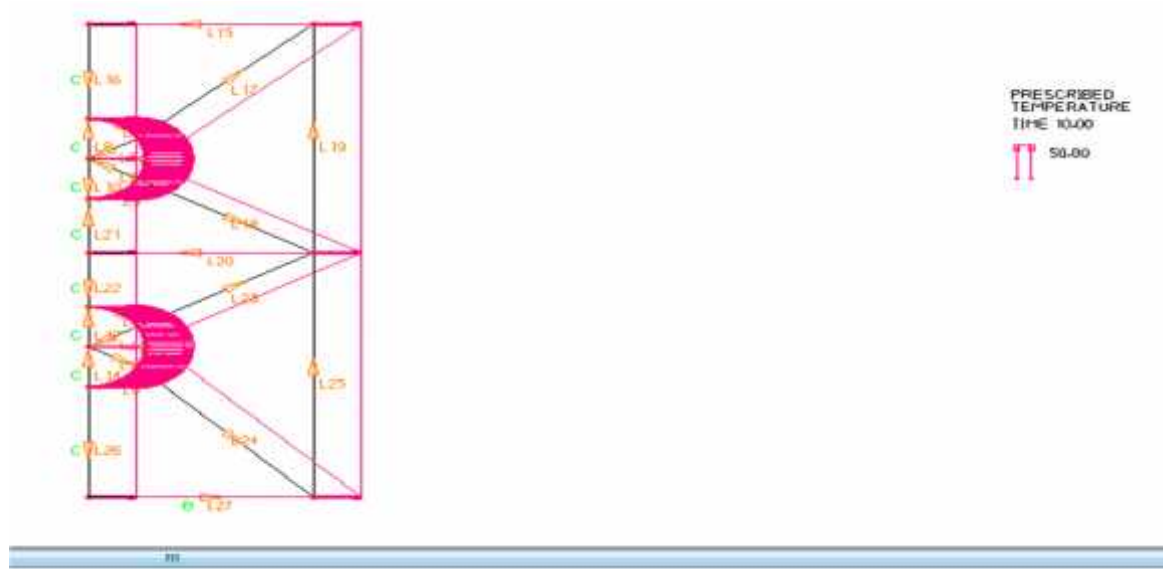



Figure E.16

**d) Définition des matériaux**

Cliquer sur l'icone  (Manage Materials), ADINA affiche la fenêtre suivante (Figure E.17), pour le matériau PRF choisir Elastic Isotropic ADINA affiche la fenêtre (Figure E.18).

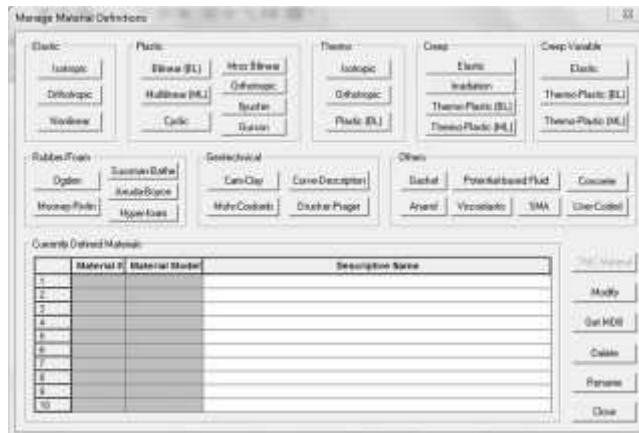


Figure E.17

Le matériau PRFV Isorod est considéré comme le comportement de matériau élastique linéaire, les propriétés de PRF définir les propriétés de PRF et cliquer “Save” puis “OK”.

## Annexe E

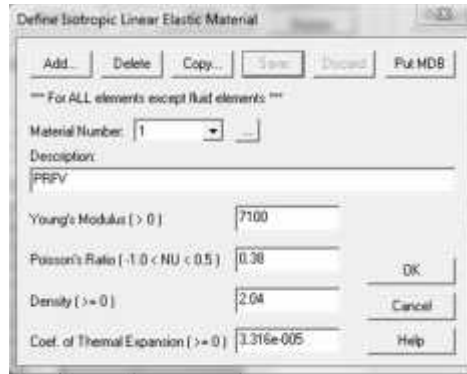


Figure E.18

Pour le béton choisir dans other concrete, ADINA affiche la fenêtre définir les propriétés du béton

