الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة عمار ثليجي الأغواط
معهد علوم وتقنيات النشاطات البدنية والرياضية

مطبوعة بعنوان

الإحصاء المطبق

المقياس: **المحاسبة**

المستوى: **الأولى ماستر**

القسم: **إدارة وتسيير المنشآت الرياضية**

التخصص: **الإدارة والتسيير الرياضي**

إسم ولقب المؤلف: **عادل عاشور**

السنة الجامعية: **2023/2022**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة عمار ثليجي الأغواط
معهد علوم وتقنيات النشاطات البدنية والرياضية

مطبوعة بعنوان

الإحصاء المطبق

المقياس: **المحاسبة**

المستوى: **الأولى ماستر**

القسم: **إدارة وتسيير المنشآت الرياضية**

التخصص: **الإدارة والتسيير الرياضي**

إسم ولقب المؤلف: **عادل عاشور**

السنة الجامعية: **2023/2022**

تقديم

انطلاقا من التجربة المتواضعة والمقدرة بأكثر من عشر سنوات في تدريس مادة الإحصاء بمختلف مسمياته وأقسامه – وصفي، استدلالي، مطبق وتقنيات المعالجة الإحصائية لطلبة علوم وتقنيات الأنشطة البدنية والرياضية في أطوارها الثلاث، (ليسانس – ماستر – دكتوراه) بمختلف تخصصاتها ارتأيت في البداية أن أضع بين أيدي طلبة معهد STAPS بشكل خاص وطلبة كلية العلوم الإقتصادية والإنسانية والاجتماعية بشكل عام برنامج الإحصاء المطبق المسطر من طرف الوزارة الوصية، بما يتوافق والمدة الزمنية المحددة للمقياس، إذ تم إدراج المقياس، كمقياس سنوي للموسم لطلبة السنة الأولى ماستر تخصص إدارة وتسيير رياضي.

وروعي في تقديم هذه المواضيع – المحاضرات – الخلفية الرياضية لطلبة معهد علوم وتقنيات النشاطات البدنية والرياضية وكذا العلوم الإنسانية والاجتماعية، الذين في أغلبهم متحصلون على بكالوريا شعبة آداب هذا من جانب، ومن جانب آخر من أجل التأسيس لعمليتي ترسيخ وتوظيف أساليب الإحصاء المطبق، والتي تعتبر الأساس لأي عملية بحث علمي في أي مجال، أما الرموز فقد تعمدنا استخدام الرموز اللاتينية حتى يتسنى للطالب الاستفادة من المراجع باللغة العربية والأجنبية على حد سواء. كما روعي في تقديم هذه المحاضرات تدعيمها بأمثلة تبسيطية للعلاقات الرياضية باستخدام مجموعة من التمارين التطبيقية والتي تنسجم مع طبيعة المادة المقدمة هدفها ترسيخ العلاقة الرياضية وتبسيط آليات التوظيف، لكن كل هذا يبقى مربوط بمدى مواظبة الطالب وحرصه على التعلم.

فهرس المحتويات

مقدمة

الفصل الأول: المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء 3- 16

الفصل الثاني: التوزيع الطبيعي.....17- 26

الفصل الثالث: الدلالة الإحصائية..... 27 - 35

الفصل الرابع: الاختبارات المعلمية - معامل الارتباط - ..... 36 – 54

الفصل الخامس: الاختبارات المعلمية - الانحدار الخطي -..... 55 - 64

الفصل السادس: الاختبارات المعلمية- إختبار ت - ..... 65 - 91

الفصل السابع: الاختبارات المعلمية - تحليل التباين - .....92 - 98

الفصل الثامن: الاختبارات اللامعلمية - معاملات الارتباط - ..... 99 - 117

الفصل التاسع: الاختبارات اللامعلمية - إختبار كاي مربع - ..... 118 – 126

المراجع: ..... 128 -129

مقدمة

مما لا شك فيه اليوم وفي عصر العولمة التي نعيشها وضخامة البيانات والمعلومات المتوفرة بين أيدينا حيث يتطلب منا العمل الجاد لاستغلال تلك المعلومات في عملية تنظيمية وتحليلية لها للوصول لقرارات أو التنبؤ على الأقل في وضع إستراتيجية للعمل خلال سنوات قادمة، فنحن في حاجة إلى مهارات خاصة للتعامل مع هذه المعلومات وهو ما يعرف بعلم الإحصاء فهو ذاك العلم الذي يبحث في كيفية جمع البيانات لظاهرة ما ومن ثم تصنيفها في جداول تمثل بيانياً ومن ثم استنتاج النتائج التي توصلنا لاتخاذ القرار المناسب، كما لا يغيب عن بالنا بأن علم الإحصاء هو مجموعة من الأساليب والعمليات الخاصة لمعالجة البيانات المتوفرة لدينا سواء الكمية منها أو النوعية، باستخدام مجموعة الطرق والأساليب المستخدمة للتعرف على خصائص المجتمع من خلال عينة عشوائية (الإحصائية) من هذا المجتمع معتمدة على طرق إحصائية محددة تعرف بالاختبارات الإحصائية والتي تتناسب مع طبيعة البيانات سواء كمية كانت أو كيفية من جهة وطبيعة الهدف من الدراسة من جهة أخرى فهو بذلك يتعامل مع التعميم والتقدير والتنبؤ إلا أنه يتسم في بعض الحالات بعدم التأكد مما يدعونا لمعالجة القياس في هذه الأحوال تحت باب علم الاحتمالات مما يعطي فكرة عن الخطأ المحتمل وقوعه من الباحث حال التعميم على المجتمع المسحوب منه العينة العشوائية محل الدراسة.

الفصل الأول

المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء

1. مفهوم الإحصاء

إن معظم الدارسين في مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية يلزمهم دراسة بعض موضوعات الإحصاء التي تفيد في القياس الكمي للظواهر المختلفة، فالإحصاء من أهم الوسائل العلمية المستخدمة في ميادين البحث العلمي بصفة عامة وفى ميادين علم النفس والعلوم الإنسانية بصفة خاصة.

لذا ينبغي على دارس الإحصاء أو الباحث الذي يريد عمل إحصاء لبيانات بحثه أن يلم ببعض المفاهيم الإحصائية الهامة إلمامًا جيدا قبل أن يستخدم الإحصاء، لأن هذه المفاهيم والأساليب الإحصائية توضح للباحث الطريق الصحيح لاستخدام الإحصاء من حيث:

ما هي الأساليب المناسبة لبحثه ولفروضه؟

وتساعده أيضًا في التعرف على أنواع الفروض الإحصائية، وكيفية اختبار كل فرض منها، وأنواع البيانات، وما هي الأساليب المناسبة للتعامل مع الأنواع المختلفة منها؟

وعلم الإحصاء يستخدم في مجالات عديدة من العلوم نظرا لأهميته التطبيقية في استخلاص النتائج، فهو يستخدم في العلوم التجارية والزراعية والصناعية وعلوم الحياة والعلوم الإنسانية ومنها علم النفس.

والإحصاء في اللغة يعنى "**العد الشامل**" حيث أنه يتعامل مع الأعداد أو البيانات الكمية، فنحن إذا أردنا جمع بيانات عن شيء ما أو مكان معين مثل مدرسة أو جامعة أو مستشفى مثلا فإن ذلك يتم بإحدى صورتين الأولى **كيفية**، والثانية **كمية**، فعند جمع البيانات بصورة "كيفية" وأردنا التعبير عنها فإننا نعبر عنها بصورة **لفظية** كأن نقول إن المدرسة كبيرة وبها عدد كبير من الفصول وتوجد علاقات طيبة بين المعلمين .... إلخ، أما إذا تم جمع البيانات بصورة "**كمية**" وأردنا التعبير عنها فإننا نعبر عنها بصورة **رقمية** كأن نقول إن المدرسة بها 30 فصل والفصل به 50 طالب وأن عدد المدرسين بالمدرسة 40 مدرس مثلا .... إلخ. وعلم الإحصاء يتعامل مع البيانات الكمية أو الرقمية فقط، ويمكنه أيضا التعامل مع البيانات الكيفية فعلم الإحصاء يتعامل مع الظواهر أيا كان نوعها تعاملا كميا وكيفيا أيضا، ذلك لأن الأرقام لابد أن يكون لها مدلولات،

فالتعامل الكيفي يترتب عليه التعامل الكمي والعكس في كثير من الحالات.

إذن فالإحصاء يتعامل مع البيانات العددية أو الرقمية ويتم الحصول على هذه البيانات أو الدرجات من خلال تطبيق أدوات معينة للقياس مثل وحدات القياس المعروفة (المتر والكيلوغرام .... الخ) لكن في مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية تستخدم أدوات قياس مختلفة تسمى **الاختبارات**، فيتم تطبيق الاختبار على عينة الأفراد لقياس صفة أو خاصية معينة وتصحح الاختبارات ويتم الحصول على مجموعة من الدرجات أو الأرقام، وهذه البيانات لا يمكن الاستفادة منها وهي على صورتها لذلك يجب تنظيم هذه البيانات، والتنظيم يتم إما في **صورة جداول أو رسوم بيانية**

2. تعريف الإحصاء:

مما سبق يمكن تعريف علم الإحصاء طبقا لذلك على أنه:

"هو ذلك العلم الذي يهتم بجمع البيانات الكمية وتنظيم تلك البيانات في صورة جداول أو رسوم بيانية".

ومن ثم لا يقتصر دور الإحصاء على جمع البيانات وتنظيمها ولكن أيضا **وصف** هذه البيانات من خلال مفاهيم أو مصطلحات خاصة تستخدم في الوصف مثل: المتوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال والانحراف المعياري .... الخ، وهذه المفاهيم تكون ما يسمى "**الإحصاء الوصفي**"، وعلى ذلك فإن التعريف السابق لعلم الإحصاء يضاف إليه:

..... ووصف تلك البيانات باستخدام مفاهيم إحصائية معينة.

ولا يتوقف دور الإحصاء عند ذلك، لكن بعد عملية الوصف تأتى عملية "**الاستدلال**" أو ما يسمى "**الإحصاء الاستدلالي**"، حيث يتم الاستدلال من البيانات التي تم جمعها وتنظيمها ووصفها على نتائج معينة يُراد الوصول إليها. وبالتالي يتم إضافة ما يلي إلى تعريف علم الإحصاء:

..... والاستدلال من البيانات على نتائج معينة يُراد الوصول إليها.

والإحصاء الاستدلالي يعتمد على **العينة** التي يُستدل منها على نتائج معينة، ويتوقف صحة الاستدلال على مقدار تمثيل العينة للأصل أو المجتمع الذي أُخِذت منه هذه العينة، فإذا كان

التمثيل تامًا كانت النتائج المستمدة من تلك العينة تنطبق على الأصل الذي أخذت منه وتكون عمليات التعميم للنتائج المستخلصة لا خطأ فيها، وبالتالي يُضاف جزء آخر لتعريف علم الإحصاء ويصبح تعريفنا النهائي لعلم الإحصاء كما يلي:

"هو ذلك العلم الذي يهتم بجمع البيانات الكمية وتنظيم تلك البيانات في صورة جداول أو رسوم بيانية، ووصف تلك البيانات باستخدام مفاهيم إحصائية معينة، والاستدلال من البيانات على نتائج معينة يُراد الوصول إليها، والاهتمام بكيفية اختيار عينات تمثل المجتمع الأصلي التي أخذت منه بهدف تعميم النتائج المستمدة من العينة على أصلها".

ويسمى علم الإحصاء بعلم العد، حيث أنه يتعامل مع الأعداد أو البيانات الكمية، ويمكن أن يعرف علم الإحصاء بأنه:

العلم الذي يهتم بجمع البيانات الكمية أو الرقمية (التي تسمى أحيانا الدرجات الخام)، وتنظيمها في صورة جداول ورسوم بيانية، ووصف تلك البيانات باستخدام مفاهيم إحصائية معينة، والاستدلال من تلك البيانات على نتائج معينة يراد الوصول إليها.

وبالرغم من أن هذا التعريف يركز على التعامل مع البيانات الكمية منها فقط، إلا أنه يمكن لعلم الإحصاء التعامل مع البيانات الكيفية أيضا، فعلم الإحصاء يتعامل مع الظواهر أيا كان نوعها تعاملا كميا وكيفيا أيضا، ذلك لأن الأرقام لابد أن يكون لها مدلولات، فالتعامل الكيفي يترتب عليه التعامل الكمي والعكس في كثير من الحالات.

وهناك ما يسمى بعلم الإحصاء النفسي والتربوي: وهو يختص بالتعبير عن الظواهر الإنسانية والاجتماعية تعبيرا كميا يؤدى في النهاية إلى التعبير الكيفي.

ويهتم علم الإحصاء أيضا بكيفية اشتقاق العينات التي تمثل المجتمع الأصل التي أخذت منه، بهدف تعميم النتائج المستمدة من العينة على أصلها.

ويمكن القول بصفة عامة أن **علم الإحصاء هو:**

العلم الذي يبحث في الطرق والأساليب المختلفة لجمع وعرض وتبويب وتحليل البيانات حتى يمكن فهمها، والعمل على الوصول إلى نتائج وقرارات سليمة على ضوئها، ثم تعميم النتائج.

وعلم الإحصاء بهذا الشكل يتضمن أربع عمليات نوضحها فيما يلي:

- جمع البيانــات.
- تنظيـم البيانــات.
- الوصف الإحصائي.
- الاستدلال الإحصائي.

3. العمليات الإحصائية:

من التعريف السابق لعلم الإحصاء يتضح لنا أن العمليات الإحصائية تتم في صورة أربع خطوات تتمثل في:

- جمع البيانات الرقمية أو العددية.
- تنظيم البيانات في صورة جداول (العرض الجدولي) أو رسوم بيانية (العرض البياني)، أو الاثنين معا.
- وصف البيانات باستخدام مفاهيم إحصائية معينة.
- الاستدلال من البيانات على نتائج معينة يراد الوصول إليها.

4. أهمية علم الإحصاء في مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية

يمكن إيجاز أهمية دراسة الإحصاء لدارس علم النفس والاجتماع في النقاط التالية:

- تساعد الطرق الإحصائية المختلفة على وصف الظواهر الإنسانية والاجتماعية وصفًا دقيقًا.
- تساعد على أن يكون الباحث دقيقًا ومحددًا في خطوات تفكيره لحل المشكلات.
- تساعد على تلخيص نتائج البحوث بطريقة سهلة ومفيدة.
- تساعد على الوصول إلى نتائج يمكن الاستفادة منها وتعميمها.
- تساعد على التنبؤ بالظواهر المختلفة وعلى معرفة إمكانية حدوث مثل هذه الظواهر ومقدار وشروط حدوثها وكيفية تعديل مواعيد حدوثها.

وفيما يلي نستعرض أهم المفاهيم الإحصائية التي يمكن بها معالجة البيانات الخام وترتيبها وتبويبها والحكم عليها لدراسة الظواهر الإنسانية المختلفة.

5. جمع البيانات:

يحتاج الباحث الذي يتعرض لدراسة ظاهرة ما من الظواهر الإنسانية أو الإجتماعية إلى جمع بيانات حول طبيعة هذه الظاهرة والعوامل المؤثرة فيها، وكل ما يتعلق بهذه الظاهرة، وهذه البيانات قد تجمع وتوصف باستخدام الألفاظ فتسمى "بيانات كيفية"، أو أن يتم جمع البيانات بصورة عددية أو رقمية، وتسمى في هذه الحالة "بيانات كمية".

وعلى أية حال تحتاج عملية جمع البيانات إلى عملية تسمى "القياس".

القياس يعنى: **إعطاء تقدير كمي لشيء ما أو صفة ما أو للشيء المراد قياسه عن طريق مقارنته بوحدة معيارية متفق عليها**. والقياس في علم النفس والتربية له خمس عناصر أساسية هي:

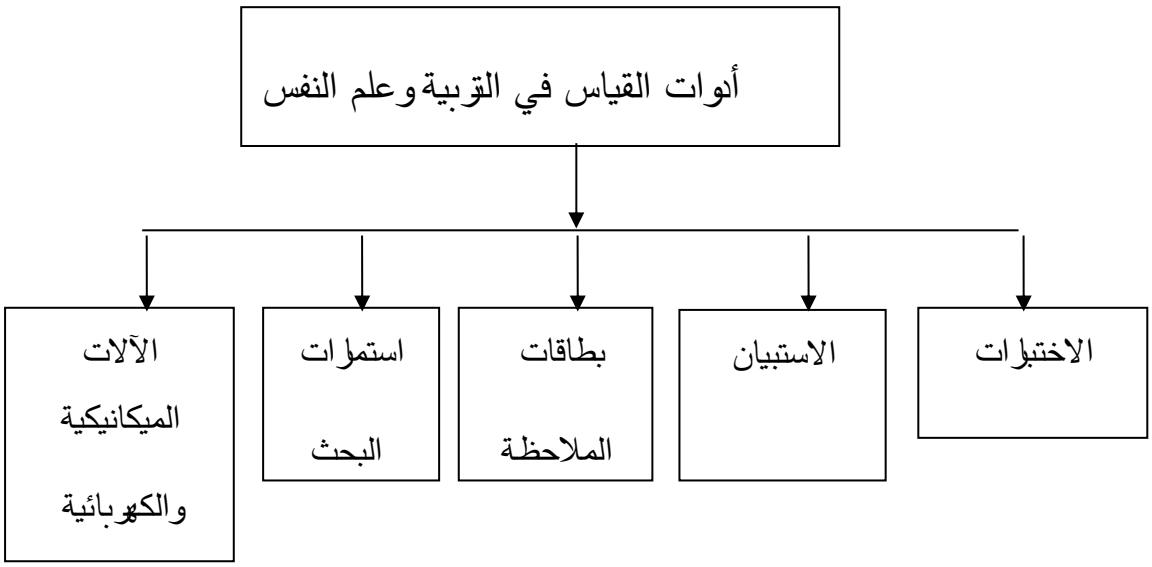
1.5. عناصر عملية القياس النفسي:

- تحديد "**الظاهرة الإنسانية أو الإجتماعية**" المراد قياسها.
- تحديد "**الأداة**" المناسبة لعملية القياس.
- "**الفاحصون**" (وهم الأشخاص الذين يستخدمون أدوات القياس بكفاءة لإجراء عملية القياس).
- "**المفحوصون**" (وهم الأشخاص الذين سيتم تطبيق أدوات القياس عليهم)
- "**النتائج**" التي سيتم الحصول عليها، والتي سوف تفسر وفقا لمعايير معينة داخلية أو خارجية.

وإذا كنا نقيس الأطوال باستخدام الوحدة المعيارية المتفق عليها المسماة المتر، ونقيس الأوزان باستخدام أو الكيلوجرام، ... الخ، فهذه تسمى: أدوات القياس.

وفى مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية تستخدم أدوات للقياس أيضا، ولكن القياس في هذه

الحالة لا يكون قياسا مباشرًا وإنما يكون قياسًا غير مباشر، كقياس درجة الحرارة عن طريق تأثيرها على عمود الزئبق. وفيما يلي بعض أشهر أدوات القياس المستخدمة في علم النفس والتربية:



2.5. الفرق بين الاختبار والاستبيان:

تقيس "**الاختبارات**" ما يسمى الأداء الأقصى، أما "**الاستبيان**" فتقيس الأداء المميز.

الأداء الأقصى: هو ذلك الأداء الذي يحاول فيه المفحوصين الوصول إلى أعلى درجة ممكنة عن طريق إعطاء أفضل أداء، وتستخدم في مجال التحصيل والقدرات العقلية وما شابه.

الأداء المميز: أي الأداء الذي يميز شخصا معينا عن الآخرين في ضوء الاستجابات التي تصدر منه.

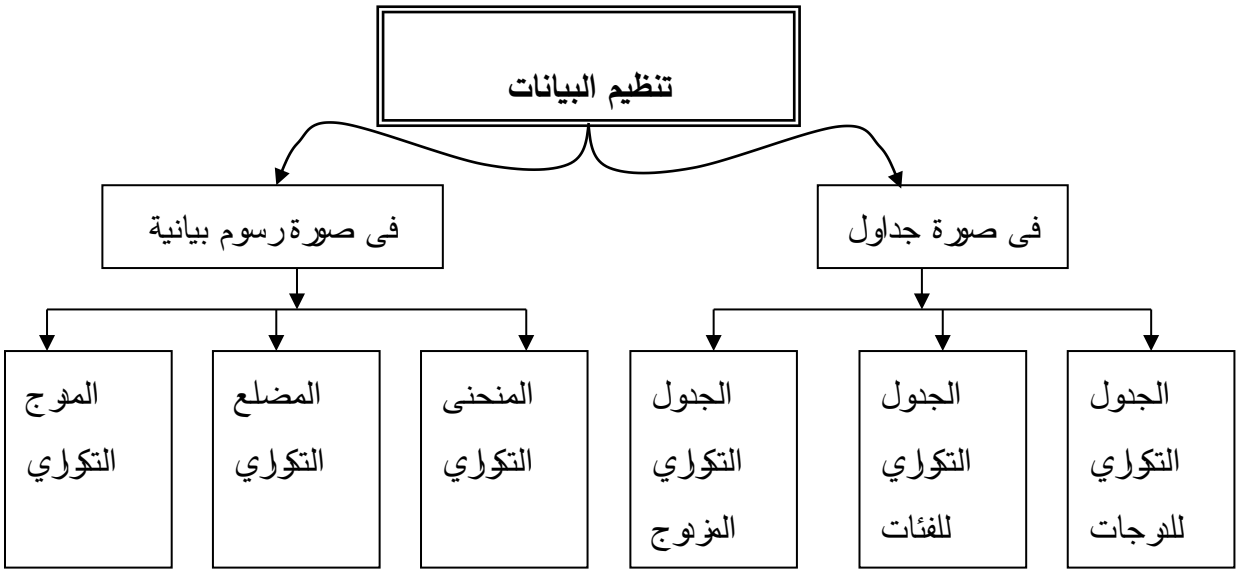
وما يهمنا في موضوع أدوات القياس هو أنها وسائل لجمع البيانات، وهذه البيانات التي نحصل عليها تسمى" البيانات الخام أو الدرجات الخام" *Row-data* أو *Row-scores*.

ولكي يمكن الاستفادة من هذه البيانات لابد من تنظيمها.

6. تنظيم البيانات:

الغرض الأساسي من عملية تنظيم البيانات هو: محاولة الاستفادة والخروج بملامح عامة من هذه البيانات، لأن البيانات **الخام** لا نستطيع الاستفادة منها بشيء إلا عندما تنظم، والبيانات أو

الدرجات الخام هي: **الدرجات التي نحصل عليها مباشرة من تطبيق الاختبارات أو أدوات القياس ولم تجر عليها أية عمليات إحصائية**، وتنظيم البيانات يأخذ اتجاهين: تنظيم البيانات في صورة "جداول" أو ما يسمى بالعرض الجدولي، وتنظيمها في صورة "رسومات بيانية" أو ما يسمى بالعرض البياني، والشكل التالي يوضح ذلك:



وأشهر الجداول التكرارية هو **الجدول التكراري لفئات الدرجات**، وهو جدول مكون من صفين أو عمودين، أحدهما للفئات والآخر للتكرارات، أما الجدول التكراري المزدوج: فهو عبارة عن جدول تكراري يجمع بين متغيرين، وهو نادرًا ما يستخدم.

أما عن **الرسومات البيانية:** فهي رسومات تنشأ أصلا من الجداول التكرارية بأنواعها، بمعنى أننا لا نستطيع رسم المنحنى أو المدرج أو المضلع التكراري من الدرجات الخام مباشرة، وإنما ترسم هذه الرسومات البيانية من خلال البيانات التي تم تنظيمها في صورة جداول تكرارية، وأشهر الرسوم البيانية هو: المنحنى التكراري، وهو يعبر عن علاقة بين متغيرين، الأول: متغير فئات الدرجات، والثاني: متغير التكرارات. أما أشهر المنحنيات البيانية في مجال العلوم الإنسانية والإجتماعية فهو يسمى: المنحنى الاعتدالي أو المنحنى الجرسي *Normal Distribution Curve*.

1.6. الجدول التكراري للدرجات:

يهدف التوزيع التكراري إلى تبسيط العمليات الإحصائية وذلك بتبويبها في صورة مناسبة تيسر إجرائها بسرعة ودقة، ويهدف أيضًا إلى إعادة صياغة البيانات العددية صياغة علمية توضح أهم مميزاتها الرئيسية وذلك بعرض الظواهر الرقمية بطريقة مبسطة تعتمد على تبويبها.

العلاقات التكرارية هي نوع من الإحصاء البسيط جدًا لمعرفة تكرار كل درجة وردت في سلسلة من الأرقام، وتعتمد فكرة تنظيم البيانات في جدول تكراري على حساب عدد مرات تكرار الأعداد، وأفضل طريقة لإجراء التكرار هي طريقة "العلامات التكرارية" التي تعتمد على كتابة خط مائل (/) أمام العدد في كل مرة يتكرر فيها، وعندما يبلغ عدد الخطوط خمسة فإننا نكتب الخط الخامس في عكس ميل الخطوط الأربعة بحيث يتقاطع معها جميعًا ويحولها بذلك إلى حزمة خماسية من الخطوط المائلة.

مثال 1: تمثل البيانات التالية تقديرات 25 طالبًا في مادة علم النفس وهي:

جيد	مقبول	جيد جدًا	مقبول	ممتاز
مقبول	جيد	ضعيف	جيد	جيد جدًا
جيد	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد
مقبول	جيد	مقبول	جيد	جيد جدًا
ضعيف جدًا	مقبول	ضعيف جدًا	ضعيف	مقبول

المطلوب: ضع هذه التقديرات في جدول تكراري.

خطوات تكوين الجدول التكراري:

- يتم رسم جدول تكراري مكون من 3 أعمدة.
- ترتب التقديرات (أو الدرجات) ترتيبًا تصاعديًا في العود الأول للجدول.
- يتم حساب عدد مرات تكرار كل تقدير ووضع خط مائل في العمود الثاني الخاص بالعلامات التكرارية في كل مرة يتكرر فيها التقدير مع مراعاة تكوين حزم خماسية في حالة تكرار التقدير 5 مرات.

- بعد اكتمال خانة العلامات تحول العلامات إلى درجات تساوى مجموع العلامات لكل تقدير. وتوضع الدرجات في العمود الأخير ويسمى هذا العمود بالتكرارات.

والجدول التالي يوضح كيفية تنظيم التقديرات السابقة في جدول تكراري للدرجات:

الجدول التكراري للدرجات

التقدير	العلامات التكرارية	التكرار
ضعيف جدًا	//	2
ضعيف	///	3
مقبول	//// ///	8
جيد	//// //	7
جيد جدًا	///	3
ممتاز	//	2
مجموع التكرارات =		25

وباستبعاد عمود العلامات التكرارية فإننا نحصل على ما يسمى بالجدول التكراري البسيط، وسمى بسيطًا لأن البيانات موزعة حسب صفة واحدة هي التقديرات.

