



République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Telidji de Laghouat

Faculté de Génie Civil et Architecture

Département de Génie Civil

MEMOIRE DE MASTER

Présenté par :

Djireb Imane & Soudani Bouchra

DOMAINE : Sciences et Technologies

FILIERE : Génie Civil

OPTION : Structures

Thème

ÉTUDE DU CISAILLEMENT ET CHARGEMENT AXIAL DES ÉLÉMENTS EN
BÉTON ARMÉ SELON LES GUIDES ACI – EUROCODE - CBA

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	Qualité
Mr. Merah A.	M.C.A	Président
Mlle. Bellakehal H.	M.C.A	Examinatrice
Mr. Zaidi A.	Pr.	Encadreur

Promotion : Juin -2019

REMERCIEMENTS

Au premier lieu nos remerciements vont pour le Dieu tout puissant Et tout d'abord, nous tenons à remercier nos chers parents pour leurs soutiens et leurs sacrifices.

Nous tenons à remercier vivement tous ceux qui nous ont aidés à élaborer ce travail et en particulier notre encadreur **Mr Ali ZAIDI** pour ses aides et ses orientations précieuses.

Nous tenons également à remercier les membres du jury, pour l'honneur qu'ils nous ont accordé, en acceptant de juger notre travail.

Nous remercions aussi l'ensemble des enseignants de département de Génie Civil qui ont contribué à notre formation, avec beaucoup de dévouement et de compétence durant tous les cycles.

Nous remercions les travailleurs de la bibliothèque centrale et la bibliothèque de prêt pour l'assistance et la bonne réception et enfin, n'oublions pas de remercier tous ceux qui ont contribué à l'édition et l'impression.

Tous ceux ou celles qui nous ont apportés leur soutien et qui nous ont aidés de près ou de loin pour l'achèvement de ce projet trouvent ici l'expression de notre vive et sincère reconnaissance, en particulier nos familles et nos amis.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- ✚ mes chers parents : pour leur soutien et affection, ainsi pour leurs aides « Que Dieu les garde »
- ✚ Tous les enseignants qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite, je les remercie énormément pour tout ce qu'ils m'ont appris.
- ✚ mes chers frère et sœurs : Je les remercie pour l'encouragement qu'ils m'ont accordé. Je leur souhaite tout le bonheur et la réussite.
- ✚ Mes proches : pour leurs l'encouragement. Durant mes études.
- ✚ mon binôme : Pour ton aide et ton soutien moral durant l'élaboration du travail de fin d'étude.

Imane

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

-À mes chers parents : Que nulle dédicace ne puisse exprimer ce que je leurs dois, pour leur bienveillance, leur affection et leur soutien trésors de bonté, de générosité et de tendresse, en témoignage de mon profond amour et ma grande reconnaissance « Que Dieu vous garde ». Tous les enseignants qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite.

-À mes chers frère et sœurs : Je vous remercie pour l'encouragement que vous m'avez accordé. Je vous souhaite tout le bonheur que vous méritez.

-À tous ma famille : En témoignage de respect et de l'affection que je porte envers vous, je passés ensemble, je vous souhaitant un brillant avenir

-À mon binôme : Pour ton aide et ton soutien moral durant l'élaboration du travail de fin d'études.

BOUCHRA

RESUME

Cette mémoire porte sur une étude comparative de trois règlements :

- Les guides américains ACI 318-08.
- Les normes européennes EUROCODE 2.
- Le code Algérien CBA 93.

Dans cette étude comparative on analyse en profondeur les différents paramètres de calculs justificatifs de résistance au cisaillement et chargement axial des structures en béton armé tout en mettant relief les points concordants entre les trois codes considérés et les différences marquantes dans leur approche respective.

L'étude comparative réalisée consiste à Comparer :

- ✚ les caractéristiques de béton et d'acier.
- ✚ les calculs des actions et les sollicitations .
- ✚ les approches de calculs justificatifs de résistances des sections en béton armé au cisaillement et aux charges axiales .

Les résultats obtenus permettent de conclure par des propositions comme contribution pour une éventuelle révision du code algérien CBA.

Mots clés: ACI, EUROCODE, CBA, Étude comparative, résistance, effort axial, effort tranchant.

ABSTRACT

This research project focuses on a comparative study between Three codes :

- ✚ American ACI 318-08.
- ✚ European EUROCODE 2.
- ✚ Algerian CBA.93.

In this comparative study we analyze in depth the different parameters affected the shear and axial loading strengths of steel bars reinforced concrete structures with highlighting the concordance points between the three codes considered and the difference in their approach respectively.

The comparative study investigates the following points:

- ✚ Comparison of concrete and steel properties.
- ✚ Comparison of loads and actions .
- ✚ Comparison of design approaches of resistances of reinforced concrete cross-section to shear and axial loadings.

The results obtained permit to conclude with proposed suggestions as a contribution for an eventual revision of the Algerian code CBA.

Keys words: ACI, EUROCODES, CBA, comparative study, strength , axial force, shear effort.

ملخص

يركز هذا المشروع البحثي على مقارنة ثلاث قوانين :

القانون الأمريكي (ACI 318-08).

القانون الأوروبي EUROCODE 2 .

القانون الجزائري CBA93.

في الدراسة المقارنة هذه نقوم بتحليل معمق لمختلف العوامل الخاصة بحساب المقاومة القص و القوى المحورية في الهياكل الخرسانية المسلحة بالحديد (الاجهادات، القص ، والتسليح... الخ) مع إبراز نقاط التشابه و الاختلاف بين الثلاث قانونين.

هذه الدراسة اعدت للمقارنة النقاط التالية:

خصائص الخرسانة وال فولاذ.

حسابات الإجراءات والاحمال.

قواعد حساب المقاومة بنايات الخرسانة المسلحة للقص والقوى المحورية.

هذه النتائج تسمح بالخروج باقتراحات كمساهمة لمراجعة القانون الجزائري في هذا المجال (CAB 93).

الكلمات المفتاح: ACI، EUROCODE، CBA، دراسة مقارنة، المقاومة، القوى المحورية، القوى

القص .

LISTE DES FIGURES

Figure	Titre de figure	Page
CHAPITRE II CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX		
Figure II.1	Diagramme contraintes-Déformations réel de Béton selon EUROCODE	14
Figure II.2	Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon ACI	15
Figure II.3	Déformations à long terme d'un cylindre chargé axialement	16
Figure II.4	Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier selon CBA	21
Figure II.5	Diagrammes contrainte-déformation d'aciers de béton armé selon EUROCODE	22
Figure II.6	Diagramme contraintes- déformations d'acier selon ACI	22
Figure II.7	Diagramme contrainte – déformation de béton à ELU	24
CHAPITRE III ACTIONS ET SOLLICITATIONS		
Figure III.1	Diagramme des déformations limites de béton armé	29
Figure III.2	Diagramme des déformations d'un groupe de plusieurs barres tendues	29
Figure III.3	Diagramme parabole-rectangle et diagramme rectangulaire simplifié	30
CHAPITRE IV RESISTANCE D'ELEMENTS AU CISAILLEMENT ET CHARGEMENT AXIAL		
Figure IV.1	Elément soumis à un effort de traction centrée.	40
Figure IV.2	Diagramme des déformations limites des sections.	42
Figure IV.3	Elément sollicité à la compression simple	51
Figure IV.4	Poteau soumis à une force normale de compression passant au (CDG) de la section	52
Figure IV.5	Longueur de flambement des différents cas de poteaux isolés	52
Figure IV.6	Longueur de flambement d'un poteau de bâtiments à étages multiples	53
Figure IV.7	Longueur de flambement (dite efficace)	60
Figure IV.8	Liaisons des extrémités de poteau pour la détermination K_1 et K_2	61

Figure IV.9	Longueur de flambement des différents cas de poteaux isolés	68
Figure IV.10	Poteaux dans un portique de structure	68
Figure IV.11	Moments M_1 et M_2 du premier ordre dans les extrémités d'un poteau.	69
Figure IV.12	Modélisation d'une éprouvette sollicitée au cisaillement.	72
Figure IV.13	Section en béton armé	74
Figure IV.14	Position des armatures transversales et l'angle d'inclinaison des fissures dans une poutre droite	75
Figure IV.15	Dispositions des armatures transversales d'une poutre	77
Figure IV.16	compression des bielles d'about	81
Figure IV.17	Nœud soumis à la compression et à la traction avec armatures dans une direction au niveau de l'appui de rive.	82
Figure IV.18	Nœud à compression, sans tirant au niveau d'un appui intermédiaire	83
CHAPITRE VI EXEMPLE D'APPLICATION		
Figure VI.1	Ferraillage du poteau selon le code CBA	109
Figure VI.2	Ferraillage du poteau selon le code EUROCODE	111
Figure VI.3	Ferraillage du poteau selon le code ACI	112
Figure VI.4	Section des armatures selon le code CBA	114
Figure VI.5	Section des armatures selon le code EUROCODE	117
Figure VI.6	Poteau soumis à un effort de cisaillement	120

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Titre de tableau	Page
CHAPITRE II CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX		
Tableau II.1	Facteur de modification de 30 tests sont disponibles	10
Tableau II.2	Résistance à la compression moyenne requise lorsque le données ne sont pas disponibles pour établir un 'échantillon écart-type	10
Tableau II.3	Valeurs du coefficient k_h	18
Tableau II.4	Types d'aciers utilisés en béton armé	19
CHAPITRE III ACTIONS ET SOLLICITATION		
Tableau III.1	Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi}	35
Tableau III.2	Les Valeurs des coefficients de réduction ψ en fonction des catégories	36
CHAPITRE IV RÉSISTANCE D'ELEMENTS AU CISAILLEMENT ET CHARGEMENT AXIAL		
Tableau IV.1	Contraintes de traction admissible à l'ELS en MPa	43
Tableau IV.2	Contraintes maximales de traction dans les deux cas des fissures	44
Tableau IV.3	valeurs de β_1 en fonction de f_y et f_c	49
Tableau IV.4	Les Valeurs des contraintes tangentes ultimes (MPa) avec $\gamma_b = 1,5$	75
CHAPITRE V COMPARAISON DE CALCULS JUSTIFICATIFS DE RESISTANCE DES SECTIONS AU CISAILLEMENT ET CHARGEMENT AXIAL		
Tableau V .1	Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques de béton	89
Tableau V.2	Comparaison des diagrammes contraintes - déformations réel de béton	91
Tableau V.3	Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques d'acier	93
Tableau V.4	Comparaison des diagrammes contraintes - déformations de l'acier	95
Tableau V.5	Comparaison des contraintes admissibles de béton	96

Tableau V.6	Comparaison des contraintes admissibles d'acier	97
Tableau V.7	Comparaison des Combinaisons à l'ELU	98
Tableau V.8	Comparaison des Combinaisons à l'ELS	99
Tableau V.9	Comparaison des justifications des sections soumises à la traction simple selon les codes CBA ,EUROCODE ,ACI	100
Tableau V.10	comparaison des justifications des sections soumises à la compression simple	101
Tableau V.11	Comparaison des justifications des sections soumises au cisaillement	106
CHAPITRE VI EXMPLE D'APPLICATION		
Tableau VI.1	Comparaison des résultats d'exemple de traction simple	112
Tableau VI.2	Comparaison des résultats d'exemple de compression simple	118
Tableau VI.3	Comparaison des résultats d'exemple de cisaillement	124

Notation

1) Notation relative au code ACI :

A_c : aire d'une section de béton.

A_s : aire de l'armature tendue.

A_g : la surface du béton uniquement et n'inclut pas la surface du vide

D : Actions dues au charges permanentes.

b : largeur de la section de la poutre.

E : Actions dues au séisme

E_c : module d'élasticité du béton.

E_s : module d'élasticité de l'armature.

F : Charge variable due Pression d'un liquide.

f_c' : résistance à la compression spécifiée du béton.

f_r : module de rupture du béton.

f_s : la contrainte ou armatures le plus près de la face tendue à l'état limite de service.

f_y : limite d'élasticité spécifiée de l'armature.

H : Charge variable due poussée des terres.

h : hauteur ou épaisseur la section de la poutre

L : Charge variable d'exploitation.

L_r : Charge variable due au toiture.

R : charges variables de la pluie.

S : charges variables de la neige.

W : charges variables due au vent.

γ_c : masse volumique du béton.

ϵ_s : déformation de l'armature.

λ : coefficient tenant compte du béton léger.

ρ : taux d'armature tendue non précontrainte, égal à $A_s / b.d$.

Ψ_t : facteur utilisé pour modifier la longueur de développement en fonction de l'emplacement du ferrailage

Ψ_e : facteur utilisé pour modifier la longueur de développement en fonction du revêtement des armatures

ρ' : taux d'armature comprimée, égal à A_s' / bd .

σ : contrainte normale efficace.

ϕ : facteur que dépend de type d'acier et la valeur de c et d.

b_w : largeur de la bande, épaisseur de la paroi ou diamètre de la section circulaire, mm

f_{ct} : résistance moyenne à la rupture du béton léger, MPa,

l_e : longueur utile de flambement (efficace)

l_u : longueur libre d'un poteau

K : coefficient dépendant de l'état de liaison des extrémités du poteau.

r : rayon de giration

l_d : longueur de développement en traction d'une barre déformée, d'un fil métallique déformé, d'un renfort de fil métallique soudé lisse ou déformé ou d'un brin précontraint en mm .

M_1 : moment d'extrémité pondéré plus petit sur un membre compressif, à considérer comme positif si le membre est courbé en courbure simple et négatif s'il est courbé en double courbure, N · mm.

M_2 : moment final pondéré plus grand sur le membre de compression.

N_c : force de traction résultante agissant sur la partie de la section du béton soumise à des contraintes de traction sous l'effet combiné des charges de service et de la précontrainte effective, N.

P_0 : force axiale nominale à une excentricité nulle, N.

P_u : force axiale pondérée; à prendre comme positif pour la compression et négatif pour la tension, N.

P_n : résistance axiale nominale de la section, N.

U : résistance requise pour résister aux charges pondérées ou aux moments et forces internes connexes.

V_n : contrainte de cisaillement nominale, en MPa.

V_u : force de cisaillement pondérée à la section, N.

V_s : nominal shear strength provided by shear reinforcement, N.

α : angle defining the orientation of reinforcement.

ϕ : facteur de réduction de la force.

r : rayon de giration de la section transversale d'un élément de compression, mm.

2) Notation relative au code EUROCODE :

A_s : Aire d'une section d'acier.

B : Aire d'une section de béton.

b_w : Largeur de l'âme des poutres en T, en I ou en L

$E_{c, \text{eff}}$: Module d'élasticité effectif du béton.

E_{cd} : Valeur de calcul du module d'élasticité du béton

E_s : Valeur de calcul du module d'élasticité de l'acier de béton armé.

E_b : Module de déformation longitudinale du béton.

E_{fl} : Module de déformation sous fluage.

E_i : Module de déformation instantanée (E_{ij} à l'âge de j jours).

E_v : Module de déformation différée (E_{ij} pour chargement appliqué à l'âge de j jours).

E_q : Séisme.

F : Force ou action en général.

G_k : Valeur caractéristique d'une action permanente

I : Moment d'inertie

L : Longueur ou portée.

$A_{s, \text{min}}$: Aire de la section minimale d'armatures

A_{sw} : Aire de la section des armatures d'effort tranchant

A_c : Aire de la section droite du béton

e : Excentricité

D : Diamètre du mandrin de cintrage

L : Longueur

γ_A : Coefficient partiel relatif aux actions accidentelles A

γ_G : Coefficient partiel relatif aux actions permanentes G

G_k : Valeur caractéristique d'une action permanente

Q_k : Valeur caractéristique d'une action variable

b : largeur ou épaisseur d'une section.

d : Distances du barycentre d'armatures respectivement tendues (et comprimées) à la fibre extrême la plus comprimée.

f_{cd} : Valeur de calcul de la résistance en compression du béton

f_{ck} : Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours.

f_{cm} : Valeur moyenne de la résistance en compression du béton, mesurée sur cylindre

f_{tk} : Résistance caractéristique en traction de l'acier de béton armé.

f_y : Limite d'élasticité de l'acier de béton armé.

f_{yd} : Limite d'élasticité de calcul de l'acier de béton armé.

f_{yk} : Limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé.

f_{ywd} : Limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant

H : Hauteur totale d'une section de béton armé.

i : Initial ou instantané.

j : âge de j jours.

k : Coefficient en général.

η : Coefficient d'équivalence acier-béton

α_e : est le rapport E_s/E_{cm}

γ : Coefficient partiel de sécurité défini dans les Directives Communes.

γ_s : Coefficient partiel relatif à l'acier de béton armé

ε : Déformation relative (ε_b pour le béton, ε_r pour le retrait de béton, ε_s pour l'acier)

ε_{c1} : Déformation relative en compression du béton au pic de contrainte f_c .

ε_{cu} : Déformation relative ultime du béton en compression.

ε_{cd} : Déformation due au retrait de dessiccation.

ε_{ca} : Déformation due au retrait endogène.

θ : Température déviation angulaire ; coefficient sans dimension.

λ : Elancement mécanique d'une pièce comprimée.

ν : Coefficient de Poisson d'une structure en béton, coefficient sans dimension.

σ_c : Contrainte de compression du béton.

N : Effort normal

N_{Ed} : Valeur de calcul de l'effort normal agissant (traction ou compression)

τ : Contrainte tangente de torsion

ϕ : Diamètre d'une barre d'armature

ψ : Coefficients définissant les valeurs représentatives des actions variables

V_{Ed} : Valeur de calcul de l'effort tranchant agissant

3) Notation relative au code CBA :

A_s : Aire totale des armatures.

B : Aire d'une section de béton.

B_r : Aire réduite de béton.

E : Module d'élasticité longitudinale.

E_s : Module d'élasticité de l'acier

E_{v} : Module de déformation différée (E_{ij} pour chargement appliqué à l'âge de t_j).

E_{fl} : Module de déformation sous fluage.

F_A : Force ou action en général.

G : Charges permanentes

I : Moment d'inertie

L : Longueur ou portée.

L_f : Longueur de flambement

N_{ser} : Effort normal de traction, à l'état limite de service

N_u : Effort normal de traction à l'état limite ultime

Q : Action ou charge variable.

S : Actions dues au neige.

S_t : Espacement entre armatures transversale

T : Température

W : Action dues au vent.

V_u : Effort tranchant de calcul de service ou d'utilisation.

b : largeur ou épaisseur d'une section de béton.

b_0 : Largeur de la section de béton.

h : Hauteur totale d'une section de béton armé.

d : Distance entre la fibre supérieure et les armatures inférieures.

f_{bu} : Contrainte limite ultime du béton.

f_{cj} : Résistance caractéristique à la compression à j jour.

f_e : Limite d'élasticité des aciers.

f_{tj} : Résistance caractéristique à la traction à j jour.

i : Rayon de giration de la section de béton.

u : Périmètre de la section de béton

α : Angle d'une armature avec la fibre moyenne d'une pièce linéaire

γ_b : Coefficient de sécurité du béton.

γ_1 : Coefficients de pondération des charges

γ_s : Coefficient de sécurité de l'acier

ε_{bc} : Déformation relative du béton

η : Coefficient de fissuration

λ : Elancement mécanique d'une pièce comprimée.

σ_{st} : Contrainte de traction admissible de l'acier

ν : Coefficient de poisson

ρ : Masse volumique de béton

σ_{bc} : Contrainte de compression dans le béton

$\bar{\sigma}_{bc}$: Contrainte admissible de compression de béton

τ_u : Contrainte de cisaillement ultime

ψ_i : Coefficients définis dans les Directives Communes.

ϕ : Coefficient de fluage

\emptyset_t : Diamètre nominal d'armature transversale.

\emptyset_l : Diamètre nominal d'armature longitudinale

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

I.1 Généralités	1
I.1.1 Avantages et inconvénients du béton armé.....	1
I.2 Description et 'évolution des normes de calcul ACI, EUROCODE et CBA	2
I.3 Objectifs du mémoire.....	5
I.4 Organisation du mémoire	6

CHAPITRE II : CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

II.1 Béton.....	7
II.1.1 Composition de béton.....	7
II.1.2 Méthodes expérimentales.....	8
II.1.3 Caractéristiques physiques et mécaniques.....	8
II.1.3.1. Résistance caractéristique à la compression.....	8
II.1.3.2 Résistance caractéristique à la traction	10
II.1.3.3 Module de Déformations longitudinales du béton.....	12
II.1.3.4 Densité.....	13
II.1.3.5 Coefficient d'expansion thermique.....	13
II.1.3.6 Diagramme contraintes - déformations réel.....	14
II.1.3.7 Coefficient de Poisson.....	15
II.1.3.8 Déformation différées du béton.....	15
II.1.3.8.1 Déformation de longue durée (fluage).....	15
II.1.3.8.2 Retrait.....	17
II.2 Acier.....	18
II.2.1 Types d'aciers.....	19
II.2.2 Caractéristiques physiques et mécaniques.....	20
II.2.2.1 Densité.....	20
II.2.2.2 Coefficient d'expansion thermique.....	21
II.2.2.3 Diagramme contraintes– déformations réel.....	21
II.2.2.4 Module d'élasticité.....	23
II.2.2.5 Coefficient de Poisson (ν_s)	23
II.3 Contraintes admissibles.....	23
II.3.1 Contraintes admissibles de béton.....	23
II.3.2 Contraintes admissibles de l'acier.....	25

CHAPITRE III : ACTIONS ET SOLLICITATIONS

III- Philosophie d'état limite.....	28
III.1-Définition des états limites.....	28
III-2 Les différents états limites.....	28
III.2.1-Etats limites ultimes.....	28
III.2.1.1 Les Hypothèses de L'ELU.....	28

III.2.2-Etats limites de service.....	30
III.2.2.1 Hypothèses à l'ELS.....	30
III.3 Actions et sollicitations.....	31
III.3.1- Les actions.....	31
III.3.2-Situations.....	32
III.3.3 Les sollicitations de calcul.....	33
III.3.4 Combinaisons d'actions.....	33
III.3.4.1 Aux états limites ultimes (ELU).....	33
III.3.4.2 Aux états limites de service (ELS).....	38

CHAPITRE IV : RESISTANCE D'ELEMENTS AU CISAILLEMENT ET CHARGEMENT AXIAL

V.1 Généralité	40
IV.2 Résistances des sections à la traction	40
IV.2.1 Définition	40
IV.2.2 Calcul réglementaire de la traction selon le code CBA	41
IV.2.2.1 Détermination des armatures	41
IV.2.3 Calcul réglementaire selon le code EUROCODE 2	
IV.2.3.1 Hypothèses.....	45
IV.2.3.2 Contraintes admissibles de l'acier à la traction des armatures.....	45
IV.2.3.3 Principe de dimensionnement.....	46
IV.2.3.3.1 Calcul à l'ELU et à l'ELS	46
IV.2.3.4 Maitrise de la fissuration.....	46
IV.2.3.5 Armatures transversales.....	47
IV.2.4 Calcul réglementaire selon le code ACI318-08.....	47
IV.2.4.1 Condition de nonfragilité.....	47
IV.2.4.2 Diamètre minimum et maximum de l'armature.....	47
IV.2.4.3 Distance minimale entre les barres.....	48
IV.2.4.4 Espacement maximal des barres de traction.....	48
IV.2.4.5 Section minimale des armatures.....	48
IV.2.4.6 Section maximal des armatures.....	49
IV.2.4.7 Section des armatures à l'état limite ultime.....	50
IV.2.4.8 Longueur d'ancrage (développement) en traction.....	50
IV.2.4.9 Armatures minimales de traction pour les dalles (traction due au retrait et température).....	51
IV.2.4.10 Espacement maximal des armatures.....	51
IV.3 Résistance des sections à la compression simple.....	51
IV.3 .1 Définition.....	51
IV.3.2 Calcul réglementaire de la compression simple selon le code CBA 93	
IV.3.2.1 Longueur de flambement L_f	52

IV.3.2.2	Elancement.....	53
IV.3.2.3	Disposition constructives.....	54
IV.3.2.4	Justification des poteaux.....	55
IV.3.3	Calcul réglementaire de compression simple selon le code EUROCODE 2	
IV.3.3.1	Longueur de flambement et élancement.....	59
IV.3.3.2	Dimensionnement des armatures	62
IV.3.3.3	Dispositions constructives	64
IV.3.3.4	Armatures transversales.....	65
IV.3.3.5	Enrobage nominal des armatures.....	65
IV.3.4	Calcul réglementaire de compression simple selon le code ACI 318-08	
IV.3.4.1	Sections limites des éléments en compression.....	66
IV.3.4.2	Longueur de d'ancrage (développement) en compression	67
IV.3.4.3	Longueur de flambement	67
IV.3.4.4	Élancement	68
IV.3.4.5	Section d'armature	69
IV.3.4.6	L'espacement maximal des armatures	70
IV.3.4.7	Les armatures transversales	71
IV.3.4.8	L'enrobage des armatures	71
IV.3.4.9	Section totale du poteau	71
IV.4	Résistance des sections au cisaillement	
IV.4.1	Introduction:.....	72
IV.4.1.1	Définition de cisaillement.....	72
IV.4.2	Calcul réglementaire du cisaillement selon le code CBA 93	
IV.4.2.1	Dimensionnement des sections sous sollicitation d'effort tranchant.....	73
IV.4.2.2	Contrainte tangentielle conventionnelle.....	73
IV.4.2.3	Justification des poutres sous sollicitations tangentes.....	74
IV.4.3	Calcul réglementaire au cisaillement selon le code EUROCODE 2	
IV.4.3.1	État de fissuration d'une poutre en béton armé	78
IV.4.3.2	Vérifications de la compression des bielles d'about.....	81
IV.4.4	Calcul réglementaire au cisaillement selon le code ACI 318-08	
IV.4.4.1	Conception de l'armature d'une poutre au cisaillement.....	83
IV.4.4.2	Résistance au cisaillement	83
IV.4.4.3	Résistance au cisaillement fournie par les armatures de cisaillement	87
IV.4.4.4	Calcul des armatures du cisaillement	87
IV.4.4.5	Section d'armatures minimales	88
IV.4.4.6	Limites d'espacement pour les armatures de cisaillement.....	88

CHAPITRE V : COMPARAISON DE CALCULS JUSTIFICATIFS DE RESISTANCE DES SECTIONS AU CISAILLEMENT ET AUX CHARGES AXIALES

V.1 Introduction.....	89
IV.2 Caractéristiques physiques et mécaniques.....	89
IV.3 Contraintes admissibles.....	96
IV.4 Action et sollicitations.....	97
IV.5 Comparaison de la résistance aux charges axiales et au cisaillement.....	99

CHAPITRE VI : EXEMPLES D'APPLICATION

VI.1 Exemple de traction simple	108
VI.1.1 Selon le code CBA.....	108
VI.1.2 Selon le code EUROCODE.....	109
VI.1.3 Selon le code ACI.....	111
VI.2 Exemple de compression simple	113
VI.2.1 Selon le code CBA.....	113
VI.2.2 Selon le code EUROCODE	115
VI.2.3 Selon le code ACI	117
VI.3 Exemple de Cisaillement	119
VI.3.1 Selon le code CBA.....	120
VI.3.2 Selon le code EUROCODE.....	121
VI.3.3 Selon le code ACI.....	123
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	127

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANNEXE I

ANNEXE II

ANNEXE III

ANNEXE IV

ANNEXE V

ANNEXE VI

ANNEXE VII

ANNEXE VIII

ANNEXE IX



CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

I.1- GÉNÉRALITÉ :

La première structure en béton armé a été conçue en 1855 par l'ingénieur français Joseph Lambot. Depuis cette date, ce matériau s'est fortement répandu dans le domaine de la construction.

Le béton armé est un matériau complexe ou, abrégativement, un complexe, constitué par la réunion de deux matériaux que nous admettrons simples : c'est le béton et l'acier, disposés d'une façon à utiliser d'une manière économique et rationnelle les résistances propres de chacun d'eux. On appelle béton : le mélange dans des proportions convenables des granulats (sable, gravier, etc), Liant hydraulique (ciment), eau.

On appelle béton armé le matériau obtenu en ajoutant au béton des barres en acier. Ces barres en acier sont généralement appelées armatures.

Dans l'association béton et acier, le béton résiste aux efforts de compression et l'acier résiste aux efforts de traction et éventuellement aux efforts de compression si le béton ne suffit pas pour prendre tous les efforts de compression qui existent.

Une construction sera appelée béton armé si les deux matériaux participent à la résistance de l'ensemble.

I.1.1 Avantages et inconvénients du béton armé :

I.1.1.1 Avantages :

- ✚ L'intérêt économique : Le béton est le moins coûteux des matériaux résistant à la compression et susceptible d'être associé à d'autres éléments.
- ✚ La souplesse d'utilisation : le béton étant mis en place dans des moules (coffrage) à l'état pâteux ; il est possible de réaliser des constructions aux formes les plus variées et les armatures peuvent être facilement liées. Les assemblages entre différents éléments en béton se réalisent par simple contact.
Le béton armé se prête facilement à la préfabrication en usine.
- ✚ Economie d'entretien : les constructions en béton armé ne nécessitent aucun entretien tandis que les constructions métalliques ont besoin d'être peintes régulièrement.
- ✚ Résistance au feu : les constructions en béton armé se comportent beaucoup mieux en cas d'incendie que les constructions métalliques ou en bois. Le béton, grâce à sa mauvaise conductibilité thermique retarde les effets de la chaleur sur les armatures, il est possible de remettre en service la construction après les réparations superficielles ce qui est impossible pour les constructions métalliques. Cette propriété a permis d'utiliser le béton armé dans certaines parties des fours.
- ✚ Résistance aux efforts accidentels : le béton armé en raison de son poids important est moins sensible aux variations de surcharges que d'autres modes de constructions.
- ✚ Résistance au tassement du sol.
- ✚ Résistance aux variations de surcharge.

- ✚ Durabilité : le béton armé résiste bien à l'action de l'eau et de l'air, la seule condition à observer est la protection des armatures.

I.1.1.2 Inconvénients :

- ✚ Le poids : les ouvrages en béton armé sont plus lourds que les autres types de constructions.
- ✚ L'exécution : pour exécuter un ouvrage en béton armé il faut :
 - Le placement des armatures.
 - Préparation de coffrage qui demande beaucoup de temps et un travail de charpente important. Ce coffrage doit rester en place jusqu'à ce que le béton atteigne une résistance suffisante.
 - Pendant et après les mises en place du béton, il faut prendre des précautions pour le protéger contre le gel et l'évaporation de l'eau.
 - Le contrôle de la qualité du matériau perfectionné lors du gâchage.
- ✚ Brutalité des accidents : les accidents qui surviennent d'un ouvrage en béton armé sont en général soudains ou brutaux, en général ces accidents sont dus à des erreurs de calculs ou de réalisations.
- ✚ Difficulté de modification d'un ouvrage déjà réalisé : il est difficile de modifier un élément déjà réalisé.

I.2 Description et 'évolution des normes de calcul ACI, EUROCODE et CBA :

A) ACI (American Concrete Institute) :

American Concrete Institute ACI au début appelé Association Nationale des Utilisateurs de ciment, est une association technique et pédagogique à but non lucratif qui élabore des normes, fondée en janvier 1905 lors d'une convention à Indianapolis. Le siège de l'Institut est actuellement situé à Farmington Hills, dans le Michigan, aux États-Unis.

ACI est l'une des principales autorités du monde dans la technologie du béton. Il a comme mission de fournir des connaissances et des informations afin d'avoir la meilleure utilisation du béton dans l'industrie.

En 1908, le premier siège officiel de l'Association nationale des utilisateurs de ciment (NUAC : National Association of Cement Users) fut établi au bureau de Richard Humphrey qui a été élu comme premier président.

En 1910 le premier "code du bâtiment" en béton armé fut apparu.

En juillet 1913, le nom de l'association NACU fut changée à l'American Concrete Institute (ACI).

Entre 1945 et 1949, le premier code ACI fut délivré, en 1983 les règles et les commentaires du code ACI apparurent côte à côte pour la première fois.

Evolution du code depuis son apparition est comme suit :

- + 1910 NACU Standard No. 4 Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete
- + 1920 American Concrete Institute Standard Specifications No. 23
- + 1927 Reinforced Concrete Building Design and Specifications
- + 1936 Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 501-36T)
- + 1941 Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 318-41)
- + 1947,1951,1956 Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-47) (ACI 318-51), (ACI 318-56)
- + 1963,1971 Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63) (ACI 318-71)
- + 1973-1974-1975-1976 Supplement to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)
- + 1977- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77), his Commentary (ACI 318R-77)
- + 1980- Supplement to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77)
- + 1983- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83), his Commentary (ACI 318R-83)
- + 1986- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83) (Revised 1986)
- + 1989- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89)
- + 1992- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89) (Revised 1992)
- + 1995-1999-2002-2005-2008 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95) (ACI 318R-99) (ACI 318R-02) (ACI 318R-05) (ACI 318R-08)

-Domaine d'application :

Le code est destiné à couvrir tous les bâtiments de types habituels, et les types d'ouvrages en béton.

B) EUROCODE (Norme Européenne) :

Les Eurocodes sont un ensemble d'une soixantaine de normes européennes, d'application volontaire, destinées à harmoniser les méthodes de calcul utilisables pour vérifier la stabilité

et le dimensionnement des différents éléments constituant des bâtiments ou des ouvrages de génie civil, quels que soient les types d'ouvrages ou de matériaux.











-Origine du programme des Eurocodes :

En 1975, la Commission des Communautés Européennes arrêta un programme d'actions dans le domaine de la construction. L'objectif du programme était l'élimination d'obstacles aux échanges et l'harmonisation des spécifications techniques.

Dans le cadre de ce programme d'actions, la Commission prit l'initiative d'établir un ensemble de règles techniques harmonisées pour le dimensionnement des ouvrages.

En 1989, la Commission et les États Membres de l'Union Européenne (UE) et de l'AELE (l'Association Européenne de Libre-Echange) décidèrent, sur la base d'un accord entre la Commission et le CEN (Comité Européenne de Normalisation), de transférer au CEN, par une série de Mandats, la préparation et la publication des Eurocodes, afin de leur donner par la suite un statut de normes européennes.

Le programme des Eurocodes Structuraux comprend les normes suivantes, chacune étant, en général, constituée d'un certain nombre de Parties :

-  EN 1990 Eurocode 0 : Bases de calcul des structures
-  EN 1991 Eurocode 1 : Actions sur les structures
-  EN 1992 Eurocode 2 : Calcul des structures en béton
-  EN 1993 Eurocode 3 : Calcul des structures en acier
-  EN 1994 Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton
-  EN 1995 Eurocode 5 : Calcul des structures en bois
-  EN 1996 Eurocode 6 : Calcul des structures en maçonnerie
-  EN 1997 Eurocode 7 : Calcul géotechnique
-  EN 1998 Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes
-  EN 1999 Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium

Les normes Eurocodes reconnaissent la responsabilité des autorités réglementaires dans chaque État Membre et ont sauvé le droit de celles-ci de déterminer, au niveau national, des valeurs relatives aux questions réglementaires de sécurité, là où ces valeurs continuent à différer d'un État à l'autre.

-Domaine d'application des Eurocodes 2 :

L'Eurocode 2 s'applique au calcul des bâtiments et des ouvrages de génie civil en béton non armé, en béton armé ou en béton précontraint. Il est conforme aux principes et exigences de sécurité et d'aptitude au service des ouvrages et aux bases de calcul et de vérification données dans l'EN 1990 : Bases de calcul des structures.

L'Eurocode 2 ne traite que ce qui concerne les exigences de résistance mécanique, d'aptitude au service, de durabilité et de résistance au feu des structures en béton. Les autres exigences, celles relatives aux isolations thermiques et acoustiques, par exemple, ne sont pas abordées.

C) CBA (Règle de Conception et de Calcul des structures en Béton Armé) :

"Règles de conception et de calcul des structures en béton armé", en abrégé "C.B.A. 93", a pour objet de spécifier les principes et les méthodes les plus actuels devant présider et servir à la conception et aux calculs de vérification des structures et ouvrages en béton armé, et s'applique plus spécialement aux bâtiments courants.

Il s'inscrit en droite ligne dans la philosophie du premier document de base du schéma technique réglementaire national, savoir le DTR BC 2.1 "Principes généraux pour vérifier la sécurité des ouvrages" qui fixe les méthodes modernes de vérification des structures basées sur la théorie des états limites et qui est lui-même issu de la norme internationale ISO 2394-1973.

C'est le premier règlement technique national en la matière et qui vient se substituer officiellement et définitivement à une pratique admise jusqu'à présent et qui consistait à utiliser les règlements français existants à savoir le "CBA 68" basé sur la théorie des "contraintes admissibles" (domaine élastique), et plus récemment "le BAEL 80, puis 83" qui était enseigné depuis une dizaine d'années dans les instituts de génie civil.

Dans une période de transition allant jusqu'au 31 Décembre 1996, ce règlement le CBA 93 pourra concurremment être utilisé avec les autres règlements étrangers.

- Domaine d'application :

Les présentes règles de calculs sont applicables à tous les ouvrages et constructions en béton armé, soumis à des ambiances s'écartant peu des seules influences climatiques, et dont le béton est constitué de granulats naturels normaux, avec un dosage en ciment au moins égal à 300 kg / m³ de béton mis en œuvre.

Restent en dehors du domaine des présentes règles :

- Les constructions en béton non armé.
- Les constructions en béton constitué de granulats légers.
- Les constructions en béton caverneux ou cellulaire mixtes acier -béton.
- Les éléments soumis en service à des températures s'écartant sensiblement de celles qui résultent des seules influences climatiques.

I.3- Objectifs du mémoire :

Cette étude consiste à analyser le comportement au cisaillement et au chargement axial des éléments en béton armé selon les guides Américains ACI, les normes Européennes EUROCODE et le code Algérien CBA 93. Cette étude comparative permet de mettre en relief les concordances et les différences existences entre ces trois codes en termes de calculs

justificatifs de résistances des sections en béton armé au cisaillement et charges axiales. Les résultats de cette comparaison vont constituer une banque de données pour une éventuelle révision du code de béton Algérien CBA 93.

I.4- Organisation du mémoire :

La structure du mémoire suit la méthodologie choisie. Elle est constituée de 6 chapitres :

- Chapitre I :

Ce chapitre donne des généralités sur le béton armé et définitions des trois codes à savoir l'ACI, EUROCODE et CBA ainsi que l'objectif principal de ce travail.