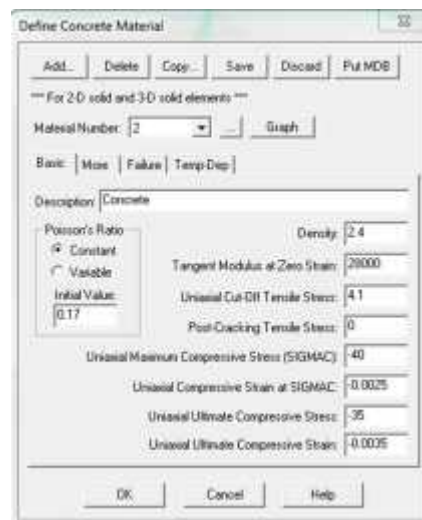


Figure E.19



Figure E.20

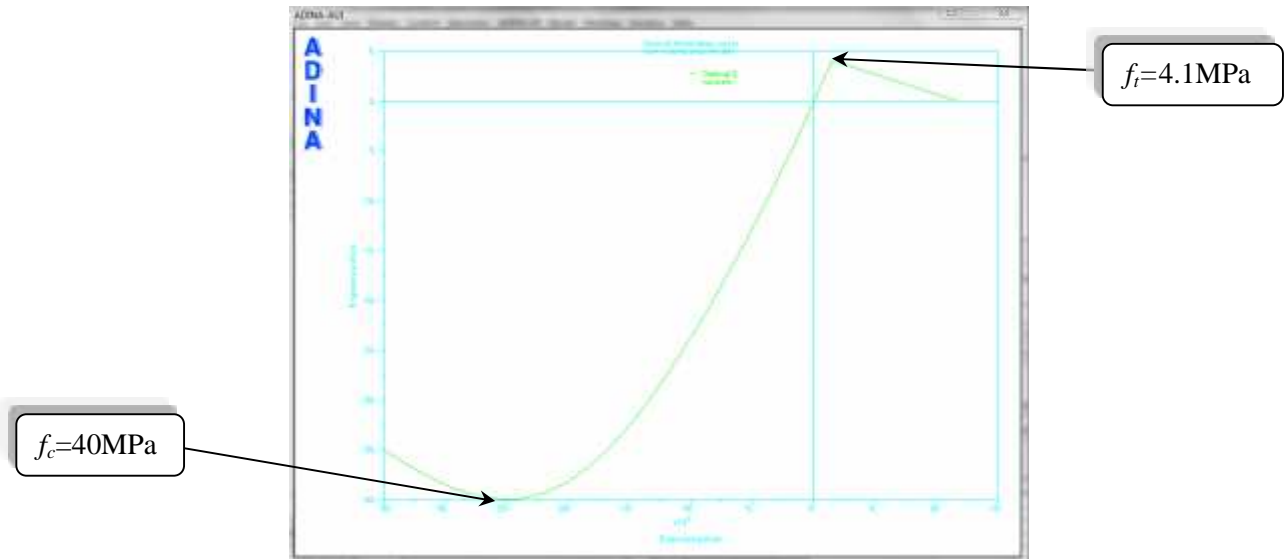



Figure E.21

### e) Définition des surfaces de contact

Cliquer sur l'icône , ADINA affiche la fenêtre (Figure E.22), cliquer sur “Add” et choisir le type “2D Contact”, cliquer sur “Save” puis “OK”.

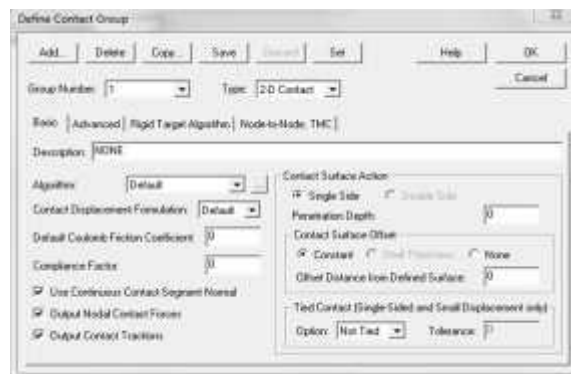


Figure E.22


Cliquer sur l'icône , ADINA affiche la fenêtre (Figure E.23), cliquer sur “Add” entrer les lignes 1, 2 et 3 dans la première colonne de tableau, cliquer sur “from table Input”, choisir pour l'orientation “Follow Geometry”, cliquer sur Save. Cliquer sur “Add” pour ajouter la 2<sup>ème</sup> surface (les lignes 4, 5 et 6 comme la 1<sup>ère</sup> surface). Ajouter la 3<sup>ème</sup> surface, entrer les lignes 3, 2 et 1 dans la première colonne de tableau cliquer sur “from table Input”, choisir pour l'orientation “opposite to Geometry” cliquer “Save”, ajouter la surface 4 (les lignes 6, 5 et 4 comme la 3<sup>ème</sup> surface). Cliquer sur “OK”.



