

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



جامعة عمار تليجي - الأغواط -

Université Ammar Telidji - Laghouat

Faculté de Technologie

Département de GENIE CIVIL

Mémoire de Master

Présenté par :

ABDI Safia et BENMEBAREK Sabrina

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Hydraulique

Option : Ressources en Eau

THÈME :

**Contribution à l'analyse et à la simulation des débits à l'aide de la
théorie du chaos déterministe (Algérie septentrionale)**

Soutenu le 11/06/2015 publiquement devant le jury composé de :

Mr. Mouattah K.
Mr. Chettih M.
Mr. Bouache M.
Mr. Tadj W.

Président
Encadreur
Examineur
Examineur

Remerciement

En premier lieu, nous remercierons Dieu le Tout-Puissant pour nous avoir donné le potentiel d'apprendre les lois de notre univers et de les exploiter pour notre bien-être.

Nous tenons à remercier sincèrement Monsieur Mohamed CHETTIH Docteur à l'université Amar Telidji de Laghouat pour son soutien, ses conseils et son confiance à notre égard durant toute la période de ce travail, ainsi que l'inspiration, et le temps qu'il a bien voulu nous consacrer et sans qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.

Nos sincères remerciements vont également à tous les enseignants de l'université Amar Télidji de laghouat, en particulier à ceux du département de génie civil qui ont contribué à notre formation.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance envers nos examinateurs qui ont eu la gentillesse de lire et corriger ce travail.

Nous voudrions remercier enfin, tous ceux qui n'ont pas été cités dans ces quelques lignes et qui ont contribué de près ou de loin par leur aide au bon déroulement de ce travail.



DEDICACES

Merci au Noble « Allah » Dieu le tout puissant qui m'a donné le courage, l'intelligence, la force et la patience pour réaliser ce travail.

Aux êtres les plus chers que j'ai dans la vie ma mère et mon père qui m'ont soutenu avec tous ce qu'ils ont ;

J'aimerais dédier ce travail tout spécialement à l'esprit de ma grand-mère car c'est elle qui nous a orienté au savoir vivre et à la loyauté. Que dieu tout puissant la protège et la bénisse

A mes frères et mes sœurs ;

Aucun mot ne pourra exprimer ma gratitude envers vous.

J'adresse également mes plus sincères remerciements à **Kired Baker** qui est toujours soutenu et encouragé au cours de la réalisation de ce mémoire.

A tous mes amis(es) ;

A tous ceux qui me sont chers ,
je dédie ce modeste travail

ABDI SAFIA

DEDICACE :

Au nom d'Allah, le tout miséricordieux, le très miséricordieux

Et prière et la paix soient sur son sceau des messagers

Mohammed bin Abdullah des prophètes et des messagers

après :

Je dédie ce travail :

A prophète et de messenger d'Allah mohammed

*A mon très cher ma mère qui m'ont guidé durant les moments
les plus pénibles de ce long chemin, et ma famille et mes amis de
leur soutien indéfectible, et pour certains, de leur amour.*

Juste un simple mot..... à tous.

BENMEBAREK SABRINA

ملخص

إن الطابع غير الخطي وغير الثابت بارز و بشكل كبير في الظواهر الهيدرولوجية في المناطق الجافة والشبه الجافة. نقترح في هذه الدراسة القيام بالتحليل وبالمحاكاة المرتكزة على تطبيق الديناميكية غير الخطية للظواهر المعقدة.

إن التحليل الفوضوي للسلسلة الهيدرولوجية في شمال الجزائر تركز على استخدام اسس ليابونوف والبعد الكسوري لتقوية فرضية احتمال وجود فوضى حتمية ذات بعد ضعيف.

إن القيام بمحاكاة التدفق باستعمال طريقة فارمر سيدورويش سمحت لنا بالحصول على تنبؤ جيد.

الكلمات الدلالية : الفوضى، الهيدرولوجيا، الجو الشبه الجاف، شمال الجزائر ، دليل ليابونوف

Résumé

Le caractère non linéaire et non stationnaire est fortement manifesté dans les processus hydrologiques des régions arides et semi-arides. On propose dans cette étude, l'application d'outils d'analyse et de simulation issus de la dynamique non-linéaire des systèmes complexes.

L'analyse chaotique des séries hydrologiques de l'Algérie septentrionale à l'aide des exposants de Lyapunov et de la dimension de corrélation semble confirmée l'hypothèse qu'il pourrait s'agir d'un processus de chaos déterministe de faible dimension.

La prévision des débits par la méthode de Farmer-Sidorowich a montré qu'elle possède un bon pouvoir prévisionnel si toutefois la chaocité des séries est mise en évidence.

Mots clés : Chaos, Hydrologie, Climat semi-aride, Algérie septentrionale, Exposant de Lyapunov.

Abstract

The nonlinear and no stationary character is strongly manifested in the Hydrological processes of the arid and semi-arid region. One propose in this study, the application of analysis and simulation tools from nonlinear dynamics of complex systems.

The chaotic analysis of hydrological series of northern Algeria using Lyapunov exponents and the correlation dimension seems confirmed the hypothesis that it could be exist a process of deterministic chaos of low dimension.

The Flow forecasting by the method of Farmer-Sidorowich showed that it has a good predictive so however the chaocité of the series is put in evidence.

Keywords: Chaos, Hydrology, semi-arid Climate, northern Algeria, Lyapunov exponents.

Sommaire

Introduction Générale	1
Chapitre I: Théorie de la dynamique des systèmes complexes	
I.1. Introduction :	3
I.2. Théorie des Systèmes Dynamiques :	3
I.2.1 Chaos Déterministe :	4
I.2.2 Espace de Phase :	4
I.2.2.1 Théorème de Takens:	5
I.2.2.2 Les Attracteurs :	5
I.2.3 Section de Poincaré :	6
I.2.4 Exposant de Lyapunov :	7
I.2.5 Dimensions Topologiques :	7
I.2.6 Exemples :	8
I.2.6.1 Système de Lorenz :	8
I.2.6.2 Oscillateur de Van der Pol :	9
I.2.6.3 Processus Stochastique :	10
I.3. Analyse Chaotique des Séries Temporelles :	10
I.3.1 Introduction :	10
I.3.2 Reconstitution de l'espace des phases :	11
I.3.3 Choix du déphasage temporel :	11
I.3.3.1 Sélection linéaire du délai par autocorrélation :	12
I.3.3.2 Sélection non linéaire du délai par information mutuelle (AMI):	12
I.3.4 Choix de la Dimension de plongement :	14
I.3.4.1 la méthode de faux voisin le plus proche :	13
I.3.4.2 Méthode de Cao :	16
I.3.4.3 Entropie de Kolmogorov-Sinai :	18
I.3.5. Approche Dynamique : Exposant de Lyapunov :	18
I.3.5.1 L'algorithme de Rosenstein et al. (1992):	19
I.3.5.2. l'algorithme de Wolf et al. (1985) :	21
I.3.5.3. L'algorithme de Shintani et Linton (2003) :	24
I.3.6. Approche Métrique :	25
I.3.6.1 Dimension Fractale :	25
I.3.6.2 Algorithme de Grassberger-Procaccia :	26
Chapitre II: Analyse chaotique des séries hydrologiques (Pluies et Débits)	
II.1. Introduction :	30
II.2. Présentation de la région d'étude	30
II.2.1 Situation géographique	30
II.2.2. Climatologie de la région d'étude :	31
II.2.3. Hydrographie	31
II.2.4. Présentation des données :	33
II.2.4.1. Stations pluviométriques :	33
II.2.4.2.Stations hydrométriques	34
II.3. Reconstruction de l'espace des phases :	38
II.3.1 Choix du déphasage temporel (délai):	36
II.3.2. Choix de la dimension de plongement	45
II.3.2.1. Méthode des faux voisins	45
II.3.2.2.Méthode de Cao :	44
II.4. L'exposant de Lyapunov :	53

II.4.1. L'algorithme de Shintani et Linton :	53
II.4.2. L'algorithme de Wolf et al.....	54
II.4.3. L'algorithme de Rosenstein et al 1992.....	50
II.5. Dimension de corrélation.....	60
II.6. Conclusion.....	65
Chapitre III: Prévion Hydrologique	
III.1. Introduction :	66
III.2. Prévion à laide de l'Algorithme de Farmer-Sidorowich :	66
III.3. Test des séries de substitution (surrogates).....	67
III.3.1. Définition :	67
III.3.2. L'Algorithme :	68
III.4. Mesure de l'erreur de prévion :	68
III.4.1. L'erreur moyenne des carrés ASE (Average Squared Error) :	68
III.4.2. Coefficient d'efficacité de Nash-Sutcliffe (CE):.....	68
III.4.3. Coefficient de Corrélation :	69
III.5. Programmes et Organigrammes :	69
III.6. Résultats et Discussions :	74
III.7. Conclusion :	85
Conclusion Générale.....	86

Liste des symboles :

x_t : Série temporelle

m :Dimensions de plongement

λ_1 :Plus grand exposants de Lyapunov

τ :Le déphasage temporel (délai ou temps de retard)

P : La probabilité

u_t : Ordre des variables aléatoire

J_t : Le Jacobine

H_0 :L'hypothèse nulle

$\hat{t}$:Le test statistique

$\hat{\Phi}$:La covariance

v : La dimension fractale de l'attracteur.

ASE :L'erreur moyenne des carrés (Average Squared Error)

CE :Coefficient d'efficacité de Nash-Sutcliffe

r : Le coefficient de corrélation

Q_{t_i} : la valeur mesurée du débit

$\hat{Q}_{t_i}$: le débit calculé par le modèle

$\bar{Q}_t$: le débit moyen mesuré

$\tilde{Q}_t$: le débit moyen simulé

N : le nombre de données.

Nopointforecast :Le nombre de points à prévoir

Redund :Le nombre de points redondants pour évaluer les paramètres de prévisions

Liste des Figures

<i>Fig. I. 1 Illustration de la propriété de sensibilité aux conditions initiales sur l'état x_1.</i>	4
<i>Fig. I. 2 Reconstruction de l'espace de phase.....</i>	5
<i>Fig. I. 3 Attracteurs réguliers.....</i>	6
<i>Fig. I. 4 Exemples d'attracteurs étranges.....</i>	6
<i>Fig. I. 5 Section de Poincaré.....</i>	7
<i>Fig. I. 6 Convection dans l'atmosphère terrestre.....</i>	8
<i>Fig. I. 7 Série chronologique de Lorenz.....</i>	9
<i>Fig. I. 8 Oscillateur de Van der Pol.....</i>	9
<i>Fig. I. 9 Série chronologique de l'oscillateur de Van Der Pol.....</i>	9
<i>Fig. I. 10 Série temporelle d'un processus stochastique.....</i>	10
<i>Fig. I. 11 Portrait de phase d'un processus stochastique.....</i>	11
<i>Fig. I. 12 Attracteur de Lorenz.</i>	11
<i>Fig. I. 13 Attracteur de Van der Pol.....</i>	11
<i>Fig. I. 14 Fonction autocorrélation et information mutuelle de l'oscillateur Van Der Pol.....</i>	13
<i>Fig. I.15 Fonction autocorrélation et information mutuelle pour la série de Lorenz....</i>	13
<i>Fig. I.16 Fonction autocorrélation et information mutuelle d'un processus stochastique.</i>	13
<i>Fig. I. 17 Dimension de plongement optimale pour le système de Lorenz.....</i>	15
<i>Fig. I.18 Dimension de plongement optimale pour l'oscillateur de Van der Pol.....</i>	15
<i>Fig. I.19 Dimension de plongement optimale pour le processus stochastique.....</i>	15
<i>Fig. I. 20 Valeurs de E_1 et E_2 des données de la série temporelle du système de Lorenz.</i>	17
<i>Fig. I. 21 Valeurs de E_1 et E_2 des données de la série temporelle de l'oscillateur de Van der Pol.</i>	17
<i>Fig. I.22 Valeurs de E_1 et E_2 des données de la série temporelle du processus stochastique.</i>	17

Fig. I. 23 Organigramme simplifié pour calculer le plus grand exposant de Lyapunov Par la méthode de Rosenstein et al. (1993).	19
Fig. I. 24 Exposant de Lyapunov de la série temporelle de Lorenz pour différentes valeurs de m (Dimension de Plongement)	20
Fig. I.25 Exposant de Lyapunov de la série temporelle de l'oscillateur de Van Der Pol pour différentes valeurs de m (Dimension de Plongement.....)	20
Fig. I.26 Exposant de Lyapunov de la série temporelle aléatoire pour différentes valeurs de m (Dimension de plongement)	20
Fig. I.27 Une représentation schématique de la procédure d'évolution et du remplacement utilisé pour estimer les exposants de Lyapunov à partir de données expérimentales.....	21
Fig. I.28 Exposant de Lyapunov en fonction de temps pour le Système de Lorenz.....	22
Fig. I.29 Exposant de Lyapunov en fonction de temps pour l'Oscillateur de Van Der Pol.	22
Fig. I.30 Exposants de Lyapunov en fonction de temps pour le Processus stochastique.	22
Fig. I.31 Evolution du système dynamique dans l'espace de phase et Influence de la corrélation temporelle de l'analyse de corrélation intégrale.....	29
Fig. I.32 Présentation log-log des Intégrales de corrélation de la série de Lorenz.....	29
Fig. I.33 Dimension de Corrélation fonction de la Dimension de plongement de série de Lorenz.....	29
Fig. I.34 Présentation log-log des Intégrales de corrélation de la série de Van Der Pol.	29
Fig. I.35 Dimension de Corrélation fonction de la Dimension de plongement de série de Van Der Pol.....	29
Fig. I.36 Présentation log-log des Intégrales de corrélation de la série du processus stochastique.....	29
Fig. I.37 Dimension de Corrélation fonction de la Dimension de plongement de série du processus stochastique.	29
Fig. II.1 Région d'étude (Google Earth).	30
Fig. II.2 Carte Topographie de la région d'étude.	31
Fig. II.3 Carte géologique de la région d'étude.....	31

Fig. II.4 Carte des précipitations moyennes annuelles de l'Algérie du Nord(A.N.R.H)	32
Fig. II.5 Carte des écoulements moyens annuels de l'Algérie du Nord (ANRH)	32
Fig. II.6 Réseaux hydrographiques de l'Algérie du Nord.	31
Fig. II.7 Les bassins hydrographiques de l'Algérie septentrionale, (les chiffres représentent les bassins et leurs noms géographiques)	32
Fig. II.8 Précipitation journalière : Station de Bouira(150208) (septembre 1980-Aout 1989)	34
Fig. II.9 Précipitation journalière : Station de Aoubellil(040201) (septembre 1990-Aout 1998).	34
Fig. II.10 Précipitation journalière : Station de Tablat(090203) (septembre 1976-Aout 1980).	34
Fig. II.11 Précipitation journalière : Station de Sidi Gourari (160608) (septembre 1999-Aout 2004).	34
Fig. II.12 Débit moyen journalier : Station Amont des gorges(021126) (Septembre 1992-Aout 2004).	35
Fig. II.13 Débit moyen journalier : Station Attatba(021011) (Septembre 1989-Aout 1997).	35
Fig. II.14 Débit moyen journalier : Station Boubhir(021513) (septembre 1993-Aout 2002).	35
Fig. II.15 Débit moyen journalier : Station Ain Zaouïa(021905) (septembre 1987-Aout 1997).	35
Fig. II.16 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Ain Zaouïa (021905).	40
Fig. II.17 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Sidi Akacha (020207).	40
Fig. II.18 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station amont des gorges (021126).	40
Fig. II.19 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Baghlia (022001)...	40
Fig. II.20 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Freha (021605).....	40
Fig. II.21 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station El Hacaiba (110101).	40

Fig. II.22 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Turgot Nord (040220).	40
Fig. II.23 Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Sidi Aissa (160614).	40
Fig. II.24 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Tablat (090203).	41
Fig. II.25 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Ras el ma (110102).	41
Fig. II.26 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station El Hacaiba (110203).	41
Fig. II.27 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Aoubellil (040201).	41
Fig. II.28 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station Ain temouchent Era (040205).	41
Fig. II.29 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Bouira (150208).	41
Fig. II.30 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Sidi Gourari (160608).	41
Fig. II.31 Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Sidi Herriz (160609).	41
Fig. II.32 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Tablat (090203)	42
Fig. II.33 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Ras El Ma(110102).	42
Fig. II.34 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de El Hacaiba(110203).	42
Fig. II.35 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Aoubellil(040201).	42
Fig. II.36Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Ain Temouchent Era(040205)	43
Fig. II.37 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Bouira(150208).	43
Fig. II.38 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Sidi Gourari(160608).	43
Fig. II.39 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Sidi Herriz (160609).	43

<i>Fig. II.40 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Ain Zaouïa (021905).</i>	40
<i>Fig. II.41 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Amont des gorges (021126).</i>	40
<i>Fig. II.42 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Attatba(021011).</i>	40
<i>Fig. II.43 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de RN 24 Azeffoun (020808).</i>	40
<i>Fig. II.44 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de El Asnam(150204).</i>	40
<i>Fig. II.45 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Bordj Ghobrini(020301).</i>	40
<i>Fig. II.46 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Sidi Aissa (160614).</i>	40
<i>Fig. II.47 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Turgot Nord(040220).</i>	40
<i>Fig. II.48 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Tablat (090203).</i>	42
<i>Fig. II.49 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station El Hacaiba(110203).</i>	42
<i>Fig. II.50 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Aoubellil(040201).</i>	42
<i>Fig. II.51 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Bouira(150208).</i>	42
<i>Fig. II.52 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Ain Temouchent Era(040205).</i>	42
<i>Fig. II.53 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Sidi Herriz(160609)</i>	42
<i>Fig. II.54 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station El Asnam(150204).</i>	43
<i>Fig. II.55 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Turgot Nord(040220).</i>	43
<i>Fig. II.56 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Attatba (021011).</i>	43

<i>Fig. II.57 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Boubhir(021513)</i>	43
<i>Fig. II.58 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Freha(021605).</i>	43
<i>Fig. II.59 Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Belloua (021803).</i>	43
<i>Fig. II.60 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Tablat (090203)</i>	50
<i>Fig. II.61 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station EL Hacaiba(110203).</i>	50
<i>Fig. II.62 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Ras El ma (110102)</i>	50
<i>Fig. II.63 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Aoubellil(040201).</i>	50
<i>Fig. II.64 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Ain Temouchent Era(040205).</i>	50
<i>Fig. II.65 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Bouira(150208).</i>	50
<i>Fig. II.66 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Sidi Gourari(160608).</i>	51
<i>Fig. II.67 Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Sidi Herriz(160609).</i>	51
<i>Fig. II.68 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Ain zaouiïa(021905).</i>	52
<i>Fig. II.69 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Sidi Aissa(160614)</i>	52
<i>Fig. II.70 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station El Hacaiba (110101).</i>	52
<i>Fig. II.71 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Barraki(021418).</i>	52
<i>Fig. II.72 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Belloua(021803).</i>	52
<i>Fig. II.73 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Baghlia(022001).</i>	52

<i>Fig. II.74 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Turgot Nord (040220).</i>	53
<i>Fig. II.75 Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station LaKhdaria(090501).</i>	47
<i>Fig. II.76 Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station RN 24 Azeffoun (020808).</i>	50
<i>Fig. II.77 Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station Baghlia (022001).</i>	50
<i>Fig. II.78 Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station Belloua(021803).</i>	50
<i>Fig. II.79 Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station LaKhdaria(090501).</i>	50
<i>Fig. II.80 Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station El Asnam (150204).</i>	50
<i>Fig. II.81 Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station Sidi Aissa (160614)</i>	50
<i>Fig. II.82 Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de pluies en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Aoubellil(040201)</i>	51
<i>Fig. II.83 Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Baghlia(022001).</i>	52
<i>Fig. II.84 Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : station Roucher des pigeons(021301)</i>	52
<i>Fig. II.85 Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Attatba(021011).</i>	52
<i>Fig. II.86 Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Boubhir(021513).</i>	52
<i>Fig. II.87 Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Sidi Herriz(160609).</i>	61
<i>Fig. II.88 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station sidi Herriz(160609).</i>	61
<i>Fig. II.89 Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Ain Temouchent Era(040205).</i>	61
<i>Fig. II.90 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station Ain Temouchent Era(040205).</i>	61

<i>Fig. II.91 Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Aoubellil(040201).</i>	61
<i>Fig. II.92 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station Aoubellil(040201)</i>	61
<i>Fig. II.93Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Tablat(090203).</i>	62
<i>Fig. II.94 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station Tablat(090203).</i>	62
<i>Fig. II.95 Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Ras El Ma (110102).</i>	62
<i>Fig. II.96 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station Ras El Ma (110102).</i>	62
<i>Fig. II.97 Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station El Hacaiba (110203).</i>	62
<i>Fig. II.98 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station El Hacaiba (110203)</i>	62
<i>Fig. II.99 Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Ain zaouïa(021905)</i>	63
<i>Fig. II.100 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Ain zaouïa(021905)</i>	63
<i>Fig. II.101Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Sidi Akkacha (020207).</i>	63
<i>Fig. II.102 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Sidi Akkacha(020207).</i>	63
<i>Fig. II.103 Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Belloua(021803).</i>	63
<i>Fig. II.104 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Belloua(021803).</i>	63
<i>Fig. II.105 Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Freha (021605).</i>	64
<i>Fig. II.106 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Freha(021605)</i>	64
<i>Fig. II.107 Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station La Traile(090408).</i>	64

<i>Fig. II.108 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station La Traile(090408).</i>	64
<i>Fig. II.109 Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Bordj Ghobrini(020301).</i>	64
<i>Fig. II.110 Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Bordj Ghobrini(020301).</i>	64
<i>Fig . III.1 Comparaison entre valeurs observées et valeurs simulées pour le système de Lorenz.</i>	74
<i>Fig. III.2 Comparaison entre valeurs observées et valeurs simulées pour l'Oscillateur de Van der Pol.</i>	75
<i>Fig. III.3 Comparaison entre les données observées et simulées pour le Processus stochastique.</i>	75
<i>Fig. III.4 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Amont des gorges(021126).</i>	77
<i>Fig. III.5 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Attatba (021011)</i>	77
<i>Fig. III.6 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Belloua (021803).</i>	78
<i>Fig. III.7 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Lakhdaria (090501).</i>	79
<i>Fig. III.8 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station RN 24 Azeffoum(020808)</i>	79
<i>Fig. III.9 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Ain Zaouia (021905).</i>	80
<i>Fig. III.10 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Boubhir (021513).</i>	81
<i>Fig. III.11 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Rocher des pigeons (021301).</i>	81
<i>Fig. III.12 Comparaison entre les débits observés et simulés : Sidi Ali Ben Youb (110201).</i>	82
<i>Fig. III.13 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Sidi Aissa (160614).</i>	83
<i>Fig. III.14 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station La traile (090408).</i>	83

Liste des tableaux

Tableau I.1	Caractérisation des attracteurs.....	7
Tableau I.2	Délais (déphasages temporels).	13
Tableau I.3	Le plus grand exposant de Lyapunov et le coefficient de corrélation pour la série de Lorenz.	20
Tableau I.4	Le plus grand exposant de Lyapunov et le coefficient de corrélation pour la série de Lorenz.....	20
Tableau I.5	Le plus grand exposant de Lyapunov et le coefficient de corrélation pour la série aléatoire.	20
Tableau I.6	Le plus grand exposant de Lyapunov pour les trois processus.....	22
Tableau I.7	Le plus grand exposant de Lyapunov pour les trois processus.....	25
Tableau I.8	Gamme de variation des dimensions fractales.....	26
Tableau II.1	Caractéristiques des stations pluviométriques sélectionnées.....	35
Tableau II.2	Périodes d'observations des stations pluviométriques sélectionnées.....	35
Tableau II.3	Caractéristiques des stations hydrométriques sélectionnées.....	37
Tableau II.4	Données et périodes d'observations des stations pluviométriques sélectionnées.....	37
Tableau II.5	Déphasage temporel calculé par la fonction d'autocorrélation et mutuelle d'information pour les stations pluviométriques.....	42
Tableau II.6	Déphasage temporel calculé par la fonction d'autocorrélation et mutuelle d'information pour les stations hydrométriques.	41
Tableau II.7	Résultats de la dimension de plongement calculé par Méthode des faux voisins pour les séries pluviométriques.....	43
Tableau II.8	Dimensions de plongement calculées par la Méthode des plus proches faux voisins pour les séries hydrométriques.	44
Tableau II.9	Dimensions de plongement calculé par la Méthode de Cao pour les séries pluviométriques.	46
Tableau II.10	Dimensions de plongement calculé par la Méthode de Cao pour les séries pluviométriques.	51

Tableau II.11 Résultats des principaux paramètres calculés à l'aide de l'algorithme de Shintani et Linton (2003) pour les séries de débits journaliers.	54
Tableau II.12 Résultats des principaux paramètres calculés à l'aide de l'algorithme de Shintani et Linton (2003) pour les séries de pluies journalières.	54
Tableau II.13 Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Baghlia (022001).	57
Tableau II.14 Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Roucher des pigeons(021301).	58
Tableau II.15 Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Attatba(021011).	58
Tableau II.16 Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Boubhir(021513).	58
Tableau II.17 Exposants de Lyapunov calculés par les trois algorithmes pour les séries hydrométriques.	51
Tableau II.18 Le plus grand exposant de Lyapunov pour les trois algorithmes des stations pluviométrique.	53
Tableau III.1 Caractéristiques statistiques des valeurs simulées et observées pour le système de Lorenz.	74
Tableau III.2 Caractéristiques statistiques des valeurs simulées et observées pour l'Oscillateur de Van der Pol.	75
Tableau III.3 Caractéristiques statistiques des valeurs simulées et observées pour le processus stochastique.	76
Tableau III.4 Indicateurs de performance (Simulations sur les cinq premières valeurs)	76
Tableau III.5 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Amont des gorges.	77
Tableau III.6 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Attatba.	78
Tableau III.7 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Belloua.....	78
Tableau III.8 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Lakhdaria.....	79
Tableau III.9 Comparaison entre les débits observés et simulés : RN 24 Azeffoun(020808).	80

Tableau III.10 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Ain Zaouia (021905).	80
Tableau III.11 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Boubhir (021513).	81
Tableau III.12 Comparaison entre les débits observées et simulées : Roucher des pigeons(021301).	82
Tableau III.13 Comparaison entre les débits observés et simulés : Sidi Ali Ben Youb..	82
Tableau III.14 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Sidi Aissa (160614).	83
Tableau III.15 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station La traïlle.	84
Tableau III.16 Indicateurs de Performance pour toutes les stations hydrométriques pour une période de prévision de cinq jours.	84

Introduction Générale

Les pluies torrentielles, les inondations constituent des processus complexes. Ces événements hydrologiques exceptionnels constituent l'un des plus importants risques naturels. La grande majorité des systèmes naturels sont de nature complexe. L'approche, qui consiste à simplifier au maximum les composants du système, s'inscrit dans un courant d'idées, connu sous le nom de la "*Dynamique Non-linéaire des systèmes complexes*".

Le caractère non linéaire des processus hydrologiques est connu depuis de nombreuses décennies (Amoroch, 1963). Bien que les approches linéaires continuent à être répandues en modélisation Hydrologique, l'avènement de l'informatique et l'évolution technologique de la puissance de calcul ont facilité la formulation d'approches non linéaires et permis ainsi d'avoir d'autres alternatives viables. Parmi les approches non linéaires les plus utilisées en hydrologie, la *théorie de chaos* (Sivakumar & Berndtsson, 2010).

Selon le philosophe Daniel Parrochia (Parrochia, 1997), la théorie du chaos constitue une des trois grandes révolutions scientifiques du XX^e siècle et correspond à un changement de paradigme comparable à ceux qu'entraînèrent la théorie de la relativité et la mécanique quantique. Ce siècle a vu s'écrouler l'un après l'autre les murs de certitudes qui entouraient la forteresse de la physique newtonienne. Einstein avec sa théorie de la Relativité, a éliminé en 1905 l'illusion newtonienne d'un espace et d'un temps absolus. Dans les années 1920 à 1930, la mécanique quantique a détruit la certitude de tout pouvoir mesurer aussi précisément que possible. Le chaos, lui a éliminé l'utopie Laplacienne d'une prédictibilité déterministe.

Très succinctement, la théorie du chaos a pour objet l'étude des phénomènes non linéaires régis par des lois simples et déterministes dont le comportement sous certaines conditions, deviennent imprédictibles.

La découverte de la dynamique chaotique des systèmes non-linéaires remonte aux travaux d'Henri Poincaré (Morel, 2005). A la fin du XIX siècle, il montra dans son étude du système solaire qu'il existait des orbites stables et des orbites instables et que, quelquefois, une très faible perturbation dans le système pouvait induire un changement d'état d'une orbite. Poincaré avait remarqué cet effet puisqu'il écrit : "*Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir et alors nous disons que cet effet est dû au hasard*". Il s'aperçut que des causes identiques pouvaient ne pas conduire aux mêmes effets. Le système étudié était déterministe, mais le principe de causalité était violé. Il se rend compte aussi que l'espace euclidien à 3 dimensions ne rend pas compte de tous les phénomènes.

En 1974, Benoît Mandelbrot précise qu'un point n'est pas toujours dans un espace à 3 dimensions, il peut se situer, par exemple, dans un espace à 3,3897 dimensions. La valeur décimale indique comment varie l'intensité de la déformation selon chacune des directions de l'espace. C'est la dimension fractale. (Hamaizia, 2013).

En 1963, Edward Lorenz, décrit un modèle mathématique simple composé de trois équations différentielles non linéaires donnant les taux de changement dans la température et la vitesse du vent. Quelques résultats surprenants ont été montrés par exemple le comportement complexe d'équations soi-disant simples aussi, ce comportement est très sensible au changement des conditions initiales : s'il y a des erreurs dans la mesure où l'observation de l'état initial du système, (c'est inévitable dans les systèmes réels), alors la prédiction du futur du système dans ce cas est impossible. Lorenz a appelé ces systèmes présentent la dépendance sensible sur les conditions initiales comme avoir de "*l'effet papillon*" ce nom unique est venu de la proposition qu'un papillon qui bat ses ailes à Hong Kong peut affecter le cours d'une tornade au Texas. (Elhadj, 2006).

Au cours de ces dernières années, les applications de la dynamique non linéaire et de la théorie du chaos aux systèmes et aux processus hydrologiques ont reçu une attention considérable et tout à fait particulière par les chercheurs. Les premières applications ont porté principalement sur l'investigation et la prédiction du chaos dans les précipitations et les débits.

L'intérêt de l'approche chaotique réside dans la simplification au maximum des composants du système de manière à pouvoir prendre en compte leur très grand nombre. La réalisation de résultats encourageants permet de reconnaître que la théorie du chaos pourrait fournir de nouvelles perspectives et des voies alternatives vers la modélisation et la prévision des processus hydrologiques (Velickov, 2006).

L'un des principaux objectifs de la modélisation d'une série temporelle est la prédiction de l'évolution future de la série à partir de celles qui ont été observées.(Abarbanel, 1996).