- Chapitre II :

Ce chapitre présente les caractéristiques des matériaux, acier et béton et les contraintes admissibles établies par les trois codes ACI, EUROCODE et CBA 93.

- Chapitre III :

Ce chapitre comprend une définition de la philosophie des états limites, les actions et calcul des sollicitations, et les combinaisons d'actions aux états limites ultimes (ELU) et aux états limites de service (ELS) selon les trois codes ACI , EUROCODE et CBA 93.

- Chapitre IV :

Ce chapitre est consacré à l'étude de la résistance au cisaillement due à l'effort tranchant et la résistance des éléments de structure sollicités par des charges axiales selon les trois codes ACI , Eurocode et CBA.

- Chapitre V:

On présente des comparaisons sur les méthodes de calcul des résistances au cisaillement et charges axiales selon les codes ACI, EUROCODE et CBA 93 avec interprétations des points concordants et les différences marquantes.

- Chapitre VI :

Ce chapitre présente un exemple numérique suivi par les principales conclusions obtenues de cette étude, clôturées par des propositions et recommandations générales comme contribution pour une éventuelle révision du code Algérien (CBA).



CHAPITRE II

CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

II. Caractéristiques des matériaux selon l'ACI, EUROCODE et CBA

Ce chapitre comporte l'étude des caractéristiques des matériaux, acier et béton, établies par les trois codes ACI-EUROCODE-CBA.

II.1 Béton :

II.1.1 Composition de béton :

Le béton est un matériau composite constitué de granulats gros et fins (gravier ou pierre concassée, sable), de ciment et d'eau. Le mélange entre le ciment et l'eau forme une pâte qui durcit. La pâte de ciment hydraté et le sable constituent le mortier. Celui-ci a pour rôle de se lier avec les gros granulats pour former un conglomérat solide. Les adjuvants et les additions servent à améliorer certaines caractéristiques du béton frais ou durci.

1) Le ciment :

Le ciment est un liant hydraulique : la réaction chimique entre la poudre de ciment et l'eau produit un minéral artificiel insoluble. Plus les grains de ciment sont fins, plus cette réaction (hydratation) s'opère rapidement. Le durcissement a lieu aussi bien à l'air que sous eau.

2) l'eau :

L'eau est indispensable à la fabrication du béton. Son rôle est double, puisqu'elle permet à la fois d'hydrater le ciment (25%), et d'apporter la fluidité désirée (75%).

-L'hydratation du ciment : l'eau entraîne la prise du ciment et le durcissement du béton.

-La fluidité : l'eau permet d'obtenir un matériau malléable, qui peut être coulé dans un coffrage. En revanche, elle doit être dosée avec précaution, sans quoi elle peut entraîner une perte de résistance.

3) le granulats :

Le granulats est composé de grains minéraux de tailles variables, dont les plus communs portent les noms de "sable" et de "gravier". Ils entrent dans la composition du béton et le mortier.

Le sable et le gravier constituent le « squelette » du béton. Ils contribuent pleinement à la résistance du matériau.

3) l'adjuvant :

L'adjuvant est un produit qui est incorporé au moment du mélange du béton. Il en améliore les caractéristiques à l'état frais ou durci.

Son dosage est inférieur à 5% de la masse du poids de ciment.

Il intervient sur plusieurs paramètres : la résistance, la fluidité, le temps de prise, la perméabilité.

A) La fluidité : elle est apportée par les plastifiants et les super plastifiants. Ces produits accroissent également la résistance du béton à l'état durci.

B) Le temps de prise : il peut être régulé par intégration d'un accélérateur ou d'un retardateur de prise.

C) La perméabilité : elle peut être augmentée par l'incorporation d'un entraîneur d'air, qui crée des microbulles dans le béton. A l'inverse, l'hydrofuge de masse limite la pénétration de l'eau dans les pores et les capillaires du béton.

II.1.2 Méthodes expérimentales : Les méthodes de formulation de béton les plus utilisées sont les suivantes :

- Méthode de Bolomey.
- Méthode d'Abrams.
- Méthode de Faury.
- Méthode de Baron et Lesage.
- Méthode de Dreux et Gorisse

II.1.3 Caractéristiques physiques et mécaniques :

II.1.3.1. Résistance caractéristique à la compression :

Le béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours, dite « résistance caractéristique spécifiée ».

A) Selon le code de CBA :

Pour l'établissement des projets, dans les cas courants, un béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours, dite valeur caractéristique requise (ou spécifiée). Celle-ci, notée f_{c28} , est choisie à priori, compte tenu des possibilités locale ; et des régies de contrôle qui permettent de vérifier qu'elle est atteinte.

Lorsque des sollicitations s'exercent sur un béton dont l'âge de j jours (en cours d'exécution) est inférieur à 28, on se réfère à la résistance caractéristique f_{cj} obtenue au jour considéré.

On peut admettre que pour $j \leq 28$ résistances f_{cj} des bétons non traités thermiquement suivent approximativement les lois suivantes :(Article A.2.1.1.1, CBA 93)

$$f_{cj} = \frac{j}{4.67+0.83j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} \leq 40\text{MPa} \quad (\text{II.1})$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1.40+0.95j} f_{c28} \quad \text{pour } f_{c28} > 40\text{MPa} \quad (\text{II.2})$$

Les bétons à haute résistance contenant des ultra -fines actives peuvent avoir une loi d'évolution intermédiaire entre les deux précédentes.

Pour justifier la résistance des sections, la valeur f_{cj} est conventionnellement bornée supérieurement à f_{c28} Pour d'autres types de vérifications, on peut admettre une valeur au plus égale à $1,10 f_{c28}$ lorsque l'âge dépasse 28 jours, à condition que le Béton ne soit pas traité thermiquement et que sa résistance f_{c28} atteigne au plus 40 MPa.

On peut alors évaluer la valeur de f_{cj} par la première formule ci-dessus pour $28 < j < 60$, avec

$$f_{cj} = 1.1 f_{c28} \text{ pour } j \geq 60.$$

Dans tous les cas la résistance à la compression est mesurée par compression axiale de cylindres droits de révolution de 200 cm^2 de section et d'une hauteur double de leur diamètre.

B) Selon le code EUROCODE :

La résistance de calcul en compression est définie comme (article 3.1.2, (1) Page 26 EN 1992-1-1:2004)

La résistance en compression du béton à l'âge t dépend du type de ciment, de la température et des conditions de cure. Pour une température moyenne de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ et une cure conforme à l'EN 12390, la résistance en compression du béton à différents âges t , $f_{cm}(t)$, peut être estimée à l'aide des expressions suivantes :

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad (\text{II.3})$$

$$\beta_{cc} = \exp \left\{ s \left[1 - \left(28 / t \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$f_{cm}(t)$: est la résistance moyenne en compression du béton à l'âge de t jours.

f_{cm} : est la résistance moyenne en compression du béton à 28 jours, conformément au (voir le tableau d'annexe I)

β_{cc} : est un coefficient qui dépend de l'âge t du béton

t : est l'âge du béton, en jours

S : est un coefficient qui dépend du type de ciment :

$S = 0,20$ pour les ciments de classe de résistance CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R (Classe R).

$S = 0,25$ pour les ciments de classe de résistance CEM 32,5 R, CEM 42,5 N (Classe N).

$S = 0,38$ pour les ciments de classe de résistance CEM 32,5 N (Classe S)

C) Selon le code ACI :

Le béton est défini par sa résistance à la compression spécifiée f_c' et qui ne doit pas être inférieur à 17 MPa (Article 1.1.1 ACI 318M-08), cette résistance est déduite d'essais effectués à 28 jours d'âge sur des cylindres d'environ $15 \times 30 \text{ cm}^2$ (article 5.3.3.2 ; Page 318-69 ACI 318-08).

Lorsqu'on dispose d'une expérience antérieure portant sur les mêmes matériaux constitutifs et les mêmes conditions de fabrication que celle prévues, la résistance moyenne requise f_{c_r}' est déterminée par des essais d'au moins 30 éprouvettes consécutives, de manière à respecter la condition. (Article 5.3.2; Page 318-69 ACI 318-08).

$$f_c' \leq 35 \text{ MPa} \rightarrow \max (f_{cr}' = f_c' + 1,34S_s ; f_{cr}' = f_c' + 2,33S_s - 3,45) \quad (\text{II.5})$$

$$f_c' > 35 \text{ MPa} \rightarrow \max (f_{cr}' = f_c' + 1,34S_s ; f_{cr}' = 0,90f_c' + 2,33S_s) \quad (\text{II.6})$$

$$S_s = (\sum (x_i - \bar{x}) / (n-1))^{1/2} \quad (\text{II.7})$$

Avec :

S_s : L'écart-type en [MPa]

x_i : La résistance individuel des essais tels que définis à l'article 5.6.2.4.

\bar{x} : Moyenne des résultats des tests d'intensité n.

n : Nombre d'essais de résistance consécutifs.

Lorsque le nombre d'essais (éprouvette) est situé entre 15 et 30, l'écart-type S_s est augmenté d'un facteur donné par le tableau II.1 si dessous :

Tableau II.1 Facteur de modification de 30 tests sont disponibles

Nombre des essais	Facteur de modification de l'écart-type S_s [MPa]
15	1,16
20	1,08
25	1,03
30 et plus	1,00

Tableau II.2 Résistance à la compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un échantillon d'écart-type

Nombre des essais	
Moins de 15	
$f_c' < 21 \text{ MPa}$	$f_{cr}' = f_c' + 7$
$21 \text{ MPa} \leq f_c' \leq 35 \text{ MPa}$	$f_{cr}' = f_c' + 8,3$
$f_c' > 35 \text{ MPa}$	$f_{cr}' = 1,10 f_c' + 5$

II.1.3.2 Résistance caractéristique à la traction :

A) Selon le code de CBA :

La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours, notée f_{ij} est conventionnellement définie par la relation :

$$f_{ij} = 0,6 + 0,06 f_{cj} \quad (\text{II.8})$$

Dans laquelle f_{ij} et f_{cj} sont exprimées en MPa (ou N/mm²). Cette formule est valable pour les valeurs de $f_{cj} < 60$ MPa (Article A.2.1.1.2, CBA93).

B) Selon le code EUROCODE :

La résistance en traction se rapporte à la contrainte maximale atteinte sous chargement en traction uni-axiale centrée. Pour la résistance à la traction en flexion, il convient de se reporter à (Article 3.1.8 EN 1992-1-1 :2004)

Lorsque la résistance en traction est déterminée comme la résistance en traction par fendage $f_{cc,sp}$, il est possible de prendre, pour la résistance en traction directe f_{ct} , une valeur approchée égale à :

$$f_{ct} = 0,9 f_{cc,sp} \quad (\text{II.9})$$

L'évolution de la résistance en traction avec le temps dépend fortement des conditions de cure et de séchage ainsi que des dimensions des éléments structuraux considérés. En première approximation, on peut admettre que la résistance en traction $f_{ctm}(t)$ vaut : (Article 3.1.2 ,(9) page 27 EN 1992-1-1 : 2004) :

$$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha \cdot f_{ctm} \quad (\text{II.10})$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 && \text{pour } t < 28. \\ \alpha &= 2/3 && \text{pour } t \geq 28. \end{aligned}$$

Les valeurs de f_{ctm} sont données (voir le tableau d'annexe I).

C) Selon le code ACI :

Le code note que la résistance caractéristique à la traction par fendage du béton f_{ct} dépend de f'_c et λ via la relation suivante : (Article 8.6; R8.Page 318-107 ACI 318-08)

$$f_{ct} \approx 0,56 \lambda \sqrt{f'_c} \quad (\text{II.11})$$

la résistance caractéristique à la traction par flexion du béton f_r dépend de f'_c et λ via la relation suivante :

$$f_r \approx 0,62 \lambda \sqrt{f'_c} \quad (\text{II.12})$$

$$\lambda = f_{ct} / (0,56 \sqrt{f'_c}) \leq 1 \quad (\text{II.13})$$

où f_{ct} , f_c' et f_r en MPa

Avec : λ est un facteur qui reflète la basse résistance à la traction du béton léger.

Pour un béton léger sableux $\lambda = 0,85$, et $\lambda = 0,75$ pour tous les autres bétons légers. Cependant, $\lambda = 1$ pour les bétons normaux.

II.1.3.3 Module de Déformations longitudinales du béton :

A) Selon le code CBA :

Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 heures, on admet à défaut de mesures, qu'à l'âge de j jours, le module de déformation longitudinale instantanée du béton E_{ij} est égal à : (Article A.2.1.2.1, CBA 93).

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{II.14})$$

f_{cj} (exprimé en MPa) désignant la résistance caractéristique à la compression à j jours.

le module de déformation longitudinale différée : (Article A.2.1.2.2, CBA93)

$$E_{vj} = 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{II.15})$$

B) Selon le code EUROCODE :

Les déformations élastiques du béton dépendent largement de la composition de celui-ci (notamment des granulats). Il convient de considérer les valeurs données dans la présente norme comme des valeurs indicatives, valables pour des applications générales. Il convient cependant de les déterminer de manière explicite si la structure est considérée comme sensible aux écarts éventuels par rapport à ces valeurs générales.

Le module d'élasticité du béton dépend du module d'élasticité de ses constituants. Des valeurs approchées de E_{cm} , module sécant entre $\sigma_c = 0$ et $0,4f_{cm}$, pour des bétons contenant des granulats de quartzite. Pour des granulats calcaires et des granulats issus de grès, il convient de réduire la valeur de 10 % et 30 % respectivement tandis qu'il convient de l'augmenter de 20 % pour des granulats issus de basalte.

NOTE L'Annexe Nationale du pays peut faire état d'informations complémentaires non contradictoires.

L'évolution du module d'élasticité en fonction du temps peut être évaluée par :

$$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t) / f_{cm})^{0,3} E_{cm} \quad (\text{II.16})$$

Expression dans laquelle $E_{cm}(t)$ et $f_{cm}(t)$ sont les valeurs à l'âge t (jours) et E_{cm} et f_{cm} les valeurs déterminées à 28 jours. La relation entre $f_{cm}(t)$ et f_{cm} est donnée par l'expression :

$$f_{cm}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha \cdot f_{cm} \quad (\text{II.17})$$

C) Selon le code de ACI:

Le module d'élasticité de béton, E_c en MPa, est donné par l'expression suivante (article 8.5.1; Page 318-107 ACI 318M-08) :

$$E_c = \gamma_c^{1.5} \times 43\sqrt{f'_c} \cdot 10^{-3} \quad (\text{II.16})$$

γ_c : La masse volumique de béton comprise entre 1440 ÷ 2560 kg/m³

f'_c : La résistance du béton à la compression, en [MPa].

Pour les bétons normaux (masse volumique : 2500 kg/m³)

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad (\text{II.17})$$

II.1.3.4 Densité :**A) Selon le code CBA :**

La masse volumique du béton armé est prise égale à 25 KN/m³ (ou 2,5 t/m³) ou (2500kg/ m³) (Article A.3.1.2.1, CBA93).

B) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur pour la masse volumique des bétons normaux, mais juste pour les bétons de granulats légers dont la masse volumique est inférieure ou égale à 2200 kg/m³ et qui est constitué ou qui contient une certaine proportion de granulats légers naturels ou artificiels dont la masse volumique est inférieure à 2000 kg/m³. (Article 11.1.1, (4) Page 168 EN 1992-1-1:2004).

C) Selon le code ACI :

Le béton normal a une densité variante entre 2155 kg/m³ et 2555 kg/m³, et qui est normalement prise comme 2315 à 2400 kg/m³. (Article R2.2 ; Page 318-31 ACI 318-08).

II.1.3.5 Coefficient d'expansion thermique :

La dilatation thermique est l'expansion à pression constante du volume d'un corps occasionnée par son réchauffement, généralement imperceptible, il y a dilatation à pression constante ou maintien du volume et augmentation de la pression lorsque la température augmente.

On peut calculer pour les matériaux la variation de longueur et donc de volume en fonction de la variation de température :

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L} \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{II.18})$$

Avec :

ΔL : Variation de longueur en mètre (m).

α : Coefficient de dilatation linéaire en degré Celsius puissance moins un (1/°C) ;

L_0 : Longueur initiale en mètre (m).

$\Delta t = t - t_0$ la variation de température en degré Celsius (°C).

A) Selon le code CBA :

Les déformations linéaires à considérer entre les températures initiales moyennes au moment de la réalisation de l'ouvrage (généralement comprises entre + 10° et + 25°) et les températures extrêmes peuvent être évaluées en admettant forfaitairement un coefficient de dilatation du béton armé égal à $10.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. (Article A.3.1.3.3, CBA93).

B) Selon le code EUROCODE :

À défaut d'informations plus précises, le coefficient linéaire de dilatation thermique peut être pris égal à $10.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. (Article 3.1.3, (5) Page 28 EN 1992-1-1:2004).

C) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de coefficient de dilatation.

II.1.3.6) Diagramme contraintes - déformations réel :**A) Selon le code CBA :**

Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.

B) Selon le code EUROCODE :

EUROCODE présente le diagramme contraintes-déformations réel de béton dans la figure ci-dessous : (Page 32 EN 1992-1-1:2004)

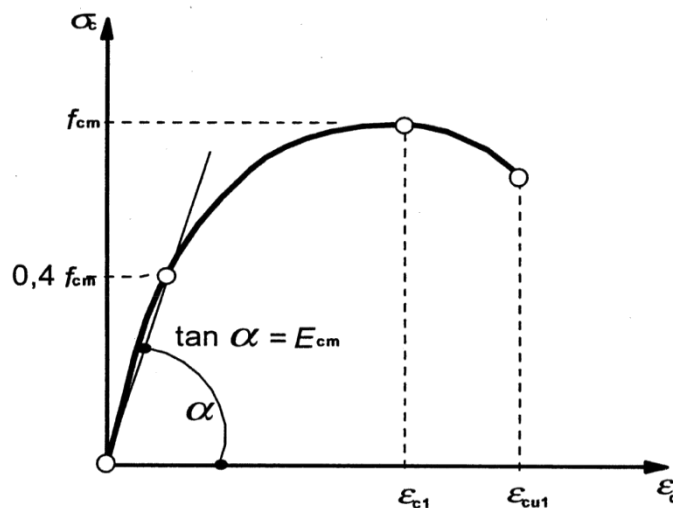


Figure II.1 Diagramme contraintes-Déformations réel de Béton selon EUROCODE

Les valeurs de ϵ_{c1} et ϵ_{cu1} , dépendent des classes de résistance du béton (voir le tableau D'annexe I).

A) Selon le code ACI :

La forme générale de ce diagramme se compose d'une courbe ascendante culminant à une abscisse comprise entre $1,5.10^{-3}$ et 2.10^{-3} suivie d'une branche descendante s'étendant jusqu'à une déformation

ultime pouvant aller de 3.10^{-3} à plus de 8.10^{-3} . Dans les cas les plus courants, la valeur à retenir est comprise entre 3.10^{-3} .

(Article R10.2.6; Page 318-130 ACI 318-08)

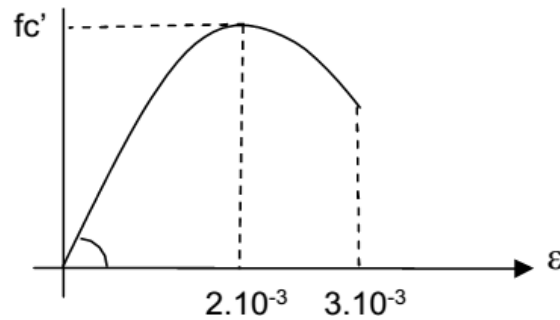


Figure II.2 : Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon ACI

II.1.3.7) Coefficient de Poisson :

Le rapport de la déformation latérale à la déformation longitudinale est appelé le coefficient de Poisson :

$$V = \frac{d/d}{l/l} \quad (\text{II.19})$$

d/d : Déformation latérale (transversale).

l/l : Déformation longitudinale.

A) Selon le code CBA :

Le coefficient de Poisson est pris égal à 0,2 pour le calcul des déformations et à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations. (Article A.2.1.3 CBA 93).

B) Selon le code EUROCODE :

Le coefficient de Poisson peut être pris égal à 0,2 pour le béton non fissuré et à 0 pour le béton fissuré. (Article 3.1.3, (4) Page 28 EN 1992-1-1:2004)

C) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson

II.1.3.8) Déformation différées du béton :

II.1.3.8.1) Déformation de longue durée (fluage) :

Le fluage c'est l'augmentation dans le temps de la déformation relative sous des contraintes permanentes, ça veut dire si l'on maintient l'effort constant, l'éprouvette va se déformer. La figure (II.3) présente les déformations à long terme d'un cylindre chargé axialement.

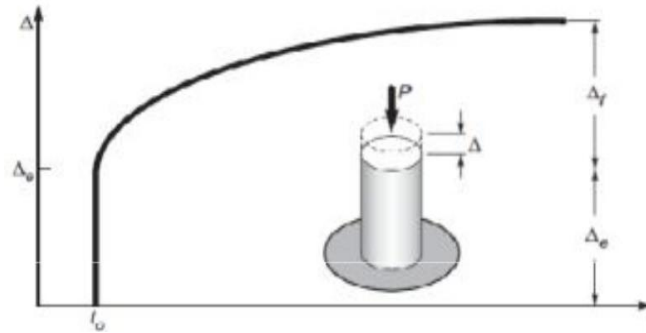


Figure II.3 : Déformations à long terme d'un cylindre chargé axialement

Le taux de fluage diminue dans le temps et la déformation de fluage atteint sa valeur limite maximale pour un temps infini pratiquement au bout de 3 à 5 ans.

Le fluage est influencé par l'humidité relative (il augmente si l'humidité relative diminue).

A) Selon le code CBA :

Les déformations longitudinales de longue durée dues au fluage final du béton sont doubles de celles dues aux mêmes contraintes supposées de courte durée et appliquées au même âge.

Dans ce cas le module de déformation longitudinale différée est donné par la formule.

(Article A.2.1.2.2, CBA93) :

$$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3} = 3700 (f_{cj})^{1/3} \quad (\text{II.20})$$

D'où :

E_{ij} : le module de déformation longitudinale instantanée du béton Avec f_{cj} (exprimé en MPa)

B) Selon le code EUROCODE :

Le coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ est fonction de E_c , le module tangent, qui peut être pris égal à $1,05 E_{cm}$. Dans les cas où une grande précision n'est pas requise, la valeur obtenue à l'aide de la Figure d'annexe III peut être considérée comme le coefficient de fluage, sous réserve que le béton ne soit pas soumis à une contrainte de compression supérieure à $0,45 f_{ck}(t_0)$ à un âge t_0 , âge du béton au moment du chargement.

La déformation de fluage du béton à l'instant t_∞ , $\epsilon_{cc}(\infty, t_0)$ sous une contrainte de compression constante σ_c appliquée à l'âge du béton t_0 , est donnée par : (Article 3.1.4, (2), Page 28 EN 1992-1-1:2004)

$$\epsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c) \quad (\text{II.21})$$

C) Selon le code ACI :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et il indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait. (Article 9.2.3; Page 318- 117 ACI 318-08)

II.1.3.8.2) Retrait :

A) Selon le code CBA :

A défaut de mesures, on estime que le raccourcissement unitaire dû au retrait atteint les valeurs suivantes dans le cas de pièces non massives à l'air libre (article A.2.1.2.2, CBA93) :

$\epsilon_r = 2.10^{-4}$ - climat humide zone A de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie.

$\epsilon_r = 3.10^{-4}$ - climat tempéré sec zone B de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie.

$\epsilon_r = 4.10^{-4}$ - climat chaud et sec zones B, C et D₁ de la carte climatique provisoire de l'Algérie.

$\epsilon_r = 5.10^{-4}$ - climat très sec ou désertique "zones D₂ et D₃" de la carte de zonage.

B) Selon le code EUROCODE :

La déformation totale de retrait se compose de la déformation due au retrait de dessiccation et de la déformation due au retrait endogène. La déformation due au retrait de dessiccation évolue lentement, car elle est fonction de la migration de l'eau à travers du béton durci. La déformation due au retrait endogène se développe au cours du durcissement du béton : elle se produit par conséquent en majeure partie aux cours des premiers jours suivant le coulage. Le retrait endogène est une fonction linéaire de la résistance du béton. Il convient d'en tenir compte de manière spécifique lorsque du béton frais est coulé au contact de béton durci.

Par conséquent, la déformation totale de retrait ϵ_{cs} est égale à :

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (\text{II.22})$$

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \epsilon_{ca}(\infty) \quad (\text{II.23})$$

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \epsilon_{cd0} \quad (\text{II.24})$$

Expression dans laquelle :

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (\text{II.25})$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 t^{0,5}) \quad (\text{II.26})$$

et :

$$\beta_{ds}(t, t_s) = [(t - t_s) / (t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}] \quad (\text{II.27})$$

Où :

ε_{cs} : est la déformation totale de retrait.

ε_{cd} : est la déformation due au retrait de dessiccation.

ε_{ca} : est la déformation due au retrait endogène.

$\varepsilon_{cd,0}$: est la valeur nominale du retrait de dessiccation non gêné .Les valeurs de $\varepsilon_{cd,0}$ sont données dans la tableau d'annexe II.

$\varepsilon_{cd,\infty}$: La valeur finale du retrait de dessiccation.

f_{ck} : est la résistance caractéristique en compression du béton à 28 jours

t : temps exprimé en jours.

k_h : est un coefficient dépendant du rayon moyen h_0 , conformément au Tableau II.4

t_s : est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation (ou gonflement). Normalement, ceci correspond à la fin de la cure.

Tableau II.3 Valeurs du coefficient k_h

h_0	K_h
100	1.00
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

C) Selon le code ACI :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait. (Article 9.2.3; Page 318- 117 ACI 318-08)

II.2 Acier :

L'acier est un alliage métallique ferreux, qui est d'ailleurs principalement composé de fer, l'élément additionnel étant le carbone, qui n'est présent qu'à l'état de traces infimes. Selon les

aciers, la teneur en carbone est comprise entre environ 0,005 % et 1,5 % en masse. Elle monte très rarement jusqu'à 2 %.

Pourtant, c'est bien cette teneur en carbone, si infime soit-elle, qui confère à l'acier, de manière assez complexe, les propriétés que l'on lui reconnaît. Par exemple, plus la teneur en carbone d'un acier est importante (dans les limites indiquées ci-dessus), plus l'acier est dur.

Tableau II.4 Types d'aciers utilisés en béton armé

Type	Désignation	Limite d'élasticité
Ronds lisses	FeE215	215
	FeE235	235
Barres HA	FeE400	400
	FeE500	500
Fils tréfilés HA et	FeTE500	500
Treillis soudés HA	TSHA	500
Treillis soudés lisses	TSL	500

II.2.1 Types d'aciers :

A- Les ronds lisses "RL" : Ce sont des aciers doux, laminés à chaud et de surface lisse, en forme de barres, de section circulaire. Les diamètres généralement utilisés sont les suivants : 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 – 40 mm.

B- Acier à haute adhérence "HA" :

Elles sont obtenues par laminage à chaud d'un acier naturellement dur. Les barres à haute adhérence ont une section sensiblement circulaire qui présente des nervures d'une hauteur de 0,5 à 3 mm (la hauteur est suivant le diamètre). L'augmentation de l'adhérence béton –acier est obtenue grâce à la forme des barres présentant des nervures en saillies à leur surface afin d'assurer la transmission des efforts.

Les diamètres des barres à haute adhérence utilisés sont :

6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 -20 – 25 – 32 – 40 mm.

C- Les treillis soudés "TS" :

Ils sont utilisés pour ferrailer rapidement des éléments plans tels que les voiles, dalles et dallages. Ils sont disponibles en rouleaux ou en panneaux et sont constitués par des fils se croisant perpendiculairement et soudés électriquement à leurs croisements.

Les diamètres couramment utilisés sont les suivants : 3 - 3,5 - 4 - 4,5 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 12 mm.
Les espacements entre fils porteurs : 75-100-125-150 -200 mm, Les espacements entre fils de répartition : 100 -150 -200 -250-300 mm.

Classes d'acier :

A) Selon le code CBA :

1-Acier haute adhérence (HA) : on distingue généralement deux types d'acier HA

FeE400 de limite d'élasticité $f_e = 400$ MPa.

FeE500 de limite d'élasticité $f_e = 500$ MPa.

2-Acier rond lisse (RL) :

FeE215 dont la limite d'élasticité $f_e = 215$ MPa.

FeE235 dont la limite d'élasticité $f_e = 235$ MPa.

B) Selon le code EUROCODE :

Les règles d'application relatives au dimensionnement et aux dispositions constructives figurant dans le présent Eurocode sont valables pour une gamme de la limite d'élasticité spécifiée, telle que $f_{yk} = 400$ à 600 MPa. (Article 3.2.2, (3), Page 36 EN 1992-1- 1:2004)

C) Selon le code ACI :

D'après ACI les classes d'acier sont : (annexe A1.1, page 607 ; M. SETAREH et R. DARVAS Concrete Structures)

Grade 40 ($f_y = 276$ MPa)

Grade 50 ($f_y = 345$ MPa)

Grade 60 ($f_y = 414$ MPa)

Grade 75 ($f_y = 517$ MPa)

Grade 80 ($f_y = 552$ MPa)

Grade 100 ($f_y = 690$ MPa)

Grade 120 ($f_y = 827$ MPa)

II.2.2 Caractéristiques physiques et mécaniques :

II.2.2.1 Densité :

A) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

B) selon le code EUROCODE :

La valeur moyenne de la masse volumique peut être supposée égale à $7\,850\text{ kg/m}^3$.

(Article 3.2.7, (3), Page 38 EN 1992-1:2004)

C) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

II.2.2.2 Coefficient d'expansion thermique :**A) Selon le code CBA :**

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

B) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

C) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

II.2.2.3 Diagramme contraintes– déformations réel :**A) Selon le code CBA :**

-Le diagramme déformation (ϵ_s) contraintes (σ_s) est conventionnellement défini ci-dessous.

-Il est cependant loisible d'utiliser une forme de courbe se rapprochant du diagramme réel de l'acier employé à condition de se référer à la valeur garantie de la limite d'élasticité f_e et de contrôler la résistance prise en compte pour l'allongement relatif de 10%. (Article A.2.2.2, CBA93).

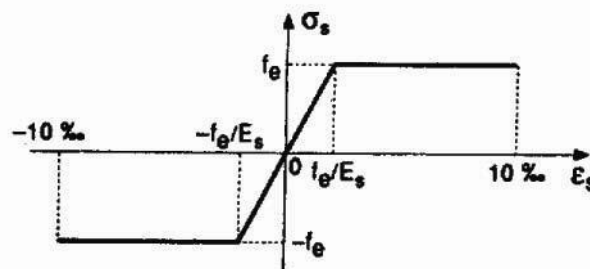


Figure II.4 : Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier selon CBA

Avec :

$\bar{\sigma}_{st}$: Contrainte de traction admissible de l'acier. $\bar{\sigma}_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

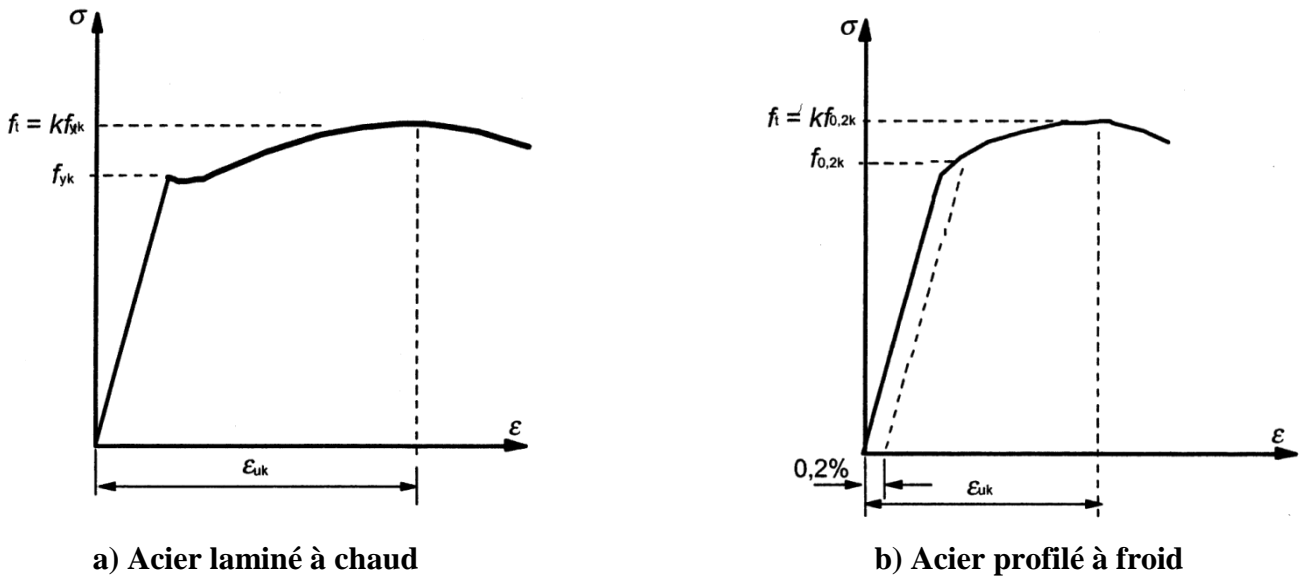
γ_s : coefficient de sécurité de l'acier :

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoire.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

B) Selon le code EUROCODE :

La Figure présente des courbes contrainte-déformation pour des aciers laminés à chaud et des types d'aciers profilés à froid. (Article 3.2.4,(2),page 36 En1992-1-1 :2004)



a) Acier laminé à chaud

b) Acier profilé à froid

Figure II.5 : Diagrammes contrainte-déformation d'aciers de béton armé selon EUROCODE

(La contrainte de traction et la déformation apparaissent en valeurs absolues)

C) Selon le code ACI :

La forme des diagrammes ($\sigma_s - \epsilon_s$) n'est pas précisée dans le code ACI lui-même, le commentaire (article R10.2.4 ; Page 318-129 ACI 318-08) indique que l'on peut admettre un diagramme bilinéaire avec une droite issue de l'origine, de pente E_s et un palier horizontal d'ordonnée f_y .

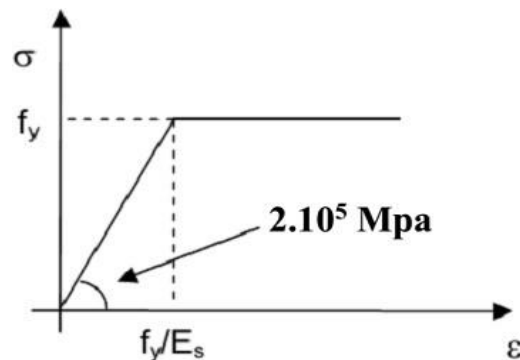


Figure II.6 Diagramme contraintes- déformations d'acier selon ACI

II.2.2.4 Module d'élasticité :**A) Selon le code CBA :**

Le module d'élasticité longitudinale de l'acier E_s est pris égal à 200000 MPa (N/mm^2) (ou encore 2.000.000 bars). (Article A.2.2.1, CBA93).

B) Selon le code EUROCODE :

La valeur de calcul du module d'élasticité E_s peut-être supposée égale à 200 GPa. (Article 3.2.7 ,(4) ,Page 38 EN 1992-1-1:2004)

C) Selon le code ACI :

Le module d'élasticité est pris égale à : $E_s = 2.10^5$ MPa

II.2.2.5 Coefficient de Poisson (ν) :

En compression comme en traction, la déformation longitudinale est aussi accompagnée d'une déformation transversale. Le coefficient de Poisson ν est défini comme suit :

$$\nu = \frac{\text{Déformation transversale}}{\text{Déformation longitudinale}} \quad (\text{II.28})$$

A) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

B) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

C) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

II.3 Contraintes admissibles selon l'ACI, EUROCODE et CBA :**II.3.1 Contraintes admissibles de béton :****II.3.1.1 Selon le code ACI :**

La contrainte admissible du béton égalé à:

$$\sigma_c = 0.85 f_c' \quad (\text{II.29}) \quad (\text{Article 10.2.7 ACI 318-08}).$$

II.3.1.2 Selon le code EUROCODE :**A) Aux états limites ultimes (ELU) :**

Le code n'indique aucune valeur de $\bar{\sigma}_c$, mais (article 5.2, Béton Armé Eurocode2 de S.Multon) indique que le raccourcissement relatif du béton est limité à :

• En flexion à 3,5 ‰ et en compression à 2‰ et que la contrainte ultime de compression de béton est :

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{II.30})$$

$$\alpha_{cc} = 1$$

$\gamma_c = 1.5$ pour les situations durables ou transitoires

$\gamma_c = 1.2$ pour les situations accidentelles.

B) Aux états limites de service (ELS) :

Le code n'indique aucune valeur de $\bar{\sigma}_c$ mais (article 5.1, Béton Armé Eurocode2 de S.Multon) indique que la compression du béton est limitée à :

$$\bar{\sigma}_c = 0,6 f_{ck} \quad (\text{II.31})$$

Avec f_{ck} est la résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours.

II.3.1.3 Selon le code CBA :

A) Compression

A.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

Le diagramme déformations ϵ_b contraintes σ_{bc} du béton pouvant être utilisé dans tous les cas est le diagramme de calcul dit "parabole-rectangle".

Il comporte un arc de parabole du second degré d'axe suivi d'un segment de droite parallèle à l'axe des déformations ϵ_{bc} et tangent à la parabole en son sommet. Ce segment s'étend entre les valeurs 2‰ et 3,5‰ de la déformation ϵ_{bc} .

L'arc de parabole s'étend de l'origine des coordonnées jusqu'à son sommet de coordonnées

$$\epsilon_{bc} = 2‰ \quad \text{et} \quad \sigma_{bc} = \frac{0,85 f_{cj}}{\theta \gamma_b}$$

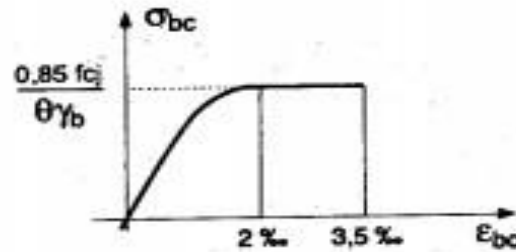


Figure II.7 Diagramme contrainte – déformation de béton à ELU

La contrainte limite ultime est donnée par :

$$\bar{\sigma}_{bc} = \frac{0,85 f_{cj}}{\theta \gamma_b} \quad (\text{II.32}) \quad (\text{article A.4.3.4.1, CBA93})$$

Avec :

θ : Coefficient d'application des actions considérées qui est donné en fonction de la durée d'application des combinaisons d'actions, il vaut :

$\theta = 1$ lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'actions considérée est supérieure à 24 h.