Figure E.23

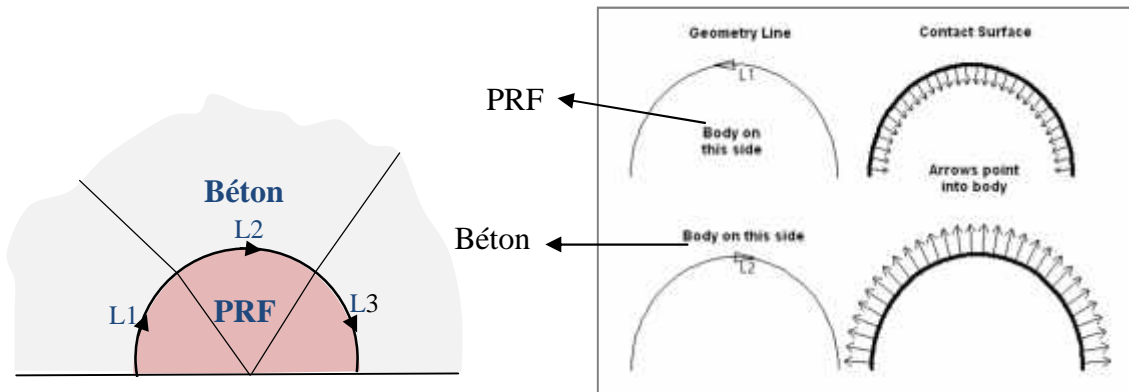


Figure E.24


Cliquer sur l'icone , ADINA affiche la fenêtre (Figure A.25), cliquer sur “Add” choisir 3 pour “Target Surface” et 1 pour “Contactor Surface”, cliquer sur “Save”. Cliquer sur Add et choisir 4 pour “Target Surface” et 2 pour “Contactor Surface” et cliquer sur “Save” puis “OK”.



Figure E.25

*f) Définition des éléments et le Maillage*


Cliquer sur l'icône , ADINA affiche la fenêtre (Figure E.26), cliquer sur “Add” et choisir le type 2D Solid, choisir aussi pour Element Sub-Type Plane Stress et pour Default Material 1, puis “Save”, cliquer sur “Add” pour ajouter le deuxième matériau de même manière et cliquer sur “OK”.



Figure E.26

Choisir Meshing Mesh Density Complete Model, ADINA affiche la fenêtre (Figure E.27), assurer que le “Use End-Point Sizes” choisir pour “Subdivision Mode” puis cliquer sur “OK”.

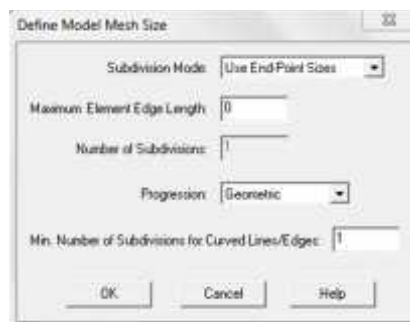


Figure E.27

Choisir Meshing Mesh Density Point Size, ADINA affiche la fenêtre (Figures E.28) choisir pour “Points Defined from”:All Geometry Points et pour Maximum choisie 5, cliquer sur “Apply”, modifier les valeurs dans le tableau (pour les points dans les lignes de contacts) “Mesh Size”=1,5, puis cliquer sur “Apply” “OK”. Le graphique Windows présenter l'image de page suivante (Figure E.29).



Figure E.28

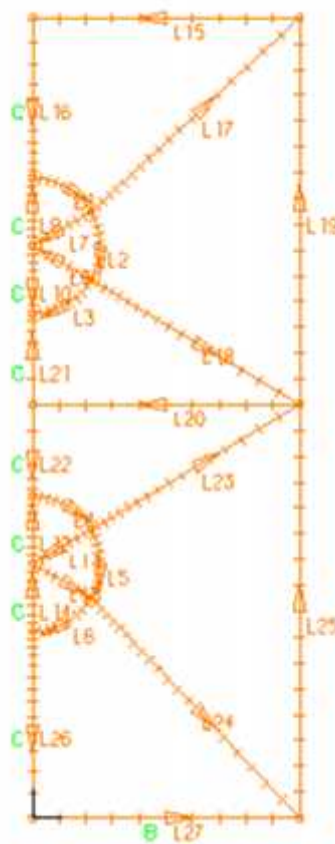


Figure E.29


Cliquer sur l'icône  (Mesh Surfaces), ADINA affiche la fenêtre suivante (Figure E.30), choisir l'élément 2 (béton) et dans le tableau écrire les surfaces (1 jusqu'à 6) de l'élément 2, et les "Nodes per Element" 6 et clique Apply. Choisir aussi l'élément 1 (PRF) et les surface de 7 jusqu'à 12, puis cliquer sur "Apply" le graphique Windows présent l'image (Figure E.31), pour fermer la fenêtre cliquer sur "OK".



Figure E.30

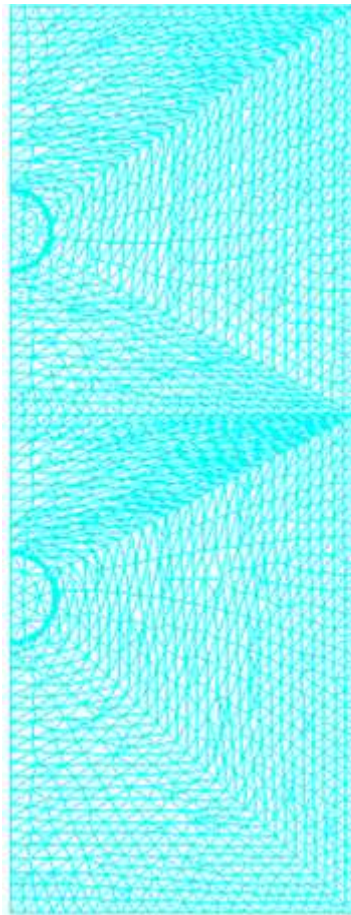





Figure E.31

Pour voir les détails de contact entre le béton et la barre en PFR; cliquer sur  (show contact surface) pour voir les surface de contact. Cliquer sur  (show segment normals) pour voir l'orientation de surface de contact (la direction des flèches vers

l'élément solide). Pour changer les couleurs de chaque élément cliquer sur  (color element groups), le graphique Windows présente l'image suivante (Figure E.32).