La plupart des modèles proposés supposent que les séries étudiées sont stationnaires. Les propriétés des estimateurs reposent sur cette hypothèse. Cependant la plupart des séries que l'on a traitées croissent dans le temps, ou ont des fluctuations qui ne sont pas régulières. Il est en général possible de trouver une transformation ou un filtre qui puisse rendre stationnaire les séries non-stationnaires. Mais la détermination exacte de ce filtre n'est pas triviale et on perd souvent de l'information par ce type d'opération. Au cours de ces dernières décennies, un grand nombre d'approches automatisées ou informatisées ont été mises en œuvre pour modéliser ces processus (Kentz & Schreiber, 2003).

L'algorithme de Farmer-Sidorowich est une technique basée sur la théorie du chaos pour la prévision des séries temporelles. L'algorithme est très efficace à court terme et s'adapte facilement pour les séries fortement irrégulières et non stationnaires comme les séries hydrologiques. A ce titre, suite aux fortes pluies orageuses et aux récentes catastrophes d'inondation survenues en Algérie, nous proposons l'application de certaines techniques issues de la dynamique non-linéaire des systèmes complexes fondées sur une analyse systémique et utilisant les informations fournies par le fonctionnement de ces systèmes et qui correspondent à des chroniques de pluie et de débit et tenter une modélisation prévisionnelle des débits sur la base de l'Algorithme de Farmer-Sidorowich.

Ce mémoire est organisé comme suit :

- ✓ Après une introduction générale et un bref historique sur le chaos, le premier chapitre est dédié à des rappels sur les systèmes dynamiques non linéaires. On exposera quelques outils mathématiques permettant la détection du chaos dans les séries temporelles. On définira, l'espace de phase, la section de Poincaré, l'attracteur, les exposants de Lyapunov, la dimension fractale, . . . etc.
- ✓ Le deuxième chapitre est scindé en deux parties : une première partie à la présentation de la région d'étude ; et une deuxième partie à l'analyse chaotique des séries Hydrologiques (Pluie et Débits).
- ✓ Le troisième chapitre est réservé à la Prévision Hydrologique à l'aide de l'algorithme de Farmer-Sidorowich en se basant sur la reconstruction de l'espace de phase pour simuler les débits.



CHAPITRE I

Théorie de la dynamique des systèmes complexes

I.1. Introduction

Depuis longtemps, le chaos était synonyme de désordre et de confusion. Il s'opposait à l'ordre, il est toujours associé à une incompréhension des choses, à l'impossibilité de formuler une quelconque loi organisatrice d'un phénomène apparemment inextricable.

Le terme 'chaos' définit un état particulier d'un système dont le comportement ne se répète jamais, très sensible aux conditions initiales et imprédictible à long terme (Megherbi, 2013).

Le chaos, partout présent, dont la complexité est issue d'un nombre infini de combinaisons simples, il fut pressenti par quelques auteurs, mais il faudra attendre l'aube du XX^e siècle et les travaux d'Henri Poincaré et plus particulièrement son fameux problème des trois corps pour une formulation plus scientifique (Letellier, 1994). Malheureusement, ces travaux ont suscité peu d'intérêt et sont rapidement tombés dans l'oubli. Cependant, les scientifiques Russes (Lyapunov, Besicovitch, Kolmogorov) apporteront plus tard une contribution mathématique importante à ce problème. Il fallut attendre 1963 qu'Edward Lorenz, un météorologue du Massachusetts Institute of Technology, mette en évidence le caractère chaotique des conditions météorologiques (Morel, 2005). Lorenz venait de mettre en exergue la sensibilité aux conditions initiales (Lorenz.E, 1993).

La découverte de Lorenz intrigua un certain nombre de physiciens et de mathématiciens. Ainsi, les travaux de Poincaré sortirent du placard et fournirent l'ossature mathématique qui allait contribuer à l'étude des phénomènes non-linéaires. L'avènement de l'informatique et l'évolution technologique de la puissance de calcul vont faciliter l'application des approches non linéaires à de nombreux problèmes réels.

L'objectif de ce chapitre est de donner quelques notions élémentaires sur les systèmes dynamiques non linéaires et sur les outils permettant la détection de la présence du chaos dans les séries temporelles. On abordera les différentes techniques permettant le choix du déphasage temporel, et les méthodes assurant le bon choix de la Dimension de plongement de l'espace topologique afin de reconstruire l'espace des phases. On abordera par la suite l'approche Dynamique et ses algorithmes qui permettent l'estimation des exposants de Lyapunov. En fin, on décrira l'approche Métrique à l'aide de l'algorithme de Grassberger-Procaccia pour le calcul de la Dimension Fractale.

I.2. Théorie des Systèmes Dynamiques

En général, un système dynamique décrit des phénomènes qui évoluent au cours du temps. Le terme " système " fait référence à un ensemble de variables d'état et aux interactions entre ces variables. L'ensemble des variables d'état d'un système permet de construire un espace mathématique appelé " *espace des phases* " (Hamaizia, 2013).

On peut différencier trois sortes de systèmes dynamiques : les systèmes aléatoires (aussi appelés systèmes stochastiques), les systèmes déterministes et les systèmes chaotiques.

- Les systèmes aléatoires évoluent comme leur nom l'indique au hasard dans tout l'espace sans qu'aucune équation ne les régie, sans qu'aucune prévision exacte ne soit possible dans le temps ;
- Les systèmes déterministes sont des systèmes régis par des lois mathématiques bien connues, on peut donc prévoir exactement l'évolution de ces systèmes dans le temps ;
- Les systèmes chaotiques, quant à eux, ont un comportement infiniment complexe. Ils sont irrésistiblement attirés par une figure géométrique de structure également infiniment complexe sur laquelle ils semblent errer au hasard, mais sans jamais la quitter, ni repasser deux fois par le même point.

Les attracteurs qui caractérisent ces systèmes, semblent inclure à la fois des lois déterministes et des lois aléatoires, ce qui rend impossible toute prévision à long terme.

1.2.1 Chaos Déterministe

Cette expression mêle des termes apparemment contradictoires : le chaos sous-entendant un désordre et déterministe signifiant un ordre qui obéit à des lois.

Cette contradiction dialectique est voulue car il s'agit effectivement de décrire des phénomènes dans lesquels il y a un ordre caché derrière un apparent désordre, avec un désordre à un niveau et un ordre à un autre niveau. Cela a donné naissance à tout un domaine d'étude car les anciens moyens d'investigation n'ont pas cours dans ce cas. Le réductionnisme et la description de trajectoires ne sont plus valables dans un phénomène où la structure d'ensemble ne découle pas de la somme des évolutions des éléments. L'imbrication d'ordre et de désordre n'est pas la seule caractéristique du chaos déterministe. Un point crucial est la "sensibilité aux conditions initiales" qui peut être résumée par : petite cause, grands effets (Sperber & Paris, Qu'est-ce que le chaos déterministe ?, 2009).

- **Sensibilité aux conditions initiales**

Certains phénomènes dynamiques non linéaires sont si sensibles aux conditions initiales que, même s'ils sont régis par des lois rigoureuses et parfaitement déterministes, les prédictions exactes sont impossibles. Comme la plupart des phénomènes sont non linéaires, on comprend alors l'importance de la découverte de Lorenz. Une autre propriété des phénomènes chaotique est qu'ils sont très sensibles aux perturbations. L'un des premiers chercheurs à s'en être aperçut fut Edward Lorenz qui s'intéressait à la météorologie et par conséquent aux mouvements turbulents d'un fluide comme l'atmosphère.

Lorenz venait de découvrir que dans des systèmes non linéaires, d'infimes différences dans les conditions initiales engendraient à la longue des trajectoires totalement différentes. Il a illustré ce fait par l'effet papillon. « *Le battement d'aile d'un papillon aujourd'hui à Pekin engendrerait une tempête le mois prochain à new York* » (Lorenz.E, 1993).

Il est clair que la moindre erreur ou imprécision sur la condition initiale, interdit de décider à tout temps quelle sera la trajectoire effectivement suivie et, en conséquence, de faire une prédiction sur l'évolution à long terme du système (Fig. I.1).

Une des propriétés essentielles du chaos est donc bien cette sensibilité aux conditions initiales que l'on peut caractériser en mesurant des taux de divergence des trajectoires (Megherbi, 2013).

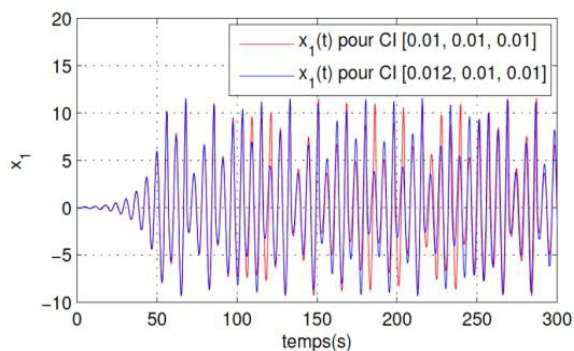


Fig. I.1 Illustration de la propriété de sensibilité aux conditions initiales sur l'état x_1 . D'après (Megherbi, 2013).

1.2.2 Espace de Phase

L'espace de phase d'un tel système représente sous forme de points tous les états que ce système peut traverser au cours du temps, chaque point ou état ayant pour coordonnées un ensemble de valeurs nécessaires à la description de cet état.

Sa dimension dépend du nombre de variables décrivant cet état. Autrement dit, l'espace des phases est l'espace de tous les états possibles du système.

Une trajectoire dans l'espace de phases représente l'évolution du système dynamique au cours du temps (Comet, Lejeune, & Maury-Rouan, 2008).

1.2.2.1 Théorème de Takens

Supposons que l'on observe une série temporelle : $x_t, t = 1, \dots, N$, générée par un processus inconnu. Afin de comprendre la dynamique du système sous-jacent, on se limite à l'étude de la dynamique sur l'attracteur et à partir des série initiale x_t on peut également générer différents signaux. A ce titre, on va chercher à reconstruire l'attracteur du système à partir de la série temporelle observée.

Pour cela, on forme $(N - m + 1)$ vecteurs à m dimensions, $\{x_t\}, t = 1, \dots, N - m + 1$ appelés m -historique, dont les composantes sont les valeurs consécutives de la série observée décalée d'un retard ou délai τ fixé :

$$X_t = \{x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}\} \quad (I.1)$$

où $t = 1, \dots, N - m + 1$, τ : le retard et m : la dimension de plongement, elle représente la dimension de l'espace des phases qui contient l'attracteur du système.

Le théorème de Takens établit qu'à condition de choisir m assez grand, le comportement des m -historique imitera celui du système dynamique sous-jacent inconnue.

En particulier, si la dynamique du système est chaotique, les m -historique auront aussi un comportement chaotique. En pratique, si $m > 2n + 1$, où n est la dimension inconnue du vecteur d'état, l'attracteur ainsi reconstruit aura les mêmes propriétés topologique que le système initial (Fig. I.2).

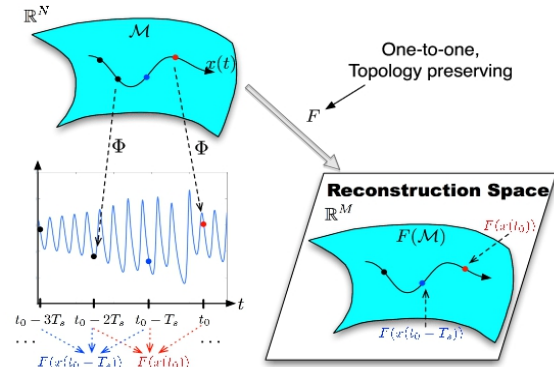


Fig. I.1 Reconstruction de l'espace de phase.

Si l'espace de phase est représenté en trois dimensions, cette suite de point peut montrer graphiquement l'évolution du système dans le temps. L'ensemble des trajectoires possibles constitue le portrait de phase. Celui-ci peut aider à percevoir l'attracteur du système (Chettih, Chorfi et Mouattah., 2015).

1.2.2.2 Les Attracteurs

Un attracteur est un objet géométrique vers lequel tendent toutes les trajectoires des points de l'espace des phases, c'est à dire une situation où un ensemble de situations vers lesquelles évoluent un système, quelles que soient ses conditions initiales.

Le bassin d'attraction d'un attracteur est l'ensemble des points de l'espace des phases qui donnent une trajectoire évoluant vers l'attracteur considéré. On peut donc avoir plusieurs attracteurs dans un même espace des phases. Il existe deux types d'attracteurs : les attracteurs réguliers et les attracteurs étranges ou chaotiques (Goumidi, 2010).

a) Attracteurs réguliers

Les attracteurs réguliers caractérisent l'évolution des systèmes non chaotiques, et peuvent être de deux sortes :

❖ **Le Point fixe** : il caractérise simplement un système atteignant un état stationnaire (Par exemple : on laisse balancer un pendule au bout d'une ficelle) ;

❖ **Le Cercle - limite** : Il caractérise un système atteignant un état répétitif.

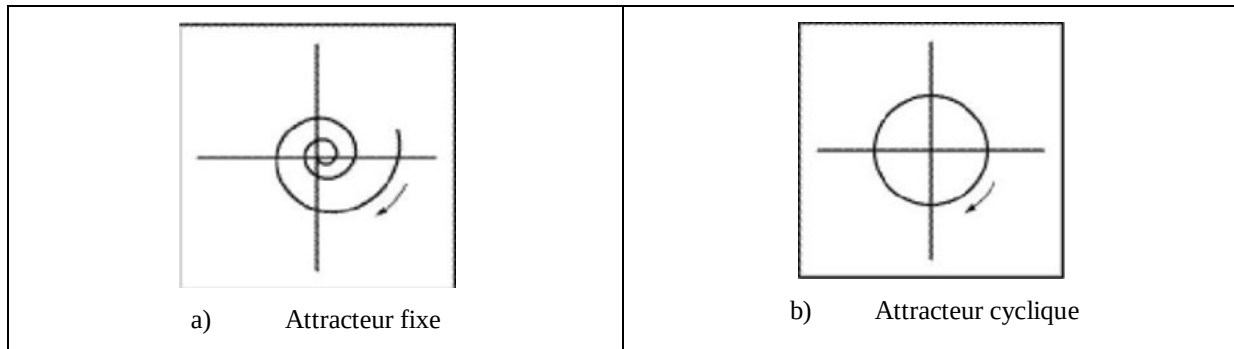


Fig. 1.3 Attracteurs réguliers.

b) Les attracteurs étranges

L'attracteur étrange est une courbe qui n'est pas celle du mouvement mais représente les états du système. Cette courbe montre que dans des cas où on aurait l'impression du désordre, il y a cependant un certain type d'ordre, des lois, d'où l'expression "chaos déterministe".

Un attracteur : signifie que la dynamique a tendance à être attirée par lui. Etrange : signifie que la forme de cet attracteur n'est pas une courbe ni une surface et n'est même pas continue mais reconstituée point par point de manière discontinue par la dynamique qui, bien qu'apparemment désordonnée, reconstitue ce type spécial d'ordre. C'est un ordre de type chaos déterministe car il obéit à la sensibilité aux conditions initiales (un petit changement entraîne des possibilités de changements considérables par la suite). Il y a donc à la fois attraction et mélange.

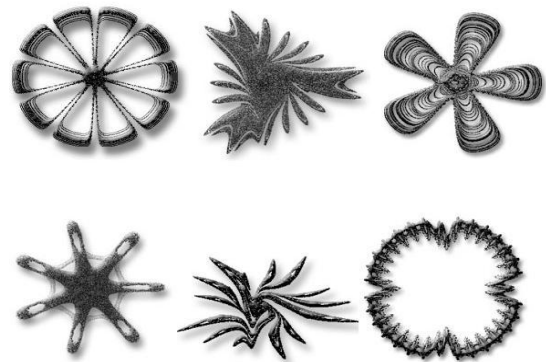


Fig. 1.2 Exemples d'attracteurs étranges.

La notion d'attracteur étrange élargit considérablement le domaine de connaissance puisqu'elle permet d'étudier des phénomènes apparemment désordonnés et qui subissent cependant des contraintes tout à fait déterministes, parviennent à un certain type d'ordre dynamique qui n'est pas fondé sur une autre stabilité que celle d'une structure globale (Sperber & Paris, 2008).

I.2.3 Section de Poincaré

La technique dite des sections de Poincaré facilite l'étude des systèmes dynamiques et considère en ramenant l'analyse d'un système différentiel (temps continu) à celle d'une application (temps discret).

Par le biais de cette méthode, la dimension m du problème initial sous forme de système différentiel est réduite d'une unité avec l'application en dimension $m - 1$.

Il s'agit de déterminer les intersections successives des orbites avec un hyperplan H transverse au flot dans l'espace des phases. La séquence des points ordonnés suivant le temps constitue la section de Poincaré (Hamaizia, 2013).

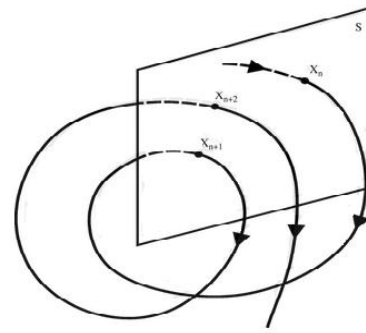


Fig. I.3 Section de Poincaré.

I.2.4 Exposant de Lyapunov

L'évolution d'un flot chaotique est difficile à appréhender, parce que la divergence des trajectoires sur l'attracteur est rapide. C'est pourquoi on essaye d'estimer ou même de mesurer la vitesse de divergence ou convergence. Cette vitesse s'appelle *l'Exposant de Lyapunov*. L'exposant de Lyapunov sert à mesurer le degré de stabilité d'un système et permet de quantifier la sensibilité aux conditions initiales d'un système chaotique. Le nombre d'exposants de Lyapunov est égal à la dimension de l'espace des phases et ils sont généralement indexés du plus grand au plus petit $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \dots \dots$

L'apparition du chaos exige que les exposants de Lyapunov doivent remplir trois conditions :

- Au moins l'un d'eux est positif pour expliquer la divergence des trajectoires ;
- Au moins l'un d'eux est négatif pour justifier le repliement des trajectoires ;
- La somme de tous les exposants est négative pour expliquer qu'un système chaotique est dissipatif, c'est-à-dire qu'il perd de l'énergie.

La valeur du plus grand exposant de Lyapunov quantifie le degré de chaos du système, mais le fait que les trois conditions énoncées soient réunies ne suffit pas à conclure qu'un système est chaotique. Il demeure indispensable de confronter les résultats du calcul des exposants de Lyapunov avec ceux fournis par d'autres outils d'analyse non-linéaire (Hamaizia, 2013).

Tableau I.1 Caractérisation des attracteurs

Type d'attracteur	Signe des exposants de Lyapunov
Point fixe	- - -
Cycle limite périodique	0 - -
Cycle limite quasi-périodique	0 0 -
Attracteur étrange	+ 0 -

I.2.5 Dimensions Topologiques

Alors que l'exposant de Lyapunov traduit le comportement dynamique du chaos en relation avec le temps, les dimensions topologiques de l'attracteur reflètent la spécificité géométrique stationnaire de l'ensemble des trajectoires chaotiques dans l'espace de phase.

Les attracteurs des systèmes chaotiques ont généralement une géométrie très complexe, d'où l'appellation *d'attracteurs étranges*. Cette étrangeté est traduite par une autosimilarité de l'attracteur. En effet, la forme générale de l'attracteur est identique à la forme d'un sous-ensemble de l'attracteur, et identique aussi à la forme d'un sous-ensemble du sous-ensemble, et ainsi de suite. De telles formes géométriques sont appelées *fractales*.

Cette autosimilarité peut être quantifiée, sous forme d'une dimension, par diverses méthodes. Ces derniers sont des extensions des méthodes de calcul de dimension d'objet non fractal. Ainsi, la dimension calculée d'un point serait égale à zéro, d'une ligne serait égale à 1, d'une surface égale à 2, d'un volume égale à 3... Etc. (Abdul Rahuman, 2009).

I.2.6 Exemples

I.2.6.1 Système de Lorenz

Edward Lorenz a développé un modèle météorologique basé sur l'étude de la convection dans l'atmosphère (du chaud vers le froid). La différence entre la température de la Terre et celle de l'atmosphère crée des courants convectifs qui ont pour effet d'influencer les phénomènes météorologiques.

En 1963, Lorenz publiait ses premiers travaux sur le calcul d'instabilités et de systèmes chaotiques. Il étudia tout particulièrement un système obtenu à l'aide des équations de Navier-Stokes et qui porte aujourd'hui son nom : le système de Lorenz. A l'époque, les calculateurs n'étaient pas très puissants pour résoudre son système. Lorenz n'avait pu simuler que 500 itérations.

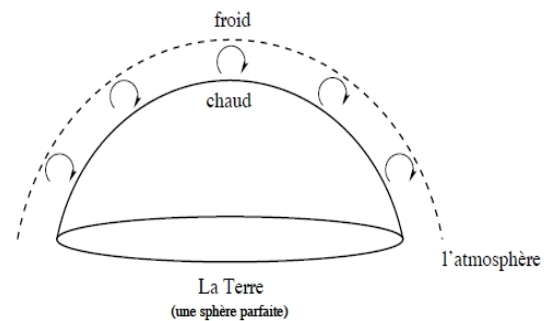


Fig. I.4 Convection dans l'atmosphère terrestre.

(D'après Lorenz, 1963)

Ainsi, seules quelques boucles de trajectoire avaient pu être décrites. Aujourd'hui, la puissance des calculateurs est telle que n'importe quel ordinateur personnel est capable de calculer des milliers d'itérations instantanément (ou presque). Nous nous attacherons directement au système sans détailler les simplifications et calculs préalables.

Cependant, ce système peut être exprimé sous la forme d'un système de trois équations différentielles d'ordre 1 :

$$\frac{dx}{dt} = \sigma (y - x) \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dt} = \rho x - y - xz \quad \text{et} \quad \frac{dz}{dt} = -\beta z + xy \quad (I.2)$$

Où x , y , et z sont les variables dépendantes du temps et les paramètres σ , β , et ρ sont connus.

Le système de Lorenz est un système d'équation non linéaire à cause des termes xy et xz . Lorenz utilisa comme valeurs $\sigma = 16$, $\rho = 45.92$ et $\beta = 4.0$, avec les conditions initiales $x(0) = y(0) = z(0) = 0.01$.

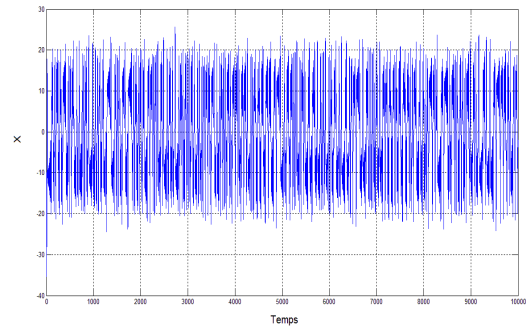


Fig. I.5 Série chronologique de Lorenz.

I.2.6.2 Oscillateur de Van der Pol

L'oscillateur de Van der Pol est un système dynamique différentiable à temps continu et à un degré de liberté, du nom de Balthazar van der Pol. Balthazar van der Pol était ingénieur électrique hollandais qui a initié la dynamique expérimentale moderne dans le laboratoire pendant les années 1920 et 1930. Durant ses investigations sur des circuits électriques qui emploient des tubes électronique, il a trouvé qu'ils ont des oscillations stables, qui maintenant appelés des cycles limites. Quand ces circuits sont excités avec un signal de fréquence proche du cycle limite, la réponse périodique résultante change sa fréquence à celle du signal. Cependant la forme d'onde peut être complètement compliquée et contenir une structure riche en fréquences harmoniques et sous harmoniques.

En septembre de 1927 Van der Pol et son collègue van der Mark ont rapporté dans le journal britannique de la nature qu'un bruit irrégulier a été entendu à certaines fréquences propres. En reconstruisant son circuit du tube électronique, nous savons maintenant qu'ils avaient découvert le chaos déterministe (Guessas, 2010).

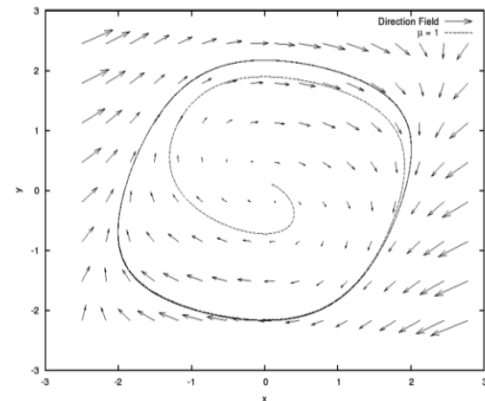


Fig. I.6 Oscillateur de Van der Pol.

Ce système est décrit par une coordonnée y , Son équation différentielle s'écrit :

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \mu(1 - y^2) \frac{dy}{dt} + y^3 = f \cos \omega t \quad (I.3)$$

où : f, μ, ω sont des paramètres

Ce système dissipatif possède une dynamique régulière lorsqu'il est libre, caractérisé par un attracteur en forme de cycle limite représenté par la figure (I.8) (où on a posé $w_0=1$).

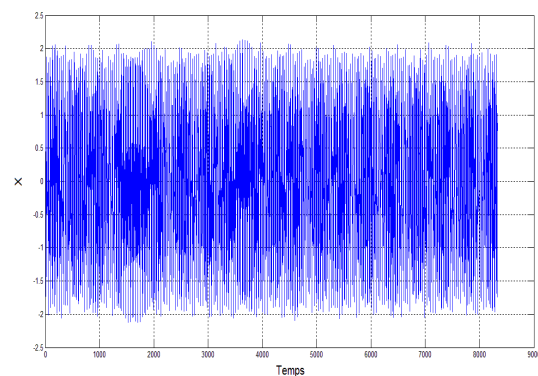


Fig. I.7 Série chronologique de l'oscillateur de Van Der Pol.

I.2.6.3 Processus Stochastique

Bon nombre de phénomènes physiques se décrivent par l'évolution d'une ou de plusieurs grandeurs au cours du temps. A un instant donné, ces grandeurs présentent souvent un caractère imprévisible, aléatoire, et il est alors naturel de les représenter par une variable aléatoire. L'évolution du phénomène est alors décrite par l'ensemble des variables aléatoires modélisant le phénomène à chaque instant. Cet ensemble de variables aléatoires forme un processus stochastique ou aléatoire.

Un processus stochastique est donc une collection de variables aléatoires indexées par un paramètre. Celui-ci peut représenter le temps, discret ou continu, ou une variable d'espace. Présenté comme ceci, cet objet mathématique ne présente que peu d'intérêt et est difficilement exploitable. En revanche, la connaissance des relations entre ces variables aléatoires lorsque le paramètre varie permet d'obtenir des propriétés intéressantes qui caractérisent l'évolution du phénomène (Lionel, 2004).

Un processus stochastique est un ensemble de variables aléatoires. Pour le définir, il est nécessaire de disposer d'un espace de probabilité (Ω, A, P) sur lequel les variables aléatoires sont définis, et d'un espace d'état (E, ε) qui est l'espace image des variables aléatoires. (Lionel, 2004).

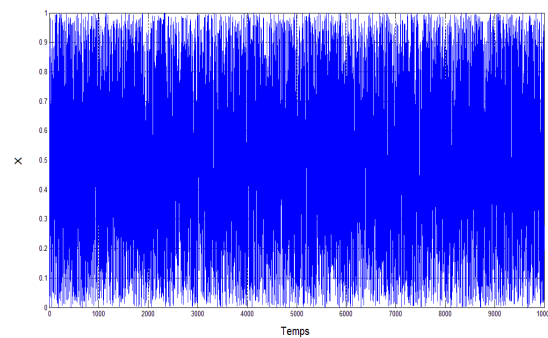


Fig. I.8 Série temporelle d'un processus stochastique.

Un processus stochastique ou processus aléatoire ou fonction aléatoire représente une évolution, discrète ou à temps continu, d'une variable aléatoire (Fig. I.10).

I.3. Analyse Chaotique des Séries Temporelles

I.3.1 Introduction

L'une des caractéristiques des comportements des modèles chaotiques réside dans le caractère aléatoire des trajectoires réalisées. Ce comportement erratique ne permet pas de distinguer visuellement une trajectoire issue d'un modèle chaotique d'une réalisation d'un modèle stochastique.

C'est à partir des travaux de Poincaré, Lyapunov, Besicovitch, Kolmogorov, Hausdorff et bien d'autres que des outils mathématiques ont permis de distinguer un processus aléatoire d'un processus déterministes. Par ailleurs, de nombreux auteurs tels que : Linton, Shintani, Kantz, Schreiber, Grassberger et Procaccia ont proposés des méthodes empiriques qui permettent de déterminer la présence de structure chaotique.

Il existe trois types de méthodes permettant de déceler les structures chaotiques d'une série temporelle :

- **L'approche Dynamique :** Cette approche s'intéresse à la divergence des trajectoires dans l'orbite en estimant les Exposant de Lyapunov.
- **L'approche Métrique :** Elle vise à calculer les distances dans l'attracteur du système. Le test le plus fréquent est le calcul de la dimension de corrélation de Grassberger et Procaccia.
- **L'approche Topologique :** Cette méthode étudie l'organisation des attracteurs étranges et inclut les graphiques de récurrences et l'analyse quantitative de récurrence.

I.3.2 Reconstitution de l'espace des phases

La reconstruction de l'espace de phases constitue un des outils clés pour l'étude des systèmes dynamiques non linéaires (Marchant, 1998).

L'espace des phases permet de traduire des séries de nombre en une représentation spatiale, de dégager l'essentiel de l'information d'un système en mouvement et de dresser la carte routière de toutes ses possibilités. L'espace des phases est un espace mathématique souvent multi-dimensionnel. Chaque axe de coordonnées de cet espace correspond une variable d'état du système dynamique étudié et chaque variable d'état caractérise le système à un instant donné (Hamaizia, 2013).

- Le système de Lorenz est un système chaotique présentant un superbe attracteur étrange en forme d'ailes de papillon (Fig. I.12).
- L'oscillateur de Van der Pol, présente un attracteur caractéristique (Fig. I.13).
- Un processus stochastique n'a aucune structure évidente (Fig. I.11).

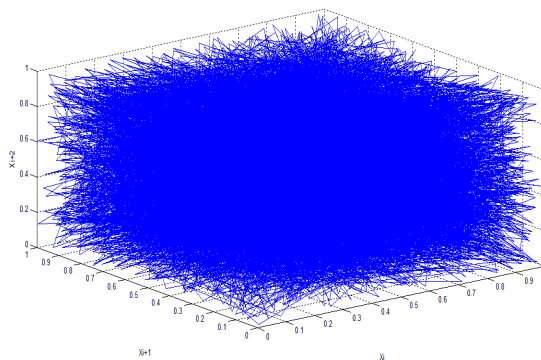


Fig. I.9 Portrait de phase d'un processus stochastique.

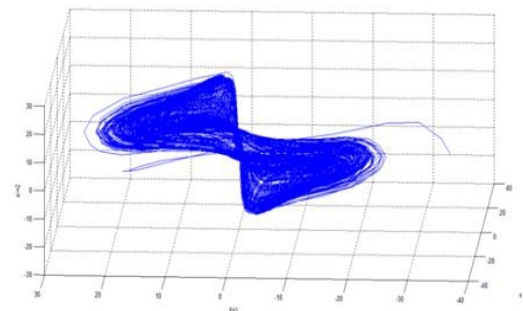


Fig. I.10 Attracteur de Lorenz.