$\theta = 0,9$ si cette durée est comprise entre 1 h et 24h.

$\theta = 0,85$ si elle est au plus égale à 1 h .

γ_b : coefficient de sécurité du béton.

$\gamma_b = 1,15$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_b = 1,5$ pour les situations durables ou transitoire .

A.2 Aux états limites de service (ELS) :

Ils correspondent à des conditions normales d'exploitation et de durabilité. Il n'est pas suffisant qu'une construction soit stable et résistante, il est aussi nécessaire qu'elle ne présente pas une fissuration ou des déformations excessives. L'état limite de fissuration et de déformation de service à la compression est donné comme suit :

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj} \quad (\text{II.33}) \quad (\text{article A.4.5.2., CBA93})$$

B) Cisaillement :

La résistance au cisaillement ultime ($\bar{\tau}_u$) pour les armatures droites ($\alpha = 90^\circ$) est donnée par les expressions suivantes :

1. Dans le cas d'une fissuration peu nuisible :

$$\bar{\tau}_u = \min \left[\frac{0,2 f_{c28}}{\gamma_b}; 5\text{MPa} \right] \quad (\text{II.34})$$

2. Dans le cas d'une fissuration préjudiciable et très préjudiciable :

$$\bar{\tau}_u = \min \left[\frac{0,15 f_{c28}}{\gamma_b}; 4\text{MPa} \right] \quad (\text{II.35})$$

II.3.2 Contraintes admissibles de l'acier :**II.3.2.1 Selon le code ACI :**

Le code n'indique aucune valeur de $\bar{\sigma}_{st}$ (page 4, TN331_ACI_floor_design_040509).

-Cisaillement :

$$V_{\max} = 0,17 \sqrt{f_c'} b_w d + 0,66 \sqrt{f_c'} b_w d \quad (\text{II.36})$$

Pour les détails voir chapitre IV page 87.

II.3.2.2 Selon le code EUROCODE :**A.1- Aux états limites ultimes (ELU) :**

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{II.37})$$

f_{yk} : limite élastique de l'acier.

γ_s : coefficient de sécurité de l'acier.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoires

A.2 Aux états limites de service (ELS) :

$$\bar{\sigma}_s = 0,8 f_{yk} \quad (\text{II.38})$$

B- Cisaillement :

$$V_{Rd,c} = \max (C_{Rd,c} K (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}; V_{\min}) + K_1 \sigma_{cp} b_w d \quad (\text{II.39})$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \Theta \quad (\text{II.40})$$

Pour les détails voir chapitre IV page 79.

II.3.2.3 Selon le code CBA :

A.1- Aux états limites ultimes (ELU) :

$$\bar{\sigma}_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (\text{II.41})$$

f_e : limite élastique de l'acier.

γ_s : coefficient de sécurité de l'acier.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoires

A.2 Aux états limites de service (ELS) :

Il est nécessaire de réduire le risque des fissures. Pour limiter l'ouverture de ces dernières, on est amené à limiter les contraintes dans les armatures tendues sous l'action des sollicitations de service.

D'après les règles CBA (article A.4.5.3), on distingue trois cas de fissuration :

A-fissuration peu-préjudiciable :

La fissuration est considérée comme peu-préjudiciable, lorsque l'élément à vérifier est situé dans les locaux couverts. Aucune vérification n'est demandée et la contrainte dans les aciers n'est pas limitée .

B-Fissuration préjudiciable :

La fissuration est considérée comme préjudiciable lorsque les éléments en cause sont exposés aux intempéries ou à des condensations, ou peuvent être alternativement noyés et émergés en eau douce.

La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs suivantes :

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 2/3 f_e ; 110 (\eta f_{tj})^{1/2} \} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{II.42}) \quad (\text{article A.4.5.3.3., CBA93})$$

Avec :

f_e : limite élastique de l'acier.

η : coefficient de fissuration qui dépend de type d'acier :

$\eta = 1,3$ pour les aciers HA de diamètre $< 6\text{mm}$.

$\eta = 1,6$ pour les aciers HA de diamètre $> 6\text{mm}$.

$\eta = 1$ pour les aciers ronds lisses .

f_{tj} : la résistance caractéristique à la traction du béton exprimée en MPa.

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{II.43})$$

C- Fissuration très préjudiciable :

La fissuration est considérée comme très préjudiciable lorsque les éléments en cause sont exposés à un milieu agressif ou bien doivent assurer une étanchéité. La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs suivantes :

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 0,5 f_e ; 90 (\eta f_{tj})^{1/2} \} \quad (\text{II.44}) \quad (\text{article A.4.5.3.4., CBA93})$$



CHAPITRE III

ACTIONS ET SOLLICITATIONS

III- Philosophie d'état limite :

Le calcul aux états limites est un outil de base pour le calcul et l'évaluation des structures de génie civil et un moyen d'uniformiser les codes et les normes traitant du calcul des structures.

III.1-Définition des états limites :

Un état limite est un état dans lequel se trouve une structure ou un élément de structure et tel que, s'il est dépassé dans le sens défavorable, cette structure ou cet élément ne répond plus aux fonctions pour les quelles il est conçu.

On distingue deux catégories d'états limites : les états limites ultimes dont le dépassement équivaut à la ruine de la structure, et les états limites de service dont le non respect compromet la durabilité de l'ouvrage ou contrarie les conditions d'exploitation habituelles.

III-2 Les différents états limites :

III.2.1-Etats limites ultimes :

Ils correspondent à la valeur maximale de la capacité portante de la construction et dont le déplacement entraîne la ruine de la construction. On distingue ainsi :

- ✚ l'état limite ultime d'équilibre statique qui concerne la stabilité de l'ouvrage : c'est la perte de la stabilité d'une partie ou de l'ensemble de la construction (le renversement).
- ✚ l'état limite de résistance de l'un des matériaux de construction : c'est la perte de résistance soit du béton soit de l'acier.
- ✚ l'état limite ultime de forme (flambement) : les pièces élancées soumises à des efforts de compression subissent des déformations importantes et deviennent instable.

III.2.1.1 Les Hypothèses de L'ELU :

1-Les sections droites planes restent planes après la déformation.

2-Il n'y a pas de glissement relatif entre le béton et l'acier. La déformation de deux matériaux est la même. Il résulte de cette hypothèse que les déformations des fibres sont proportionnelles à leurs distances par rapport à l'axe neutre.

$$\alpha = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_s} \rightarrow \varepsilon_s = \frac{1-\alpha}{\alpha} * \varepsilon_{bc} \quad \text{ou} \quad \varepsilon_{bc} = \frac{\alpha}{1-\alpha} * \varepsilon_s \quad (\text{III.1})$$

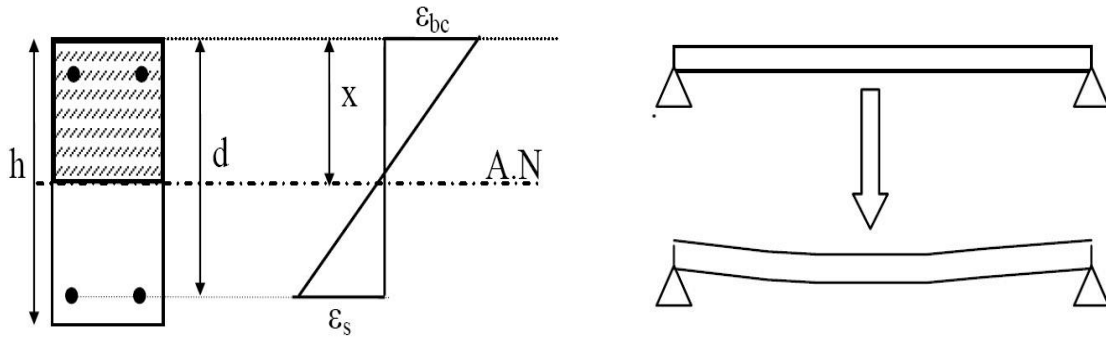


Figure III.1: Diagramme des déformations limites de béton armé

3-La résistance du béton tendu est négligée.

4-On suppose concentré en leur centre de gravité, la section d'un groupe de plusieurs barres tendues ou comprimées, si l'erreur commise sur les déformations unitaires ne dépasse pas 15%.

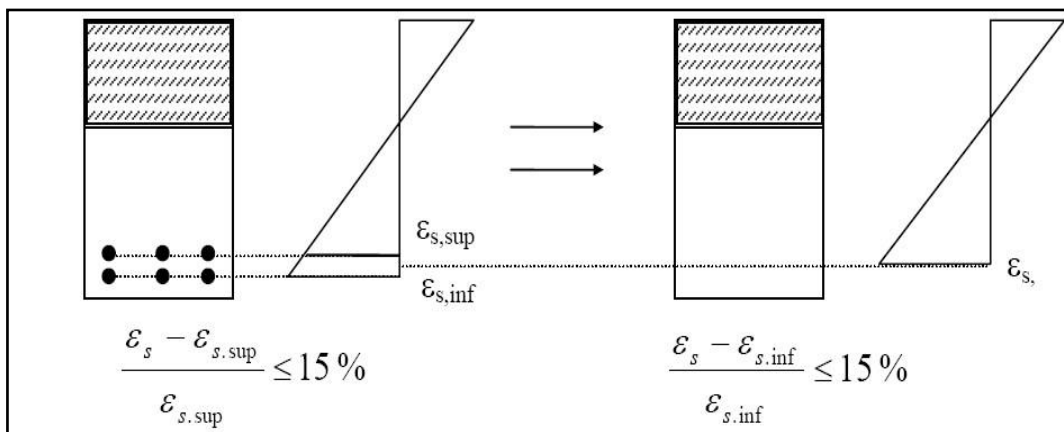


Figure III.2 : Diagramme des déformations d'un groupe de plusieurs barres tendues

5-Le diagramme contrainte-déformation du béton pouvant être utilisé dans tout les cas sera le diagramme parabole-rectangle. Lorsque la section n'est pas entièrement comprimée, On peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié défini comme suit:

sur une distance de $0,2.x$ à partir de l'axe neutre, la contrainte sera considérée comme nulle.

Sur la distance qui reste, la contrainte selon le CBA sera égale à : $\frac{0,85 f_{cj}}{\theta \gamma_b}$ (III.2)

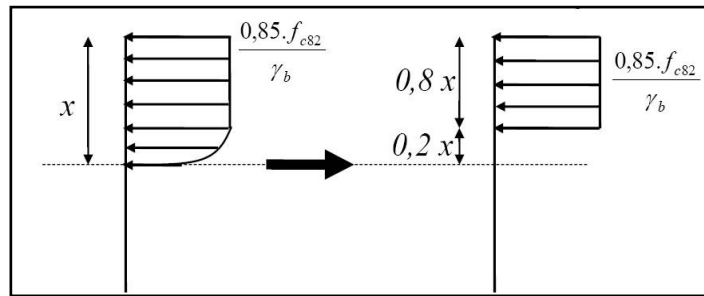


Figure III.3 : diagramme parabolique-rectangle et diagramme rectangulaire simplifié

6-Le raccourcissement unitaire du béton selon le code CBA est limité de 3,5‰ en compression et l’allongement unitaire des aciers sera limité à 10‰.

III.2.2-Etats limites de service :

Les états limites de service au-delà desquels ne sont plus satisfaites les conditions normales d’exploitation ou de durabilité (déformation excessive, ouverture excessive de fissure) , on distingue :

- a- l’état limite de service vis-à-vis de la compression de béton : cette limitation à pour but d’empêcher la formation des fissures.
- b- l’état limite de service d’ouverture des fissures : il consiste à assurer que les armatures sont convenablement disposées dans la section et les contraintes ne dépassent pas la valeur limite.
- c- l’état limite de service de déformation : il consiste à vérifier que les déformations sont inférieures à des déformations limites.

Note :

Un ouvrage devrait satisfaire à la fois à des conditions d’état limite ultime et d’état limite de service.

III.2.2.1 Hypothèses à l’ELS :

- 1-Les sections droites planes avant déformation restent planes après déformation
- 2-la résistance du béton tendu est négligée
- 3-Le béton et l’acier sont considérés comme des matériaux linéairement élastiques.la loi de Hooke est applicable → $\sigma = E \cdot \epsilon$

$$\begin{aligned} \sigma &= E_b \cdot \epsilon_b \\ \sigma &= E_a \cdot \epsilon_a \end{aligned} \Rightarrow \epsilon_b = \epsilon_s \Rightarrow \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s}{E_s} \Rightarrow \sigma_s = \sigma_b \cdot \frac{E_s}{E_b}$$

On a : $n = \frac{E_s}{E_b}$ n appelé coefficient d'équivalence.

4-On ne tient pas compte du fluage de béton et du retrait.

5-On suppose concentré en leur centre de gravité un ensemble de plusieurs barres.

-Hypothèses à l'ELS de compression du béton :

La contrainte de compression du béton est limitée à $0,6.f_{c28}$.

$$\sigma_b \leq 0,6 f_{c28} \quad (\text{III.3})$$

Ce risque n'existe que dans le cas où le pourcentage d'armature est élevé.

$$\frac{A}{b.d} \geq 2\%. \quad (\text{III.4})$$

III.3 Actions et sollicitations selon l'ACI, Eurocode et CBA :

Ce chapitre analyse les actions et calcul des sollicitations ainsi les combinaisons d'actions aux états limites ultimes (ELU) et aux états limites de service (ELS) selon les trois codes.

III.3.1- Les actions :

On appelle actions, les forces et les charges appliquées aux déformations imposées. On distingue trois types d'actions :

- ✚ actions permanentes.
- ✚ actions variables (d'exploitations).
- ✚ actions accidentelles.

Les valeurs attribuées à ces diverses actions sont des valeurs caractéristiques : c'est à dire qu'elles tiennent compte du caractère aléatoire de la valeur des actions (en d'autres termes, il n'est pas possible de déterminer avec précision la valeur de telle ou telle action). Elles sont donc issues d'un calcul probabiliste et acceptent le risque que dans 5% ou 10% des cas la valeur réelle de ces actions dépasse (cas défavorable) la valeur caractéristique retenue.

A- Actions permanentes :

Ce sont des actions continues dans l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps. Elles sont désignées par G ou D selon le code. Elles comportent :

- ✚ Poids propre de la structure : calculé d'après les dimensions prévues aux dessins d'exécution, la masse volumique du béton armé étant pris égale à $2,5 \text{ t/m}^3$.
- ✚ Les charges des superstructures, des équipements fixes.
- ✚ Les efforts dus à des poussées des terres ou à des liquides dont le niveau est peu variable.
- ✚ Aux déformations imposées à la construction (précontraintes).

B- actions variables :

Ce sont des actions dont l'intensité varie fréquemment et d'une façon importante dans le temps. La durée d'application est très faible par rapport aux durées de vie de constructions. Les valeurs de ces charges sont fixées par le règlement, en fonction des conditions d'exploitation de la construction. Elles sont désignées par Q ou L selon le code utilisé. Elles comportent :

- ✚ Charges d'exploitation (ratio d'utilisateurs, de véhicules, etc.) classées par durée d'application (provisoire, longue durée).
- ✚ Charges climatiques (neige et vent).
- ✚ Effets thermiques.
- ✚ Charges non permanente appliquées aux cours de l'exécution.

C- Actions accidentelles :

Ce sont des actions provenant de phénomènes se produisant rarement avec une faible durée d'application. A titre d'exemple, on peut citer:

Les séismes : ces actions sont à prendre en compte suivant les combinaisons du règlement parasismique de la région.

- ✚ Le choc des véhicules, des bateaux ou encore des avions contre les éléments d'une structure.
- ✚ Les cyclones et tempêtes tropicales.
- ✚ Les effets induits par la rupture d'un remblai suite à une crue exceptionnelle.
- ✚ Les effets induits par les glissements de terrains contre les flancs d'une construction.
- ✚ Les explosions accidentelles dans un complexe industriel.

Les actions accidentelles autres que le séisme ne sont à considérer que si des documents d'ordre public ou le marché les prévoient.

III.3.2-Situations :

Les états limites distinguent principalement 2 types de situation :

III.3.2.1 Situation durable :

La durée d'application est du même ordre que la durée de vie de la construction.

III.3.2.2 Situation temporelle :

La durée d'application est beaucoup plus faible que la durée de vie de la construction, on trouve :

- Situations transitoires.
- Situations accidentelles.

III.3.3 Les sollicitations de calcul :

Pour une combinaison d'action donnée, on calcule les sollicitations, c-à-d, le moment de flexion, le moment de torsion, l'effort normal et l'effort tranchant à l'aide des méthodes de la résistance des matériaux, ou d'autres méthodes.

III.3.4 Combinaisons d'actions :

Pour une situation donnée, il convient de rechercher les combinaisons d'action les plus dangereuses. Car la sécurité une fois assurée pour celle-ci le sera pour toutes les autres .

Trois types de combinaisons sont à envisager :

- Combinaisons fondamentales (ELU).
- Combinaisons accidentelles (ELU).
- Combinaisons rares (ELS).

III.3.4.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

A) Selon le code ACI :

D'après l'article C9.2(Page 318-403 ACI 318-08), il existe les types d'action suivants :

- Charges permanentes (D).
- Charge variable d'exploitation (L).
- Charge de vent (W).
- Séisme (E).
- Neige (S).
- Pluie (R).
- Charge variable de toiture (L_r).
- Poussée des terres (H).
- Pression d'un liquide (F).
- Effet cumulé des déformations imposées (température, retrait, fluage, tassements différentiels des appuis) (T).

La force requise U doit être au moins égale aux effets des charges pondérées dans les équations de (III.5) à (III.14)

- Combinaisons tenant en compte de l'action de la pression d'un liquide et les déformations imposées :

$$U = 1,4 (D + F) \quad (III.5)$$

$$U = 1,2 (D + F+ T) + 1,6 (L+ H) + 0,5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (III.6)$$

- Combinaisons accidentelles :

$$U = 1,2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_{L,L} \quad (\text{III.7})$$

$$U = 1,2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + 0,8W \quad (\text{III.8})$$

$$U = 1,2D + 0,5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_{L,L} + \beta_w.W \quad (\text{III.9})$$

$$U = 0,9D + \beta_w.W + 1,6H \quad (\text{III.10})$$

$$U = 0,9D + \beta_w.W \quad (\text{III.11})$$

$$U = 1,2D + 0,2 S + \gamma_{L,L} + \alpha_E.E \quad (\text{III.12})$$

$$U = 0,9D + \alpha_E.E + 1,6H \quad (\text{III.13})$$

$$U = 0,9D + \alpha_E.E \quad (\text{III.14})$$

Avec:

$\gamma_{L,L} = 1$ dans le cas des parkings, d'une place de rassemblement public et les surfaces où $L > 480 \text{ Kg/m}^2$.

$\gamma_{L,L} = 0,5$ dans les autres cas.

$\beta_w = 1,6$ si W est réduit par un facteur de direction, si non $\beta_w = 1,3$.

$\alpha_E = 1,4$ si E est basée sur l'effort sismique de niveau de service, si non $\alpha_E = 1$.

B) Selon le code EUROCODE :

D'après l'article 2.3(Page 8; YANNICK.SIEFFERT "Le Béton armé selon L'Eurocode2")

on a :

A-Combinaisons Fondamentales :

$$\sum \gamma_{Gj,\text{sup}} . G_{Kj,\text{sup}} + \sum \gamma_{Gj,\text{inf}} . G_{Kj,\text{inf}} + \gamma_{Q,1} . Q_{K1} + \sum \gamma_{Qi} . \psi_{0i} . Q_{ki} \quad (\text{III.15})$$

Avec :

$G_{kj,\text{sup}}$ ou $G_{kj,\text{inf}}$: actions permanentes d'origines différentes.

$\Psi_{1,1} . Q_{k1}$: valeur fréquente de l'action variable dominante.

$\Psi_{2,i} . Q_{K,i}$: valeur quasi-permanente des actions variables dominantes ou d'accompagnement.

Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi} sont résumées dans le tableau (III.1) :

Tableau III.1 Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi}

	Action Permanents (γ_{Gj})	Actions variables (γ_{Qi})	
		Dominante avec sa valeur caractéristique	Accompagnement avec leur valeur de combinaison
Effet favorable	$\gamma_{Gj,inf} = 1,00$	0	0
Effet Défavorable	$\gamma_{Gj,sup} = 1,35$	1,50	1,50

- Cas de bâtiment :

✚ Lorsqu'uniquement l'action variable la plus défavorable est considérée :

$$\sum 1,35G_{Kj,sup} + \sum G_{Kj,inf} + 1,5Q_{K1} \quad (III.16)$$

✚ Lorsque toutes les actions variables sont considérées :

$$\sum 1,35G_{Kj,sup} + \sum G_{Kj,inf} + 1,5Q_{K1} + \sum 1,5\psi_{0i}.Q_{ki} \quad (III.17)$$

B-Combinaisons accidentelles ou sismiques :

Ces combinaisons font intervenir les actions accidentelles. Un choc, la neige, le vent et les actions sismiques peuvent être des actions variables ou accidentelles.

Les actions accidentelles sont habituellement de courte durée mais de grandeur significative et dont la probabilité d'occurrence pendant la durée du projet est très faible.

- Pour les situations de projets accidentels :

$$\sum G_{Kj} + A_d + \begin{cases} \Psi_{1,1} \\ \text{ou} \cdot Q_{K,1} + \sum \Psi_{2,i} \cdot Q_{K,i} \\ \Psi_{2,1} \end{cases} \quad (III.18)$$

Le choix de $\Psi_{1,1}$ et $\Psi_{2,1}$ dépend de la situation accidentelle du projet .

- pour les situations de projets sismiques :

$$\sum G_{Kj} + A_{Ed} + \sum \Psi_{2,i} \cdot Q_{K,i} \quad (III.19)$$

Avec:

A_d : valeur représentative de l'action accidentelle.

A_{Ed} : valeur représentative de l'action sismique.

Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi} sont résumées dans le tableau (III.2) :

Tableau III.2 Valeurs des coefficients de réduction ψ en fonction des catégories

Action	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Catégorie A : habitation, zones résidentielles	0.7	0.5	0.3
Catégorie B : bureaux	0.7	0.5	0.3
Catégorie C : lieux de réunion	0.7	0.7	0.6
Catégorie D : commerces	0.7	0.7	0.6
Catégorie E : stockage	1.0	0.9	0.8
Catégorie F : zone de trafic, véhicule de poids ≤ 30 KN	0.7	0.7	0.6
Catégorie G : zone de trafic, véhicules entre 30 à 160 KN	0.7	0.5	0.3
Catégorie H : toits	0	0	0
Charge de neige pour les bâtiments situés > 1000 m	0.7	0.5	0.2
Charge de neige pour les bâtiments situés ≤ 1000 m	0.5	0.2	0
Charge dues au vent sur les bâtiments	0.6	0.2	0
Action de la température (hors incendie) dans les bâtiments	0.6	0.5	0

C) Selon le code CBA :

Les sollicitations à considérer résultent des combinaisons d'actions ci-après dont on retient les plus défavorables.

A-Combinaisons Fondamentales :

D'après l'article A.3.3.2.1, lors des situations durables ou transitoires, il y a lieu de considérer la combinaison d'action suivante :

$$1,35G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3\Psi_{0i} Q_i \quad (\text{III.20})$$

Avec :

- G_{\max} : ensemble (somme) des actions permanentes défavorables.
- G_{\min} : ensemble (somme) des actions permanentes favorables.
- Q_1 : action variable dite de base.
- Q_i : autres actions variables dites d'accompagnement avec leur coefficient Ψ_{0i} (avec $i > 1$).

$$\gamma_{Q1} = \begin{cases} \gamma_{Q1} = 1,5 \text{ dans le cas général.} \\ \gamma_{Q1} = 1,35 \text{ pour la température ; les charges d'exploitation étroitement bornées ou de caractère particulier ; les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine (et sans action humaine permanente).} \end{cases}$$

Ψ_{0i} : Coefficient intervient dans les combinaisons fondamentales (ELU) et dans les combinaisons rares (ELS) .

-Cas de bâtiment :

$$1,35 G_{\max} + G_{\min} + \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 1,35[T] \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Q_B \\ W \\ S \end{array} \right\} + 1,3 \left\{ \begin{array}{l} 0,77 W \\ 0,77 S \\ \Psi_0 Q_B \\ 0,77 W + \Psi_0 Q_B \\ 0,77 S + \Psi_0 Q_B \\ 0,77 W + 0,77 S \end{array} \right\} + 0,8T \quad (III.21)$$

Avec :

Q_B : Charges d'exploitation du bâtiment.

W : Vent.

S : Neige.

T : Température.

Ψ_0 :les valeurs de Ψ_0 relatives aux charges d'exploitation sont définies dans l'annexe d'article C.2.1, CBA93.

- La valeur de Ψ_0 est égale à 0,77 pour tous les locaux à l'exception des archives et des parcs de stationnement pour les quels sa valeur est de 0,9.

- Les effets de la température ne sont généralement pas pris en compte ; s'ils doivent intervenir en tant qu'action de base, ils sont introduits avec le coefficient 1,35.

B-Combinaisons Accidentelles : (Article A.3.3.2.2, CBA93)

Si elle ne sont pas définie par des textes spécifiques , la combinaison d'actions à considérer est :

$$G_{\max} + G_{\min} + F_A + \Psi_{11} \cdot Q_1 + \sum \Psi_{2i} \cdot Q_i \quad (III.22)$$

Avec :

- F_A : valeur nominale de l'action accidentelle.

- $\Psi_{11} Q_1$: valeur fréquente d'une action variable.

- $\Psi_{2i} Q_i$: valeur quasi permanente d'une action variable.

III.3.4.2 Aux états limites de service (ELS) :**A) Selon le code ACI :**

- Combinaisons tenant en compte de l'action de la pression d'un liquide et les déformations imposées :

$$U = D + F \quad (\text{III.23})$$

$$U = D + H + F + L + T \quad (\text{III.24})$$

$$U = D + H + F + (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (\text{III.25})$$

$$U = D + H + F + 0.75(L + T) + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (\text{III.26})$$

- Combinaisons accidentelles :

$$U = D + H + F + (W \text{ ou } 0.7E) \quad (\text{III.27})$$

$$U = D + H + F + 0.75(W + 0.7E) + 0.75L + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (\text{III.28})$$

$$U = 0.6D + W + H \quad (\text{III.29})$$

$$U = 0.6D + 0.7E + H \quad (\text{III.30})$$

B) Selon le code EUROCODE :

Aux états limites de service, il existe trois combinaisons sont à envisager :

- combinaison caractéristique (pondérée par ψ_0) : les actions variables sont considérées comme constamment présentes, comme les actions permanentes.
- combinaison fréquente (pondérée par ψ_1) : la probabilité d'avoir les actions variables est considérée comme fréquente pendant la durée de vie du projet.
- combinaison quasi-permanente (pondérée par ψ_2) : la probabilité d'avoir les actions variables est considérée comme faible pendant la durée de vie du projet. Les effets du poids propre seront alors prépondérants dans cette combinaison par rapport aux effets des actions variables.

A) Combinaison caractéristique :

$$\sum G_{kj} + Q_{k1} + \sum \psi_{0i} \cdot Q_{ki} \quad (\text{III.31})$$

-Cas du bâtiment :

-Lorsqu'uniquement l'action variable la plus défavorable est considérée :

$$\sum G_{kj} + Q_{k1} \quad (\text{III.32})$$

-Lorsque toutes les actions variables sont considérées :

$$\sum G_{kj} + \sum \psi_{0i} \cdot Q_{ki} \quad (\text{III.33})$$

B-Combinaison fréquente:

$$\sum G_{kj} + \psi_{1,1} Q_{k1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{ki} \quad (\text{III.34})$$

C-Combinaison quasi-permanente :

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (III.35)$$

C) Selon le code CBA :

D'après l'article A.3.3.3, CBA93, les sollicitations de calcul à l'ELS résultent des combinaisons d'actions ci-après, dites combinaisons rares :

$$G_{max} + G_{min} + Q_1 + \sum \Psi_{0i} \cdot Q_i \quad (III.36)$$

-Cas du bâtiment :

$$G_{max} + G_{min} + \left\{ \begin{array}{l} Q_B + \\ W \\ S \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Q_B \\ 0,77 W \\ 0,77 S \\ 0,77S+0,77W \\ Q_B+0,77W \\ Q_B+0,77S \\ Q_B+0,77S+0,77W \end{array} \right\} + T \quad (III.37)$$



CHAPITRE IV

**RESISTANCE D'ELEMENTS AU
CISAILLEMENT ET CHARGEMENT
AXIAL**

IV. Résistance d'éléments au cisaillement et chargement axial :

Ce chapitre étudie la résistance des éléments en béton armé au cisaillement dû à l'effort tranchant et aux charges axiales de compression ou de traction selon les trois codes : Algérien (CBA), Américains(ACI) , Européennes(EUROCODE) .

IV.1 Généralité :

Pour l'étude des effets des sollicitations d'éléments chargés axialement et soumis à un effort tranchant, on considère, généralement, les différentes sollicitations séparément. Dans le cas général une section peut être soumise à l'action de six composantes d'efforts internes à savoir : $(N, T_x, T_y, M_x, M_y, M_z)$ (N : effort normal, T : effort tranchant, M : moment), qui peuvent être classées sous quatre catégories de sollicitations : traction et compression, cisaillement, torsion, et flexion. Dans la pratique courante, on rencontre rarement des cas où les sollicitations sont simples moins encore où les six composantes des efforts internes apparaissent en même temps au niveau d'une section.

IV.2 Résistances des sections à la traction

IV.2.1 Définition:

Une pièce est sollicitée en traction simple si l'ensemble des forces extérieures agissant d'un même côté d'une section se réduit à une force normale appliquée au centre de gravité de la section. Dans chaque section droite, le centre de gravité des armatures longitudinales coïncide avec le centre de gravité du béton ainsi que le point d'application de la force de traction.

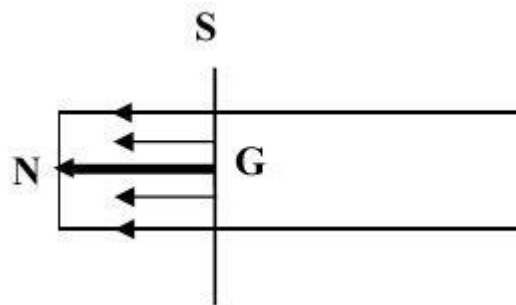


Figure IV.1 Elément soumis à un effort de traction centrée.

Le calcul permet de dimensionner les armatures longitudinales nécessaires pour reprendre cet effort de traction que le béton ne serait capable de supporter.

Note : les pièces soumises à la traction seront appelées **des tirants**.

IV.2.2 Calcul réglementaire selon le code CBA 93 :

IV.2.2.1 Détermination des armatures :

A. Condition de non fragilité (Article A.4.2 ,1 CBA93) :

La sollicitation provoquant la fissuration du béton ne doit pas entraîner le dépassement de la limite d'élasticité dans l'acier.

Cette condition se traduit par : $A f_e \geq B f_{t28}$ (IV.1)

Avec :

A : Aire totale des armatures.

B : Aire de la section droite de béton.

f_e : Limite d'élasticité de l'acier.

f_{t28} : Résistance caractéristique à la traction du béton à j jour.

B. Dimensionnement des armatures

Le béton tendu étant négligé, l'effort de traction doit être intégralement équilibré par les armatures. La section d'armatures à prévoir est :

- En cas de fissuration peu nuisible, celle qui résulte du calcul à l'état limite ultime
- En cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, celle qui résulte du calcul à l'état limite de service sauf si, la fissuration n'étant que préjudiciable, l'armature est constituée par des rond lisse Fe E22 ou Fe E24 ou par des barres HA Fe E40 en acier naturel, auquel cas la section d'armatures à prévoir est celle qui résulte du calcul à l'état limite ultime.

B.1 Calcul à l'état limite ultime (ELU) (article A.4.3 ,2 CBA93)

L'effort normal de traction, à l'état limite ultime, est de la forme suivante :

$$N_u = \sum \gamma_i N_i \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

γ_i : Coefficients de pondération des charges.

La droite des déformations étant la verticale du pivot A (voir la figure IV.2), les armatures subissent uniformément un allongement $\epsilon_s=10\%$, auquel correspond à une contrainte σ_{s10} que l'on peut lire sur les diagrammes de calcul de l'acier utilisé.

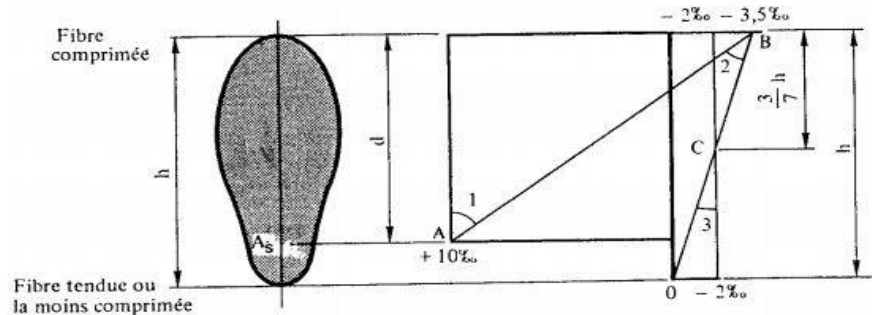


Figure IV.2 Diagramme des déformations limites des sections.

La section totale d'armatures doit satisfaire l'égalité :

$$A_u = N_u / \bar{\sigma}_s \quad (IV.3)$$

Avec :

γ_s : coefficient de sécurité de l'acier.

f_e : Limite d'élasticité d'acier.

$\bar{\sigma}_s$: Contrainte admissible de l'acier à la traction $\bar{\sigma}_s = f_e / \gamma_s \quad (IV.4)$

N_u : L'effort normal de traction, à l'état limite ultime.

B.2 Calcul à l'état limite de service (ELS) (article A.4.5, 31 CBA93) :

Le classement des éléments selon le danger présenté par leur fissuration est comme suit :

- ✓ Fissuration peu nuisible.
- ✓ Fissuration préjudiciable.
- ✓ Fissuration très préjudiciable.

B.2.1 Contraintes maximales de traction des armatures :

a) Fissuration peu nuisible : pas d'autre limite que celle imposée par l'état limite ultime de résistance.

b) Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable : les contraintes admissibles de traction des armatures d'acier à l'ELS déterminées par le tableau (IV-1) et les équations ci-dessous :

-Fissuration très préjudiciable : (Article A.4.5.3.3 CBA 93)

$$\bar{\sigma}_{st} = \min\{ 0.5f_e ; 90 (\eta f_{ij})^{1/2} \} \quad (IV.5)$$

- Fissuration préjudiciable : (Article A.4.5.3.2)

$$\bar{\sigma}_{st} = \min\{ 2/3 f_e ; 110 (\eta f_{ij})^{1/2} \} \quad (IV.6)$$

Avec :

f_{ij} : La résistance à la traction du béton à l'âge de j jours.

f_e : Limite d'élasticité d'acier.

η : Coefficient de fissuration.

$\eta = 1$ pour acier doux.

$\eta = 1,6$ pour acier à haute adhérence.

Tableau IV.1 Contraintes de traction admissible à l'ELS en MPa

Résistance de béton (MPa)		f _e E215		f _e E235		f _e E400		f _e E500 D ≥ 6mm		f _e E500 D < 6mm	
		η = 1		η = 1		η = 1,6		η = 1,6		η = 1,3	
f _{c28}	f _{t28}	FP	FTP	FP	FTP	FP	FTP	FP	FTP	FP	FTP
16	1,56	137	110	137	110	200	160	250	200	250	200
18	1,68	143	114	143	114	200	160	250	200	250	200
20	1,80	143	115	148	118	200	160	250	200	250	200
25	2,10	143	115	157	125	202	161	250	200	250	200
30	2,40	143	115	157	125	216	172	250	200	250	200
40	3,00	143	115	157	125	241	193	250	200	250	200
50	3,60	143	115	157	125	264	211	264	211	250	200
60	4,20	143	115	157	125	267	213	285	228	257	206

FP : Fissuration préjudiciable.

FTP : Fissuration très préjudiciable.

B.2.2 Section d'armatures :

L'effort normal de traction, à l'état limite de service, est de la forme suivante :

$$N_{ser} = \sum Ni \quad (IV.7)$$

Dans le cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, la section d'armatures doit satisfaire l'inégalité :

$$A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_{st}} \quad (IV.8)$$

$\bar{\sigma}_{st}$ étant déterminée par le tableau (VI-1) ou les équations (VI-5) et (VI-6) La section d'armatures à retenir est donc, finalement :

$$A = \text{Max} (A_u, A_{ser}) \quad (IV.9)$$

L'état-limite déterminera la section des armatures si $A \geq A_{ser}$ C-à-d si

$$\frac{N_u}{\sigma_{st}} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_{st}} \quad (IV.10)$$

La simplicité de ce résultat permet évidemment d'effectuer une vérification « au coup-par-coup ». On peut également se livrer à une étude systématique de la condition qui conduit, pour le cas général où l'on aura aux conclusions du tableau suivant :

$$1,35 \leq \frac{N_u}{N_{ser}} \leq 1,5 \quad (IV.11)$$

Tableau IV.2 Contraintes maximales de traction dans les deux cas des fissures

Fissuration	Acier	Etat-limite déterminant
Peu nuisible	Tous	Etat limite ultime
Préjudiciable	Ronds lisses FeE22	Etat limite ultime
	Barres HA Fe E40 en acier naturel et Fils tréfilés HA Fe TE 40 D>6	si $\frac{N_u}{N_{ser}} > 1,45$: état limite ultime si $\frac{N_u}{N_{ser}} < 1,45$: état limite de service
Très préjudiciable	Tous	Etat limite de service

B.3 Armatures transversales :

Elles non aucun rôle dans la résistance à la traction. Leur diamètre est calculé comme suit :

$$\varnothing_t \geq 0,3. \varnothing_l \quad (\text{IV.12}) \quad \text{avec :} \quad \varnothing_{\min} = 6 \text{ mm}$$

Espacement :

$$e_{sp} \leq \text{Min} (40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm}) \quad (\text{IV.13})$$

Avec :

a : la plus petite dimension de la section du béton.