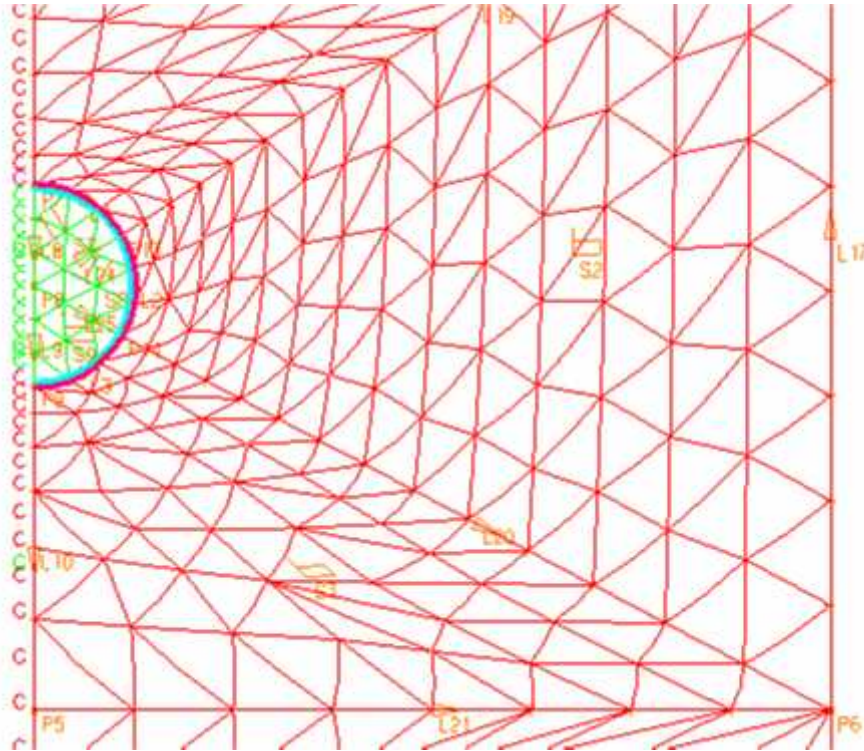




Figure E.32

**g) Calcule**

Cliquer sur l'icone  (Save) pour sauvegarder le travail, vérifier si le Type : ADINA-IN Database Files (\*.idb), écrire le Nom du fichier « P.#10.20-30 » puis cliquer Enregistrer. Cliquer sur l'icone  (Data File/Solution) pour faire le calcul vérifier si le Type : ADINA-IN Database Files (\*.dat), choisir le Nom du fichier : « P.#10.20-30 cliquer sur Enregistrer. ADINA affiche la fenêtre suivante et faire le calcul, quand il est terminé affiche le message que le travail est terminé, puis fermé les fenêtres de graphique.

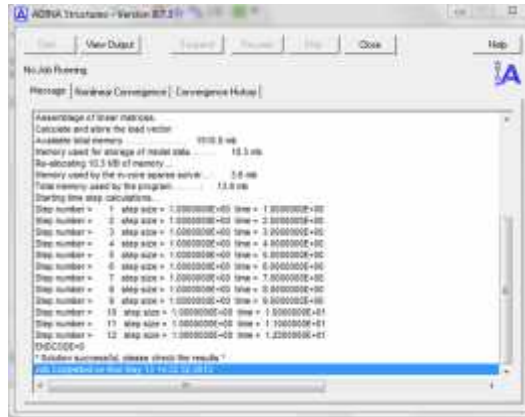



Figure E.33

Choisir “Post-Processing”, au gauche, ADINA affiche (you can discard all changes), cliquer sur “oui”.



Figure E.34

Cliquer sur l’icone  (open), choisir le Type « ADINA/-T/-F Porthole Files » (\*.Por\*), Nom du fichier : P.#10.20-30, le graphique Windows présent l’image suivante (Figure E.35).