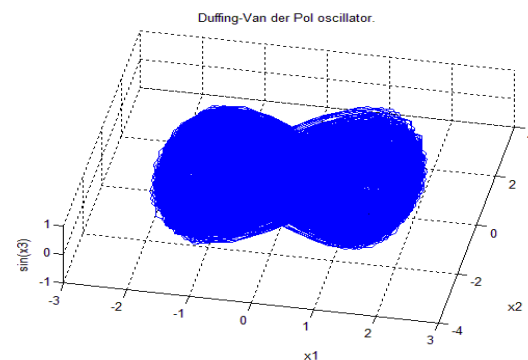


Fig. I.11 Attracteur de Van der Pol

I.3.3 Choix du déphasage temporel

Pour avoir une intuition de l'impact du délai sur la construction d'un régresser, discutons le cas d'une série temporelle mesurée à une fréquence d'échantillonnage très élevée.

Dans cette situation, le processus dispose de peu de temps pour évoluer de façon significative entre deux mesures. Par conséquent, des valeurs successives de la série sont fortement corrélées entre elles : l'information contenue dans une valeur est fortement semblable à celle contenue dans les valeurs précédent de même que suivante de la série. En utilisant un délai lors de la construction des redresseurs d'une série de ce type, il est possible de sélectionner des valeurs avec un contenu informatif utile en vue de la construction d'un modèle, par exemple. En réalité, choisir un délai doit faire l'objet d'un compromis.

Si le déphasage temporel (délai ou temps de retard) choisi est trop court, les valeurs sélectionnées sont trop fortement corrélées entre elles, elles sont redondantes. A l'opposé, si le délai est trop grand, les valeurs sélectionnées deviennent faiblement corrélées avec la sortie, jusqu'à être indépendantes de cette sortie.

Le contenu informatif de ces variables est alors très faible, elles n'ont plus beaucoup de pertinence par rapport à la sortie ; qu'elles soient ou non redondantes entre elles.

Le but est donc de choisir un délai qui sépare des valeurs telles qu'elles sont relativement indépendantes entre elles, tout en étant encore suffisamment corrélées avec la sortie. La question est donc de savoir comment choisir un tel délai afin que les valeurs de la série sélectionnées apportent chacune une information utile (Geoffroy, 2007).

En pratique, deux méthodologies sont souvent utilisées pour sélectionner le délai τ . Ces méthodes sont deux approches basées d'une part sur la fonction d'autocorrélation et d'autre part sur l'information mutuelle. On peut voir ces deux méthodes comme une version linéaires et une version non linéaires d'une même approche : dans les deux cas, un délai unique est sélectionné et la série est ensuite construite en utilisant $p - 1$ multiples de ce délai. Mentionnons qu'il existe également des approches basées sur la transformée de Fourier afin de sélectionner le délai (Geoffroy, 2007).

I.3.3.1 Sélection linéaire du délai par autocorrélation

De manière classique, la fonction d'autocorrélation $C(\tau)$, pour un délai τ fixe, d'une série temporelle scalaire $S = \{x(t) \mid 1 \leq t \leq N\}$ est définie selon :

$$C(\tau) = \langle x(t)x(t - \tau) \rangle = \sum_{t=\tau}^{N-1} x(t)x(t - \tau) \quad (I.4)$$

Avec : $0 \leq \tau \leq M$ où $M \leq N - 1$ est le délai maximum.

L'autocorrélation est une mesure linéaire de la dépendance entre deux variables séparées par un délai τ . En pratique, le calcul de l'autocorrélation est répété pour une suite de valeurs croissantes de τ .

Dans la littérature, plusieurs heuristiques ont été proposées pour sélectionner le délai sur base du graphe de la fonction d'autocorrélation : Lorsque la valeur de la fonction d'autocorrélation correspondante est proche de zéro, lorsque la pente de la fonction d'autocorrélation est décroissante selon $1/e$, lorsque la courbe d'autocorrélation présente un point d'inflexion, etc.

Le critère retenu est de sélectionner le premier délai tel que la valeur de la fonction d'autocorrélation correspondante est proche de zéro. Ce choix a l'avantage de sélectionner un délai entre deux variables tel que ces variables sont peu corrélées entre elles. La combinaison de ces deux variables fournit donc un contenu informatif pertinent. Cette approche est d'ailleurs la plus couramment utilisée dans la littérature.

La figure (I.15) présente le graphe de la fonction d'autocorrélation pour une série temporelle générée artificiellement à partir du système d'équations différentielles de Lorenz.

I.3.3.2 Sélection non linéaire du délai par information mutuelle (AMI)

L'information mutuelle est une mesure non paramétrique de la dépendance entre variables, capable de détecter une relation quelconque entre les variables considérées, lorsqu'il en existe une. L'information mutuelle a été introduite dans le cadre de la théorie de l'information de Shannon (Geoffroy, 2007).

L'information mutuelle (MI) entre deux variables $x(t)$ et $x(t - \tau)$ peut être définie selon :

$$IM(x(t), x(t - \tau)) = \int P[x(t), x(t - \tau)] \log \frac{P[x(t), x(t - \tau)]}{P[x(t)]P[x(t - \tau)]} dx(t)dx(t - \tau) \quad (I.5)$$

Où : P désigne la probabilité. Conceptuellement, ce critère permet de mesurer la quantité d'information à propos de $x(t)$ qui peut être obtenue grâce à la connaissance de $x(t - \tau)$.

Il a été proposé d'utiliser l'information mutuelle à la place de la fonction d'autocorrélation, comme critère non linéaire de sélection du délai. Le but est de sélectionner une variable suffisamment indépendante des autres, mais un minimum corrélé avec la sortie, afin d'apporter une information utile par exemple dans la reconstruction de l'espace des phases. Cette variable ne doit cependant pas être totalement indépendante de la sortie car elle n'apporterait dans ce cas aucune information utile. Il est donc question, une fois encore, d'un compromis entre redondance et pertinence (Geoffroy, 2007).

Pour ce critère également, l'information mutuelle est calculée entre deux variables $x(t)$ et $x(t - \tau)$ et pour des valeurs de τ croissantes.

Le critère de sélection du délai proposé est de prendre le délai qui correspond au premier minimum local de l'information mutuelle. Les figures (I.14, I.15 et I.16) représentent les fonctions autocorrélation et informations mutuelle respectivement de Lorenz, Van der Pol et du processus stochastique.

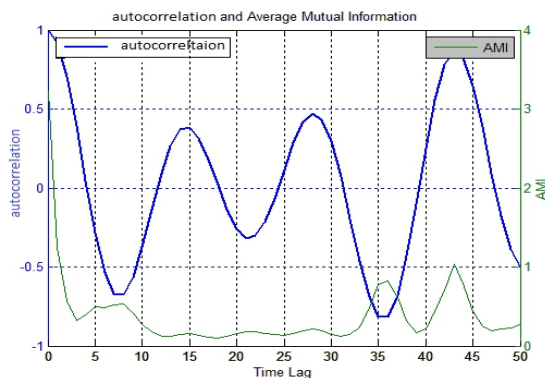


Fig. I.12 Fonction autocorrélation et information mutuelle de l'oscillateur Van Der Pol.

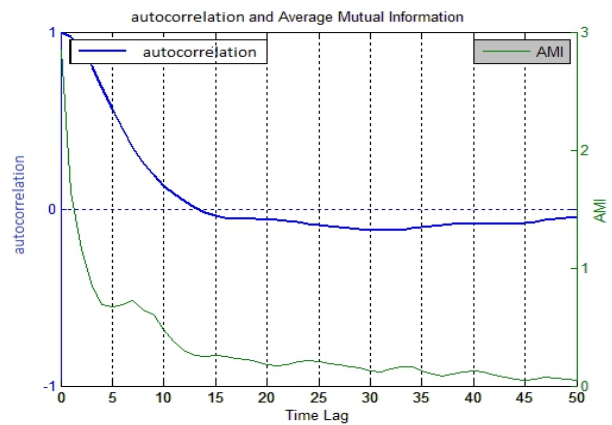


Fig. I.13 Fonction autocorrélation et information mutuelle pour la série de Lorenz.

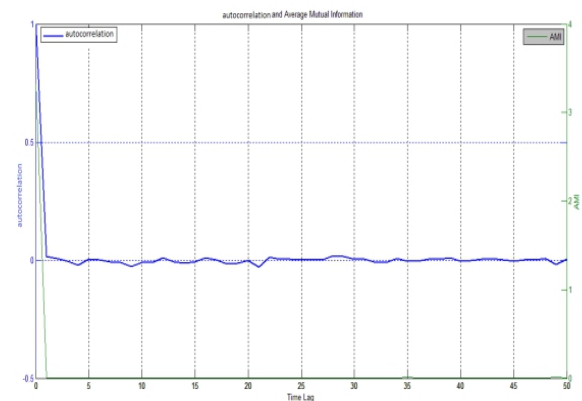


Fig. I.14 Fonction autocorrélation et information mutuelle d'un processus stochastique.

La sélection du délai par la fonction d'information mutuelle est plus efficace que son alternative linéaire par autocorrélation. En effet, le délai sélectionné par information mutuelle est généralement plus petit que celui obtenu par autocorrélation (Tableau I.2).

Tableau I.2 Délais (déphasages temporels).

Processus	τ par Autocorrélation	τ par Information Mutuelle
Système de Lorenz	13	6
Oscillateur de Van der Pol	4	4
Processus Stochastique	3	2

I.3.4 Choix de la Dimension de plongement

I.3.4.1 la méthode de faux voisin le plus proche

L'objectif de choisir une dimension de plongement est de faire à observations proportionnées de sorte que l'état déterministe du système puisse être résolu. Une dimension correcte de plongement donnera un ensemble d'états impossibles à distinguer de l'état réel (Judda & Smith, 2004) et (Jacob, 2011).

Le but de l'estimation de la dimension de plongement est de parvenir à l'univocité de l'état du système. La méthode la plus utilisée est la technique des plus proches faux voisins le plus (FNN) (Farmer, Ott, & Yorke, 1983) (Theiler, 1990) et (Jacob, 2011).

Kennel et al., (Kennel, Reggie, & Abarbanel, 1992) et Jacob (Jacob, 2011) ont présenté la méthode des plus proches faux voisins voisine comme outil efficace pour déterminer la dimension de plongement minimale m afin de dévoiler entièrement la structure complexe de l'attracteur. Une dimension de plongement minimale acceptable peut être déterminée en regardant le comportement des voisins proches sous des changements de la dimension de plongement de m à $m+1$. Lorsque le nombre des plus proches faux voisins les plus proches à travers la projection est nulle en dimension d_E , l'attracteur a été dévoilé dans cette dimension.

Takens (Takens, 1981) et Jacob (Jacob, 2011) ont introduit le théorème de plongement qui garantit un plongement propre pour tous m assez grand, qui est plus grand que la dimension de plongement minimale. La méthode peut être considérée comme une procédure d'optimisation donnant juste le minimum requis à m . Il dépend de la supposition que l'attracteur d'un système déterministe plie et se déplie en douceur et sans irrégularités dans sa structure. En utilisant cette hypothèse, il peut être conclu que les deux points qui sont proches dans l'espace de plongement reconstruit doivent rester suffisamment proches également lors de l'itération précédente.

La fraction de points ayant un faux voisin le plus proche doit être minimisée en choisissant un nombre suffisamment grand de m . Si m est choisi très faible, il est difficile de recueillir suffisamment d'informations sur les autres variables qui influent sur la valeur de la grandeur de mesure à reconstituer avec succès tout l'espace de phase (Perc, 2006) et (Jacob, 2011).

Pour le calcul de la fraction de faux voisins les plus proches, l'algorithme suivant est utilisé :

➤ Considérons chaque vecteur :

$$X_n = \{x_n, x_{n+\tau}, x_{n+2\tau}, \dots, x_{n+(m-1)\tau}\}$$

Pour un élément donné de la série temporelle de retard τ et dimension de plongement m , cherchons son plus proche voisin :

$$X_p = \{x_p, x_{p+\tau}, x_{p+2\tau}, \dots, x_{p+(m-1)\tau}\} \quad (I.6)$$

Le voisin le plus proche est déterminé pour trouver le vecteur X_p dans le plongement minimise la distance euclidienne :

$$R_n = \|X_n - X_p\| \quad (I.7)$$

➤ Considérons maintenant chacun de ces vecteurs dans un $m + 1$ dimensions de plongement,

$$X'_n = \{x_n, x_{n+\tau}, x_{n+2\tau}, \dots, x_{n+(m-1)\tau}, x_{n+m\tau}\} \quad (I.8)$$

$$X'_p = \{x_p, x_{p+\tau}, x_{p+2\tau}, \dots, x_{p+(m-1)\tau}, x_{p+m\tau}\} \quad (I.9)$$

➤ Dans une dimension de plongement $m + 1$, ces vecteurs sont séparés par la distance euclidienne :

$$R'_n = \|X'_n - X'_p\| \quad (I.10)$$

Le premier critère par lequel Kennel et al., identifient le plus proche faux voisin est (Kennel, Reggie, & Abarbanel, 1992) :

$$\left[\frac{R_n^2 - R_p^2}{R_n^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{|x(n+m\tau) - x(p+m\tau)|}{R_n} > R_{tol} \quad (I.11)$$

R_{tol} est un niveau de tolérance sans unité pour lequel Kennel et al. (Kennel, Reggie, & Abarbanel, 1992), suggèrent une valeur d'environ 15.

Ce critère vise à mesurer si l'augmentation relative de la distance entre deux points lors du passage de la dimension m à la dimension $m + 1$ est grande. La valeur 15 a été suggérée sur la base d'études empiriques de plusieurs systèmes, bien que des valeurs comprises entre 10 et 40 étaient généralement acceptables (Reiss, 2001).

➤ L'autre critère proposé par Kennel et al. (Kennel, Reggie, & Abarbanel, 1992), est :

$$\left[\frac{R_n^2}{R_A^2} \right] > A_{tol} \quad (I.12)$$

Cela compense le fait que certaines parties de l'attracteur peuvent être très rares. A ces régions, les plus proches voisins ne sont pas en réalité proches l'un de l'autre. Ici, R_A est une mesure de la taille de l'attracteur, pour lesquels Kennel et al., utilisent l'écart-type des données. Si l'un des critères tient, alors X_p est considérée comme un faux voisin le plus proche de X_n . Une dimension de plongement appropriée est celle où le pourcentage des faux voisins les plus proches tombe à zéro.

Ce critère reconnaît parfaitement une dimension de plongement appropriée dans la plupart des cas. Avec les informations ci-dessus, l'espace des phases peut être reconstruit avec succès à partir d'une variable observée. Afin de donner des résultats significatifs, toutes les méthodes de l'analyse non linéaire des séries chronologiques doivent accomplir cette étape avec succès. Une fois la dimension de plongement a été évaluée correctement, pour un temps de retard (délai τ) considéré (Jacob, 2011). Des exemples sont présentés par les figures suivantes :

D'après ces figures, la topologie de l'attracteur est entièrement dévoilée à partir de la Dimension 7 pour le système de Lorenz, et c'est à partir de 5 pour l'oscillateur de Van der Pol, alors que pour le processus stochastique, il n'est dévoilé que près de 80% pour une Dimension de plongement égale à 4.

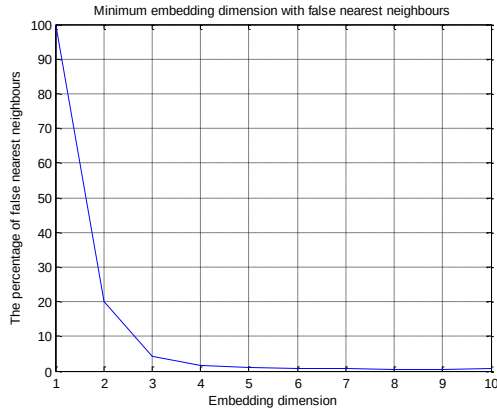


Fig. I. 15 Dimension de plongement optimale pour le système de Lorenz.

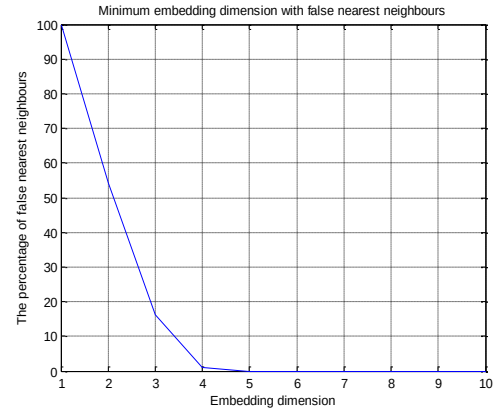


Fig. I. 16 Dimension de plongement optimale pour l'oscillateur de Van der Pol.

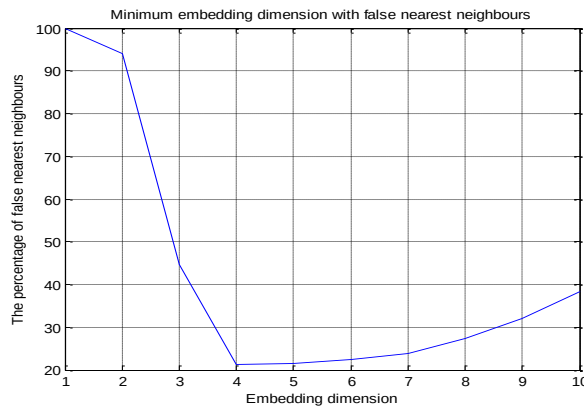


Fig. I.17 Dimension de plongement optimale pour le processus stochastique.

I.3.4.2 Méthode de Cao

L'algorithme du plus proche faux voisin (FNN) a un inconvénient associé au choix subjectif du seuil subjectif afin d'assurer une distinction correcte entre les données chaotiques de faible dimension et le bruit (Siek, 2011).

Les données des séries chronologiques peuvent avoir différentes valeurs de seuil. Ceux-ci impliquent qu'il est très difficile et même impossible de donner une valeur de seuil approprié et raisonnable, et qui est indépendante de la dimension m . Pour éviter cela, Cao a proposé un algorithme modifié, parfois appelé la méthode des faux voisins moyens (AFN) (Cao, 1997) et (Siek, 2011). L'approche de Cao est basée sur l'estimation de deux paramètres $E1$ et $E2$ qui sont essentiellement dérivées à partir des quantités déterminées par le procédé du plus proche faux voisin.

Supposons que nous avons une série temporelle $x_1, x_2, \dots, x_n$, les vecteurs de temps de retard peuvent être reconstitués comme suit :

$$X_i = (x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau})$$

Où : $i = 1, 2, \dots, N - (m - 1)\tau$ et τ est le temps de retard. De même que la méthode FNN, l'approche AFN définit la quantité :

$$a(i, m) = \frac{\|X_i(m+1) - X_{n(i,m)}(m+1)\|}{\|X_i(m) - X_{n(i,m)}(m)\|} \quad (I.13)$$

Où : $\|\cdot\|$ est la norme maximale, $X_i(m+1)$ est le i -ème vecteur reconstruit pour la dimension de plongement m et $n(i, m)$ est un nombre entier tels que le vecteur m -dimensionnel à retard de temps. $X_{n(i,m)}(m)$ est le plus proche voisin de $X_i(m)$. La quantité $E1$ est formulée sous la forme de la valeur moyenne de la distance $a(i, m)$ de tous FNN:

$$E(m) = \frac{1}{N-m\tau} \sum_{i=1}^{N-m\tau} a(i, m) \quad (I.14)$$

$E(m)$ dépend uniquement de la dimension m et le temps de retard τ . La variation de m à $m+1$ peut être étudiée par :

$$E1(m) = \frac{E(m+1)}{E(m)} \quad (I.15)$$

$E1(m)$ cesse de varier lorsque m est supérieure à une certaine valeur m_0 si la série temporelle provient d'un attracteur. Ensuite, $m_0 + 1$ est la dimension minimale de plongement à obtenir. Il est nécessaire de définir une autre quantité $E2$, qui est utile pour distinguer entre un processus déterministe et un processus stochastique à partir d'une série chronologique, formulée en tant que :

$$E^*(m) = \frac{1}{N-m\tau} \sum_{i=1}^{N-m\tau} |x_{i+m\tau} - x_{n(i,m)+m\tau}| \quad (I.16)$$

$n(i, m)$ est le même qu'en haut, c.-à-d., c'est le nombre entier tels que $y_{n(i,m)}(m)$ est le voisin le plus proche de $y_i(m)$, nous définissons :

$$E2(m) = \frac{E^*(m+1)}{E^*(m)} \quad (I.17)$$

Ces quantités sont calculées pour différentes valeurs progressivement croissantes, de la dimension de plongement m . les comportements globaux de $E1$ et $E2$ en fonction de dimension m sont respectivement utilisés pour estimer la dimension de plongement minimum et la détermination de la nature déterministe ou stochastique sous-jacente du processus dynamique qui génère la série chronologique. Les exemples suivants sont présentés par les figures I.20, I.21 et I.22.

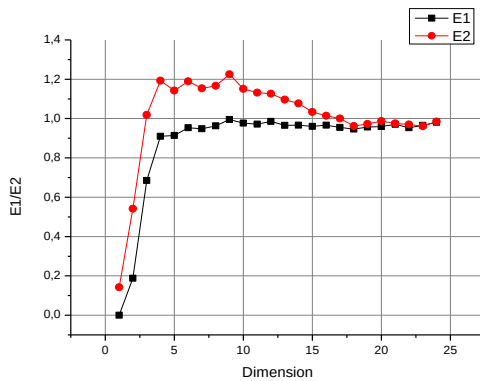


Fig. I.18 Valeurs de $E1$ et $E2$ des données de la série temporelle du système de Lorenz.

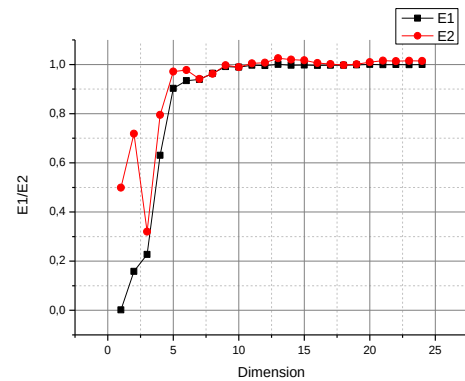


Fig. I.19 Valeurs de $E1$ et $E2$ des données de la série temporelle de l'oscillateur de Van der Pol.

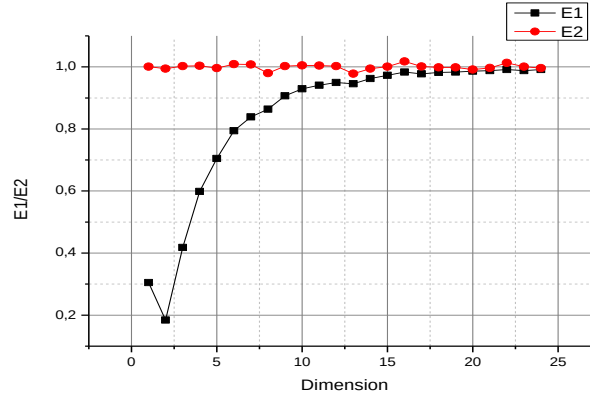


Fig. I.20 Valeurs de $E1$ et $E2$ des données de la série temporelle du processus stochastique.

Nous constatons que pour les deux processus chaotiques, la Dimension minimale qui permet de dévoiler la topologie de l'attracteur est à partir de la valeur 5. Alors que pour le processus stochastique la valeur est largement plus élevée.

I.3.4.3 Entropie de Kolmogorov-Sinai

L'autre technique communément utilisée pour l'estimation de l'entropie dans l'analyse non linéaire des séries chronologiques est l'entropie de Kolmogorov-Sinai h_{KS} , qui peut être obtenu à partir de l'ensemble des fonctions de corrélation $C_m(r)$ (Kolmogorov, 1958) (Sinai, 1959) et (Siek, 2011).

Pour les applications pratiques, elle peut être approchée comme la limite de la dimension de plongement $m \rightarrow \infty$ de la distance (en coordonnées log-log) entre les courbes successives de corrélation $C_m(r)$ et $C_{m+1}(r)$:

$$h_2(m) \cong \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\Delta t} [\log C_m(r) - \log C_{m+1}(r)] \right) \quad (I.18)$$

et en outre :

$$h_2(m) \cong \lim_{m \rightarrow \infty} [h_2(m)] \quad (I.19)$$

L'une des principales difficultés de l'extraction de l'entropie à partir de données de séries chronologiques est principalement parce que leur calcul nécessite beaucoup plus de données que les dimensions et les exposants de Lyapunov, puisque la limite $m \rightarrow \infty$ constitue le problème crucial. h_2 peut être approchée par la somme de corrélation, qui est de toute façon calculée pour l'estimation de la dimension de corrélation. En outre, la limite supérieure de l'entropie de Kolmogorov-Sinai peut être estimée par l'identité de Pesin's (Eckmann & Ruelle, 1985) et (Siek, 2011).

$$h_{KS} = \sum_{i: \lambda_i > 0} \lambda_i \quad (I.20)$$

I.3.5. Approche Dynamique : Exposant de Lyapunov

Cette approche s'intéresse à la divergence des trajectoires dans l'orbite en estimant les exposants de Lyapunov. Ces derniers indiquent le taux moyen de divergence par itération. Le théorème de Takens (1981) permet de concilier approche théorique et approche pratique. De nombreux algorithmes se sont développés pour proposer une estimation du plus grand exposant de Lyapunov (Henneni & Terraza, 2011). Les principaux sont les suivants:

I.3.5.1 L'algorithme de Rosenstein et al. (1992)

L'algorithme de Rosenstein et al., tente de combler les faiblesses des méthodes existantes notamment la fiabilité en petits échantillons et l'implémentation trop lourde qui accompagne ces méthodes. Il reprend la reconstruction de la dynamique de l'attracteur par la méthode des retards en utilisant la méthode des plus proches voisins. Cet algorithme tente de localiser le point le plus proche pour chaque point de la trajectoire. Le plus grand exposant de Lyapunov est le taux de divergence, il est déterminé par un ajustement par les moindres carrés de la courbe de la divergence moyenne. (Henneni & Terraza, 2011)

- **Les étapes de l'Algorithme**

- La première étape est de reconstruire la dynamique de l'attracteur à partir d'une simple série chronologique, donc nous employons la méthode de retards (Packard, Crutchfield, & Farmer, 1980) (Takens.F, 1981) et (Michael, Rosenstein, Luca, & De, 1993) dans le but de développer un algorithme rapide et facile d'appliquer. La trajectoire reconstruite X , peut être exprimée comme une matrice telle que chaque colonne de cette matrice est un vecteur de l'espace de phase de telle dimension :

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \quad (I.21)$$

X_i : est l'état du système au temps discret t pour une série chronologique de N -point

$$X_i = \{x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}\}$$

τ : est le retard, m : la dimension avec $M = N - (m - 1)\tau$

- **Le premier exposant de Lyapunov**

$$\lambda_1(t) = \frac{1}{t} \frac{1}{\Delta t} \sum_{\tau=1}^{M-t} \ln \frac{d\tau(t)}{d\tau(0)} \quad (I.22)$$

Avec :

Δt : La période d'échantillonnage de la série chronologique,

$d\tau(t)$: Est la distance entre le τ paires des voisins les plus proches après le pas temps discret.

- Afin d'améliorer la convergence Sato et al., (Sato.S, Sano, & Sawada, 1987) et Rosenstein et al., (Michael, Rosenstein, Luca, & De, 1993) ont remplacé la relation (I.22) par :

$$\lambda_1(t, K) = \frac{1}{K} \frac{1}{\Delta t} \sum_{\tau=1}^{M-K} \ln \frac{d\tau(t+K)}{d\tau(t)} \quad (I.23)$$

Tel que : k est une constante

$$d\tau(t) \approx C_\tau e^{\lambda_1(t) \Delta t} \quad (I.24)$$

C_τ : Est la séparation initiale, pour $\tau = 1, 2, \dots, M$

- Le plus grand exposant de Lyapunov est calculé par un ajustement des moindres carrés définie par :

$$\lambda_1 = Y(t) = \frac{1}{\Delta t} \langle \ln d\tau(t) \rangle \quad (I.25)$$

Avec : $\langle \rangle$ la moyenne de toutes les valeurs.

- La méthode est précise pour de petits ensembles de données parce qu'elle tire profit de toutes les données disponibles.

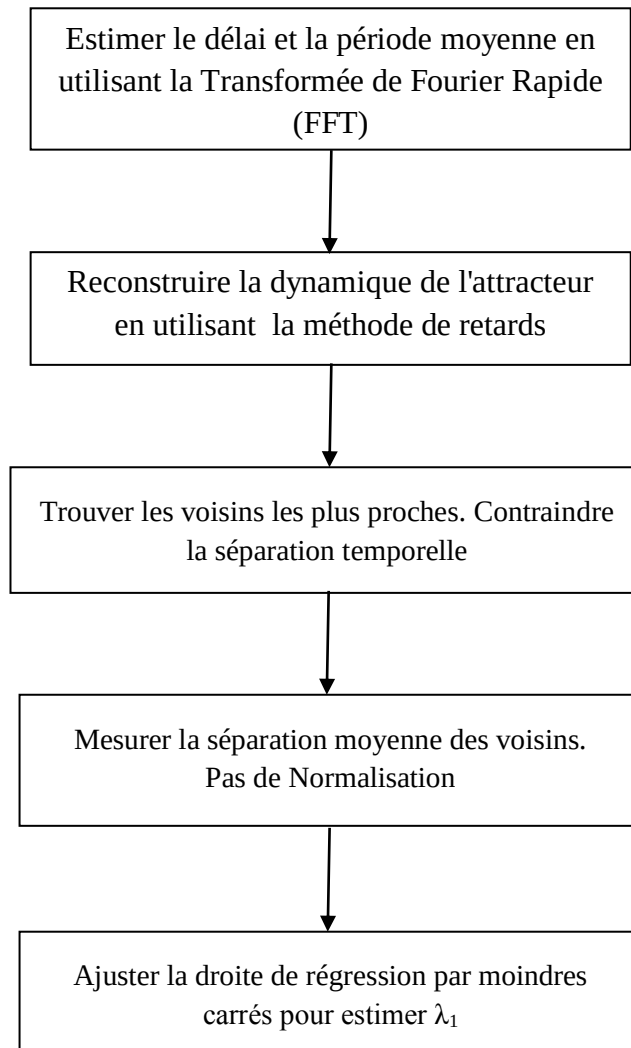


Fig. I.21 Organigramme simplifié pour calculer le plus grand exposant de Lyapunov Par la méthode de Rosenstein et al. (1993).

L'application de l'Algorithme de Rosenstein et al. au système de Lorenz donne les résultats suivants :

Tableau I.3 Le plus grand exposant de Lyapunov et le coefficient de corrélation pour la série de Lorenz.