IV.2.3 Calcul réglementaire selon le code EUROCODE 2 :**IV.2.3.1 Hypothèses :**

- La résistance du béton tendu est négligée.
- Même centre de gravité pour le béton et la section d'armatures.

IV.2.3.2 Contraintes admissibles de l'acier à la traction des armatures :

A- l'état limite ultime (ELU) : (S. Multon (2012) béton armé -Eurocode 2 ; page 38)

Résistance de l'acier en traction :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{IV.14})$$

Avec :

f_{yd} : contrainte limite de traction de l'acier.

f_{yk} : limite d'élasticité de l'acier .

γ_s : coefficient de sécurité de l'acier.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoire .

B- l'état limite de service (ELS) : (S. Multon (2012) béton armé -Eurocode 2 page39)

Pour éviter une ouverture de fissures excessive, on limite la contrainte de traction sous la combinaison caractéristique des charges dans les aciers $\bar{\sigma}_{st}$ à :

$$\bar{\sigma}_{st} = 0,8f_{yk} \quad (\text{IV.15})$$

IV.2.3.3 Principe de dimensionnement : (S. Multon (2012) béton armé -Eurocode 2 page 39-40)

$$N = A \times \sigma \quad (\text{IV.16})$$

Avec :

N : Effort normal de traction,

A : Section d'aciers,

σ : Contraintes limites de calcul

IV.2.3.3.1 Calcul à l'ELU et à l'ELS : (S. Multon (2012) béton armé -Eurocode 2 page 40)

A-Etat limite ultime :

$$N_{Ed} = 1,35.G + 1,5.Q \quad (\text{IV.17})$$

Condition d'équilibre statique :

$$N_{Ed} = A_u.f_{yd} \quad (\text{IV.18})$$

Avec :

N_{Ed} : Effort normal de traction à l'ELU .

A_u : Sections d'aciers à l'ELU .

f_{yd} : Contrainte limite de calcul à l'ELU .

B-Etat limite de service :

$$N_{ser} = G + Q \quad (\text{IV.19})$$

Condition d'équilibre statique :

$$N_{ser} = A_{ser} \times \sigma_{st} \quad (\text{IV.20})$$

Avec :

N_{ser} : Effort normal de traction à l'ELS.

A_{ser} : Sections d'aciers à l'ELS.

σ_{st} : Contrainte limite de calcul à l'ELS.

La section d'armatures du tirant est : $A = \sup (A_u ; A_{ser}) \quad (\text{IV.21})$

IV.2.3.4 Maîtrise de la fissuration : (S. Multon (2012) béton armé -Eurocode 2 page 40-41)

a) Maîtrise de la fissuration non requise :

Limitation de la section du béton vis-à-vis de la section d'acier :

$$A_{smin} \cdot f_{yk} > A_c \cdot f_{ctm} \quad (IV.22)$$

Avec :

A_{smin} : Section des aciers tendus.

f_{yk} : Limite d'élasticité de l'acier.

A_c : Section de béton tendu.

f_{ctm} : Résistance caractéristique du béton à la traction.

$$A_{s,min} = \begin{cases} A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \leq 30 \text{ cm} \\ 0,65 \cdot A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yK}} & \text{si } h \geq 80 \text{ cm} \end{cases} \quad (IV.23)$$

Les valeurs intermédiaires ($30\text{cm} < h < 80\text{cm}$) peuvent être obtenues par interpolation.

IV.2.3.5 Armatures transversales : (S. Multon (2012) béton armé -Eurocode 2 page 41)

En zone courante : $\phi_t = \frac{\phi_l}{3}$ et $\phi_t \geq 6 \text{ mm}$ (IV.24)

Écartement : $S_t < L_a$ la plus petite dimension de la pièce.

IV.2.4 Calcul réglementaire selon le code ACI 318-08 :

IV.2.4.1 Condition de non fragilité :

$$p_u \leq 0.3 A_g f_c' \quad (IV.25)$$

$$\text{et } f_c' \leq 69 \text{ MPa ou } 10.000 \text{ psi}$$

Avec :

A_g : Surface brute de la section de béton pour une section creuse, A_g est la surface du béton uniquement et n'inclut pas la surface des vides.

P_u : Force axiale pondérée, à prendre comme positif pour la compression et négatif pour la traction.

f_c' : Résistance à la compression spécifiée du béton.

IV.2.4.2 Diamètre minimum et maximum de l'armature :(Design Parameters for Longitudinal Bars Beams ACI 318-08)

Les barres longitudinales doivent avoir un diamètre minimal de 0,042 fois l'espacement entre les étriers, mais pas moins de 9 mm (3/8 pouce).

Les diamètres maximum des armatures à utiliser dans les différents emplacements sont définis par l'utilisateur.

Les crochets standard pour les étriers et les traverses sont limités à la barre numéro #8 ou $d_b = 25$ mm.

Et le crochet à 90 degrés avec extension $6d_b$ est en outre limité à la barre numéro #5, ou $d_b = 16$ mm.

Pour le ferrailage primaire, la taille des barres n'est pas limitée.

Avec : d_b : diamètre de la barre transversales .

IV.2.4.3 Distance minimale entre les barres : (Design Parameters for Longitudinal Bars Beams ACI 318-08)

L'espace libre minimum entre les barres parallèles dans une couche, $S_{cl, min}$, est donné par;

$$S_{cl, min} \geq \max [d_b, 25\text{mm}] \quad \text{en (SI) (IV.26)}$$

$$S_{cl, min} \geq \max [d_b, 1\text{in}] \quad \text{en (US) (IV.27)}$$

Lorsque des armatures parallèles sont placées sur deux ou plusieurs couches, les barres des couches supérieures doivent être placées directement au-dessus des barres de la couche inférieure, avec une distance nette entre les couches d'au moins 25mm.

IV.2.4.4 Espacement maximal des barres de traction : (Article 10.6.4 Design Parameters for Longitudinal Bars Beams ACI 318-08)

L'espacement du ferrailage le plus proche de la face tendue, S est donné par;

$$S \leq \max \left[380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5 C_c; 300 \left(\frac{280}{f_s} \right) \right] \quad \text{en (SI) (IV.28)}$$

$$S \leq \max \left[15 \left(\frac{40,000}{f_s} \right) - 2,5 C_c; 12 \left(\frac{40000}{f_s} \right) \right] \quad \text{en (US) (IV.29)}$$

où:

c_c : la plus petite distance entre la surface du renforcement et la face tendue.

f_s : contrainte calculée dans l'armature à la charge de service; doit être calculée en fonction du moment non factorisé il est permis de prendre f_s égale à $2 / 3f_y$ (IV.30)

IV.2.4.5 Section minimale des armatures : (Article 10.5.1 10.5.2 ACI 318-08 ACI 318 M-08)

La section minimale de l'armature en traction longitudinale, $A_{s, min}$, est donnée par;

-Pour les Barre de traction minimale des poutres :

$$A_{s, min} = \frac{3\sqrt{f_c'}}{f_y} (b_w d) \geq \frac{200}{f_y} (b_w d) \quad \text{en (US) (IV.31)}$$

$$A_{s, min} = \frac{0,25\sqrt{f_c'}}{f_y} (b_w d) \geq \frac{1,4 b_w d}{f_y} \quad \text{en (SI) (IV.32)}$$

-Pour des éléments statiquement déterminés avec une table en traction :

$$A_{s min} = \frac{3\sqrt{F_c'}}{f_y} (b d) \geq \frac{200}{f_y} (b d) \quad \text{en (US) (IV.33)}$$

$$A_{s \min} = \frac{0,25\sqrt{f_c'}}{f_y} (b_w d) \geq \frac{1,4 b_w d}{f_y} \quad \text{en (SI)} \quad \text{(IV.34)}$$

Où :

$$b = \min \{2b_w ; \text{largeur de la table}\} \quad \text{[in, mm]} \quad \text{(IV.35)}$$

Avec :

f_c' : résistance à la compression spécifiée du béton.

f_y : limite d'élasticité spécifiée du ferrailage.

b_w : largeur de l'âme de la section pour des éléments statiquement déterminés avec une table en traction. [mm]

IV.2.4.6 Section maximal des armatures : (Article 10.3.5 Design Parameters for Longitudinal Bars Beams ACI 318-08)

La déformation en traction dans la couche extrême d'acier en traction longitudinale, ϵ_t ne doit pas être inférieure à 0,004 :

$$\epsilon_t \geq 0,004 \quad \text{(IV.36)}$$

$$A_{s, \max} \leq 0,36. (f_c' / f_y) . \beta_1. b_w. d \quad \text{(IV.37)}$$

Avec :

β_1 : coefficient de détermination du contrainte.

d : profondeur utile à partir du sommet d'un poutre en béton armé au centre de gravité de l'acier.

les valeurs de β_1 sont indiquées dans le tableau ci-dessous :(Article 10.2.7.3 ACI 318-08)

Tableau IV.3 : valeurs de β_1 en fonction de f_y et f_c'

	$f_c' = 3000 \text{ psi}$	$f_c' = 3500 \text{ psi}$	$f_c' = 4000 \text{ psi}$	$f_c' = 5000 \text{ psi}$	$f_c' = 6000 \text{ psi}$
f_y	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.80$	$\beta_1 = 0.75$
40,000 psi	0.0203	0.0237	0.0271	0.0319	0.0359
50,000 psi	0.0163	0.0190	0.0217	0.0255	0.0287
60,000 psi	0.0135	0.0158	0.0181	0.0213	0.0239
	$f_c' = 20 \text{ MPa}$	$f_c' = 25 \text{ MPa}$	$f_c' = 30 \text{ MPa}$	$f_c' = 35 \text{ MPa}$	$f_c' = 40 \text{ MPa}$
f_y	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.81$	$\beta_1 = 0.77$
300 MPa	0.0181	0.0226	0.0271	0.0301	0.0327
350 MPa	0.0155	0.0194	0.0232	0.0258	0.0281
400 MPa	0.0135	0.0169	0.0203	0.0226	0.0245
500 MPa	0.0108	0.0135	0.0163	0.0181	0.0196

IV.2.4.7 Section des armatures à l'état limite ultime :

$$N_u \leq \phi A_s f_y \rightarrow A_s \geq \frac{N_u}{\phi f_y} \quad (\text{IV.38})$$

Avec :

A_s : Section d'armature tendue.

Φ : facteur de réduction de résistance.

$\Phi=0,9$ pour le cas des sections soumises à la traction simple.

N_u : Effort normal ultime de traction.

$$N_u = 1,2 G + 1,6 Q \quad (\text{IV.39})$$

G : charge permanente.

Q : charge d'exploitation (variable).

IV.2.4.8 Longueur d'ancrage (développement) en traction: (Article 12.2.2 ACI 318-08 ACI 318M-08)

Avec l'espacement et le recouvrement appropriés entre les barres, les équations courantes de la longueur de développement sont les suivantes:

En unités américaines on a:

$$\text{Barre N}^\circ 19 \text{ et petite barre : } l_d = \max \left[\frac{d_b f_y \Psi_t \Psi_e}{25 \lambda \sqrt{f'_c}} ; 12 \text{ po} \right] \quad (\text{IV.40})$$

$$\text{Barre N}^\circ 22 \text{ et plus grande barre: } l_d = \max \left[\frac{d_b f_y \Psi_t \Psi_e}{20 \lambda \sqrt{f'_c}} ; 12 \text{ po} \right] \quad (\text{IV.41})$$

En unités internationales on a :

$$\text{Barre N}^\circ 19 \text{ et petite barre : } l_d = \max \left[\frac{d_b f_y \Psi_t \Psi_e}{2,1 \lambda \sqrt{f'_c}} ; 300 \text{ mm} \right] \quad (\text{IV.42})$$

$$\text{Barre N}^\circ 22 \text{ et plus grande barre: } l_d = \max \left[\frac{d_b f_y \Psi_t \Psi_e}{1,7 \lambda \sqrt{f'_c}} ; 300 \text{ mm} \right] \quad (\text{IV.43})$$

Avec :

d_b : diamètre d'une barre d'armature.

f'_c : résistance à la compression du béton.

F_y : limite élastique de l'acier.

λ : facteur de modification tenant compte de type du béton ($\lambda = 1$ pour un béton normal (ordinaire)).

Ψ_t : facteur utilisé pour modifier la longueur de développement en fonction de l'emplacement du ferrailage

Ψ_e : facteur utilisé pour modifier la longueur de développement en fonction du revêtement de renforcement

IV.2.4.9 Armatures minimales de traction pour les dalles (traction due au retrait et température)

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot A_g \quad \text{pour } f_y = 60 \text{ ksi (420MPa)} \quad (\text{IV.44})$$

$$A_{smin} = 0,0020 \cdot A_g \quad \text{pour } f_y = 40 \text{ ou } 50 \text{ ksi (280 ou 530 MPa)} \quad (\text{IV.45})$$

$$A_{smin} = 0,0018 \cdot (60 / f_y) \cdot A_g \quad \text{pour } f_y > 60 \text{ ksi (420MPa)} \quad (\text{IV.46})$$

IV.2.4.10 Espacement maximal des armatures :

$$S_{max} = \min (5h, 18\text{in}) \quad \text{en (US)} \quad (\text{IV.47})$$

$$S_{max} = \min (5h, 450\text{mm}) \quad \text{en (SI)} \quad (\text{IV.48})$$

Avec :

S_{max} : Espacement maximal des armatures.

h : Epaisseur de la dalle.

IV.3 Résistance des sections à la compression simple :

IV.3.1 Définition :

Un élément soumis à une compression simple lorsque le centre de gravité des armatures longitudinales coïncide avec celui de la pièce et avec le point d'application de l'effort normal de compression. Pour avoir une compression centrée, il faut vérifier les conditions suivantes :

- Il faut que le centre de gravité (CDG) soit centré.

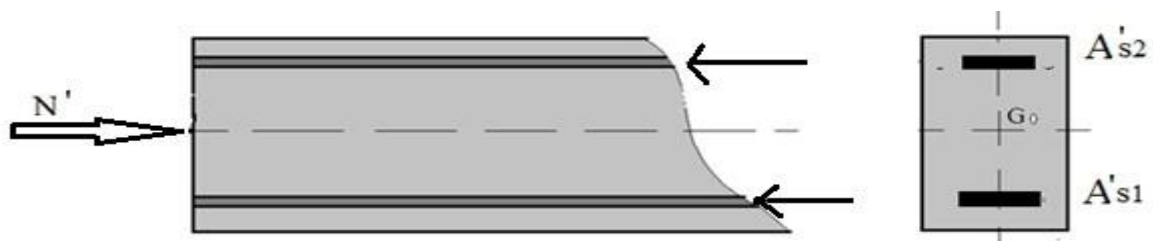


Figure IV.3 Élément sollicité à la compression simple.

Les éléments structuraux qui peuvent être dominés par ce type de force sont :

- Les poteaux et voiles de bâtiment.
- Piles et culés des ponts.
- Voûtes et coques.

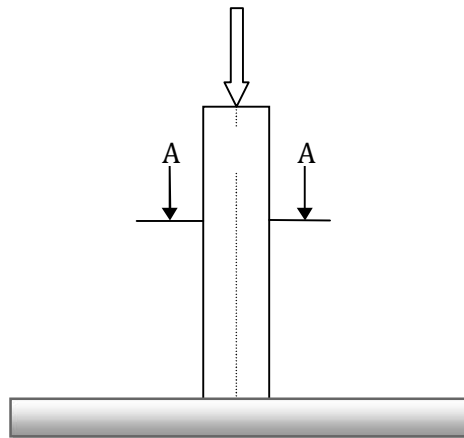


Figure IV.4 (a) Coupe longitudinale du poteau



Figure IV.4(b) Coupe transversale du poteau (coupe A-A)

Figure IV.4 Poteau soumis à une force normale de compression passant au (CDG) de la section

IV.3.2 Calcul réglementaire de la compression simple selon le code CBA 93

IV.3.2.1 Longueur de flambement L_f : (article B.8.3 le code CBA 93)

La longueur de flambement est en fonction de la longueur libre L_0 et de la nature des liaisons d'extrémité :

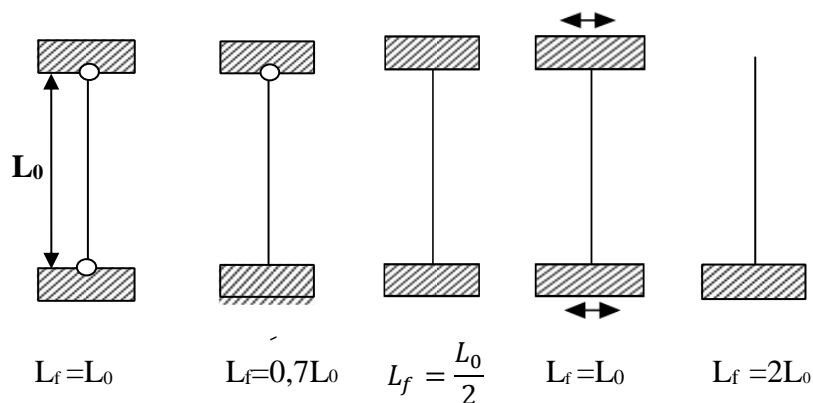


Figure IV.5 Longueur de flambement des différents cas de poteaux isolés

-Cas des poteaux dans des bâtiments à étages multiples :

- $L_f = 0,7L_0$: si le poteau est encastré dans un massif de fondation ou bien assemblé à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur (E.I) dans le sens de flambement.

- ou dans le cas de poteaux d'étages multiples.

-Autres poteaux : $L_f = L_0$.

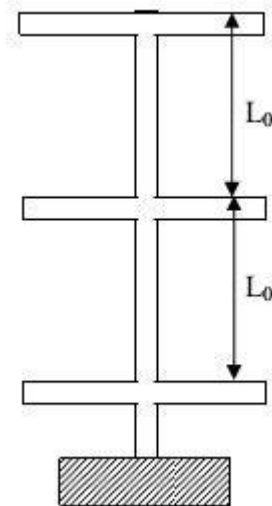


Figure IV.6 Longueur de flambement d'un poteau de bâtiments à étages multiples

IV.3.2.2 Elancement

On appelle élancement le rapport :

$$\lambda = \frac{l_f}{i} \quad (\text{IV.49})$$

Avec :

i : rayon de giration de la section de béton seul :

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}} \quad (\text{IV.50})$$

I : moment d'inertie de la section par rapport à un axe passant par son centre de gravité et perpendiculaire au plan de flambement.

B : aire totale de la section droite.

1- Poteau d'une section rectangulaire :

$$I_{xx} = \frac{b \cdot a^3}{12}, \quad I_{yy} = \frac{a \cdot b^3}{12} \quad (\text{IV.51})$$

$$a < b \rightarrow I_{xx} < I_{yy} \rightarrow i_{xx} < i_{yy} \quad (\text{IV.52})$$

$$\text{D'où: } i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}} \rightarrow \lambda = \frac{L_f \sqrt{12}}{a} \quad (\text{IV.53})$$

2- Poteau d'une Section circulaire de diamètre (D) :

$$\text{On à } I_{xx} = \frac{\pi D^4}{64} \quad (\text{IV.54})$$

$$i_x = \sqrt{\frac{\frac{\pi D^4}{64}}{\frac{\pi D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{D^2}{16}} = \frac{D}{4} \rightarrow \lambda = \frac{4L_f}{D} \quad (\text{IV.55})$$

3- Poteau d'une Section carrée :

$$I_{\min} = \frac{a^4}{12} \rightarrow \lambda = \frac{L_f \sqrt{3}}{a} \quad (\text{IV.56})$$

IV.3.2.3 Disposition constructives :

A- Armatures longitudinales (article A.8.1 CBA 93) :

Les armatures longitudinales des poteaux peuvent être indifféremment constituées de ronds lisses, de barres à haute adhérence ou treillis soudés. Il faut toutefois utiliser des aciers de limite élastique $f_e \geq 330$ MPa.

La section "A" des armatures longitudinales doit respecter les conditions suivantes :

a) $A \geq 4 \text{ cm}^2$ par mètre de longueur de parement mesuré perpendiculairement à la direction des armatures,

b) $0,2\% \leq \frac{A}{B} \leq 5\%$, où B étant l'aire de la section du poteau.

Pour les sections rectangulaires $a < b$, la distance maximale "c" de deux barres voisines sur une même face doit respecter la condition suivante :

$$c < \text{Min} (a+10\text{cm} ; 40\text{cm}) \quad (\text{IV-57})$$

Les armatures seront réparties au voisinage des parois:

-Pour les sections polygonales, on disposera, au moins, une barre dans chaque angle,

-Pour les sections circulaires, on disposera au moins six barres régulièrement réparties sur tout le contour.

B- Armatures transversales (article A.8.1,3 CBA 93) :

Elles doivent entourer toutes les barres longitudinales de diamètre supérieur ou égale à 20 mm ; il est cependant rappelé que, conformément à A.4. 1,2, on ne doit pas prendre en compte

dans les calculs de résistance, les armatures comprimées qui ne sont pas ligaturées tous les 15 fois leur diamètres au plus par des armatures transversales.

C- Conditions de mise en œuvre (article A.8.4, 1 CBA 93) :

Par ailleurs, les conditions de mise en œuvre et, en particulier la qualité des coffrages, doivent être telles que l'imperfection de rectitude des poteaux puisse être estimée au plus égale à la plus grande des deux valeurs : 1 cm et la longueur du poteau divisée par 500 (Excentricité accidentelle) :

$$e_a \leq \max \left(1 \text{ cm} ; \frac{L_0}{500} \right) \quad (\text{IV.58})$$

IV.3.2.4 Justification des poteaux :

Le calcul est mené à l'état limite ultime.

On notera par "B" l'aire de béton et "A" l'aire des armatures.

Il est à noter, pour l'aire d'armatures considérée dans le calcul, ce qui suit :

- ✚ Toutes les barres longitudinales de diamètre \emptyset non maintenues par des armatures transversales espacées au maximum de $15 \emptyset$ ne peut être prise en compte pour la résistance.
- ✚ Si l'élanement " λ " est supérieur à 35, on ne prend en compte que les armatures qui augmentent efficacement la rigidité dans le plan de flambement (aciers disposés dans le grand côté dans les sections rectangulaires).

A- Évaluation forfaitaires de l'effort normal résistant :

Lorsque l'aire de la section d'armature "A" et l'aire de la section de béton "B" étant connus, on peut chercher l'effort normal N_{res} que peut supporter le poteau à l'état limite ultime. On s'assurera que la section d'acier "A" respecte la section minimale définie plus haut.

En compression centrée, le diagramme des déformations passe par le pivot C (voir la figure IV.2), en conséquence, les déformations ultimes dans le béton et l'acier sont :

$$\epsilon_{bc} = \epsilon'_s = 2\text{‰} \quad (\text{IV.59})$$

Avec :

ϵ_{bc} : Déformation relative du béton.

ϵ'_s : Déformation de l'armature.

La contrainte ultime dans le béton est :

$$\sigma_{bc} = F_{bc} = \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b} \quad (\text{IV.60})$$

Donc, la valeur théorique de l'effort normal résistant est :

$$N_{resth} = B \cdot \sigma_{bc} + A \sigma_s \quad (\epsilon'_s = 2\text{‰}) \quad (IV.61)$$

En effet, les règles CBA apportent à cette formule de nombreux correctifs :

- Elles pénalisent les poteaux de faibles sections, sensibles aux imperfections d'exécution, en introduisant à la place de "B" une aire de béton réduite (B_r) obtenue en déduisant des dimensions réelles 1 cm d'épaisseur sur toute la périphérie du poteau ; pour une section rectangulaire ($a * b$), cette aire réduite vaut :

$$B_r = (a - 2\text{cm}) (b - 2\text{cm}) \quad (IV.62)$$

Ou a et b en cm.

- Les charges étant appliquées généralement après 90 jours, la résistance du béton est majorée :

$$\sigma_{bc} = \frac{f_{c28}}{0,9\gamma_b} \quad (IV.63)$$

Avec :

σ_{bc} : Contrainte de compression du béton.

γ_b : Coefficient partiel de sécurité.

f_{c28} : Résistance caractéristique à la compression du béton âgé de 28 jours.

Elles comportent le fait de négliger les effets du second ordre (flambement) en minorant la valeur de l'effort normal résistant par un coefficient réducteur fonction de l'élançement : (article B.8.4, 1 CBA93).

$$\text{Pour } \lambda \leq 50 \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} = \frac{0,85}{\beta} \\ \text{Soit } \beta = 1 + 0,2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2 \end{array} \right. \quad (IV.64)$$

$$\text{Pour } 50 < \lambda \leq 70 \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\alpha} = 0,6\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2 = \frac{0,85}{\beta} \\ \text{Soit } \beta = \frac{0,85\lambda^2}{1500} \end{array} \right. \quad (IV.65)$$

Si $\lambda > 70$, on peut calculer le poteau par la méthode forfaitaire ;

$$\text{Elles admettent enfin que } \sigma_{s2\text{‰}} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (IV.66)$$

Avec ces correctifs, l'effort normal résistant ultime vaut :

$$N_u \leq \alpha \left[\frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \right] \rightarrow \beta N_u = B_r \frac{\sigma_{bc}}{0,9} + 0,85A \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (\text{IV.67})$$

$$\text{Ou' } \sigma_{bc} = \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b} \quad (\text{IV.68})$$

Si plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jours, les valeurs de " α " sont à diviser par 1,1 (β multiplié par 1,1).

Si la majeure partie des charges est appliquée avant 28 jours, il faut prendre f_{cj} au lieu de f_{c28} et diviser " α " par 1,2 (multiplier " β " par 1,2).

B- Détermination des armatures longitudinales :

Etant donné que l'aire de la de béton section "B" et l'effort normal ultime N_u sont connus, la section des armatures longitudinales est déterminée par l'équation suivante :

$$A \geq \frac{\beta N_u - B_r \frac{\sigma_{bc}}{0,9}}{0,85 \frac{f_e}{\gamma_s}} \quad \text{ou} \quad A \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9\gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} \quad (\text{IV.69})$$

La section d'armature "A" calculée doit satisfaire les conditions suivantes :

$$A \geq \text{Max} \{4\text{cm}^2 / \text{m} \cdot u ; 0,2\% B\} \quad (\text{IV.70})$$

Avec :

u : Périmètre de la section de béton en mètre.

$$A \leq 5\% B \quad (\text{IV.71})$$

(Le dépassement de cette valeur n'est autorisé que dans les zones de recouvrement de barres).

C- Dimensionnement de la section de béton :

Seul N_u est connu ; on recherche B et A. "B" peut être totalement libre ou une de ses dimensions peut être imposée.

C.1 Le choix de B est totalement libre :

La formule générale donne :

$$B_r \geq \frac{\beta N_u}{\frac{\sigma_{bc}}{0,9} + 0,85 \frac{A f_e}{B_r \gamma_s}} \quad (\text{IV.72})$$

Un certain nombre de choix étant libres, on peut prendre $A/B_r = 1\%$, soit :

$$B_r \geq \frac{\beta N_u}{\frac{\sigma_{bc}}{0,9} + 0,0085 \frac{f_e}{\gamma_s}} \quad (\text{IV.73})$$

Le dénominateur de cette expression se calcule pour chaque cas de matériaux utilisés, on peut, donc, poser :

$$K(f_{c28}, f_e) = \frac{1}{\frac{\sigma_{bc}}{0,9} + 0,0085 \frac{f_e}{\gamma_s}} \quad (\text{IV.74})$$

Et l'équation (IV.74) devient :

$$B_r \geq K(f_{c28}, f_e) \beta N_u \quad (\text{IV.75})$$

-Pour un poteau rectangulaire (a<b)

Il est préférable de prendre $\lambda \leq 35$ à l'exception des poteaux élancés.

$$\text{Avec } \lambda = 35, a = \frac{\sqrt{12}l_f}{35} \approx \frac{l_f}{10} : \text{ on prend } a = \frac{l_f}{10} \text{ et } b = 0,02 + \frac{B_r}{a-0,02} \quad (\text{IV.76})$$

Si on trouve $b < a$, on peut prendre un poteau carré de côté $\frac{l_f}{10}$

-Pour un poteau circulaire de diamètre D :

$$\text{On prend : } D \approx \frac{l_f}{9} \text{ et } D = 0,02 + 2\sqrt{\frac{B_r}{\pi}} \quad (\text{IV.77})$$

C.2 Section rectangulaire avec un côté imposé :

Soit "c₁" la dimension imposée, on ignore s'il s'agit de "a" ou de "b",

On calcule $\lambda = \frac{l_f \sqrt{12}}{c_1}$ puis $\beta = F(\lambda)$ puis B_r puis :

$$c_r = 0,02 + \sqrt{B_r} \quad (\text{IV.78})$$

$$\text{Si } c_1 \leq c_r, \text{ c'est le petit côté, } c_1 = a \text{ et } b = \frac{B_r}{c_1 - 0,02} + 0,02 \quad (\text{IV.79})$$

$$\text{Si } c_1 > c_r, \text{ c'est le grand côté, } c_1 = b : \text{ on doit avoir } a = 0,02 + \frac{B_r}{b - 0,02} \quad (\text{IV.80})$$

Le problème se résout par itération :

$$\text{On a : } B_r \geq \frac{\beta N_u}{\frac{\sigma_{bc}}{0,9} + 0,0085 \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

$$\text{Et on suppose que : } K_0 = \frac{N_u}{\left(\frac{\sigma_{bc}}{0,9} + 0,0085 \frac{f_e}{\gamma_s}\right) (b - 0,02)} \quad (\text{IV.81})$$

On fixe λ_1 tel que $\lambda_1 > \frac{l_f \sqrt{12}}{b}$: on calcule β_1 puis $a_1 = k_0 \beta_1 + 0,02$

D'où $\lambda_2 = \frac{\sqrt{12}l_f}{a_1}$ puis β_2 , puis a_2 , etc. ; la convergence est assez rapide.

Note : le choix restent toujours libre, le premier résultat fourni par le calcul effectué avec l'hypothèse $A=B_r/100$ peut servir d'indication à partir de laquelle on peut choisir les dimensions du poteau puis recalculer les armatures d'un poteau dont les dimensions sont connues.

D- Détermination des armatures transversales :

Elles se déterminent par des règles forfaitaires.

D.1 Diamètre des armatures :

Le diamètre des armatures transversales est au moins égal à la valeur normalisée la plus proche du tiers du diamètre des armatures longitudinales qu'elles maintiennent

$$\phi_t \geq \frac{\phi_{lmax}}{3} \quad (IV.82)$$

D.2 Espacement (article A.8.1,3 CBA 93) :

Hors des zones de recouvrement, l'espacement de deux cours d'armatures transversales doit être inférieur ou égal à la plus petite des trois valeurs suivantes :

- 15 fois le diamètre minimal des armatures longitudinales,
- 40 cm,
- $a+10$ cm, où a est la plus petite dimension de la section ou son diamètre.

$$S_{max} \leq \min (15\phi_{lmax} , 40\text{cm}, a+10) \quad (IV.83)$$

Dans les zones où la proportion des armatures présentant des jonctions supérieures à 50%, on dispose sur la longueur de recouvrement au moins trois nappes d'armatures transversales, tout en respectant la règle précédente.

IV.3.3 Calcul réglementaire de compression simple selon le code EUROCODE 2:

IV.3.3.1 Longueur de flambement et élancement : (Article 5.8.3.2 ; S. Multon (2012) béton armé ,Eurocode 2)

En compression, risque de flambement :

Pour des éléments isolés (pas de rôle de contreventement)

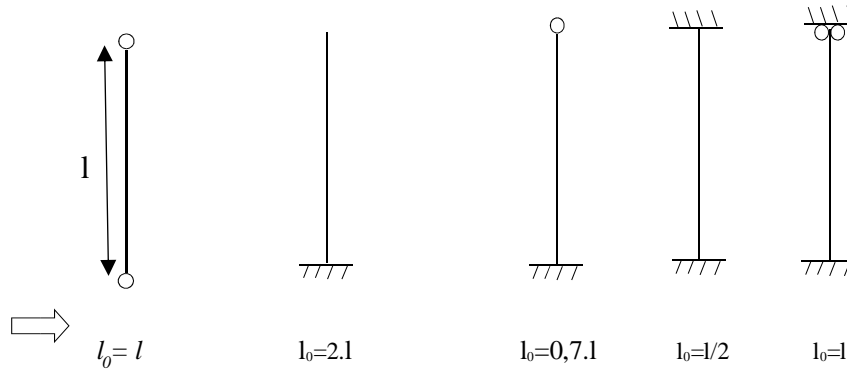


Figure IV. 7: Longueur de flambement (dite efficace)

Avec :

l_0 : Longueur de flambement (Longueur efficace).

l : Longueur libre (réelle) de l'élément.

Longueurs de flambement (l_0) :

- Structure contreventée :

$$l_0 = 0,5l \sqrt{\left(1 + \frac{K_1}{0,45 + K_1}\right) \left(1 + \frac{K_2}{0,45 + K_2}\right)} \quad (IV.84)$$

- Structure non contreventée :

$$l_0 = l \cdot \max \left[\sqrt{1 + \frac{10 \cdot K_1 K_2}{K_1 + K_2}}; \left(1 + \frac{K_1}{1 + K_1}\right) \left(1 + \frac{K_2}{1 + K_2}\right) \right] \quad (IV.85)$$

Avec k_1 et k_2 : les coefficients de souplesses des deux encastremets partiels du poteau

$$K = \frac{\theta EI}{Ml} \quad (IV.86)$$

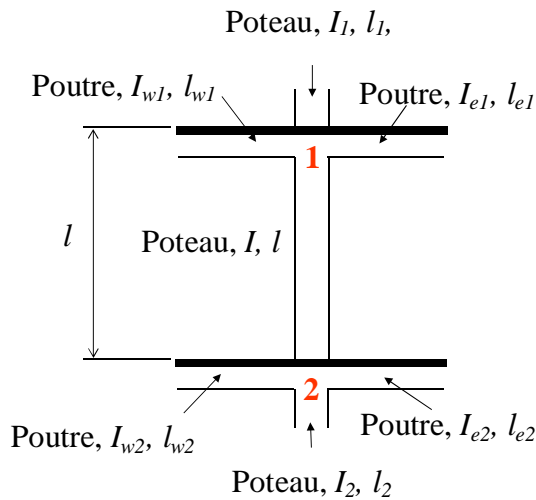
Avec

θ : rotation des éléments s'opposant à la rotation pour un moment fléchissant M
 EI et l , la rigidité en flexion et la longueur de l'élément comprimé (s'il y a un élément comprimé adjacent dans un nœud, il faut remplacer EI/l par la somme des EI/l des 2 poteaux).
 Le rapport M / θ dépend de la nature de la liaison au niveau de l'appui opposé à celui étudié :

$$M = \frac{3EI}{l} \theta \quad (IV.87)$$

$$M = \frac{4EI}{l} \theta \quad (IV.88)$$

Détermination des coefficients K_1 et K_2 :



$$K_1 = \frac{I_1/l_1 + I/l}{\frac{\alpha_{w1} I_{w1}}{l_{w1}} + \frac{\alpha_{e1} I_{e1}}{l_{e1}}} \quad (IV.89)$$

$$K_2 = \frac{I_2/l_2 + I/l}{\frac{\alpha_{w2} I_{w2}}{l_{w2}} + \frac{\alpha_{e2} I_{e2}}{l_{e2}}} \quad (IV.90)$$

Figure IV.8 Liaisons des extrémités de poteau pour la détermination K_1 et K_2 .

Avec :

α_w ou $\alpha_{ei} = 4$ si l'autre appui de la poutre est un encastrement ou 3 si c'est un appui simple.

Remarque: Il faut tenir compte de la fissuration dans la rigidité des éléments s'opposant à la déformation.

Longueur de flambement des poteaux de bâtiments (**Recommandations professionnelles, clause 5.8.3.2**) :

- si leur raideur est non prise en compte dans le contreventement
- s'ils sont correctement connectés en tête et en pied à des éléments de raideur supérieure ou égale

La longueur de flambement peut être prise égale à 0,7l.

-Élancement d'un élément :

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad (IV.91)$$

Avec :

l_0 : longueur de flambement (m).

i : rayon de giration (m).

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}} \quad (IV.92)$$

Avec :

I : Moment Inertie de l'élément dans le plan de flambement (m^4).

B : Section de l'élément (m^2).

IV.3.3.2 Dimensionnement des armatures :

Imperfections géométriques : (Article 5.2, EUROCODE 2 ; S. Multon (2012) béton armé)

Cas d'un élément isolé (pas de rôle de contreventement, sinon prise en compte d'un effort transversal supplémentaire).

les imperfections peuvent être représentée par une inclinaison θ_i :

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{l_0}{2} \quad (\text{IV.93})$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (\text{IV.94})$$

$$\theta_0 = 1/200 \quad (\text{IV.95})$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{l} \quad (\text{IV.96})$$

Avec :

e_i : excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques (après exécution).

θ_0 : l'inclinaison de base.

α_h : coefficient de réduction relatif la longueur ou hauteur il est Compris entre 2/3 et 1.

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (\text{IV.97})$$

Avec :

m : le nombre d'éléments verticaux contribuant l'effet total.

$m = 1$ pour un poteau isolé (poteau ne participant pas au contreventement).

l_0 : la longueur de flambement ou longueur efficace de l'élément.

Si les conditions suivantes sont respectées :

• **poteau bi articulé sous charges centrées :**

- élancement $\lambda \leq 120$
- $20 \leq f_{ck} \leq 50$ MPa
- épaisseur dans le sens du flambement $h \geq 0,15$ m
- distance d' des aciers à la paroi la plus proche

$$d' \leq \min (0,30h ; 100 \text{ mm}) \quad (\text{IV.98})$$

- armatures symétriques par moitié sur chaque face.
- chargement appliqué au moins à 28 jours

Les Recommandations professionnelles de la FFB autorisent l'emploi de la méthode suivante.

FFB : Fédération Française du bâtiment.

Résistance théorique en compression simple :

$$N_{Ed} = N_{bét} + N_{acier} = B.f_{bu} + A_s.\sigma_{sc} \quad (\text{IV.99})$$

Effort ultime de compression réglementaire (FFB) :

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = K_h K_s \alpha \left[\frac{b h f_{ck}}{\gamma_b} + A_s \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right] \quad (\text{IV.100})$$

A_s : Aire d'acier à dimensionner. N_{Rd} : effort résistant du béton.

α : permet de prendre en compte les risques de flambement.

γ_b : coefficient de sécurité du béton.