مثال 2: تمثل الدرجات التالية درجات 30 طالبا في امتحان مادة دراسية، والمطلوب منك تنظيم هذه الدرجات في جدول تكراري للدرجات.

5	4	4	5	3	4	4	3	1	2
3	7	4	4	6	4	2	5	3	4
7	4	2	6	5	3	4	2	4	4

الحل: يتم أولا ترتيب الدرجات ترتيبا تصاعديا بحيث يكون أول رقم في الترتيب هو أقل رقم في الدرجات المعطاة، وآخر أرقام الجدول هو أكبر درجة معطاة وذلك في العمود الأول الذي يمثل الدرجات س، أما العمود الثاني فيوضه به العلامات التكرارية بالطريقة السابق شرحها، والعمود الأخير يوضع به التكرارات.

الجدول التكراري للدرجات

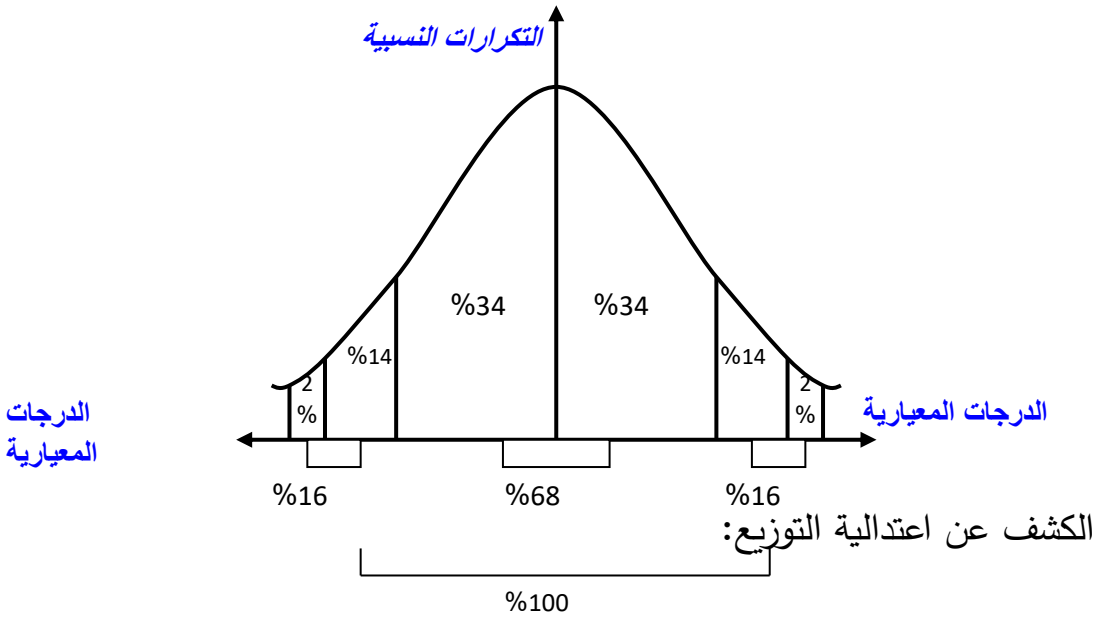
الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
1	///	3
2	////	4
3	//// //	7
4	//// //	7
5	////	4
6	//	2
7	//	2
مجموع التكرارات		30

2.6. المنحنى الاعتدالي:

وهو منحنى ذو خواص معينة، يعبر عن علاقة بين متغيرين، **الأول:** الدرجات المعيارية، **والثاني:** التكرارات النسبية، ففي أي ظاهرة نفسية يتوزع الأفراد طبقًا للمنحنى الاعتدالي الذي يعبر عن علاقة بيانية بين متغيرين الدرجات المعيارية على المحور الأفقي، والمتغير الآخر هو التكرارات النسبية على المحور الرأسي، حيث يكون معظم الأفراد متوسطين في الصفة (68%) موزعين 34% يمينا، 34% يسارا، 16% مستوى مرتفع (مرتفعين في الصفة) 14% فوق المتوسط + 2% متفوقين يمينًا، 16% مستوى ضعيف (منخفضين في الصفة) 14% تحت المتوسط + 2% متخلفين يسارا. ومن خصائص المنحنى الاعتدالي أنه متماثل حول المحور الرأسي، نصفاه ينطبقان على بعضهما البعض.

فالتوزيع الاعتدالي هو الذي يأخذ شكل المنحنى الاعتدالي (الجرسي) الذي يتسم بالتماثل حول الخط الرأسي الساقط من أعلى نقطة فيه على المحور الأفقي، ويتميز هذا المنحنى بأن معامل الالتواء له = صفر، ومعامل التفلطح = 3، وبالتالي فكل معامل التواء يقترب من الصفر، وكل معامل تفرطح يقترب من 3 ينبئان عن توزيع اعتدالي، أما المعاملات التي تبتعد عن هاتين القيمتين فإنهما ينبئان عن أن التوزيع غير اعتدالي، فانحراف التوزيع عن الصورة الاعتدالية

يؤدى إلى أن يميل المنحنى ناحية القيم الكبيرة، فيوصف بأنه موجب الالتواء، أو أن المنحنى يميل ناحية القيم الصغيرة فيوصف بأنه سالب الالتواء، ومعنى أن التوزيع ملتو التواء موجب (جهة اليمين) أن غالبية أفراد العينة حصلوا على درجات منخفضة، أما عندما يكون التوزيع ملتو التواء سالب (جهة اليسار) فذلك يعنى أن غالبية أفراد العينة حصلوا على درجات مرتفعة.



الكشف عن اعتدالية التوزيع:

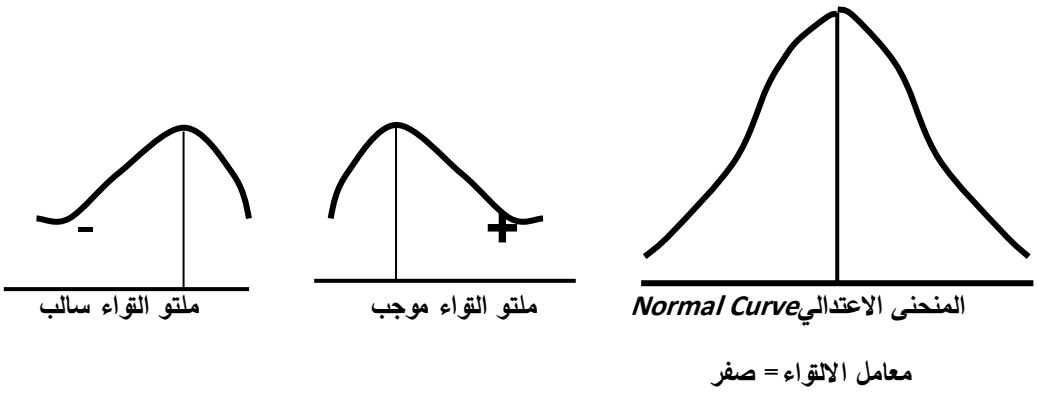
* المنحنى الاعتدالي *

يوجد أسلوبان للكشف عن اعتدالية التوزيع:

- استخدام معاملي الالتواء والتفلطح (التفرطح).
- حسن المطابقة (كا2).

يهمنا **الأسلوب الأول** (معاملي الالتواء والتفلطح)، فلكي يكون توزيع الدرجات اعتداليا، لابد أن **يكون معامل الالتواء يساوى صفر أو قريب منه**، بحيث لا يكون له دلالة إحصائية، كذلك يجب أن يكون **معامل التفلطح يساوى 3 أو قريب منها** بحيث يكون الفرق بين معامل التفرطح والرقم 3 ليس له دلالة إحصائية. فمعامل الالتواء وحده لا يكفى للحكم على اعتدالية التوزيع، وهذا خطأ شائع في كثير من الدراسات والرسائل العلمية لأن معامل الالتواء يُبَين فقط هل يوجد تماثل في

المنحنى الاعتدالي أم لا؟ وذلك لأنه قد يوجد منحنى أو عدة منحنيات التواؤها = صفر، (أي أنها غير ملتوية سلبا ولا إيجابا، أي أنها متماثلة)، لكنها في نفس الوقت غير إعتدالية لأنها قد تكون مفلطحة أو مدببة أو معكوسة. فالمنحنى الاعتدالي يتميز بخاصية التماثل حول المحور الرأسي، هذه الخاصية تجعل معامل الالتواء لهذا المنحنى يساوى صفرا.

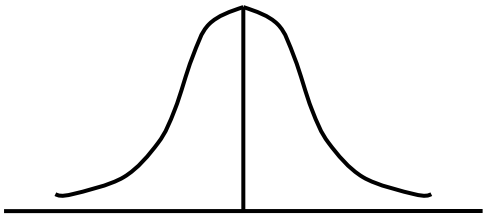


شكل يوضح التواء المنحنى

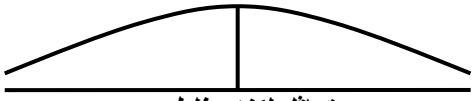
أما الخاصية الثانية له أن "هذا المنحنى ليس مدببا ولا مفلطحا"، ومعامل التفلطح له يساوى 3، وهذان المعياران (الالتواء = صفر، والتفلطح = 3) أساسيان للحكم على إعتدالية التوزيع. وكل توزيع غير اعتدالي يسمى " توزيع حر" ***free distribution***. فمعامل الالتواء يقيس السيمترية (التماثل) والذي يتضح من خلال رسم المنحنى الاعتدالي، ولكن قد يتوفر في المنحنى الاعتدالي التماثل لكنه في نفس الوقت يكون غير اعتدالي، والرسومات التالية توضح ذلك.

وقيمة معامل الالتواء يمكن أن تكون سالبة أو موجبة، وعندما تكون قريبة من الصفر نعتبرها = صفر، كذلك فإن قيمة معامل التفلطح نادرًا ما تكون 3 بالضبط، فإذا كانت القيمة قريبة من 3 مثل 2.8 أو 3.1 نعتبرها = 3، كذلك يراعى رسم المنحنى الخاص بالدرجات وفحصه للتأكد من الاعتدالية.

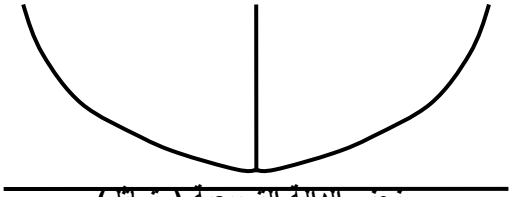
ولكن ... هل هناك أسلوب إحصائي للحكم على أن معامل الالتواء قريب من الصفر، وكذلك معامل التفلطح قريب من 3؟ الإجابة نعم. والخطوات التالية توضح ذلك.



غير اعتدالي



متماثل لكنه مفلطح



منحنى الدالة التربيعية (متماثل)

الفصل الثاني

التوزيع الطبيعي

1. مفهوم التوزيع الطبيعي(المعتدل) Normal Distribution

إن من أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة هو التوزيع الطبيعي، أو المنحنى الطبيعي (NORMAL CURVE) أو توزيع جاوس (GAUSSIAN DISTRIBUTION).

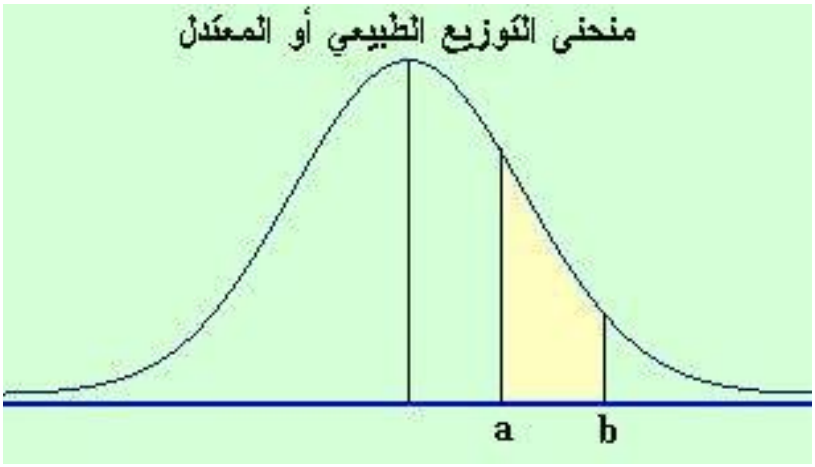
يطلق عادة على التوزيع الاعتدالي اسم المنحنى الاعتدالي وهو من المنحنيات المتصلة التي تعتبر من أهم المنحنيات المستخدمة في البحوث النفسية والتربوية.

يرتبط هذا التوزيع بمتغير عشوائي متصل وهو دالة في المتغير العشوائي ويمكن تمثيله بيانياً وهو من أهم التوزيعات الاحتمالية لتمثيله العديد من الظواهر وهو المناسب لها سواء كانت القيم التي تحدث في الظاهرة كبيرة جداً أو صغيرة جداً باحتمالات صغيرة.

هو توزيع مستمر يعرف أيضاً بتوزيع جاوس (كارل جاوس) حيث جرى نشره سنة 1733م ويعتبر المتغير المعتدل عشوائي مستمر لكونه يتكون من عدد لانهائي من القيم الحقيقية والتي يمكن ترتيبها على مقياس متصل، وهو من أهم التوزيعات في علم الإحصاء بل يعتبر أساساً لكثير من النظريات الإحصائية الرياضية ويلعب دوراً أساسياً في اختبارات الفروض الإحصائية وفترات الثقة وغير ذلك وأن الكثير من الصفات كالطول والوزن ومستوى الذكاء والزواج وما إلى ذلك إذا قيست ولعدد كبير من المشاهدات فإن توزيعها يقترب من التوزيع الطبيعي إن لم يكن يأخذ صورة التوزيع الطبيعي، ويعرف بأسماء مختلفة منها التوزيع ألجرسي لكون شكله يشبه الجرس.

2. خصائص التوزيع المعتدل:

❖ منحنى التوزيع المعتدل متصل (مستمر) بمعنى أنه توجد لكل قيمة من قيم X قيمة مناظرة من قيم Y بما في ذلك القيم الكسرية مهما صغرت، منحناه (Normal Curve) يشبه شكل الجرس ويمتد ذراعه من $-\infty$ إلى ∞ لذلك يمكن أن يسمى المنحنى الجرسي أو منحنى الصدفة أو منحنى الخطأ كما هو موضح بالشكل أدناه:



معادلته الرياضية في الفترة] – ∞، +∞ [هي:

$$Y = \frac{e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad , -\infty < X < \infty$$

بإجراء تكامل Y على الفترة] – ∞، ∞ [نحصل على المساحة تحت المنحنى وفوق المحور الأفقي، والتمثيل البياني له كما مبين بالشكل المقابل وكل نقطة من نقاط المنحنى تمثل قيمة لدالة تعرف بدالة كثافة الاحتمال (Probability density function) عند هذه النقطة والاحتمال هنا أي في التوزيع المستمر هو قيمة المساحة تحت منحنى دالة الكثافة المناظرة لفترة وليس لنقطة فالمساحة باللون الأصفر والمحصورة بين المنحنى والمحور الأفقي والمستقيمان $x_1 = a$ $x_2 = b$ تساوي احتمال المتغير العشوائي المستمر x أي قيمة في الفترة [a , b] هذا وأن المساحة الكلية الواقعة بين منحى التوزيع المعتدل والخط الأفقي تساوي الواحد الصحيح وهي ما تعرف بالمساحة تحت المنحنى= 1 ولمعرفة احتمال وقوع x بين x_1 و x_2 نحسب تكامل الدالة السابقة من x_1 إلى x_2، مع ملاحظة أن احتمال أي حدث P(A) يقع بين الصفر والواحد الصحيح أي أن: $0 < P(A) < 1$

❖ المنحنى متماثل حول الخط الرأسي (العمود النازل من أعلى نقطة للمنحنى على الخط الأفقي) وإن التماثل يعني بأن صورة الشكل على أحد جانبي محور التماثل هي الجزء الواقع على الجانب الأخر وموقع العمود على الخط الأفقي يمثل قيمة الوسط الحسابي أي أن المنحنى متماثل حول وسطه الحسابي أو حول المستقيم $x = \mu$، وان μ هي القيمة المتوقعة ويصل المنحنى لقيمته العظمى عند $X = \mu$

المنحنى ممتد من $-\infty$ إلى $+\infty$ ولا يلتقي بالمحور الأفقي

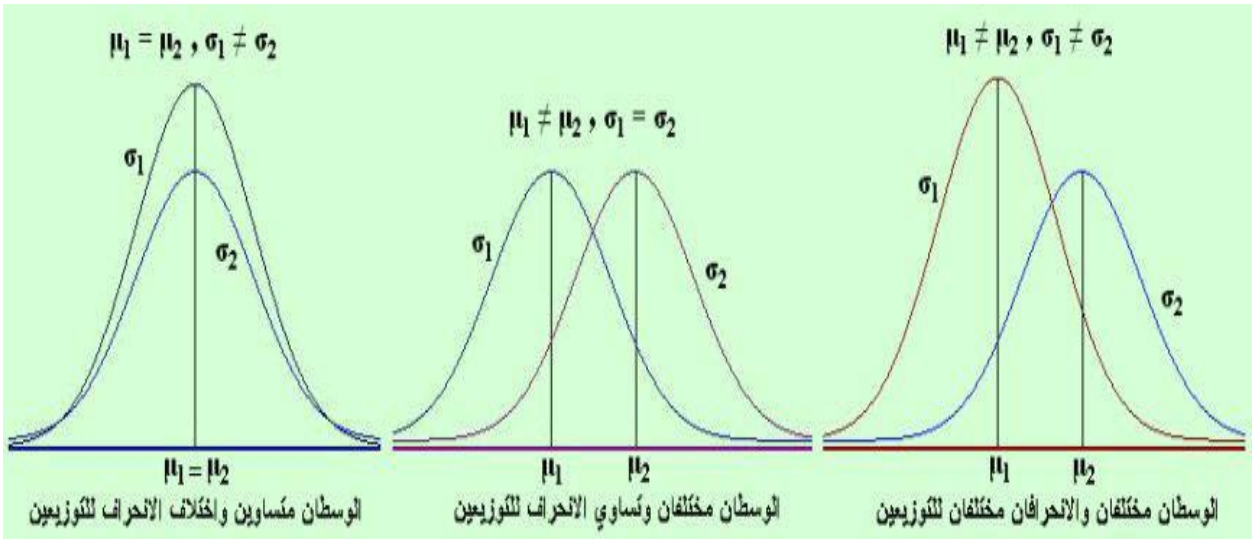
أي أنه يمتد من كلتا الجهتين إلى اللانهاية. أي أن المنحنى يقترب تدريجياً من المحور الأفقي ولكنه لا يمسه مهما مددناه من كلتا الجهتين، ولا نحتاج عادة إلى مد طرفي المنحنى بعيداً إلى أقصى اليمين أو أقصى اليسار..

❖ نقط انقلاب المنحنى وهي النقط التي يتغير فيها اتجاه انحناء المنحنى تحدث عند الانحرافين المعياريين ± 1 على جانبي المتوسط.

❖ المساحة الكلية تحت المنحنى، أي المساحة المحصورة بين المنحنى والمحور الأفقي تساوي الواحد الصحيح. والمساحة المحصورة بين أجزاء من المنحنى الاعتدالي المعياري والمحور الأفقي يمكن اعتبارها تكرارات نسبية، أي أننا إذا رسمنا من أي نقطتين على المحور الأفقي مستقيمين موازيين للمحور ارأسي ومددناهما حتى يقابلا المنحنى فإنه يمكننا تحديد علاقة ثابتة للمنحنى الواحد مهما اختلف شكله بين المسافة على المحور الأفقي مقاسه بوحدات انحرافات معيارية والمساحة تحت هذا المنحنى.

❖ في المنحنى الاعتدالي (في نقطة التقاطع بين المحور الأفقي والمحور الرأسي) نجد أن قيمة الوسط الحسابي والوسيط والمنوال هي نفسها.

❖ للمنحنى المعتدل معلمتين هما الوسط الحسابي والانحراف المعياري معتمد كلياً عليهم فاختلاف الوسط أو الانحراف المعياري لتوزيعين معتدلين يعني اختلاف في الشكل أو اختلاف في المركز كما هو مبين بالشكل الآتي ولكل زوج $(\mu، \sigma)$ للوسط والانحراف المعياري منحنى توزيع مختلف وبالتالي تختلف المساحة تحت المنحنى لكل منحنى ولذا أخذنا $(0، 1)$ كتوزيع معياري يسمى التوزيع الطبيعي المعياري متغيرة العشوائي هو Z.



للمنحنى قمة واحدة أي له منوال واحد وبالتالي فالمنحني وحيد المنوال

❖ المساحة الواقعة تحت المنحنى والمحصورة بالمستقيمين:

$x = \mu - \sigma$ و $x = \mu + \sigma$ تساوي 68.26% تقريباً من المساحة الكلية تحت المنحنى

أي 68.26% من قيم المتغير العشوائي المعتاد تقع في $[\mu + \sigma ، \mu - \sigma]$

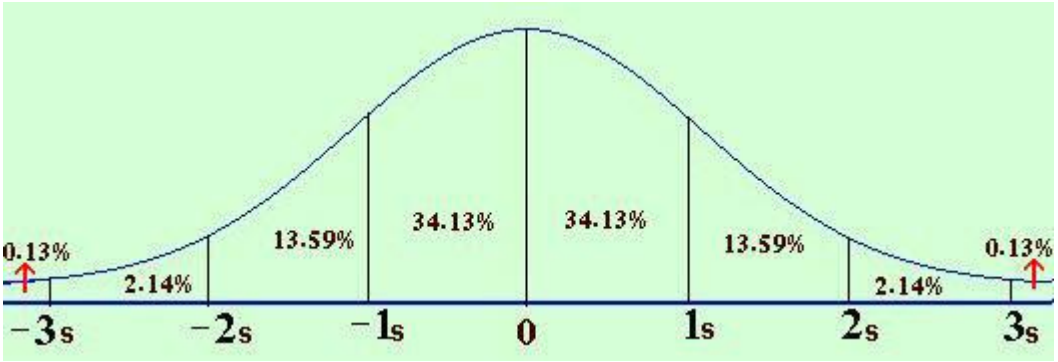
$x = \mu - 2\sigma$ و $x = \mu + 2\sigma$ تساوي 95.45% تقريباً من المساحة الكلية تحت المنحنى

أي 95.45% من قيم المتغير العشوائي المعتاد تقع في $[\mu + 2\sigma ، \mu - 2\sigma]$

$x = \mu - 3\sigma$ و $x = \mu + 3\sigma$ تساوي 99.73% تقريباً من المساحة الكلية تحت المنحنى

أي 99.73% من قيم المتغير العشوائي المعتاد تقع في $[\mu + 2\sigma ، \mu - 2\sigma]$

أي أن وقوع أي مفردة على بعد 1، 2، 3 انحرافات معيارية (1s, 2s, 3s) من الوسط الحسابي هي القيم السابقة كما مبين بالشكل الآتي:



لاحظ أن 34.19% من المساحة تحت المنحنى التي تساوي الواحد الصحيح أي 0.3413، وبجمع القيم المبينة في الرسم أعلاه نجد أنها تساوي الواحد الصحيح تقريباً.

إن هذه القيم ما هي إلا احتمالات للقيم كمساحة تحت المنحنى ولأي دالة احتمال يكون مجموع احتمالاتها البسيطة يساوي الواحد الصحيح ونقصد في الأصل المساحة هنا لمساحة الأعمدة للقيم ولكن من الصعب رسم كل الأعمدة وعرض احتمال كل منها ولذا استعضنا عنها باحتمالاتها.

$$0.0013 + 0.0214 + 0.359 + 0.3413 + 0.3143 + 0.1359 + 0.0214 + 0.0013 = \mathbf{1 \approx 0.9998}$$

والتوزيع الطبيعي المعياري (Standard Normal Distribution) الذي وسطه صفر وانحرافه المعياري 1 متغيرة العشوائي المعياري Z بالصيغة السابق ذكرها، ومنحناه كما مبين أعلاه ويمكن حذف s من القيم على الخط الأفقي وقد نضع قيم x والمناظرة لها Z على الخط الأفقي إن دعت الحاجة.

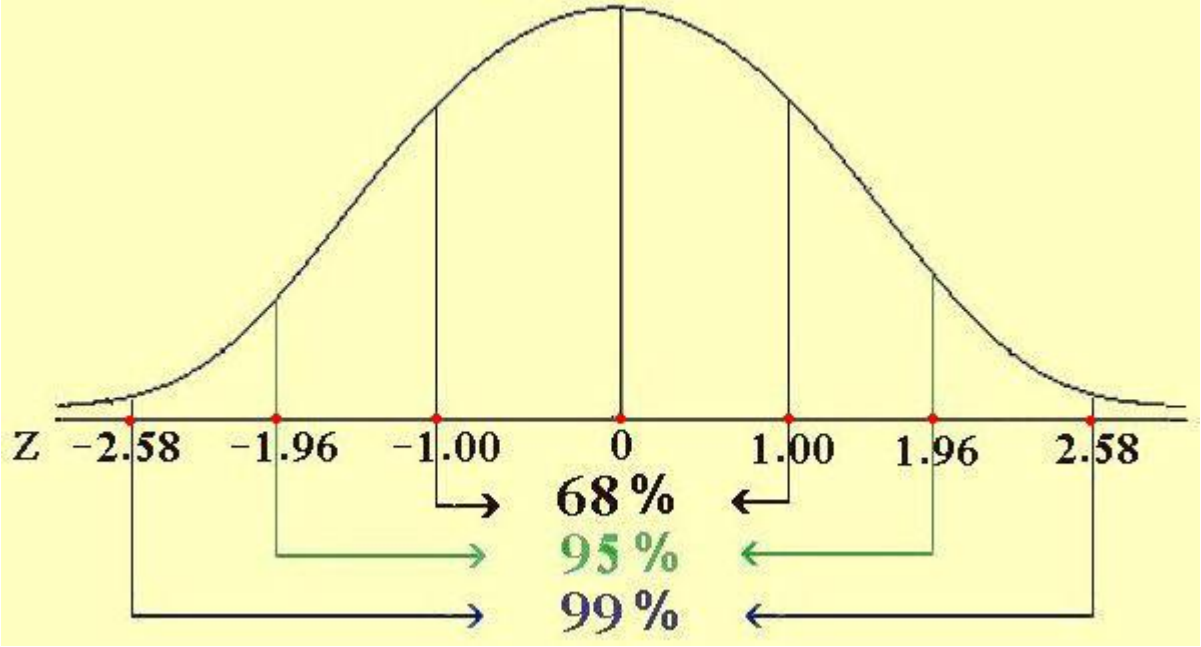
وقد أمكن إيجاد جدول لتوزيع معتدل معياري لقياس جميع التوزيعات المعتادة (اعتدالي) من خلال النظرية التالية:

إذا كانت x متغير عشوائي له توزيع اعتدالي بتوقع μ وتباين σ^2 حيث σ الانحراف المعياري فإن: $\mathbf{Z = (x - \mu) / \sigma}$ له توزيع اعتدالي وسطه صفر وانحرافه المعياري واحد صحيح ويعرف بالتوزيع المعتدل المعياري وله جداول لقيم دالة التوزيع الاحتمالي ولقيم دالة كثافة الاحتمال لأي قيمة من قيم المتغير العشوائي، ويعرف المنحنى هنا بالمنحنى الطبيعي القياسي خطه الأفقي مقسم لدرجات Z كما مبين بالشكل التالي والذي يبين أيضاً المساحة تحت المنحنى وقد قسمت لدرجات معيارية حسب قيم Z حيث قيم x تناظرها قيم Z تحسب من الصيغة الرياضية السابقة أو من الصيغة:

$Z = (x - X) / \sigma_x$ حيث σ_x الانحراف المعياري وأن القيمة Z قيمة معيارية وهي الفرق بين القيمة المشاهدة والوسط الحسابي معبراً عنها بوحدات معيارية بمعنى أكثر دقة قيمة Z عبارة عن عدد الوحدات المعيارية (الانحراف المعياري) التي تفصل بين قيمة x والوسط الحسابي.