Lorenz	m=1	m=5	m=7	m=9
λ_1	0.08448	0.07117	0.0618	0.054
r (coefficient de corrélation)	0.66305	0.99318	0.98862	0.98185
Erreur	0.02188	0.00192	0.00216	0.00242

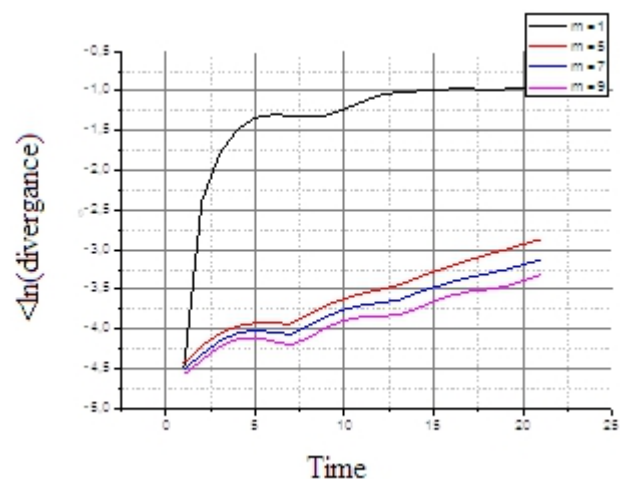


Fig. I.22 Exposant de Lyapunov de la série temporelle de Lorenz pour différentes valeurs de m (Dimension de Plongement)

L'algorithme donne pour la série de l'oscillateur de Van der Pol les résultats résumés dans la figure I.25 et le tableau I.4.

Tableau I.4 Le plus grand exposant de Lyapunov et le coefficient de corrélation pour la série de Van der Pol.

Oscillateur de Van Der Pol	m=1	m=5	m=7	m=9
λ_1	0.0712	0.0518	0.033	0.01997
r (coefficient de corrélation)	0.52968	0.97858	0.96944	0.95659
Erreur	0.02688	0.0025	0.00197	0.0014

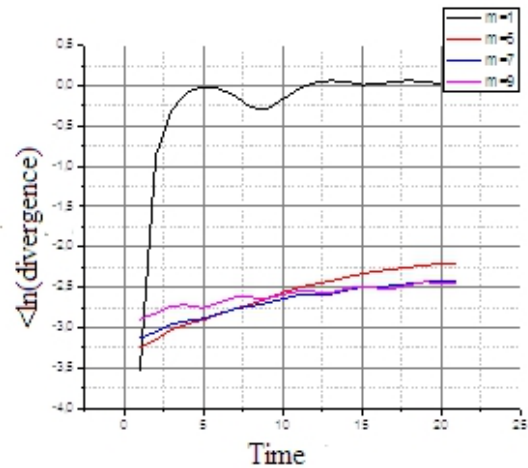


Fig. I.23 Exposant de Lyapunov de la série temporelle de l'oscillateur de Van Der Pol pour différentes valeurs de m (Dimension de Plongement)

L'application de l'algorithme de Rosenstein et al., aux données aléatoires montre à l'aide de la figure I.26 qu'il y a aucune divergence, le plus grand exposant de Lyapunov étant négatif pour les deux premières valeurs de m, alors que les deux autres sont très proches de zéro (Tableau I.5).

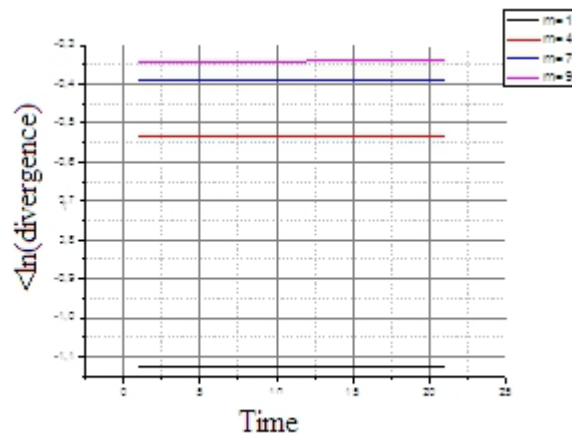


Fig. I.24 Exposant de Lyapunov de la série temporelle aléatoire pour différentes valeurs de m (Dimension de plongement)

Tableau I.5 Le plus grand exposant de Lyapunov et le coefficient de corrélation pour la série aléatoire.

Processus Stochastique	m=1	m=4	m=7	m=9
λ_1	$-5.46375 \cdot 10^{-6}$	$-2.65429 \cdot 10^{-6}$	$5.6373 \cdot 10^{-6}$	$1.32076 \cdot 10^{-5}$
r (coefficient de corrélation)	0.63964	-0.37721	0.82894	0.98199
Erreur	$1.500631 \cdot 10^{-6}$	$1.49508 \cdot 10^{-6}$	$8.72675 \cdot 10^{-7}$	$5.83035 \cdot 10^{-7}$

I.3.5.2. l'algorithme de Wolf et al. (1985)

L'algorithme de Wolf et al., permet de calculer les exposants de Lyapunov à partir du calcul effectif de la divergence de deux trajectoires après t (pas de temps) par rapport à la perturbation introduite parallèlement, et ce au sein d'un attracteur (Hamaizia, 2013).

• **Les étapes d'Algorithme**

1. Changement du paramètre de contrôle.
2. Choix aléatoire d'une condition initiale.
3. Création d'une nouvelle trajectoire à partir de la trajectoire courante à laquelle on ajoute une petite perturbation.
4. Evolution dans l'attracteur de ces deux trajectoires voisines et calcul de la moyenne de la divergence renormalisée entre ces deux trajectoires.
5. Réajustement de l'écart, permettant ainsi à chaque pas de temps de l'évolution du point précédent le calcul d'une moyenne de la divergence.
6. Retour au point (5) effectué selon un nombre donné.
7. Retour au point (1) (Hamaizia, 2013).

• **Estimation du plus grand exposant de Lyapunov :**

En 1985, Wolf, Swift, Swinney et Vastano ont proposé une méthode de calcul du plus grand exposant de Lyapunov à partir de séries chronologiques. Leur algorithme se base sur le contrôle de la divergence entre trajectoires voisines. On choisit dans un premier temps deux orbites très voisines, et on note leur distance $L(t_0)$ en un temps ultérieur t_1 , cette distance devient $L'(t_1)$. On effectue alors un remplacement : on choisit une autre orbite, située à une distance $L(t_1)$. Ce processus est illustré par la figure suivante : (Wolf, Swift, Swinney, & Vastno, 1985).

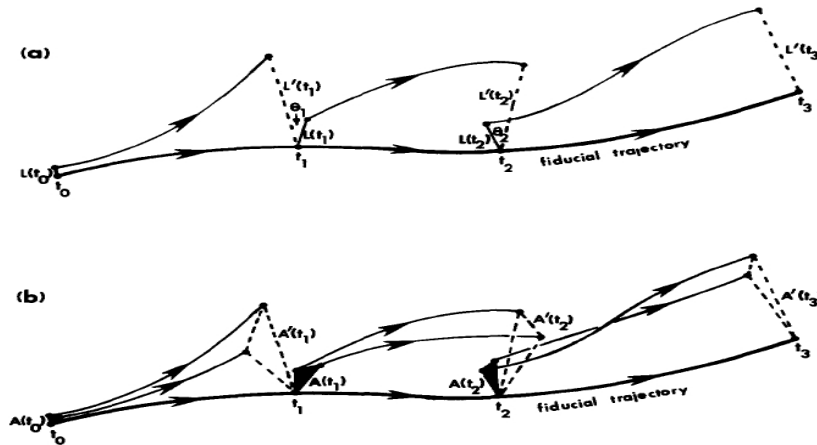


Fig. I.25 Une représentation schématique de la procédure d'évolution et du remplacement utilisé pour estimer les exposants de Lyapunov à partir de données expérimentales.

a) Le plus grand exposant de Lyapunov est calculé à partir de la croissance de la longueur des éléments. Lorsque la longueur du vecteur entre deux points devient grande, un nouveau point est choisi près de la trajectoire de référence, minimisant à la fois le remplacement de la longueur L et le changement d'orientation v .

b) Une procédure similaire est suivie pour calculer la somme des deux plus grands exposants de Lyapunov de la croissance des éléments de surface. Quand un élément de surface est trop grande ou trop asymétrique, deux nouveaux points sont choisies à proximité de la trajectoire de référence, ce qui réduit la zone de remplacement A et le changement d'orientation de l'espace de phase entre les éléments de la zone d'origine et de remplacement .d'après (Wolf, Swift, Swinney, & Vastno, 1985)

On recommence alors ces opérations un grand nombre de fois pour les temps $t_1, \dots, t_M$ et on calcule l'estimateur du plus grand exposant :

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{K=1}^M \log \frac{L'(t_K)}{L(t_{K-1})} \quad (\text{I.26})$$

Wolf et al., proposent également un algorithme pour le calcul de la somme des deux plus grands exposants. Le principe est similaire : ils prennent trois trajectoires voisines et calculent l'aire du triangle de conditions initiales : $A(t_0)$ en un temps ultérieur t_1 , cette aire est devenue $A'(t_1)$, on effectue alors un remplacement, et on obtient une nouvelle aire de conditions initiales $A(t_1)$, on recommence alors ces opérations un grand nombre de fois pour les temps $t_1, \dots, t_M$ et on calcule l'estimateur de la somme des 2 plus grands exposants (Wolf, Swift, Swinney, & Vastno, 1985)

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{K=1}^M \log \frac{A'(t_K)}{A(t_{K-1})} \quad (I.27)$$

Remarque : Nous constatons que cet algorithme peut facilement être adapté à la somme des n (plus grands exposants). Mais le problème est le temps de calcul qui peut s'avérer excessivement long avec de longues séries.

L'application de l'Algorithme de Wolf et al. aux données issues du système de Lorenz, de l'oscillateur de Van der Pol, et du processus stochastique sont illustrés par les figures I.28, I.29 et I.30 et résumés par le tableau I.6.

On constate que pour les deux processus chaotiques le plus grand exposant de Lyapunov λ_1 est positif.

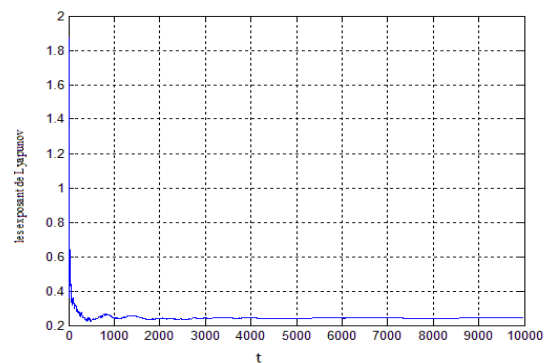


Fig. I.26 Exposant de Lyapunov en fonction de temps pour le Système de Lorenz.

Cependant, le plus grand exposant de Lyapunov du processus stochastique est négatif.

Tableau I.6 Le plus grand exposant de Lyapunov pour les trois processus.

Processus	λ_1
Système de Lorenz	0.242
Oscillateur de Van der Pol	0.1269
Processus stochastique	-0.05

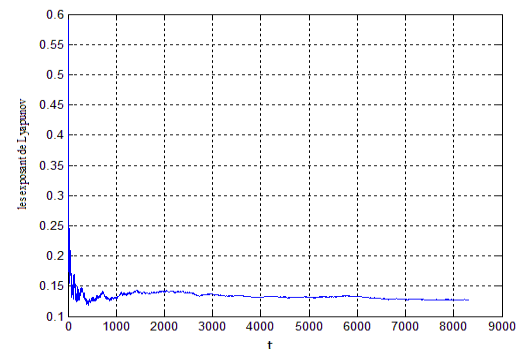


Fig. I.27 Exposant de Lyapunov en fonction de temps pour l'Oscillateur de Van Der Pol.

A travers ces trois exemples, l'algorithme de Wolf et al., et celui de Rosenstein et al., montrent une forte puissance et une efficacité pour détecter la présence du chaos dans une série temporelle. D'autres algorithmes sont également recommandés, parmi lesquels celui de Shintani et Linton qui sera décrit ci-après.

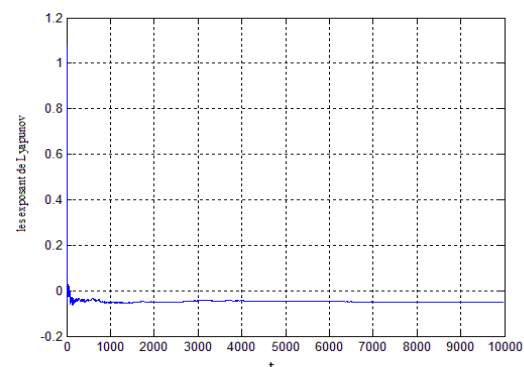


Fig. I.28 Exposants de Lyapunov en fonction de temps pour le Processus stochastique.

I.3.5.3. L'algorithme de Shintani et Linton (2003)

Il s'agit d'un algorithme basé sur une estimation non paramétrique des réseaux de neurones qui propose non seulement une estimation de l'exposant de Lyapunov mais aussi un cadre statistique pour tester l'hypothèse de chaotité. La méthode des réseaux de neurones utilisée est une méthode avec une classe de couche unique, connue pour être plus performante que les autres méthodes et non sensible à l'augmentation des dimensions (Henneni & Terraza, 2011)

- **Estimation du plus grand exposant de Lyapunov :**

❖ **Test Statistique :**

$\{x_t\}_{t=1}^T$ Est un ordre de produit scalaire aléatoire par le modèle autorégressif non linéaire suivant :

$$x_t = \theta(x_{t-1}, \dots, x_{t-d}) + u_t \quad (I.28)$$

Avec : u_t : ordre des variables aléatoire et $\theta_0: R^d \rightarrow R$

❖ **Réseaux de neurones à estimer le plus grand exposant de Lyapunov :**

$$\hat{\lambda}_{iM} = \frac{1}{2M} \ln v_i(\widehat{T}_M' \widehat{T}_M) \quad (I.29)$$

Avec : M le nombre de points d'évaluation utilisé pour estimer l'exposant de Lyapunov

$$\widehat{T}_M = \prod_{t=1}^M \widehat{J}_{M-t} = \widehat{J}_{M-1} \cdot \widehat{J}_{M-2} \dots \widehat{J}_0 \quad (I.30)$$

Pour : $1 \leq i \leq d$

$v_i(A)$ Est la $i^{\text{ème}}$ plus grande valeur propre d'une matrice(A), J_t : le Jacobine.

$$J_t = \begin{bmatrix} \Delta\theta_{01t} & \Delta\theta_{02t} & \dots & \Delta\theta_{0,d-1,t} & \Delta\theta_{0dt} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.31)$$

Pour $t = 0, 1, \dots, M-1$ et $j = 1, \dots, d$

$\widehat{\theta}$: L'estimation non paramétrique de réseaux de neurones de la fonction θ_0

A partir a la relation (I.29), L'idée fondamentale de la méthode du Jacobine est d'obtenir $\widehat{J}_t$ par $\widehat{\theta}$

$$\hat{J}_t = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\theta}_{1t} & \Delta \hat{\theta}_{2t} & \dots & \Delta \hat{\theta}_{d-1,t} & \Delta \hat{\theta}_{dt} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.32)$$

- On suppose que $\hat{\phi}$ est une estimation logique de ϕ , notre intérêt est de tester l'hypothèse nulle $H_0 : \lambda > 0$ contre l'alternative de $H_1 : \lambda < 0$

❖ **Le Test Statistique $\hat{t}$:**

- Pour le cas unidimensionnel:

-On suppose que $\hat{\phi}$ est une estimation logique de ϕ , notre intérêt est de tester l'hypothèse nulle $H_0 : \lambda > 0$ contre l'alternative de $H_1 : \lambda < 0$

$$\hat{t} = \frac{\hat{\lambda}_M}{\sqrt{\hat{\phi}/M}} \quad (I.33)$$

Tel que :

$$\hat{\lambda}_M = \frac{1}{2M} \sum_{t=1}^M \ln [D \hat{\theta}_{x_{t-1}}^2] \quad (I.34)$$

et

$$J_t = D \theta_0(x_t) \quad (I.35)$$

- Nous rejetons l'hypothèse nulle si $\hat{t} \leq -Z_a$, tel que Z_a est une valeur critique et $\Pr[z \geq Z_a] = a$ et z : variable aléatoire standard.

-La covariance $\hat{\phi}$ est définie par :

$$\hat{\phi} = \sum_{j=-M+1}^{M-1} w\left(\frac{j}{s_M}\right) \hat{y}(j) \quad (I.36)$$

Avec :

$$\hat{y}(j) = \frac{1}{M} \sum_{t=|j|+1}^M \hat{h}_t \hat{h}_{t-|j|} \quad (I.37)$$

Tel que :

$$\hat{h}_t = \ln |D \hat{\theta}(x_{t-1})| - \hat{\lambda}_M \quad (I.38)$$

$w(x)$: Noyau d'une fonction (kernel function).

s_M : un paramètre de la troncature du retard.

-Pour le cas multidimensionnel,

Le test statistique définie par :

$$\hat{t}_i = \frac{\hat{\lambda}_M}{\sqrt{\hat{\phi}_i/M}} \quad (I.39)$$

Avec

$$\hat{\phi}_i = \sum_{j=-M+1}^{M-1} w\left(\frac{j}{s_M}\right) \hat{y}(j) \quad (I.40)$$

$$- \text{ tel que : } \hat{Y}(j) = \frac{1}{M} \sum_{t=|j|+1}^M \hat{H}_{it} \hat{H}_{it-|j|} \quad (I.41)$$

$$\hat{H}_{it} = \hat{E}_{it} - \hat{\lambda}_{iM} \text{ Avec } \hat{E}_{it} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{v_i(\hat{T}'_t \hat{T}_t)}{v_i(\hat{T}'_{t-1} \hat{T}_{t-1})} \right) \quad (I.42)$$

$$\text{Pour } t \geq 2 \quad \hat{E}_{i1} = \frac{1}{2} \ln v_i(\hat{T}'_1 \hat{T}_1) \quad (I.43)$$

L'application de l'Algorithme de Shintani et Linton aux trois processus est résumé par le tableau suivant :

Tableau I.7 Plus grand exposant de Lyapunov et Hypothèse de test(H) pour les trois processus.

Processus	Hypothèse (H)	λ_1
Système de Lorenz	0	0.2882
Oscillateur de Van der Pol	0	0.4283
Processus stochastique	1	-0.7094

On constate que pour les deux premiers processus l'Hypothèse Nulle H_0 est vérifiée, et les deux plus grands exposants de Lyapunov sont positifs, ce qui confirme leur chaocité, alors que pour le processus stochastique l'Hypothèse $H_1 = 1$ est vérifiée, et le plus grand exposant de Lyapunov est négatif ce qui confirme que le processus n'est pas chaotique.

I.3.6. Approche Métrique

Le mot "fractal" devenue "fractale" par abus de langage, a été formé pour la première fois dans les années 1970 par Mandelbrot Benoît à partir du latin "fructus" qui signifie "brisé". Une fractale, qui correspond à une forme géométrique particulière, possède plusieurs caractéristiques qui en font des "bizarreries de la nature" tout à fait stupéfiantes :

- Ses parties ont la même forme, la même structure que l'objet tout entier hormis le fait qu'elles se trouvent à des échelles différentes (de l'infiniment petit à l'infiniment grand) et qu'elles peuvent être très légèrement modifiées.
- Sa forme est extrêmement irrégulière, abondamment fracturée en tout point (d'où son origine éthymologique) et ce quelle que soit l'échelle où on l'observe : aussi bien de l'infiniment petit à l'infiniment grand.
- Sa dimension, appelée dimension fractale, n'est en règle générale pas un nombre entier mais un nombre fractionnaire contrairement à la plupart des objets et des formes que nous connaissons.

I.3.6.1 Dimension Fractale

La notion de dimension fait penser à celle développée par Euclide depuis l'an 300 sur les dimensions entières. Cependant, il existe une autre notion de dimension développée des 1919 par le mathématicien Hausdorff, il s'agit de la notion de dimension non entière.

Quand on entend parler de dimension en géométrie, on pense à ces nombres entières qui caractérisent les espaces réguliers ou encore « ensemble lisses » qui nous sont familiers. Ainsi, on sait qu'une ligne droite a pour support un espace de dimension 1, un plan est un espace de dimension deux, un volume est inscrit dans un espace de dimension trois. Nous sommes donc

habitués à des objets dont la dimension (D) est un nombre entier 1,2 ou 3. Mais il n'est pas précisé quelle serait la dimension d'une série de points sur une ligne, une courbe irrégulière et plane, une surface pleine de convolutions (Taouti, 2012).

Tableau I.8 Gamme de variation des dimensions fractales. D'après (Chaouche, 2001)

Objet	Poussière sur une droite	Courbe plane très irrégulière	Surface très feuilletée
Valeurs de Dimension fractale	$0 \leq D \leq 1$	$1 \leq D \leq 2$	$2 \leq D \leq 3$

I.3.6.2 Algorithme de Grassberger-Procaccia

La dimension de corrélation est une approximation de la dimension d'information. Elle vise à calculer les distances dans l'attracteur du système.

Un système dynamique est considéré comme fractal s'il contient des structures similaires à toutes les échelles de longueur, connues sous le nom d'auto-similarité. L'attracteur des systèmes chaotiques déterministes peut présenter un type inhabituel d'auto-similarité et de montrer la structure à toutes les échelles de longueur. Une dimension appropriée de plongement doit être recherchée de telle sorte que la structure de l'attracteur devient invariant.

Le quantificateur de la dimension fractale le plus largement utilisé est la dimension de corrélation d_c est basée sur la fonction intégrale de corrélation. (Grassberger & Procaccia, 1983). L'algorithme de Grassberger-Procaccia utilise la reconstruction de l'espace de phase à partir d'une série temporelle en utilisant le procédé de retard où la procédure de reconstruction comprend le choix du retard τ (Siek, 2011).

L'algorithme de Grassberger-Procaccia constitue alors un moyen simple d'accéder à la dimension fractale de l'objet. Cette méthode a été très utilisée pour caractériser les attracteurs. Nous introduirons ces idées en pensant d'abord à un système unidimensionnel :

- Soit une trajectoire que l'on va laisser évoluer pendant très longtemps.
- Soit N le nombre de points de la trajectoire.
- Soit R une distance autour de chaque point i de la trajectoire.
- Soit $N_i(r)$ le nombre de points de la trajectoire qui se trouvent dans la distance R autour du point i .
- Soit $p_i(r)$ la fréquence du point i définie comme:

$$p_i(r) = \frac{N_i(r)}{N-1} \quad (\text{I.44})$$

- Définition de la Somme de corrélation $C(r)$ qui est la fréquence moyenne de tous les points :

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(r - \|X_i - X_j\|) \quad (\text{I.45})$$

Où H est la fonction Heaviside définie par : $H(x) = 0$ si $x < 0$ et $H(x) = 1$ si $x \geq 0$

- La dimension de Corrélation D_c est définie par :

$$D_c = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log r} \quad (\text{I.46})$$

Pour déterminer la valeur de la dimension D_c à partir des données expérimentales, une des méthodes est de faire un graphique entre le $\log C(r)$ et le $\log r$. A l'endroit où se trouve la région linéaire de cette courbe, D_c est la pente (Marchant, 1998).

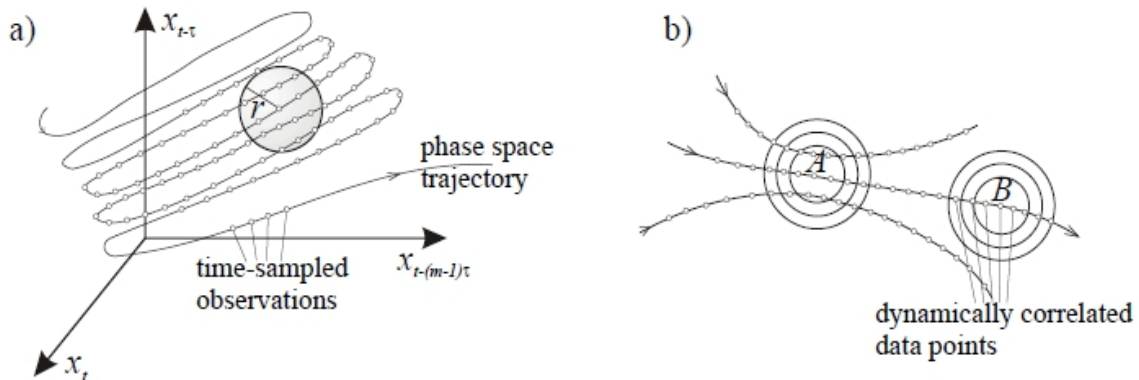


Fig. 1.31 (a) : Evolution du système dynamique dans l'espace de phase montrant les points de données temps-échantillonnés et au voisinage de la sphère intégrante dans l'analyse de corrélation.

(b) : Influence de la corrélation temporelle de l'analyse de corrélation intégrale. Alors que pour le point A il y a quelques points voisins dynamiquement non corrigés (couchés sur des trajectoires différentes), tous les points voisins pour point B sont corrélés temporellement et donc stimuler une dimension de corrélation proche de 1 (Velickov, 2004).

Pour un processus aléatoire, v varie linéairement avec l'augmentation de m , sans atteindre une valeur de saturation, tandis que pour les processus déterministe, la valeur de l'exposant de corrélation v sature et devient indépendant de m pour augmenter la dimension intégrée. La valeur de saturation d_c est défini comme étant la dimension de corrélation de l'attracteur de la série chronologique.

- Si la dimension de corrélation d_c conduit à une valeur de nombre entier fini, les dynamiques sous-jacentes du système est considérées comme étant dominé par un fort déterminisme périodique.
- Si la valeur de la dimension de corrélation d_c est fractal, et généralement de petite taille, puis les systèmes est pensé pour être dominée par une dynamique chaotique déterministe faible dimension régies par les propriétés géométriques et dynamiques d'un attracteur.

L'application de l'Algorithme de Grassberger-Procaccia aux données des séries chronologiques des trois processus de test est résumée par les figures I.32, I.33, I.34, I.35, I.36 et I.37.

Pour les deux premiers processus, le comportement asymptotique de la fonction intégrale de corrélation montre une stabilisation de la dimension de corrélation en fonction de la dimension de plongement, ce qui confirme leur chaocité. Pour le processus stochastique, on ne constate aucune stabilisation de la dimension de corrélation.

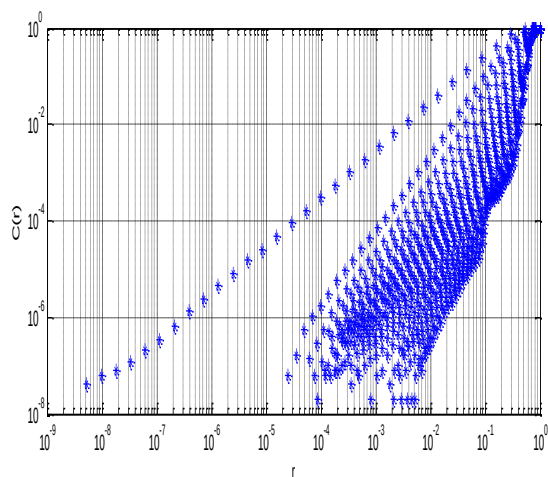


Fig. I.32Présentation log-log des Intégrales de corrélation de la série de Lorenz.

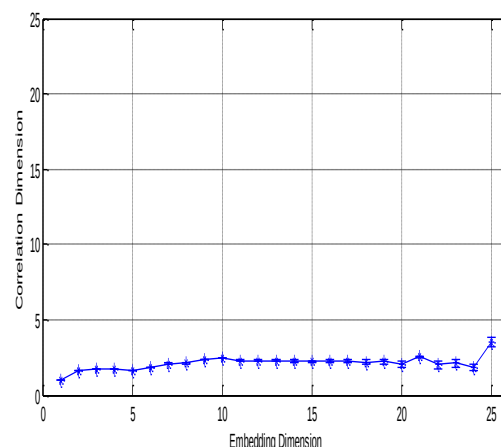


Fig. I.33Dimension de Corrélation fonction de la Dimension de plongement de série de Lorenz.

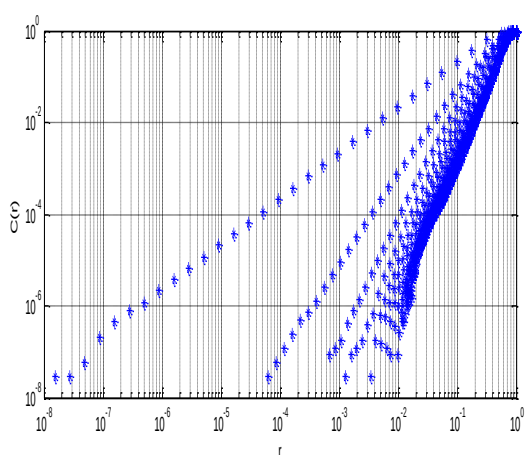


Fig. I.34Présentation log-log des Intégrales de corrélation de la série de Van Der Pol.

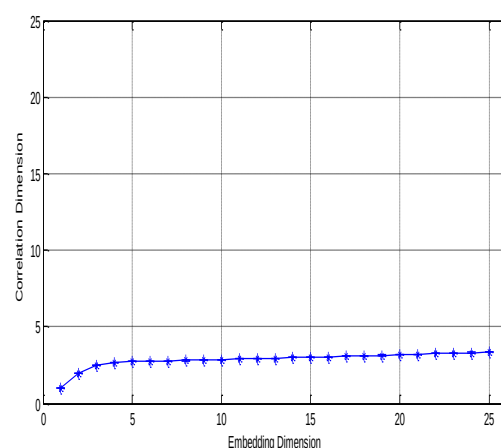


Fig. I.35Dimension de Corrélation fonction de la Dimension de plongement de série de Van Der Pol.

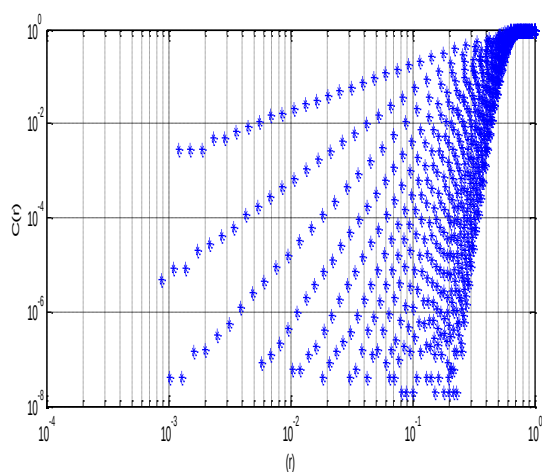


Fig. I.36Présentation log-log des Intégrales de corrélation de la série du processus stochastique.

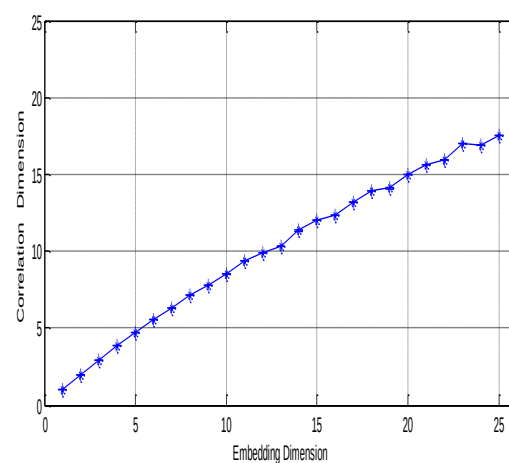


Fig. I.37 Dimension de Corrélation fonction de la Dimension de plongement de série du processus stochastique.