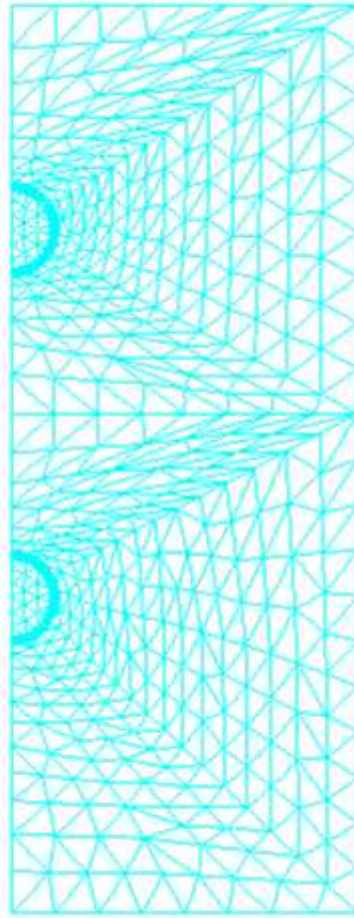





Figure E.35

Cliquer sur l'icone , ADINA affiche la fenêtre suivante (Figure E.36), choisir pour « Vector Quantity » Open cracks puis cliquer sur “OK”. ADINA affiche la fenêtre (Figure E.37). Utiliser les icones  pour partir à la prochaine solution, et  pour retour à la précédente solution.

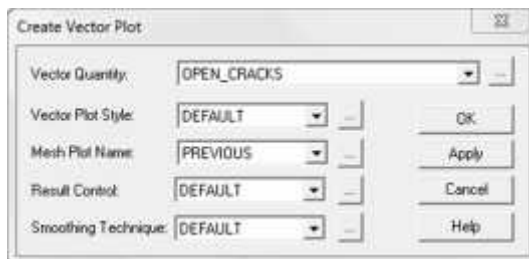


Figure E.36

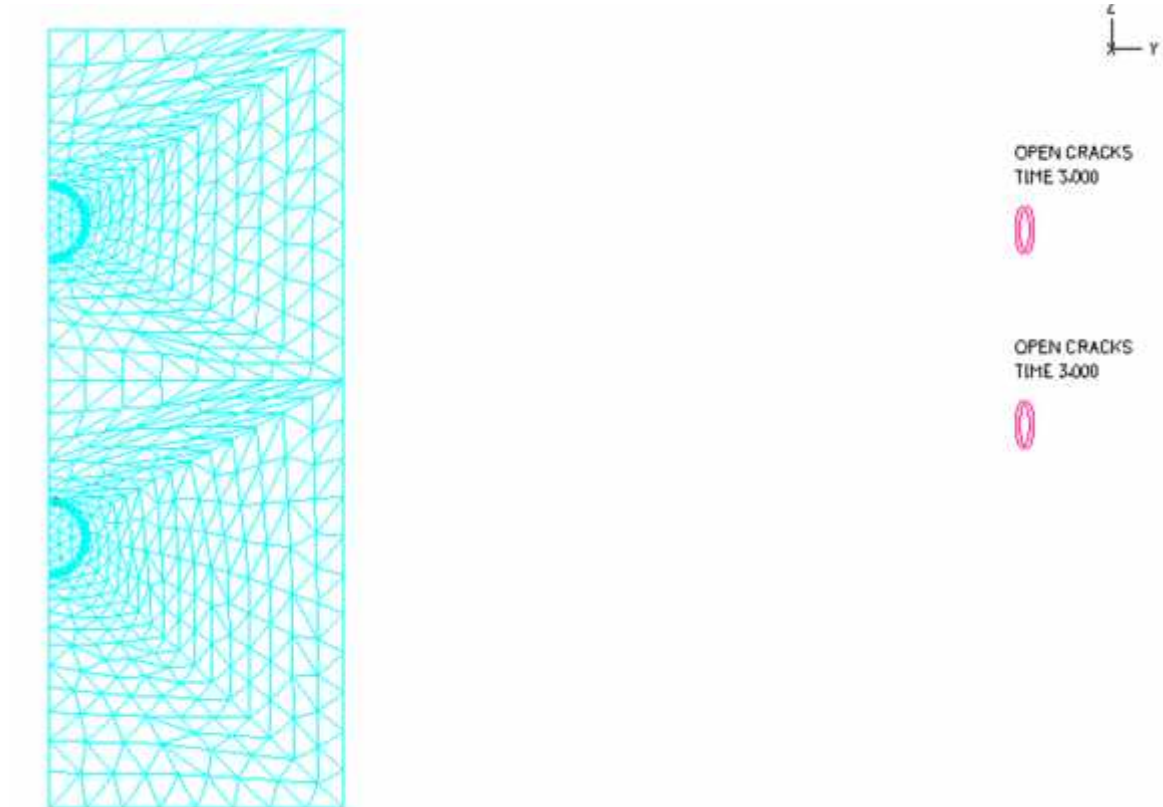


Figure E.37

**h) Trouver  $T_{cr}$**


Pour trouver  $T_{cr}$  avec précision, on choisit “ADINA Structures”, ADINA affiche (you can discard all changes), cliquer sur “oui”. Cliquer sur l’icone  (Apply Load), choisir le type de la charge “Température”, cliquer sur Define, ADINA affiche la fenêtre (Figure E.38), définir le “Magnitude” 1, cliquer “Save” puis “OK”. cliquer sur “Apply” puis “OK” pour fermer la fenêtre.