وهناك خواص أخرى من بينها إذا كان Ln(x) توزيع طبيعي فإن x توزيع طبيعي يمكن صياغة معادلة المنحنى بدلالة Z على الصورة الآتية حيث أن Y تمثل كثافة قيم المتغير الطبيعي المعياري أو التكرارات للمنحنى.

$$Y = \frac{e^{-Z^2/2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$



يمكن تحويل قيمة المتغير المعتدل x لمتغير معتدل معياري Z من الصيغة السابق فمثلاً إذا كان لدينا توزيع اعتدالي وسطه 150 درجة وانحرافه المعياري 90 درجة فيمكن باستخدام الصيغة السابقة حساب قيمة 70x = 2 نستخدم الصيغة السابقة أي أن:

$$2 = 90 \div (90 - 270) = Z$$

بالرجوع لجدول Z نجد أن المساحة تحت المنحنى التي تقابل Z = 2 تساوي 0.9772 (المساحة التي تقع على يسار العدد 2 (الشكل كل السابق)، وتحسب بطريقتين:

الأولى: المساحة = 1 – (0.0214 + 0.0013) = 1 – 0.0227 = 0.9773

الثانية: المساحة = 0.0013 + 0.0214 + 0.1359 + 0.3413 + 0.3413 + 0.1359 = 0.9771

3. استخدام خصائص المنحنى الطبيعي في تحليل البيانات:

سنعرض فيما يلي بعض الأسئلة ونجيب عليها باستخدام مجموعة افتراضية من البيانات حتى يتسنى للطالب أو الباحث ملاحظة كيفية استخدام جدول المساحات في الإجابة عن هذه الأسئلة.

مثال:

عندنا بيانات حصلنا عليها في اختبار ما من مجتمع إحصائي متماثل لعينة حجمها 900 ووسطها الحسابي 60 وانحرافها المعياري 15.

1- ما هي النسبة المئوية للحالات التي تقع بين المتوسط والدرجة 80؟ وما هي الرتبة المئينية المقابلة لهذه الدرجة في المجتمع الأصلي؟

الحل:

أولا: نحول الدرجة الخام إلى درجة معيارية

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{80 - 60}{15} = 1,33$$

ثانيا: نذهب للجدول ونبحث في العمود الأول عن الدرجة المعيارية 1,33، فنجد أن المساحة المحصورة بين المتوسط وهذه الدرجة من العمود الثاني هي 0,40824، وبذلك تكون الرتبة المئينية المقابلة للدرجة 80 هي 0,90824 = 0,40824 + 0,50 يعنى 90,82 %

2- ما هي النسبة المئوية التي تقع بين الدرجتين 51 & 68؟

الحل:

أولا: نحول كل درجة خام إلى درجة معيارية على حده، ثم نبحث في الجدول عن المساحات لكل منهما.

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{68 - 60}{15} = 0,53 \rightarrow 0,2019$$

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{51 - 60}{15} = -0,6 \rightarrow 0,2257$$

ثانيا: نجمع المساحتين معاً، أي أن المساحة المحصورة بين الدرجتين 51 & 68 هي:

$$0,2019 + 0,2257 = 0,4276$$

أي ان النسبة المئوية هي: 42.76%

3- ما هي النسبة المئوية للحالات التي نتوقع أن نحصل على درجة أعلى من 80؟

الحل:

أولا: نحول الدرجة الخام 80 إلى درجة معيارية، ثم نبحث في الجدول عن المساحة.

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{80 - 60}{15} = 1,33 \rightarrow 0,40824$$

ثانيا: نطرح هذه المساحة من 0,50 هي:

$$0,50 - 0,40824 = 0,09176$$

أي أن النسبة المئوية المطلوبة هي 9,176 %

4- ما هي النسبة المئوية للحالات التي تقع بين الدرجتين 77 & 90؟

الحل:

أولا: نحول كل درجة خام إلى درجة معيارية على حده، ثم نبحث في الجدول عن المساحات لكل منهما.

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{90 - 60}{15} = 2 \rightarrow 0,47725$$

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{77 - 60}{15} = 1,13 \rightarrow 0,37076$$

ثانيا: نطرح من المساحة الكبيرة المساحة الصغيرة لكي نحصل على المساحة المحصورة بين الدرجتين.

$$0,47725 - 0,37076 = 0,10649$$

أي أن النسبة المئوية بين الدرجتين هي 10,649%

5- ما هو احتمال أن يحصل شخص اختير بطريقة عشوائية من المجتمع الأصلي على درجة 40 أو أكثر؟

الحل:

أولا: نحول الدرجة الخام 40 إلى درجة معيارية، ثم نبحث في الجدول عن المساحة.

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x} = \frac{40 - 60}{15} = -1,33 \rightarrow 0,40824$$

ثانيا: لإيجاد النسبة المئوية للحالات التي تفوق الدرجة المعيارية 1,33- يجب أن نضيف 0,50 إلى المساحة السابقة.

$$0,50 + 0,0,40824 = 0,90824$$

وللتعبير عن هذه المساحة باستخدام الاحتمالات يجب أن نحول هذه النسبة المئوية إلى كسر عشري فتصبح 90,824%. يعني أن هناك احتمالا كبيراً أن يحصل شخص اختير بطريقة عشوائية من المجتمع الأصلي على درجة 40 أو أكثر.

6- أراد باحث أن يختار المجموعة المرتفعة في هذا الاختبار من المجتمع الأصلي وهم الذين يمثلون 5% العليا من الدرجات. ما هي الدرجة التي يجب أن يقبلها الباحث لتكون بمثابة حد فاصل يعتمد عليه في اختيار هؤلاء الأشخاص؟

الحل:

أولا: إذا كان 5% أعلى من الخط الفاصل، فإن 45% (50% - 5%) تنحصر بين المتوسط وهذا الخط.

ثانيا: نذهب إلى الجدول ونبحث عن الدرجة المعيارية المقابلة للنسبة 0,45 فنجد أن الدرجة 1,645 تناظر الكسر 0,45.

ثالثا: نحول الدرجة المعيارية السابقة إلى درجة خام باستخدام القانون.

$$Z = \frac{x - X}{\sigma_x}$$

$$1,645 = \frac{x - 60}{15}$$

$$X = 84,675$$

أي أن الشخص الذي حصل على درجة 84,675 أو أكثر في هذا الاختبار يتم اختياره ضمن المجموعة المرتفعة دون سواه.

الفصل الثالث

الدلالة الإحصائية

1. الفروض وأنواعها

الفروض Hypotheses هي علاقات متوقعة بين متغيرين أو أكثر، أو هي توقعات الباحث لنتائج دراسته، وتعد الفروض حلولاً محتملة للمشكلة موضع الدراسة، وتعتمد صياغة الفروض على النظريات أو البحوث السابقة أو كليهما، كما أنها تستخدم المصطلحات والمتغيرات التي حددها الباحث، والفرض هو حل للمشكلة تؤيده بعض المعلومات أو الحقائق أو الأدلة النظرية أو الدراسات السابقة، ولكن صحته تعتمد على مدى تأييد الأدلة والشواهد والبيانات الفعلية للفرض.

وتوجد ثلاثة أنواع من الفروض وهى:

1.1. الفرض البحثي Research Hypothesis:

يشتق الفرض البحثي عادة اشتقاقاً مباشراً من إطار نظري معين، وهو يربط بين الظاهرة المراد تفسيرها وبين المتغير أو المتغيرات التي استخدمناها في هذا التفسير، ومن أمثلة الفروض البحثية:

- توجد علاقة بين الرضا عن رئيس القسم وطلبته في قسم التربية الخاصة.
- تختلف طالبات المرحلة الثانية عن الطلاب في مستوى القدرة اللفظية.

وبالنظر إلى هذه الفروض نجد أن كلاً منها يتناول ظاهرة معينة واستند إلى إطار نظري في تحديد المتغيرات التفسيرية لهذه الظاهرة.

2.1. الفرض الصفري Null Hypothesis:

يظن البعض أن الفرض الصفري عكس الفرض البحثي، لكن هذا غير صحيح، فالفرض الصفري يعبر عن قضية إذا أمكن رفض صحتها فإن ذلك يؤدى إلى الإبقاء على فرض بحثى معين.

وهو يعنى أيضاً عدم وجود علاقة بين المتغيرات أو عدم وجود فروق بين المجموعات، ولذلك فهو يسمى فرض العدم، ومعنى ذلك أنه فرض العلاقة الصفرية أو الفروق الصفرية بين المتوسطات " تساوى المتوسطات "، ويلجأ الباحث للفرض الصفري في حال تعارض الدراسات السابقة أو في حال عدم وجود دراسات سابقة في موضوع بحثه.

ومن أمثلته: لا توجد فروق بين طريقتي العلاج (أ & ب) في تعديل السلوك المرضى.

3.1. الفرض الإحصائي Statistical Hypothesis:

عندما نعبر عن الفروض البحثية والصفرية بصيغة رمزية وعددية، فإنها تسمى عادة الفروض الإحصائية، فالفرض الإحصائي الصفري يعد بمثابة قضية تتعلق بحدث مستقبلي أو بحدث نواتجه غير معلومة حين التنبؤ، ولكنه يصاغ صياغة رمزية تسمح بإمكانية رفضه، وهو ما نلجأ بالفعل إلى اختباره بالأساليب الإحصائية.

وقد يكون الفرض الإحصائي "فرض موجه Directed " وهو صياغة للفرض مع تحديد اتجاه العلاقة " موجبة أو سالبة "، أو تحديد اتجاه للفروق بين المجموعات في المتغير التابع،ومن أمثلته:

– توجد علاقة موجبة بين درجات التحصيل والابتكار لدى طلاب الجامعة.

– يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل، لصالح المجموعة التجريبية.

وقد يكون الفرض الإحصائي " فرض غير موجه " وهو صياغة للفرض دون تحديد اتجاه للعلاقة أو الفروق، ومن أمثلته: توجد علاقة بين درجات التحصيل والابتكار لدى طلبة كلية التربية الأساسية.

– يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الدراسي.

2. مستويات الدلالة الإحصائية Level of Significance:

إن القرار الذي يتخذه الباحث فيما يتعلق بالفرض الصفري الذي يود اختباره أو التحقق من صحته يتطلب وجود قاعدة يستند إليها في هذا الشأن، فالباحث يحاول التوصل إلى أدلة من البيانات التي قام بجمعها تمكنه من رفض الفرض الصفري وقبول أو تأييد الفرض البحثي الذي يشتق من إطار نظري يتبناه ويرى انه يفسر الظاهرة تفسيراً منطقياً، لذلك ينبغي أن يحدد الباحث قبل عملية جمع البيانات قيمة احتمالية معينة تبين مقدار الخطأ الذي يقبل أن يقع فيه نتيجة رفضه للفرض الصفري، وبعبارة أخرى إذا قرر الباحث على أساس البيانات التجريبية التي حصل

عليها رفض الفرض الصفري، فإن احتمال خطأ هذا القرار يكون أقل من أو مساوياً هذه القيمة التي يطلق عليها مستوى الدلالة الإحصائية أو ألفا.

وطبقاً لإجراءات اختبار الفرض الصفري فإننا نرفض الفرض إذا كانت إحصاءة العينة " كالفرق بين المتوسطات، أو معامل الارتباط " أكبر أو أصغر مما يمكن توقعه طبقاً لعوامل الصدفة وحدها، ونستخلص أن هناك فرقاً دالاً أو علاقة دالة بين المتغيرات، إلا أن هناك خطأ شائعاً هو الخلط بين الدلالة الإحصائية والفائدة العملية للنتائج، فالنتائج الدالة إحصائياً لا تنطوي بالضرورة على قيمة عملية أو نظرية.

ومن الأخطاء الشائعة أيضاً الخلط بين الدلالة الإحصائية والدلالة النفسية أو التربوية، إن الدلالة النفسية أو التربوية تعنى القدر الذي يمكن لنتيجة ما أن تضيف للمعرفة، وتتضمن الدلالة النفسية أو التربوية ثلاثة عناصر:

- ✓ قيمة الفروض التي وضعها الباحث والأفكار النظرية التي استمدت منها هذه الفروض، وقدرتها على تفسير البيانات التي يحصل عليها الباحث.
- ✓ كفاية الدراسة كاختبار للفروض، بما في ذلك مدى جودة تصميمها، واستخدام أدوات حديثة صادقة في جمع البيانات.
- ✓ وضوح نتائج الدراسة، فالنتيجة الدالة إحصائياً لا تضيف دائماً لفهمنا للسلوك الإنساني، ومع ذلك فقد يكون لدى البعض نزعة للتركيز على الدلالة الإحصائية، رغم ما قد يكون بالنتائج من ضعف، لا يساعد على تفسير سليم له معنى لهذه النتائج.

ومن المتفق عليه استخدام مستويات الدلالة التالية في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية:

مستويات الدلالة" الشك في القرار	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
مستوى الثقة في القرار أو النتائج	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95

كما يستخدم مستويات الدلالة (0.001، 0.002، 0.003، 0.004، 0.005) أو (0.000) وذلك لتقليل الخطأ في رفض الفرض الصفري الصحيح، فكلما صغرت قيمة مستوى الدلالة كلما زاد خطأ النوع الثاني " بيتا ".

ويكتفى الباحثون دائماً بمستويي الدلالة (0.05 &0.01) وهو أمر متفق عليه وليس له دليل علمي أو منطقي.

1.2. خطأ النوع الأول & والثاني Type 1 Error Type 2 Error:

المنطق في اختبار الفروض هو أن الباحث يفترض صحة الفرض الذي يرغب في اختباره، ثم يفحص نتائج هذا الفرض في ضوء توزيع العينة الذي يعتمد على صحة الفرض، وإذا تحدد من توزيع العينة أن البيانات الملاحظة احتمال حدوثها كبير فانه يتخذ قراراً بان البيانات لا تتعارض مع الفرض، ومن ناحية أخرى إذا كان احتمال مجموعة البيانات الملاحظة ضعيف في حالة الفرض الصحيح، فإن قراره يكون بأن البيانات تتعارض مع الفرض.

وإن صدق النتائج التي نحصل عليها من العينة يتوقف على درجة تمثيلها للمجتمع الأصلي الذي سحبت منه، وحيث إننا نرتضي عينة لبحثنا فإننا مضطرون لقبول ما تأتى به العينة، لأننا لا نملك إلا أن نأخذ بصحة المعلومات والبيانات التي وفرتها لنا ونستخدم ذلك في الحكم على الفرض الخاص بالمجتمع ككل.

ومن ثم يتضح أن أي حكم أو قرار نتخذه بصدد الفرض الصفري يحتمل الصحة أو الخطأ، ونكون بذلك أمام أربعة بدائل:

أ- أن يكون الفرض الصفري صحيحاً، وتأتى نتائج العينة تؤيد صحته فإننا نقبله ويكون القرار سليماً، أو الحكم صائباً.

ب- أن يكون الفرض الصفري خاطئاً، وتأتى نتائج العينة تثبت صحته، فإننا نقبله ويكون القرار خاطئاً أو الحكم غير صائب ويسمى خطأ بيتا أو نمط "2" ويعنى قبول الفرض الصفري بينما هو في واقع الأمر خاطئ.

جـ- أن يكون الفرض الصفري صحيحاً، وتأتى النتائج من العينة لا تؤيده، فإننا نرفضه ويكون القرار خاطئاً، والحكم غير صائب ويسمى خطأ ألفا أو نمط "1" ويعنى رفض الفرض الصفري بينما هو في واقع الأمر صحيح.

د- أن يكون الفرض الصفري خاطئاً، وتأتى نتائج العينة تؤيد خطئه فإننا نرفضه ويكون القرار صائباً أو الحكم سليماً.

ويمكن تلخيص الحالات السابقة على النحو التالي:

القرار	الفرض الصفري	
	صحيح	خطأ
قبول الفرض الصفري	قرار صائب	خطأ النوع الثاني بيتا
رفض الفرض الصفري	خطأ النوع الأول ألفا	قرار صائب

ويمكن توضيح نوعي الخطأ بالمثالين الآتيين:

مثال 1:

نفترض أن التغذية الراجعة ليس لها تأثير بالفعل على سلوك حل المشكلة، ولكننا لاحظنا عن طريق الصدفة أن سلوك حل المشكلة كان أفضل في وجود التغذية الراجعة، فإننا ربما نستنتج أن التغذية الراجعة تؤدى إلى تحسين سلوك حل المشكلة في حين أن الأمر ليس كذلك، فعندئذ نكون قد وقعنا في خطأ من النوع الأول " ألفا".

مثال 2: عند محاكمة متهم يمكن الوقوع في أي من نوعي الخطأ، فتجريم شخص برئ يعد خطأ من النوع الأول "الفا"، وتبرئة شخص مذنب يعد خطأ من النوع الثاني "بيتا"، وبالطبع ينبغي التقليل بقدر الإمكان من كلا النوعين من الأخطاء.

2. قوة الاختبار الإحصائي Test Power:

تعتمد قوة الاختبار على كل من مستوى الدلالة ألفا وخطأ النوع الثاني بيتا وحجم العينة، وهي احتمال قرار رفض فرض العدم عندما يكون البديل صحيحاً قوة الاختبار الإحصائي = 1- بيتا

ويمكن زيادة قوة الاختبار عن طريق مستوى الدلالة وتباين الدرجات وحجم العينة، فإذا كان مستوى الدلالة ثابتاً وكذلك التباين فإن زيادة حجم العينة يزيد من قوة الاختبار، وليس معنى هذا أن حجم العينة هو السبب في زيادة قوة الاختبار، وإنما قيمتي مستوى الدلالة "ألفا" وخطأ النوع الثاني "بيتا" وكذلك تباين المجتمع لهما أثر كبير على قوة الاختبار بجانب حجم العينة، فإذا كانت

قيمة ألفا ثابتة وكذلك حجم العينة، فإن قيمة بيتا تقل بزيادة الفرق بين المتوسطين، ومعنى هذا أنه كلما كان الفرق بين المتوسطين كبيراً، فإن احتمال قبول فرض العدم يقل، أما إذا كان الفرق بين المتوسطين ثابتاً وكذلك حجم العينة، فإن قيمة بيتا تزداد كلما نقصت قيمة ألفا، أي أنه إذا كانت ألفا صغيرة فقد نفشل في رفض فرض العدم بالرغم من وجود فرق بين المتوسطين.

وإذا كانت قيمة ألفا ثابتة وكذلك الفرق بين المتوسطين، فإن حجم العينة يحدد قيمة بيتا، فكلما صغرت العينة تزداد قيمة بيتا ومن ثم تنقص قوة الاختبار، وكلما زاد حجم العينة فإن قيمة بيتا تنقص وتزداد قوة الاختبار.

4. درجات الحرية Degrees of Freedom:

ويقصد بها عدد أفراد العينة ناقصاً عدد القيود، فإذا رمزنا لحجم العينة بالرمز (ن) فإن الحرية في اختيار أفراد العينة هي (ن –1) وتسمى بدرجات الحرية، وتختلف وفقاً للاختبارات الإحصائية المستخدمة، أو القيود التي يتم وضعها للمقارنة.

5. اختبارات المعنوية:

هو اختبار إحصائي يفيد في تقرير قبول الباحث للفرض الصفري أو رفضه ليتسنى له تحديد حالة الفرق في المجتمع الأصلي للدراسة حقيقية أو أنها ناتجة عن خطأ المعاينة، أي أن الاختبارات المعنوية تستخدم للكشف عن دلالة الفروق في الأداء، وتصنف إلى اختبارات بارامترية معلمية(Paramétric) واختبارات لابارمترية لا معلمية (Non–Parametric)، ويتطلب كل منها توافر مجموعة من الشروط.

6. شروط الاختبار المعلمي

1.6. شروط استخدام الاختبارات البارمترية / المعلمية:

لكي يستخدم الباحث الاختبارات البارمترية (Parametric) على نحو مناسب، فإن ذلك يتطلب منه التأكد من بعض الشروط وهي:

–اختيار العينة بطريقة عشوائية.

–أن تكون العينات المسحوبة من مجتمع واحد أو عدة مجتمعات متجانسة في توزيعها.

-أن تكون العينة مسحوبة من مجتمعات موزعة توزيعاً طبيعياً.

-أن تكون المتغيرات من المستوى الفتري أو النسبي.

- بالإضافة إلى شرط الإستقلالية في بعض الحالات

ومن أمثلة الاختبارات البارمترية: اختبار "ت" واختبار "ف" واختبار معامل ارتباط بيرسون

1- شرط العشوائية وشرط استقلال العينات، وشرط البيانات المترية: هى شروط نظرية لا يتم اختبارها إحصائيًا... لماذا؟، لأنه من المفترض أن تكون العينات التي قام الباحث بسحبها هي عينات عشوائية ومستقلة. أما شرطا الاعتدالية والتجانس فيتم التأكد من توافرهما إحصائيًا.

2- شرط الاعتدالية وشرط العشوائية وشرط البيانات المترية: شروط يلزم توافرها في جميع الاختبارات المعلمية.

3- شرط الاستقلالية يلزم توافره في حالتين فقط هما: في حالة اختبار (ت) لعينتين مستقلتين، وفى حالة تحليل التباين في اتجاه واحد ANOVA

4- شرط التجانس فليزم توافره في حالة تحليل التباين في اتجاه واحد ANOVA فقط

5- في حالة العينات الكبيرة (عدد المشاهدات تكون أكبر من أو تساوى 30 مشاهدة(يمكن التخلي عن شرط إعتدالية التوزيع الاحتمالي وفقا لما تقره نظرية الترعة المركزية

ويمكن التحقق من توفر الشروط السابقة ما عدا معرفة نوع التوزيع الذي تنمي إليه البيانات، أو شرط التجانس، إذ نحتاج في بعض الأحيان إلى إجراء بعض الاختبارات الإحصائية الخاصة بذلك للتحقق من الشروط السابقة

1/ التحقق من شرط الاعتدالية: يقصد بشرط الاعتدالية " أن تكون عينة الدراسة مسحوبة من مجتمع تتبع بياناته التوزيع الطبيعي ومن الاختبارات التي تستخدم في دراسة اعتدالية التوزيع الاحتمالي نجد مجموعة من الاختبارات أهما:

- إختبار "شابيرو- ويلك" Shapiro-Wilk test.
- إختبار "كولموغوروف-سميرنوف" Kolmogorov-smirnov test.
- إختبار ليليفورز Lilliefors test.

- إختبار أندرسون–دارلنج Anderson–Darling test.
- منحنى الاحتمالية الطبيعية.

2/ التحقق من شرط التجانس: يقصد بشرط التجانس أن " التباينات أو الإنحرافات المعيارية للمجتمعات المسحوب منها العينات تكون متساوية، والإختبار الذي نستخدمه لدراسة التجانس هو إختبار. Levene's Test

2.6. شروط استخدام الاختبارات اللابارمترية / اللامعلمية:

هناك بعض الحالات يلجأ الباحث فيها لاستخدام الاختبارات اللابارمترية(Non–Parametric) وذلك عندما:

–تكون متغيرات الد راسة من المستوى الاسمي أو الترتيبي.

–تكون العينة مسحوبة من مجتمع ليس له توزيع طبيعي.

–عندما يكون تباين المجموعات غير متجانس.

–عندما يكون حجم العينة صغير جداً.

ومن أمثلة الاختبارات اللابارمترية:

اختبار كا 2 ، اختبار مان ويتني، اختبار ويلكوكسون، اختبار كروسكال

7. خطوات إجراء الاختبار الإحصائي:

1– صياغة الفروض الإحصائية: الفرض الصفري$H0$ ، والفرض البديل$H1$

2– تحديد مستوى المعنوية (الدلالة) $\alpha \leq 0.05$ أو$\alpha \leq 0.01$

3– تحديد الأسلوب أو الاختبار الإحصائي المناسب وحساب قيمته.

4– حساب النقاط الحرجة وتحديد مناطق الرفض أو حساب ال يمة الاحتمالية.

5– المقارنة واتخاذ القرار. مقارنة القيمة الاحتمالية (P–value) مع: α

ملاحظة: يمكن رفض الفرضية الصفرية $H0$ إذا كانت ال يمة الاحتمالية (P–value) أقل من أو تساوي مستوى المعنويةα ، أما إذا كانت القيمة الاحتمالية أكبر من α فلا يمكن رفضH_0.

الفصل الرابع

الاختبارات المعلمية

معامل الارتباط

أولا : الإرتباط الخطي البسيط

ثانيا : الإرتباط الخطي المتعدد

ثالثا: الإرتباط الخطي المتعدد

مفهوم معامل الارتباط

الارتباط هو علاقة بين متغيرين يمثل كل متغير ظاهرة معينة فإن تغيرت إحدى الظاهرتين في اتجاه معين فالثانية تتغير في اتجاه الأولى أو في اتجاه معاكس للأولى.

والتغير للظاهرتين في نفس الاتجاه بمعنى الزيادة في الأولى يقابله زيادة في الثانية أو العكس نقص في الأولى يقابله نقص في الثانية فالعلاقة تكون طردية أو متزايدة (موجبة) وإن كان الزيادة في الأولى يقابله نقص في الثانية أو العكس النقص في الظاهرة الأولى يقابله زيادة في الثانية فنقول إن الارتباط عكسي أو متناقص (سالباً).