CHAPITRE II

Analyse chaotique des séries hydrologiques (pluies et débits)

II.1 Introduction

Dans ce chapitre on s'intéresse à l'étude des données Hydrologiques de l'Algérie septentrionale à l'aide d'outils d'analyse issus de la dynamique non-linéaire des systèmes complexes. Dans ce secteur, on dispose de nombreuses séries journalières pluviométriques et hydrométriques qui motivent le projet.

Le chapitre est composé de deux parties : la première partie consiste à une présentation générale de la région d'étude ; la deuxième partie est consacrée à l'analyse chaotique des séries Hydrologiques (Pluies et Débits) afin de détecter la présence du chaos en utilisant la reconstruction de l'espace de phase à l'aide du théorème de Taknes, et des deux fonctions : autocorrélation et information mutuelle pour déterminer le temps de retard τ . Pour la dimension de plongement m optimale, l'Algorithme des plus proches faux voisins qui s'avère efficace a été appliqué ainsi que celui de la méthode de Cao. Nous avons également calculé les Exposants de Lyapunov qui permettent de quantifier la stabilité ou l'instabilité des systèmes et ceci à l'aide de trois Algorithmes différents. L'attracteur des systèmes chaotiques déterministes peut présenter un type inhabituel d'auto-similarité et montrer une structure à toutes les échelles. A ce titre, nous avons calculé la dimension de corrélation en utilisant l'Algorithme de Grassberger-Procaccia.

II.2 Présentation de la région d'étude

II.2.1 Situation géographique

- L'Algérie septentrionale présente une superficie de 150 000 km² environ, elle est limitée au nord par la mer méditerranée et au sud par l'Atlas saharien.
- Il s'agit d'un pays de montagnes basses et moyennes, de hautes plaines et de plateaux (Fig. II.1 et fig. II.2).



Fig. II.1 Région d'étude (Google Earth).

- La partie côtière est occupée par des plaines basses et petites et d'anciens massifs cristallins très démembré. En limite sud se trouve le système montagneux de l'Atlas-Tellien, dont certains sommets atteignent ou dépassent 2000m d'altitude, ces montagnes sont coupées de gorges profondes ou s'intercalent d'importantes cuvettes.
- Plus ou sud, s'étend la région des hautes-plateaux atteignant 800 à 1200m d'altitude. dans les parties les plus basses de ces derniers, généralement les parties centrales, s'encastrent les Chotts. Au sud, les hauts-plateaux sont encadrés par les chaines de l'Atlas Saharien et par le massif des Aurès, dont certains sommets dépassent 2300m d'altitude.
- Du point de vue géologique (Fig. II.3), les dépôts du tertiaire et du crétacé dominent, mais on peut trouver aussi des dépôts jurassiques, paléozoïques et quaternaires. Dans les calcaires du jurassique, les Karsts sont très répandus.

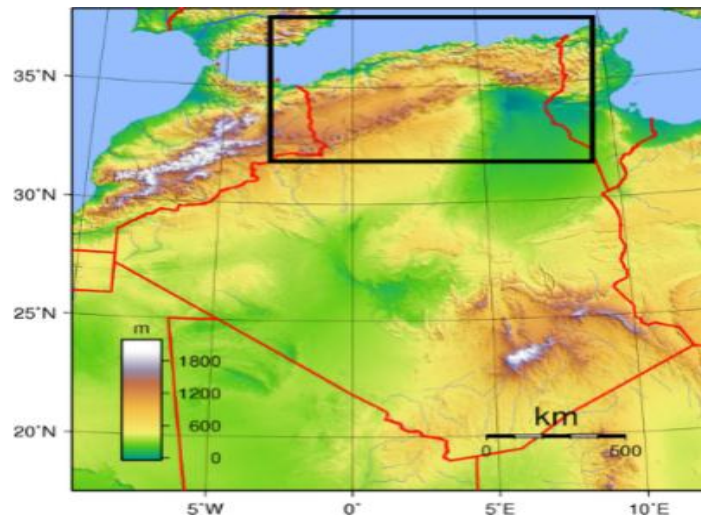


Fig. II.2 Carte Topographie de la région d'étude.

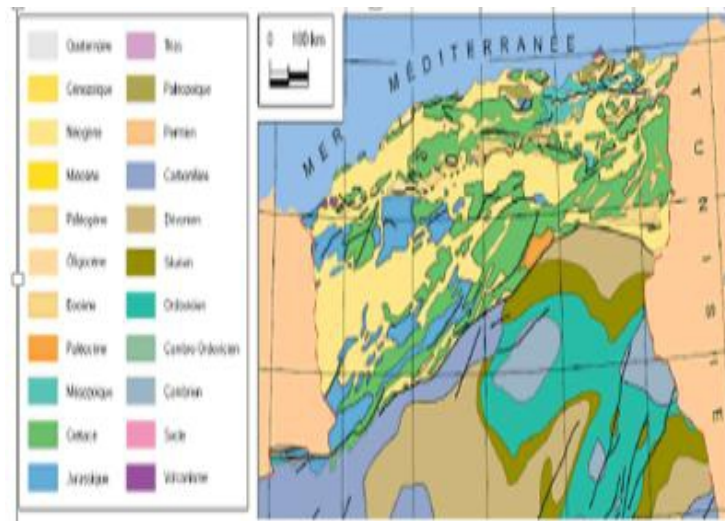


Fig. II.3 Carte géologique de la région d'étude.

➤ L'altitude et l'orientation des chaînes montagneuses vis-à-vis des vents dominants. Eloignement de la mer et la nature de la couverture des sols ont une grande influence sur les précipitations et leur répartition spatiale (Kaboya, 1990).

II.2.2 Climatologie de la région d'étude

Le climat de l'Algérie septentrionale est subtropical méditerranéenne, se caractérisant par un été très chaude et sec et un hiver relativement chaud et pluvieux. Dans les hauts-plateaux le climat est plus sec et plus continental. Le facteur prédominant dans la formation de l'écoulement des cours d'eau est évidemment la précipitation, qui est très irrégulière dans l'année.

➤ Les températures annuelles de l'aire sont de l'ordre de 18°C dans les régions côtières et de 14°C plus au sud ;

➤ les précipitations annuelles en Algérie septentrionale varient très fortement d'une région à l'autre (Fig. II.4). Elles s'échelonnent de 1600 à 1900mm sur les cimes des montagnes de grande et petite Kabylie et jusqu'à 200mm dans les régions intérieures du pays (Fig. II.5) ; en hiver, une partie de ces précipitations tombe sous forme de neige ;

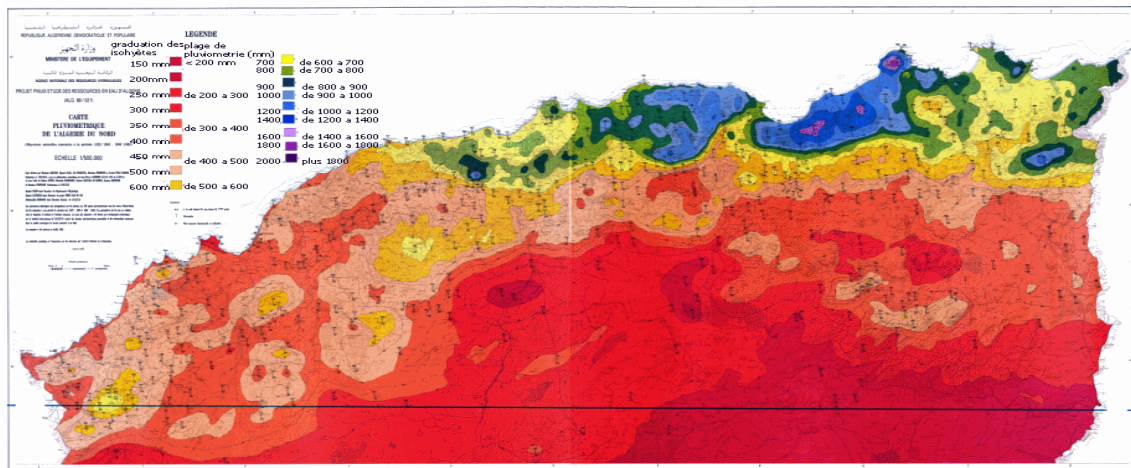


Fig. II.4 Carte des précipitations moyennes annuelles d'Algérie du Nord(A.N.R.H).

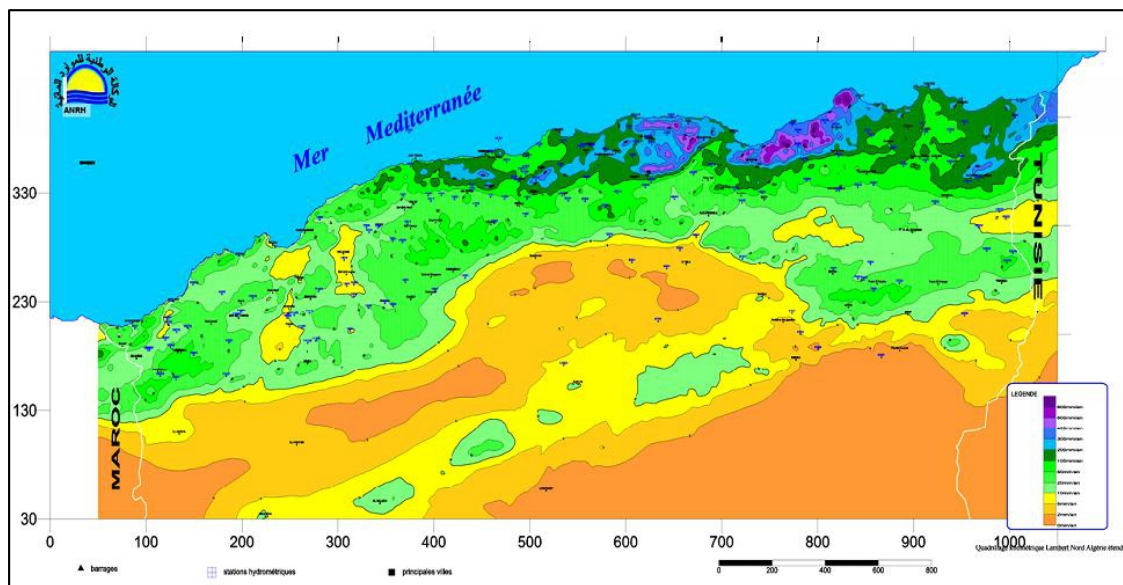


Fig. II.5 Carte des écoulements moyens annuels de l'Algérie du Nord (ANRH).

II.2.3 Hydrographie

- Le réseau hydrographique de l'Algérie septentrionale se compose des cours d'eau des bassins tributaires de la méditerranée et des oueds des bassins endoreiques(fig. II.6) ;
- La terminologie d'oued ne définit pas du tout la vallée, mais le cours d'eau lui-même,ce qui permet de parler de lits d'oueds,de débits d'oueds....etc (Kaboya, 1990).
- d'une manière générale, les bassins versants de l'Algérie septentrionale sont plus ou moins imperméables (A.N.R.H, 1993). Ce qui donne sur le plan des régimes hydrologiques :
 - a)- une extrême irrégularité saisonnière et interannuelle des écoulements qui est accentuée par de longues périodes de sécheresse ;
 - b)- des crues violentes et rapides ;
 - c)- une érosion intense et des transports solides importants (Kadi, 1997).

L'Algérie septentrionale se divise en deux régions hydrographiques (fig. II.7) : les bassins versant dont les cours d'eau se jettent en mer méditerranée (superficie 130 000 Km²) et les bassins endoreiques (superficie 20 000 Km²).

Pour les bassins versants moyens, la lame écoulée s'étale de 5 à 350 mm environ. En été, la plupart des cours d'eau sont à sec épanchant les cours d'eau qui drainent les régions Karstiques, ou les bassins versants possédant des particularités géologiques et hydrologiques favorisant leur alimentation continue en eaux souterraines et qui ne tarissent pas, même en été.

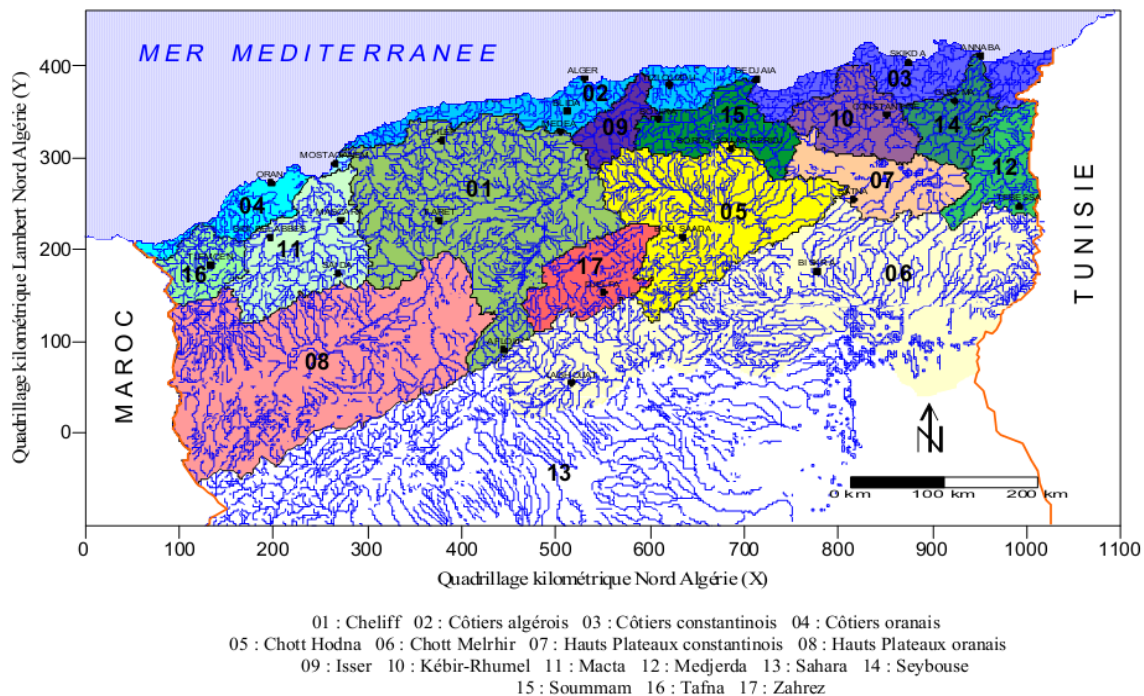


Fig. II.6 Réseaux hydrographiques de l'Algérie du Nord. (Taouti M. B., 2012)

➤ Pour les oueds, l'écoulement ne s'observe qu'après d'abondantes chutes de pluie, les crues s'écoulent très rapidement, très souvent en l'espace de quelques heures, et se caractérisent par une grande vitesse de montée de l'hydrogramme. Pendant la majeure partie de l'année les lits des oueds sont à sec ou sont démembrés en multiples bras (Kaboya, 1990).

II.2.4 Présentation des données

Les données hydrométriques et pluviométriques étudiées sont issues de la banque de données de l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques (A.N.R.H.), organisme responsable du réseau hydro-pluviométrique en Algérie. Les données de base exploitées sont le débit moyen journalier et le total journalier de pluie, la période d'observation au minimum est 5 ans de mesure.

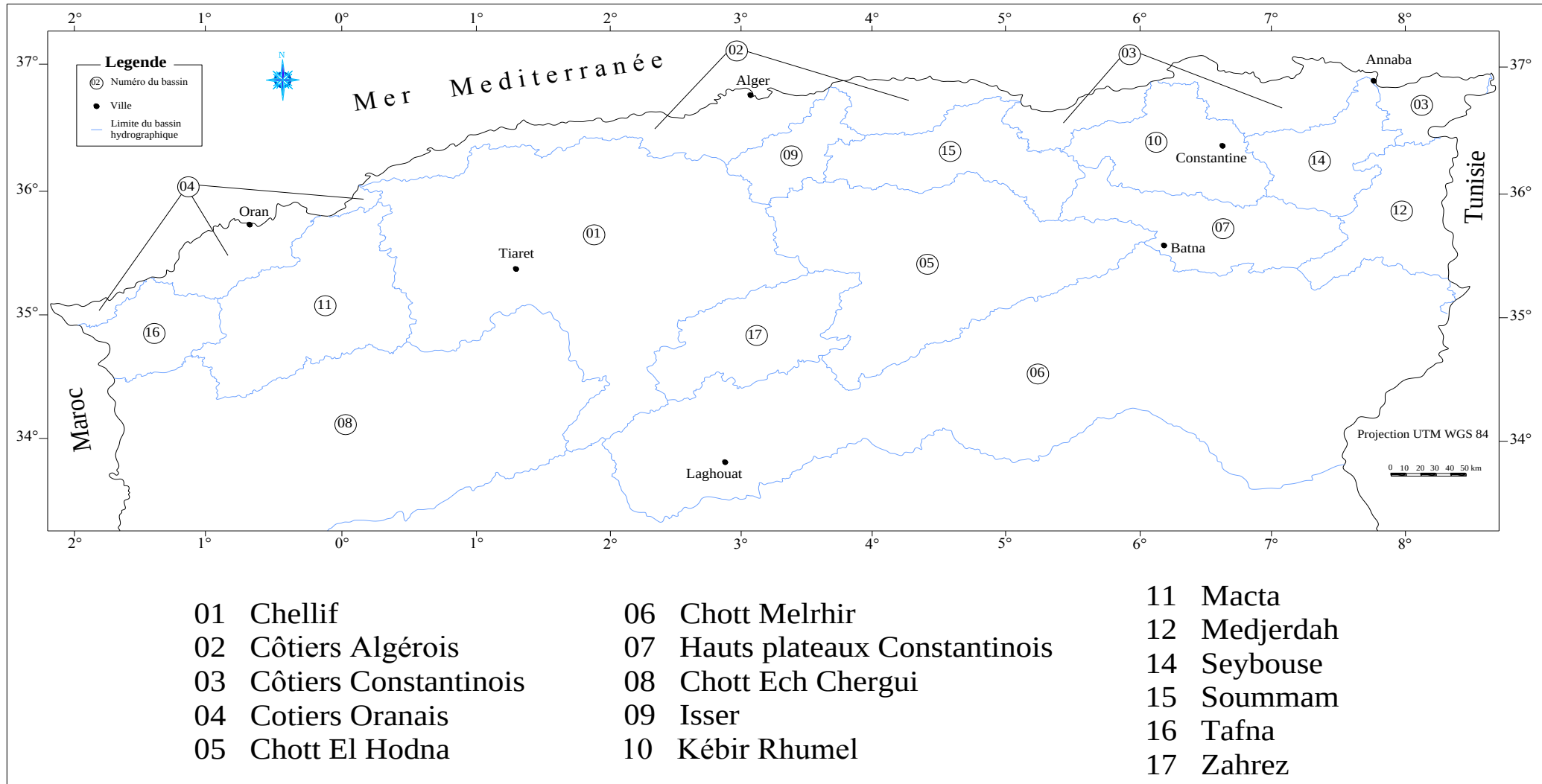


Fig. II.7 Les bassins hydrographiques de l'Algérie septentrionale, (les chiffres représentent les bassins et leurs noms géographiques)
(Taouti M. B., 2012).

II.2.4.1 Stations pluviométriques

On a étudiées données de pluies de 8 stations pluviométriques. Les tableaux suivants regroupent les principales caractéristiques de ces stations et la période d'observation :

Tableau II.1 Caractéristiques des stations pluviométriques sélectionnées.

Bassins hydrographiques	Stations	Codes	Coordonnées Lambert (km)		Altitude (m)
			Longitude	Latitude	
Isser	Tablat	090203	554.75	345.80	450
Côtiers Oranais	Aoubellil	040201	163.95	210.55	610
	Ain Te mouchent	040205	153.50	227.00	350
Soummam	Bouira	150208	616.00	337.25	520
Macta	Ras El Ma	110102	177.75	138.85	1097
	El Hacaiba	110203	183.50	161.65	950
Tafna	Sidi Gourari	160608	152.25	172.95	976
	Sidi Herriz	160609	161.10	199.15	524

Tableau II.2 Périodes d'observations des stations pluviométriques sélectionnées.

Stations	Code A.N.R.H	Période d'observation		Nombre de données (jours)
		Début	Fin	
Tablat	090203	01 septembre1976	31 aout 1980	1826
Aoubellil	040201	01 septembre1990	31 aout 1998	3287
Ain TemoucheEra	040205	01 septembre1990	31 aout 1998	3287
Ras El Ma	110102	01 septembre1997	31 aout 2004	2921
El Hacaiba	110203	01 septembre1977	31 aout 1985	3287
Bouira	150208	01 septembre1980	31 aout 1989	3652
Sidi Gourari	160608	01 septembre1999	31 aout 2004	2161
Sidi Herriz	160609	01 septembre1999	31 aout 2004	2039

Il est indispensable de voir visuellement la répartition temporelle des séries de pluies et de débits à étudier. Nous présentons les chroniques de pluies enregistrées au niveau de quelques stations (fig. II.8, II.9, II.10 et II.11).

II.2.4.2. Stations hydrométriques

On a sélectionné les données de débits de 21 stations hydrométriques, les deux tableaux ci-dessous regroupent les principales caractéristiques de ces stations et leur période d'observation.

Visuellement, la répartition temporelle des séries de débits est fortement irrégulière, à titre d'exemple, les figures II.12, II.13, II.14 et II.15 des stations respectivement d'Amont des gorges, Attatba, Boubhir et Ain Zaouïa illustrent cette irrégularité.

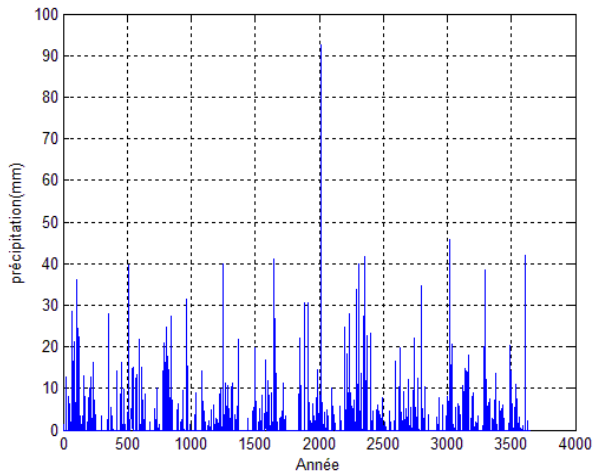


Fig. II.8 Précipitation journalière : Station de Bouira(150208) (septembre 1980-Aout 1989).

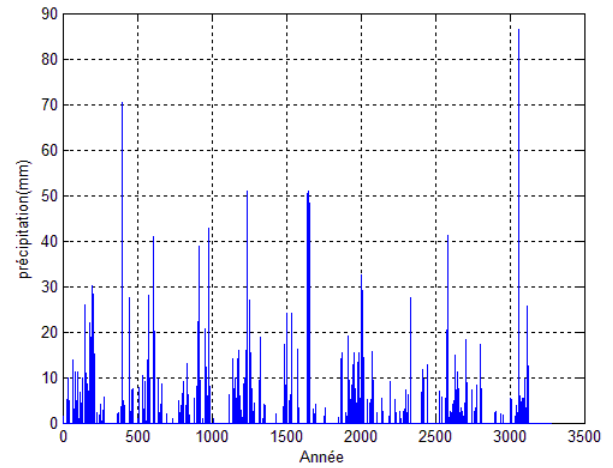


Fig. II.9 Précipitation journalière : Station de Aoubellil(040201) (septembre 1990-Aout 1998).

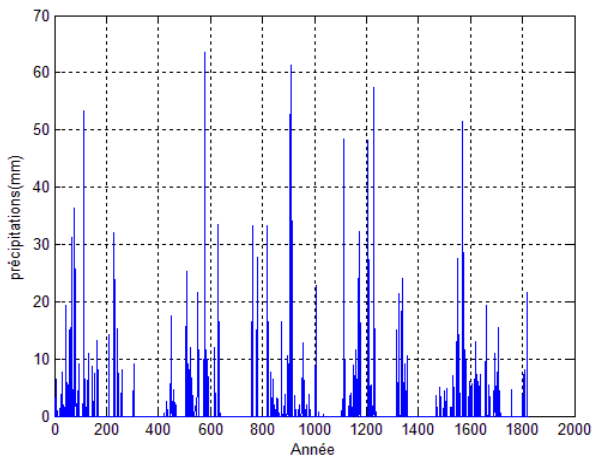


Fig. II.10 Précipitation journalière : Station de Tablat(090203) (septembre 1976-Aout 1980).

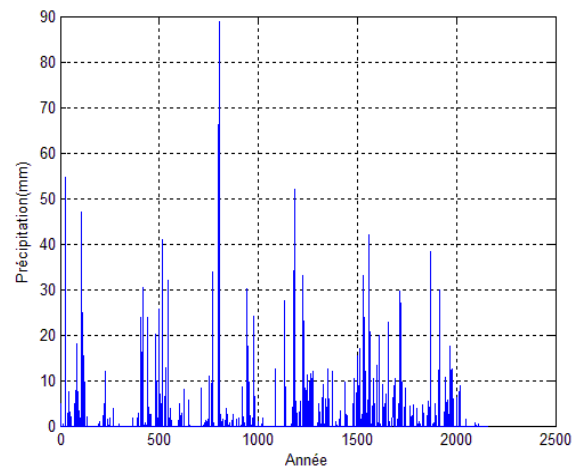


Fig. II.11 Précipitation journalière : Station de Sidi Gourari (160608) (septembre 1999-Aout 2004).

Tableau II.3 Caractéristiques des stations hydrométriques sélectionnées

Bassins hydrographiques	Stations	Codes	Coordonnées Lambert (km)		Altitude (m)
			Longitude	Latitude	
Côtiers Algérois	Sidi Akkacha	020207	375,75	354,30	5
	RN 24 Azeffoun	020808	647,00	400,00	60
	Baghlia	022001	604,00	390,00	30
	Amont des gorges	021126	506.15	342.3	290
	Attatba	021011	498,6	362,85	40
	Rocher des Pigeons	021301	532,05	354,05	146
	Freha	021605	642,95	383	130
	Belloua	021803	623,3	381,2	90
	Ain Zaouïa	021905	607.10	363.50	
	Boubhir	021513	645.6	382.6	140
	Barraki	021418	535	376,3	20
	Bordj Ghobrini	020301	-----	-----	-----
		020331	-----	-----	-----
Côtiers Oranais	Turgot Nord	040220	148,50	243,15	25
Macta	El Hacaiba	110101	183,70	161,35	950
	Sidi Ali Ben Youb	110201	186,55	192,20	635
Soummam	El Asnam	150204	620,40	335,50	435
Tafna	Sidi Aissa	160614	156,75	199,80	473
Isser	La Traille	090408	559.15	343.00	370
	La Khdaria	090501	579.30	370.00	50
Seybouse	Mdjej Amar	140201	-----	-----	-----

Tableau II.4 Données et périodes d'observations des stations pluviométriques sélectionnées.

Stations	Code A.N.R.H	Période d'observation		Nombre de données (jours)
		Début	Fin	
Sidi Akkacha	020207	01 septembre 1994	31 août 1999	1826
RN 24 Azeffoun	020808	01 septembre 1980	31 août 1989	2556
Baghlia	022001	01 septembre 1992	31 août 1999	3287
Turgot Nord	040220	01 septembre 1998	31 août 2005	2557
El Hacaiba	110101	01 septembre 1965	31 août 1974	3287
Sidi Ali Ben Youb	110201	01 septembre 1970	31 août 1976	2192
Attatba	021011	01 septembre 1989	31 août 1997	2922
Rocher des Pigeons	021301	01 septembre 1990	31 août 2005	3288
El Asnam	150204	01 septembre 1967	31 août 1976	3288
Sidi Aissa	160614	01 septembre 1990	31 août 1999	2833
Ain zaouïa	021905	01 septembre 1987	31 août 1997	3653
Amont des gorges	021126	01 septembre 1992	31 août 2004	2192
La Traille	090408	01 septembre 1976	31 août 1984	3285
La Khdaria	090501	01 septembre 1971	31 août 1978	2922
Freha	021605	01 septembre 1986	31 août 1993	2557
Belloua	021803	01 septembre 1987	31 août 1995	2922
	020331	01 septembre 1998	31 août 2003	1824
Boubhir	021513	01 septembre 1993	31 août 2002	3287
Barraki	021418	01 septembre 1994	31 août 2003	3287
Bordj Ghobrini	020301			
Mdjej Amar	140201			

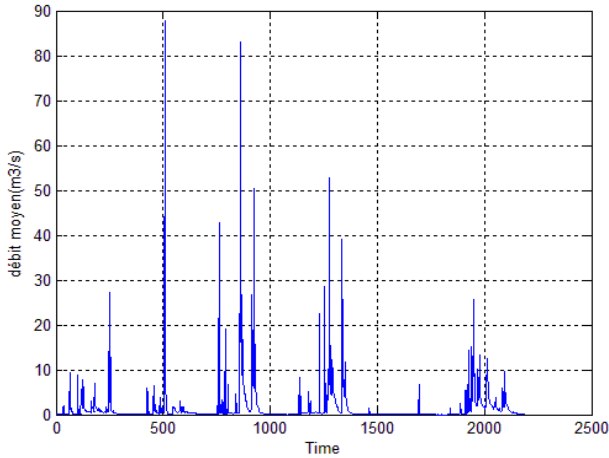


Fig. II.12 Débit moyen journalier : Station Amont des gorges(021126) (Septembre 1992-Aout 2004).

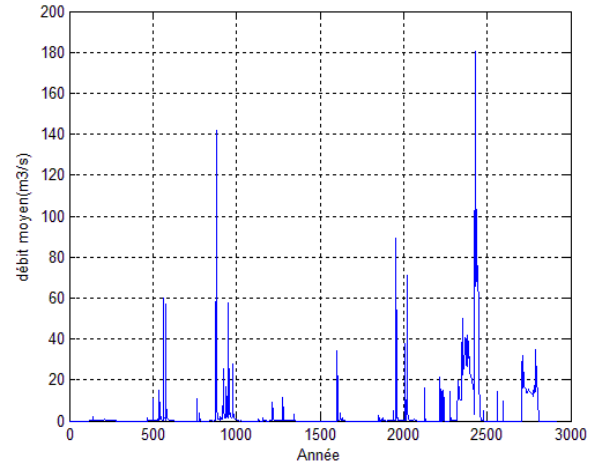


Fig. II.13 Débit moyen journalier : Station Attatba(021011) (Septembre 1989-Aout 1997).

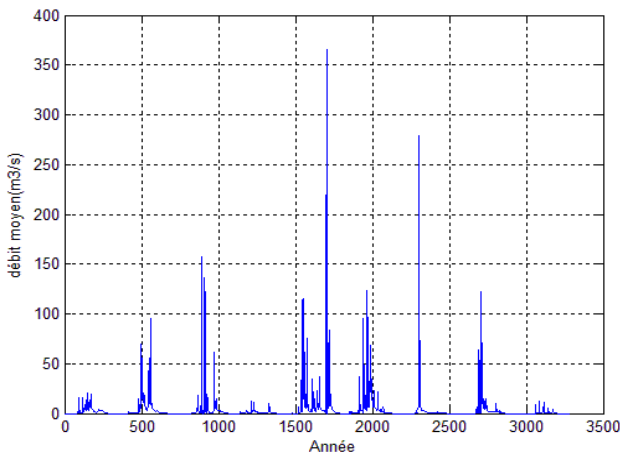


Fig. II.14 Débit moyen journalier : Station Boubhir(021513) (septembre 1993-Aout 2002).