$\gamma_b = 1,15$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_b = 1,5$ pour les situations durables ou transitoire.

γ_s : coefficient de sécurité de l'acier.

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoire.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

Pour un poteau de section rectangulaire :

$$N_{Ed} = K_h K_s \alpha (b h f_{cd} + A_s f_{yd}) \quad (\text{IV.101})$$

$$\text{ou}' f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_b} \text{ et } f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{IV.102})$$

$$\text{Pour une section rectangulaire : } \lambda = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h} \quad (\text{IV.103})$$

h : épaisseur du poteau dans le sens du flambement.

$$\text{Si } \lambda \leq 60 \Rightarrow \alpha = \frac{0,86}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{60}\right)^2\right]} \quad (\text{IV.104})$$

$$\text{Si } 60 < \lambda \leq 120 \Rightarrow \alpha = \left(\frac{32}{\lambda}\right)^{1,3} \quad (\text{IV.105})$$

$$K_h = (0,75 + 0,5h)(1 - \rho \delta) \text{ pour } h < 0,50 \text{ m sinon } k_h = 1 \quad (\text{IV.106})$$

Avec :

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (\text{IV.107})$$

d' : enrobage des acier

ρ : taux d'armatures qui est le rapport de la section du béton et la section de l'acier :

si ρ et δ inconnus, on peut prendre $k_h = 0,93$.

$$K_s = 1,6 - \frac{0,6 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 40 \text{ sinon } k_s = 1 \quad (\text{IV.108})$$

-Pour un poteau de section circulaire de diamètre D :

$$N_{Rd} = K_h K_s \alpha \left[\left(\frac{\pi D^2}{4} \right) f_{cd} + A_s f_{yd} \right] \quad (\text{IV.109})$$

Pour une section circulaire : $\lambda = \frac{4 \cdot L_0}{D} \quad (\text{IV.110})$

si $\lambda \leq 60 \rightarrow \alpha = \frac{0,84}{1 + \left(\frac{\lambda}{52}\right)^2} \quad (\text{IV.111})$

si $60 < \lambda \leq 120 \rightarrow \alpha = \left(\frac{27}{\lambda}\right)^{1,24} \quad (\text{IV.112})$

$$K_h = (0,7 + 0,5D) (1 - 8 \rho \delta) \quad \text{pour } D < 0,60 \text{ m sinon } k_h = 1 \quad (\text{IV.113})$$

$\delta = \frac{d'}{D}$; d' : enrobage des aciers.

$$\rho = A_s / (\pi D^2 / 4) \quad (\text{IV.114})$$

si ρ et δ inconnus, on peut prendre $k_h = 0,93$.

$$K_s = 1,6 - \frac{0,65 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 30 \text{ sinon } k_s = 1 \quad (\text{IV.115})$$

IV.3.3.3 Dispositions constructives :

Recommandations professionnelles de la FFB :

A_s : section totale des aciers situés à la distance d' des parois, disposés en 2 lits symétriques pour une section rectangulaire ou en 6 barres réparties pour une section circulaire

Armatures longitudinales (Article 9.5.2, EUROCODE 2) :

- Diamètre minimal = 8 mm.
- Ferrailage minimum.

$$A_s \geq A_{s, \min} = \max \left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002.A_c \right) \quad (\text{IV.116})$$

• **ferraillage maximum :**

$$A_s \leq A_{s, \max} = \max \begin{cases} 0,04.A_c & \text{hors zone de recouvrement} \\ 0,08.A_c & \text{au droit des zones de recouvrement} \end{cases} \quad (\text{IV.117})$$

ou'

A_c : Aire de la section du béton.

IV.3.3.4 Armatures transversales (Article 9.5.3, EUROCODE2) :

• diamètre minimal des armatures transversales ϕ_t :

- cadre et boucle : $\phi_t \geq \max (6 \text{ mm}; \phi_{l_{\max}} / 4)$ (IV.118)

- treillis $\phi_t = 5 \text{ mm}$

• espacement des cadres en zone courante :

$$S_{\max} = \min(20. \phi_{l_{\min}}; 40 \text{ cm}; b) \quad (\text{IV.119})$$

b : La plus petite dimension du poteau.

$\phi_{l_{\min}}$: diamètre minimale des barres longitudinales.

- IV.3.3.5 Enrobage nominal des armatures:

$$C_{\text{nom}} = C_{\text{min}} + \Delta C_{\text{dev}} \quad (\text{IV.120})$$

Avec :

C_{nom} : enrobage nominal à respecter.

C_{min} : enrobage minimal

ΔC_{dev} : tolérance d'exécution = 10 mm

Avec :

$$C_{\text{min}} = \max (C_{\text{min},b}; C_{\text{min},\text{dur}} + \Delta c_{\text{dur},\gamma} - \Delta c_{\text{dur},\text{st}} + \Delta c_{\text{dur},\text{add}}; 10\text{mm}) \quad (\text{IV.121})$$

$C_{\text{min},b}$: enrobage minimal requis vis-à-vis de l'adhérence.

-armature individuelle :

$$\text{si } \phi \leq 32 \text{ mm on à : } C_{\text{min},b} = \phi \text{ sinon } C_{\text{min},b} = \phi + 5 \text{ mm} \quad (\text{IV.122})$$

-Diamètre équivalent du Paquet de barres : $\phi_n = \phi \sqrt{n_b} \leq 55\text{mm}$ (IV.123)

$c_{\min, \text{dur}}$: enrobage minimal requis vis-à-vis des conditions d'environnement .

$\Delta c_{\text{dur}, \gamma}$: marge de sécurité.

$\Delta c_{\text{dur}, \gamma} = 0$; valeur recommandée.

$\Delta c_{\text{dur}, \text{st}}$: réduction de l'enrobage minimal dans le cas d'acier inoxydable.

$\Delta c_{\text{dur}, \text{st}} = 0$ en cas général.

$\Delta c_{\text{dur}, \text{add}}$: réduction de l'enrobage minimal dans le cas de protection supplémentaire

$\Delta c_{\text{dur}, \text{add}} = 0$ en cas général.

Note :

- ✚ Dans les problèmes de fissuration auxquels risque de conduire, un enrobage nominal supérieur à 50 mm ($C_{\text{nom}} > 5$ cm).
- ✚ Dans le cas d'environnement agressif, l'utilisation d'armatures peut permettre de conserver un enrobage inférieur à 50 mm ($C_{\text{nom}} < 5$ cm).
- ✚ Les difficultés de bétonnage auxquelles risque de conduire, un enrobage nominal inférieur à la dimension nominale de plus gros granulats ($C_{\text{nom}} < 5$ cm).

IV.3.4 Calcul réglementaire de compression simple selon le code ACI 318-08 :

IV.3.4.1 Sections limites des éléments en compression : (Article 10.9.1, ACI318-08)

Le taux d'armature maximal et minimal d'une section soumise à la compression selon l'ACI est donné par :

$$0,01 \leq A_s / A_g \leq 0,08 \quad (\text{IV.124})$$

Avec :

A_s : l'aire de la section des armatures longitudinales.

A_g : l'aire totale de la section transversale du poteau.

$$A_g = A_s + A_c \quad (\text{IV.125})$$

A_c : l'aire de la section du béton.

ρ_s : Taux des armatures égale à :

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c} \quad (\text{IV.126})$$

IV.3.4.2 Longueur de d'ancrage (développement) en compression : (Article 1.2.3, ACI 318M-08, ACI 318-08)

$$l_d = \max \left(\frac{d_b f_y}{50 \lambda \sqrt{f'_c}} ; 0,0003 f_y d_b ; 8 \text{ po} \right) \quad \text{en (US) (IV.127)}$$

$$l_d = \max \left(\frac{0,24 d_b f_y}{\lambda \sqrt{f'_c}} ; 0,043 f_y d_b ; 200 \text{ mm} \right) \quad \text{en (SI) (IV.128)}$$

Avec :

d_b : diamètre d'une barre d'armature.

f'_c : contrainte de compression de conception du béton.

f_y : limite élastique ou résistance.

λ : facteur de modification pour poids léger béton.

IV.3.4.3 Longueur de flambement :

$$L_e = K l_u \quad \text{(IV.129)}$$

Avec :

l_e : longueur utile de flambement (efficace)

l_u : longueur libre d'un poteau

K : coefficient dépendant de l'état de liaison des extrémités du poteau. Pour les éléments comprimés d'un portique à nœuds fixes, le K varie entre 0,5 et 1, il est donné graphiquement par la figure R10.10.1.1 du code ACI 318M-08 page 141

$L_e = L_u$ Poteau doublement articulé

$L_e = 0,7L_u$ Poteau encastré articulé

$L_e = 0,5l_u$ Poteau doublement encastré.

$L_e = 2 L_u$ Poteau encastré – libre.

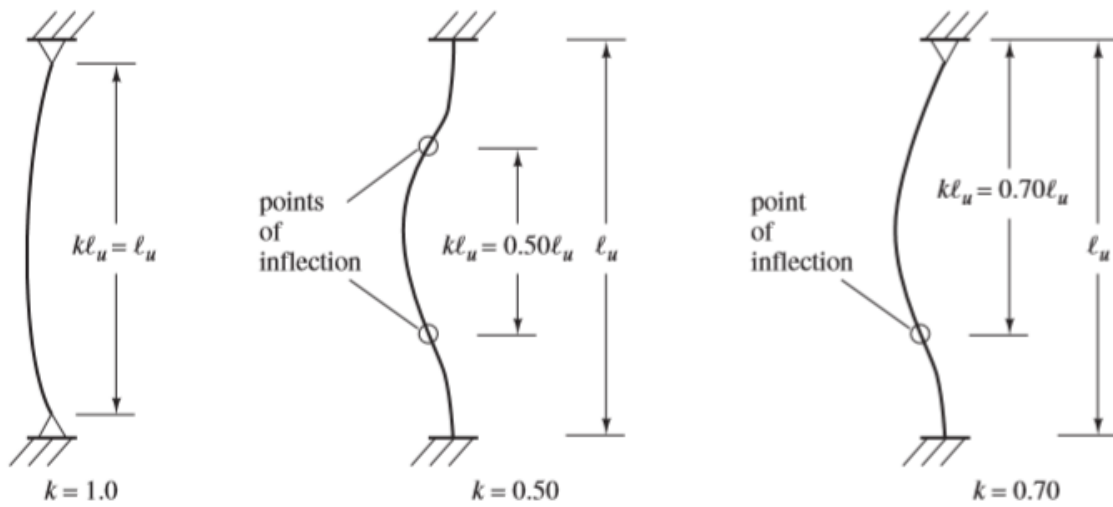
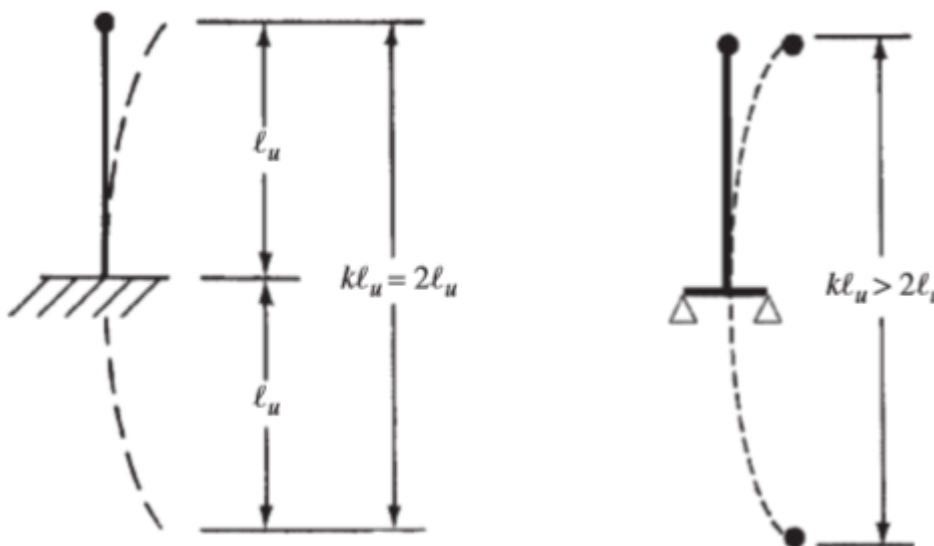


Figure IV.9 Longueur de flambement des différents cas de poteaux isolés



a) Extrémité supérieure libre en rotation et en translation, extrémité inférieure fixe

b) Extrémité supérieure libre en rotation et en translation, extrémité inférieure partiellement empêchée de tourner

Figure IV.10 Poteaux dans un portique de structure

IV.3.4.4 Élançement :

$$\lambda = \frac{Kl_u}{r} \tag{IV.130}$$

Avec :

r : rayon de giration égale à :
$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}} \quad (IV.131)$$

I_g : moment d'inertie de la section du poteau.

A_g : l'aire de la section totale du poteau.

Cet élancement géométrique λ est limité par un élancement admissible λ_n il est donné en fonction de plusieurs paramètres influents sur la stabilité du poteau :

-Pour les éléments comprimés contreventés :

$$\lambda_n = (34 - 12 \frac{M_1}{M_2}) \leq 40 \quad (IV.132)$$

ou' M_1, M_2 sont les moments du premier ordre des extrémités d'un poteau comme le montre la figure IV.11 Avec M_2 toujours supérieur à M_1 ($M_2 > M_1$)

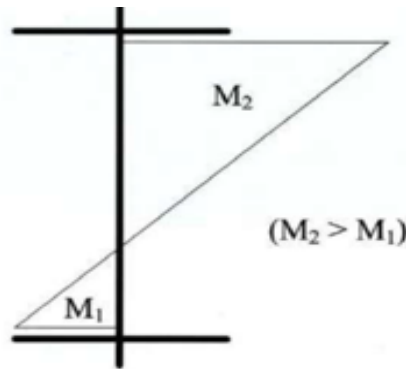


Figure IV.11 : Moments M_1 et M_2 du premier ordre dans les extrémités d'un poteau.

-Pour les éléments comprimés non-contreventés :

$$\lambda_n = 22$$

Si $\lambda \leq \lambda_n$: le poteau est considéré comme court, dans ce cas l'effet du second ordre est négligeable.

Si $\lambda > \lambda_n$: poteau est considéré comme élancé, l'effet du second ordre sera pris en compte dans la conception.

IV.3.4.5 Section d'armature : (Article 10.3.6.1 ACI 318-08)

Si l'on tient compte de la section nette de béton :

$$P_u \leq \Phi P_n = \alpha \Phi (A_{st} f_y + 0,85 f_c' (A_g - A_{st})) = \alpha \phi P_0 \quad (IV.133)$$

Ou
$$P_0 = (A_{st} f_y + 0,85 f_c' (A_g - A_{st})) \quad (IV.134)$$

si l'on tient compte de la section brute de béton :

$$P_u \leq \Phi P_n = \alpha \Phi (A_{st}f_y + 0,85f'_c A_g) \quad (IV.135)$$

$$P_u < \Phi \alpha p_0 \longrightarrow p_0 \geq \frac{P_u}{\Phi \alpha} \longrightarrow A_{st} \geq \frac{\frac{P_u}{\alpha \Phi} - 0,85f'_c A_g}{f_y - 0,85f'_c} \quad (IV.136)$$

Avec :

P_n : force nominal résistant sans coefficient de sécurité.

P_u : Effort normal de compression ultime (ELU)

A_s : l'aire de la section des armatures longitudinales.

A_g : l'aire totale de la section transversale du poteau.

Φ : facteur de réduction de résistance.

$\Phi = 0,65$ pour les poteaux avec cadres ou cerces.

$\Phi = 0,75$ pour les poteaux en armatures transversales spirales.

$\alpha = 0,85$ pour les poteaux en armatures transversales spirales.

$\alpha = 0,80$ pour les poteaux avec cadres ou cerces.

A) Section des armatures pour les poteaux en spirale :

$$P_u \leq \Phi p_n (\max) = \alpha \Phi (A_{st}f_y + 0,85f'_c (A_g - A_{st})) \quad (IV.137)$$

On a : $\Phi = 0,75$ et $\alpha = 0,85$ donc la section d'armature pour les poteaux en spirales égale à :

$$A_{st} \geq \frac{1,569P_u - 0,85f'_c A_g}{f_y - 0,85f'_c} = \frac{P_u - 0,542 f'_c A_g}{0,638f_y - 0,542f'_c} \quad (IV.138)$$

B) Section des armatures pour les poteaux attachés en cerces ou cadres :(Article 10.3.6.2 ACI318-08)

$$P_u \leq \Phi p_n (\max) = \alpha \Phi (A_{st}f_y + 0,85f'_c (A_g - A_{st})) \quad (IV.139)$$

On a : $\Phi = 0,65$ et $\alpha = 0,80$ donc la section d'armature pour les poteaux attachés en cerces ou cadres égale à :

$$A_{st} \geq \frac{1,923P_u - 0,85f'_c A_g}{f_y - 0,85f'_c} = \frac{P_u - 0,442 f'_c A_g}{0,52f_y - 0,442f'_c} \quad (IV.140)$$

IV.3.4.6 L'espace maximal des armatures : (Article 7.10.5.2 ACI 318M-08)

$$S_{\max} \leq \min (16\emptyset_{\min}; 48\emptyset_t; a) \quad (IV.141)$$

Avec:

\emptyset_t : diamètre de l'armature transversale.

\emptyset_{\min} : diamètre de l'armature longitudinal minimal

a : petite dimension de la section du poteau .

IV.3.4.7 Les armatures transversales :(Article 7.10.5.1 ;ACI 318-08 ;ACI M 318-08)

$\emptyset_t \geq N^\circ 10$ (10mm) pour $\emptyset_l \leq N^\circ 32$ (32mm) en (SI) (IV.142)

$\emptyset_t \geq N^\circ 13$ (13mm) pour $\emptyset_l \leq N^\circ 32$ (32mm)

$\emptyset_t \geq \#3$ (9,525mm) pour $\emptyset_l \leq \#10$ (32,258 mm) en (US) (IV.143)

$\emptyset_t \geq \#4$ (12,70mm) pour $\emptyset_l \leq \#10$ (32,258mm)

Avec :

\emptyset_l :diamètre des armatures longitudinales.

\emptyset_t : diamètre des armatures transversales.

IV.3.4.8 L'enrobage des armatures :

L'enrobage en béton (c) des armatures ne doit pas être inférieur à ce qui suit : (Article 7.7.1 ACI 318M-08)

- a) Béton coulé en place et exposé à la terre $c=7,5$ cm
- b) Béton exposé à la terre et intempéries :
 - pour les barres N°19 à N°57 $c=5$ cm
 - pour les barres N°16 , les fils MW200 ou MD 200, et plus petit $c=4$ cm
- c) Béton non exposé aux intempéries ou en contact aux le sol :
 - Pour les dalles , murs (voiles /solives) :
 - barre N°43 et N°57 $c=4$ cm
 - barre N°36 et moins $c=2$ cm
 - Pour les poutres et les poteaux :
 - Armatures principales, armatures transversales (cadre, étrier, épingle, armature spirale) $c=4$ cm
 - Pour les coques et plaques :
 - barre N°19 et plus $c=2$ cm
 - barre N°16 , fils MW200 ou MD200 et plus petit $c=1,3$ cm

IV.3.4.9 Section totale du poteau :

L'aire de la section totale du poteau (A_g) est conçue de la manière suivante :

-Pour les poteaux attachés (cerces ou cadres) :

$$A_g \geq \frac{P_u}{0,40(f'_c + f_y \rho_s)} \quad (\text{IV.145})$$

-Pour les poteaux en spirale (armature transversale spirale) :

$$A_g \geq \frac{P_u}{0,45(f'_c + f_y \rho_s)} \quad (\text{IV.146})$$

IV.4 Résistance des sections au cisaillement :

IV.4.1 Introduction:

IV.4.1.1 Définition de cisaillement:

Il y a cisaillement lorsqu'une pièce est sollicitée par deux forces égales, de même droite d'action mais de sens contraires qui tendent à faire glisser l'une sur l'autre les deux parties de la pièce.

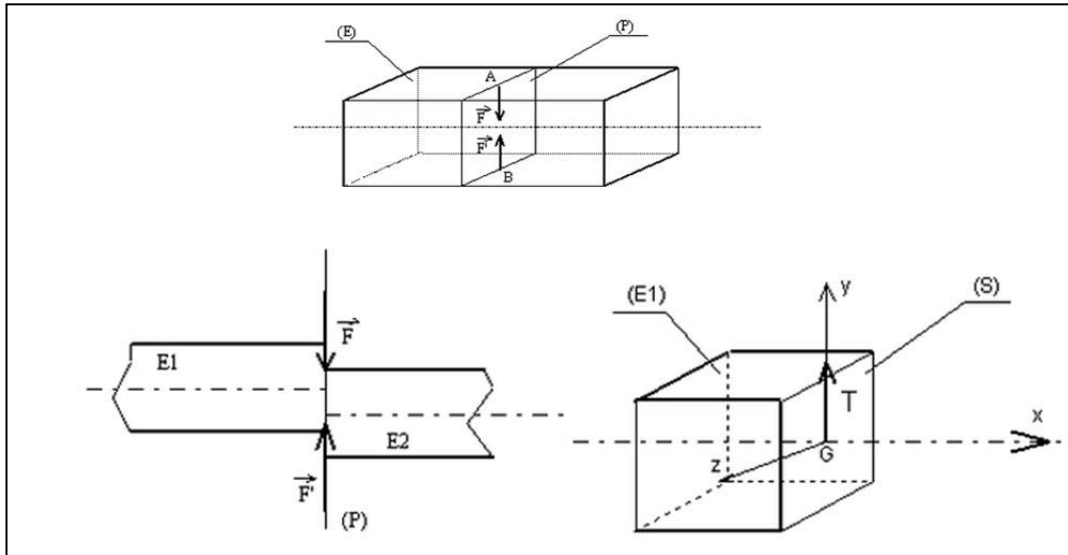


Figure IV.12 : Modélisation d'une éprouvette sollicitée au cisaillement.

Sous l'action de ces deux forces la poutre tend à se séparer en deux tronçons E₁ et E₂ glissant l'un par rapport à l'autre dans le plan de section droite (P). Une section droite (S) d'une poutre (E) est sollicitée au cisaillement simple si les éléments de réduction au centre de surface G de (S) du torseur des efforts de cohésion sont :

$$T_{coh} = \begin{Bmatrix} T \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

IV.4.1.2 Résistance des sections au cisaillement :

Dans ce qui suit, nous allons considérer les contraintes tangentielles dues uniquement à l'effort tranchant. Ces contraintes tendent à cisailier et font glisser les plans les uns par rapport aux autres, les plans perpendiculaires et les plans parallèles, et provoquent ainsi des déformations angulaires. En pratique il est difficile de trouver le cisaillement dans sa forme pure, généralement accompagné avec la flexion. L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et déterminer les armatures transversales et l'épure d'arrêt des armatures longitudinales.

Nous avons l'effort tranchant

$$T=F$$

Et la relation entre l'effort tranchant T et la contrainte tangentielle " τ " agissant sur la face de la section " S_1 " s'écrit:

$$T = \iint_{S_1} \tau \, ds_1$$

Pour une distribution uniforme des contraintes sur le plan de la section l'équation s'écrit donc :

$$T = \tau \cdot S_1 \longrightarrow \tau = \frac{T}{S_1}$$

Note : En réalité les contraintes tangentielles ne sont pas uniformément réparties sur le plan de la section car elles s'annulent aux voisinages des faces supérieures et inférieures.

Dans une poutre en béton armé l'effort tranchant est équilibré par les armatures transversales.

IV.4.2 Calcul réglementaire du cisaillement selon le code CBA 93 :

IV.4.2.1 Dimensionnement des sections sous sollicitation d'effort tranchant :

Le règlement CBA 93 prévoit que les poutres sont toujours justifiées à l'état limite ultime vis-à-vis de sollicitation par un effort tranchant et la justification à l'état-limite de service se traduit uniquement par des dispositions constructives.

IV.4.2.2 Contrainte tangentielle conventionnelle :(article A.5.1, 1 CBA 93)

La contrainte tangente (contrainte de cisaillement) dans la section où se produit l'effort tranchant sera donnée par l'équation suivante :

$$\tau = \frac{Ts}{bI} \quad (\text{IV.147})$$

Avec :

T : l'effort tranchant.

S : Moment statique de la section.

b : la largeur de la section.

I : le moment d'inertie de la section.

Le règlement CBA admet par simplification le principe de la tangente conventionnelle ultime:

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \cdot d} \quad (\text{IV.148})$$

Avec :

τ_u : la contrainte de cisaillement, en MPa, à l'ELU.

T_u : l'effort tranchant.

b : la largeur de la section.

d : la distance entre la fibre supérieure et les armatures inférieures.

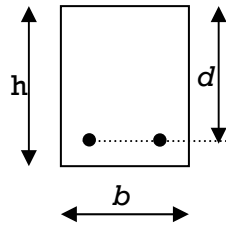


Figure IV.13 Section en béton armé

Dans l'expression conventionnelle, le règlement introduit la hauteur utile à la place du bras de levier afin de simplifier les calculs. La contrainte de cisaillement τ_u ne représente donc pas la valeur réelle de la contrainte exercée, mais une fraction comprise entre 0,8 et 0,9.

Note : En cas de largeur variable sur la hauteur de la section, il convient d'adopter pour b_0 une valeur minimale.

IV.4.2.3 Justification des poutres sous sollicitations tangentés :

a-Justification du béton :

La contrainte tangentielle τ_u doit satisfaire les conditions suivantes :

- Cas d'armatures droites $\alpha=90^\circ$ (article A.5.1, 211 CBA 93)

Le règlement impose la vérification suivante :

- ✓ Fissuration non préjudiciable

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0 \cdot d} \leq \min \left(\frac{0,2 \cdot f_{cj}}{\gamma_b} ; 5 \text{ MPa} \right) \quad (\text{IV.149})$$

- ✓ Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0 \cdot d} \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot f_{cj}}{\gamma_b} ; 4 \text{ MPa} \right) \quad (\text{IV.150})$$

Cette vérification étant également valable pour les armatures mixtes (barres relevées plus cadres).

- Cas où les armatures sont inclinées à 45° (article A.5.1, 212 CBA 93)

Quelle que soit la fissuration, la vérification à faire est comme suit :

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0 \cdot d} \leq \min \left(\frac{0,27 \cdot f_{cj}}{\gamma_b} ; 7 \text{ MPa} \right) \quad (\text{IV.151})$$

Si $\tau_u > \tau_{ulimite} \Rightarrow$ on doit augmenter les dimensions de la section.

Généralement la disposition des armatures à 45° est notamment recommandée lorsque la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable.

Si les armatures sont disposées de façon intermédiaire ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), il est loisible de procéder à une interpolation linéaire pour fixer la valeur de τ_u .

Sous l'effet de l'effort tranchant, le béton se fissure et se découpe en bielles inclinées à 45° , comme le montre la figure suivante :

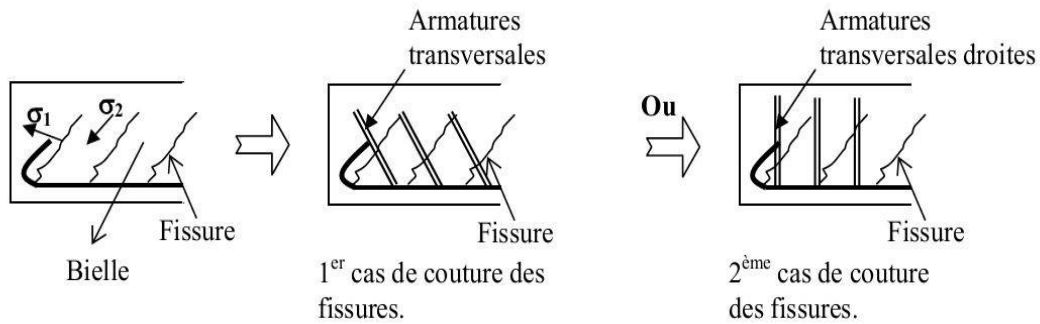


Figure IV.14 Position des armatures transversales et l'angle d'inclinaison des fissures dans une poutre droite

Tableau IV.4 Valeurs des contraintes tangentés ultimes (MPa) avec $\gamma_b = 1,5$

f_{c28} (MPa)	Armature droites		Armatures à 45° pour toutes fissurations
	Fissurations non préjudiciable	Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable	
	$\min\left(\frac{0,2 \cdot f_{cj}}{\gamma_b}; 5 \text{MPa}\right)$	$\min\left(\frac{0,15 \cdot f_{cj}}{\gamma_b}; 4 \text{MPa}\right)$	$\tau_u \leq \min\left(\frac{0,27 \cdot f_{cj}}{\gamma_b}; 7 \text{MPa}\right)$
16	2,13	1,60	2,88
18	2,40	1,80	3,24
20	2,67	2,00	3,60
25	3,33	2,50	4,50
30	4,00	3,00	5,40
40	5,00	4,00	7,00
50	5,00	4,00	7,00
60	5,00	4,00	7,00

B. Justification d'acier :**B.1 Calcul des armatures (article A.5.1, 23 CBA 93) :**

Le rapport de la section A_t sur l'espacement S_t des armatures transversales doit vérifier l'inégalité suivante :

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \cdot K \cdot f'_{tj}}{0,9 \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} \rightarrow \frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \cdot K \cdot f'_{tj}}{0,8 \cdot f_e \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (\text{IV.152})$$

- Si on utilise des cadres droits $\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$

b_0 : Largeur de l'âme.

f_e : Limite d'élasticité garantie des armatures transversales

γ_s : Coefficient de sécurité partiel sur les armatures (en général $\gamma_s = 1,15$)

α : Angle d'inclinaison des armatures transversales ($\alpha = 90^\circ$ si elles sont droites)

A_t : Aire de la section des armatures transversales

S_t : Espacement entre armatures transversales

f_{tj} : Résistance caractéristique du béton à la traction à j jours de valeur maximale de 3,3MPa.

Cette relation donne la section d'armatures d'âme nécessaire pour équilibrer l'effort tranchant.

La relation comporte deux termes qui sont les suivants:

Le premier résulte de la théorie du treillis de Ritter-Mörsch qui a pour but d'assurer l'équilibre des bielles par la disposition des armatures transversales inclinées d'un angle " α " par rapport à l'axe de la poutre appelée les armatures des coutres.

Le deuxième (terme soustractif) tient compte, par l'intermédiaire du coefficient empirique "k", les valeurs suivantes :

* $k = 1$ en flexion simple

* en flexion composée avec compression (σ_{cm} contrainte moyenne)

$$K = 1 + \frac{3\sigma_{cm}}{f_{cj}} \quad (\text{IV.153})$$

* en flexion composée avec traction (σ_{tm} contrainte moyenne),

$$K = 1 + \frac{10\sigma_{tm}}{f_{cj}} \quad (\text{IV.154})$$

* $k = 0$ si la fissuration considérée est très préjudiciable ou s'il y a une reprise de bétonnage non traités.

* $k = 1$ si la reprise de bétonnage est munie d'indentations dont la saillie atteint au moins 5 mm, ou le cas où il n'y a pas de reprise de bétonnage.

B.2 Section minimale d'armatures transversales : (article A.5.1, 22 CBA 93)

Pour toute âme de poutre comportant d'armatures transversales composées d'aciers parallèles au plan moyen d'âme et ancrés, il faut vérifier que :

$$S_t \geq 7 \text{ cm avec : } S_{t\min} = 7 \text{ cm } S_t \leq \min (0,9.d ; 40 \text{ cm}) \quad (\text{IV.155})$$

$$\frac{A_t f_e}{b_0 S_t} \geq 0,4 \text{ MPa} \quad (\text{IV.156})$$

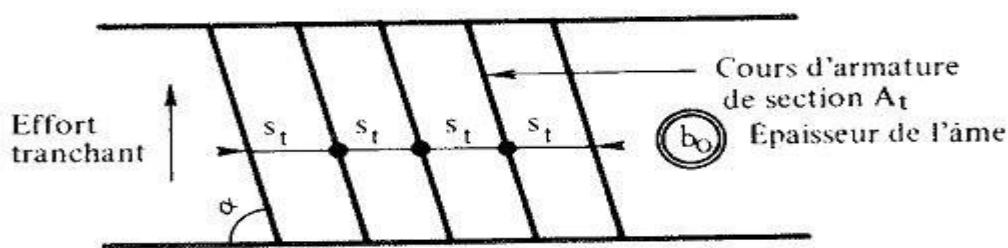


Figure IV.15 Dispositions des armatures transversales d'une poutre

Aussi il faut vérifier que :

$$\phi_t \leq \min \left(\frac{h}{35} ; \frac{b_0}{10} ; \phi_l \right) \quad (\text{IV.157})$$

$$\phi_t \leq 12 \text{ mm}$$

Avec :

ϕ_t : Diamètre nominal d'armature transversale

ϕ_l : Diamètre nominal d'armature longitudinale.

h : Hauteur totale de la poutre

b_0 : Largeur brute d'une poutre.

• Méthode forfaitaire de Caquot :

Cette méthode est applicable qu'aux poutres de section constante et soumises à des charges uniformément réparties.

1°- On calcule S_{t0}

2°- On prendra l'espacement immédiatement inférieur à S_{t0} dans la série de Caquot suivantes : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 13 ; 16 ; 20 ; 25 ; 25 ; 35. (cm) On choisit les espacements successivement

qu'on respectera autant de fois en nombre entier compris dans la demi portée de la poutre ou la portée d'une console.

- **Epure de répartition** : aucune condition n'est imposée.

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \cdot K \cdot f_{tj}}{0,8 \cdot f_e} \quad (\text{IV.158})$$

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \geq \frac{\tau_u}{0,8 \cdot f_e} - \frac{0,3 \cdot K \cdot f_{tj}}{0,8 \cdot f_e}$$

$$\tau_u \leq \frac{A_t \cdot 0,8 \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} + 0,3 \cdot K \cdot f_{tj} \quad \dots \dots \dots \text{multiplions les deux cotés par } (b_0 \times d) .$$

$$\tau_u \leq \frac{A_t \cdot 0,8 \cdot f_e \cdot d}{S_t} + 0,3 \cdot K \cdot f_{tj} \cdot b_0 \cdot d$$

$$\text{Posons : } K_1 = A_t \cdot 0,8 \cdot f_e \cdot d \quad \text{et} \quad K_2 = 0,3 \cdot f_{tj} \cdot k \cdot b_0 \cdot d \quad (\text{IV.159})$$

$$\text{D'où : } \tau_u \leq \frac{K_1}{S_t} + K_2 \quad (\text{IV.160})$$

La méthode sera la suivante :

- On calcule S_{t0} .
- On choisit les espacements S_{t1} ; S_{t2} ; S_{t3} Tel que $S_{t1} \leq S_{t2} \leq S_{t3}$...
- On calcule les quantités $\frac{K_1}{S_{t0}} + K_2$; $\frac{K_1}{S_{t1}} + K_2$; $\frac{K_1}{S_{t2}} + K_2$;

IV.4.3 Calcul réglementaire au cisaillement selon le code EUROCODE 2 :

IV.4.3.1 État de fissuration d'une poutre en béton armé :

Les vérifications de l'effort tranchant sont menées à l'état limite ultime (ELU) :

1. ELU du béton de l'âme : vérification de la résistance en compression des bielles de béton en zone courante.
2. ELU des armatures d'âme : dimensionnement des cadres pour résister aux efforts de traction en zone courante.
3. ELU des aciers d'ancrage : dimensionnement des aciers longitudinaux à prolonger sur appuis.
4. ELU du béton des bielles d'about : vérification de la résistance en compression des bielles de béton sur appuis.

1. Les armatures d'effort tranchant ne sont pas nécessaires si :(Article 6.2.1 et 6.2.2; S. Multon (2012) béton armé ,Eurocode 2)

$$V_u = V_{Ed} \leq V_{Rd} = (V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td}) \quad (IV.161)$$

Pour les sections de hauteur constant $V_{ccd} = V_{td} = 0$

$$\text{Si } V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \max \left[C_{Rd,c} K (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} ; V_{\min} \right] + K_1 \sigma_{cp} b_w d \quad (IV.162)$$

Si $V_{Ed} > V_{Rd,c} \rightarrow$ Armature transversale utile (nécessaire).

Avec :

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c, K_1 = 0,15, f_{ck} \text{ en MPa, } d \text{ en mm} \quad (IV.163)$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (IV.164)$$

$$\rho_l = A_{sl} / b_w d \leq 0,02 \quad (IV.165)$$

$$V_{\min} = (0,34 / \gamma_c) f_{ck}^{1/2}, \text{ (pour les dalles)} \quad (IV.166)$$

$$V_{\min} = (0,053 / \gamma_c) K^{3/2} f_{ck}^{1/2} \text{ (poutres)} \quad (IV.167)$$

$$V_{\min} = (0,35 / \gamma_c) f_{ck}^{1/2} \text{ (voiles)} \quad (IV.168)$$

La valeur recommandée pour V_{\min} est donnée par l'Expression suivante : (Article 6.2.2. EUROCODE 2 , page 80)

$$V_{\min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (IV.169)$$

A_{sl} : section des armatures tendues, prolongées sur plus de $(l_{bd} + d)$ au-delà de la section considérée,

b_w : largeur de la section droite dans la zone tendue (mm)

f_{ck} : Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur une cylindre à 28 jours .

V_{Ed} : Effort tranchant agissant de calcul dans la section considéré dû aux charges extérieures

$V_{Rd,c}$: Effort tranchant résistant de calcul de l'élément en absence d'armature transversale

N_{Ed} ou V_u : effort tranchant agissant dans la section droite, dû aux charges extérieures appliquées (ou à la précontrainte), en newtons ($N_{Ed} > 0$ pour la compression)

V_{Rd} : Effort tranchant résistant de l'acier et béton.

σ_{cp} : est la contrainte de compression dans le béton au niveau du centre de gravité sous l'effort normal dû aux charges et/ou à la précontrainte ($\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c$ en MPa, $N_{Ed} > 0$ en compression)

A_c : section droite du béton (mm²)

2. Cas où les armatures sont nécessaires avec des armatures d'effort tranchant verticales $\alpha=90^\circ$: (Article 6.2.3 ;EUROCODE 2)

2.1 Vérification de la compression des bielles ($\alpha=90^\circ$)

$$V_{Ed} \leq \min \left[V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\tan\theta + \cot\theta}; V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \right] \quad (IV.170)$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} \cot\theta} \quad (IV.171)$$

Avec :

$\alpha_{cw} = 1$ pour les éléments non précontraints.

v_1 : réduction de la résistance du béton fissuré à l'effort tranchant

$$v_1 = v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad \text{ou } f_{ck} \text{ en MPa} \quad (IV.172)$$

θ est l'angle des bielles par rapport à la fibre moyenne de l'élément avec :

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5 \quad (IV.173)$$

$V_{Rd,max}$: Effort tranchant résistant maximal repris par l'élément avant écrasement des bielles de béton comprimé.