Figure E.38

Choisir Control Time function, ADINA affiche la fenêtre (Figure E.12), modifier les valeurs dans le tableau suivant ce tableau :

Time	Value
0	20
5	25

Cliquer sur “Save“, pour fermé la fenêtre clique sur “OK“.

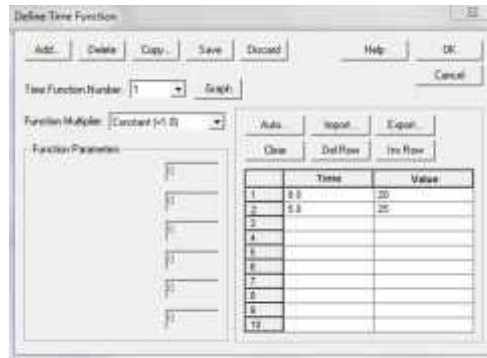





Figure E.39

Choisir Control Time Step, ADINA affiche la fenêtre (Figure E.40), écrire le nombre de répétition 5 dans la première ligne, cliquer sur “OK“.



Figure E.40

Cliquer sur l'icône  (redraw), puis cliquer sur l'icône  (Save) pour sauvegarder le travail. Cliquer sur l'icône  (Data File/Solution) pour faire le calcul vérifier si le Type : ADINA-IN Database Files (\*.dat), choisir le Nom du fichier : « P.#10.20-30-cr », cliquer sur Enregistrer. ADINA affiche la fenêtre suivante (Figure E.41) et faire le calcul, quand il est terminé, fermé les fenêtres de graphique.

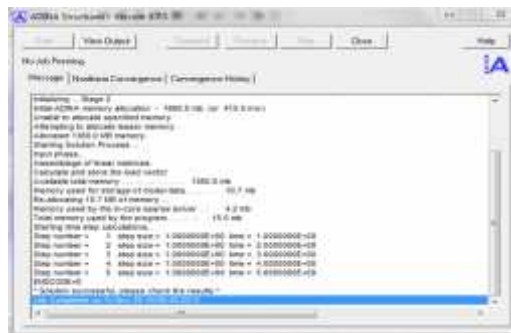
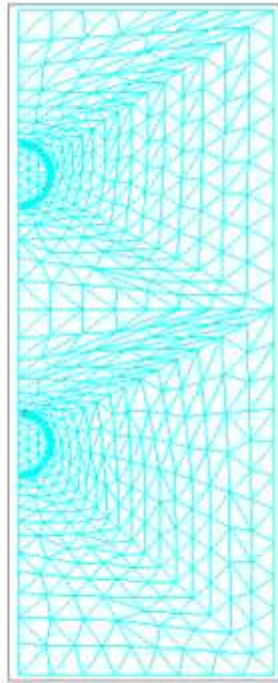


Figure E.41

Formation de la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres en PRF à la variation de température  $T_{cr}$  en fonction de  $e/d_b$ .

ADINA

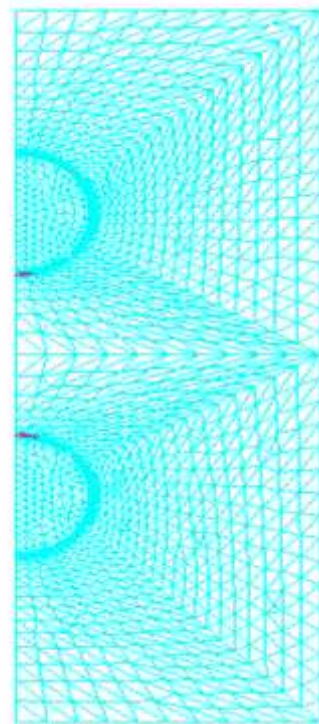
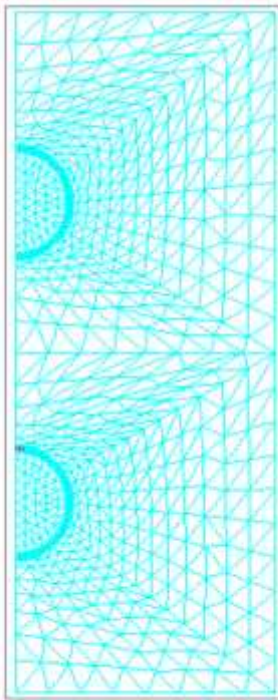