الارتباط يكون تاماً بين المتغيرين إذا عرفنا قيمة أحد المتغيرين نعرف قيمة المتغير الآخر تماماً، كما تقاس قوة الارتباط بين متغيرين بمعامل الارتباط ولاستقصاء تأثير أحد المتغيرين على الآخر فنوجد علاقة جبرية تعرف بمعادلة الانحدار (سندرسها لاحقاً) وهي معادلة خط مستقيم (علاقة خطية) بين المتغيرين x وy ممثلة بالعلاقة التالية

$y = a\,x + b$ حيث a , b ثابتان يعبر a عن الاتجاه (الميل) وb الجزء المقطوع من محور الصادات (–1) وإن كانت a موجبة كانت العلاقة طردية وإن كانت سالبة فإنَّ العلاقة عكسية والارتباط هنا تاماً لأن النقاط (x , y) يمر بها خط مستقيم واحد فمثلاً العلاقة

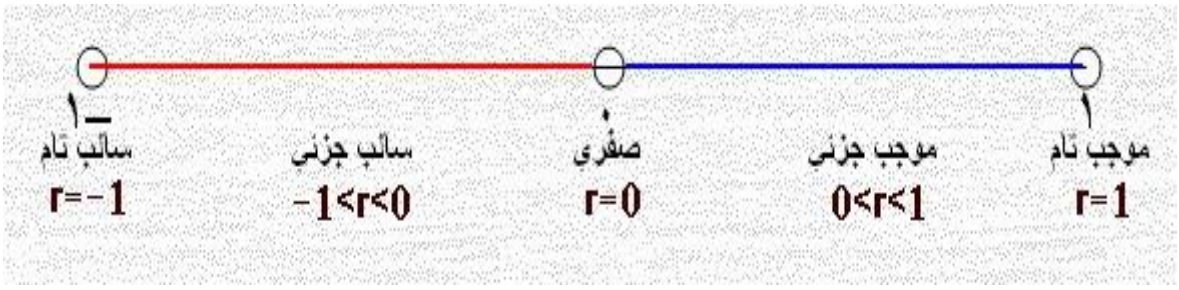
$2\,x - y = 1$ تحدد قيم y بمعرفة قيم x وبتمثيلها بيانياً نجد أن:

x	1	2	3
y	1	3	5

يقاس الارتباط بين متغيرين بمقياس كمي يعرف بمعامل الارتباط Correlation Coefficient والذي قد يساوي الصفر (منعدم) بين المتغيرين لعدم وجود علاقة بينهم فمعرفة قيمة أحدهم لا يعني معرفة قيمة الآخر فالمتغيرين الطول ودرجة الامتحان مثلاً وإن تمثيلها بيانياً يظهر مجموعة من النقاط المبعثرة.

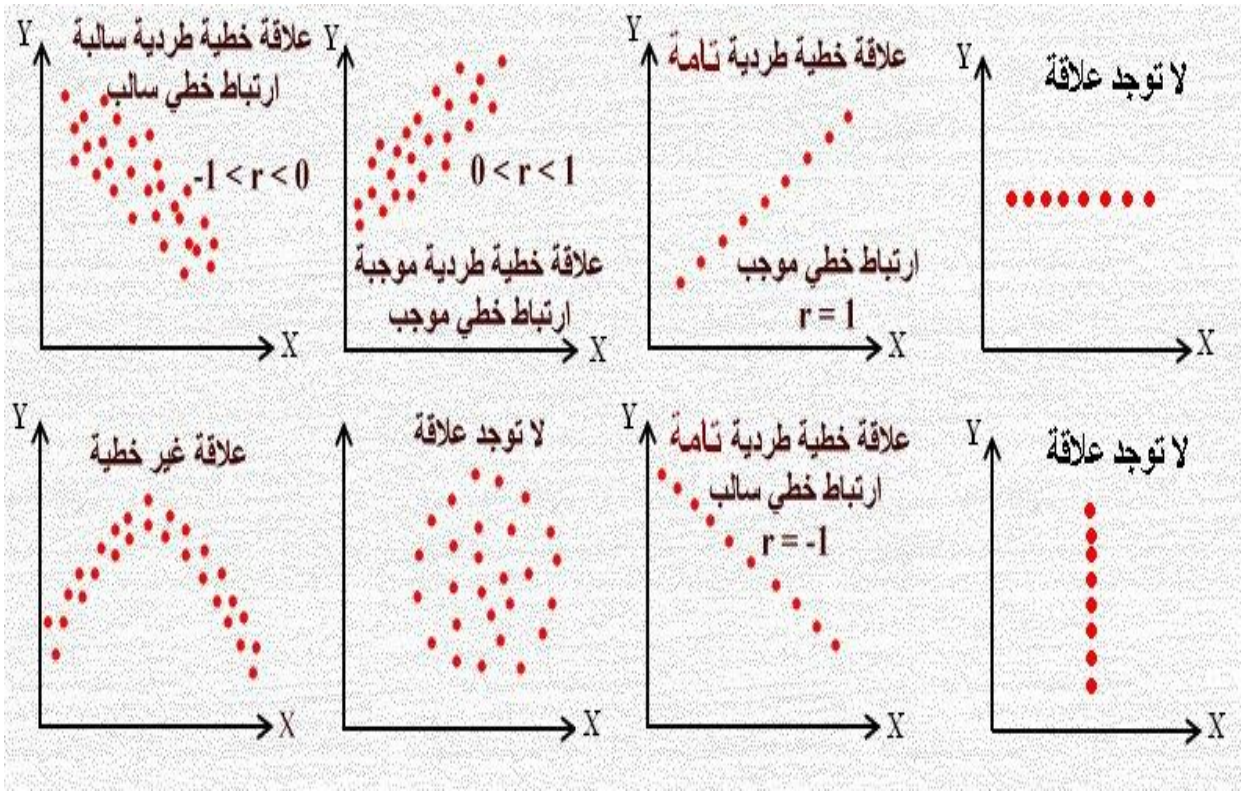
إن معرفة العلاقة بين المتغيرات من حيث النوع والقوة والاتجاه يعتبر هدفاً مهماً من أهداف البحث العلمي.

العلاقة المبينة في الجدول أعلاه طردية حيث تزداد قيم y بزيادة قيم x وهي علاقة خطية (Linear)، وتكون درجة العلاقة قوية عندما تكون قيمة معامل الارتباط ± 1 وتكون العلاقة هنا تامة في حين تضعف درجة العلاقة كلما اقتربت القيمة من الصفر، ونوضح قيمة معامل الارتباط بالشكل الآتي:



الشكل الانتشاري: إذا أخذنا (X، Y) كقيم متناظرة لمتغيرين وقمنا بتمثيلها في مستوى الإحداثيات وحصلنا على الأشكال التالية:

فلكل قيمة للمتغير x توجد قيمة تقابلها للمتغير y وإن الأزواج المرتبة (x , y) تكون مجتمع ذو بعدين ويعرف الزوج المرتب بمتغير عشوائي ذو بعدين وللمجتمع ذو البعدين نطرح سؤالاً عل توجد علاقة بين المتغيرين؟ وإن وجدت فكيف نعبر عنها بمعادلة؟ فوجود المعادلة يعني معرفة أحد المتغيرين من معرفة الآخر فالمتغير الأول يعرف بالمتغير المستقل في حين الآخر يعرف بالمتغير التابع، الشكل المرفق هنا يعرف بلوحة الانتشار وكل نقطة هنا تمثل زوج مرتب بالصورة (x , y).


Y
X
علاقة خطية طردية سالبة
ارتباط خطي سالب
-1 < r < 0
0 < r < 1
علاقة خطية طردية موجبة
ارتباط خطي موجب
علاقة خطية طردية تامة
ارتباط خطي موجب
r = 1
لا توجد علاقة
علاقة غير خطية
لا توجد علاقة
علاقة خطية طردية تامة
ارتباط خطي سالب
r = -1
لا توجد علاقة

أولا : معامل الارتباط الخطي بيرسون Linear Correlation Pearson

بملاحظة المتغير العشوائي ذي البعدين (x , y) بوجود ارتباط أو علاقة بين x , y فإن الهدف من دراسة الارتباط هو قياس قوة الارتباط الخطي بين المتغيرين في حين معامل الارتباط الخطي (linear Coefficient) مقياس لقوة العلاقة الخطية بين x , y ويقيس مدى تغير y حال زيادة قيمة x فهل y تزداد بزيادة x (ارتباط موجب) أو تنقص بزيادتها (ارتباط سالب) أو لا تتأثر بزيادة x (لا يوجد ارتباط).

معامل الارتباط لمجموعة n من الأزواج المرتبة $(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2) , ... , (x_n , y_n)$ هو:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n-1)S_x S_y} \quad \text{Or}$$

$$r = \frac{n(\sum X_i Y_i) - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{\sqrt{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2}\sqrt{n(\sum Y_i^2) - (\sum Y_i)^2}} \quad \text{Or}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}\sqrt{\sum Y_i^2 - n\bar{Y}^2}} \quad \text{Or}$$

$$r = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2}\sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

1) X الوسط الحسابي للبيانات $x_1 , x_2 , ... , x_n$ و Y الوسط الحسابي للبيانات $y_1 , y_2 , ... , y_n$

2) σ_x الانحراف المعياري للبيانات $x_1 , x_2 , ... , x_n$ و σ_y الانحراف المعياري للبيانات $y_1 , y_2 , ... , y_n$

3) r معامل الارتباط يعرف بمعامل ارتباط بيرسون (التتابعي أو العزومي) للارتباط (نسبة للعالم كارل بيرسون).

4) يشترط عند حساب معامل الارتباط لبيرسون أن يكون التوزيع لكلا المتغيرين اعتدالي وأن تكون العينة عشوائية وقيم الفرد لا تعتمد على قيم فرد آخر (استقلالية أفراد العينة).

وفي حالة عدم اعتدالي المتغيرين نستخدم معامل ارتبط آخر سيذكر في حينه (معامل ارتبط سبيرمان أو كندال"تاو"

يعتبر معامل ارتباط بيرسون من أشهر الطرق لقياس معامل الارتباط بين متغيرين نسبيين أو فئويين فيما بينهم وتوجد عدة طرق لحساب معامل ارتباط بيرسون وهي:

- من البيانات الأصلية
- طريقة الانحرافات
- طريقة التغاير (S_{xy})
- باستخدام العلامة الزائيةZ
- باستخدام الدرجات المعيارية $r = (\sum ZxZy/n)$

حيث S_{xy} يسمى معامل التغاير لحساب قوة العلاقة الخطية بين متغيرين ويمكن استخدام القانون $r = Sxy / S_xS_y$ لحسابه ويمكن استخدام قانون طريقة الانحرافات، وإن مقدار التباين المشترك بين المتغيرين ينتج من تربيع قيمة معامل الارتباط والتباين المشترك Common Variance بين متغيرين يساوي مربع معامل الارتباط بينهم ويعرف بمعامل التحديد Coefficient of determination وهو مقدار التباين في أحد المتغيرين الممكن تحديده بمعرفة التباين في المتغير الآخر فإذا كان $r = 0.8$ فإن التباين يساوي 0.64 وهو ممكن تفسيره في حين الباقي $1 - 0.64 = 0.36$ جزء لا يمكن تفسيره ويعرف بالتباين العشوائي وهو يبين وجود متغيرات أخرى لم تحتسب أو لم يهتم بها ويسمى معامل عدم التحديد.

مثال1:

أوجد معامل الارتباط بين تحصيل الطلبة في مادة الإحصاء(X) والرياضيات (Y) والمبينة في الجدول الآتي:

X	6	8	7	14	11	12	8	9	10
Y	4	8	6	10	9	11	8	7	8

الحل الأول: طريقة البيانات الأصلية

نكون جدول البيانات حسب أحد القوانين المذكورة أعلاه وليكن الثاني مع العلم بأن الصف الخير يعبر عن المجموع للبيانات في العمود والتي تقع أعلاه.

X	Y	XY	X^2	Y^2
6	4	24	36	16
8	8	64	64	64
7	6	42	49	36
14	10	140	196	100
11	9	99	121	81
12	11	132	144	121
8	8	64	64	64
9	7	63	81	49
10	8	80	100	64
85	71	708	855	595

$$r = \frac{n(\sum X_i Y_i) - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{\sqrt{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2}\sqrt{n(\sum Y_i^2) - (\sum Y_i)^2}}$$

$$r = \frac{9 \times 708 - 85 \times 71}{\sqrt{9 \times 855 - (85)^2}\sqrt{9 \times 595 - (71)^2}}$$

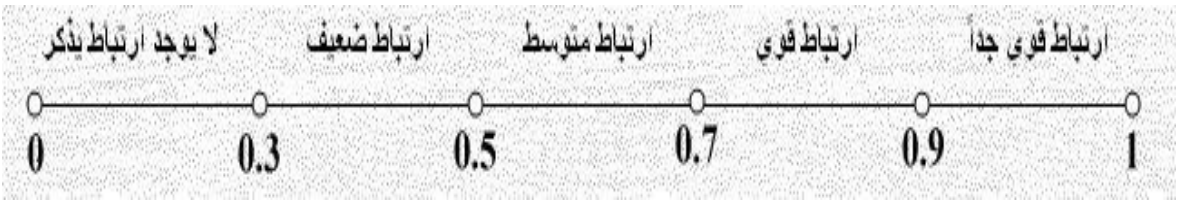
$$r = \frac{6372 - 6035}{\sqrt{7695 - 7225}\sqrt{5355 - 5041}}$$

$$r = \frac{337}{\sqrt{470}\sqrt{314}}$$

$$r = 0.877$$

ملاحظة:

قيمة معامل الارتباط 0.877 يعني قوة الارتباط قوية (من 0.7إلى 0.9) حيث أن قيمة r تحدد قوة الارتباط وهذا بيان بقوة الارتباط من صفر إلى 1iحيث أن:



الاختبار هنا: H_o: $\rho = 0$ أي لا توجد علاقة.

H_1 : $\rho \neq 0$ أي توجد علاقة.

إحصاء الاختبار المتبع هنا هو:

$$T = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

$$T = 0.877\sqrt{\frac{9-2}{1-0.769}}$$

$$T = 0.877\sqrt{30.30}$$

$$T = 0.877 \times 5.51$$

$$T = 4.832$$

نرفض H_o بمستوى معنوية 0.05i إذا كان $T > t_{0.05,7}$ أي إذا كان $T > 833.1$ وحيث أن $T = 4.832$ وهي أكبر من 1.833i فنرفض H_o ونقبل H_1 بوجود علاقة أي:

نرفض الفرضية الصفرية ونقبل بالفرضية البديلة أي توجد علاقة.

الحل الثاني: طريقة الانحرافات

نكون الجدول الآتي من خلال البيانات الأصلية:

X_i	Y_i	$X_i - X$	$Y_i - Y$	$(X_i - \overline{X})(Y_i - Y)$	$(X_i - \overline{X})^2$	$(Y_i - Y)^2$
6	4	– 3.44	– 3.89	13.382	11.834	15.132
8	8	– 1.44	0.11	– 0.158	2.074	0.012
7	6	– 2.44	– 1.89	4.612	5.954	3.572

14	10	4.56	2.11	9.622	20.794	4.452
11	9	1.56	1.11	1.732	2.434	1.232
12	11	2.56	3.11	7.962	6.554	9.672
8	8	– 1.44	0.11	– 0.158	2.074	0.012
9	7	– 0.44	– 0.89	0.392	0.194	0.792
10	8	0.56	0.11	0.062	0.314	0.012
9.44	7.89	0.04	0	37.444	52.227	34.889

بتطبيق القانون نجد أنَّ:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{(x - \bar{x})^2}\sqrt{(y - \bar{y})^2}}$$

$$r = \frac{37.444}{\sqrt{52.222}\sqrt{34.889}}$$

$$r = \frac{37.444}{(7.227)(5.907)}$$

$$r = 0.877$$

وهو نفس قيمة معامل الارتباط في الحل السابق ونفس الاختبار السابق ذكره.

الحل الثالث: طريقة معامل التغاير

نكون الجدول الآتي لاستخدام معامل التغاير (Covariance) لحساب قوة العلاقة وهي طريقة قل استخدامها ويحسب معامل التغاير S_{xy} من القانون الآتي ومنه نحسب معامل الارتباط r كما مبين بالآتي:

$$S_{xy} = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{n}$$

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

X_i	Y_i	$X_i - X$	$Y_i - Y$	$(X_i - X)(Y_i - Y)$
6	4	– 3.44	– 3.89	13.382
8	8	– 1.44	0.11	– 0.158
7	6	– 2.44	– 1.89	4.612
14	10	4.56	2.11	9.622
11	9	1.56	1.11	1.732
12	11	2.56	3.11	7.962
8	8	– 1.44	0.11	– 0.158
9	7	– 0.44	– 0.89	0.392
10	8	0.56	0.11	0.062
9.44	7.89	0.04	0	37.444

نحسب كل من S_x , S_y كما سبق في حل آخر وكالتالي:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n-1}} \quad , \quad S_y = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}}{n-1}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{855 - \frac{(85)^2}{9}}{8}} \quad , \quad S_y = \sqrt{\frac{595 - \frac{(71)^2}{9}}{8}}$$

$$S_x = \sqrt{6.5278} \quad , \quad S_y = \sqrt{4.3611}$$

$$S_x = 2.555 \quad , \quad S_y = 2.088$$

بتطبيق القانون نجد أنَّ:

$$S_{xy} = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{n - 1}$$

$$S_{xy} = \frac{37.444}{8}$$

$$S_{xy} = 4.681$$

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

$$r = \frac{4.681}{2.555 \times 2.088}$$

$$r = 0.877$$

وهو نفس قيمة معامل الارتباط في الحل السابق ونفس الاختبار السابق ذكره.

الحل الرابع باستخدام العلامة الزائية Z

القوانين المستخدمة هنا هي $S^2 = [\sum (x_i - X)^2] / n$ حيث S الانحراف المعياري أو σ ،

كما أنَّ S^2 مقدار التباين

$$Z_x = (X_i - X) \div S_x \ , \ Z_y = (Y_i - Y) \div S_y \ , \ r = [\sum (Z_x Z_y)] / n$$

X	Y	$X_i - X$	$Y_i - Y$	$(X_i - X)^2$	Z_x	$(Y_i - Y)^2$	Z_y	$Z_x Z_y$
6	4	– 3.444	– 3.889	11.861	– 1.430***	15.124	– 1.975***	2.824
8	8	– 1.444	0.111	2.085	– 0.599	0.012	0.056	– 0.034
7	6	– 2.444	– 1.889	5.973	– 1.015	3.568	– 0.959	0.973
14	10	4.556	2.111	20.757	1.891	4.456	1.072	2.028
11	9	1.556	1.111	2.421	0.646	1.234	0.564	0.364
12	11	2.556	3.111	6.533	1.061	9.678	1.580	1.676
8	8	– 1.444	0.111	2.085	– 0.599	0.012	0.056	– 0.034
9	7	– 0.444	– 0.889	0.197	– 0.184	0.790	– 0.451	0.083
10	8	0.556	0.111	0.309	0.231	0.012	0.056	0.013
85	71	0.004	– 0.001	52.222	0.002	34.889	– 0.001	7.894
$X = 85 \div 9 = 9.444$	$Y = 71 \div 9 = 7.889$		$\sum (X_i - X)^2 \div 9 = 5.802$			$\sum (Y_i - Y)^2 \div 9 = 3.877$	$r = 7.894 \div 9 = 0.877$	
			$S_x = \sigma = 2.409$			$S_y = \sigma = 1.969$		

الحل الخامس طريقة الدرجات المعيارية (Z)

إن متوسط ناتج ضرب كل درجتين معياريتين لقيم X, Y المتناظرة يمثل معامل ارتباط بيرسون حسب المعادلة $r = \sum(Z_xZ_y) / (n-1)$ وعليه نكون الجدول الآتي من خلال البيانات الأصلية:

X_i	Y_i	X^2	Y^2	$X_i - X$	$Y_i - Y$	$Z_x = (X_i - X) / S_x$	$Z_y = (Y_i - Y) / S_y$	Z_xZ_y
6	4	36	16	– 3.44	– 3.89	– 1.346	– 1.863	2.508
8	8	64	64	– 1.44	0.11	– 0.564	0.053	– 0.030
7	6	49	36	– 2.44	– 1.89	– 0.955	– 0.905	0.864
14	10	196	100	4.56	2.11	1.785	1.011	1.804
11	9	121	81	1.56	1.11	0.611	0.532	0.325
12	11	144	121	2.56	3.11	1.002	1.489	1.492
8	8	64	64	– 1.44	0.11	– 0.564	0.053	– 0.030
9	7	81	49	– 0.44	– 0.89	– 0.172	– 0.426	0.073
10	8	100	64	0.56	0.11	0.219	0.053	0.012
85 / 9 = 9.44	71 / 9 =7.89	855	595	0.04	0			7.019

بتطبيق القانون الآتي لحساب قيمة الانحراف المعياري أولاً لكل من X, Y ومن ثم نحسب قيمة Z من $Z_x = (X_i - X) \div S_x$ نجد أنَّ :

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n-1}} \quad , \quad S_y = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}}{n-1}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{855 - \frac{(85)^2}{9}}{8}} \quad , \quad S_y = \sqrt{\frac{595 - \frac{(71)^2}{9}}{8}}$$

$$S_x = \sqrt{6.5278} \quad , \quad S_y = \sqrt{4.3611}$$

$$S_x = 2.555 \quad , \quad S_y = 2.088$$

من الجدول العمود الأخير حاصل الجمع وبتطبيق القانون $r = \sum(Z_xZ_y) / (n-1)$ نجد أن:

$r = 7.019/(9 - 1) = 7.019/8 = 7.019 / 8 = 0.877$

وهو نفس قيمة معامل الارتباط في الحل السابق ونفس الاختبار السابق ذكره.

عوامل التحكم في معامل ارتباط بيرسون:

- أن تقع نقاط الأزواج (x , y) على خط مستقيم أو تكون قريبة جداً منه حتى تحقق صفة أن العلاقة خطية ($y = ax + b$) ويمكن ملاحظة ذلك من شكل الانتشار. إن لم تكن العلاقة خطية فستخدم معامل آخر.
- مقدار التباين فالعلاقة طردية بين الزيادة في التباين ومعامل الارتباط.
- دقة معامل الارتباط تتأثر بحجم العينة.
- شكل التوزيع وتماثله للمتغيرين يزيد من قيمة معامل الارتباط فإن كان شكلا التوزيع متماثلين فيكون $r = \pm 1$ وإن كانا الالتواء في نفس الاتجاه كان $r = 1$ وإن كان الالتواء في اتجاهين متضادين (أحدهم التواءه موجب والآخر سالب) كان $r = -1$

من **<u>خصائص معامل الارتباط</u>** عدم اعتماده على القيم نفسها بل على تباعدها عن بعضها، لا تتغير قيمة معامل الارتباط بالعمليات الحسابية الأربع الجمع والطرح والقسمة والضرب مع عدد ثابت بالنسبة لقيم x , y.