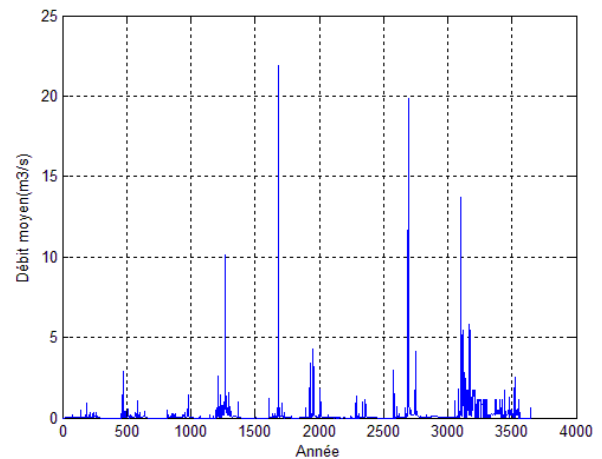


Fig. II.15 Débit moyen journalier : Station Ain Zaouïa(021905) (septembre 1987-Aout 1997).

II.3 Reconstruction de l'espace des phases

L'espace de phase est un outil utile pour représenter l'évolution d'un système dans le temps. Il s'agit essentiellement d'un graphe ou d'un schéma dont les coordonnées représentent les variables nécessaires pour décrire complètement l'état du système à tout moment (Chettih et al, 2015).

La logique de la reconstruction découle du théorème de Takens (1981). Le problème posé par cet auteur est la reconstruction de la dynamique d'un système inconnu à partir de la seule information contenue dans son signal. La solution consiste à plonger l'attracteur de ce signal dans un espace avec une dimension deux fois supérieure à sa dimension.

On reconstruit pour cette fin $(N - m + 1)$ vecteurs à m dimensions, où les m -historiques, dont les composantes sont les valeurs consécutives de la série observée décalée d'un retard τ fixe :

$$X_t = \{x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}\}$$

m est la dimension de plongement : c'est la dimension de l'espace où l'attracteur est reconstruit, τ est le retard optimal. Il est nécessaire de déterminer d'une manière très fiable les paramètres de la reconstruction.

Les espaces de phase à trois dimensions des débits et des pluies pour quelques stations sont représentés par les figures II.16 à II.31 ci-dessous.

Les structures assez bien définies montrent que les portraits de phase à trois dimensions des l'attracteurs reconstruits indiquent à priori la possibilité d'une dynamique déterministe.

III.3.1 Choix du déphasage temporel (délai)

La clé de la reconstruction de l'espace des phases est de sélectionner d'une façon appropriée la dimension de plongement m et le temps de retard τ . Le choix du décalage temporel est lié à la corrélation entre les termes de la série.

Il existe actuellement deux méthodes principales pour estimer le temps de retard exigé par le théorème de plongement d'une série temporelle observée : la Fonction Auto corrélation, et la Fonction Mutuelle d'Information.

- Choisir le premier zéro de la fonction d'autocorrélation ;
- Choisir le premier minimum de la fonction d'information mutuelle de la série.

Nous avons calculé sous Matlab les deux fonctions, à savoir, la fonction Autocorrélation et la fonction Mutuelle d'Information pour toutes les séries Hydrologiques de pluies et de débits. Les résultats obtenus pour les pluies sont présentés par les figures II.32, II.33, II.34, II.35, Les valeurs de la fonction d'autocorrélation et de la fonction mutuelle d'information décroissent au fur et à mesure que le délai augmente.

- Le critère de sélection du décalage temporel τ est obtenu par l'intersection de la fonction autocorrélation avec le zéros.
- Le critère de sélection du délai τ est de prendre le délai qui correspond au premier minimum de la fonction mutuelle d'information.

Globalement, pour les séries hydrométriques le délai calculé par la fonction autocorrélation varie entre 4jours et 132jours matérialisant ainsi la longue dépendance et la longue mémoire du système, alors que la fonction mutuelle d'information donne des valeurs qui varient entre 1jour et 21jours. Pour les séries pluviométriques, le délai calculé par la fonction autocorrélation varie entre 4 et 12jours, et par la fonction mutuelle d'information entre 2 et 7 jours. Ces résultats montrent que le délai calculé par la fonction mutuelle d'information est plus efficace que son alternative linéaire par autocorrélation, car étant plus petit, il permettra une meilleure reconstruction de l'espace de phase.

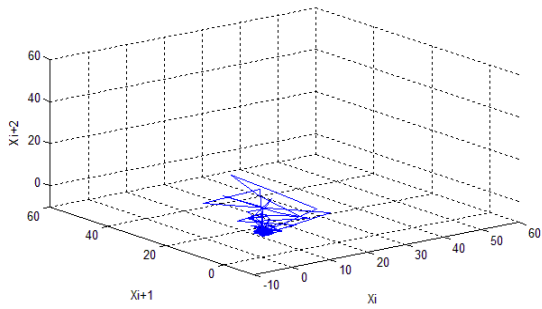


Fig. II.16 -Espace de phase à trois dimensions des débits :Station Ain Zaouïa (021905).

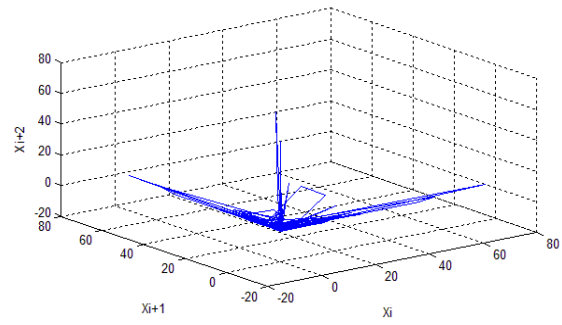


Fig. II.17 -Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Sidi Akacha (020207).

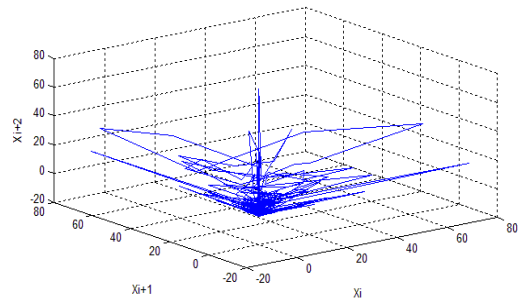


Fig. II.18 -Espace de phase à trois dimensions des débits :Station amont des gorges (021126).

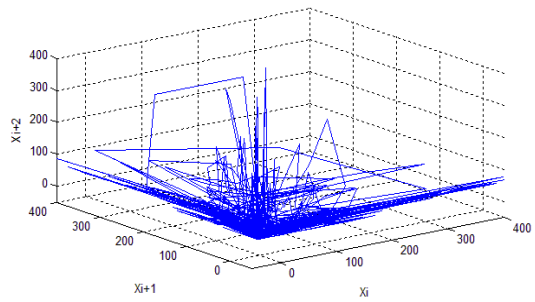


Fig. II.19 -Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Baghlia (022001)

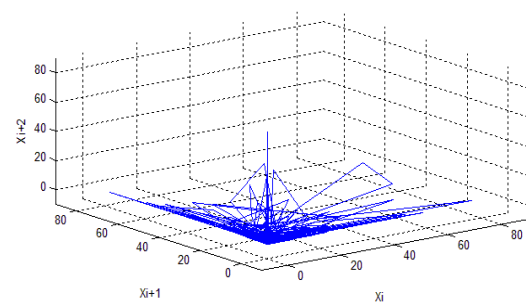


Fig. II.20 -Espace de phase à trois dimensions des débits :Station Freha (021605).

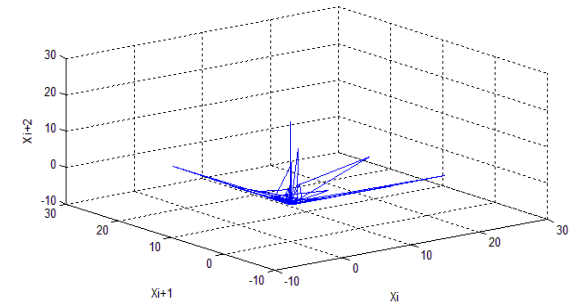


Fig. II.21 -Espace de phase à trois dimensions des débits : Station El Hacaiba (110101).

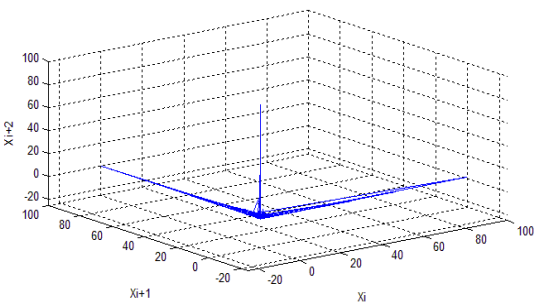


Fig. II.22 - Espace de phase à trois dimensions des débits :Station Turgot Nord (040220).

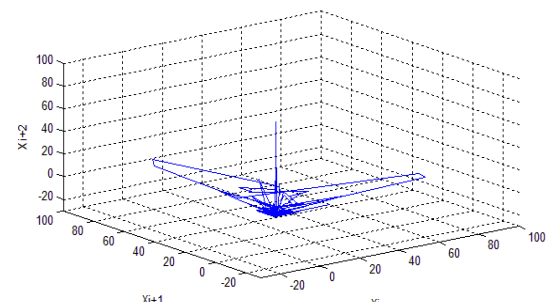


Fig. II.23 -Espace de phase à trois dimensions des débits : Station Sidi Aissa (160614).

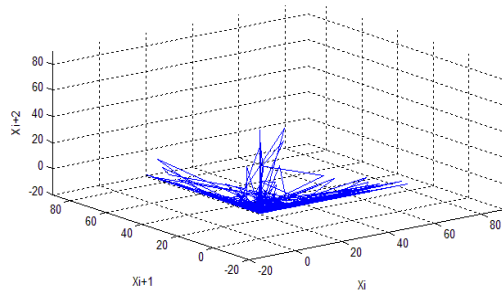


Fig. II.24 - Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Tablat (090203).

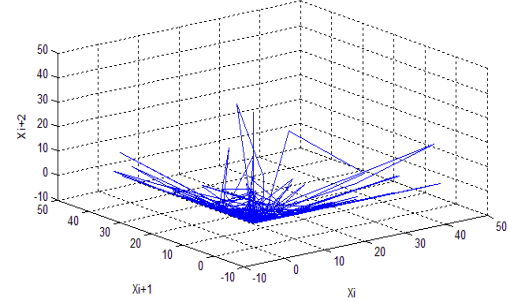


Fig. II.25 -Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Ras el ma (110102).

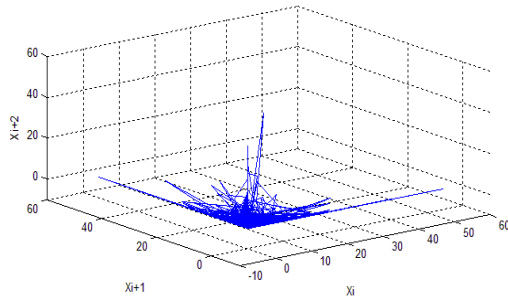


Fig. II.26 - Espace de phase à trois dimensions des pluies : station El Hacaiba (110203).

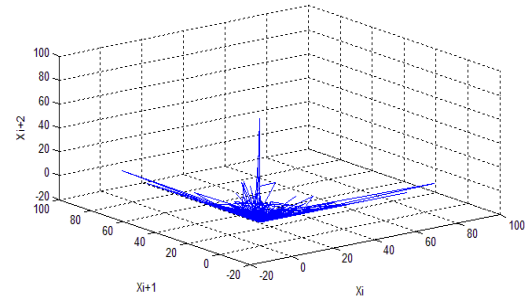


Fig. II.27 -Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Aoubellil (040201).

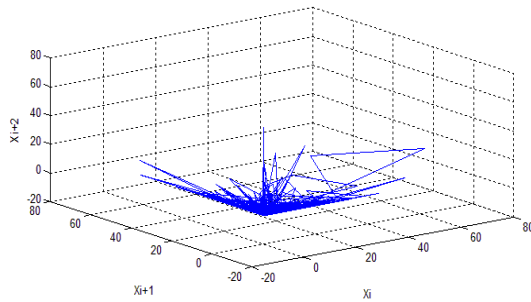


Fig. II.28 - Espace de phase à trois dimensions des pluies : station Ain temouchent Era (040205).

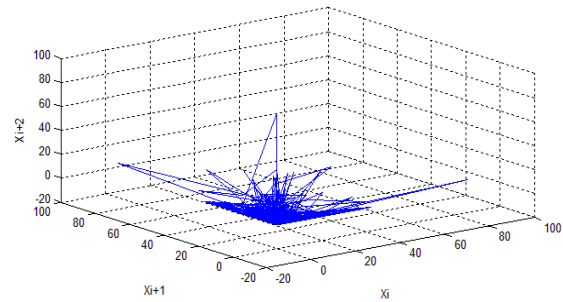


Fig. II.29 -Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Bouira (150208).

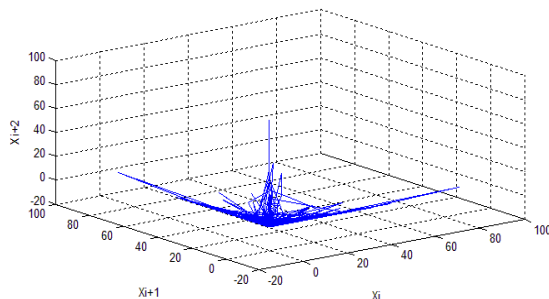


Fig. II.30 - Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Sidi Gourari (160608).

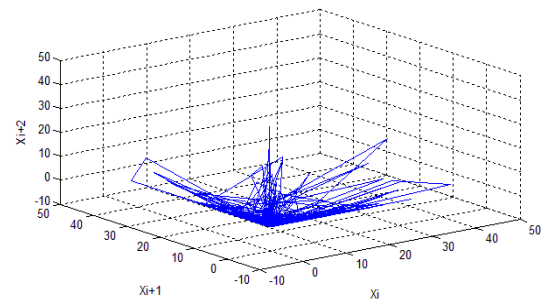


Fig. II.31 -Espace de phase à trois dimensions des pluies : station de Sidi Herriz (160609).

Tableau II.5 Déphasage temporel calculé par la fonction d'autocorrélation et mutuelle d'information pour les stations pluviométriques.

Stations	Code ANRH	Déphasage τ par la fonction d'autocorrélation	Déphasage τ par la fonction mutuelle d'information
Sidi Gourari	160608	4	4
Sidi Herriz	160609	12	5
Bouira	150208	11	2
Ras El Ma	110102	9	6
El Hacaiba	110203	5	4
Ain Temouchent Era	040205	7	6
Aboubeillil	040201	4	3
Tablat	090203	9	7

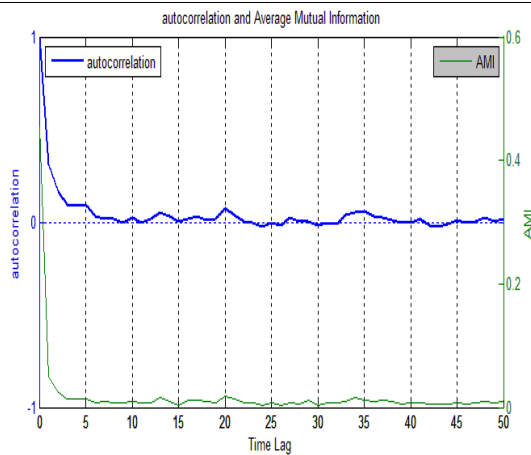


Fig. II.32 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Tablat (090203).

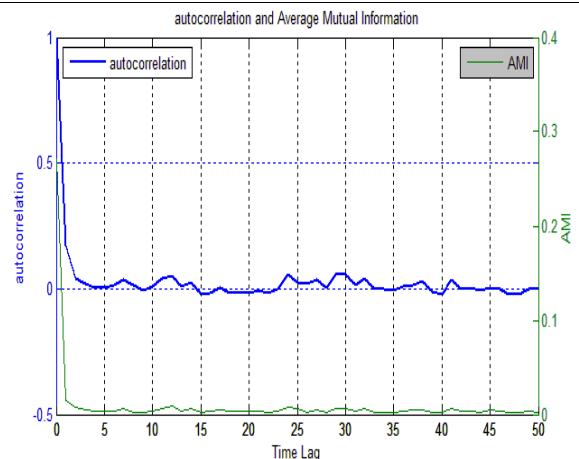


Fig. II.33 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Ras El Ma (110102).

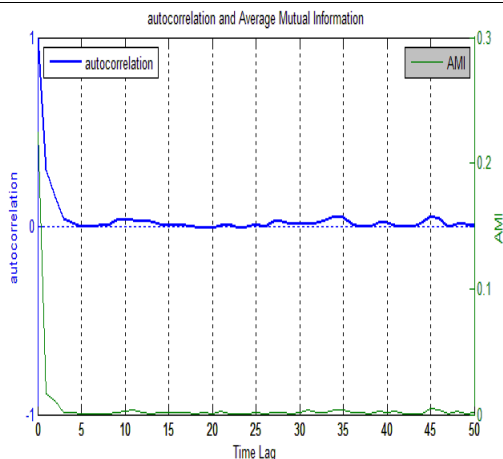


Fig. II.34 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de El Hacaiba (110203).

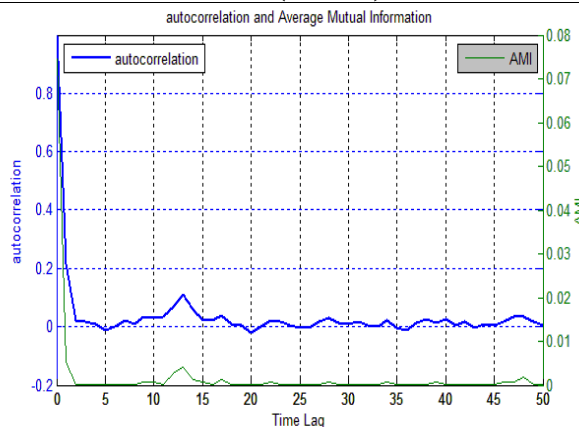


Fig. II.35 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Aoubellil (040201).

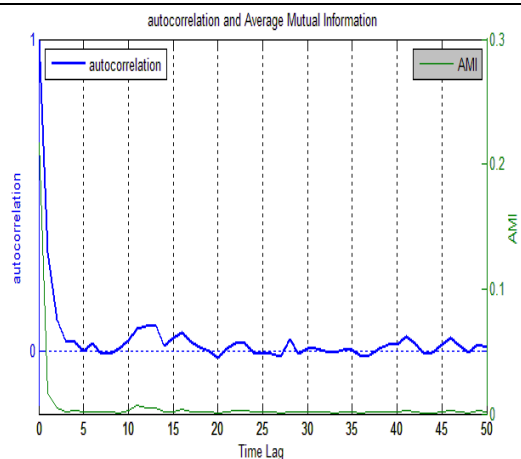


Fig. II.36 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Ain Temouchent Era(040205).

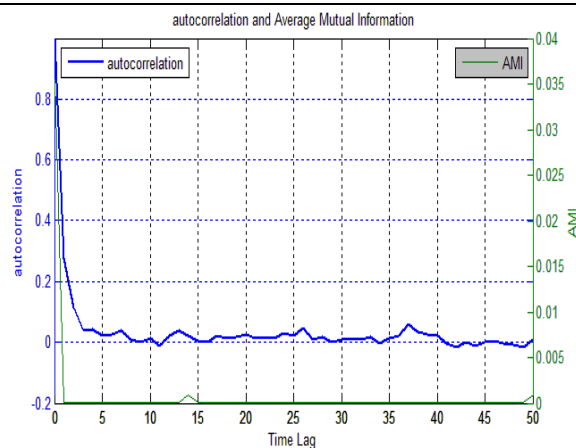


Fig. II.37 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Bouira(150208).

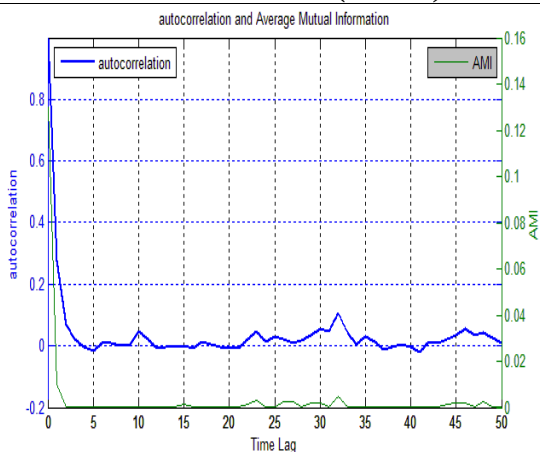


Fig. II.38 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Sidi Gourari(160608).

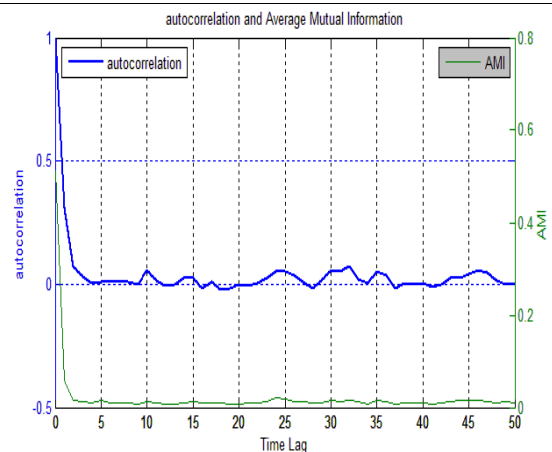


Fig. II.39 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station pluviométrique de Sidi Herriz (160609).

La décroissance rapide de la fonction autocorrélation des pluies suggère une indépendance stochastique ce qui semble supposer l'hypothèse que l'organisation des séries de pluies est due à des corrélations aléatoires. Le tableau II.5 regroupe les différentes valeurs du déphasage temporel τ calculé par les deux fonctions : autocorrélation et mutuelle d'information, pour les données pluviométriques. Les résultats des traitements des données de débits sont illustrés par les figures II.40, II.41, II.42, II.43, II.44, II.45, II.46 et II.47. Nous constatons une décroissance progressive de la fonction autocorrélation, ce qui suppose une longue mémoire du système. On constate également une forte variabilité de la fonction mutuelle d'information, ce qui permet de classer les débits dans la catégorie des systèmes perturbés.

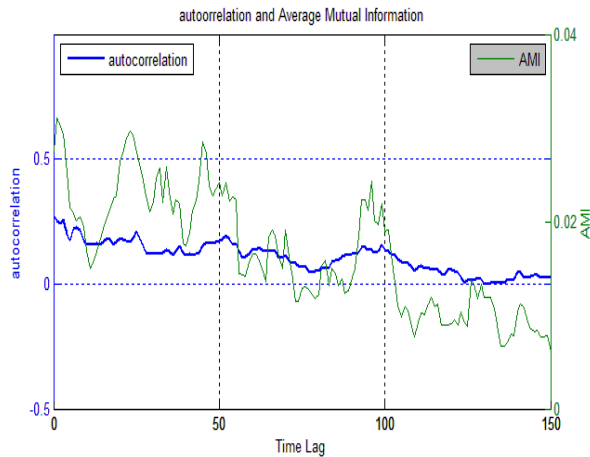


Fig. II.40 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Ain Zaouïa (021905).

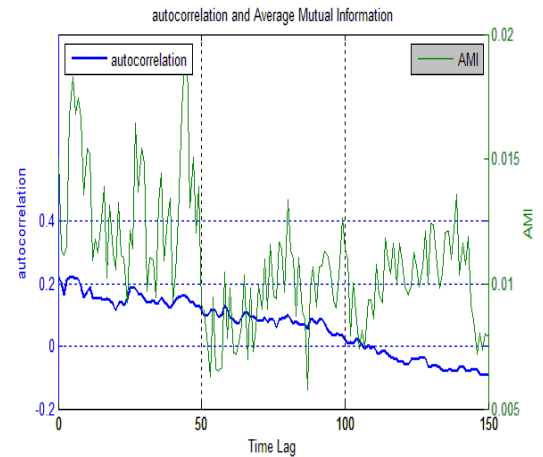


Fig. II.41 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Amont des gorges (021126).

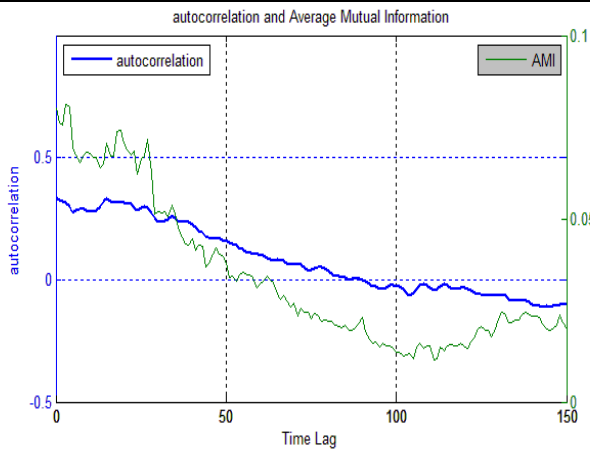


Fig. II.42 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Attatba(021011).

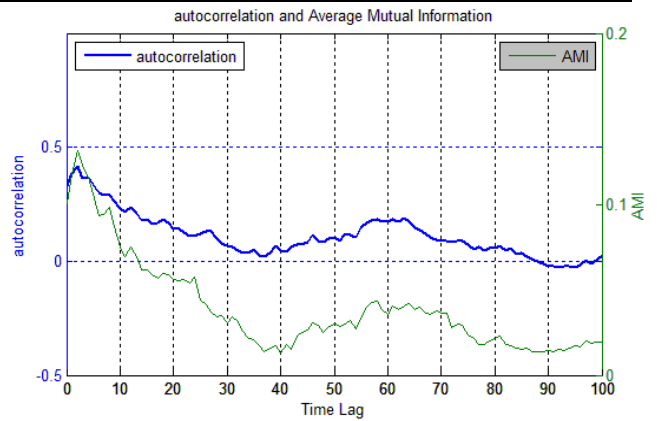


Fig. II.43 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de RN 24 Azeffoun (020808).

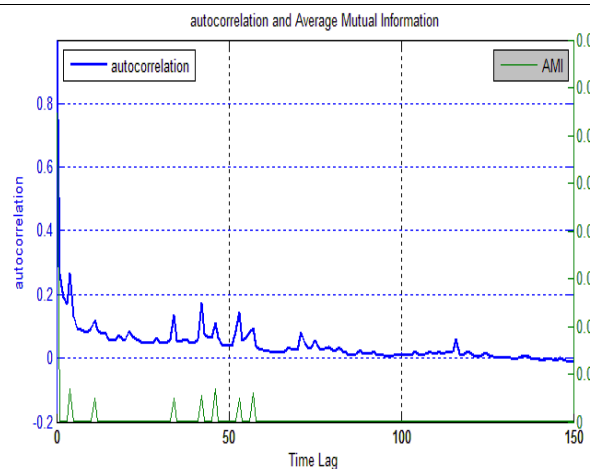


Fig. II.44 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de El Asnam(150204).

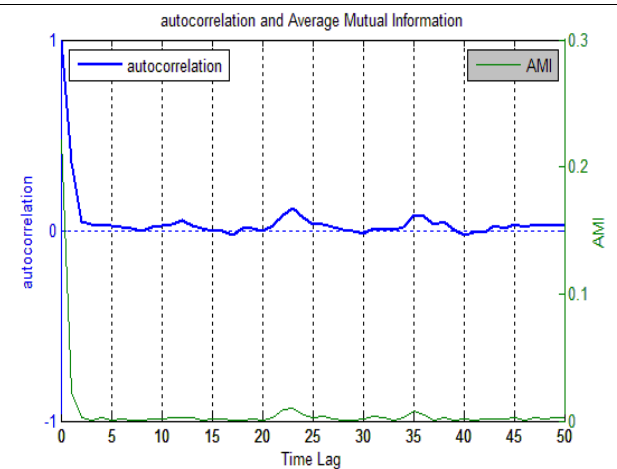


Fig. II.45 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Bordj Ghobrini(020301).

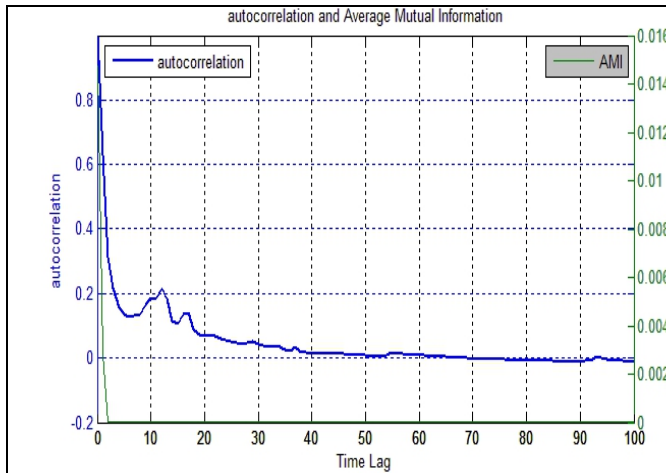


Fig. II.46 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Sidi Aissa (160614).

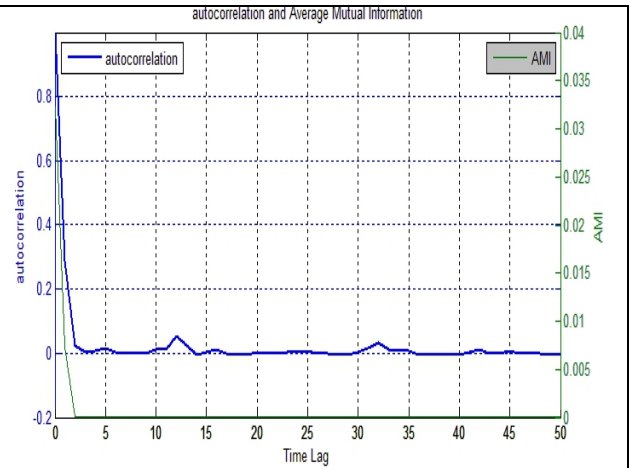


Fig. II.47 Fonction Autocorrélation et Fonction Mutuelle d'Information - Station hydrométrique de Turgot Nord(040220).

Tableau II.6 Déphasage temporel calculé par la fonction d'autocorrélation et mutuelle d'information pour les stations hydrométriques.

Stations	Code ANRH	Déphasage τ par la fonction d'autocorrélation	Déphasage τ par la fonction mutuelle d'information
Sidi Aissa	160614	68	3
El Asnam	150204	31	2
El Hacaiba	110101	4	4
Sidi Ali ben Youb	110201	20	2
Ain zaouïa	021905	131	1
Amont des Georges	021126	106	3
Attatba	021011	90	3
RN 24 Azeffoun	020808	88	1
Barraki	021418	132	12
Boubhir	021513	136	1
Rocher des pigeons	021301	134	1
La traïlle	090408	83	4
LaKhdaria	090501	85	4
Turgot Nord	040220	7	3
Sidi Akkacha	020207	20	3
Freha	021605	66	3
Baghlia	022001	83	21
Belloua	021803	83	6
	020331	97	3
Bordj Ghobrini	020301	8	4
Mdjez Amar	140201	102	4

II.3.2 Choix de la dimension de plongement

II.3.2.1 Méthode des faux voisins

La Dimension de plongement représente le nombre d'axes nécessaires pour représenter l'attracteur. Le choix de cette dimension découle du théorème de Takens (1981), Si $m \geq 2D + 1$ Où D est la dimension inconnue du système sous-jacent, alors le comportement des m-historiques imitera celui du vrai système.