OPEN CRACKS  
TIME 5.000



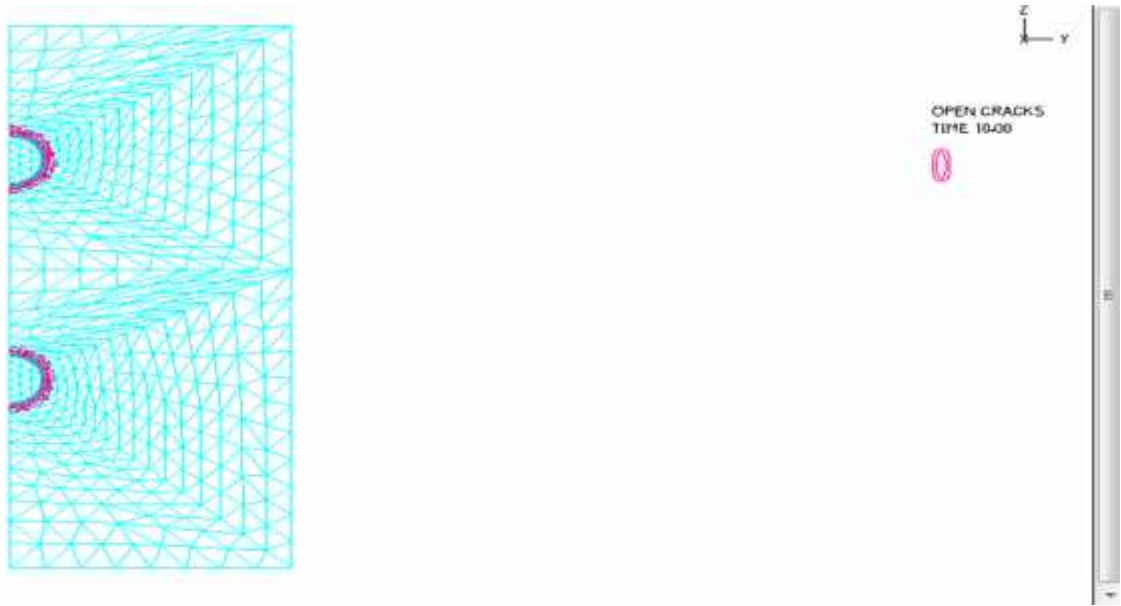
P.#10.20/30 (  $T_{cr}=-23^{\circ}\text{C}$ ,  $e/d_b=3.3$ )

ADINA  
TIME 5.000



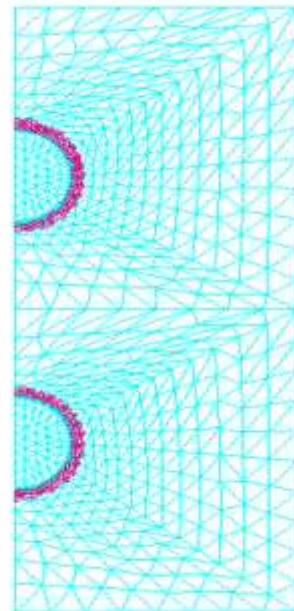
P.#19.20/35 (  $T_{cr}=-20^{\circ}\text{C}$ ,  $e/d_b=1.7$ )

P.#25.30/35 (  $T_{cr}=-19^{\circ}\text{C}$ ,  $e/d_b=1.3$ )



Formation des fissures à une variation de température  $UT_{cr}$  P.#16.20/20(  $T_{cr}=-50^{\circ}\text{C}$ ,  $e/d_b=1.8$ )

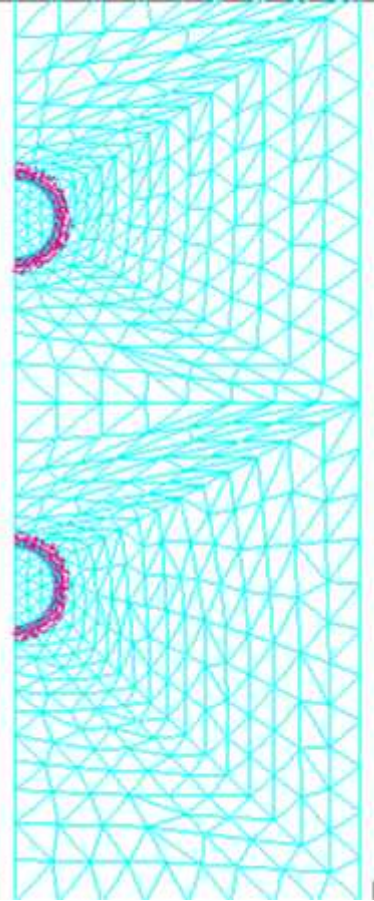
ADINA  
TIME 10:00



Formation des fissures à une variation de température  $UT_{cr}$  P.#25.30/35 (  $T_{cr}=-50^{\circ}\text{C}$ ,  $e/d_b=1.3$ )

**A  
D  
I  
N  
A**

TIME 6.000



Formation des fissures à une variation de température  $UT_{cr}$  P.#13.20.25 (  $T_{cr}=-30^{\circ}\text{C}$ ,  
 $e/d_b=2.3$ )

: المحاكاة العددية لتأثير التباعد بين قضبان البوليمر المدعم بالألياف على سلوك الحزم الخرسانية المسلحة عند درجات الحرارة المنخفضة  
: الله وهادف : السيد زايد علي والزهرة