ثانيا : معامل الإرتباط المتعدد:

هذا المعامل والذي يرمز له بالرمز R أيضاً يقيس قوة العلاقة بين أكثر من متغيرين وهي مغيرات عشوائية متصلة التوزيع (توزيع متعدد المتغيرات Multivariate distribution) وإن حساب قيمة R هو امتداد لقيمة معامل الارتباط البسيط (r) مع استبدال Y, X بـ X_k–X_1 , Y ولنأخذ ثلاث متغيرات X_1, X_2, X_3 نحصل على الصيغ الآتية:

$$r_{12}=\frac{n\sum X_1X_2-\sum X_1\sum X_2}{\sqrt{n\sum X_1^2-(\sum X_1)^2}\sqrt{n\sum X_2^2-(\sum X_2)^2}}$$

$$r_{13}=\frac{n\sum X_1X_3-\sum X_1\sum X_3}{\sqrt{n\sum X_1^2-(\sum X_1)^2}\sqrt{n\sum X_3^2-(\sum X_3)^2}}$$

$$r_{23}=\frac{n\sum X_2X_3-\sum X_2\sum X_3}{\sqrt{n\sum X_2^2-(\sum X_2)^2}\sqrt{n\sum X_3^2-(\sum X_3)^2}}$$

يمكن حساب معامل الارتباط المتعدد من الصيغة:

$$R_{123}=\sqrt{\frac{r_{12}^2+r_{13}^2-2r_{12}r_{13}r_{23}}{1-r_{23}^2}}$$

أو

$$R_{213}=\sqrt{\frac{r_{21}^2+r_{23}^2-2r_{21}r_{13}r_{13}}{1-r_{13}^2}}$$

ومعامل الارتباط المتعدد قيمته بين الصفر والواحد الصحيح وهو موجب دائماً

مثال:

أرادت مؤسسة للدعاية والإعلان معرفة العلاقة بين عدد المستجيبين لإعلاناتها y وحجم الإعلان المنشور في الصحيفة X_1 وعدد الصحف الموزعة X_2 التي تنشر الإعلان وحصلت المؤسسة على البيانات التالية:

عدد المستجيبين بالمئات (yi)، حجم الإعلان بالإنش (X_1)، عدد الصحف الموزعة بالآلف (X_2)

X_2	$_2^2X$	X_1	X_1^2	y_i	y_i^2	y_iX_1	y_iX_2	X_1X_2
2	4	1	1	1	1	1	2	2
8	64	8	64	4	16	32	32	64
1	1	3	9	1	1	3	1	3
7	49	5	25	3	9	15	21	35
4	16	6	36	2	4	12	8	24
6	36	10	100	4	16	40	24	60
28	170	33	235	15	47	103	88	188

$$r_{y1}=\frac{n\sum yX_1-\sum y\sum X_1}{\sqrt{n\sum y^2-(\sum y)^2}\sqrt{n\sum X_1^2-(\sum X_1)^2}}=\frac{6\times103-15\times33}{\sqrt{6\times47-(15)^2}\sqrt{6\times235-(33)^2}}=0.909$$

$$r_{y2}=\frac{n\sum yX_2-\sum y\sum X_2}{\sqrt{n\sum y^2-(\sum y)^2}\sqrt{n\sum X_2^2-(\sum X_2)^2}}=\frac{6\times88-15\times28}{\sqrt{6\times47-(15)^2}\sqrt{6\times170-(28)^2}}=0.931$$

$$r_{12}=\frac{n\sum X_1X_2-\sum X_1\sum X_2}{\sqrt{n\sum X_1^2-(\sum X_1)^2}\sqrt{n\sum X_2^2-(\sum X_2)^2}}=\frac{6\times188-33\times28}{\sqrt{6\times235-(33)^2}\sqrt{6\times170-(28)^2}}=0.741$$

$$R_{y12}=\sqrt{\frac{r_{y1}^2+r_{y2}^2-2r_{y1}r_{y2}r_{12}}{1-r_{12}^2}}=\sqrt{\frac{0.826+0.867-2\times0.909\times0.931\times0.741}{1-0.549}}=0.973$$

اختبار فرضية العدم H_o : $P_{y.12...k}=0$ نحسب F من الصيغة:

$$F=\frac{R^2_{y.12..k}}{1-R^2_{y.12..k}}-\frac{n-k-1}{k}$$

حيث k عدد المتغيرات ونقارن قيمة F المحسوبة من الصيغة الرياضية السابقة مع قيمة F الجدولية فإن كانت أقل نقبل H_o

من الجدول نجد أن $F_{0.025,3,2}$ = 16.04 ومن الصيغة أعلاه نجد أن:

$$F = \frac{R^2_{y.12..k}}{1 - R^2_{y.12..k}} - \frac{n - k - 1}{k}$$

$$F = \frac{(0.973)^2}{1 - (0.973)^2} - \frac{6 - 3 - 1}{3}$$

$$F = \frac{0.947}{1 - 0.947} - \frac{2}{3}$$

$$F = \frac{0.947}{0.053} - \frac{2}{3}$$

$$F = 17.2$$

وبما أن 17.2 > 16.04 فنرفض الفرضية الصفرية ونستدل على معنوية R

ثالثا : معامل الارتباط الجزئي:

هذا المعامل يقيس الارتباط بين أي زوج من المتغيرات عند ثبات المتغيرات الأخرى ويرمز له بالرمز $r_{12.345}$ فالارتباط هنا بين المتغيرين X_1 , X_2 وثبات الثلاثة الأخرى X_3 , X_4 , X_5 ويستخدم لتحديد العلاقة بين متغيرين محددين أو للتعرف على متغيرات يراد حذفها بسبب عدم تأثيرها على المتغير التابع ومربع معامل الارتباط الجزئي يعرف بمعامل التحديد الجزئي، ويجب ملاحظة أن r_{y1} رمز للعلاقة بين x , y_1 في حين $r_{y1.2}$ رمز للعلاقة بين x , y_1 مع ثبات x_2. يحسب معامل الارتباط الجزئي من الصيغة الرياضية الآتية (بين x،y وثبات x_1 $_2$):

$$r_{y21} = \frac{r_{y2} - r_{y1}\, r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{y1}^2)(1 - r_{12}^2)}}$$

مثال:

أوجد معامل الارتباط الجزئي للمثال الوارد في معامل الارتباط المتعدد وهو:

أرادت مؤسسة للدعاية والإعلان معرفة العلاقة بين عدد المستجيبين لإعلاناتها y وحجم الإعلان المنشور في الصحيفة X_1 وعدد الصحف الموزعة X_2 التي تنشر الإعلان وحصلت المؤسسة على البيانات التالية:

عدد المستجيبين بالمئات (y_i)، حجم الإعلان بالإنش (X_1)، عدد الصحف الموزعة بالآلف (X_2)

الحل:

حصلنا على النتائج: $r_{y1} = 0.909$, $r_{y2} = 0.731$, $r_{12} = 0.741$ في المثال المذكور

بتطبيق الصيغة الرياضية أعلاه لحساب معامل الارتباط الجزئي $r_{y2.1}$

$$r_{y2.1} = \frac{r_{y2} - r_{y1}\, r_{12}}{\sqrt{(1-r_{y1}^2)(1-r_{12}^2)}}$$

$$r_{y2.1} = \frac{0.931 - 0.909 \times 0.741}{\sqrt{(1-0.826)(1-0.549)}}$$

$$r_{y2.1} = \frac{0.257}{0.280}$$

$$r_{y2.1} = 0.92$$

إن قيمة معامل الارتباط الجزئي 0.92 تؤدي لمساهمة عالية (معامل التحديد الجزئي = 0.85) في تفسير تباين y وبمكن اختبار فرضية العدم بالاحصاءة t من أن معامل الارتباط الجزئي للمجتمع P تساوي صفر أي H_o: $P_{y1.2}$... k ونحسب t من الصيغة التالية

$$t = r_{y1.2}\sqrt{\frac{n-k-1}{1-r_{y1.2}^2}}$$

مع درجات حرية n – k – 1=6–3–1=2 ومقارنة t الناتجة بـ t الجدولية عند مستوى معنوية α = 0.05.

ويكون الاختبار:

H_o : $P_{y1.2} = 0$ و$_1H$: $P_{y1.2} \neq 0$ ومن الجدول نجد أن: $t_{0.025\ ,\ 2} = 4.303$

وبالتعويض نجد:

$$t = r_{y1.2}\sqrt{\frac{n-k-1}{1-r_{y1.2}^2}}$$

$$t = 0.92\sqrt{\frac{2}{1-0.85}}$$

$$t = 0.92\sqrt{\frac{2}{0.15}}$$

$$t = 0.92 \times 3.65$$

$$t = 3.36$$

وحيث أن قيم t = 3.36 أقل من من قيمة t = 4.303 الجدولية فنقبل فرض العدم ويعني عدم معنوية معامل الارتباط الجزئي للمجتمع المتغير $X P_{y2.1}$.

الفصل الخامس

الاختبارات المعلمية

الانحدار الخطي

أولا : الإنحدار الخطي البسيط

ثانيا : الإنحدار الخطي المتعدد

مفهوم الانحدار

إن تحليل الانحدار ملائم لمعرفة كم من التباين يستطيع المتغيران معا أن يفسرانه من التباين في المتغير التابع. ولمعرفة تباين المقدار الذي يشرحه المتغير الأول ومعرفة تباين المقدار الذي يشرحه المتغير الثاني نستطيع أن نكشف عن الأهمية لكل من المتغيرين.

-من المعروف أن الارتباط الخطي بين متغيرين يقيس العلاقة غير السببية بينهما ليتعرف على درجتها واتجاهها.

-كلمه العلاقة غير السببية نعني بها أن الارتباط لا يهتم بتصنيف المتغيرات إلى متغيرات مستقله ومتغيرات تابعه ولا يهتم بمعرفة أي من المتغيرات يؤثر ومن منها يتأثر.

-نفرض ان لدينا متغيرا (أو مجموعة متغيرات) مستقلا وآخر تابعا، يهدف الانحدار إلى الحصول على الصورة الرياضية للعلاقة التي تربط المتغير (المتغيرات) المستقل بالمتغير التابع. لو أمكن الحصول على هذه الصورة لأطلق عليها اسم معادلة الانحدار.

-معادلة الانحدار قد تكون مضبوطة وقد تكون تقريبيه. Approximate

-وتستخدم معادلة الانحدار في التنبؤ بقيمة المتغير التابع عند قيمة معينه للمتغير (المتغيرات) المستقل.

-إذا كانت المعادلة مضبوطة يتم التنبؤ بدون خطأ لكن إذا كانت تقريبية يكون التنبؤ بخطأ يمكن تقديره والتحكم فيه.

-بصفة عامة يمكن أن يكون الانحدار خطيا Linear ، وقد يكون غير خطي Linear Non فإذا كان لدينا متغيران وكانت العلاقة بينما خطية فيمكن تمثيل العلاقة بينهما بمعادلة خط مستقيم، أما إذا كانت العلاقة غير خطية فإنه يمكن تمثيل العلاقة بينهما بمعادلة غير خطية ويمكن معرفة نوع العلاقة في حالة متغيرين عن طريق شكل الانتشار.

-ونلاحظ أن الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين هي حالة خاصة من الانحدار الخطي المتعدد .

أولا : الإنحدار الخطي البسيط

تهدف دراسة الانحدار التنبؤ بقيمة متغير (Y) بمعرفة متغير آخر (X) ويعرف المتغير الأول بالمتغير التابع (dependent) ويرمز له Y ويقاس دون خطأ في حين يعرف المتغير الآخر بالمتغير المستقل (Independent) ويرمز له X فإذا أعطينا قيمة ما (أي قيمة تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية) للمتغير X في المعادلة التالية:

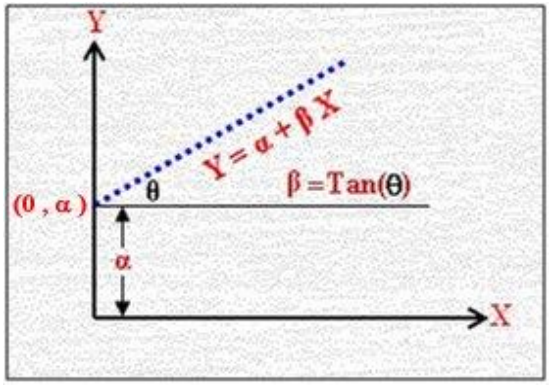
$$X\,\alpha + \beta = Y$$

فنحصل على قيمة مناظرة للمتغير Y فهنا قيمة Y تتحدد بمعرفة قيمة X فلذا المتغير X عرف بالمتغير المستقيل في حين Y تتعين قيمتها تبعاً لقيمة X لذا عرفت Y بالمتغير التابع (أي تبعاً لقيمة X)، كما أن الانحدار هنا بسيط لوجود متغيرين فقط تابع ومستقل، وسنتحدث لاحقاً عن الانحدار المتعدد بوجود متغير تابع واحد فقط مع وجود وجود متغيرين مستقلين أو أكثر، وعند ذكر كلمة الخط نعني بها خط الانحدار. والانحدار يعني بالبحث عن هذه المعادلة أو العلاقة بين المتغيرين X المستقل، Yالتابع أو المعتمد كما أن المعادلة $Y = \alpha + \beta X$

تحوي β , α وهما قيمتان ثابتتان حيث β تبين ميل الخط

المستقيم ($Y = \alpha + \beta X$) الزاوية التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات) وإن إشارة α تعني:

- أن تكون β موجبة فإن علاقة Y بالمتغير المستقل X علاقة طردية موجبة (تزداد قيم Y بزيادة قيم X المناظرة لها أو العكس أي تنقص بنقصانها.(
- أن تكون β موجبة فإن الخط $Y = \alpha + \beta X$ يصنع زاوية حادة مع محور السينات الموجب كما هو مبين بالشكل أدناه
- أن تكون $\beta =$ صفراً فتنعدم العلاقة الخطيبة (لا توجد علاقة) وأن قيمة Y ثابتة ($y = \alpha$)
- أن تكون $\beta = \infty$ فتنعدم العلاقة الخطيبة (لا توجد علاقة) كما في الشكل.



- تعرف β بميل الانحدار
- أن تكون β سالبة فإن العلاقة عكسية سالبة (تزداد قيم Y بنقص قيم X المناظرة لها أو العكس.(
- في حين أن α تبين قيمة الجزء المقطوع من محور الصادات (الرأسي) بالمستقيم $Y = \alpha + \beta X$
- الخط $Y = \alpha + \beta X$ يمر بالنقطة (0، α) أو أن الخط $Y = \alpha + \beta X$ يمر بالزوج(0, α)
- تعرف α بثابت الانحدار
- عند استخدام عينه n من الأزواج من مجتمع ذو بعدين فنكتب العلاقة بحروف صغيرة $Y = a + b X$ ويكون:
- a تقديراً لـα و b تقديراً لـβ

وتسمى المعادلة $Y = a + b X$ بمعادلة انحدار Y على X في حين $X = a + b Y$ معادلة X على Y سواء للعينة أو المجتمع ولمعرفة المعادلة يجب معرفة كل من , a b ويجدر هنا القول إن اهتمامنا يكون على العلاقة نفسها ببين X , Y وليس على سبب وجود العلاقة أو الظروف المحيطة بها فهناك علاقة سببية بين كمية السماد وكمية الناتج الزراعي للقمح مثلاً ولكننا لا يمكن أن نجزم بوجود علاقة سببية لعدد المساكن وميزانية الدولة.

تقرأ معادلة خط الانحدار بأن Y دالة في X .

نستخدم العلاقات التالية لإيجاد معامل الانحدار

$$b = \frac{n.\sum xy - \sum x . \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = y - bx$$

مثال

فيما يلي بيانات عن كمية البروتين اليومي بالغرام التي يحتاجها الرياضي ومقدار الطاقة المحررة وهذا لعينة مكونة من 10 رياضيين

كمية البروتين	11	11	17	15	18	25	46	50	59	70
الطاقة المحررة	10	10	14	12	13	14	25	21	20	20

الحل

x	y	xy	x^2	y^2
11	10	110	121	100
11	10	110	121	100
17	14	238	289	196
15	12	180	225	144
18	13	234	324	169
25	14	350	625	196
46	25	1150	2116	625
50	21	1050	2500	441
59	20	1180	3481	400
70	20	1400	4900	400
322	159	6002	14702	2771

- حساب معامل الإنحدار b

$$b = (n.\sum xy - \sum x . \sum y)/n\sum x^2 - (\sum x)^2$$

$$b = ((10 \times 6002) - (322 \times 159)) / (10 \times 14702 - (322)^2)$$

$$b = (60020 - 51198) / (147020 - 103684)$$

$$b = 8822 / 43336 = 0.203$$

- حساب ثابت الإنحدار a

$$a = y - bx$$

$$y/n\sum y =$$

$$y = 159/10 = 15.9$$

$$x/n\sum x =$$

$$x = 322/10 = 32.2$$

$$a = 15.9 - 0.203 \times 32.2$$

$$a = 9.363$$

ومنه معادلة الانحدار: $y = 9.363 + 0.203x$

- مقدار الطاقة المحررة عند إعطاء الرياضي 40 غ من البروتين

$x = 40$ إذن $y = 9.363 + 0.203(40)$

$$y = 17.483$$

ثانيا: الانحدار الخطي المتعدد:

في الانحدار المتعدد نفترض أن لدينا متغيرا تابعا واحدا نرمز له بالرمز Y ومجموعة من المتغيرات المستقلة عددها m متغيرا نرمز لها بالرمز X0 ,X2,.....Xm كحالة خاصة في الانحدار البسيط يكون. m=1 :

نريد هنا الحصول على أفضل معادله انحدار تمثل العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة وذلك إذا توافرت لدينا بيانات من عبنة حجمها n فيكون النموذج الرياضي الخطي هو:

$$Yj = \beta0 + \beta1\ X1j + \beta2\ X2j + \ldots + \beta\ m-1\ X\ mj + \varepsilon\ j\ ,\ j = 1,2,\ldots,n$$

وإجمالا فإن معادلة الانحدار الخطي المتعدد في العينات:

$$\hat{y} = a + b1x1 + b2x2 + b3x3 + \ldots.. + bmxm$$

حيث :

a : المقطع الصادي، وهو بعد النقطة التي يقطع عندها خط الانحدار.

b1: معامل الانحدار للمتغير الأول x1 (وزن الانحدار)، تعني التغير في y الذي يقابل تغير x1 وحدة واحدة مع بقاء الأشياء الأخرى ثابتة.

b2 : معامل الانحدار للمتغير الثاني x2 (وزن الانحدار)، تعني التغير في y الذي يقابل تغير x2 وحدة واحدة مع بقاء الأشياء الأخرى ثابتة

أنواع الانحدار الخطي المتعدد:

الانحدار المتعدد هو امتداد للارتباط بين متغيرين، نتيجة الانحدار هي معادلة تمثل أفضل تقدير للمتغير التابع من عدة متغيرات مستقلة، يستخدم تحليل الانحدار عندما تكون المتغيرات المستقلة مرتبطة ببعضها البعض وبالمتغير التابع.

هناك ثلاثة نماذج انحدار متعدد رئيسية هي:

- الانحدار المعياري أو القياسي: (Standard) أو الآني (المتزامن) Simultaneous
- الانحدار الهرمي Hierarchical
- الانحدار المتدرجstepwise

هذه النماذج تختلف من جهتين:

- الأولى في معالجة الاختلافات المتداخلة بسبب ارتباط المتغيرات المستقلة.
- الثانية في ترتيب إدخال المتغيرات المستقلة في المعادلة.

على ضوء هذين الاختلافين فإن نماذج الانحدار يمكن تقسيمه الى الثلاثة أقسام التالية:

1/ الانحدار المعياري:

في هذه الطريقة ندخل المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار دفعة واحدة لنحصل على المعادلة التي تصف العلاقة بين كل المتغيرات المستقلة والمتغير التابع مرة واحدة دون مناقشة هل كل المتغيرات المستقلة

يجب أن تدخل في المعادلة أم لا؟ ولا نتعرض لمناقشة هل المتغيرات المستقلة مرتبطة بعضها بالبعض أم مستقلة.

2/ الانحدار الهرمي:

في الانحدار الهرمي تدخل المتغيرات المستقلة في المعادلة المقترحة تباعا ونحدد ترتيب دخول هذه المتغيرات في المعادلة المقترحة على أساس إحصائي نظري.

3/ الانحدار التدريجي:

في نموذج الانحدار المتدرج عدد المتغيرات المستقلة المدخلة في النموذج وكذلك ترتيب إدخالها يحدد من خلال معيار إحصائي يتم الوصول إليه عن طريق إجراء الانحدار المتدرج:

- **طريقة الإدخال الأمامية : Forward** وتتضمن إدخال المتغيرات المستقلة كل واحد على حدة، ويعتمد ترتيب الإدخال ومدى قبول المتغير المستقل على أساس ما إذا كانت قيمة F حرجة محددة وما إذا كان المستوى الحرجة لألفا قد تحقق.
- **طريقة الخيار العكسي : Backward** يبدأ الخيار العكسي بكل المتغيرات المستقلة في المعادلة ويقوم بالتدرج بحذف أسوء المتغيرات على أساس أن قيمة F الجزئية تكون أقل من قيمة حرجة وكما أن المعيار المقبول جب أن يتحقق أيضا.

- **طريقة الخيار المتدرج أو التدريجي:** Stepwise وهو عبارة عن خلط أو مزيج بين الطريقتين الأمامية والعكسية وهي تسمح بالإزاحة المتأخرة للمتغيرات التي سبق أن دخلت في النموذج.

✓ إن اختيار الطريقة يعتمد بصورة كبيرة على أهداف الباحث.

✓ المفاضلة بين الطرق الثلاثة الموضحة تختلف من باحث الى أخر وتتوقف كثيرا على خبرة الباحث في الانحدار أو خبرة الباحث الإحصائية.

1.3. فروض الاختبار: Assumption Testing

هناك عدد من الفروض تحكم استخدام الانحدار:

الفرض الأول : نسبة الحالات إلى المتغيرات المستقلة

عدد الحالات المطلوبة يعتمد على نوع نموذج الانحدار المستخدم، بالنسبة إلى الانحدار القياسي أو الهرمي فيجب أن يكون العدد المثالي للحالات أو المفردات عشرين ضعف عدد المتغيرات المستقلة، بينما الحالات التي نحتاجها في الانحدار المتدرج يتعدى ذلك. والحد الأدنى المطلوب هو خمس أضعاف عدد المتغيرات المستقلة على الأقل.

الفرض الثاني: القيم المتطرفة

الحالات المتطرفة أو الشاذة لها تأثير قوي على حل معادلة الانحدار ولذا يجب حذفها أو تعديلها لتقليل تأثيرها. يمكن اكتشاف القيم المتطرفة في المتغير الواحد خلال عرض البيانات. أما القيم المتطرفة في المتغيرات المتعددة فإنه يمكننا اكتشافها باستخدام الطرق الإحصائية مثل: مسافة Mahalanobis وكذلك بطريقة العرض البياني مثل: شكل الانتشار للأخطاء. يجب أن يستخدم قرار حذف القيم المتطرفة من البيانات بحذر لأن حذفها سينتج عنه عادة حالات أكثر تطرفا.

الفرض الثالث: الارتباط القوي بين المتغيرات المستقلة

الازدواج الخطي Multicollinearity تشير للارتباط القوي بين المتغيرات المستقلة، في حين أن singularity تحدث عند حدوث ارتباط تام بين المتغيرات المستقلة. هذه المشاكل تؤثر على

طريقة تفسير أي علاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع، ويمكن اكتشاف ذلك من خلال فحص مصفوفة الارتباط المتعدد. معظم برامج الحاسب لها قيمة محددة في الازدواج الخطي ولا تسمح بالمتغيرات التي تسبب مشكلة.

الفرض الرابع: التوزيع الطبيعي والعلاقة الخطية والتجانس واستقلالية البواقي

يسمح فحص شكل الانتشار للبواقي في اختبار الفروض السابقة. من المفترض أن الفرق بين القيم الحقيقية والمقدرة للمتغير التابع له توزيع طبيعي. وأيضا من المفروض أن البواقي لها علاقة خطية مع القيمة المقدرة للمغير التابع، وأن التباين للبواقي متساو لكل القيم المقدرة. والانحرافات البسيطة في العلاقة الخطية لا تكون جدية، أما الانحرافات المتوسطة إلى المرتفعة قد تؤدي إلى قيم تقديرية أقل للعلاقة.

الفرض الأول خاص بتصميم البحث، أما الفرض الثاني والثالث والرابع فنتأكد منها من خلال تحليل الانحدار.

الفصل السادس

الاختبارات المعلمية

إختبار ت

أولا : ت لعينة واحدة

ثانيا : إختبار ت لعينتين متجانستين

ثالثا: اختبار "ت" لعينتين مستقلتين غير متجانستين

رابعا : اختبار "ت" لعينتين غير مستقلتين

إختبار ت : t-test

يعد اختبار "ت" من أكثر اختبارات الدلالة شيوعاً في الأبحاث النفسية والاجتماعية والتربوية، وترجع نشأته الأولى إلى أبحاث العالم "ستودنت" ولهذا سمى الاختبار بأكثر الحروف تكراراً في اسمه وهو حرف التاء. ومن أهم المجالات التي يستخدم فيها هذا الاختبار الكشف عن الفروق بين المتوسطات، ويمكن القول أن اختبار "ت" يستخدم لقياس دلالة فروق المتوسطات غير المرتبطة والمرتبطة للعينات المتساوية والغير متساوية.

1. شروط استخدام اختبار "ت" لدلالة فروق المتوسطات

لا يحق للباحث أن يستخدم اختبار "ت" قبل أن يدرس خصائص متغيرات البحث من النواحي التالية:

1.1. حجم كل عينة

يجب أن يزيد حجم كل من العينتين عن "5" ويفضل أن يزيد عن "30" أما إذا قل حجم أي من العينتين عن "5" فلا يمكن استخدام اختبار "ت".

2.1. الفرق بين حجم عينتي البحث: شرط التقارب

يجب أن يكون حجم عينتي البحث متقارباً فلا يكون مثلاً حجم أحد العينتين "500" وحجم الأخرى "30" لأن للحجم أثره على مستوى دلالة "ت".

3.1. مدى تجانس العينتين

يقصد بتجانس العينات مدى انتسابها إلى أصل واحد أو أصول متعددة. فإذا انتسبت العينات إلى أصل واحد فهي متجانسة وإذا لم تنتسب العينات إلى أصل واحد فهي غير متجانسة.

وبالطبع يصعب بالنسبة للباحث تحديد أصول العينات لتحديد تجانسها لذا يمكنه استخدام النسبة الفائية لتحديد التجانس.

يحدد تجانس العينتين من خلال حساب قيمة النسبة الفائية حيث تحسب من العلاقة:

$$ف = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

حيث أن التباين الأكبر هو التباين الأكبر في القيمة دون التحيز لأحد العينتين، والتباين الأصغر هو الأصغر في القيمة دون التحيز لأحد العينتين.

بالطبع نحصل من القانون السابق على قيمة لـ "ف" تسمى بقيمة ف المحسوبة ولتحديد التجانس نحسب قيمة أخرى تسمى ف الجدولية ونحصل عليها من جداول "ف" الإحصائية عند درجة حرية التباين الأكبر ودرجة حرية التباين الأصغر ومستوى الدلالة الذي قيمته إما "0.05" أو "0.01" حيث نحسب درجات الحرية من القانون التالي:

درجة حرية التباين الأصغر = n – 1

حيث "n" هي عدد أفراد العينة التي تبيانها هو الأكبر.

درجة حرية التباين الأصغر = n – 1

حيث "n" هي عدد أفراد العينة التي تبيانها هو الأصغر.

تحديد التجانس

- إذا كانت قيمة "ف" المحسوبة > قيمة "ف" الجدولية فلا يوجد هناك تجانس.
- أما إذا كانت قيمة "ف" المحسوبة < قيمة "ف" الجدولية فيوجد هناك تجانس.

4.1. مدى اعتدالية التوزيع التكراري لكل من العينتين

يكون التوزيع التكراري معتدلاً عندما تكون قيمة الالتواء الخاص به محصورة بين القيمتين] –3، +3 [ويحسب الالتواء من القانون التالي:

$$\text{الالتواء} = \frac{3 \times (\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الإنحراف المعياري}}$$

2. تحديد مدى دلالة "ت" من عدمه

سنحصل في جميع حالات "ت" على قيمة لـ "ت" نسميها "ت المحسوبة" ثم نقارنها بقيمة لـ "ت" نحصل عليها من الجداول تسمى "ت الجدولية"

- ✓ إذا كانت قيمة "ت المحسوبة" > قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" دالة إحصائية أما
- ✓ ذا كانت قيمة "ت المحسوبة" < قيمة "ت الجدولية" تكون قيمة "ت" ليست دالة إحصائية.

أولا: إختبار ت لعينة واحدة

هو اختبار الفروق لعينة واحدة من خلال قياس المتغير الكمي مرة واحدة، ويستخدم هذا الاختبار في مقارنة المتوسط الحسابي للعينة (x) بقيمة مفترضة للمجتمع الأصلي هي المتوسط الحسابي للمجتمع ميو (u).

يتم حساب اختبار T لعينة واحدة وفق الصيغة التالية:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S_x}{\sqrt{n}}}$$

$$Df = n - 1$$

حيث:

$\bar{x}$: المتوسط الحسابي للعينة.

μ : المتوسط الحسابي للمجتمع.

S_X: الانحراف المعياري للعينة.

n: حجم العينة.

1. شروط استخدام اختبار "ت" لعينة واحدة:

- بيانات المتغير المدروس كمية.
- الاختيار العشوائي للعينة.
- التوزيع الاعتدالي لبيانات المتغير المدروس.

مثال 1:

أظهرت النتائج فرضا أن متوسط درجات مادة الاحصاء يقدر بـ 8 لدى طلبة جامعات الجزائر كمجتمع ذو توزيع طبيعي، ويعتقد أحد أساتذة الإحصاء في جامعة الأغواط أن متوسط درجات طلبة هذه الجامعة يختلف عن متوسط درجات طلبة جامعات الجزائر في هذه المادة، لذلك اختار عينة عشوائية من طلبة جامعة الأغواط، وقام بحساب متوسط درجاتهم في الإحصاء فحصل على النتائج التالية: x :8, 7, 9, 10, 12

المطلوب: دراسة الفروق بين متوسط درجات طلبة جامعة الأغواط ومتوسط درجات طلبة جامعات الجزائر في مادة الإحصاء.