La technique du plus proche voisin introduite par Kennel et al (1992), constitue une bonne méthode pour son estimation.

Le principe de cette technique repose sur le fait que, si m vérifie le théorème de Taknes, alors le voisinage dans l'attracteur reconstitué est semblable à celle de l'évolution temporelle. Le principe de l'algorithme consiste à calculer le nombre de faux voisins pour chaque dimension m , jusqu'à ce qu'on atteigne une valeur où le pourcentage de faux voisin est nul. (Riane, 2004).

*Nous avons appliqué la méthode des plus proches faux voisins pour déterminer la dimension de plongement optimale aux séries de débits et de pluies. Les résultats obtenus pour les séries de pluies sont résumés par les figures II.48, II.49, II.50, II.51, II.52 et II.53. On constate pour les séries de pluies que le pourcentage des faux voisins qui devrait diminuer lorsque la dimension de plongement augmente fluctue, ce qui conforte l'hypothèse que le processus qui génère les séries de pluies est dû uniquement à des corrélations stochastiques.

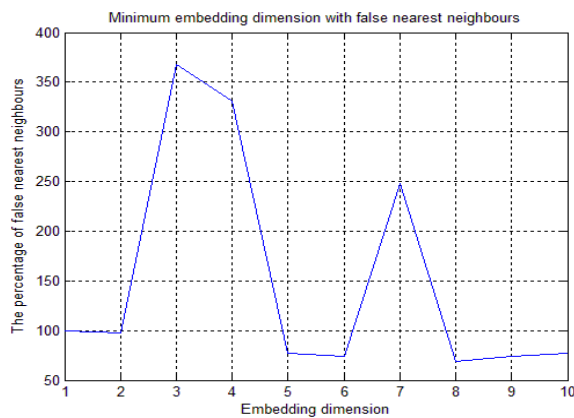


Fig. II.48 -Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Tablat (090203).

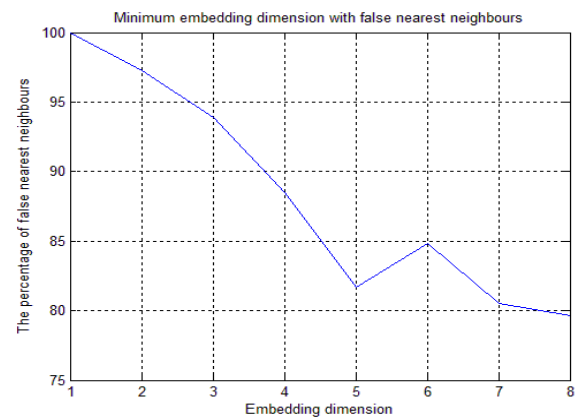


Fig. II.49 - Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station El Hacaiba(110203).

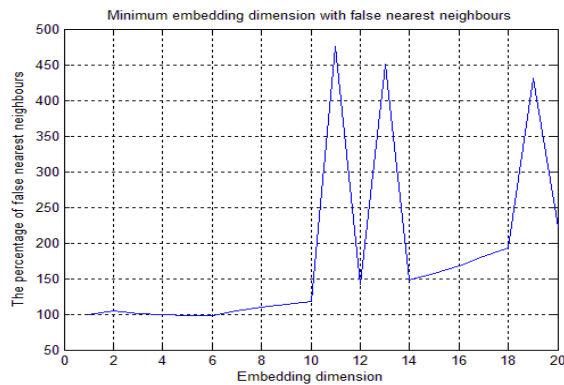


Fig. II.50 -Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Aoubellil(040201).

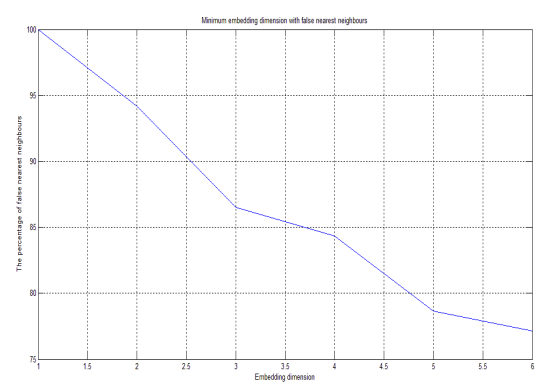


Fig. II.51-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Bouira(150208).

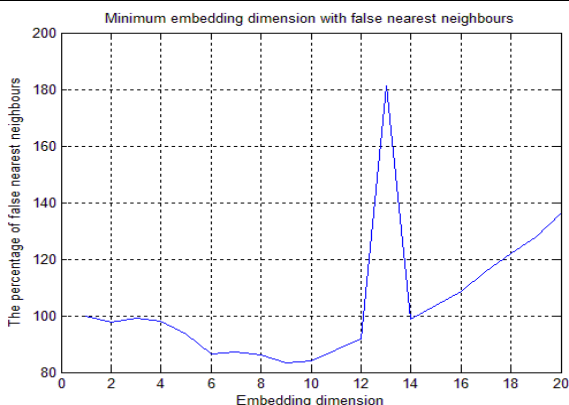


Fig. II.52-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : StationAin Temouchent Era(040205).

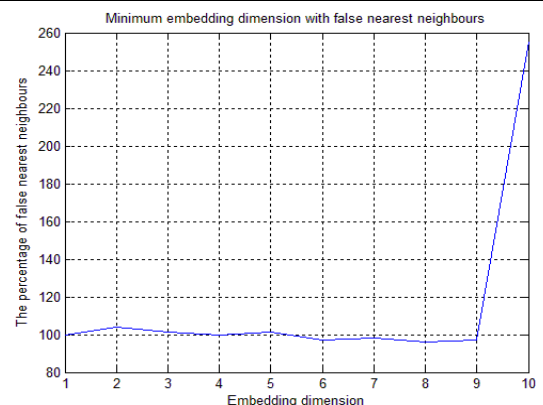


Fig. II.53-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Sidi Herriz(160609).

Tableau II.7 Résultats de la dimension de plongement calculé par Méthode des faux voisins pour les séries pluviométriques.

Stations	Code ANRH	m (FNN)
Sidi Gourari	160608	-----
Sidi Herriz	160609	-----
Bouira	150208	6
Ras El Ma	110102	-----
El Hacaiba	110203	-----
Ain Temouchent	040205	-----
Aoubellil	040201	-----
Tablat	090203	-----

Les résultats obtenus pour les séries de débits sont représentés par les figures II.54, II.55, II.56, II.57, II.58, II.59. Et résumés par le tableau II.8. Les figures montrent des courbes décroissantes typiques des processus chaotiques pour la majeure partie des séries étudiées.

A titre d'exemple, pour les débits de la série de la station de Belloua(021803), le pourcentage des plus proches faux voisins est moins de 20% dans un espace de dimension égal à 4, et la dimension de plongement optimale est à partir de 8.

Globalement, le pourcentage des plus proches faux voisins de toutes les séries hydrométriques varie de 10% à 25%, ces pourcentages sont acceptables pour dévoiler la topologie des attracteurs. Les dimensions de plongement optimales pour l'ensemble des séries hydrométriques traitées varient de 5 à 15.

Tableau II.8 Dimensions de plongement calculées par la Méthode des plus proches faux voisins pour les séries hydrométriques.

Stations	Code ANRH	m (FNN)
Sidi Aissa	160614	-
El Asnam	150204	10
El Hacaiba	110101	-
Sidi Ali ben Youb	110201	-
Ain zaouia	021905	12
Amont des Georges	021126	5
Attatba	021011	7
RN 24 Azeffoun	020808	6
Barraki	021418	6
Boubhir	021513	8
Rocher des pigeons	021301	-
La trailla	090408	14
LaKhdaria	090501	8
Turgo Nord	040220	14
Sidi Akacha	020207	5
Freha	021605	8
Baghlia	022001	15
Belloua	021803	8
	020331	5
Bordj Ghobrini	020301	8
Mdjej Amar	140201	5

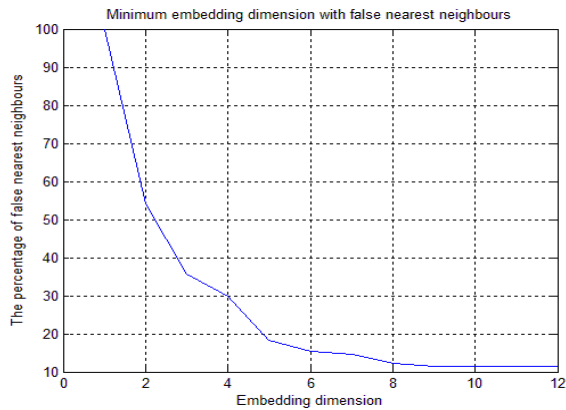


Fig. II.54-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station El Asnam(150204).

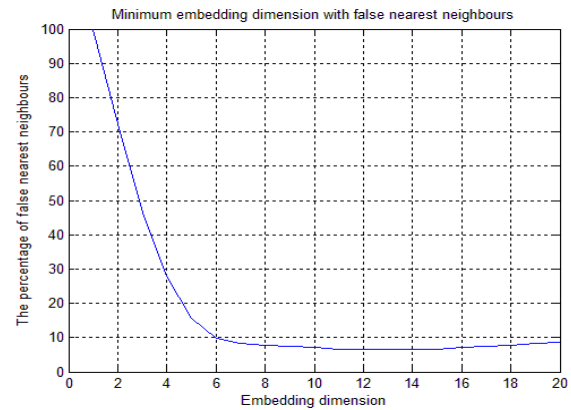


Fig. II.55-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Turgot Nord(040220).

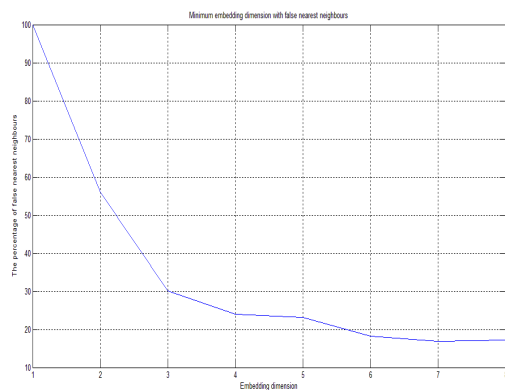


Fig. II.56-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Attatba (021011).

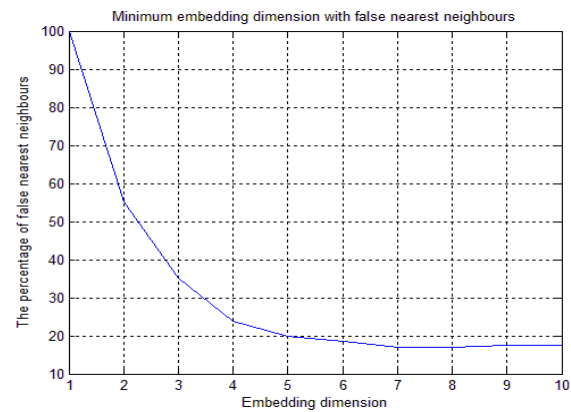


Fig. II.57-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Boubhir(021513).

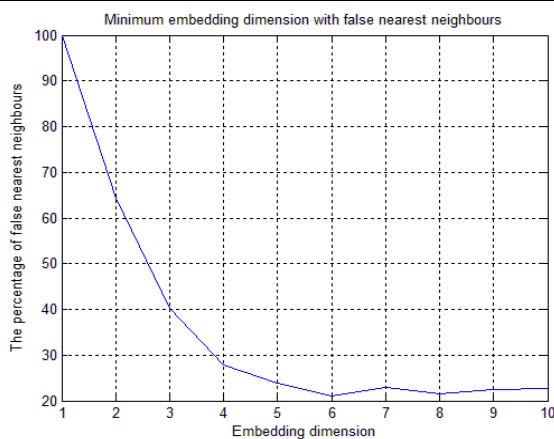


Fig. II.58-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Freha(021605).

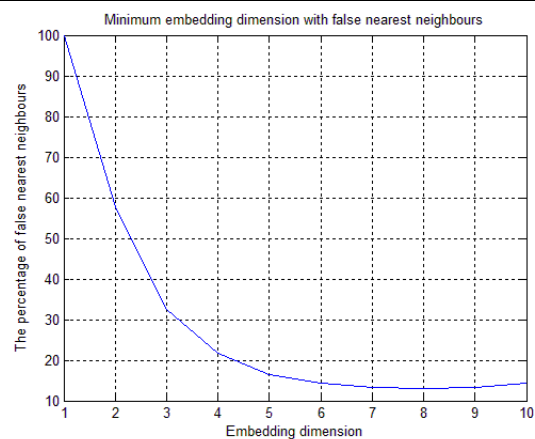


Fig. II.59-Pourcentage des faux voisins en fonction de la dimension m : Station Belloua (021803).

II.3.2.2 Méthode de Cao

L'algorithme du plus proche faux voisin (FNN) a un inconvénient associé au choix subjectif du seuil subjectif afin d'assurer une distinction correcte entre les données chaotiques de faible dimension et le bruit. Pour améliorer cette situation, Cao(1997) a développé un procédé similaire, qui est basé sur l'évaluation de la valeur moyenne de la distance entre le temps de retard des vecteurs « E1 », et sur une autre quantité « E2 », qui vérifie si les valeurs futures sont indépendants des valeurs passées. Si $E2 = 1$ pour toute dimension de plongement alors le signal est un signal stochastique. La méthode E1 et E2 dépend uniquement du temps de retard, et de la dimension de plongement. Lorsque les valeurs de E1 et E2 atteignent la saturation, la dimension correspondante indiquera la dimension optimale à partir de laquelle l'attracteur est dévoilé.

Cao(1997) a montré que la méthode ne dépend pas fortement du nombre de points disponibles, pourvu qu'il n'y ait assez ; elle permet clairement de distinguer entre les signaux déterministes et stochastiques ; et elle fonctionne bien pour les séries chronologiques aux attracteurs de grande dimension. L'application de la méthode de Cao à l'ensemble des séries hydrométriques et pluviométriques à l'aide d'un code en Fortran (Cao, 1997) a permis d'avoir les résultats illustrés par les figures et les deux tableaux ci-dessous.

Pour les séries de pluies (Fig.II.60, II.61, II.62, II.63, II.64, II.65, II.66, et II.67), on constate que les courbes (E2) pratiquement à la saturation suggèrent une dynamique sous-jacente aléatoire. Les valeurs m de la dimension de plongement sont regroupées dans le tableau II.9.

Tableau II.9 Dimensions de plongement calculé par la Méthode de Cao pour les séries pluviométriques

Stations	Code ANRH	m(E1)	m(E2)
Sidi Gourari	160608	3	8
Sidi Herriz	160609	2	4
Bouira	150208	3	1
Ras El Ma	110102	1	3
El Hacaiba	110203	2	2
Ain Temouchent	040205	1	14
Aoubellil	040201	4	5
Tablat	090203	9	5

Pour les séries de débits (Fig.II.68, II.69, II.70, II.71, II.72, II.73, II.74, et II.75), on remarque un comportement légèrement différent de celui des pluies indiquant à priori la possibilité d'une dynamique déterministe. Le tableau II.10 regroupe les valeurs de la dimension de plongement minimale des séries de débits.

-Cette méthode semble très efficace pour déterminer la dimension de plongement minimale d'une série temporelle puisqu'elle ne contient aucun paramètre, excepté le temps de retard τ .

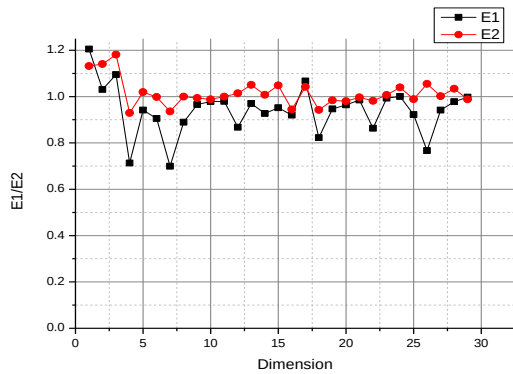


Fig. II.60-Valeurs de $E1$ et de $E2$ de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Tablat (090203).

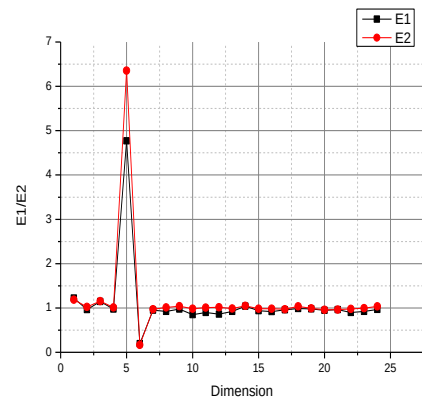


Fig. II.61-Valeurs de $E1$ et de $E2$ de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station EL Hacaiba(110203).

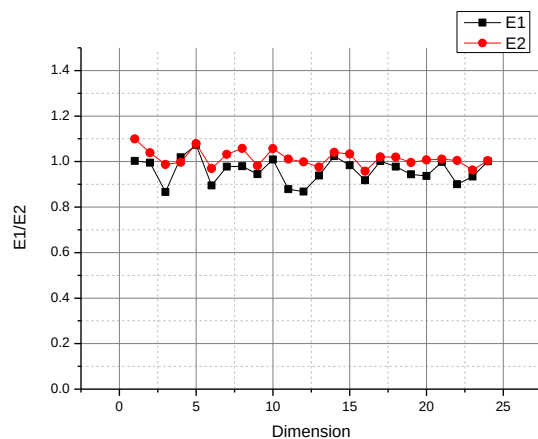


Fig. II.62-Valeurs de $E1$ et de $E2$ de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Ras El ma (110102).

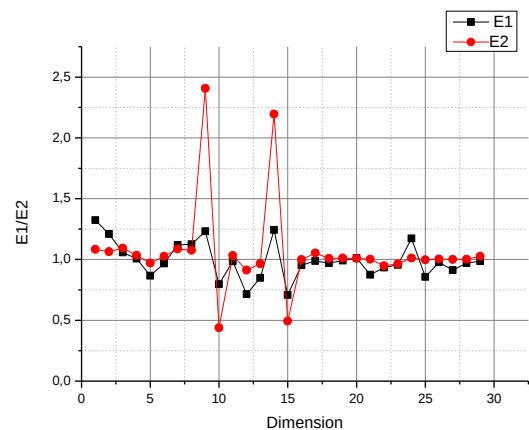


Fig. II.63-Valeurs de $E1$ et de $E2$ de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Aoubellil(040201).

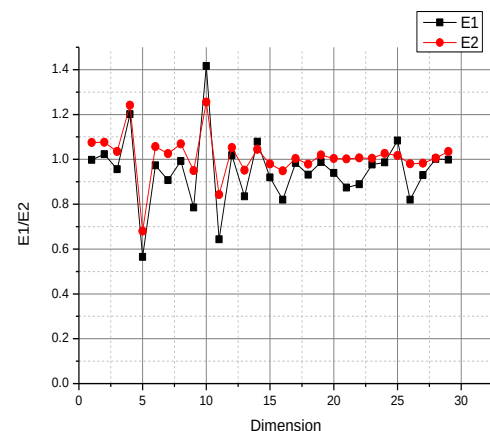


Fig. II.64-Valeurs de $E1$ et de $E2$ de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Ain Temouchent Era(040205).

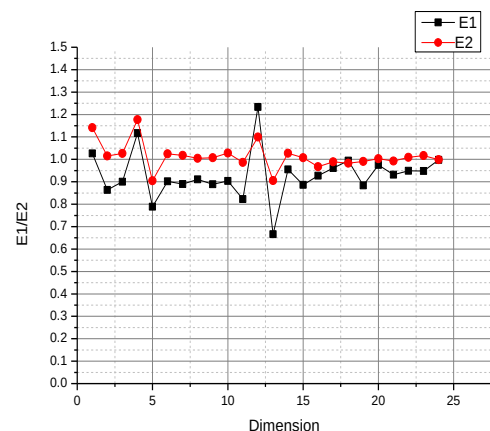


Fig. II.65-Valeurs de $E1$ et de $E2$ de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Bouira(150208).

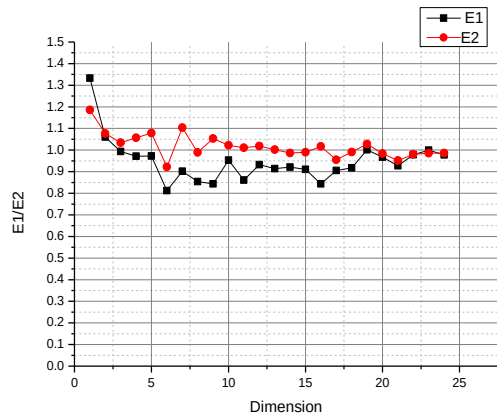


Fig. II.66-Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Sidi Gourari(160608).

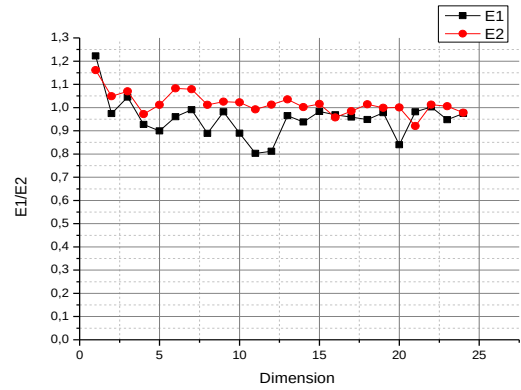


Fig. II.67-Valeurs de E1 et de E2 de la série de pluies en fonction de la dimension de plongement m : Station Sidi Herriz(160609).

Tableau II.10 Dimensions de plongement calculé par la Méthode de Cao pour les séries hydrométrique

Stations	Code ANRH	$m(E1)$	$m(E2)$
Sidi Aissa	160614	6	4
El Asnam	150204	8	6
El Hacaiba	110101	3	4
Sidi Ali ben Youb	110201	4	4
Ain zaouïa	021905	5	1
Amont des gorges	021126	8	2
Attatba	021011	2	2
RN 24 Azeffoun	020808	1	1
Barraki	021418	7	1
Boubhir	021513	3	4
Rocher des pigeons	021301	6	1
La traïlle	090408	8	3
LaKhdaria	090501	6	4
Turgot Nord	040220	5	2
Sidi Akacha	020207	3	3
Freha	021605	6	6
Baghlia	022001	1	4
Belloua	021803	6	1
	020331	1	1
Bordj Ghobrini	020301	3	5
Mdjez Amar	140201	5	4

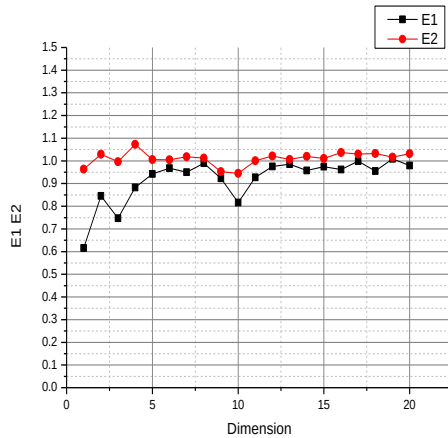


Fig. II.68-Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Ain zaouïa(021905).

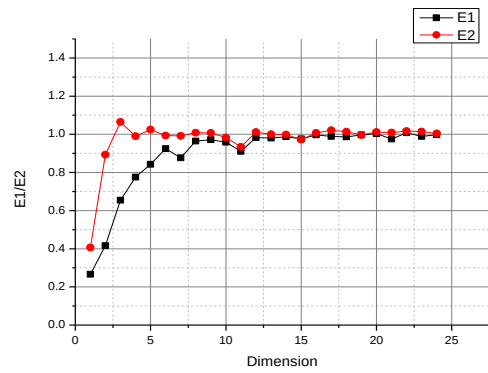


Fig. II.69 -Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Sidi Aissa(160614).

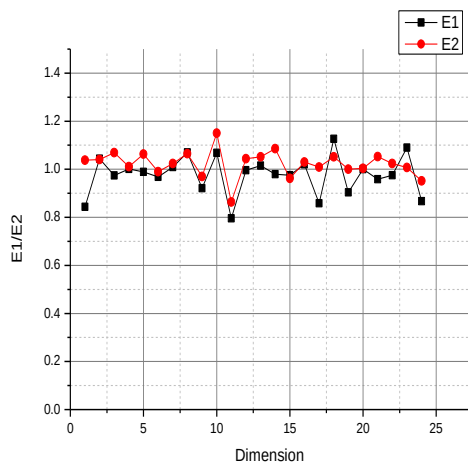


Fig. II.70 - Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station El Hacaiba (110101).

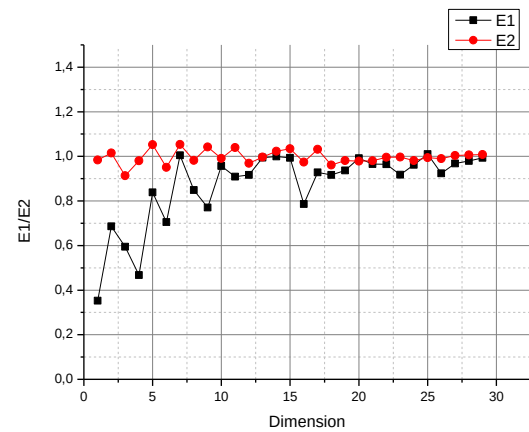


Fig. II.71 -Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Barraki(021418).

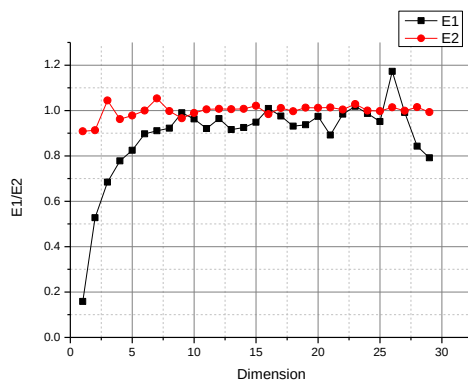


Fig. II.72 - Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Belloua(021803).

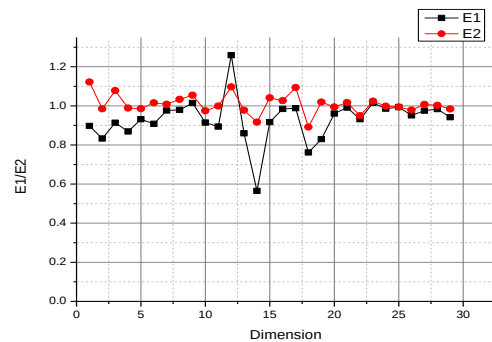


Fig. II.73 -Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Baghlia(022001).

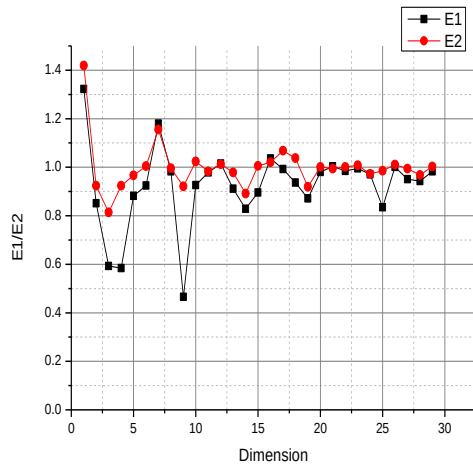


Fig. II.74 -Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station Turgot Nord (040220).

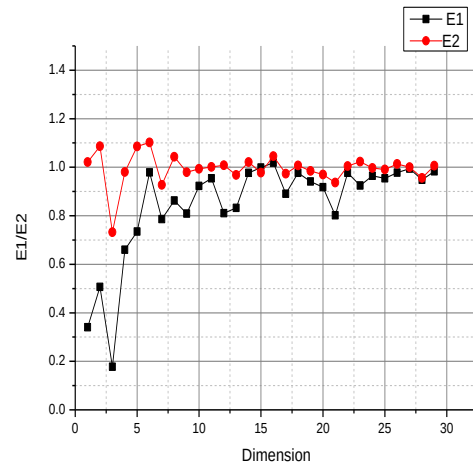


Fig. II.75 -Valeurs de E1 et de E2 de la série de débits en fonction de la dimension de plongement m : Station LaKhdaria(090501).

II.4. L'exposant de Lyapunov

L'exposant de Lyapunov, comme il a été décrit précédemment permet de mesurer la stabilité ou l'instabilité d'un système et quantifier la sensibilité aux conditions initiales d'un système chaotique. Un système sensible à de très petites variations de la condition initiale aura un exposant positif (système chaotique), l'exposant est négatif si le système n'est pas sensible à de très petites variations des conditions initiales.

Pour détecter la présence de structures chaotiques, nous appliquons l'algorithme de Rosenstein et al.,(1992), l'algorithme de Shintani et Linton (2003) et l'algorithme de Wolf et al., (1985) qui permettent d'estimer le plus grand exposant de Lyapunov dont le signe doit nous renseigner sur la nature du processus générateur.

II.4.1.L'algorithme de Shintani et Linton

Cet algorithme permet de calculer le plus grand exposant de Lyapunov et tester l'hypothèse de chaocité H_0 par estimation non paramétrique à l'aide des réseaux de neurones (Henneni & Terraza, 2011). (Si l'hypothèse H_0 est nulle donc l'existence de chaos à vérifier si non le processus n'est pas chaotique).

Nous présentons dans les deux tableaux suivants les résultats de l'application de cet algorithme programmé sous Matlab pour les séries hydrométrique et pluviométrique.

-Tel que :

H_0 : L'hypothèse nulle, λ_1 : Le plus grand exposant de Lyapunov, P : La probabilité d'observer les résultats par chance pour indiquer que l'hypothèse nulle est vraie, CI : Intervalle de confiance, ordre (L, m, q) : degré de complexité d'un système chaotique.

Tableau II.11 Résultats des principaux paramètres calculés à l'aide de l'algorithme de Shintani et Linton (2003) pour les séries de débits journaliers.