ان مشكلة الصدا اخذت اهمية كبيرة اليوم لان هياكل الخرسانة المسلحة تضعف بسبب تاكل القضبان الفلاذية مما يقلل من المتانة وسلامة الهياكل وهذا ما يستدعي اصلاحات قد تكلف الملايير.  
من الضروري ان يتم استبدال هذه القضبان الفلاذية بمادة مقاومة للصدا كالمواد المركبة من البوليمير المدعم بالالياف (FR) ان استخدام هذه المواد هو الحل الامثل وتتميز هذه المواد بمقاومة عالية للصدا مدة حياة اطول وسهولة الاستعمال. و الهدف من دراستنا هو تحليل ا لعارضة من الخرسانة المسلحة المتكونة من قضبان البوليمير المدعم بالالياف الزجاجية VRF عند تغيرات حرارية منخفضة (تصل الى -50 درجة مئوية) باستعمال نظام AADIN يعتمد طريقة العناصر المنتهية باستعمال نظام AADIN .  
ان هذا التحليل يسمح بمعرفة التغير في درجة الحرارة الحرجة ( $T_{cr}$ ) التي تؤدي الى ظهور التشققات المحيطة الاولى في الخرسانة على سطح التلامس بين القضبان والخرسانة وكذا عمق التشققات المحيطة في الخرسانة المحيطة بالقضبان والخرسانة الموجودة بين القضبان FR عمق الشقوق المحيطة المنتشرة من سطح التلامس بين الخرسانة و القضبان عبر الخرسانة و اجراء المقارنات بين النتائج التحليلية و الرقمية من حيث اجهاد الشد الشعاعي و التشوه الحراري العرضي  
الكلمات المفتاحية: VFR التشوهات والاجهادات تغيرات حرارية منخفضة البعد بين القضبان

**Memory title : Numerical simulation of spacing effect between FRP bars on reinforced concrete beams behavior at low temperatures**

**Name : Benharzallah and Hadeff First name : Ahlam and zohra Directed by : Ms Zaidi A**

**Abstract** The problem of corrosion has become a considerable importance today. Various reinforced concrete structures are deficient due to the corrosion of steel reinforcement which reduces durability, threatens their safety and increases the cost of repairing these structures. It is necessary to replace the steel with a uncorroded material such as composite materials of fiber reinforced polymers (FRP).

The use of FRP bars is an effective solution the corrosion phenamo . These composite materials are characterized by high immunity against corrosion, light weight and high tensile strength, long service life and easy installation. The objective of this research work is to study the thermal behavior of concrete beams reinforced with two glass FRP bars (GFRP) at low temperatures variation (up to  $-50^{\circ}C$ ) using the finite element ADINA software. This study analyzes the effect of the ratio of concrete cover thickness to FRP bar diameter  $c/d_b$  and the spacing between FRP bars in concrete. Also, it allows to evaluate the thermal load producing the first circumferential crack in the concrete located between the GFRP bars and the depth of the circumferential cracks propagated from the interface through the concrete. Comparisons between the numerical and analytical results in terms of radial tensile stress and transversal thermal deformation are presented.

**Key words:** concrete, FRP bars, deformations and transversal stresses, low temperature variation, spacing between bars, concrete carrer, bar diameter.

**Titre du mémoire : Simulation numérique de l'effet d'espacement entre les barres de PRF sur le comportement des poutres en béton armé sous basses températures**

**Nom: Benharzallah et Hadeff Prénom: Ahlam et zohra Encadreur: Mr. Zaidi A**

**Résumé** Le problème de la corrosion a pris de nos jour une importance considérable, Divers structures en béton armé déficientes en raison de la corrosion de l'armature en acier qui réduit la durabilité, menace leur sécurité et augmente le cout de réparation de ces structures. Il est nécessaire de remplacer l'acier par un matériau résistant à la corrosion tel les matériaux composites de polymères renforcés de fibres (PRF).

L'utilisation des barres en PRF se trouve comme une solution efficace. Ces matériaux Composites, se caractérisent par une grande immunité contre la corrosion, légers et de haute résistance à la traction, une longue durée de vie et une mise en place aisée. L'objectif de notre travail consiste à étudier le comportement thermique des éléments prismatiques en béton renforcé de deux barres en PRF de verre (PRFV) sous basses températures (allant jusqu'à  $-50^{\circ}C$ ) au moyen de la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ADINA. Cette étude permet d'analyser l'effet du rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF  $c/d_b$  et l'espacement entre les deux barres en PRFV dans le béton. Aussi, il permet d'évaluer la charge thermique produisant la première fissure circonférentielle dans le béton situé entre les barres en PRFV et la profondeur des fissures circonférentielles propagées de l'interface à travers le béton. Des comparaisons entre les résultats numériques et analytiques en termes de contrainte de traction radiale et de déformation thermique transversales sont réalisées.

**Mots clés :** béton. barres en PRFV. Déformations et contraintes transversales. Basse variation de température. Espacement entre les barres. Enrobage de béton .Diamètres des barres.

**Le résumé doit être rédigé en deux langues différentes au moins**