الحل:

1/ طرح المشكلة:

هل توجد فروق دالة احصائيا بين متوسط درجات طلبة جامعة الأغواط ومتوسط درجات طلبة جامعات الجزائر في مادة الإحصاء؟

2/ صياغة الفرضيات:

- **الفرضية الصفرية:** $H_o: \mu = 8$

لا توجد فروق دالة احصائيا بين متوسط درجات طلبة جامعة الأغواط ومتوسط درجات طلبة جامعات الجزائر في مادة الإحصاء.

- **الفرضية البديلة:** $H1 : \mu \neq 8$

توجد فروق دالة احصائيا بين متوسط درجات طلبة جامعة الأغواط ومتوسط درجات طلبة جامعات الجزائر في مادة الإحصاء. (غير موجهة)

3/ اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغير كمي واحد يتمثل في درجات الإحصاء تم قياسها باستخدام عينة واحدة (القياس مرة واحدة)، وتوفر شروط الاستخدام وهي البيانات الكمية، التوزيع الاعتدالي، العشوائية في الاختبار، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو اختبار "ت" لعينة واحدة.

4/ إجراء العمليات الحسابية لايجاد قيمة "ت" المحسوبة(T) :

(1) استخدام الجدول الاحصائي التالي:

X	8	7	9	10	12	14	$\sum$= **60**
X^2	64	49	81	100	144	196	$\sum$= **634**

(2) حساب المتوسط الحسابي للعينة:(x)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{60}{6} = 10$$

(3) حساب الانحراف المعياري للعينة:(S)

$$S_x = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{6 \times 634 - (60)^2}{6(6-1)}} = 2.60$$

(4) ايجاد قيمة "ت "المحسوبة:(T)

$$T = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S_x}{\sqrt{n}}}$$

$$T_C = \frac{10 - 8}{\frac{2.60}{\sqrt{6}}} = \frac{2}{1.06}$$

$$T_C = 1.88$$

(5) ايجاد درجة الحرية(Df)

$$Df = n - 1$$

$$Df = 6 - 1 = 5$$

(6) تحديد قيمة "ت" الجدولية(T_T)

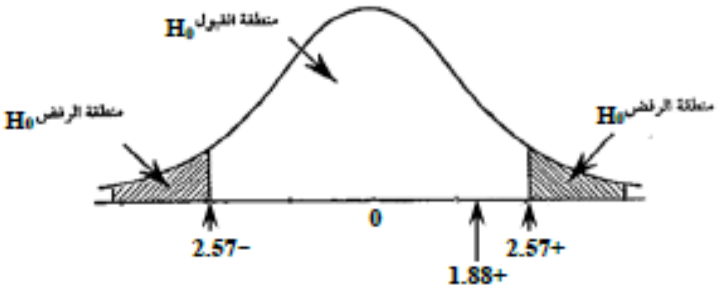
$T_{T(0.05,5)} = 2.57$ عند درجة الحرية 5 و مستوى الدلالة $\alpha \leq 0.05$

توزيع t

درجة الحرية	اختبار ذو اتجاهين					
	0.1	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
	اختبار ذو اتجاه واحد					
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	2.015	**2.571**	3.365	**4.032**	5.893	6.869
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.894	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408

(7) المقارنة واتخاذ القرار

بما أن قيمة "ت" المحسوبة (Tc) والتي تساوي **1.88** أقل (إيجابية) من قيمة "ت" المجدولة (T_T)والتي تساوي **2.57** فإننا نقبل الفرضية الصفرية. والرسم التالي يوضح ذلك:



(8) تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسبة ثقة **95%** بأنه لا توجد فروق دالة احصائيا بين متوسط درجات طلبة جامعة الأغواط ومتوسط درجات طلبة جامعات الجزائر في مادة الإحصاء، بنسبة خطأ **5%** ، وعند درجة حرية. Df=**5**

مثال 2:

قام أحد الباحثين في علم النفس باختيار ستة طلبة جامعيين بطريقة عشوائية من مجتمع طبيعي، وطبق عليهم اختبار قلق الامتحان الذي يتكون من 35 سؤالا، وله خمس بدائل حسب

مقياس ليكرت (موافق جدا، موافق، محايد، معارض، معارض جدا) ودرجاتها على التوالي: 1،2،3،4،5 فحصل على النتائج التالية:

$\boldsymbol{x}$: 100, 125, 120, 130, 115, 110

مع العلم أن المتوسط الفرضي (النظري) الذي يمثل متوسط المجتمع يمكن حسابه وفق المعيار التالي:

المتوسط النظري = عدد الأسئلة × متوسط درجات البدائل

المتوسط النظري = 35 x (1+2+3+4+5/5)

المتوسط النظري = 35 x 5 = 105

المطلوب: تحقق من الفرضية القائلة بأن مستوى قلق الامتحان لدى الطلبة الجامعيين مرتفع

(1) **طرح المشكلة:** هل مستوى قلق الامتحان لدى الطلبة الجامعيين مرتفع؟

(2) صياغة الفرضيات:

- الفرضية الصفرية: $H_o: \mu = 105$

مستوى قلق الامتحان لدى الطلبة الجامعيين غير مرتفع

- الفرضية البديلة: $H1 : \mu > 105$

مستوى قلق الامتحان لدى الطلبة الجامعيين مرتفع) فرضية موجهة)

(3) اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغير كمي واحد يتمثل في درجات قلق الامتحان تم قياسها باستخدام عينة واحدة) القياس مرة واحدة) ، وتوفر شروط الاستخدام وهي: البيانات الكمية، والتوزيع الاعتدالي، والعشوائية في الاختبار، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو **اختبار"ت" لعينة واحدة.**

(4) إجراء العمليات الحسابية لايجاد قيمة "ت" المحسوبة: (TC)

- استخدام الجدول الاحصائي التالي:

X	100	125	120	130	115	110	∑= **700**
X^2	10000	15625	14400	16900	13225	12100	∑= **82250**

- حساب المتوسط الحسابي للعينة$(\bar{x})$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{700}{6} = 116.66$$

- حساب الانحراف المعياري للعينة(Sx)

$$S_x = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{6 \times 82250 - (700)^2}{6(6-1)}} = 10.80$$

- ايجاد قيمة "ت" المحسوبة(TC)

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S_x}{\sqrt{n}}}$$

$$T = \frac{116.66 - 105}{\frac{10.80}{\sqrt{6}}} = \frac{11.66}{4.42} = 2.63$$

$$T_C = 2.63$$

(5) ايجاد درجة الحرية(Df)

$$Df = n - 1$$

$$Df = 6 - 1 = 5$$

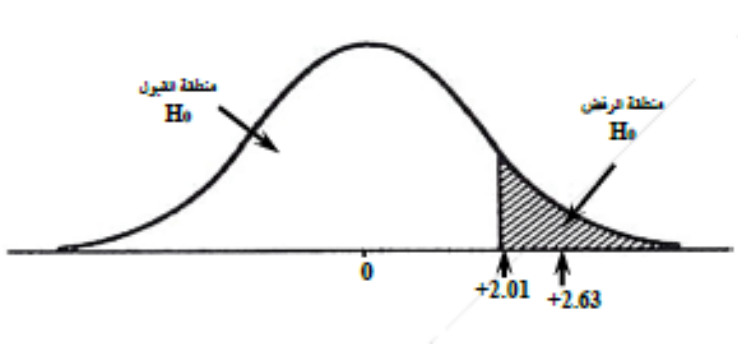
(6) تحديد قيمة "ت" الجدولية(T_T)

$T_{T(0.05,5)} = 2.01$ عند درجة الحرية 5 و مستوى الدلالة $\alpha \leq 0.05$

درجة الحرية	اختبار ذو اتجاهين					
	0.1	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
	اختبار ذو اتجاه واحد					
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	**2.015**	2.571	**3.365**	4.032	5.893	6.869
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.894	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408

(7) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن (Tc) المحسوبة والتي تساوي **2.63** أكبر (إيجابية) من (T_T) المجدولة والتي تساوي **2.01** فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة. والرسم التالي يوضح ذلك:



(8) تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسبة ثقة **95%** بأن مستوى قلق الامتحان لدى الطلبة الجامعيين مرتفع، بنسبة خطأ **5%** ، وعند درجة حرية. Df=**5**

ثانيا : اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متجانستين

يستخدم هذا الاختبار لمقارنة متوسطي عينتين مستقلتين، وتكون العينتان مستقلتان إذا كان اختيار أفراد إحدى العينتين لا يعتمد على اختيار أفراد العينة أخرى، وتكون متجانستان إذا كانت متساويتان من حيث العدد، وكان تباين إحدى العينتين لا يختلف عن تباين العينة الأخرى بأكثر من مرتين، وأما إذا اختلفت العينتان من حيث العدد، وجب التحقق من التجانس باستخدام اختبار "ف ." ***F*** " "وهناك نوعان من اختبار " ***T*** " لعينتين مستقلتين اعتماد على افتراض التجانس هما: اختبار " ***T*** " لعينتين مستقلتين متجانستين، واختبار " ***T*** " لعينتين مستقلتين غير متجانستي.

يتم حساب اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متجانستين باستخدام الصيغة التالية:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}\right]\left[\frac{n_1+n_2}{n_1.n_2}\right]}}$$

$$Df = n_1 + n_2 - 2$$

حيث :

$\bar{x}1$: المتوسط الحسابي للعينة الأولى

$\bar{x}2$: المتوسط الحسابي للعينة الثانية

S_1^2: الانحراف المعياري للعينة الأولى.

S_2^2: الانحراف المعياري للعينة الثانية.

$n1$: حجم العينة الأولى

$n2$: حجم العينة الثانية

شروط استخدام اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متجانستين:

- بيانات المتغيرين المدروسين كمية.
- الاختيار العشوائي للعينتين.
- استقلالية المشاهدات.

- التوزيع الاعتدالي لبيانات المتغيرين المدروسين.
- تجانس تباين العينتين.

مثال:

تم الحصول على نتائج التحصيل في مادة الاحصاء لعينتين مستقلتين من طلبة جامعة الأغواط وطلبة جامعة الجلفة،

تم اختيارهما عشوائيا من مجتمعين طبيعيين، والموضحة في الجدول التالي:

X_1 طلبة الأغواط	1	2	1	9	8	10	20
X_2 طلبة الجلفة	1	7	8	10	11	12	10

المطلوب: دراسة الفروق بين نتائج تحصيل طلبة جامعة الأغواط وطلبة جامعة الجلفة في مادة الاحصاء، مع افتراض أن الفروق لصالح طلبة جامعة الأغواط.

1/ طرح المشكلة:

هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الأغواط ومتوسط نتائج تحصيل طلبة

جامعة الجلفة في مادة الاحصاء؟

2/ صياغة الفرضيات:

- الفرضية الصفرية: $\boldsymbol{H0: \mu1=\mu2}$

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الأغواط ومتوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الجلفة في مادة الاحصاء.

- الفرضية البديلة: $\boldsymbol{H1: \mu1>\mu2}$

توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الأغواط ومتوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الجلفة في مادة الاحصاء لصالح طلبة جامعة الأغواط (فرضية موجهة).

3/ اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغيرين كميين هما نتائج التحصيل في مادة الاحصاء لطلبة جامعة الأغواط ونتائج التحصيل في مادة الاحصاء لطلبة جامعة الجلفة، تم قياساهما باستخدام عينتين (القياس مرتين)، وتوفر شروط الاستخدام وهي: البيانات الكمية، الاستقلالية، والتوزيع الاعتدالي، والعشوائية في الاختيار، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو اختبار "ت" لعينتين مستقلتين، بقي شرط التجانس يجب التحقق منه.

4/ إجراء العمليات الحسابية لايجاد قيمة "ت" الحسوبة: (T_C)

(1) استخدام الجدول الاحصائي التالي:

x_2^2	x_1^2	$x2$	$x1$	أفراد العينة
1	1	1	1	1
49	4	7	2	2
64	1	8	1	3
100	81	10	9	4
121	64	11	8	5
144	100	12	10	6
100	400	10	20	7
597	**651**	**59**	**51**	**المجموع**

(2) التحقق من تجانس العينتين:

يتم ذلك باستخدام اختبار F وفق الصيغة التالية:

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

(3) حساب تباين العينة الأولى(S_1^2)

$$S_1^2 = \frac{n\sum x_1^2 - (\sum x_1)^2}{n(n-1)}$$

$$S_1^2 = \frac{7 \times 651 - (51)^2}{7(7-1)}$$

$$S_1^2 = 46.57$$

(4) حساب تباين العينة الثانية $(S_2{}^2)$

$$S_2^2 = \frac{n\sum x_2^2 - (\sum x_2)^2}{n(n-1)}$$

$$= \frac{7 \times 579 - (59)^2}{7(7-1)}$$

$$S_2^2 = 13.61$$

(5) ايجاد قيمة "ف" المحسوبة: (F_C)

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$F = \frac{46.57}{13.61} = 3.41$$

$$F_c = 3.41$$

(6) إيجاد درجتي حرية البسط والمقام:

درجتي حرية البسط والمقام متساويتان وتحسبان وفق الصيغة التالية:

$$Df = n - 1$$

$$Df = 7 - 1 = 6$$

(7) تحديد قيمة "ف" الجدولية(F_T)

يتم تحديدها من جدول اختبار F ، باستخدام درجتي حرية البسط والمقام، ومستوى الدلالة الإحصائية$\alpha \leq 0.01$ ، أو مستوى الدلالة الإحصائية. $\alpha \leq 0.05$

$T_{T(0.05,6,6)}$=**4.28** عند درجتي الحرية 6 و 6 وعند مستوى الدلالة 0.05

(8) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة "ف" المحسوبة (Fc) والتي تساوي **3.41** أقل من قيمة "ف" الجدولية (FT) والتي تساوي **4.28** فإننا نقبل الفرضية الصفرية، ونستنتج بأنه لا يوجد تباين بين العينتين، أي أن العينتان متجانستان، ومنه نستخدم اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متجانستين

توزيع F — مستوى الدلالة (0.05)

	البسط						
المقام	1	2	3	4	5	6	7
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79

توزيع F — مستوى الدلالة (0.01)

	البسط						
المقام	1	2	3	4	5	6	7
1	4052.18	4999.50	5624.58	5403.35	5763.65	5858.99	5928.36
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99

(9) حساب المتوسط الحسابي للعينة الأولى$(\bar{x}1)$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{51}{7} = 7.28$$

(10) حساب المتوسط الحسابي للعينة الثانية$(\bar{x}2)$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2} = \frac{59}{7} = 8.42$$

(11) إيجاد قيمة "ت" المحسوبة : (TC) نستخدم الصيغة التالية:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left[\frac{(n_1-1)S_{x_1}^2 + (n_2-1)S_{x_2}^2}{n_1+n_2-2}\right]\left[\frac{n_1+n_2}{n_1.n_2}\right]}}$$

$$T = \frac{7.28 - 8.42}{\sqrt{\left[\frac{(7-1)46.57 + (7-1)13.61}{7+7-2}\right]\left[\frac{14}{49}\right]}} = \frac{-1.14}{\sqrt{\frac{279.42 + 81.66}{12} \times \frac{14}{49}}}$$

$$T = \frac{-1.14}{\sqrt{8.59}} = \frac{-1.14}{2.93}$$

$$T_C = -0.38$$

(12) حساب درجة الحرية: (Df)

$$Df = n1 + n2 - 2$$

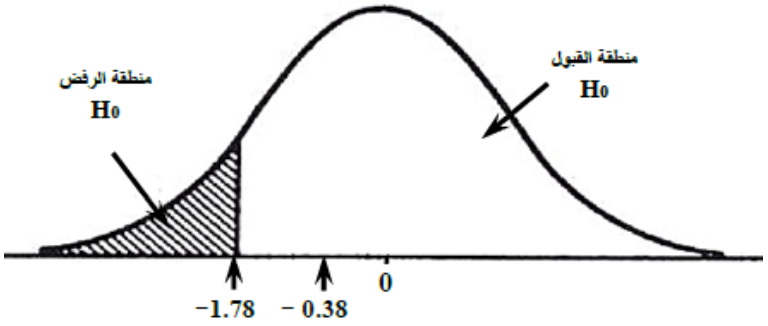
$$Df = 7 + 7 - 2 = 12$$

(13) تحديد قيمة "ت" الجدولية: (T_T)

$T_{T(0.05,\ 12)} = -1.78$ عند درجة الحرية 12 و مستوى الدلالة 0.05

(14) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة "ت" المحسوبة (T_C) والتي تساوي **0.38** – أقل (سلبية) من قيمة "ت" الجدولية (T_T) والتي تساوي **1.78**–فإننا نقبل الفرضية الصفرية. والرسم التالي يوضح ذلك.



(15) تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسبة ثقة **95%** بأنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الأغواط ومتوسط نتائج تحصيل طلبة جامعة الجلفة في مادة الاحصاء، بنسبة خطأ **5%** ، وعند درجة حرية $Df = 12$

ثالثا: اختبار "ت" لعينتين مستقلتين غير متجانستين

يستخدم اختبار "ت" لعينتين مستقلتين لإجراء المقارنة بين متوسطي مجموعتين مستقلتين، مثل: المقارنة بين الذكور والإناث في أحد المتغيرات الكمية المستمرة (مثل التحصيل أو الذكاء) أو المقارنة بين مجموعتين تجريبية وضابطة في التحصيل الدراسي بعد استخدام معالجة تجريبية. ولكن قبل استخدام هذا الأسلوب الإحصائي يجب على الباحث التأكد من شروط استخدام اختبار "ت" لعينتين مستقلتين.

يتم حساب الاختبار "ت لعينتين مستقلتين غير متجانستين باستخدام الصيغة التالية:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$Df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

حيث :

$\bar{x}1$: المتوسط الحسابي للعينة الأولى

$\bar{x}2$: المتوسط الحسابي للعينة الثانية

S_1^2: الانحراف المعياري للعينة الأولى.

S_2^2: الانحراف المعياري للعينة الثانية.

$n1$: حجم العينة الأولى

$n2$: حجم العينة الثانية

شروط استخدام اختبار "ت" لعينتين مستقلتين غير متجانستين:

- بيانات المتغيرين المدروسين كمية.

- العينتين اختيارهما عشوائي.
- استقلالية المشاهدات
- التوزيع الاعتدالي لبيانات المتغيرين المد وسين.
- عدم تجانس العينتين.

مثال:

إليك النتائج التالية التي تمثل درجات مادة المحاسبة لعينتين مستقلتين من الذكور والإناث من طلبة الجامعة تم اختيارهما عشوائيا من مجتمعين طبيعيين، والمطلوب اختبار الدلالة الإحصائية للفروق بينهما.

الذكور x_1	8	4	16	7	6	7	17	7	13	12
الإناث x_2	4	8	7	6	5	6	8	3	2	8

1- طرح المشكلة:

هل توجد فروق دالة إحصائيا بين متوسط درجات الذكور ومتوسط درجات الاناث في مادة المحاسبة؟

2- صياغة الفرضيات:

- الفرضية الصفرية: $H_0: \mu 1 = \mu 2$

لا توجد فروق دالة إحصائيا بين متوسط درجات الذكور ومتوسط درجات الاناث في مادة المحاسبة

- الفرضية البديلة: $H_1: \mu 1 \neq \mu 2$

توجد فروق دالة إحصائيا بين متوسط درجات الذكور ومتوسط درجات الاناث في مادة المحاسبة (غير موجهة)

3- اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغيرين كميين هما درجات مادة المحاسبة للذكور ودرجات مادة المحاسبة للإناث، تم قياسهما باستخدام عينتين(القياس مرتين)، وتوفر شروط الاستخدام وهي: البيانات الكمية،

الاستقلالية، والتوزيع الاعتدالي، والعشوائية في الاختيار ، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو **اختبار"ت" لعينتين مستقلتين**، وبقي شرط التجانس يجب التحقق منه.

4- إجراء العمليات الحسابية لإيجاد قيمة "ت" المحسوبة: (T_c)

(1) استخدم الجدول الاحصائي التالي:

x_2^2	x_1^2	x_2	x_1	أفراد العينة
16	64	4	8	1
64	16	8	4	2
49	256	7	16	3
36	49	6	7	4
25	36	5	6	5
9	49	3	7	6
64	289	8	17	7
36	49	6	7	8
4	169	2	13	9
64	144	8	12	10
367	**1121**	**57**	**97**	**المجموع**

(2) التحقق من تجانس العينتين:

يتم ذلك باستخدام اختبار F وفق الصيغة التالية:

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

(3) حساب تباين العينة الأولى(S_1^2)

$$S_1^2 = \frac{n\sum x_1^2 - (\sum x_1)^2}{n(n-1)}$$

$$S_1^2 = \frac{10 \times 1121 - (97)^2}{10(10-1)} = 20.01$$

(4) حساب تباين العينة الثانية (S_2^2)

$$S_2^2 = \frac{n\sum x_2^2 - (\sum x_2)^2}{n(n-1)}$$

$$S_2^2 = \frac{10 \times 367 - (57)^2}{10(10-1)} = 4.67$$

(5) ايجاد قيمة "ف" المحسوبة: (F_C)

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$F = \frac{20.01}{4.67} = 4.28$$

$$F_C = 4.28$$

(6) إيجاد درجتي حرية البسط والمقام:

درجتي حرية البسط والمقام متساويتان وتحسبان وفق الصيغة التالية:

$$Df = n - 1$$

$$Df = 10 - 1 = 9$$

(7) تحديد قيمة "ف" الجدولية(F_T)

يتم تحديدها من جدول اختبار F ، باستخدام درجتي حرية البسط والمقام، ومستوى الدلالة الإحصائية$\alpha \leq 0.01$ ، أو مستوى الدلالة الإحصائية. $\alpha \leq 0.05$

$T_{T(0.05,9,9)}$=3.18 عند درجتي الحرية 9 و 9 وعند مستوى الدلالة 0.05

(8) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة "ف" المحسوبة (Fc) والتي تساوي **4.28** أقل من قيمة "ف" الجدولية (F_T) والتي تساوي **3.18** فإننا نقبل الفرضية الصفرية، ونستنتج بأنه لا يوجد تباين بين العينتين، أي أن العينتان متجانستان، ومنه نستخدم اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متجانستين

توزيع F — مستوى الدلالة (0.05)

المقام \ البسط	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98

توزيع F — مستوى الدلالة (0.01)

المقام \ البسط	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052.18	4999.50	5624.58	5403.35	5763.65	5858.99	5928.36	5981.07	6022.47	6055.85
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85

(9) حساب المتوسط الحسابي للعينة الأولى $(\bar{x}1)$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{97}{10} = 9.7$$

(10) حساب المتوسط الحسابي للعينة الثانية $(\bar{x}2)$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2} = \frac{57}{10} = 5.7$$

(11) إيجاد قيمة "ت" المحسوبة : (TC) نستخدم الصيغة التالية:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{9.7 - 5.7}{\sqrt{\frac{20.01}{10} + \frac{4.67}{10}}}$$

$$T = \frac{4}{\sqrt{2.468}} = \frac{4}{1.57} = 2.54$$

$$T_C = 2.54$$

(12) حساب درجة الحرية: (Df)

$$Df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$Df = \frac{\left(\frac{20.01}{10} + \frac{4.67}{10}\right)^2}{\frac{\left(\frac{20.01}{10}\right)^2}{10 - 1} + \frac{\left(\frac{4.67}{10}\right)^2}{10 - 1}}$$

$$Df = \frac{(2.001 + 0.467)^2}{\frac{(2.001)^2}{9} + \frac{(0.467)^2}{9}} = \frac{6.091024}{0.444889 + 0.024232}$$

$$Df = 12.98$$

(13) تحديد قيمة "ت" الجدولية: (T_T)

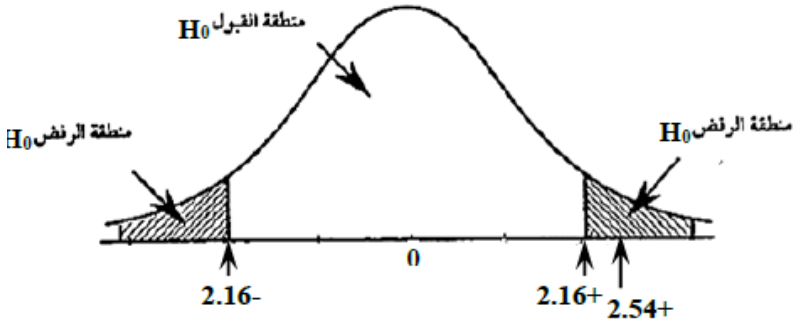
$T_{T(0.05,\ 12.98)} = 2.16$ عند درجة الحرية 12.98 و مستوى الدلالة 0.05

توزيع T

درجة الحرية	اختبار ذو اتجاهين					
	0.1	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
	اختبار ذو اتجاه واحد					
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.894	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221

(14) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة "ت" المحسوبة (Tc) والتي تساوي **2.54** أكبر (إيجابية) من قيمة "ت" الجدولية (T_T)والتي تساوي**2.16** عند مستوى دلالة 0.05 فإننا نقبل الفرضية البديلة. والرسم التالي يوضح ذلك.



(15) تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسبة ثقة **95%** بأنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط درجات الذكور ومتوسط درجات الإناث في مادة المحاسبة، بنسبة خطأ **5%** ، وعند درجة حرية Df=12.98

رابعا : اختبار "ت" لعينتين غير مستقلتين

يستخدم هذا الاختبار للمقارنة بين مجموعتين من الدرجات لعينة واحدة ويطلق على التصميم التجريبي تصميم المجموعة الواحدة، أو المجوعتين المتناظرتين، أو المجموعات المرتبطة، ويستخدم برنامج SPSS مصطلح Paired ويعني الأزواج، أي أن كل فرد له زوج من الدرجات. ويُشير مصطلح الأزواج إلى العينات التي يعتمد اختيار إحداها على اختيار الأخرى. ويجب على الباحث قبل استخدام هذا الاختبار التأكد من تحقق من أن العينات غير مستقلة، وأن لها توزيع طبيعي إذا كان حجم العينة أكبر من 30 ، يمكن استثناء شرط التوزيع الطبيعي.

العينتان المرتبطتان هما عينتان متكونتان من نفس الأفراد، أي أن الأفراد غير مستقلين، ويستخدم هذا الاختبار لدراسة الفروق بين متوسطي عينتين غير مستقلتين في عدة حالات تتمثل ف: تطبيق اختبار قبلي واختبار بعدي على نفس العينة، تطبيق اختبارين مختلفين على نفس العينة، تطبيق نفس الاختبار في فترتين مختلفتين على نفس العينة.

يتم حساب اختبار T لعينتين مرتبطتين باستخدام الصيغة التالية

$$T = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n^2 \sum D^2 - n(\sum D)^2}{n(n-1)}}}$$

$$Df = n - 1$$

حيث:

D: الفرق بين درجات المتغيرين.

n : حجم العينة.

شروط استخدام اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين:

- بيانات كمية للمتغيرين (بيانات فترية أو نسبية)
- اختيار عشوائي للعينة.
- توزيع اعتدالي لبيانات المتغيرين.