$V_{Rd,s}$: Effort tranchant résistant repris par les armatures transversales.

A_{sw} aire de la section des armatures d'effort tranchant.

s : espacement des cadres ou étriers.

f_{ywd} : limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant

A- Aire minimale : (Article 9.2.2; S. Multon (2012) béton armé ,Eurocode 2)

$$\frac{A_{sw}}{s} > \frac{0.08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} b_w \quad (IV.174)$$

B- Espacement maximal : (Article 9.2.2; S. Multon (2012) béton armé, Eurocode 2)

$$S_t \leq S_{t,max} = \min(0,75d ; 60 \text{ cm}) \quad (IV.175)$$

$$S_l \leq S_{l,max} = 0,75d (1 + \cot\alpha) \quad (IV.176)$$

Pour $\alpha=90^\circ$ on a : $S_{l,max} = 0,75d$

Avec :

S_l : Espacement longitudinale entre les cours d'armatures d'effort tranchant.

S_t : Espacement transversal des brins verticaux dans une série des cadres, étriers ou épingles.

C- Ancrage des armatures d'about : (Article 6.2.3 et 9.2; S. Multon (2012) béton armé ,EUROCODE 2) :

Au niveau des appuis d'une poutre, il faut vérifier que les armatures longitudinales reprennent Δf_{td} :

$$\Delta f_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} \cot\theta + \frac{M_{Ed}}{z} \quad (IV.177)$$

Avec :

Δf_{td} : Effort de traction dans les armatures longitudinales dû à l'effort tranchant V_{Ed} et le moment M_{Ed} .

Pour $\alpha=90^\circ \Rightarrow \Delta f_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} (\cot\theta - \cot\alpha) + \frac{M_{Ed}}{z} \leq \frac{M_{Edmax}}{z}$ (IV.178)

-Sur les appuis considérés comme faiblement ou pas encastrés, il faut ancrer au moins 25% du moment en travée (Article 9.2.1.4 ; EUROCODE 2).

IV.4.3.2 Vérifications de la compression des bielles d'about :

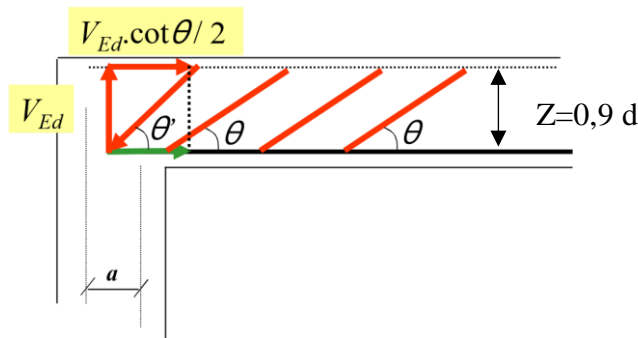


Figure IV.16 compression des bielles d'about

Sur appui, l'angle de la bielle d'about est θ' :

$$\cot \theta' = \cot \theta / 2 \quad (IV.179)$$

A- Vérification de la compression des bielles d'about d'un appui de rive : (Article 6.5.4 ; S. Multon (2012) béton armé, Eurocode 2) :

$$\sigma_{Rd} = \max \left[\sigma_{Rd1} ; \sigma_{Rd2} \right] \leq \sigma_{Rd,max} = 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (IV.180)$$

$$\sigma_{Rd1} = \frac{V_{Ed}}{b_w a_1} \quad \text{et} \quad \sigma_{Rd2} = \frac{V_{Ed}}{b_w a_2 \sin \theta} \quad (IV.181)$$

Avec :

a_1, a_2 : les largeurs de la bielle sur appui.

$$a_1 = a_{\text{appui}} - c_{\text{nom}} - 2.S_0 \quad (\text{IV.182})$$

$$a_2 = (a_1 + \cot \theta' (2S_0 + S)) \sin \theta' \quad (\text{IV.183})$$

S_0 : distance entre le bas de la poutre et l'entraxe de l'acier le plus bas.

S : entraxe entre les lits des aciers.

c_{nom} : Epaisseur d'enrobage du béton.

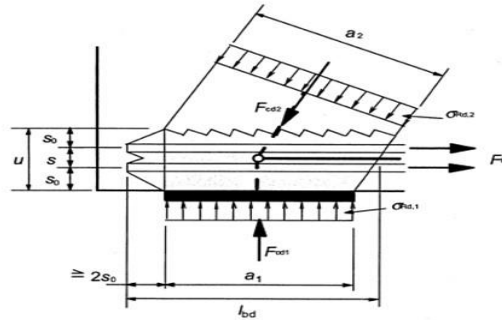


Figure IV.17 : Nœud soumis à la compression et à la traction avec armatures dans une direction au niveau de l'appui de rive.

B- Vérification de la compression des bielles d'about d'un appui intermédiaire (Article 6.5.4; S. Multon (2012) béton armé, Eurocode 2) :

$$\sigma_{Rd} = \max [\sigma_{Rd1} ; \sigma_{Rd2} ; \sigma_{Rd3}] \leq \sigma_{R,max} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{IV.184})$$

Avec :

$$\sigma_{Rd1} = \frac{V_{Edw} + V_{Ede}}{b_w a_1} \quad (\text{IV.185})$$

$$\sigma_{Rd2} = \frac{V_{Edw}}{b_w a_2 \sin \theta'_w} \quad (\text{IV.186})$$

$$\sigma_{Rd3} = \frac{V_{Ede}}{b_w a_3 \sin \theta'_e} \quad (\text{IV.187})$$

$$a_3 = (a_1 + \cot \theta'_e (2S_0 + S)) \sin \theta'_e \quad (\text{IV.188})$$

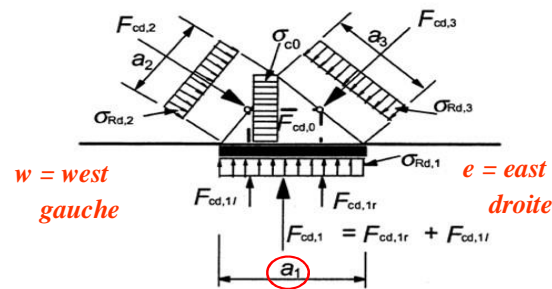


Figure IV.18 : Nœud à compression, sans tirant au niveau d'un appui intermédiaire

IV.4.4 Calcul réglementaire au cisaillement selon le code ACI 318-08 :

IV.4.4.1 Conception de l'armature d'une poutre au cisaillement :

L'armature de cisaillement est conçue pour chaque combinaison de charge à chaque situation sur la longueur de la poutre. Lors de la conception du ferrailage de cisaillement, pour une combinaison de chargement particulière, à une situation particulière en raison du cisaillement majeur de l'élément, les étapes suivantes sont appliquées :

- ✚ Déterminez l'effort de cisaillement pondéré, V_u .
- ✚ Déterminez l'effort de cisaillement, V_c à laquelle le béton peut résister.
- ✚ Déterminez le ferrailage de cisaillement requis pour supporter l'effort de cisaillement .

On note : SI unité : formule établie en unité internationale.
US unité : formule établie en unité américaine.

IV.4.4.2 Résistance au cisaillement :

La conception des sections transversales soumises au cisaillement doit être basée sur :

$$\phi V_n \geq V_u \quad (\text{IV.189})$$

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{IV.190})$$

Avec :

V_u : l'effort de cisaillement pondéré à la section considérée.

V_n : la résistance nominale au cisaillement.

V_c : la résistance nominale au cisaillement fournie par le béton, calculée conformément à l'article 11.2, 11.3 ou 11.11 ACI 318-08.

V_s : la résistance nominale au cisaillement fournie par un ferrailage de cisaillement calculé conformément à l'article 11.4, 11.9.9 ou 11.11 ACI 318-08.

IV.4.4.2.1 Résistance au cisaillement fournie par le béton aux éléments en béton armé :

- V_c doit être calculé conformément aux dispositions d'Article 11.2.1.1 à 11.2.1.3 ACI 318-08, sauf si un calcul plus détaillé est effectué conformément à l'article 11.2.2 ACI 318-08 ou ACI 318 M-08.

- Pour les éléments soumis au cisaillement et flexion seulement :

$$V_c = 2\lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{en (US unité)} \quad \text{(IV.191)}$$

$$V_c = 0,17\sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{en (SI unité)} \quad \text{(IV.192)}$$

- Pour les éléments soumis à une compression axiale :

$$V_c = 2 \left(1 + \frac{N_u}{2000A_g}\right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{en (US unité)} \quad \text{(IV.193)}$$

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{N_u}{14A_g}\right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{en (SI unité)} \quad \text{(IV.194)}$$

ou' $\lambda=1$ pour un béton ordinaire (normal)

$$\lambda = \frac{f_{ct}}{0,56\sqrt{f'_c}} \leq 1 \quad \text{pour un béton léger} \quad \text{(IV.195)}$$

Avec :

f_{ct} : résistance à la traction du béton léger (MPa)

f'_c : résistance à la compression du béton normal (MPa)

Pour la formule en unité américaine (US) N_u/A_g doit être exprimée en psi.

Cependant N_u / A_g en (MPa) pour la formule en unité internationale (SI)

- Pour les éléments soumis à une tension axiale importante, V_c doit être pris comme zéro, sauf si une analyse plus détaillée est effectuée à l'aide de l'article 11.2.2.3 de ACI 318-08- ACI 318M-08

- V_c peut être évalué en utilisant un calcul plus détaillé donné comme suit : (Article 11.2.2.1 ACI 318-08- ACI 318M-08)

$$V_c = \left(1,9 \lambda \sqrt{f'_c} + 2500 \rho_w \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) b_w d \leq 3,5 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{en (US unité)} \quad \text{(IV.196)}$$

$$V_c = \left(0,16 \lambda \sqrt{f'_c} + 17 \rho_w \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) b_w d \leq 0,29 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{en (SI unité)} \quad \text{(IV.197)}$$

Lors du calcul de V_c par Eq. (IV.196) ou (IV.197), V_{ud} / M_u ne doit pas être pris supérieur à 1,0, où M_u apparaît simultanément avec V_u à la section considérée.

- Pour les éléments soumis à une compression axiale, il sera permis de calculer V_c en utilisant Eq. (IV.196) ou (IV.197) avec M_m substitué à M_u et V_{ud} / M_u n'est pas limité à 1 :

$$M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h-d}{8} \right) \quad (\text{IV.198})$$

Cependant, V_c doit être :

$$V_c \leq 3,5 \lambda \sqrt{f'c'} b_w d \sqrt{1 + \frac{N_u}{500}} \quad \text{en (US unité)} \quad (\text{IV.199})$$

$$V_c \leq 0,29 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0,29N_u}{A_g}} \quad \text{en (SI unité)} \quad (\text{IV.200})$$

N_u / A_g doit en psi pour la formule en unité américaine (US).

Cependant N_u / A_g (MPa) pour la formule en unité internationale (SI).

Quand M_m calculé par Eq (IV.198) est négatif, V_c doit être calculé par Eq (IV.199) ou (IV.200)

- Pour les éléments soumis à une traction axiale importante :

$$V_c = 2 \left(1 + \frac{N_u}{500A_g} \right) \lambda \sqrt{f'c'} b_w d > 0 \quad \text{en (US unité)} \quad (\text{IV.201})$$

$$V_c = 0,17 \left(1 + \frac{0,29N_u}{A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d > 0 \quad \text{en (SI unité)} \quad (\text{IV.202})$$

où N_u est négatif pour la traction.

- Pour les éléments circulaires, la surface utilisée pour calculer V_c doit être prise comme le produit du diamètre et de la profondeur effective de la section de béton. Il est permis de prendre d'égale à 0,80 fois le diamètre de la section en béton.

IV.4.4.2.2 Résistance au cisaillement fournie par l'acier aux éléments en béton armé :(Article 11.4.7 ;ACI 318 M-08)

Lorsque $V_u > \phi V_c$, un ferrailage de cisaillement doit être fourni pour satisfaire l'équation suivante :

$$V_u \geq \phi V_n \quad \text{où} \quad V_n = V_s + V_c \quad (\text{IV.203})$$

où V_s doit être calculé comme suite :

-cas d'armatures de cisaillement perpendiculaires à l'axe de l'élément :

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (\text{IV. 204})$$

Avec :

A_v : l'aire de la section d'armature de cisaillement.

S : l'espacement des armatures.

f_{yt} : la limite d'élasticité spécifiée d'une armature de cisaillement.

Lorsque les attaches circulaires, des cerceaux ou des spirales sont utilisés comme armatures de cisaillement, " V_s " doit être calculée à l'aide de l'Eq (IV. 204) A_v doit être pris égal à deux fois l'aire de la barre dans une attache circulaire, une cerce ou une spirale à un espacement S qui est mesurée dans une direction parallèle aux armatures longitudinales.

- Lorsque des étriers inclinés sont utilisés comme armatures de cisaillement, alors :

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin\alpha + \cos\alpha) d}{S} \quad (\text{IV.205})$$

où α est l'angle entre les étriers inclinés et l'axe longitudinal de l'élément, et S est mesuré dans une direction parallèle au renforcement longitudinal.

Lorsque l'armature de cisaillement est une barre unique ou un groupe unique de barres parallèles, toutes inclinés à la même distance de l'appui, alors :

$$V_s = A_v f_y \sin\alpha \leq 3\sqrt{f'c} b_w d \quad \text{en (US unité) (IV.206)}$$

$$V_s = A_v f_y \sin\alpha \leq 0,25 \sqrt{f'c} b_w d \quad \text{en (SI unité) (IV.207)}$$

Où : α est l'angle entre l'armature transversale inclinée et l'axe longitudinal de l'élément.

Lorsque l'armature de cisaillement est composée d'une série de barres parallèles inclinées ou de groupes de barres parallèles inclinées à différentes distances d'appui, la valeur de V_s doit être calculée par Eq (IV-204).

Seuls les trois quarts centraux de la partie inclinée de toute barre cintrée longitudinale doivent être considérés comme efficaces pour le renforcement par cisaillement.

Lorsque plusieurs types de ferrailage de cisaillement sont utilisés pour renforcer la même partie d'un élément, la valeur de V_s doit être calculée en faisant la somme des valeurs calculées pour les différents types de ferrailage de cisaillement.

La valeur de V_s ne doit:

$$V_s \leq 8 \sqrt{f'c} b_w d \quad (\text{IV.208) en (US unité)}$$

$$V_s \leq 0.66 \sqrt{f'c} b_w d \quad (\text{IV.209) en (SI unité)}$$

IV .4.4.3- Résistance au cisaillement fournie par les armatures de cisaillement :**- Types de ferrailage de cisaillement :**

- Les armatures de cisaillement suivantes sont autorisées:

- a) Étriers perpendiculaires à l'axe de l'élément.
- (b) Armature en fil soudé avec des fils situés perpendiculairement à l'axe de l'élément;
- (c) Spirales, attaches circulaires ou cerceaux.

- Les valeurs de f_y et f_{yt} utilisées dans la conception de l'armature de cisaillement ne doivent pas dépasser 420MPa (60 000 psi), sauf que la valeur ne doit pas dépasser 550 MPa (80 000 psi) pour les armatures de fils soudées et déformées.

- Les étriers et autres barres ou fils utilisés comme armatures de cisaillement doivent s'étendre à une distance "d" de la fibre de compression extrême et doivent être développés aux deux extrémités.

IV.4.4.4 Calcul des armatures du cisaillement :

L'effort de cisaillement résistant est limitée à un maximum de: (Article 11.4.7.9 ACI 318-08 ACI 318M-08) :

$$V_{\max} = V_c + 8 \sqrt{f_c'} b_w d \quad (\text{US unité}) \quad (\text{IV.210})$$

$$V_{\max} = V_c + 0.66 \sqrt{f_c'} b_w d \quad (\text{SI unité}) \quad (\text{IV.211})$$

-Si $V_u \leq 0,5 \phi V_c$

Pas d'armature transversal $A_v=0$ (Article 11.4.6.1 ACI 318-08)

-Si $0,5 \phi V_c < V_u \leq \phi V_{\max}$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi f_{yt} d (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (\text{IV.212}) \quad (\text{Article 11.4.7.1 11.4.7.2 ACI 318-08})$$

Pour $\alpha=90^\circ$ (armatures transversales droites) on a :

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi f_{yt} d} \quad (\text{IV.213})$$

Avec : ϕ : facteur de réduction de la résistance, est égal à 0,75 pour le cas des sections soumise au cisaillement (ACI 9.3.2.3).

Pour les éléments dont la force de précontrainte effective ne représente pas moins de 40% de la résistance à la traction du ferrailage de flexion, le ferrailage de cisaillement requis est calculé comme suit (Article 11.4.6.3, 11.4.6.4 ACI 318-08) :

$$\frac{A_v}{s} \geq \min \left[\begin{array}{l} \max \left(\frac{0,75 \lambda \sqrt{f'_c}}{f_y}, \frac{50}{f_y} b_w \right) \\ \frac{A_{ps} f_{pu}}{80 f_{yt} d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} \end{array} \right] \quad \text{(IV.214) en (US unité)}$$

$$\frac{A_v}{s} \geq \min \left[\begin{array}{l} \max \left(\frac{0,0062 \sqrt{f'_c} b_w}{f_{yt}} ; \frac{0,35 b_w S}{f_{yt}} \right) \\ \frac{A_{ps} f_{pu}}{80 f_{yt} d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} \end{array} \right] \quad \text{(IV.215) en (SI unité)}$$

- Si $V_u > \phi V_{max}$, la section de béton devrait être augmentée (Article 11.4.7.9 ACI 318-08).

IV.4.4.5 Section d'armatures minimales :

$$A_{vmin} = \max \left(0,75 \sqrt{f'_c} \frac{b_w S}{f_{yt}} ; (50 b_w S) / f_{yt} \right) \quad \text{en (US unité) (IV.216) (Article 11.4.6.3 ACI 318-08)}$$

$$A_{vmin} \geq \max \left(0,062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w S}{f_{yt}} ; \frac{0,35 b_w S}{f_{yt}} \right) \quad \text{en (SI unité) (IV.217) (Article 11.4.6.3 ACI 318M-08)}$$

IV.4.4.6 Limites d'espacement pour les armatures de cisaillement :

$$S \leq S_{max} = \min (0,5 d ; 60\text{cm}) \quad \text{(IV.218)}$$

Avec :

S : espacement des armatures.

S_{max} : l'espacement maximal

d: hauteur utile entre la fibre de compression extrême et le centre de gravité du ferrailage longitudinal.

CHAPITRE V

**Comparaison de calculs justificatifs de
résistance des sections au cisaillement et
chargement axial**

V. Comparaison de calculs justificatifs de résistance des sections au cisaillement et chargement axial selon l'ACI, EUROCODE et CBA :

V.1 Introduction :

Dans ce chapitre, on va comparer les méthodes de calculs proposés par les trois règlements CBA, ACI, EUROCODE concernant les calculs justificatifs de résistance des sections au cisaillement et aux charges axiales, ainsi que les différentes caractéristiques des matériaux utilisés (béton et l'acier) présentées dans les chapitres précédents.

V.2 Caractéristiques physiques et mécaniques :

A) Béton :

Tableau V.1 : Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques de béton

	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Densité	2155 ÷ 2555 Kg/ m ³	Le code n'indique aucune valeur.	2500 Kg/ m ³
Coefficient d'expansion thermique	Le code n'indique aucune valeur.	10×10 ⁻⁶ /°C	10×10 ⁻⁶ /°C

	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE
Résistance caractéristique à la compression	Pour : $f_c' \leq 35$ MPa Max $f_{cr}' = f_c' + 1.34S_s$ $f_{cr}' = f_c' + 2.33S_s - 3.5$ Pour : $f_c' > 35$ MPa Max $\begin{cases} f_{cr}' = f_c' + 1.34S_s \\ f_{cr}' = 0.90f_c' + 2.33S_s \end{cases}$ Pour $f_c' > 35$ MPa et un nombre des essais S_s moins de 15 : $f_{cr}' = 1.10f_c' + 5$	$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$ Pour S = 025 (ciments de classe de résistance CEM 32.5R, CEM 42,5 N) $\beta_{cc} = \exp \{0,25 [1 - (28 / t)^{1/2}]\}$
	Selon le code CBA	
	$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} \text{ Si } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$ $f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95j} f_{c28} \text{ Si } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$	

		Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Résistance caractéristique à la traction		$f_{ct} \approx 6,7\sqrt{f'_c}$ (en Psi) $f_{ct} \approx 0,56'\sqrt{f'_c}$ (en MPa) pour béton normal	$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha \cdot f_{ctm}$ $-\alpha = 1$ pour $t < 28$ $-\alpha = 2/3$ pour $t \geq 28$ $-f_{ctm}$ = dépend de t (Annexe I)	$f_{ij} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$ -Juste pour $f_{ct} < 60$ MPa
Module de déformation longitudinal		$-E_c = \gamma_c^{1,5} \cdot 43\sqrt{f'_c} \cdot 10^{-3}$ $-E_c = 4730\sqrt{f'_c}$ (bétons de densité normale) -Exemple : béton de densité normale $\gamma_b = 2500 \text{ kg/m}^3$ $f'_c = 25$ MPa $E_c = 23650$ MPa	$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t) / f_{cm})^{0,3} E_{cm}$ $-E_{cm}(t)$ et $f_{cm}(t)$ dépend de temps (Annexe I) $-E_{cm}$ et f_{cm} ce sont les valeurs déterminées à 28 jours -Exemple : béton de densité normale (t=28j) $f_{cm} = 25$ MPa : $E_c = 31000$ MPa	$E_{ij} = 11000 (f_{cj})^{1/3}$ -Exemple : béton de densité normale $f_{cj} = 25$ MPa $E_c = 32164,2$ MPa
Déformation différées	Retrait	Le code ACI ne donne aucune valeur	$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$ $\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \epsilon_{ca}(\infty)$ $\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot kh \cdot \epsilon_{cd0}$ $\epsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f'_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$ $\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 t^{0,5})$ $\beta_{ds}(t, t_s) = [(t - t_s) / (t \cdot t_s)] + 0,04 \sqrt{h_0^3}$ $-\epsilon_{cd0}$ = (Annexe II) $-k_h$ = Tableau II.3	$-\epsilon_r = 2 \cdot 10^{-4}$ (climat humide) $-\epsilon_r = 3 \cdot 10^{-4}$ (climat tempéré) $-\epsilon_r = 4 \cdot 10^{-4}$ (climat chaud et sec) $-\epsilon_r = 5 \cdot 10^{-4}$ (climat très sec)
	Fluage		$\epsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c)$ $-\varphi(\infty, t_0)$ = (Annexe III) $-\sigma_c > 0,45 f_{ck}(t_0)$ $-t_0$: l'âge du béton au moment du chargement. $-E_c = 1,05 E_{cm}$	$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3}$ $= 3700 \sqrt[3]{f'_c}$ $\epsilon_{totale} = \epsilon_{ij} + \epsilon_{fl}$ $\epsilon_{tot} = \frac{\sigma_{ij}}{E_{ij}} (1 + \phi f(t))$
Coefficient de Poisson			$-v = 0,2$ (béton non fissuré) $-v = 0$ (béton fissuré)	$-v = 0,2$ (calcul des déformations) $-v = 0$ (calcul des sollicitations)

1°-Densité :

A propos de cette caractéristique le code EUROCODE n'indique aucune valeur par contre le code ACI donne un intervalle qui limite la densité avec une petite différence avec celle donnée par le code CBA comme l'indique le tableau V.1

2°-Coefficient d'expansion thermique :

Pour ce coefficient le code ACI n'indique aucune valeur par contre les codes EUROCODE et CBA indiquent une même valeur de $10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, comme le montre dans le tableau V.1.

3°-Résistance caractéristique à la compression :

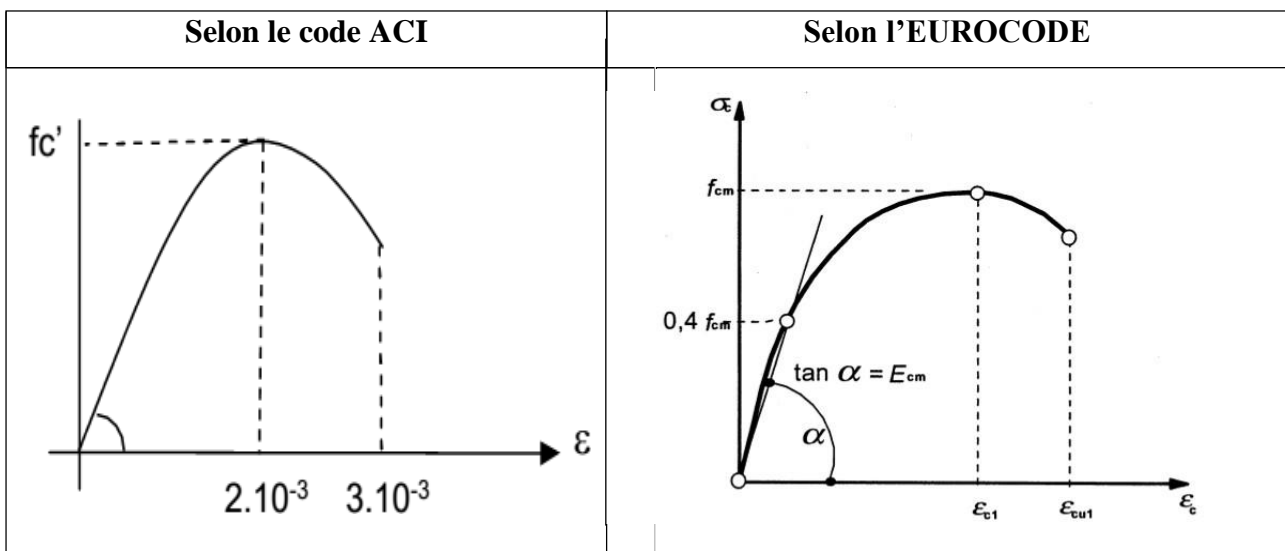
Cette résistance a des expressions empiriques presque différentes pour les trois codes (tableau V.1). Le calcul se base sur le nombre d'essais selon ACI. L'EUROCODE propose une formule basée sur la classe de résistance de ciment utilisée ; cependant le CBA propose deux formules déterminant la résistance en fonction de l'âge de béton et la valeur de f_{c28}

4°-Résistance caractéristique à la traction :

On remarque que les deux codes ACI et CBA présentent des formules empiriques approximatives, pour le calcul de la résistance à la traction du béton, dépendant de la résistance à la compression de béton. Bien que le code L'EUROCODE présente une formule qui dépend de la résistance à la compression de béton et la classe de résistance de ciment utilisée.

5°-Diagramme contraintes - déformations réel :

Tableau V.2 : Comparaison des diagrammes contraintes - déformations réel de béton



Selon le code CBA
Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.

- A propos de diagramme contraintes-déformation réel de béton le code CBA n'indique aucun diagramme. Par contre pour les deux diagrammes de contrainte – déformation du béton en compression d'ACI et d'EUROCODE, on remarque qu'ils ont la même forme d'allure qui reflète le comportement non – linéaire de béton comprimé comme le montre le tableau V.2

La partie descendante de la courbe contraintes – déformation est plus importante pour du béton à faible résistance. En effet, plus la résistance du béton est élevée, plus son comportement est linéaire et fragile. Selon l'ACI la déformation correspondant à la contrainte maximale pouvant supporter le béton comprimé, vaut 2.10^{-3} pour la plupart des bétons. Bien que l'EUROCODE relie la déformation ϵ_{c1} correspondant à la contrainte maximale à la classe de résistance du béton d'après l'annexe I.

6°-Module de déformation longitudinal :

D'après les formules empiriques proposées par les trois codes comme l'indique le tableau V.1, on remarque qu'elles sont basées sur la valeur de la résistance à la compression.

Bien que Le module d'élasticité selon l'ACI dépend de la densité du béton, Aussi on constate que la valeur du module d'élasticité de l'EUROCODE et CBA est supérieure à celle obtenue par le code ACI, pour un exemple d'application concrète d'un béton de densité $\gamma_c=2500 \text{ kg/m}^3$ et de résistance à la compression f_{c28} ou $f'_c=25 \text{ MPa}$.

7°-Déformations différées :

a-Retrait :

Pour les coefficients de raccourcissement, il est difficile de les comparer vu que ces coefficients ont des termes différents (voir le tableau V.1). Néanmoins, on essaie de les comparer entre EUROCODE et CBA car l'ACI ne donne aucune valeur. Le code EUROCODE propose une relation dépendant des facteurs qui sont en fonction

du temps, et d'humidité relative. Cependant, le code CBA propose des valeurs dépendantes de climat dans les régions d'Algérie.

b-Fluage :

Le code ACI ne donne aucune valeur pour le fluage, alors que les deux codes EUROCODE et CBA donnent des expressions de fluage qui sont basées sur presque le même fondement théorique et dépendent du module d'élasticité du béton, la résistance à la compression de béton ainsi du temps comme l'indique les relations dans le tableau V.1. Sauf que l'EUROCODE adopte une relation dépend de contrainte appliquée au béton, la classe de résistance du béton, et le coefficient de fluage qui dépend du temps et d'environnement intérieur et extérieur de la pièce.

8°-Coefficient de Poisson :

D'après le tableau V.1 les valeurs de coefficient de Poisson de béton sont similaires pour les deux codes EUROCODE et CBA, sauf l'ACI qui ne donne aucune valeur.

B) Acier :

Tableau V.3: Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques d'acier

	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Type d'acier	-Grade 40 ($f_y = 276$ MPa) -Grade 50 ($f_y = 345$ MPa) -Grade 60 ($f_y = 414$ MPa) -Grade 75 ($f_y = 517$ MPa) -Grade 80 ($f_y = 552$ MPa) -Grade 100 ($f_y = 690$ MPa) -Grade 120 ($f_y = 827$ MPa)	$f_{yk} = 400$ à 600 MPa	-Haute Adhérence: (HA) FeE400 ($f_e = 400$ MPa), FeE500 ($f_e = 500$ MPa) -Rond Lisse: (RL) FeE215 ($f_e = 215$ MPa), FeE235 ($f_e = 235$ MPa)
Densité	Le code n'indique aucune valeur	$\gamma_a = 7\ 850$ kg/m ³	Le code n'indique aucune valeur

Coefficient d'expansion thermique	Les trois codes n'indiquent aucune valeur
Module d'élasticité	$E_s = 2.10^5$ MPa
Coefficient de Poisson	Les trois codes n'indiquent aucune valeur

1°-Type d'acier :

D'après le tableau V.3, les deux codes EUROCODE et CBA proposent une classification dont les limites élastiques sont presque similaires, cependant l'ACI présente plusieurs classes.

2°-Densité :

En ce concerne cette caractéristique, les deux codes EUROCODE et CBA n'indiquent aucune valeur, sauf l'EUROCODE qui mentionne une valeur égale à

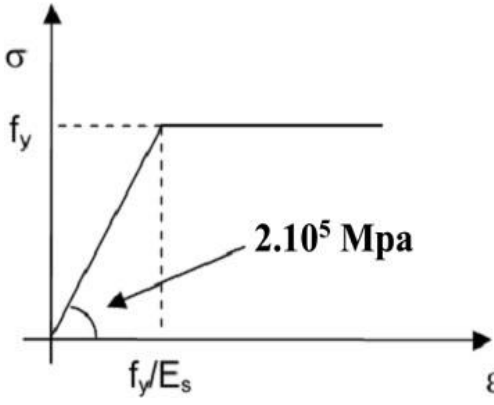
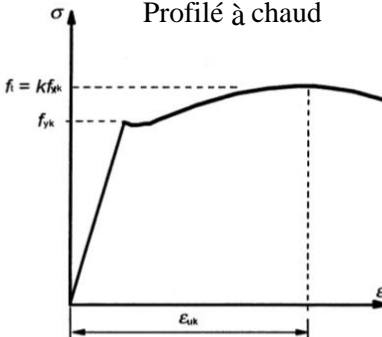
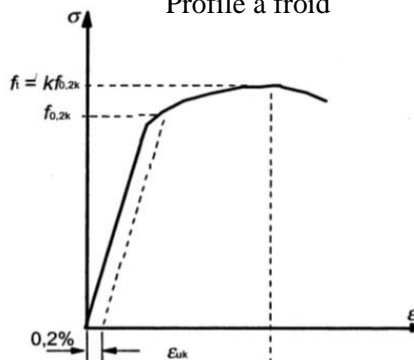
$$7\,850 \text{ kg/m}^3$$

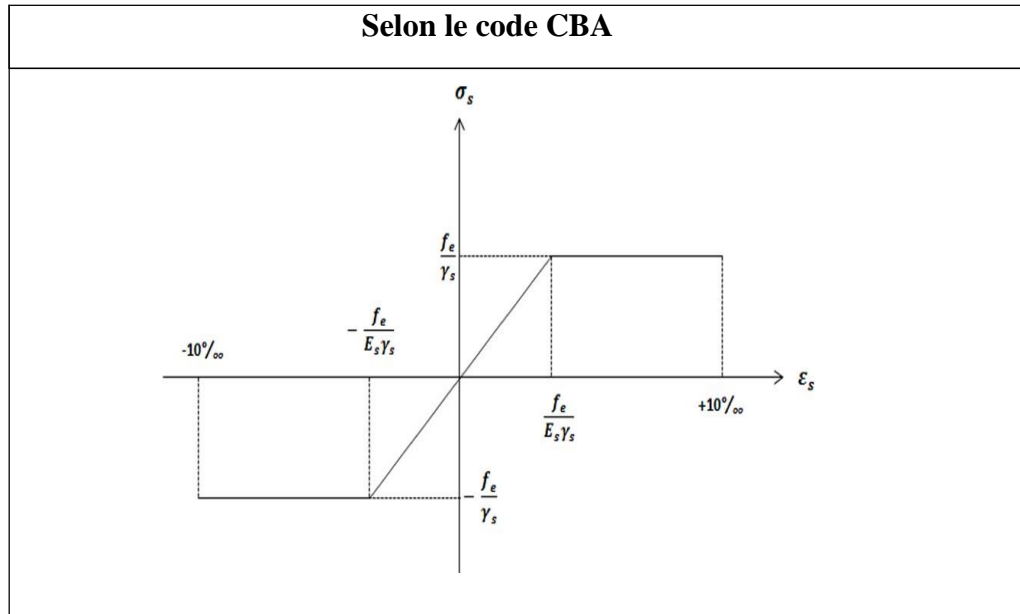
3°-Coefficient d'expansion thermique :

D'après le tableau V.3 les trois codes n'indiquent aucune valeur.

4°-Diagramme contraintes - déformations :

Tableau V.4 : Comparaison des diagrammes contraintes - déformations de l'acier

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE
 <p>The diagram shows a linear elastic region with a slope of $2 \cdot 10^5 \text{ Mpa}$. The yield stress is f_y and the corresponding strain is f_y/E_s.</p>	<p>Profilé à chaud</p>  <p>The diagram shows a yield stress f_{yk} and an ultimate stress $f_i = k f_{ik}$. The strain at yield is ϵ_{uk}.</p> <p>Profilé à froid</p>  <p>The diagram shows a yield stress $f_{0.2k}$ and an ultimate stress $f_i = k f_{0.2k}$. The strain at yield is 0.2% and the strain at ultimate is ϵ_{uk}.</p>



-D'après les deux diagrammes simplifiés de contraintes – déformations de l'acier de l'ACI et CBA (Tableau V.4), on remarque qu'ils ont la même forme d'allure. Les deux diagrammes sont composés d'une partie de domaine élastique et d'une autre de domaine plastique de courbe parallèle à l'axe de déformation. Sauf l'EUROCODE qui présente deux diagrammes presque de même allure l'un pour Profilé à chaud et l'autre pour Profilé à froid. Le CBA limite l'allongement de l'acier à 10‰.

5°-Module d'élasticité :

D'après le tableau V.3, les valeurs de module d'élasticité d'acier selon les trois codes sont similaires.

6°-Coefficient de Poisson :

A propos de ce coefficient les trois codes n'indiquent aucune valeur.

V.3 Contraintes admissibles :

A) Béton :

Tableau V.5 : Comparaison des contraintes admissibles de béton

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
$\sigma_c = 0,85 f'_c$	ELU : $f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	ELU : $f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b}$
	ELS : $\bar{\sigma}_c = 0,6 f_{c28}$	ELS : $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$

- Selon le tableau V.5 ci-dessus, on remarque que la vérification des contraintes dans le béton selon le code ACI se fait sans spécification de la nature de l'état limite, par contre l'EUROCODE et CBA vérifie les contraintes de compressions dans les deux états limites ultime et service.