مثال:

اليك تصميم تجريب للتحصيل الدراسي في مادة البيوميكانيك مكون من القياس القبلي والقياس البعدي لعينة تجريبية تم اختيارها عشوائيا من مجتمع طبيعي، والموضح في الجدول التالي:

قياس قبلي	4	8	7	5	9	6
قياس بعدي	5	9	13	10	15	12

المطلوب: أدرس الفرضية القائلة بأن الفرق بين متوسط القياسين القبلي والبعدي للعينة التجريبية لصالح القياس البعدي.

1-طرح المشكلة:

هل يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسط القياسين القبلي والبعدي للعينة التجريبية في التحصيل الدراسي لمادة البيوميكانيك؟

2-صياغة الفرضيات:

الفرضية الصفرية $H0: \mu1=\mu2$

لا يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسط القياسين القبلي والبعدي للعينة التجريبية في التحصيل الدراسي لمادة البيوميكانيك

الفرضية البديلة $H1: \mu1<\mu2$

يوجد فرق دال إحصائيا متوسط القياسين القبلي والبعدي للعينة التجريبية في التحصيل الدراسي لمادة البيوميكانيك لصالح القياس البعدي (فرضية موجهة)

1- تحديد الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه تم تطبيق اختبار قبلي واختبار بعدي في التحصيل الدراسي لمادة البيوميكانيك على نفس العينة، وتوفر شروط الاستخدام: البيانات الكمية، والتوزيع الاعتدالي، والعشوائية في الاختيار، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو **اختبار"ت" لعينتين مرتبطتين.**

2- إجراء العمليات الحسابية لايجاد قيمة "ت" المحسوبة: (T_C)

(1) استخدام الجدول الإحصائي التالي:

عدد الافراد	قياس قبلي x_1	قياس بعدي x_2	الفرق D (x_1-x_2)	مربع الفرق D^2 $(x_1-x_2)2$
1	4	6	-2	4
2	8	9	-1	1
3	7	13	-6	36
4	5	10	-5	25
5	9	16	-7	49
6	3	7	-4	16
			-25	131

(2) إيجاد قيمة "ت" المحسوبة (T_C) :

نستخدم الصيغة التالية:

$$T = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n^2 \sum D^2 - n(\sum D)^2}{n(n-1)}}}$$

$$T = \frac{-25}{\sqrt{\frac{36 \times 131 - 6(-25)^2}{6(6-1)}}}$$

$$T = \frac{-25}{\sqrt{\frac{4716 - 3750}{30}}} = \frac{-25}{5.67}$$

$$T_C = -4.40$$

(3) إيجاد درجة الحرية(Df)

$$Df = n-1 \quad Df = 6-1 = 5$$

(4) تحديد قيمة "ت" الجدولية(T_T)

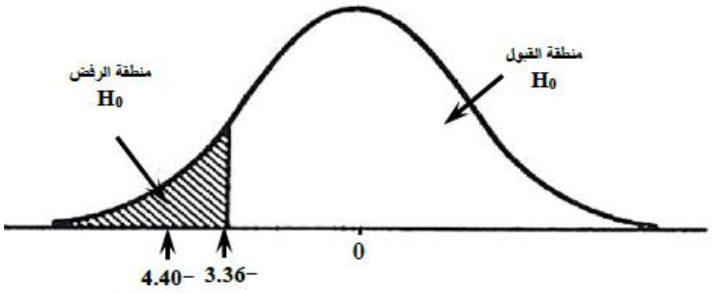
$T_{T(0.01,5)} = -3.36$ عند درجة الحرية 5 و مستوى الدلالة 0.01

توزيع T

درجة الحرية	اختبار ذو اتجاهين					
	0.1	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
	اختبار ذو اتجاه واحد					
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959

(5) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن "ت" المحسوبة (Tc) والتي تساوي **4.40** – اكبر (سلبية) من "ت" المجدولة (T_T) والتي تساوي **3.365** – فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة.



(6) تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسبة ثقة **99%** بأنه يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسط القياسين القبلي و البعدي للعينة التجريبية ف التحصيل الدراس لمادة البيوميكانيك لصالح القياس البعدي، بنسبة خطأ **1%** ، وعند درجة حرية Df**=5** .

الفصل السابع

الاختبارات المعلمية

تحليل التباين الأحادي

تحليل التباين الأحادي(البسيط)

يمثل تحليل التباين الأحادي أبسط أنواع تحليل التباين، ويهتم بالكشف عن الاختلافات (الفروق) بين مجموعتين أو أكثر من الأفراد في متغير تابع واحد (خاصية واحدة)، ويستخدم في دراسة تأثير متغير مستقل نوعي واحد (اسمي أو تبي) مقسم إلى مجموعات (مستويات)على متغير تابع كمي واحد (فتري أو نسبي).

شروط استخدام تحليل التباين الأحادي:

- بيانات المتغير التابع كمية.
- العينات عشوائية.
- استقلالية المشاهدات.
- التوزيع الاعتدالي للمتغير التابع.
- تجانس تباين العينات.

مثال على تحليل التباين الأحادي:

قام أحد الباحثين بدراسة أثر طريقة التدريس باستخدام ثلاث طرق مختلفة على التحصيل في مادة الإحصاء، مستخدما عينة عشوائية حجمها 51 طالبا من طلبة الجامعة، حيث قسم العينة بطريقة عشوائية على ثلاث مجموعات، وكانت مستقلة ومتجانسة؛ وبافتراض أن توزيعاتها طبيعية، وتم تدريس كل مجموعة بطريقة مختلفة لمدة شهر، ثم قام بقياس تحصيل الطلبة في مادة الإحصاء، فحصل على النتائج الموضحة في الجدول التالي:

الطريقة الأولى	الطريقة الثانية	الطريقة الثالثة
2	5	7
3	6	5
4	5	6
5	7	8
6	7	9

المطلوب: هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طلبة الجامعة في تحصيل مادة الإحصاء تعزى لطريقة التدريس؟

الحل:

1-طرح المشكلة:

هل توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طلبة الجامعة في تحصيل مادة الإحصاء تعزى لطريقة التدريس؟

2-صياغة الفرضيات:

الفرضية الصفرية $H_0: \mu 1 = \mu 2 = \mu 3$

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طلبة الجامعة في تحصيل مادة الإحصاء تعزى لطريقة التدريس.

الفرضية البديلة: يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين: $H1$

توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طلبة الجامعة في تحصيل مادة الإحصاء تعزى لطريقة التدريس.

3-اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغيرين هما متغير مستقل نوعي واحد يتمثل في طريقة التدريس وفيها ثلاث مستويات حسب نوع الطريقة، ومتغير تابع كمي واحد يتمثل في درجات التحصيل في مادة الإحصاء، وتوفر شروط الاستخدام وهي:

البيانات الكمية، والتوزيع الاعتدالي، واستقلالية المشاهدات، وتجانس التباين، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو **تحليل التباين الأحادي**.

4-إجراء العمليات الحسابية لحساب قيمة "ف" المحسوبة: (FC)

(1) إنشاء الجدول الإحصائي التالي:

طريقة التدريس	الطريقة الأولى		الطريقة الثانية		الطريقة الثالثة	
المشاهدات	x_1	x_1^2	x_2	x_2^2	x_3	x_3^2
1	2	4	5	25	7	49
2	3	9	6	36	5	25
3	4	16	5	25	6	36
4	5	25	7	49	8	64
5	6	36	7	49	9	81
المجاميع	20	90	30	184	35	255
	Σx=20+30+35 = **85**			Σx^2=90+184+255= **529**		

(2) حساب المجموع الكلي للمربعات(SST)

$$SST = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}$$

$$SST = 529 - \frac{(85)^2}{15}$$

$$SST = 529 - 481.667$$

$$\boxed{SST = 47.33}$$

(3) حساب مجموع مربعات بين المجموعات(SSB)

$$SSB = \frac{(\sum x_1)^2 + (\sum x_2)^2 + \cdots + (\sum x_k)^2}{n} - \frac{(\sum x)^2}{N}$$

$$SSB = \frac{(20)^2 + (30)^2 + (35)^2}{5} - 481.667$$

$$SSB = \frac{400 + 900 + 1225}{5} - 481.667$$

$$SSB = \frac{2525}{5} - 481.66 = 505 - 481.66$$

$$\boxed{SSB = 23.33}$$

(4) حساب مجموع مربعات داخل المجموعات(**SSW**)

$$SSW = \sum x^2 - \frac{(\sum x_1)^2 + (\sum x_2)^2 + \cdots + (\sum x_k)^2}{N}$$

$$SSW = 529 - 505 = 24$$

يمكن حساب مجموع مربعات داخل المجموعات عن طريق طرح مجموع مربعات بين المجموعات من المجموع الكلي للمربعات.

$$SSW=SST-SSB$$

$$SSW=47.33-23.33$$

$$SSW=24$$

(5) حساب التباين بين المجموعات(التباين المفسر): (MSB)

$$MSB=\frac{SSB}{k-1}$$

$$MSB=\frac{23.33}{3-1}=\frac{23.33}{2}$$

$$MSB=11.66$$

(6) حساب التباين داخل المجموعات (تباين الخطأ): (MSW)

$$MSW=\frac{SSW}{N-k}$$

$$MSW=\frac{24}{15-3}=\frac{24}{12}$$

$$MSW=2$$

(7) حساب قيمة "ف" المحسوبة(F_C)

$$F_C=\frac{MSB}{MSW}=\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

$$F_C=\frac{11.66}{2}$$

$$Fc=5.83$$

(8) حساب درجات الحرية: (Df)

أ- حساب درجة الحرية بين المجموعات (درجة حرية البسط): (Df_1)

$$Df_1=k-1$$

$$Df_1=3-1=2$$

ب- حساب درجة الحرية داخل المجموعات(درجة حرية المقام): (Df_2)

$$Df_2=N-k$$

$$Df_2=15-3=12$$

(9) تحديد قيمة "ف" الجدولية: (FT)

-تحدد قيمة "ف" الجدولية (FT) من جدول الدلالة الإحصائية لاختبار النسبة الفائية.

-تقدر قيمة "ف" الجدولية (FT) ، بـ 3.80 عند مستوى الدلالة 0.05 ، وعند درجة حرية البسط المقدرة ب 2، وعند درجة حرية المقام المقدرة ب 12. ونكتب اختصارا قيمة "ف" الجدولية كما يلي: $F_{T(0.05,2,12)}=3.89$

توزيع F — مستوى الدلالة (0.01)

المقام	البسط			
	1	2	3	4
1	4052.18	4999.50	5624.58	5403.35
2	98.50	99.00	99.17	99.25
3	34.12	30.82	29.46	28.71
4	21.20	18.00	16.69	15.98
5	16.26	13.27	12.06	11.39
6	13.75	10.92	9.78	9.15
7	12.25	9.55	8.45	7.85
8	11.26	8.65	7.59	7.01
9	10.56	8.02	6.99	6.42
10	10.04	7.56	6.55	5.99
11	9.65	7.21	6.22	5.67
12	9.33	6.93	5.95	5.41

توزيع F — مستوى الدلالة(0.05)

المقام	البسط			
	1	2	3	4
1	161.45	199.50	215.71	224.58
2	18.51	19.00	19.16	19.25
3	10.13	9.55	9.28	9.12
4	7.71	6.94	6.59	6.39
5	6.61	5.79	5.41	5.19
6	5.99	5.14	4.76	4.53
7	5.59	4.74	4.35	4.12
8	5.32	4.46	4.07	3.84
9	5.12	4.26	3.86	3.63
10	4.96	4.10	3.71	3.48
11	4.84	3.98	3.59	3.36
12	4.75	3.89	3.49	3.26

إنشاء الجدول الإحصائي لتحليل التباين الأحادي:

مصدر التباين *(SV)*	مجموع المربعات *(SS)*	درجة الحرية *(DF)*	متوسط المربعات *(MS)*	ف المحسوبة (F_C)	ف الجدولية (F_T)	مستوى الدلالة *Sig*
بين المجموعات	**23.33**	**2**	**11.66**	**5.83**	**3.80**	**0.05**
داخل المجموعات	**24**	**12**	**2**	/	/	/
المجموع الكلي	**47.33**	**14**	/	/	/	/

(10) المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة "ف" المحسوبة (F_C) والتي تساوي **5.83** أكبر من قيمة "ف" الجدولية (F_T) والتي تساوي **3.89**؛ فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة.

(11) تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسبة ثقة **95%**، بأنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين طلبة الجامعة في تحصيل مادة الإحصاء تعزى لطريقة التدريس، بنسبة خطأ **5%**، وعند درجتي حرية Df_2=**12** و Df_1=**2**

الفصل الثامن

الاختبارات اللامعلمية

أولا : معامل ارتباط الرتب

ثانيا: معامل ارتباط فاي

ثالثا: معامل الاقتران

رابعا: معامل التوافق

أولا : معامل ارتباط الرتب

1. مفهومه

يعتبر ارتباط سبيرمان مقياس الارتباط اللامعلمي، وتعتبر العلاقة الخاصة بسبيرمان بين المتغيرين هي التي تساوي الارتباط الخاص ببيرسون، وذلك بين الدرجات الخاصة بالرتب للمتغيرين، يؤسس بيرسون مجموعة من العلاقات الخطية، ويؤسس سبيرمان مجموعة من العلاقات الرتبية.

هذا المعامل يعرف بمعامل ارتباط سبيرمان (Spearman) أو معامل ارتباط الرتب (رتب القيم الأصلية وليس القيم) ولذا تختلف قيمته عن قيمة معامل بيرسون (للقيم الأصلية وليس لرتبها) وهو أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون ويتعامل مع البيانات الرقمية وغير الرقمية للترتيب مثل جيد، جيد جدا، ... ويرمز له بالرمز r_s وهو ضمن الإحصاءات غير المعلمية ذات التوزيع الحر وقيمته موجبة أقل أو تساوي الواحد الصحيح وتحسب قيمته من الصيغة الرياضية علماً بأن:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث d الفرق بين رتبه حسب المتغير الأول x ورتبه حسب المتغير الثاني y (الفرق بين رتب القيم لكل زوج من البيانات) وفي حالة التساوي يأخذ المتوسط الحسابي (فإذا كانت لقيمتين متساويتين الرتبتين 7، 8 فيأخذ متوسط 7، 8 وتصبح الرتب لكل منها 7.5 بدل عن 7، 8)، n عدد الأزواج للقيم فإذا كان لدينا مجموعة من الأفراد وجرى ترتيبهم حسب صفتين لكل فرد من المجموعة x , y فإن $y_i - x_i = d_i$.

<u>مثال:</u>

تقدم عشرة طلاب لامتحان المرحلة الثانوية وكانت معدلات نتائجهم حسب الصف والمدرسة كالتالي والمطلوب حساب معامل سبيرمان للارتباط.

معدل الطالب في الصف (X)	73	80	70	66	89	71	65	88	92	74
معدل الطالب في المدرسة (Y)	69	78	66	70	92	64	55	90	88	72

الحل:

نكون جدول نبين فيه رتب كل من X (المعدل في الصف) وX (المعدل في المدرسة) والفرق d ومربع الفرق d^2 كالتالي:

Xi	Yi	الرتبة X	الرتبة Y	d	d^2
73	69	6	7	– 1	1
80	78	4	4	0	0
70	66	8	8	0	0
66	70	9	6	3	9
89	92	2	1	1	1
71	64	7	9	– 2	4
65	55	10	10	0	0
88	90	3	2	1	1
92	88	1	3	– 2	4
74	72	5	5	0	0

بتطبيق القانون أعلاه:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 20}{10(100-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{120}{990}$$

$$r_s = 1 - 0.121$$

$$r_s = 0.879$$

2. دلالة معامل الارتباط:

اختبار مدى المعنوية r_s (القيمة متوسطة وليست صفر أو ±1) وعندما تكون حجم العينة أكبر من وأقل من 30 (صغيرة) نقارنها مع المحسوبة من الجدول عند $\alpha/2$ وعندما تكون حجم العينة أكبر أو يساوي 30 فنوجد قيمة Z ونقارنها مع الجدولية حيث قيمة Z = قيمة معامل ارتباط الرتب مضروباً في الجذر التربيعي للعدد $n - 1$.

باعتبار أن المجتمع ذا البعدين X, Y والمأخوذ منه العينة من الأزواج المرتبة وبفرض أن ρ معامل ارتباط المجتمع فيكون r تقديراً للمعامل ρ. ولا بد من افتراض أن $\rho = 0$ لنحصل على اقتران احتمال(r) حسب النظرية:

إن جميع العينات ذات حجم n والممكنة مأخوذة من مجتمع ذي بعدين ويخضع للتوزيع المعتدل ومعامل ارتباطه $\rho = 0$، وأن r يعبر عن معاملات ارتباطات تلك العينات فإن:

$$t = \frac{r}{\sqrt{(1-r^2)(n-2)}}$$

يخضع لتوزيع t بدرجات حرية $n - 2$.

وفي حال ρ مجهولة فنأخذ بالنظرية التالية:

إذا أخذت عينات حجم كل منها n من مجتمع ذي بعدين وذي معامل ارتباط ρ وعرفنا الإحصاء Z كالتالي:

$$Z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r}{1-r}$$

فإن Z يقرب من التوزيع الطبيعي ذي المعدل

$$\mu_z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\rho}{1-\rho}$$

والانحراف المعياري

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

تستخدم النظرية لإيجاد فترة ثقة ١٠٠ % (١ – α) لمعامل الارتباط ρ وذلك بإيجاد فترة ثقة لـ μ_z ومن ثم تحول لفترة ثقة لـ ρ من:

$$p(-z_{1-\alpha/2} \le \frac{Z-\mu_z}{\sigma_z} \le z_{1-\alpha/2}$$

ومنه نستنتج أن

$$Z - z_{1-\alpha/2}.\sigma_z \; , Z + z_{1-\alpha/2}.\sigma_z$$

وهي فترة الثقة 100% (1 – α) لـ μ_z ومن جدول تحويل r إلى Z نجد فترة الثقة المطلوبة لـ (ρ)، ولنبين ذلك على مثالنا هنا:

لنختبر الفرضية ρ = 0.8 على مستوى معنوية 0.05 ومن ثم نحسب فترة ثقة 95% لمعامل الارتباط ρ.

الفرض H_o: $\rho \neq 0.8$ ، H_o : $\rho = 0.8$ حيث $\alpha = 0.05$

بالرجوع للجدول عند $\alpha = 0.05/2$, $n = 10$ نجد أن r_s الجدولية (r^*_s)

اختيرت عينة عشوائية مكونة من 10 طلاب في لعبتي كرة اليد وكرة القدم وسجلت نتائجهم في الجدول الآتي والمطلوب معرفة العلاقة بين أداء الطالب في اللعبتين.

أداء الطالب في كرة اليد(X)	جيد	ضعيف	جيد	ممتاز	جيد جداً	جيد	ممتاز	مقبول	جيد جداً	ضعيف
أداء الطالب في كرة القدم(Y)	ضعيف	مقبول	مقبول	جيد	جيد	جيد جداً	ممتاز	جيد	ضعيف	جيد

الحل:

نكون جدول نبين فيه رتب كل من X_i (كرة اليد) وY_i (كرة القدم) والفرق d ومربع الفرق d^2 كالتالي:

رقم الطالب	X_i	Y_i	Rank X	Rank Y	d	d^2
1	جيد	ضعيف	6	9.5	– 3.5	12.25
2	ضعيف	مقبول	9.5	7.5	2	4
3	جيد	مقبول	6	7.5	– 1.5	2.25
4	ممتاز	جيد	1.5	4.5	– 3	9
5	جيد جداً	جيد	3.5	4.5	– 1	1
6	جيد	جيد جداً	6	2	4	16
7	ممتاز	ممتاز	1.5	1	0.5	0.25
8	مقبول	جيد	8	4.5	3.5	12.25
9	جيد جداً	ضعيف	3.5	9.5	– 6	36
10	ضعيف	جيد	9.5	4.5	5	25
Total					0	118

نعوض في القانون:

$$r_s = 1 - \frac{n\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{10 \times 118}{10 \times 99}$$

$$r_s = 1 - 1.192$$

$$r_s = -0.192$$

العلاقة بين الأداء في اللعبتين سالبة وضعيفة.

أو نكون جدول نبين فيه رتب المستويات فالضعيف نعطيه رقم 1 و... أي

ضعيف	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز
1	2	3	4	5

نكون جدول نبين فيه رتب كل من X_i (كرة اليد) وY_i (كرة القدم) والفرق d ومربع الفرق d^2 كالتالي:

X_i	Y_i	المستوى X	المستوى Y	Rank X	Rank Y	d	d^2
جيد	ضعيف	3	1	5	1.5	3.5	12.25
ضعيف	مقبول	1	2	1.5	3.5	– 2	4
جيد	مقبول	3	2	5	3.5	1.5	2.25
ممتاز	جيد	5	3	9.5	6.5	3	9
جيد جداً	جيد	4	3	7.5	6.5	1	1
جيد	جيد جداً	3	4	5	9	– 4	16
ممتاز	ممتاز	5	5	9.5	10	– 0.5	0.25
مقبول	جيد	2	3	3	6.5	– 3.5	12.25
جيد جداً	ضعيف	4	1	7.5	1.5	6	36
ضعيف	جيد	1	3	1.5	6.5	– 5	25
Total						0	118

وهو نفس الجدول السابق وتكون نفس النتيجة السابقة r_s = – – 0.192 وعليه تكون العلاقة بين الأداء في اللعبتين سالبة وضعيفة.

ثانيا: معامل ارتباط فاي (Phi Correlation Coefficient)

إن الحالة التي تكون فيها البيانات للمتغيرين y , x غير قابله للترتيب التصاعدي أو التنازلي كمتغير الجنس (ذكر، أنثى) أو متغير التدخين (مدخن، غير مدخن) أو ... وعليه نكون جدول نواتجه في 2 × 2 خانات للمتغيرين والصفتين يكتب ببساطة على الصورة:

	1	2
a	n_{a1}	n_{a2}
b	n_{b1}	n_{b2}

ويمكن صياغة الجدول بالصورة التالية لتسهيل الحسابات:

	x_i	x_i	Total
y_i	a	b	a + b
y_i	c	d	c + d
Total	a + c	b + d	a + b + c + d

ويحسب معامل الاقتران من الصيغة الرياضية:

$$r_\phi = \frac{bc - ad}{\sqrt{(a+c)(b+d)(c+d)(a+b)}}$$

مثال:

في دراسة على 25 شخص لمعرفة العلاقة بين الجنس والتدخين فجمعت البيانات في الجدول التالي والمطلوب حساب معامل ارتباط فاي.

	ذكر	أنثى
يدخن	10	2
لا يدخن	8	5

الحل:

نكمل الجدول بعملية الجمع بالصورة الآتية:

	أنثى	ذكر	المجموع
يدخن	2	10	12
لا يدخن	5	8	13
المجموع	7	18	25

وبتطبيق القانون نجد أن:

$$r_\phi = \frac{bc - ad}{\sqrt{(a+c)(b+d)(c+d)(a+b)}}$$

$$r_\phi = \frac{10 \times 5 - 2 \times 8}{\sqrt{7 \times 18 \times 13 \times 12}}$$

$$r_\phi = \frac{34}{\sqrt{19656}}$$

$$r_\phi = 0.243$$

القيمة الموجبة هنا لمعامل فاي تبين بأن الذكور أكثر ميلاً للتدخين من الإناث كما أن قيمة المعامل هنا 0.243 تدل على ضعف العلاقة.

العلاقة بين معامل فاي ومعامل χ^2

معامل فاي يحسب من الصيغة الآتية بدلالة معامل كا تربيع وحجم العينة:

$$r_\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

للتأكد من ذلك لنأخذ المثال التالي والذي سبق حساب قيمة χ^2 وهي 1.471 مع عينة حجمها 25 فنجد الآتي:

$$r_{\phi} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

$$r_{\phi} = \sqrt{\frac{1.471}{25}}$$

$$r_{\phi} = \sqrt{0.0588}$$

$$r_{\phi} = 0.243$$

وهي نفس النتيجة أعلاه

ثالثا: معامل الاقتران Coefficient of Association

معامل الارتباط للرتب (سبيرمان) هو للبيانات الوصفية التي يمكن ترتيبها وفي الحالة التي لا يمكن ترتيب البيانات أو تلك البيانات وإن رتبت فلا أهمية لترتيبها نستخدم ما يعرف بمعامل الاقتران لمتغيرين كل منهم لحالتين فقط كمدخن وغير مدخن أو متعلم وغير متعلم ولتوضيح ذلك نقول لدينا المتغيرين y , x وهناك صفتان للمتغير x هما b , a وصفتان للمتغير y هما d , c فيكون لدينا الجدول التالي.

	y_1	y_2
x_1	a	b
x_2	c	d

حيث أن a تمثل التكرارات المشتركة في الصفة لكل من x_1 , y_1 وهكذا للباقي وقام ييل (yule) بوضع تعريف معامل الاقتران حسب العلاقة الرياضية التالية:

$$r_A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

إن قيمة معامل الاقتران تقع بين الصفر والواحد الصحيح أي أن: $1 \geq r_A \geq$ صفر.

مثال: من الجدول التالي والذي يبين بيانات الاقتران بين العمل والتعلم أحسب معامل الاقتران.

	متعلم	غير متعلم
يعمل	8	6
لا يعمل	3	7

الحل:

بتطبيق الصيغة السابقة نجد أن:

$$r_A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

$$r_A = \frac{8 \times 7 - 6 \times 3}{8 \times 7 + 6 \times 3}$$

$$r_A = \frac{38}{72}$$

$$r_A = 0.514$$

رابعا: معامل التوافق Coefficient of contingency

إذا كان للمتغيرين (أحدهم على الأقل) أكثر من صفتين كلون العيون (أسود- أزرق- عسلي...) فيعرف معامل الاقتران في هذه الحالة بمعامل التوافق ويرمز له بالرمز r_c ويقاس الارتباط من الصيغة الآتية والتي تعتمد على حساب معامل (χ^2)، فنكون جدول البيانات ونعوض في الصيغ الرياضية والتي نبينها هنا بين المتغيرين y , x.