B) Acier :

Tableau V.6 : Comparaison des contraintes admissibles d'acier

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Le code n'indique aucune valeur	$\bar{\sigma}_s = 0.8 f_{yk}$	ELU : $\sigma_{st} = f_e / \gamma_s$
		ELS : - fissuration peu nuisible pas de limite - Fissuration préjudiciable : - $\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 2/3 f_e ; 110 (\eta f_{tj})^{1/2} \}$ Fissuration très préjudiciable : $\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 0,5f_e ; 90 (\eta f_{tj})^{1/2} \}$

V.4 Actions et sollicitations :

a- Aux états limites ultimes (ELU) :

Tableau V. 7 : Comparaison des Combinaisons à l'ELU

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
<p>✓ Combinaisons tenant en compte de l'action de pression d'un liquide et les déformations imposées :</p> $U = 1.4 (D + F)$ $U = 1.2 (D + F + T) + 1.6 (L + H) + 0.5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ <p>✓ Combinaisons accidentelles :</p> $U = 1.2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L.L$ $U = 1.2D + 1,6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + 0.8W$ $U = 1.2D + 0,5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L.L + \beta_w.W$ $U = 0.9D + \beta_w.W + 1.6H$ $U = 0.9D + \beta_w.W$ $U = 1.2D + 0,2 S + \gamma_L.L + \alpha_E.E$ $U = 0.9D + \alpha_E.E + 1.6H$ $U = 0.9D + \alpha_E.E$ <p>Avec :</p> <p>-$\gamma_L = 1$ dans le cas des parkings; d'une place publique et les surfaces où $L > 490 \text{ Kg/m}^2$.</p> <p>-$\gamma_L = 0.5$ dans les autres cas.</p> <p>-$\beta_w = 1.6$ si W est réduit par un facteur de direction, si non $\beta_w = 1.3$</p> <p>-$\alpha_E = 1.4$ si E est basée sur le niveau de service de l'effort séismique, si non $\alpha_E = 1$</p> <p>✓ Exemple de combinaison de charge permanente $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 10 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique :</p> $1,2 G + 1,6 Q = (1,2.30) + (1,6.10) = 52 \text{ KN/ml.}$	<p>✓ Combinaisons Fondamentales :</p> $\sum \gamma_{Gj,sup} . G_{Kj,sup} + \sum \gamma_{Gj,inf} . G_{Kj,inf} + \gamma_{Q,1} . Q_{K,1} + \sum \gamma_{Qi} . \Psi_{0,i} . Q_{k,i}$ <p>Avec :</p> <p>$G_{Kj,sup}$ et $G_{Kj,inf}$ sont des actions permanentes d'origines différentes.</p> <p>Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi} sont résumées dans le tableau (III.1)</p> <p>✓ Combinaisons Accidentelles :</p> $\sum G_{K,j} + A_d + \begin{matrix} \Psi_{1,1} \\ \text{ou} . Q_{K,1} + \sum \Psi_{2,i} . Q_{k,i} \\ \Psi_{2,1} \end{matrix}$ <p>Avec :</p> <p>- $\Psi_{1,1}$ et $\Psi_{2,1}$ dépend de la situation accidentelle du projet.</p> <p>- A_d : valeur représentative de l'action accidentelle.</p> <p>✓ Exemple de combinaison de charge permanente $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 10 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique :</p> $1,35 G + 1,5 Q = (1,35 \times 30) + (1,5 \times 10) = 55,5 \text{ KN/ml.}$
<p>Selon le code CBA</p>	
<p>✓ Combinaisons Fondamentales :</p> $1,35G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3\Psi_{0i} Q_i$ <p>✓ Combinaisons Accidentelles :</p> $G_{max} + G_{min} + F_A + \Psi_{11} . Q_1 + \sum \Psi_{2i} . Q_i$	

b-Aux états limites de service :

Tableau V.8 : Comparaison des Combinaisons à l'ELS

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
✓ Combinaisons tenant en compte de l'action pression d'un liquide et les déformations imposées : $U = D + F$ $U = D + H + F + L + T$ $U = D + H + F + (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ $U = D + H + F + 0.75(L + T) + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ ✓ Combinaisons accidentelles : $U = D + H + F + (W \text{ ou } 0.7E)$ $U = D + H + F + 0,75(W + 0.7E) + 0.75L + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ $U = 0.6D + W + H$ $U = 0.6D + 0,7E + H$	✓ Combinaison caractéristique : $\sum G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
Selon le code CBA	
$G_{max} + G_{min} + Q_1 + \sum \Psi_{0i} \cdot Q_i$	

-D'après les deux tableaux V.7 et V.8, on constate que selon les trois codes les combinaisons d'actions sont basées sur le même fondement théorique, Ces combinaisons sont en fonction de la charge permanente, d'exploitation, accidentelle (sismique), température, neige, vent, et d'autres charges, et aussi en fonction de l'importance d'usage d'ouvrage sauf que l'ACI prend en compte des actions en plus comme la poussée des terres et la pression d'un liquide. Cependant, les coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation à ELU dans les deux codes EUROCODE et CBA sont similaire et qui sont différents que ceux de code ACI. En général ce dernier sous-estime le coefficient de pondération des charges permanentes et sur-estime celui des surcharges par rapport aux deux autres code EUROCODE et CBA

V.5 Comparaison des résistances aux charges axiales et au cisaillement selon les codes CBA , EUROCODE ,ACI

A) Résistance à la traction simple

Le tableau IV.9 présente la comparaison des justifications des sections soumises à la traction simple selon les codes CBA , EUROCODE ,ACI.

Tableau V.9 : Comparaison des justifications des sections soumises à la traction simple selon les codes CBA ,EUROCODE ,ACI

		CBA	EUROCODE	ACI
Condition de non fragilité		$A f_c \geq B f_{t28}$	$A_{smin} \cdot f_{yk} > A_c \cdot f_{ctm}$	$\rho_u \leq 0.3 A_g f_c'$ et $f_c' \leq 69 \text{ MPa}$
Dimensionnement des armatures	ELU	$A_u = N_u / \bar{\sigma}_s$ Avec $\bar{\sigma}_s = f_c / \gamma_s$ $N_u = 1,35.G + 1,5.Q$	$A_u = N_{ed} / f_{yd}$ Avec $N_{Ed} = 1,35.G + 1,5.Q$	$N_u \leq \phi A_s f_y$ $A_s \geq \frac{N_u}{\phi f_y} \quad \phi=0,9$
	ELS	Classement des éléments selon le danger présenté par leur fissuration $A_{ser} \geq N_{ser} / \bar{\sigma}_s$	$A_{ser} = N_{ser} / \sigma_{st}$ Avec $N_{ser} = G + Q$	Avec $N_u = 1,2 G + 1,6 Q$
Contraintes maximales	F.P.N	Pas de limite de $\bar{\sigma}_{st}$	$\sigma_{st} = 0,8f_{yk}$	N'indique aucune valeur
	F.P	$\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 2/3 f_c ; 110 (\eta f_{tj})^{1/2} \}$		
	F.T.P	$\bar{\sigma}_{st} = \min \{ 0.5f_c ; 90 (\eta f_{tj})^{1/2} \}$		

a) Condition de non fragilité :

Les trois formules de condition de non fragilité comme le montre le tableau V.9, sont basées sur le même fondement théorique. Les trois codes préconisent un pourcentage minimal d'armatures à respecter afin de s'assurer de la condition de non fragilité d'un élément en béton armé.

b) Section d'armatures :

D'après le tableau v.9 on remarque que les codes CBA et EUROCODE préconisent de prendre la valeur maximale des sections d'armatures calculées aux deux états limites.

B) Résistance à la compression simple :

Le tableau IV.10 compare les expressions de justifications des sections soumises à la compression simple selon les codes CBA et EUROCODE et ACI.

Tableau V.10 : Comparaison des justifications des sections soumises à la compression simple selon les codes CBA, EUROCODE et ACI

		CBA	EUROCODE	ACI
Longueur de flambement	Poteaux isolés	$L_f = L_0$ Poteau doublement articulé $L_f = \frac{\sqrt{2}}{2} L_0$ Poteau encasté articulé $L_f = \frac{L_0}{2}$ Poteau doublement encasté $L_f = 2 L_0$ Poteau encasté – libre	$l_0 = 1$ Poteau doublement articulé $l_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} l$ Poteau encasté articulé $l_0 = \frac{l}{2}$ Poteau doublement encasté $l_0 = 2 l$ Poteau encasté – libre	$L_e = K l_u$ $L_e = L_u$ Poteau doublement articulé $L_e = 0,7 L_u$ Poteau encasté articulé $L_e = 0,5 l_u$ Poteau doublement encasté $L_e = 2 L_u$ Poteau encasté – libre
	Poteaux de bâtiments	$L_f = 0,7 L_0$ cas général $L_f = L_0$ cas particulier	$l_0 = 0,7 l$ cas général $l_0 = l$ cas particulier	$L_e = 0,7 L_u$ cas général $L_e = L_u$ cas particulier
Elancement		$\lambda = \frac{\sqrt{l_f}}{i}$ cas général $\lambda = \frac{l_f \sqrt{12}}{h}$ poteau de section rectangulaire $\lambda = \frac{4 l_f}{a}$ poteau de section circulaire $\lambda \leq 50 \rightarrow \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 (\frac{\lambda}{35})^2}$ $50 \leq \lambda \leq 70 \rightarrow$ $\alpha = 0,6 (\frac{50}{\lambda})^2$	$\lambda = \frac{l_0}{i}$ cas général $\lambda = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h}$ poteau de section rectangulaire $\lambda \leq 60 \rightarrow \alpha = \frac{0,86}{1 + (\frac{\lambda}{62})^2}$ $60 \leq \lambda \leq 120 \rightarrow \alpha = (\frac{32}{\lambda})^{1,3}$ $\lambda = \frac{4 l_0}{D}$ poteau de section circulaire $\lambda \leq 60 \rightarrow \alpha = \frac{0,84}{1 + (\frac{\lambda}{52})^2}$ $60 \leq \lambda \leq 120 \rightarrow \alpha = (\frac{27}{\lambda})^{1,24}$	$\lambda = \frac{K L_u}{r}$ r : rayon de giration $\alpha = 0,85$ pour les poteaux en armatures transversales spirale $\alpha = 0,80$ pour les poteaux avec cadres ou cerces

<p>Type des armatures longitudinales</p>	<p>Les armatures longitudinales peuvent être indifféremment constituées :</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ronds lisses -Barres à haute adhérence ou treillis soudés 	<p>Les armatures longitudinales peuvent être indifféremment constituées :</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ronds lisses -Barres à haute adhérence ou treillis soudés 	<p>Les armatures longitudinales peuvent être indifféremment constituées :</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ronds lisses -Barres à haute adhérence ou treillis soudés
<p>Effort normal résistant pour les poteaux</p>	$N_u \leq \alpha \left[\frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} + A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \right]$ $N_u = B_r \frac{F_{bc}}{0,9} + 0,85 \frac{f_e}{\gamma_s}$	$N_{Ed} \leq N_{Rd} = K_h K_s \cdot \left\{ \frac{b h f_{cK}}{\gamma_b} + A_s \frac{f_{yK}}{\gamma_s} \right\}$	$P_u \leq \Phi_c P_n = \Phi_c \cdot \alpha \cdot [0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_s) + f_y \cdot A_s]$ $P_u \leq \Phi_c P_n = \Phi_c \cdot \alpha \cdot [0,85 \cdot f'_c \cdot A_g + f_y \cdot A_s]$
<p>Section minimale et maximale des Armatures longitudinales</p>	$A \geq \text{Max} \{4\text{cm}^2 / \text{m} \cdot u ; 0,2\% B\}$ $A \leq 5\% B$	$A_s \geq A_{s, \min} = \text{max} \left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002 \cdot A_c \right)$ $A_s \leq A_{s, \max} = \text{max} \begin{cases} 0,04 \cdot A_c \\ 0,08 \cdot A_c \end{cases}$ $4\% A_c \leq A_s \leq 8\% A_c$	$\rho = \frac{A_s}{A_g} \text{ (taux d'armature)}$ <p>1% $A_g \leq A_{st} \leq 8\% A_g$</p> <p>$A_s$: Section d'armature longitudinales</p> <p>A_g : Section totale de la section transversale du poteau.</p>
<p>Section d'armatures longitudinales</p>	$A \geq \left(\frac{N_u}{a} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9 \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e}$	$A_s = \frac{N_{Ed}}{K_h K_s f_{yd} \alpha} - \frac{b h f_{cd}}{f_{yd}}$	$A_{st} \geq \frac{P_0 - 0,85 f'_c A_g}{f_y - 0,85 f'_c}$ $P_0 \geq \frac{P_u}{\Phi_c \alpha}$
<p>Espacement des armatures Longitudinales</p>	$C < \min (a+10\text{cm} ; 40\text{cm})$	$e_h \text{ ou } e_v > \text{max} (\emptyset_{\max} ; d_g + 5 \text{ mm} ; 20\text{mm})$	$S_{\text{tmax}} \leq \min (16\emptyset_{\text{lmin}} ; 48\emptyset_t ; a)$

<p>Enrobage</p>	<p>-5 cm : pour les ouvrages exposés à la mer, ou aux atmosphères très agressives</p> <p>-3 cm : pour les parois soumises à des actions agressives ou à des intempéries ou des condensations</p> <p>-1 cm : pour des parois situées dans un local couvert.</p>	<p>$C_{nom} = C_{min} + \Delta c_{dev}$</p> <p>$\Delta c_{dev} = 10\text{mm}$</p> <p>$C_{min} = \max(C_{min,b}; C_{min,dur} + \Delta c_{dur,g} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10\text{mm})$</p> <p>Les problèmes de fissuration, $C_{nom} > 5\text{ cm}$.</p> <p>-d' environnement agressif, $C_{nom} < 5\text{cm}$.</p> <p>-Les difficultés de bétonnage C_{nom} inférieur à la dimension nominale de plus gros granulats.</p>	<p>a) Béton coulé en place et exposé à la terre $c=7,5\text{ cm}$</p> <p>b) Béton exposé à la terre et intempéries : -pour les barres N°19 à N°57 $c= 5\text{cm}$</p> <p>c) Béton non exposé aux intempéries ou en contact avec le sol :</p> <p>-Pour les poutre et poteaux Armatures principales, armatures transversales (cadre ,étrier ,épingle, armature spirale) $c= 4\text{cm}$</p>
<p>Armatures transversales</p>	<p>$\phi_t \geq \frac{\phi_{lmax}}{3}$</p> <p>Utilisation des règles forfaitaires</p>	<p>cadre et boucle :</p> <p>$\phi_t \geq \max(6\text{ mm}; \phi_{lmax} / 4)$</p> <p>treillis $\phi_t = 5\text{ mm}$</p>	<p>$\phi_t \geq N^0 10 (10\text{mm})$ pour $\phi_l \leq N^0 32 (32\text{mm})$</p> <p>$\phi_t \geq N^0 13 (13\text{mm})$ pour $\phi_l \leq N^0 32 (32\text{mm})$</p>
<p>Espacement</p>	<p>$S_t \leq \max(15\phi_{lmin}; 40\text{cm}; a + 10\text{cm})$</p> <p>Avec ϕ_{lmin} diamètre minimale des armatures longitudinales</p>	<p>$S_{tmax} = \min(20. \phi_{lmin}; 40\text{ cm}; b)$</p>	<p>$S_{tmax} \leq \min(16\phi_{lmin}; 48\phi_t; a)$</p>

a) Longueur de flambement:

D'après le tableau IV.10 on remarque que les trois codes Européen EUROCODE, Algérien CBA et Américain ACI la Longueur de flambement est basée sur le même fondement théorique et dépend de la nature des liaisons (encastrement, articulation, etc.) au niveaux des extrémités des éléments, les valeurs de la Longueur de flambement selon les trois codes sont similaires.

b) Elancement :

On constate que les trois codes EUROCODE ,CBA et ACI ont la même formule de l'élancement , qui dépend de la Longueur de flambement et le rayon de giration.

C) Type des armatures longitudinales:

Les trois codes utilisent les mêmes types des armatures longitudinales qu'ils soient ronds lisses ou hautes adhérence cette dernière est formée par des barres crénelées sous forme de fils crénelés et de treillis soudés.

d) Espacement des armatures transversales:

Les expressions d'espacement des armatures transversales selon les trois codes sont près que similaires et dépendent de diamètre des armatures longitudinales et la petite dimension de l'élément. Néanmoins, le code ACI fait intervenir le diamètre des armatures transversales dans sa propre expression ce qui n'est pas le cas pour l'EUROCODE et le CBA.

e) Effort normal résistant :

La vérification d'effort normal selon les trois codes se fait à l'état limite ultime, le code ACI impose deux formules pour calcul l'effort normal selon la section nette et section brute du béton , le code CBA utilise la section brute réduite de béton, ainsi le paramètre " α " tenant en compte de l'effet de l'élancement (flambement) d'une manière forfaitaire et le code EUROCODE utilise la section nette du béton, ainsi le paramètre " α " tenant en compte de l'effet de l'élancement (flambement) d'une manière forfaitaire et les coefficient K_h et K_s tenant compte des valeurs de coefficient δ , taux d'armatures ρ , limite d'élastique de l'acier f_{yk} , élancement λ .

Le code ACI pénalise l'effort résistant total d'un coefficient de réduction ϕ_c cependant l'Eurocode et le CBA pénalisent les efforts résistants des deux matériaux (béton et acier) séparément par des coefficients γ_b et γ_s respectivement.

f) Armatures longitudinales :

Les trois codes donnent des valeurs maximales du taux d'armatures longitudinales (rapport de l'aire totale d'armature à la section brute de béton) comme indiqué au tableau IV.11. On remarque que le code CBA sous- estime le pourcentage minimal des armatures longitudinales. Selon le code CBA le pourcentage d'armatures longitudinales varie entre 0,2 % et 5% de l'aire de la section brute de béton. En outre, ce pourcentage doit être supérieur à 4 cm^2 par mètre du périmètre de la section du béton. Néanmoins, le code ACI limite le pourcentage d'armature longitudinale d'une pièce comprimée entre 1 % et 8% de l'aire brute de la section de béton, et le code EUROCODE limite le pourcentage d'armature longitudinale d'une pièce comprimée entre 4 % et 8% de l'aire de la section de béton.

En conséquence , le code CBA sur- estime le pourcentage minimal d'armature longitudinale (0,2% B) par rapport à celles de EUROCODE (4%B) et ACI (1%B).

g) Enrobage :

Afin d'éviter les problèmes de corrosion des aciers, il convient de les enrober par une épaisseur de béton suffisante. Les trois codes CBA, EUROCODE et ACI propose des valeurs d'enrobage dépendent des conditions d'exposition de l'ouvrage et de la géométrie de l'élément.

L'Eurocode propose un enrobage nominal à respecter égale à la somme de l'enrobage minimale et la tolérance d'exécution égale 10mm.

h) Armatures transversales:

D'après le tableau IV.10, on remarque que les trois codes CBA,EUROCODE et ACI utilisent des méthodes forfaitaires pour la détermination des armatures transversales, dépendant de diamètre des armatures longitudinales.

On remarque que le code ACI sur-estime le diamètre transversale minimale $\phi_t = 10\text{mm}$ par rapport à l'Eurocode qui est $\phi_t \geq \max(6 \text{ mm}; \phi_{lmax} / 4)$ et au CBA ($\phi_t \geq \frac{\phi_{lmax}}{3}$).

C. Cisaillement :

Le tableau IV.11 compare les expressions de justifications des sections soumises au cisaillement selon les codes ACI, EUROCODE et CBA :

Tableau V.11 : Comparaison des justifications des sections soumises au cisaillement

		CBA	EUROCODE	ACI
Contrainte tangentielle		$\tau = \frac{V_u}{bd}$	$\tau = \frac{V_{Ed}}{bd}$	$\tau = \frac{V_u}{bd}$
Justifications des poutres sous sollicitations tangentes	Justification du béton	Armatures droites $\alpha = 90^\circ$ FPN $\tau_u \leq \min (0,2 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}; 5 \text{MPa})$	$V_{Rd,c} = \max (C_{Rd,c} K (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}; V_{\min}) + K_1 \sigma_{cp} b_w d$ $V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$	$V_{\max} = 0,17 \sqrt{f'_c} b_w d + 0,66 \sqrt{f'_c} b_w d$
		FP ou FTP $\tau_u \leq \min (0,15 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}; 4 \text{MPa})$		
		Armatures inclinées $\alpha = 45^\circ$ $\tau_u \leq \min (\frac{0,27 f_{cj}}{\gamma_b}; 7 \text{MPa})$		
		$45^\circ < \alpha < 90^\circ$ interpolation linéaire		
	Justification d'acier	Section d'armatures transversales $\frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\gamma_s (\tau_u - 0,3 f_{tj} K)}{0,9 f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)}$ $\frac{A_t f_e}{b_0 S_t} \geq 0,4 \text{MPa}$	$\text{Si } V_{Ed} \leq V_{Rd} = \min (V_{Rd,s}; V_{Rd,max})$ $\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha}$ Pour $\alpha = 90^\circ$ $\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} \cot \theta}$	-Si $V_u > 0,5 \phi V_c$ $\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi f_{yt} d (\sin \alpha + \cos \alpha)}$ Pour $\alpha = 90^\circ$ $\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi f_{yt} d}$
		Espacement d'armatures transversales $S_t \leq \min (0,9 d; 40 \text{cm})$	$S_t \leq S_{t,max} = \min (0,75 d; 60 \text{cm})$ $S_l \leq S_{l,max} = 0,75 d (1 + \cot \alpha)$	$S \leq S_{max} = \text{Min} (0,5 d; 60 \text{cm})$

a) Contrainte tangentielle :

On remarque que selon Les trois codes, CBA, EUROCODE et ACI la contrainte de cisaillement est basée sur le même fondement théorique qui est l'effort tranchant appliqué sur la section d'une poutre.

b) Justification des poutres sous sollicitations tangentes :

L'expression de la justification de la résistance à l'effort tranchant selon trois codes est basée sur même fondement théorique c'est à dire que l'effort tranchant ultime doit être inférieure à

la somme des efforts résistants du béton et de l'acier, Cependant l'Eurocode néglige la contribution du béton comprimé dans le calcul des armatures transversales.

-Selon les deux codes les formules de calcul de la résistance du béton au cisaillement sont d'une manière générale en fonction de la résistance de béton à la compression et la section utile du béton. En outre, le code CBA fait intervenir dans l'évaluation de la résistance au cisaillement deux autres paramètres tel que le type de fissuration et l'inclinaison des armatures transversales.

Contrairement au ACI qui ne donne aucune indication directe (claire) sur l'influence de la fissuration mais il pénalise l'effort résistant V_n par un coefficient de réduction $\phi=0,75$. Pour le calcul des armatures transversales, les deux codes CBA et ACI font intervenir de la contribution de béton à la résistance au cisaillement, néanmoins le code CBA limite cette contribution par l'état du béton au bétonnage (reprise de béton ou non) et le type de sollicitations par l'introduction du coefficient K .

-Pour l'espacement maximum des armatures transversales, il dépend selon les trois codes de la hauteur utile ou efficace d de la section de béton. Néanmoins, le code ACI sous-estime l'espacement maximal qui est de $0,5 d$ par rapport à l'Eurocode et CBA de $0,75 d$ et $0,9 d$ respectivement pour un espacement allant jusqu'à 40 cm au maximum.



CHAPITRE VI

EXEMPLE D'APPLICATION

VI. Exemples d'application :**VI.1 Exemple de traction simple**

Soit un tirant d'une section carrée 25cm×25cm sollicité par un effort de traction égale à :

- Charge permanente 180 KN
- Charge d'exploitation 250 KN

La résistance caractéristique à la compression égale à 25MPa

La limite d'élasticité des aciers égale à 400MPa

Objectif de cette exemple : calcul de la section des armatures tendues

VI.1.1 Selon le code CBA :**-Les Données :**

Béton : $f_{c28} = 25\text{MPa}$; $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,1 \text{ MPa}$

Acier : FeE40 ; $f_e = 400\text{MPa}$

$G = 0,18 \text{ MN}$; $Q = 0,25\text{MN}$

Fissuration : préjudiciable

-La Solution :**a) Effort de traction à l'état limite ultime :**

$$N_u = 1,35 \cdot 0,18 + 1,5 \cdot 0,25 = 0,618 \text{ MN}$$

b) Effort de traction à l'état limite de service :

$$N_{ser} = 0,18 + 0,25 = 0,43 \text{ MN}$$

c) Calcul des armatures à l'état limite ultime :

$$\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \text{ MPa}$$

$$A_u \geq \frac{N_u}{\sigma_{st}} = \frac{618 \cdot 10}{347,83} \rightarrow A_u \geq 17,76 \text{ cm}^2$$

d) Calcul des armatures à l'état limite de service :

La fissuration étant (préjudiciable), on a :

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right\}$$

$$\bar{\sigma}_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} 400 ; 110 \sqrt{1,6 \cdot 2,1} \right\} = 201,63 \text{ MPa}$$

D'où :

$$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\sigma_{st}} = \frac{430}{201,63} \leftrightarrow A_{ser} = 21,32 \text{ cm}^2$$

e) Condition de non fragilité :

$$A_s \geq B \frac{f_{t28}}{f_e} \rightarrow A_s \geq (25,25) \frac{2,1}{400} \rightarrow A_{sb} = 3,28 \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq \max (A_u ; A_{ser} ; A_{sb}) = \max (17,76 ; 21,32 ; 3,28) \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq 21,32 \text{ cm}^2$$

-Le choix des armatures : (voir l'annexe IX)

$$A_s = 4\phi_{25} + 2\phi_{16} = 19,63 + 4,02 = 23,65 \text{ cm}^2$$

Ce qui est réalisé avec 4 ϕ_{25} dans les coins et 2 ϕ_{16} au milieu des faces

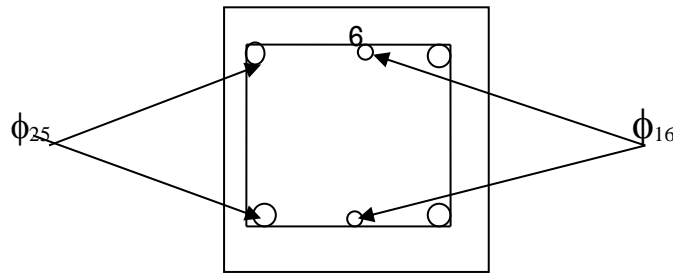


Figure VI.1 : Ferrailage du poteau selon le code CBA

VI.1.2 Selon le code EUROCODE :

-Les Données :

Acier : $f_{yk} = 400 \text{ MPa}$

Béton : $f_{ctm} = 2,6 \text{ MPa}$

a) Effort de traction à l'état limite ultime :

$$N_{ed} = 1,35 \cdot 0,18 + 1,5 \cdot 0,25 = 0,618 \text{ MN}$$

b) Effort de traction à l'état limite de service :

$$N_{ser} = 0,18 + 0,25 = 0,43 \text{ MN}$$

c) Calcul des armatures à l'état limite ultime :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 347,8 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_s = 0,8 f_{yk} \leftrightarrow \bar{\sigma}_s = 0,8 \cdot 400 = 320 \text{ MPa}$$

$$A_u \geq \frac{N_{ed}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{618,1}{320} \leftrightarrow A_u \geq 19,31 \text{ cm}^2$$

d) Calcul des armatures à l'état limite de service :

$$A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{430}{320} \leftrightarrow A_{ser} \geq 13,437 \text{ cm}^2$$

e) Condition d'équilibre statique :

1) L'état limite ultime :

$$N_{ed} = A_u \cdot f_{yd} = 1,931 \cdot 347,8 \rightarrow N_{ed} = 671,79 \text{ N}$$

2) l'état limite de service :

$$N_{ser} = A_{ser} \cdot \bar{\sigma}_s = 1,343 \cdot 320 \rightarrow N_{ser} = 458,88 \text{ N}$$

$$A = \max(A_u; A_{ser}) = \max(19,31; 13,437) \rightarrow A = 19,31 \text{ cm}^2$$

f) Maitrise de la fissuration :

1) Maitrise de la fissuration non requise :

$$A_{s,min} \cdot f_{yk} \geq A_c \cdot f_{ctm}$$

$$A_{s,min} \geq \frac{A_c \cdot f_{ctm}}{f_{yk}} = \frac{625 \cdot 2,6}{400} = 4,0625 \text{ cm}^2$$

2) Maitrise de fissuration requise :

$$A_s = \min \begin{cases} A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \leq 30 \text{ cm} \\ 0,65 \cdot A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \geq 80 \text{ cm} \end{cases}$$

On a : $h = 25 \text{ cm} < 30 \text{ cm}$

Donc :

$$A_s = A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = \frac{625 \cdot 2,6}{400} = 4,0625 \text{ cm}^2$$

-Le choix des armatures de ferrailage : (Annexe VIII)

On choisit $A_s = 4 \text{ } \emptyset 25 = 1963 \text{ mm}^2$

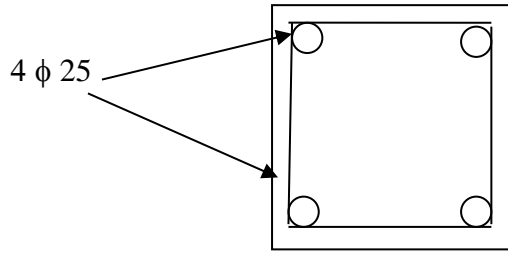


Figure VI.2 : Ferrailage du poteau selon le code EUROCODE

VI.1.3 Selon le code ACI :

-Les Données :

-Acier : Grade 60; La limite élastique : $f_y = 414 \text{ MPa}$

-Béton : La résistance du à la compression : $f'_c = 25 \text{ MPa}$ enrobage : $c = 5 \text{ cm}$

a) Effort de traction à l'état limite ultime :

$$N_u = 1,2 G + 1,6 Q = 1,2 \cdot 0,18 + 1,6 \cdot 0,25 = 0,616 \text{ MN}$$

b) Condition de non fragilité :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_u \leq 0,3 A_g f'_c \\ f'_c \leq 69 \text{ MPa} \\ A_g = 25 \cdot 25 = 625 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_u \leq 0,3 \cdot 62500 \cdot 25 \\ P_u \leq 468,75 \text{ KN} \\ f'_c = 25 \leq 69 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

c) Section des armatures :

$$N_u \leq \phi P_n = \phi A_s f_y$$

$$A_s \geq \frac{N_u}{\phi f_y} = 16,53 \text{ cm}^2$$

($\phi = 0,9$ pour le cas traction simple)

d) Le Choix des armatures : (Annexe VII)

On choisit :

$$A_s = 4 \text{ } \emptyset 25 = 1963 \text{ mm}^2 \quad (\text{SI})$$

$$A_s = 4\#8 = 1963 \text{ mm}^2 \quad (\text{US})$$

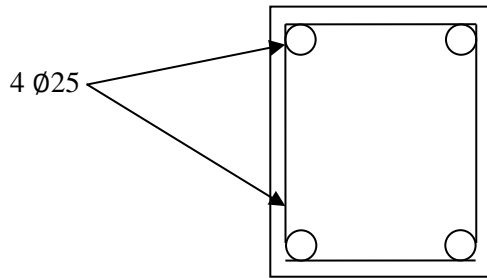


Figure VI.3 : Ferrailage du poteau selon le code ACI

Tableau VI.1 : Comparaison des résultats d'exemple de traction simple

		CBA	EUROCODE	ACI
La résistance caractéristique à la compression		25 MPa	25 MPa	25 MPa
limite d'élasticité des aciers		400 MPa	400 MPa	400 MPa
Section de béton		625cm ²	625cm ²	625cm ²
Charge permanente		0,18 MN	0,18 MN	0,18 MN
Charge d'exploitation		0,25 MN	0,25 MN	0,25 MN
Charge Pondérée	ELU	0,618 MN	0,618 MN	0,616 MN
	ELS	0,43 MN	0,43 MN	0,43 MN
Section d'armatures	ELU	17,76 cm ²	19,31 cm ²	16,53 cm ²
	ELS	23,035 cm ²	13,437 cm ²	11,54 cm ²
	Armatures Minimal	3,28 cm ²	4,0625 cm ²	1,69 cm ²
Choix d'armatures		23,65 cm ²	19,63cm ²	16,53 cm ²

Comparaison des résultats :

On remarque que les efforts de traction pondérée sont presque similaires dans les trois codes, et la section des armatures de traction calculée à l'ELS avec le code CBA est supérieure à celle calculée par EUROCODE et ACI car CBA limite la contrainte d'acier dans le cas des fissurations préjudiciables ou très préjudiciables à l'ELS contrairement à l'ACI qui ne limite pas la contrainte dans l'acier à l'ELS comme à l'ELU mais il contrôle la largeur de fissure par le placement d'un pourcentage minimal d'armatures ou la limitation de la largeur de fissure dépendant de l'usage de l'ouvrage et le milieu d'environnement. C'est pour cette raison à l'ELU (non limitation de la contrainte dans l'acier), les trois codes donnent des sections d'armature presque similaires (16,53- 19,31cm²).

VI .2 Exemple compression simple :

Soit un poteau en béton de section rectangulaire de 40× 25 cm soumis à :

- Charge axiale permanente égale à 0,7 MN
- Charge axiale d'exploitation égale à 0,35MN
- Enrobage $c = 3$ cm

Ce poteau fait partie de l'ossature d'un bâtiment à étages multiples, sa longueur a pour valeur $l = 2,95$ m. La section sera formée en béton de résistance à la compression égale à 25 MPa et est pourvue d'armatures de limite élastique égale à 400 MPa.

-Déterminer la section des armatures longitudinales et transversales ainsi que leur espacement. Faire le choix des aciers et le schéma de ferrailage de la section transversale.

VI .2 .1 Selon le code CBA :

$$G = 0,7 \text{ MN} ; Q = 0,35 \text{ MN} ; f_{c28} = 25 \text{ MPa} ; f_e = 400 \text{ MPa cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15 ; \gamma_b = 1,5$$

$$\sigma_{bc} = f_{bc} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = 14,67 \text{ MPa}$$

Longueur de flambement :

$$l_f = 0,7 \cdot 2,9 = 2,065 \text{ m}$$

$$N_u = 1,35G + 1,5Q = 1,35 \cdot 0,7 + 1,5 \cdot 0,35 = 1,47 \text{ MN}$$

$$\text{La Section réduite : } B_r = (0,25 - 0,02) \cdot (0,4 - 0,02) = 0,38 \cdot 0,23 = 0,0874 \text{ m}^2$$

$$\text{Rayon de giration : } i = \frac{a}{\sqrt{12}} = \frac{25}{\sqrt{12}} = 7,22 \text{ cm}$$

$$\text{Élancement : } \lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{206,5}{7,22} = 28,31$$

$$\text{Pour } \lambda \leq 50 \left[\begin{array}{l} \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2} = \frac{0,85}{\beta} = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{28,31}{35} \right)^2} = 0,75 \\ \text{Soit } \beta = 1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2 \end{array} \right.$$

1. Section d'armatures longitudinales :

$$A \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e} = \left(\frac{1,47}{0,75} - \frac{0,0874 \cdot 25}{0,9 \cdot 1,5} \right) \frac{1,15}{400}$$

$$A \geq 9,18 \text{ cm}^2$$

Vérification :

$$A_{\min} = 0,2\% \cdot B = 0,2 \frac{25,40}{100} = 2\text{cm}^2$$

$$A \leq 4\text{cm}^2 / \text{m du périmètre} = 4 \cdot [2 \cdot (0,4 + 0,25)] = 5,2 \text{ cm}^2$$

$$A_{\max} = 5\% B = 0,05 \cdot 25 \cdot 40 = 50\text{cm}^2$$

$$\text{D'où : } \max(2\text{cm}^2 ; 5,2 \text{ cm}^2) \leq A \leq 50 \text{ cm}^2$$

$$5,2 \text{ cm}^2 \leq 9,18 \leq 50 \text{ cm}^2 \quad \ll \text{condition est vérifiée} \gg$$

-Choix des armatures longitudinales : (Annexe IX)

$$A = 6\text{HA14} = 9,24 \text{ cm}^2$$

2. Section d'armatures transversales :

$$\text{Diamètre : } \phi_t = \frac{1}{3} \phi_{\max} = \frac{1}{3} \cdot 14 = 4,66 \text{ mm}$$

On choisit : $\phi_t = 6\text{mm}$

-Espacement des armatures transversales :

$$S_t \leq \min \begin{cases} 15\phi_{\min} = 15 \cdot 1,4 = 21 \text{ cm} \\ 40\text{cm} \\ a + 10 = 25 + 10 = 35\text{cm} \end{cases} \quad \text{donc : } S_t = 21 \text{ cm}$$

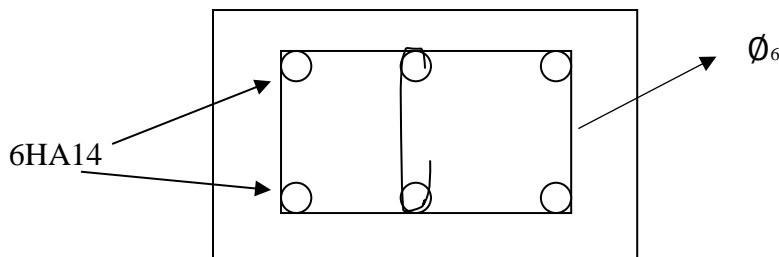


Figure VI.4 Section des armatures selon le code CBA

- Espacement des armatures longitudinales :

$$C \leq \min(a + 10\text{cm} ; 40\text{cm}) = (25 + 10 ; 40\text{cm}) = 35 \text{ cm}$$

$$C = (40 - 2 \cdot 1,6 - 1,2 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 0,6) / 2 = 14,2 \text{ cm}$$

On choisit : $C = 14,2 \text{ cm} \leq 35\text{cm} \ll \text{condition est vérifiée} \gg$

VI.2.2 Selon le code EUROCODE :

$$N_{ed} = 1,35G + 1,5Q = 1,35 \cdot 0,7 + 1,5 \cdot 0,35 = 1,47 \text{ MN}$$

Longueur de flambement :

$$L_0 = 0,7 \cdot 2,95 = 2,065 \text{ m}$$

Élancement :

$$\lambda = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h} = \frac{206,5 \sqrt{12}}{25} = 28,61$$

$$\lambda \leq 60 \rightarrow \alpha = \frac{0,86}{1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2} = \frac{0,86}{1 + \left(\frac{28,61}{62}\right)^2} = 0,709$$

Excentricité :

$$e_i = \theta_i \frac{l_0}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_i = \alpha_m \cdot \alpha_h \cdot \theta_0 \\ \theta_0 = \frac{1}{200} = 0,005 \\ \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{2,95}} = 1,163 \\ \alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (m = 1 \text{ pour un poteau isolé}) \\ \alpha_m = 1 \end{array} \right.$$

Donc

$$\theta_i = 1,163 \cdot 0,005 = 5,815 \cdot 10^{-3}$$

$$e_i = 5,815 \cdot 10^{-3} \cdot 206,5 = 0,6 \text{ cm}$$

$$e_i = 0,6 \text{ cm} \leq \frac{h}{6} = 4,2 \text{ cm} \rightarrow \text{section en compression}$$

1. Section d'armatures longitudinales :

$$N_{ed} = k_h \cdot k_s \cdot \alpha \cdot (b h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd})$$

$$A_s = \frac{N_{ed}}{k_h k_s f_{yd} \alpha} - \frac{b h f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{1,47 \cdot 10^6}{0,93 \cdot 1,12 \cdot 348 \cdot 0,709} - \frac{400 \cdot 250 \cdot 16,7}{348} = 921,08 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 9,21 \text{ cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_h = (0.75 + 0.5h) (1 - \rho \cdot \delta) \\ \rho \text{ et } \delta \text{ inconnu, on peut prendre } K_h = 0,93 \\ K_s = 1.6 - \frac{0.6 f_{yK}}{500} = 1,6 - \frac{0,6 \cdot 400}{500} = 1,12 \\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa} \\ f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_b} = \frac{25}{1,5} = 16,7 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