$y_i \downarrow$	$x_i \rightarrow$	x_1	x_2	.....	x_k	Total
	y_1	$n_{y1}x_1$	$n_{y1}x_2$	.....	n_{y1xk}	n_{y1}
	y_2	$n_{y2}x_1$	$n_{y2}x_2$	.....	n_{y2xk}	n_{y2}
	:	:	:	.....	:	:
	y_r	$n_{yr}x_1$	$n_{yr}x_2$	.....	n_{yrxk}	n_{yr}
	Total	n_{x1}	n_{x2}	.....	n_{xk}	n_n

و هذه الصيغة الرياضية لكل من: r_c، χ^2

$$r_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

$$\chi^2 = n\left[\frac{n_{y1}^2 x_1}{n_{y1}n_{x1}} + \frac{n_{y1}^2 x_2}{n_{y1}n_{x2}} + \ldots + \frac{n_{y1}^2 x_c}{n_{y1}n_{xc}} + \frac{n_{y2}^2 x_1}{n_{y2}n_{x1}} + \ldots + \frac{n_{yr}^2 x_1}{n_{yr}n_{xc}}\right] - n$$

مثال:

الجدول الآتي يبين بيانات متغيري المهنة والتدخين والمطلوب حساب معامل الارتباط التوافقي.

التدخين↓	المهنة→	x_1	x_2	x_3	المجموع
يدخن		32	75	25	132
لا يدخن		28	25	15	68
المجموع		60	100	40	200

الحل:

نطبق القانون الخاص بحساب χ^2 السابق ومن ث نحسب معامل التوافق باستخدام صيغته السابق ذكرها أعلاه.

$$\chi^2 = n\left[\frac{n_{y1}^2 x_1}{n_{y1} n_{x1}} + \frac{n_{y1}^2 x_2}{n_{y1} n_{x2}} + \ldots + \frac{n_{y1}^2 x_c}{n_{y1} n_{xc}} + \frac{n_{y2}^2 x_1}{n_{y2} n_{x1}} + \ldots + \frac{n_{yr}^2 x_1}{n_{yr} n_{xc}}\right] - n$$

$$\chi^2 = 200\left[\frac{(32)^2}{60 \times 132} + \frac{(75)^2}{100 \times 132} + \frac{(25)^2}{40 \times 132} + \frac{(28)^2}{60 \times 68} + \frac{(25)^2}{100 \times 68} + \frac{(15)^2}{40 \times 68}\right] - 200$$

$$\chi^2 = 200\left[\frac{1024}{7920} + \frac{5625}{13200} + \frac{625}{5280} + \frac{784}{4080} + \frac{625}{6800} + \frac{225}{2720}\right] - 200$$

$$\chi^2 = 200 \times 1.04059 - 200$$

$$\chi^2 = 208.118 - 200$$

$$= 8.118$$

$$r_c = \sqrt{\frac{8.118}{208.118}}$$

$$r_c = 0.198$$

وهذا يشير لضعف القوة بين التدخين والمهنة مع التنبيه على أن زيادة الأعمدة والصفوف يزيد من ارتفاع معنوية معامل التوافق ولكن لن تتجاوز الواحد الصحيح.

الفصل التاسع

الاختبارات اللامعلمية

إختبار كاي مربع

أولا : اختبار كاي مربع لحسن المطابقة

ثانيا : إختبار كاي مربع للاستقلالية

ثالثا : اختبار كاي مربع –للتجانس

أولا : اختبار كاي مربع لحسن المطابقة

يعتبر اختبار كاي مربع (2) من أهم اختبارات الدلالة الإحصائية اللابارامترية ذات التوزيعات الحرة، لأنه لا يعتمد على شكل التوزيع التكراري، حيث لا يشتمل على افتراضات محددة فيما يتعلق باعتدالية توزيع البيانات. وترجع نشأة هذا الاختبار إلى عالم النفس الإحصائي الشهير كارل بيرسون Karl Pearson(1900). ويعتمد اختبار كاي مربع على عدد المتغيرات النوعية المدروسة، فإذا كان لدينا متغير نوعي واحد مدروس فإن الاختبار المناسب هو اختبار حسن المطابقة أو اختبار التجانس، وإذا كان لدينا متغيرين نوعيين مدروسين فإن الاختبار المناسب هو اختبار الاستقلالية، ويستخدم اختبار x2 لحساب دلالة فروق التكرارات أو البيانات العددية التي يمكن تحويلها إلى تكرارات، ويهدف اختبار كاي مربع إلى تحديد ما إذا كانت التكرارات المشاهدة أو الملاحظة (التجريبية) تختلف عن التكرارات المتوقعة (النظرية) لأسباب تعود لعوامل الصدفة أم لعوامل جوهرية. وهناك ثلاث أنواع لاختبار كاي مربعx2 هي كمايلي:

اختبار كاي مربع لحسن المطابقة (جودة التوفيق) Chi-Square Goodness of Fit Test

اختبار كاي مربع – للاستقلالية Chi-Square Test of Independence

اختبار كاي مربع للتجانس Chi-Square Test of Homogeneity

ولكي نطبق يجب توفر مجموعة من الشروط:

- أن تكون البيانات نوعية اسمية أو (رتبية) أو بيانات كمية (فترية أو نسبية) يتم تحويلها إلى بيانات نوعية. أن تكون البيانات في شكل تكرارات.
- ألا يقل مجموع التكرارات الملاحظة عن 20 تكرارًا ويفضل أن يزيد عددها عن 40 تكرارًا. ألا يقل مجموع التكرارات المتوقعة في أي خلية من خلايا التصنيف عن 5 تكرارات في 80% من الخلايا، وفي حال عدم تحقق ذلك فإنه يمكن اللجوء في بعض الحالات إلى دمج الخلايا كحل لتلك المشكلة على أن يكون الدمج وفقاً لاعتبارات مبررة بحيث تكون الخلايا بعد الدمج ذات معنى.

- أن تكون التكرارات مستقلة عن بعضها البعض، وهذا يعني أن التكرار الناتج عن قياس أي فرد من العينة لا يؤثر على قياس تكرارات بقية أفراد العينة.

في حالة ما إذا كانت درجة الحرية تساوي 1 أي في حالة جدول اقتران من الشكل (2×2)، وكانت التكرارات المتوقعة في إحدى الخلايا أقل من 10 يطبق اختبار 2 المعدل (تصحيح ياتس) بطرح 0.5 من القيمة المطلقة لكل فرق/$f_o - f_e$/ في الصيغة الأصلية للاختبار قبل تربيعها.

لحساب كاي مربع نستخدم الصيغة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

حيث

f_oالتكرارات الملاحظة

f_e التكرارات المتوقعة

أولا : اختبار كاي مربع لحسن- المطابقة (جودة التوفيق)

Chi-Square Goodness of Fit Test

اختبار كاي مربع لحسن المطابقة هو اختبار لعينة واحدة، ويستخدم لحساب دلالة الفروق لبيانات متغير نوعي واحد عندما تكون بشكل تكرارات، وتكون التكرارات ممثلة في جدول اقتران مكون من صف واحد يمثل تكرارات العينة وعمودين أو أكثر لتمثيل فئات المتغير النوعي، أي بشكل جدول بسيط (2×1) أو (3×1) ...الخ، ويستخدم لبيان مدى تطابق (تماثل) تكرارات الفئات للمتغير النوعي المحددة في العينة والتي تسمى التكرارات الملاحظة Observed مع التكرارات المتوقعة Expected لها في المجتمع المدروس، ومعنى ذلك أن العينة المسحوبة تنتمي إلى المجتمع قيد الدراسة، لذلك يطلق عليه اختبار حسن المطابقة أو جودة التوفيق. فالعينة إذا كانت ممثلة للمجتمع في تكراراتها ومتطابقة معه؛ فإن قيمة الاختبار تكون عادة مساوية للصفر،

وتزداد هذه القيمة لتصبح أكثر من الصفر كلما كانت هناك فروق بين التكرارات الملاحظة للعينة والتكرارات المتوقعة للمجتمع التي تنتمي إليه.

لحساب كاي مربع لحسن المطابقة نستخدم الصيغة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

$$Df = C - 1$$

حيث

- fo التكرارات الملاحظة.
- fe التكرارات المتوقعة.
- Df: درجة الحرية.
- C عدد الأعمدة (عدد فئات المتغير).

مثال:

إليك الجدول التالي الذي يمثل آراء عينة من طلبة الجامعة حول مستوى استخدامهم مودل في الدراسة الجامعية.

مستوى الاستخدام	كبير	متوسط	قليل
آراء الطلبة (التكرارات)	25	20	15

المطلوب اختبر الفرضية القائلة بوجود تطابق (عدم وجود فروق) في آراء طلبة الجامعة حول مستوى استخدامهم لمنصة مودل في الدراسة الجامعية.

الحل:

1/ طرح المشكلة:

هل يوجد تطابق بين طلبة الجامعة في آرائهم حول مستوى استخدامهم لمنصة مودل في الدراسة الجامعية؟

2/ صياغة الفرضيات:

أ- الفرضية الصفرية: يوجد تطابق بين طلبة الجامعة في آرائهم حول مستوى استخدامهم لمنصة مودل في الدراسة الجامعية.

ب-الفرضية البديلة: لا يوجد تطابق بين طلبة الجامعة في آرائهم حول مستوى استخدامهم لمنصة مودل في الدراسة الجامعية.

3/ اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغير نوعي واحد يتمثل في مستوى استخدام منصة مودل تم قياسه باستخدام عينة واحدة، وتوفر شروط الاستخدام وهي: البيانات في شكل تكرارات استقلال التكرارات، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو اختبار كاي مربع لحسن المطابقة.

4/ إجراء العمليات الحسابية :

(1) حساب التكرار المتوقع (fe): يحسب التكرار المتوقع من الصيغة التالية:

$$fe = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{\text{عدد التكرارات}}$$

$$fe = \frac{25 + 20 + 15}{3} = 20$$

(2) حساب كاي مربع ($\chi 2$)

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

$$\chi^2 = \frac{(25-20)^2}{20} + \frac{(20-20)^2}{20} + \frac{(15-20)^2}{20}$$

$$\chi^2 = \frac{25}{20} + \frac{0}{20} + \frac{25}{20}$$

$$\chi 2 = 1.25 + 0 + 1.25$$

$$\chi 2 = 2.5$$

(3) إيجاد درجة الحرية

$$Df = C - 1$$

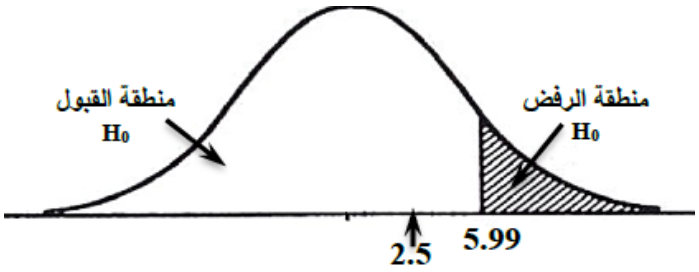
$$Df = 3 - 1 = 2$$

(4) تحديد قيمة كاي مربع الجدولية : $(\chi T2)$

χ_{T_2}=**5.99** عند درجة الحرية 2 وعند مستوى الدلالة 0.05

5/ المقارنة واتخاذ القرار

بما أن قيمة كا^2 المحسوبة (χ_{c^2}) والتي تساوي 2.5 أقل من قيمة كا^2 الجدولية (x) والتي تساوي 5.99 فإننا نقبل الفرضية الصفرية، والرسم البياني التالي يوضح ذلك:



8- تفسير القرار

نحن متأكدون بنسبة ثقة 95% بأنه يوجد تطابق (لا) توجد فروق بين طلبة الجامعة في آرائهم حول مستوى استخدامهم لمنصة مودل في الدراسة الجامعية بنسبة خطأ 5% ، وعند درجة حرية $Df = 2$.

جدول كاي مربع χ^2					
df	**0.1**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	4.61	**5.99**	7.38	9.21	10.60
3	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27

ثانيا : إختبار كاي مربع للاستقلالية

اختبار كاي مربع للاستقلالية هو اختبار لعينة واحدة، ويستخدم لحساب دلالة الفروق لبيانات متغيرين نوعين عندما تكون بشكل تكرارات، وتكون التكرارات ممثلة في جدول توافق مكون من صفين أو أكثر لتمثيل فئات المتغير الأول، و عمودين أو أكثر لتمثيل فئات المتغير الثاني؛ أي بشكل جدول توافق (2×2) أو (3×2) أو(2×3) ...الخ، كما يستخدم الاختبار لتحديد ما إذا كانت بيانات أحد المتغيرين النوعيين مستقلة عن بيانات المتغير النوعي الآخر، فإذا لم يُظهر الاختبار أي ارتباط (علاقة) بين المتغيرين دل ذلك على أن المتغيرين مستقلين، وهذا يعني أن بيانات أحد المتغيرين لا تعتمد على بيانات المتغير الآخر والعكس صحيح.

لحساب كاي مربع للاستقلالية نستخدم الصيغة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

$$Df = (R - 1)(C - 1)$$

حيث

f_o التكرارات الملاحظة

f_e التكرارات المتوقعة.

Df: درجة الحرية.

R: عدد الصفوف.

C : عدد الأعمدة.

مثال: أراد أحد الباحثين معرفة اللون المفضل لدى طلبة الجامعة، فقام باختيار عينة من الجنسين، وسألهم عن اللون المفضل لديهم، وكانت إجاباتهم كما هو موضح في الجدول التالي:

اللون المفضل / الجنس	الأحمر	الأصفر	الأخضر	الأزرق
ذكر	45	25	60	70
أنثى	80	10	40	70

المطلوب: اختبر الفرضية القائلة بأن اللون المفضل والجنس مستقلان (غير مرتبطان).

أو نقول: اختبر الفرضية القائلة بوجود فروق بين طلبة الجامعة في إجاباتهم عن اللون المفضل حسب الجنس.

الحل:

1/ طرح المشكلة:

هل اللون المفضل والجنس مستقلان (غير مرتبطان)؟

2/ صياغة الفرضيات:

- الفرضية الصفرية: اللون المفضل والجنس مستقلان (غير مرتبطين).
- الفرضية البديلة: اللون المفضل والجنس غير مستقلان(مرتبطان).

3/ اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغيرين نوعيين الأول يتمثل في اللون المفضل والثاني يتمثل في الجنس تم قياسهما باستخدام عينة واحدة، وتوفر شروط الاستخدام وهي: البيانات في شكل تكرارات واستقلال التكرارات، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو اختبار كاي مربع للاستقلالية.

3/ إجراء العمليات الحسابية:

(1) استخدام الجدول الإحصائي التالي:

اللون المفضل / الجنس	الأحمر	الأصفر	الأخضر	الأزرق	المجموع
ذكر	45	25	60	70	**200**
أنثى	80	10	40	70	**200**
المجموع	125	35	100	140	**400**

(2) حساب التكرار المتوقع (fe):

يحسب التكرار المتوقع من الصيغة التالية:

$$fe = \frac{\sum fo_c \sum fo_r}{fo_t}$$

حيث :

fe : التكرار المتوقع للخلية.

Σfo_c : المجموع الهامشي العمودي للتكرارات الملاحظة للخلية

Σfo_r : المجموع الهامشي الأفقي للتكرارات الملاحظة للخلية.

fo_t : المجموع الكلي للتكرارات.

التكرار الملاحظ	كيفية حساب التكرار المتوقع	التكرار المتوقع (النتيجة)
45	$fe_1 = \frac{125 \times 200}{400} =$	62.5
80	$fe_2 = \frac{125 \times 200}{400} =$	62.5
25	$fe_3 = \frac{35 \times 200}{400} =$	17.5
10	$fe_4 = \frac{35 \times 200}{400} =$	17.5
60	$fe_5 = \frac{100 \times 200}{400} =$	50
40	$fe_6 = \frac{40 \times 50}{400} =$	50
70	$fe_7 = \frac{140 \times 200}{400} =$	70
70	$fe_8 = \frac{140 \times 200}{400} =$	70

(3) حساب كاي مربع $(\chi 2)$

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

$$\chi^2 = \frac{(45-62.5)^2}{62.5} + \frac{(80-62.5)^2}{62.5} + \frac{(25-17.5)^2}{17.5} + \frac{(10-17.5)^2}{17.5}$$
$$+ \frac{(60-50)^2}{50} + \frac{(40-50)^2}{50} + \frac{(70-70)^2}{70} + \frac{(70-70)^2}{70}$$

$$\chi^2 = 4.90 + 4.9 + 3.21 + 3.21 + +2 + 2 + 0 + 0$$

$$\boxed{\chi^2 = 20.22}$$

(4) إيجاد درجة الحرية: $(\boldsymbol{Df})$

$$\boldsymbol{Df}=(\boldsymbol{R}-\mathbf{1})(\boldsymbol{C}-\mathbf{1})$$

$$\boldsymbol{Df}=(2-1)(4-1)=3$$

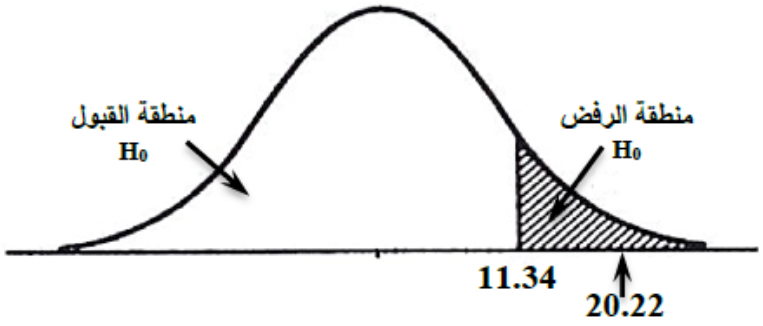
(5) تحديد قيمة كاي مربع الجدولية$(\boldsymbol{\chi_T^2})$

$\boldsymbol{\chi_T^2}=\mathbf{11.34}$ عند درجة الحرية 3 ودرجة الحرية 0.01

4/ المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة كا^2 المحسوب $(\boldsymbol{\chi_C^2})$ والتي تساوي **20.22** أكبر من قيمة كا^2 الجدولية $(\boldsymbol{\chi_T^2})$ والتي تساوي **11.34** فإننا نرفض الفرض الصفري.

والرسم البياني التالي يوضح ذلك:



5/ تفسير القرار:

نحن متأكدون بنسب ثقة **99%** بأن اللون المفضل والجنس غير مستقلان(مرتبطان)، بنسبة خطأ **1%** ، وعند درجة حرية. $\boldsymbol{Df}=\mathbf{3}$

ثالثا : اختبار كاي مربع –للتجانس

اختبار كاي مربع للتجانس هو اختبار لعينتين أو أكثر، ويستخدم لحساب دلالة الفروق لبيانات متغير نوعي واحد عندما تكون بشكل تكرارات، وتكون التكرارات ممثلة في جدول توافق مكون من صفين أو أكثر لتمثيل العينات المسحوبة من المجتمعات المختلفة، وعمودين أو أكثر لتمثيل فئات المتغير النوعي؛ أي بشكل جدول توافق (2×2) أو (32) أو (23) ... الخ، ويستخدم لاختبار ما إذا كانت العينات متجانسة في توزيع متغير نوعي معين في عدة مجتمعات، أي أن احتمال انتماء مفردة ما إلى فئة معينة من فئات المتغير المدروس متساوي في كل المجتمعات الداخلة في الدراسة.

لحساب كاي مربع للتجانس نستخدم الصيغة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

$$Df = (R-1)(C-1)$$

حيث

f_o التكرارات الملاحظة

f_e التكرارات المتوقعة.

Df: درجة الحرية.

R: عدد الصفوف.

C : عدد الأعمدة.

مثال: أجري باحث استطلاع للرأي حول مدى استخدام أساتذة الجامعة لمنصة المودل حسب التخصص (STAPS، ST، ECO) في جامعة الأغواط وكانت إجاباتهم كما هو موضح في الجدول التالي:

إستخدام المودل / التخصص	نعم	أحيانا	لا	المجموع
STAPS	37	11	12	60
ST	27	13	10	50
ECO	10	16	24	50

المطلوب: اختبر الفرضية القائلة بأن هناك تجانس (عدم وجود فروق) بين أساتذة الجامعة حسب التخصص (STAPS، ST، ECO) في إجاباتهم حول استخدامهم لمنصة المودل.

الحل:

1/ طرح المشكلة: هل هناك تجانس بين أساتذة الجامعة حسب التخصص (STAPS، ST، ECO) في إجاباتهم حول استخدامهم لمنصة المودل؟

2/ صياغة الفرضيات:

- الفرضية الصفرية: يوجد تجانس بين أساتذة الجامعة حسب التخصص (STAPS، ST، ECO) في إجاباتهم حول استخدامهم لمنصة المودل
- الفرضية البديلة: لا يوجد تجانس بين أساتذة الجامعة حسب التخصص (STAPS، ST، ECO) في إجاباتهم حول استخدامهم لمنصة المودل

3/ اختيار الأسلوب الإحصائي المناسب:

بما أنه لدينا متغير نوعي واحد يتمثل في استخدام منصة المودل تم قياسه باستخدام ثلاث عينات من الأساتذة، وتوفر شروط الاستخدام وهي البيانات في شكل تكرارات استقلال التكرارات، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب هو اختبار كاي مربع للاستقلالية.

4/ إجراء العمليات الحسابية:

(1) استخدام الجدول الإحصائي التالي:

إستخدام المودل / التخصص	نعم	أحيانا	لا	المجموع
STAPS	37	11	12	60
ST	27	13	10	50
ECO	10	16	24	50
المجموع	74	40	46	160

(2) حساب التكرار المتوقع (fe):

يحسب التكرار المتوقع من الصيغة التالية:

$$fe = \frac{\sum fo_c \sum fo_r}{fo_t}$$

حيث :

fe : التكرار المتوقع للخلية.

Σfo_c : المجموع الهامشي العمودي للتكرارات الملاحظة للخلية

Σfo_r : المجموع الهامشي الأفقي للتكرارات الملاحظة للخلية.

fo_t : المجموع الكلي للتكرارات.

التكرار الملاحظ	كيفية حساب التكرار المتوقع	التكرار المتوقع (النتيجة)
37	$fe_1 = \frac{74 \times 60}{160} =$	27.75
27	$fe_2 = \frac{74 \times 50}{160} =$	23.125
10	$fe_3 = \frac{74 \times 50}{160} =$	23.125
11	$fe_4 = \frac{40 \times 60}{160} =$	15
13	$fe_5 = \frac{40 \times 50}{160} =$	12.5
16	$fe_6 = \frac{40 \times 50}{160} =$	12.5
12	$fe_7 = \frac{46 \times 60}{160} =$	17.25
10	$fe_8 = \frac{46 \times 50}{160} =$	14.375
24	$fe_9 = \frac{46 \times 50}{160} =$	14.375

(3) حساب كاي مربع($\chi 2$)

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo-fe)^2}{fe}$$

$$\chi^2 = \frac{(37-27.75)^2}{27.75} + \frac{(27-23.125)^2}{23.125} + \frac{(10-23.125)^2}{23.125} + \frac{(11-15)^2}{15}$$

$$+ \frac{(13-12.5)^2}{12.5} + \frac{(16-12.5)^2}{12.5} + \frac{(12-17.25)^2}{17.25} + \frac{(10-14.375)^2}{14.375} + \frac{(24-14.375)^2}{14.375}$$

$$\chi^2 = 3.083 + 0.649 + 7.449 + 1.066 + +0.02 + 0.98 + 1.597 + 1.331 + 6.444$$

$$\chi 2 = 22.62$$

(4) إيجاد درجة الحرية: (Df)

$$Df = (R-1)(C-1)$$

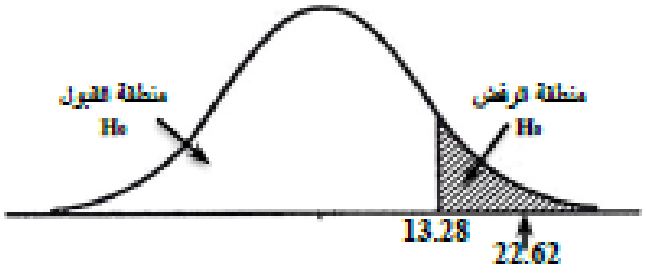
$$Df = (3-1)(3-1) = 4$$

(5) تحديد قيمة كاي مربع الجدولية(χ_T^2)

$\chi_T^2 = 13.28$ عند درجة الحرية 3 ودرجة الحرية 0.01

4/ المقارنة واتخاذ القرار:

بما أن قيمة كا^2 المحسوب (χc^2) والتي تساوي **22.62** أكبر من قيمة كا^2 الجدولية (χ_T^2) والتي تساوي **13.28** فإننا نرفض الفرض الصفري. والرسم البياني التالي يوضح ذلك:



5/ تفسير القرار: نحن متأكدون بنسب ثقة **99%** بأنه لا يوجد تجانس بين أساتذة الجامعة حسب التخصص في إجابتهم حول استخدامهم لمنصة المودل بنسبة خطأ **1%** ، وعند درجة حرية $Df=4$ ، وبعبارة أخرى توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين أساتذة الجامعة حول استخدامهم لمنصة المودل حسب التخصص.

المراجع:

1- أمانى موسى محمد، التحليل الإحصائي للبيانات، معهد الدراسات والبحوث الإحصائية – جامعة القاهرة، 2007.

2- إبراهيم مراد الدعمة ومازن حسن الباشا " :أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات spss دار المناهج، الأردن، الطبعة الأولى2013

3- خالد أحمد فرحان المشهداني ورائد عبد الخالق عبد الله العبيدي " :مبادئ الإحصاء "، دار الأيام،. الأردن،2013

4- عبد الرزاق عزوز " :الكامل في الإحصاء "الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2010

5- عبد الرزاق عزوز " :الكامل في الإحصاء "الجزء الثاني، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2011

6- محمد بوهزة " :محاضرات في الإحصاء الوصفي"، دار المحمدية العامة، الجزائر، 2011

7- وليد إسماعيل السيفو " :أساسيات الأساليب الإحصائية للأعمال"، منشورات زمزم، الأردن، الطبعة الأولى 2010.

8- إياد محمد الهوبي، الإحصاء التطبيقي، الكلية الجامعية للعلوم والتكنولوجيا، فلسطين، 2014.

9- مروان عبد المجيد ابراهيم، الأسس العلمية والطرق الاحصائية للاختبارات، والقياس في التربية الرياضية، الجامعة الهولندية، 1998.

10- عزام عبد الرحمن صبري، الإحصاء التطبيقي بنظام spss، الدار المنهجية للنشر والتوزيع، الطبعة الاولى 2015.

11- فؤاد البهي السيد: الإحصاء الوصفي في التربية البدنية والرياضة، 1987.

12- حسن أحمد الشافعي: الإحصاء في البحوث النفسية، 1999.

13- محمد خيري مامسر: لتحيل الإحصائي في التربية البدنية والرياضة، 2004.

14- عزام صبري: الإحصاء الوصفي ونظام **SPSS**، 2006.

15- Amany Mousa," Statistical Data Analysis", Center for Advancement of Postgraduate Studies and Research, Faculty of Engineering, Cairo University , Cairo 2005.

16- Bernard Py: « Statistique Descriptive », 4 ème Edition Economica, Paris, 1996.

17- Nick, Todd G.. "Descriptive Statistics". *Topics in Biostatistics*. New York: Springer. 2007