-Le choix des armatures longitudinales : (Annexe VIII)

$$6\text{HA}14 = 924 \text{ mm}^2$$

Vérification :

Ferrailage minimum :

$$A_s \geq A_{s \min} = \max \left(0,1 \frac{N_{ed}}{f_{yd}} ; 0,002 A_c \right) = \max \left(0,1 \frac{1,47}{348} ; 0,002 \cdot 1000 \right) = (4,22 ; 2)$$

$$A_{s \min} = 4,22 \text{ cm}^2$$

Ferrailage maximum :

$$A_s \leq A_{s, \max} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.04 \cdot A_c \\ 0.08 \cdot A_c \end{array} \right. = \max \left\{ \begin{array}{l} 40 \text{ cm}^2 \\ 80 \text{ cm}^2 \end{array} \right. = 80 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc : } A_{s, \max} = 80 \text{ cm}^2$$

2. Section d'armatures transversales :

$$\emptyset_t \geq \max (6 \text{ mm}; \emptyset_{l \max} / 4) = \max (6 \text{ mm} ; 3,5 \text{ mm})$$

$$\emptyset_t \geq 6 \text{ mm} \text{ on adopte } \emptyset_t = 6 \text{ mm}$$

Espacement des armatures transversales :

$$S_{t \max} = \min(20 \cdot \phi_{l \min}; 40 \text{ cm}; b) = \min (28 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 25 \text{ cm}) = 25 \text{ cm}$$

$$S_{t \max} = 25 \text{ cm}$$

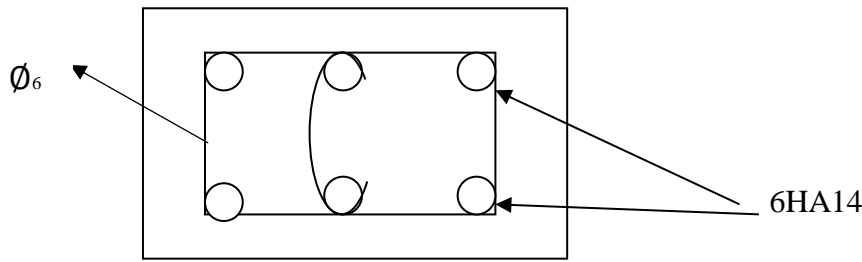


Figure VI.5 Section des armatures selon le code EUROCODE

VI.2.3 Selon le code ACI :

$$P_u = 1,2 G + 1,6 Q = 1,2 \cdot 0,7 + 1,6 \cdot 0,35 = 1,4 \text{ MN}$$

- La Longueur de flambement :

$$L_e = K l_u$$

On prend $K = 0,7$

$$L_e = K l_u = 0,7 \cdot 2,95 = 2,065 \text{ m}$$

- L'élanement :

$$\lambda = \frac{KL_U}{r}$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{12}} = \frac{25}{\sqrt{12}} = 7,22 \text{ cm} \rightarrow \lambda = \frac{KL_U}{r} = \frac{0,7 \cdot 2,95}{0,0722} = 28,61$$

-Section limites des armatures des éléments en compression :

$$0,01 \leq A_s / A_g \leq 0,08$$

$$A_g = 25 \cdot 40 = 1000 \text{ cm}^2$$

$$E_s = 4700 \sqrt{f'_c} = 4700 \sqrt{25} = 23500 \text{ MPa}$$

1. Les armatures longitudinales des poteaux :

$$0,01 \leq \rho_s \leq 0,08$$

$$\phi_c P_n \geq P_u$$

$$\phi_c \alpha P_0 \geq P_u$$

$$P_0 \geq \frac{P_u}{\phi_c \alpha} = \frac{1,4}{0,65 \cdot 0,8} = 2,69 \text{ MPa}$$

(Pour les poteaux avec cadre ou cerce $\phi_c = 0,65$ et $\alpha = 0,80$)

$$P_n = 0,8 P_0$$

$$P_0 = 0,85 f_c' (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$$

$$P_0 = 0,85 f_c' A_g + A_{st} (-0,85 f_c' + f_y)$$

$$A_{st} \geq \frac{P_0 - 0,85 f_c' A_g}{f_y - 0,85 f_c'} = \frac{2,69 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot 25 \cdot 100000}{414 - 0,85 \cdot 25} = 1438,57 \text{ mm}^2$$

$$A_{st} = 1438,57 \text{ mm}^2 = 14,38 \text{ cm}^2$$

-Le choix Les armatures longitudinales des poteaux : (Annexe VII)

On prend : $A_{st} = 4\text{HA}20 + 2\text{HA}12$

2. Section d'armatures transversales :

$$\text{Diamètre : } \phi_t = \frac{1}{3} \phi_{\text{max}} = \frac{20}{3} = 6,67 \text{ mm}$$

Donc pour HA20 $\implies \phi_t \geq 10 \text{ mm}$

On prend $\phi_t = 10 \text{ mm} = \text{N}^0 10$ (en SI)

Limite de la section d'armature :

$$0,01 A_g \leq A_s \leq 0,08 A_g$$

$$10 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 80 \text{ cm}^2$$

L'espace maximum des armatures :

$$S_{\text{max}} \leq \min (16 \phi_t ; 48 \phi_t ; a) \leq \min (16 \cdot 2 ; 48 \cdot 1 ; 25 \text{ cm}) = \min (32 \text{ cm} ; 48 \text{ cm} ; 25 \text{ cm}) = 25 \text{ cm}$$

$$S_{\text{max}} = 25 \text{ cm}$$

Tableau VI.2 Comparaison des résultats d'exemple de compression simple

	CBA	EUROCODE	ACI
Section brute de béton	1000 cm ²	1000 cm ²	1000 cm ²
Charge permanent	0,7 MN	0,7 MN	0,7 MN
Charge d'exploitation	0,35MN	0,35MN	0,35MN
Longueur de poteau	2,95m	2,95m	2,95m
résistance à la compression	25MPa	25MPa	25MPa
Limite élastique	400MPa	400MPa	400MPa

Longueur de flambement	2,065m	2 ,065 m	1.77m
Élancement	28,61	28,61	28,61
Section d'armature minimale et maximale (cm ²)	$5,2 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 50 \text{ cm}^2$	$4,22\text{cm}^2 \leq A_s \leq 80\text{cm}^2$	$10\text{cm}^2 \leq A_s \leq 80 \text{ cm}^2$
Force normale pondérée	1,47MN	1,47MN	1,4 MN
Section des armatures longitudinales	9,18cm ²	9,21 cm ²	14,38 cm ²
Choix des armatures	6Φ14	6Φ14	4Φ20+ 2Φ12
Diamètre des cadres	6mm	6 mm	8mm
Espacement des armatures transversales	18cm	25 cm	25cm

Comparaison des résultats

On remarque que le code ACI donne une section d'armature longitudinale plus grande que celle donnée par les deux codes CBA et EUROCODE, malgré que les efforts pondérés soient presque similaires pour les trois codes. Ceci s'explique par le fait que le code CBA et l'EUROCODE tiennent compte de l'augmentation de la résistance du béton à la compression à 90 jours dans la formule de calcul de la section des armatures longitudinales, et par conséquent, cette dernière sera moins importante par rapport à celle calculée par le code ACI.

En outre le code ACI adopte un coefficient de sécurité pénalisant la résistances ($\phi_c=0,65$) plus faible de 34% par rapport aux codes CBA et EUROCODE ($1/\gamma_s= 1/1,15= 0,87$) de plus le code ACI tient en compte de la section nette du béton (A_g-A_s) contrairement aux codes CBA et EUROCODE. Le pourcentage minimal d'armature selon ACI est deux fois plus grand que celui des deux autres codes CBA et EUROCODE.

VI .3 Exemple de Cisaillement

Considérons un poteau de section de 500 x 500 mm² soumise aux charges présentées sur la figure suivante :

L'objectif de l'exemple est la détermination des armatures transversales d'effort tranchant d'un poteau selon les trois codes CBA, EUROCODE, ACI.

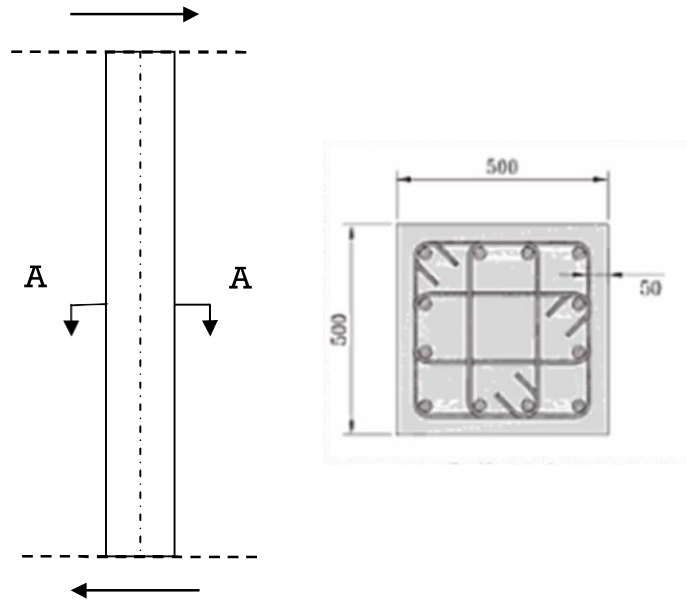


Figure VI.6: Poteau soumis à un effort de cisaillement

VI.3.1 Selon le code CBA

Soit un poteau carré comme le montre la figure (VI.6), ce poteau soumis à un effort tranchant. On suppose que les cadres transversaux sont droits. Sachant que :

$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$; la fissuration est préjudiciable et il n'y a pas de reprise de bétonnage

Les Données

Les armatures longitudinales : 12Ø_{30}

Etriers : Ø_{10}

$f_e = 400 \text{ MPa}$

$V_G = 0,1 \text{ MN/ml}$; $V_Q = 0,2 \text{ MN/m}$; $d = 45 \text{ cm}$

1-Vérification de la contrainte de cisaillement dans le béton :

La contrainte tangente conventionnelle vaut :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} = \frac{1,35(0,1) + 1,5(0,2)}{0,5(0,5 - 0,05)} = 1,93 \text{ MPa}$$

La contrainte admissible, lorsque la fissuration est préjudiciable, vaut:

$$\bar{\tau}_u \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} ; 4 \text{ MPa} \right)$$

$$\bar{\tau}_u \leq \min \left(\frac{0,15 \cdot 25}{1,5} ; 4 \text{ MPa} \right) = 2,5 \text{ MPa}$$

Donc :

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_u \rightarrow \text{Pas d'écrasement des bielles de section comprimé}$$

- Calcul de l'espacement entre cadres :

$$\frac{A_t}{b \cdot S_t} \geq \frac{\gamma_s(\tau_u - 0.3 \cdot K \cdot f_{tj} \cdot k)}{0.9 f_e \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

On choisit ici des cadres droits ($\alpha=90^\circ$)

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$f_{ij} = 0.6 + 0.06 f_{cj} = 0.6 + 0.06 \cdot 25 = 2.1 \text{ MPa}$$

Dans notre cas on prend $k=1$ (pas de reprise de bétonnage)

-Le choix des armatures longitudinales : (Annexe IX)

$$A_t = 4\phi_{10} = 3.14 \text{ cm}^2$$

$$S_t \leq \frac{A_t \cdot 0.9 f_e}{b \gamma_s (\tau_u - 0.3 \cdot K \cdot f_{tj})} = \frac{3.14 \cdot 10^{-4} \cdot 0.9 \cdot 400}{0.5 \cdot 1.15 (1.93 - 0.3 \cdot 2.1)} = 0.151 \text{ m}$$

$$S_t \leq 15.1 \text{ cm}$$

Donc on prend : $S_t = 15 \text{ cm}$

-Conditions complémentaires :

$$S_t \leq \min(0.9 \cdot d ; 40 \text{ cm}) \leq \min(40.5 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm}$$

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b \cdot S_t} \geq 0.4 \text{ MPa}$$

$$S_t \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0.4 b} = \frac{3.14 \cdot 10^{-4} \cdot 348}{0.4 \cdot 0.5} = 72 \text{ cm}$$

Donc on prend la valeur minimale de ces valeurs $S_t = 15 \text{ cm}$

VI.3.2 Selon le code EUROCODE :

$$V_u = 1.35 V_D + 1.5 V_L = 1.35 \cdot 0.1 + 1.5 \cdot 0.2 = 0.435 \text{ MN}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_b} = \frac{25}{1.5} = 16.7 \text{ MPa} \\ f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 348 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$b_w = 50 \text{ cm}$$

$$\alpha_{cw} = 1$$

$$z = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot 450 = 405 \text{ mm}$$

$$v_1 = v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54$$

$$\sigma_{Rd,c} = \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot v_1 = 9,018 \text{ MPa}$$

1. Vérification de la compression des bielles ($\alpha = 90^\circ$) :

$$V_{ed} \leq \min(V_{Rd,max}; V_{Rd,s}) = \min\left(\sigma_{Rd,c} b_w z \frac{\cot\theta}{1+\cot\theta^2}; \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta\right)$$

2. Choix de l'angle θ des bielles :

$1 \leq \cot\theta \leq 2,5$ on choisit $\cot\theta = 2$ afin d'optimiser les armatures de l'effort tranchant

donc : $\theta = 26,5^\circ$

$$V_{ed} \leq \sigma_{Rd,c} b_w z \frac{2}{1+2^2} = 9,018 \cdot 500 \cdot 405 \cdot \frac{2}{1+2^2} = 730458 \text{ N} = 730,46 \text{ KN}$$

$V_{ed} = V_u = 435 \text{ KN} < 730,46 \text{ KN}$ Pas s'écrasement des bielle de béton comprimé

Aussi :

$$V_{ed} \leq \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{ed}}{z f_{ywd} \cot\theta}$$

-Le choix des armatures longitudinales: (Annexe VIII)

$$A_{sw} = 4\phi_{10} = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{435 \cdot 10^3}{405 \cdot 348,2} = 1,54 \text{ mm}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\text{Donc : } \frac{314}{s} \geq 1,54 \rightarrow s \leq 204 \text{ mm} \rightarrow s \leq 20,4 \text{ cm}$$

On prend $s = 20 \text{ cm}$

3. La contrainte tangente conventionnelle vaut :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = \frac{1,35(0,1) + 1,5(0,2)}{0,5(0,5 - 0,05)} = 1,93 \text{ MPa}$$

4. Pourcentage minimal d'armature d'effort tranchant :

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = \frac{0,08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} b_w$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = \frac{0,08\sqrt{25}}{400} 500$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 0,5 \text{ mm}$$

5. Espacement maximal :

$$S_{t,\max} = 0,75d < 60 \text{ cm}$$

$$S_{t,\max} = 0,75 \cdot 450 = 337,5 \text{ mm} = 33,75 \text{ cm} \longrightarrow S = 20 \text{ cm} < S_{t,\max} = 33,75 \text{ cm}$$

VI.3.3 Selon le code ACI :**-Les Données :**

$$V_D = 0,1 \text{ MN} ; V_L = 0,2 \text{ MN} ; f_c' = 25 \text{ MPa} ; \text{Etriers} : \varnothing_{10} ; f_y = 414 \text{ MPa}$$

Avec :

V_D : Effort tranchant dû aux charges permanentes.

V_L : Effort tranchant dû aux charges d'exploitation.

$$V_u = 1,2 V_D + 1,6 V_L = 1,2 \cdot 100 + 1,6 \cdot 200 = 120 + 320 = 441 \text{ KN}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_w d} = \frac{441 \cdot 10^3}{500 \cdot 450} = 1,96 \text{ MPa}$$

1. Résistance nominale au cisaillement :

$$V_c = 0,17 \lambda \sqrt{f_c'} b_w d = 0,17 \cdot \sqrt{25} \cdot 500 \cdot 450 = 191250 \text{ N} = 191,25 \text{ KN}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 1 \text{ (pour un béton normale)} \\ d = h - c = 50 - 5 = 45 \text{ cm} \\ b = b_w = 50 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

2. Le ferrailage de cisaillement requis :

$$V_{\max} = V_c + 0,66\sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{\max} = 191250 + 0,66\sqrt{25} \cdot 500 \cdot 450 = 933750 \text{ N} = 933,75 \text{ KN}$$

2. Résistance au cisaillement :

$$\phi V_n \geq V_u$$

Avec :

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_u \leq \phi V_c + \phi V_s$$

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c$$

$$V_s = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi} = \frac{441 - 0,75 \cdot 191,25}{0,75} = 396,75 \text{ KN}$$

Donc : $V_n = 191,25 + 396,75 = 588 \text{ KN} < V_{\max} = 933,75 \text{ KN}$ OK c'est vérifié.

3. Conception du ferrailage de cisaillement :

$$A_v = 4 \cdot 70,96 = 283,8 \text{ mm}^2 \approx 284 \text{ mm}^2$$

-Le choix des armatures longitudinales : (Annexe VII)

$$A_v = 4N^{\circ} 10 \quad (\text{en SI unité})$$

$$A_v = 4 \# 3 \quad (\text{en US unité})$$

-Espacement des armatures :

$$S = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{284 \cdot 414 \cdot 450}{396750} = 133,36 \text{ mm} = 13,3 \text{ cm}$$

$$S_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{450}{2} = 225 \text{ mm} = 22,5 \text{ cm}$$

$$S_{\text{req,d}} \leq \frac{A_v f_y}{0,35 \cdot b_w} = \frac{284 \cdot 414}{0,35 \cdot 500} = 671,86 \text{ mm} = 67,2 \text{ cm}$$

Donc : $S = 13 \text{ cm}$

Tableau VI.3 : Comparaison des résultats d'exemple de cisaillement

	CBA	EUROCODE	ACI
Données d'exemple	$f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ $f_e = 400 \text{ MPa}$ Armatures longitudinales : 12Ø30 Etriers : Ø10	$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ $f_{yk} = 400 \text{ MPa}$ Armatures longitudinales : 12Ø30 Etriers : Ø10	$f'_c = 25 \text{ MPa}$ $f_y = 414 \text{ MPa}$ Armatures longitudinales : 12Ø30 Etriers : Ø10

Section de béton	$b_w \cdot h = 50.50 \text{ cm}^2$	$b_w \cdot h = 50.50 \text{ cm}^2$	$b_w \cdot h = 50.50 \text{ cm}^2$
Les charges	$Q = 0,2 \text{ MN}$ $G = 0,1 \text{ MN}$	$V_L = 0,2 \text{ MN}$ $V_D = 0,1 \text{ MN}$	$V_L = 0,2 \text{ MN}$ $V_D = 0,1 \text{ MN}$
L'effort tranchant à (ELU)	$V_u = 1,35 G + 1,5Q = 435 \text{ KN}$	$V_u = 1,35V_D + 1,5V_L = 435 \text{ KN}$	$V_u = 1,2 V_D + 1,6 V_L = 441 \text{ KN}$
l'espacement de calcul	15,1 cm	20,4 cm	13,13 cm
Espacement maximal	40 cm	33,75 cm	22,5 cm
Contrainte de cisaillement	$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = 1,93 \text{ MPa}$	$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} = 1,93 \text{ MPa}$	$\tau_u = \frac{V_u}{b_w d} = 1,96 \text{ MPa}$
Hauteur utile de la section (d)	d = 45 cm	d = 45 cm	d = 45 cm
Section d'armatures transversales	$4\phi 10 = 3,14 \text{ cm}^2$	$4\phi 10 = 3,14 \text{ cm}^2$	$4N^\circ 10 = 4 \#3 = 2,84 \text{ cm}^2$

Comparaison et interprétation :

D'après le tableau VI.3 on remarque que :

1) Les valeurs d'effort tranchant calculées par les deux codes CBA et EUROCODE sont similaires et légèrement inférieures à celle obtenue par le code ACI, cette infériorité est due à la valeur de coefficient de pondération des charges d'exploitation adoptée par le code CBA ($\gamma_G = 1,5$) qui est inférieure à celle du code ACI ($\alpha_1 = 1,6$).

2) l'espacement des armatures de cisaillement selon l'EUROCODE est relativement plus grand par rapport à ceux des deux autres codes CBA et ACI pour une même quantité d'armatures de cisaillement car l'EUROCODE adopte en générale un inclinaison des fissures des bielles de béton plus petite autour de 27° , afin de bien optimiser les armatures de cisaillement par rapport à celle adoptée par l'ACI et CBA dont la valeur α de 45° . Ce pendant le CBA surestime l'espacement maximal des armatures de cisaillement de 18% et 78% par rapport à ceux de l'EUROCODE et ACI respectivement.

On peut conclure que l'ACI est beaucoup plus sécuritaire dans le calcul justificatif au cisaillement surtout pour les ouvrages et les chantiers non-contrôlé.

CONCLUSION GÉNÉRALE

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS :

Cette étude analytique s'inscrit dans le cadre général de l'étude du comportement des éléments d'ouvrages de génie civil. Plus précisément, l'objectif du travail est d'étudier le comportement au cisaillement et au chargement axial des éléments en béton armé, et de faire une étude comparative sur les prescriptions réglementaires des trois codes : américain ACI, l'europeen EUROCODE et l'algérien CBA. L'aspect comparatif de l'étude a également permis de mettre en relief les points concordants et les différences marquantes entre ces trois codes.

L'étude comparative réglementaire permet d'obtenir les conclusions suivantes :

- Les formules de calcul pour les trois codes sont généralement basées sur le même fondement théorique, et elles sont d'une manière générale basées sur les caractéristiques mécaniques des deux matériaux acier et béton.

Matériau :

- Le coefficient d'expansion thermique de béton est pratiquement le même selon les trois codes.
- La résistance caractéristique à la compression et à la traction de béton à j jours selon les trois codes sont évalués par des expressions empiriques.
- Les diagrammes de contrainte-déformation de béton (et même ceux de l'acier) ont la même forme.
- La valeur du module d'élasticité de béton selon le code CBA est supérieure à celle obtenue par l'EUROCODE qui est à son tour supérieure à celle d'ACI qui dépend de la densité de béton. Par contre pour la valeur du module d'élasticité de l'acier, les trois codes ont la même valeur.
- Le coefficient de Poisson du béton est pratiquement le même pour les trois codes étudiés.

Contraintes admissibles :

- La vérification des contraintes dans le béton selon le code ACI se fait à la compression et sans spécification de la nature de l'état limite, par contre les deux codes EUROCODE et CBA contrôlant les contraintes de compression dans le béton pour les deux états limites ultime et service.
 - Pour limiter la fissuration nuisible dans le béton à l'état limite de service (ELS), le CBA exige de limiter les contraintes dans l'acier en réduisant sa valeur limite d'élasticité. Cependant, l'ACI et l'EUROCODE ne donnent aucune condition directe sur la contrainte dans l'acier mais il contrôle la fissuration nuisible de béton par limitation de la largeur de fissures en prévoyant en général un pourcentage d'armature minimal dans la section de béton.

Combinaisons d'actions :

Les combinaisons d'actions selon les trois codes sont basées sur le même fondement théorique. Ces combinaisons sont en fonction de la charge permanente, d'exploitation, accidentelle (sismique), température, neige, vent, sauf que l'ACI tien en compte de plus d'autre charges comme charge de poussée des terres et pression d'un liquide, Cependant, les coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation dans le cas des combinaisons fondamentales sont les mêmes pour les deux codes EUROCODE et CBA, et sont différents par rapport à ceux de l'ACI. Les coefficients de charge permanente sont généralement de 1,35 pour

Conclusion Générale

l'EUROCODE et CBA et de 1,2 pour l'ACI, alors que ceux des charges d'exploitation sont de 1,5 pour l'EUROCODE et CBA et de 1,6 pour l'ACI.

Résistance des sections au cisaillement et chargement axial :

1) Chargement axial :

Compression :

- Selon les trois codes CBA, EUROCODE et ACI la détermination de longueur de flambement dépend des liaisons existant le long des bords d'élément considéré, les valeurs de la Longueur de flambement selon les trois codes sont similaires.

-Les trois codes CBA , EUROCODE et ACI limitent la section d'armatures longitudinales respectivement de (0,2% à 5%), de (4% à 8%) et de (1% à 8%) de la section brute du béton (B).

On constate que le code l'eurocode sur- estime la section minimale d'armature longitudinale (4% B) par rapport à celle de CBA (0,2%B) et ACI (1%B).

-En outre, le code ACI adopte un coefficient de sécurité pénalisant les résistances ($\phi_c = 0,65$) plus faible de 34 % par rapport aux codes CBA et EUROCODE ($1/\gamma_s = 1/1,15 = 0,87$) de plus le code ACI tient en compte de la section nette du béton ($A_g - A_s$) dans le calcul de la résistance contrairement aux codes CBA et EUROCODE.

Traction :

- Pour les deux codes CBA et EUROCODE, les armatures longitudinales de traction sont déterminées en limitant la contrainte dans l'acier dépendant de type de fissuration (nuisible, peu ou très préjudiciable).

Cependant le code ACI ne limite pas la contrainte dans l'acier mais préconise le contrôle la largeur de fissure par le placement d'un pourcentage d'armature minimale.

2) Cisaillement :

- Le code CBA 93 fait intervenir dans l'évaluation de la contribution du béton à la résistance au cisaillement le type de fissuration, par contre les deux codes EUROCODE et ACI ne font aucune attention sur ce terme.

-Pour le calcul des armatures transversales, les trois codes font intervenir la contribution de béton à la résistance au cisaillement. Néanmoins le code CBA limite cette contribution par l'état du béton au bétonnage (reprise de béton ou non) et le type de sollicitations par l'introduction du coefficient K.

-Pour l'espacement maximum des armatures transversales, il dépend selon les trois codes de la hauteur utile d de la section de béton.

- le code ACI exige que le diamètre minimal des armatures transversales doit être de 9,5 mm (barre N 10⁰ ($\neq 3$)) alors que selon les codes CBA et Eurocode ce diamètre peut atteindre un minimum de 6mm.

Conclusion Générale

-L'Eurocode adoptes en général une inclinaison des fissures des bielles de béton plus petite autour de 27° afin de bien optimise les armatures de cisaillement par rapport à celle adoptée par l'ACI et CBA dont la valeur est de 45° .

-Le CBA surestime l'espacement maximal des armatures de cisaillement de 18% et 78% par rapport à ceux de l'eurocode et ACI respectivement.

-On peut conclure que l'ACI est beaucoup plus sécuritaire dans le calcul justificatif au cisaillement surtout pour les ouvrages et les chantiers non –contrôlés.

- Recommandations et propositions :

Les résultats de l'étude comparative de cisaillement et chargement axial selon les trois codes ACI, EUROCODE et CBA permettent de suggérer les recommandations suivantes comme contribution pour la révision du code Algérien de béton armé (CBA) :

- Pour une bonne étude des ouvrage et des construction en génie civil d'une manière sécuritaires et économiques, il vaut mieux avoir un code qui s'adapte à notre pays l'Algérie, avec la variation des conditions climatiques et des types des sols qui sont différents d'une région à l'autre, en s'inspirant du code ACI qui tient compte en plus des charges habituelles, la charge de poussée des terres et celle de pression du liquide dépendant de la région.

-Le code CBA considère le code BAEL comme référence pour toutes ses articles à l'exception des valeurs de retrait dépendant du climat de l'Algérie. Bien que la qualité de contrôle des ouvrages et de matériaux dans les chantiers Algériens sont loin de celles de la France ce qui exige d'établir des formules plus sécuritaires en s'inspirant des autres codes tel l'ACI pour les formules de justification de résistance de cisaillement et compression.

- Etablir une formulation pour le calcul de résistance caractéristique à la traction et aussi pour la formulation de module d'élasticité en s'inspirant de celle du code ACI tenant en compte de la densité de béton.

- Etablir une formulation pour le calcul des armatures en s'inspirant de celle du code ACI, à cause de sa simplicité et pour avoir des ferrailages plus sécuritaires, particulièrement, celle de calcul justificatif de résistance au cisaillement et en compression simple.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ✚ ACI 318-08 "Building code requirements for structural concrete".
- ✚ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2008) Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318M-08.
- ✚ BRUNO .M "Cours de béton (civ-04-35) " édition hiver2005.
- ✚ C.B.A 93" Règles de conception et de calcul des structures en béton armé".
- ✚ Calcul des Eléments en Béton Armé Aux Etats Limites Cours & Applications - Partie I faculté d'architecture et de génie civil Polycopié Génie – Civil Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF.
- ✚ Design of Reinforced Concrete ACI 318-08 Jack C. McCormac.
- ✚ Design Paramètres for Longitudinal Bars Beams ACI 318-08.
- ✚ D.E. ALLEN "Calcul au Etats limites" Archives des publications du CNRC, Digeste de la construction au Canada, janvier 1982.
- ✚ Dr Ir P. BOERAEVE "Manuel de Calcul de Béton Armé Selon EN1992-1.1" Institut Gramme – Unité Construction 2017.
- ✚ Eurocode 2 : "calcul des structures en béton" (NF EN 1992-1-1).
- ✚ JEAN FESTA-GEORGES DREUX " Nouveau guide du béton et de ses constituants " Huitième édition 1998.
- ✚ S. MULTON "Béton armé Eurocode2" Centre de Génie Civil, INSA-Université Paul Sabatier- Toulouse- France 30 Novembre 2012.
- ✚ Support du cours Béton Armé I TEC185Centre Universitaire de Béchar Département de Génie Civil et d'Architecture.
- ✚ Technical Note details the requirements of ACI318 -08 for design of concrete floor systems (TN331_ACI_floor_design_040509).
- ✚ YANNICK SIEFFERT "Le Béton armé selon L'Eurocode2 (2e édition)" éditeur Dunod de Paris, 2010, 2013, 2013.

Annexe I

Caractéristiques de résistance et de déformation du béton

Classes de résistance du béton														Expression analytique Commentaires	
f_{dk} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{dk,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{dk} + 8$ (MPa)
f_{cm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{cm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{cm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10))$ > C50/60
$f_{ck,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ck,0,05} = 0,7 \times f_{cm}$ fractile 5 %
$f_{ck,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ck,0,95} = 1,3 \times f_{cm}$ fractile 95 %
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)^{0,3}]$ (f_{cm} en MPa)
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	$\varepsilon_{c1} (\%) = 0,7 \sqrt{f_{cm}}^{0,31} \leq 2,8$
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1} (\%) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c2} (\%) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu2} (\%) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c3} (\%) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu3} (\%) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

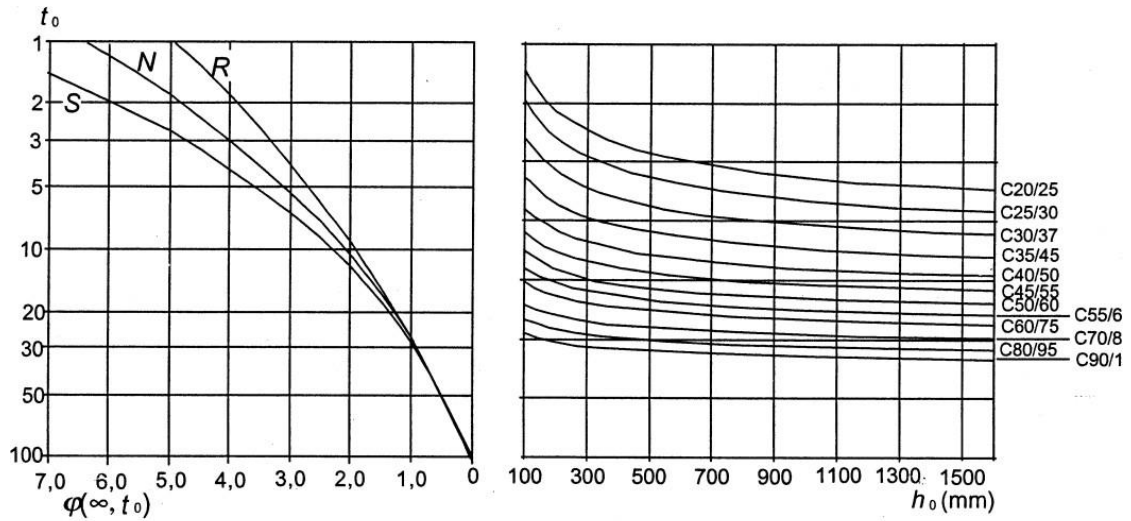
Annexe II

Valeurs nominales du retrait de dessiccation non gêné ϵ_{cd_0} (en ‰) pour le béton avec des ciments CEM de classe N

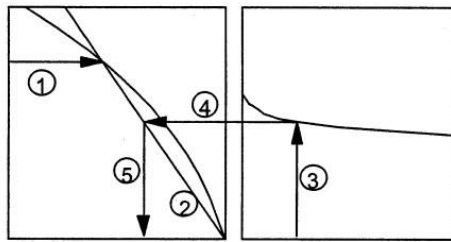
$f_{ck} / f_{ck, cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en ‰)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0, 58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Annexe III

Méthode de détermination du coefficient de fluage $\phi(\infty, t_0)$ pour le béton dans des conditions d'environnement normales

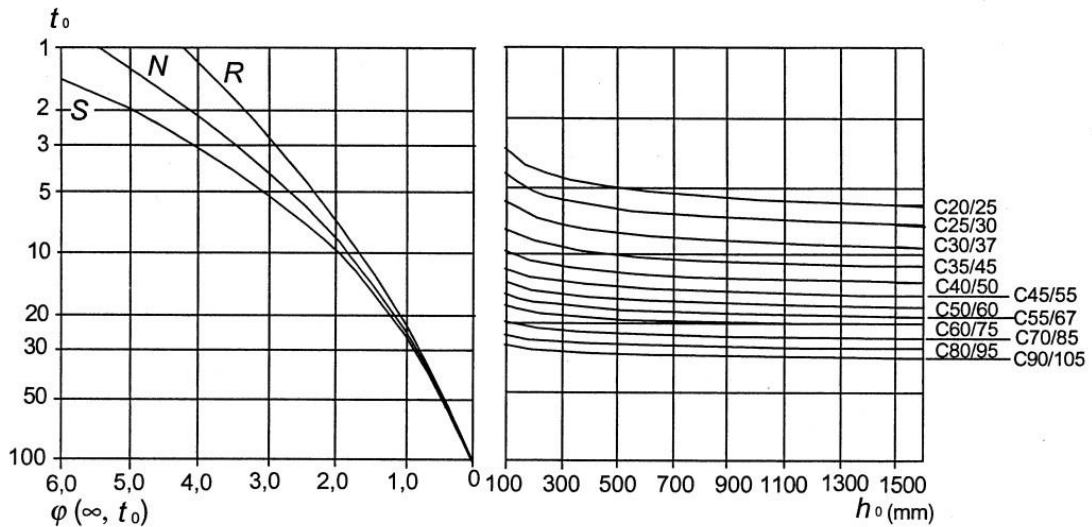


a) Environnement intérieur — RH = 50 %



NOTE

- le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1
- pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente)



b) Environnement extérieur — RH = 80 %

Note :

- h_0 = rayon moyen = $2A_c / u$, où A_c est l'aire de la section transversale du béton et u le périmètre de la partie exposée à la dessiccation (pour une dalle $h_0=h$)
- S désigne les ciments de Classe S (prise lente "slow")
- N désigne les ciments de Classe N
- R désigne les ciments de Classe R (prise rapide)
- le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1
- pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente

Annexe IV**Tableau des valeurs des coefficients ψ pour les actions climatiques**

Nature des charges		Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Vent		0,77	0,2	0
Neige pour une altitude	≤ 500 m	0,77	0,15	0
	> 500 m	0,77	0,30	0,77
Variations uniformes de la température		0,6	0,5	0

Annexe V**Les valeurs de ρ_{max} et ϕ en fonction de f_y et f_c'**

f_y [MPa]	$f_c'=20.7$ MPa	$f_c'=27.6$ MPa	$f_c'=34.5$ MPa	ϕ
$\rho_{max} (\epsilon_t=0.004)$				
276	0.0232	0.0310	0.364	0.83
414	0.0155	0.0207	0.0243	0.81
517	0.0124	0.0165	0.0194	0.80
$\rho_{max} (\epsilon_t=0.005)$				
276	0.0203	0.0270	0.0318	0.90
414	0.0135	0.0180	0.0212	0.90
517	0.0108	0.0144	0.0169	0.90

Annexe VI

Les valeurs de ρ_{min} on fonction de f_y et f_c'

f_y [Mpa]	ρ_{min}			
	$f_c'=20.7$ MPa	$f_c'=27.6$ MPa	$f_c'=34.5$ MPa	$f_c'=41.4$ MPa
276	0.0050	0.0050	0.0053	0.0058
414	0.0033	0.0033	0.0035	0.0039
517	0.0027	0.0027	0.0028	0.0031

Annexe VII

Tableau de propriétés des barres selon le code ACI

Désignation De barre	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#14	#18
Diamètres [mm]	9.525	12.700	15.875	19.050	22.225	25.400	28.652	32.258	35.814	43.002	57.327
Surface [mm ²]	70.96	129.03	200.00	283.87	387.09	509.67	645.16	819.35	1006.45	1451.61	2580.64

Annexe VIII

Tableau d'armature selon le code EUROCODE

Section totale des armatures (en mm ²)																
Diam. (mm)	Nombre de barres placées dans la poutre															Poids (N/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	28	57	85	113	141	170	198	226	254	283	311	339	368	396	424	2.2
8	50	101	151	201	251	302	352	402	452	503	553	603	653	704	754	3.9
10	79	157	236	314	393	471	550	628	707	785	864	942	1021	1100	1178	6
12	113	226	339	452	565	679	792	905	1018	1131	1244	1357	1470	1583	1696	8.7
14	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1385	1539	1693	1847	2001	2155	2309	11.9
16	201	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	2011	2212	2413	2614	2815	3016	15.5
20	314	628	942	1257	1571	1885	2199	2513	2827	3142	3456	3770	4084	4398	4712	24.2
25	491	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	4909	5400	5890	6381	6872	7363	37.8
32	804	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	8042	8847	9651	10455	11259	12064	61.9
40	1257	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	12566	13823	15080	16336	17593	18850	96.8

Annexe IX

Sections des barres indépendantes selon le code CBA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
HA 6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54
HA 8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52
HA 10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07
HA 12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18
HA 14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85
HA 16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10
HA 20	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27
HA 25	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18
HA 32	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38
HA 40	12,57	25,13	37,70	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10