Stations	Code ANRH	Hypothèse H_0	P	λ_1	Ordre	CI
Ain zaouia	021905	0	1	0.4034	3 1 5	0.3245
Sidi Aissa	160614	0	1	0.8185	1 2 5	0.7592
Amont des Georges	021126	0	1	0.6499	4 1 4	0.3636
Attatba	021011	0	1	1.1088	2 6 4	0.8039
RN 24 Azeffoun	020808	0	1	1.5779	4 1 4	1.2253
Barraki	021418	0	1	0.6075	1 3 2	0.4664
El Hacaiba	110101	0	1	1.2027	2 4 3	1.1263
Sidi Ali ben Youb	110201	0	1	0.6964	1 5 2	0.5078
Roucher des pigeons	021301	0	1	0.5204	2 6 4	0.2595
El Asnam	150204	0	1	0.5562	1 2 5	0.4214
Sidi akkacha	020207	0	1	1.1506	1 4 5	1.0622
Baghlia	022001	0	1	0.4732	1 2 4	0.2246
Belloua	021803	0	1	0.4006	5 5 4	0.2382
Freha	021605	0	1	1.2310	5 1 5	0.9327
LaKhdaria	090501	0	1	0.3623	5 6 2	0.2505
La Traille	090408	0	1	0.2292	1 5 5	0.1374
Turgot nord	040220	0	1	1.2230	3 4 4	1.0268
	020331	0	1	0.1260	1 2 3	0.1011
Boubhir	021513	0	1	1.5015	4 1 3	1.0880
Bordj Ghobrini	020301	0	1	1.0520	2 1 5	0.8993
Mdjej Amar	140201	0	1	0.4539	1 3 2	0.3535

Tableau II.12 Résultats des principaux paramètres calculés à l'aide de l'algorithme de Shintani et Linton (2003) pour les séries de pluies journalières.

Stations	Code ANRH	Hypothèse H_0	P	λ_1	Ordre	CI
Tablat	090203	0	1	2.2155	1 5 5	1.9034
Ras el ma	110102	0	1	0.76	1 5 2	0.5927
El Hacaiba	110203	0	1	1.0145	4 5 1	0.7863
Aoubellil	040201	0	1	0.5455	5 4 2	0.3825
Ain Temouchent Era	040205	0	1	0.7472	4 3 5	0.5436
Bouira	150208	0	1	1.1786	1 1 3	0.9721
Sidi Gourari	160608	0	1	0.5314	1 2 5	0.4183
Sidi Herriz	160609	0	1	2.1751	2 1 5	1.9027

Les exposant de lyapunov calculés par L'algorithme de Shintani et Linton de toutes les séries hydrologiques sont positifs, il ya donc une sensibilité aux très petites variations de la condition initiale. L'hypothèse (H_0) est nulle, par conséquent, l'existence du chaos est vérifiée. Il semble donc possible d'après les résultats obtenus à l'aide de l'algorithme de Shintani et Linton que les séries hydrologiques de l'Algérie septentrionale soient générées de manière chaotique.

II.4.2.L'algorithme de Wolf et al

L'algorithme de Wolf et ses collaborateurs permet de calculer le plus grand exposant de Lyapunov pour des séries chronologiques. Cet algorithme est basé sur le contrôle de la divergence entre les trajectoires voisines, par le calcul de la moyenne de la divergence normalisée entre ces deux trajectoires (Hervé, 1994).

Appliqué aux séries hydrométriques et pluviométriques, l'algorithme de Wolf donne des résultats très encourageants pour les débits illustrés par les figures II.76, II.77, II.78, II.79, II.80, II.81. Les valeurs positives du plus grand Exposant de Lyapunov indiquent une dynamique sous-jacente déterministe. Les valeurs obtenues après le traitement sont regroupées dans le tableau II.18.

Pour la majeure partie des séries de débits, il y a élongation et sensibilité aux conditions initiales, ce qui indique que la divergence entre deux trajectoires voisines augmente exponentiellement avec le temps, ceci conforte l'hypothèse de présence de structures chaotiques. Cependant, pour certaines séries de débits, le plus grand exposant de Lyapunov est négatif, cela signifie que l'on perd de l'information sur les conditions initiales, cela suppose que la série est déterminée par un système dynamique stable, ce qui nous amène à rejeter l'éventualité du chaos. Pour quelques séries, l'algorithme de Wolf ne converge pas et ne donne aucun résultat.

*L'avantage de cet algorithme est la facilité de l'adapter pour les longues séries, mais le son inconvénient majeur est le temps de calcul qui peut s'avérer excessivement long.

Tableau II.17 Le plus grand exposant de Lyapunov pour les trois algorithmes des stations pluviométrique

Stations	Code ANRH	L'algorithme de Rosenstein	l'algorithme de Wolf	L'algorithme de Shintani et Linton
Tablat	090203	0,778795	-----	2.2155
Ras el ma	110102	0,05071	-----	0.76
El Hacaiba	110203	-----	-----	1.0145
Aoubellil	040201	0,0001631	-----	0.5455
Ain Temouchent Era	040205	-----	-----	0.7472
Bouira	150208	-----	-----	1.1786
Sidi Gourari	160608	-----	-----	0.5314
Sidi Herriz	160609	-----	-----	2.1751

II.4.3.L'algorithme de Rosenstein et al

Cet algorithme reconstruit la dynamique de l'attracteur par l'utilisation de la méthode de retards, la méthode du plus proche faux voisin, et la méthode des moindres carrés pour calculer le plus grand Exposant de Lyapunov. La méthode est décrite en détail dans le chapitre précédent.

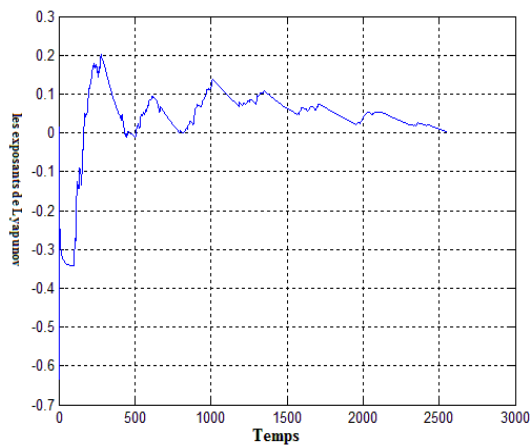


Fig. II.76-Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station RN 24 Azeffoun (020808).

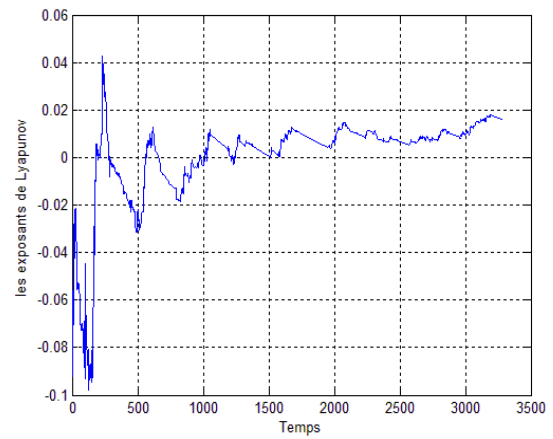


Fig. II.77-Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station Baghlia (022001).

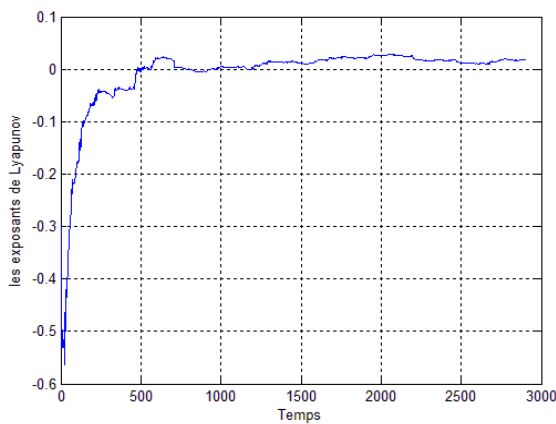


Fig. II.78-Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station Belloua(021803).

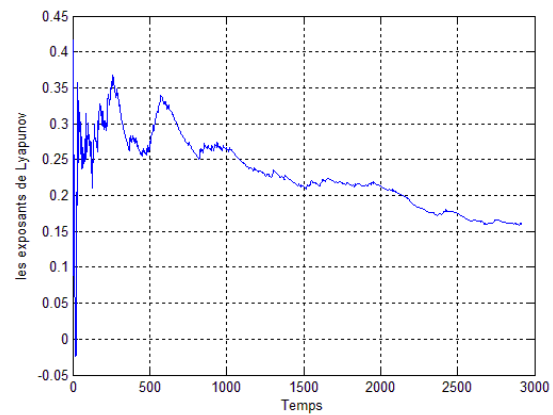


Fig. II.79-Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station LaKhdaria(090501).

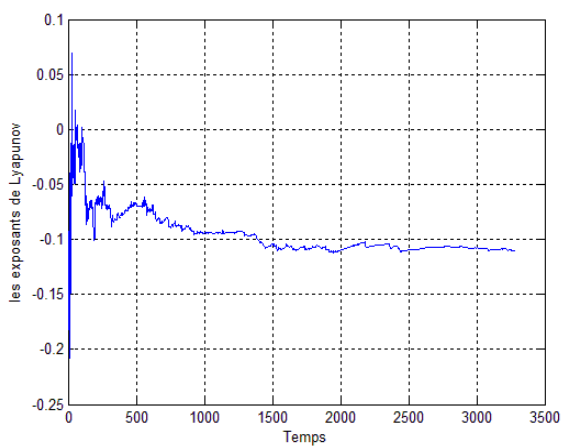


Fig. II.80- Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station El Asnam (150204).

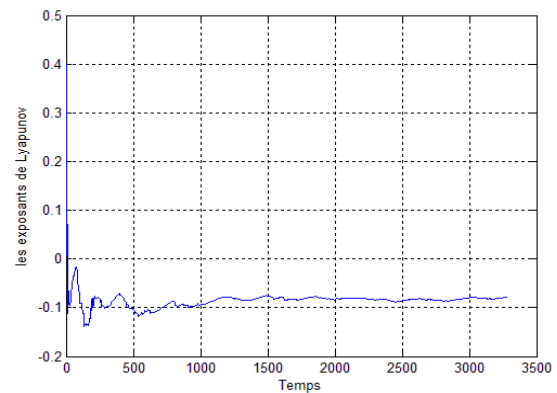


Fig. II.81-Plus grand Exposant de Lyapunov des débits calculé par la méthode de Wolf et al. : Station Sidi Aissa (160614)

L'application de l'algorithme pour les séries de pluies ne montre aucune divergence, ce qui suppose une fois de plus une dynamique sous-jacente stochastique (Fig. II.82).

L'application de l'algorithme de Rosenstein et al., pour les séries de débits, donne des résultats encourageants et significatifs présentés par les figures II.83, II.84, II.85 et II.86, et résumés par les tableaux II.13, II.14, II.15 et II.16. Les graphiques et les valeurs de λ_1 indiquent qu'il s'agit d'une dynamique déterministe.

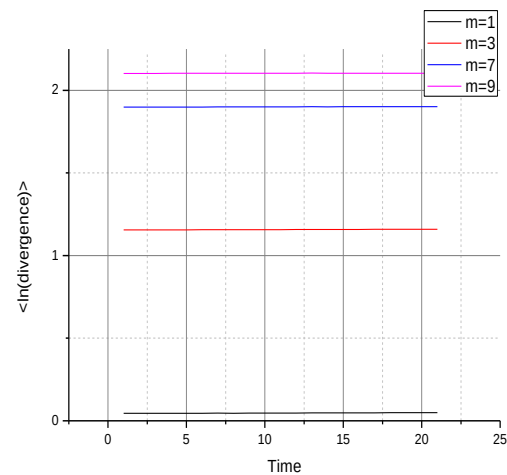


Fig. II.82-Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de pluies en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Aoubellil(040201).

Tableau II.13-Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Baghlia (022001).

	m=1	m=3	m=6	m=10
λ_1	0.075	0.06	0.046	0.043
r (coef. corrél.)	0.79	0.70	0.62	0.56
Erreur standard	0.013	0.015	0.013	0.0147

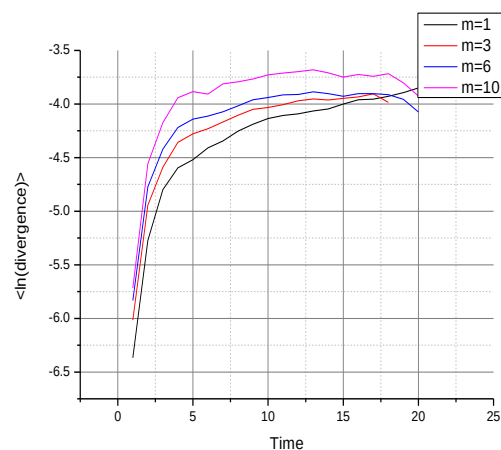


Fig. II.83-Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Baghlia(022001).

Tableau II.14-Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Roucher des pigeons(021301).

	m=1	m=5	m=7	m=9
λ_1	0.029	0.072	0.098	0.123
r (coef. corrél.)	0.70	0.76	0.79	0.83
Erreur standard	0.069	0.014	0.018	0.022

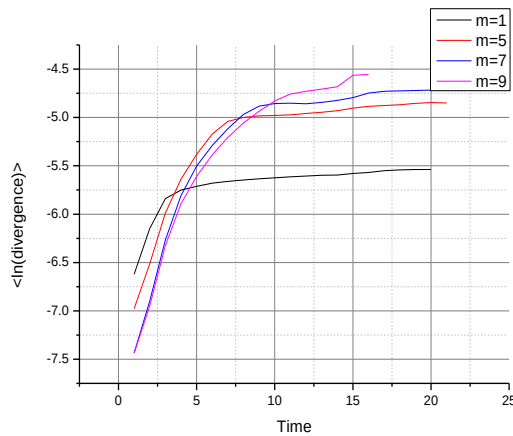


Fig. II.84-Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : station Roucher des pigeons(021301).

Tableau II.15-Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Attatba(021011).

	m=1	m=5	m=7	m=9
λ_1	0.047	0.097	0.093	0.087
r (coef. corrél.)	0.83	0.94	0.96	0.96
Erreur standard	0.009	0.0097	0.0067	0.0067

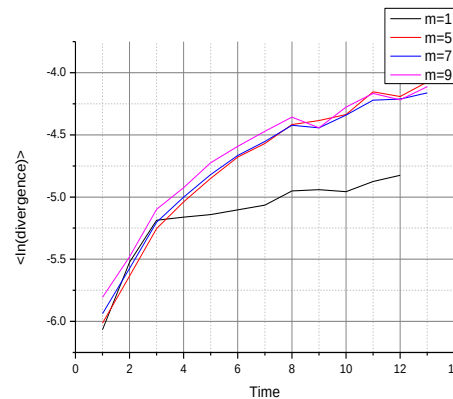


Fig. II.85-Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Attatba(021011).

Tableau II.16-Exposant de Lyapunov, coefficient de corrélation et erreur pour différentes valeurs de m : Série de débits - Station Boubhir(021513).

	m=1	m=3	m=5	m=8
λ_1	0.043	0.065	0.078	0.107
r (coef. corrél.)	0.72	0.64	0.83	0.91
Erreur standard	0.009	0.02	0.012	0.010

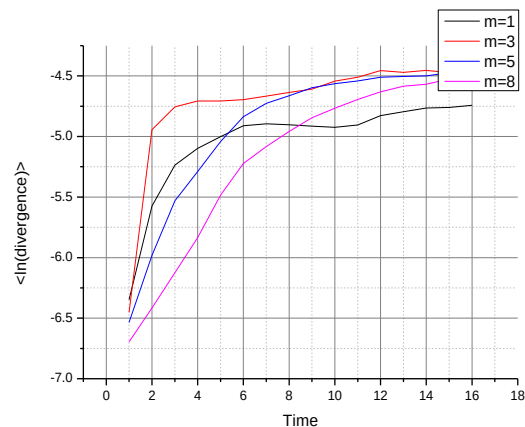


Fig. II.86-Variation de $\langle \ln(\text{divergence}) \rangle$ pour la série de débits en fonction du temps pour les différentes dimensions : Station Boubhir(021513).

-Globalement, les résultats obtenus par les trois algorithmes (Tableau II.18) confortent l'hypothèse de présence de structures chaotiques dans les séries de débits.

Tableau II.18 Exposants de Lyapunov calculés par les trois algorithmes pour les séries hydrométriques.

Stations	Code ANRH	Algorithme de Rosenstein	Algorithme de Wolf	Algorithme de Shintani et Linton
Ain Zaouïa	021905	0,054792	-0.811	0.4034
Sidi Aissa	160614	0,064654	-0.078	0.8185
amont des Georges	021126	0,07835	-0.079	0.6499
Attatba	021011	0,085836	-0.078	1.1088
RN 24 Azeffoun	020808	0,324446	0.0029	1.5779
Barraki	021418	0,075472	-----	0.6075
El Hacaiba	110101	0,23334833	-3.464	1.2027
Sidi Ali ben Youb	110201	0,06888	-----	0.6964
Roucher des pigeons	021301	0,0706	-0.1115	0.5204
El Asnam	150204	0,06964667	-0.1104	0.5562
Sidi akkacha	020207	0,150318	-1.157	1.1506
Baghlia	022001	0,04991167	0.0160	0.4732
Belloua	021803	0,084062	0.0175	0.4006
Freha	021605	0,12673	-0.948	1.2310
LaKhdaria	090501	0,069392	0.159	0.3623
La Traille	090408	0,07390857	-0.199	0.2292
Turgo nord	040220	0,05981	-1.496	1.2230
	020331	-----	-0.1804	0.1260
boubhir	021513	0,082834	-0.2509	1.5015
Bordj Ghobrini	020301	1,274325	-----	1.0520
Mdjez Amar	140201	-----	-0.033	0.4539

2.5 Dimension de corrélation

La dimension de corrélation est très importante dans l'étude des dynamiques non linéaires. Elle permet d'avoir une information topologique concernant le système sous-jacent : elle quantifie la complexité de l'attracteur. D'autre part, elle peut servir à distinguer entre un processus déterministe et un processus stochastique.

Grassberger et Procaccia (1983) ont introduit cette mesure. L'objectif est de mesurer la dimension d'un ensemble de points. La technique proposée se base sur le calcul de l'intégrale de corrélation. La somme de corrélation suit une loi d'échelle de type $C(r) = ar^{-D}$ où D est la dimension fractale de l'attracteur.

La dimension de corrélation augmente d'une manière monotone avec la dimension de plongement pour un processus stochastique, elle ne se stabilise pas.

Pour un processus déterministe, la dimension se stabilise à un certain niveau et devient indépendante de m (Riane, 2004). L'intégrale de Corrélation et la Dimension Fractale sont calculées sous Matlab pour les séries de pluies et de débits. Les résultats obtenus sont présentés par les figures ci-dessous.

D'après ces figures, pour un décalage temporel optimal et une dimension de plongement minimale, les séries de pluies présentent une Dimension de Corrélation qui tend à se stabiliser progressivement, nous pouvons supposer donc, que le processus générant les séries des pluies journalières possède une part non négligeable de déterminisme.

Pour les débits, l'évolution croissante mais à taux décroissant de la dimension de corrélation est très bien illustrée par les figures II.99, II.100, II.101, II.102, II.103, II.104, II.105, II.106, II.107, II.108, II.109, II.110. Ce qui nous permet de supposer la stabilité indéfiniment de la Dimension de Corrélation. Ceci est fortement significatif pour suggérer un processus chaotique.

Cette analyse a permis de mettre en évidence dans les signaux hydrologiques des composantes ayant une dimension fractale assez faible mais significative pour supposer que le processus générant les séries possède une part non négligeable de déterminisme.

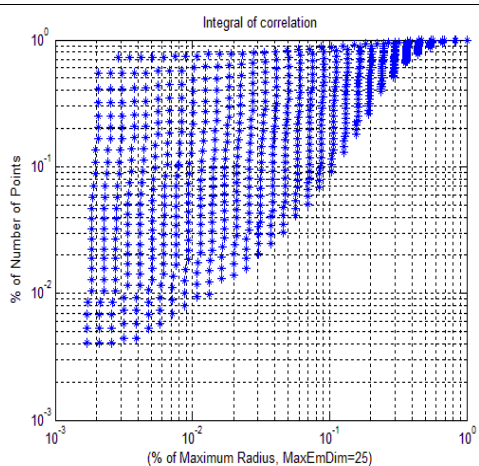


Fig. II.87-Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Sidi Herriz(160609).

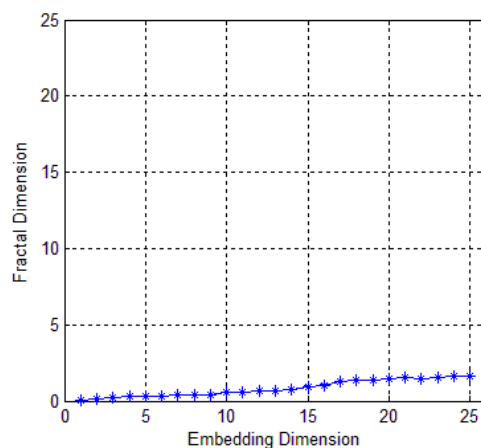


Fig. II.88-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station sidi Herriz(160609).

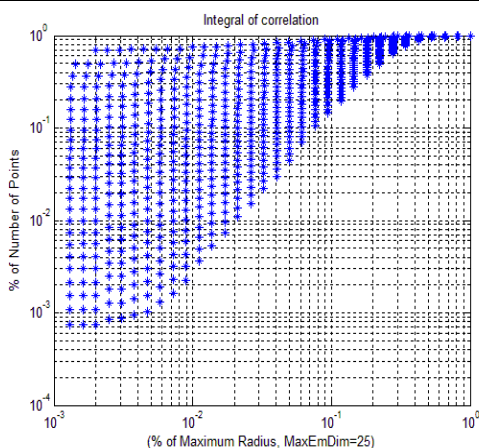


Fig. II.89-Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : StationAin Temouchent Era(040205).

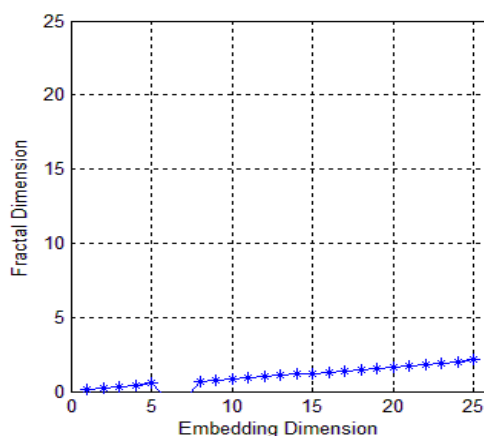


Fig. II.90-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : StationAin Temouchent Era(040205).

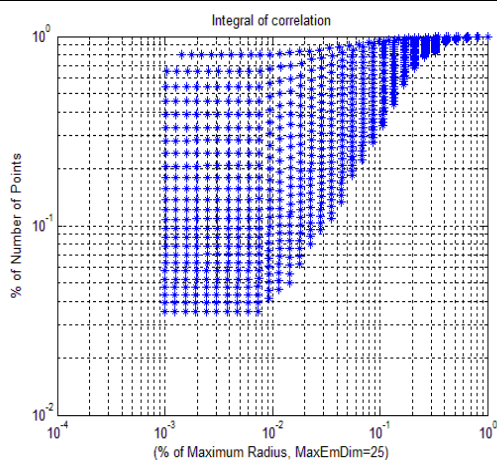


Fig. II.91-Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : Station Aoubellil(040201).

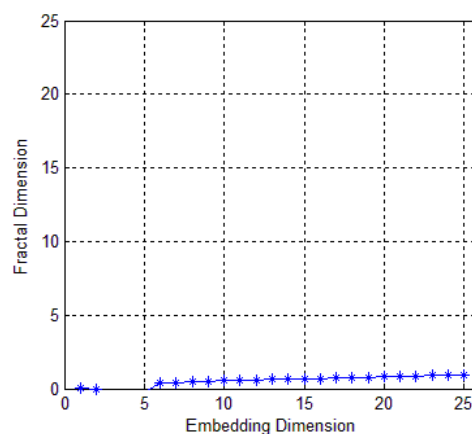


Fig. II.92-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station Aoubellil(040201).

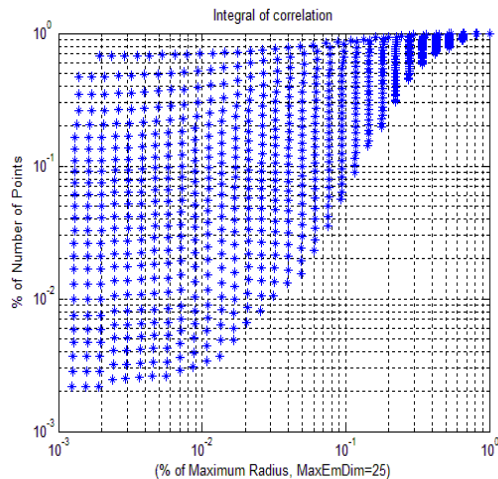


Fig. II.93-Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : StationTablat(090203).

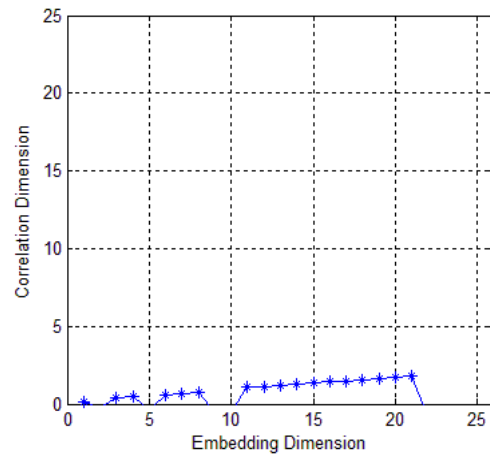


Fig. II.94-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : StationTablat(090203).

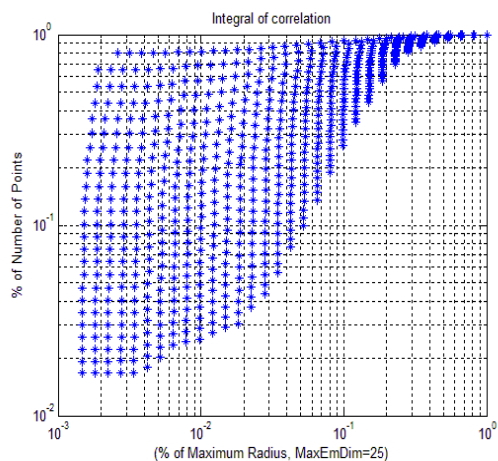


Fig. II.95-Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : StationRas El Ma (110102).

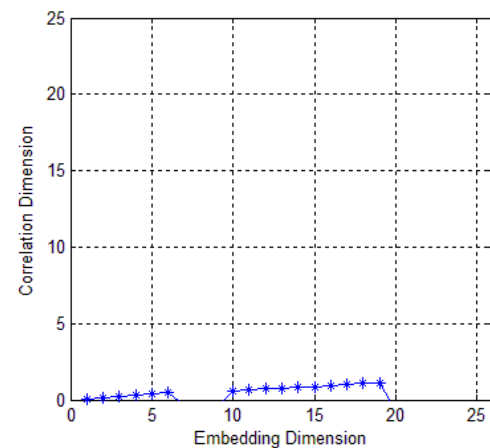


Fig. II.96-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : StationRas El Ma (110102).

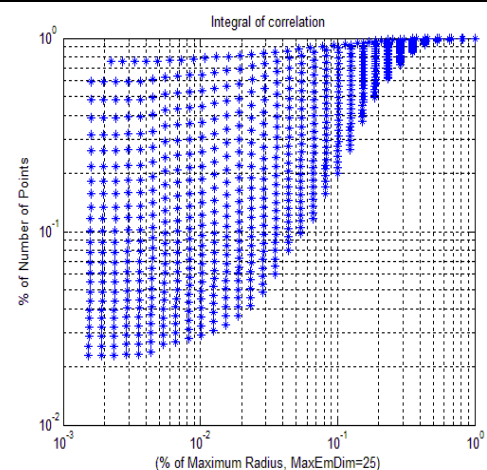


Fig. II.97 Présentation log-log des intégrales de corrélation des pluies : StationEl Hacaiba (110203).

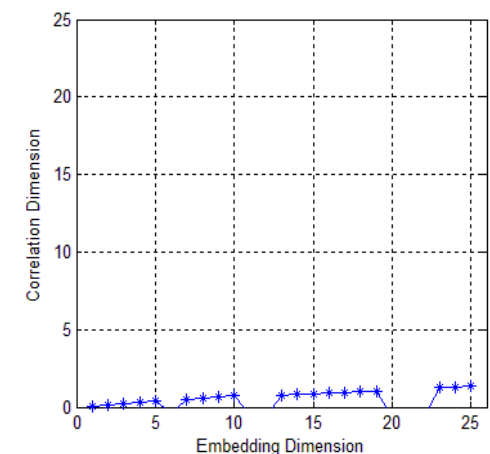


Fig. II.98-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des pluies : Station El Hacaiba (110203).

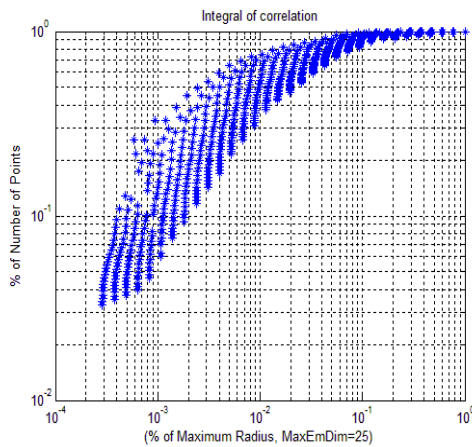


Fig. II.99-Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Ain zaouïa(021905).

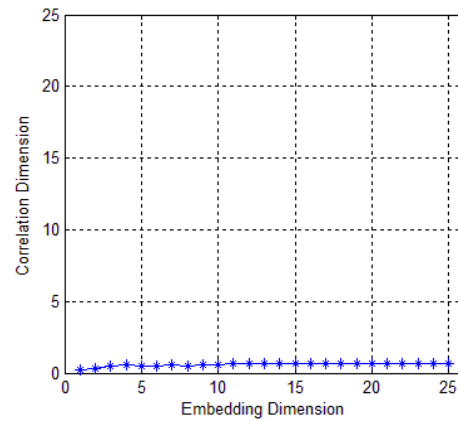


Fig. II.100-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Ain zaouïa(021905).

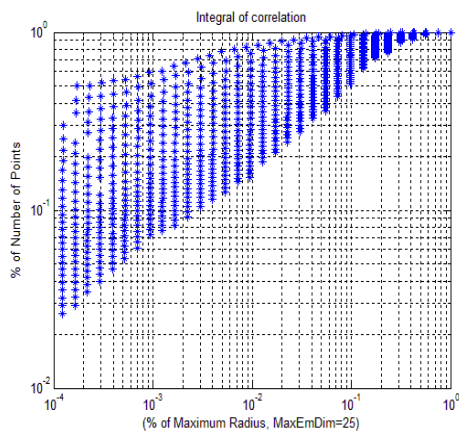


Fig. II.101 -Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Sidi Akkacha (020207).

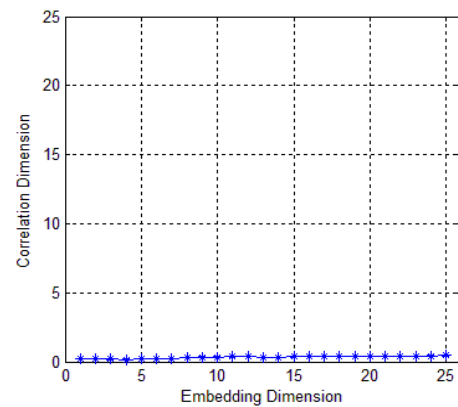


Fig. II.102 -Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Sidi Akkacha(020207).

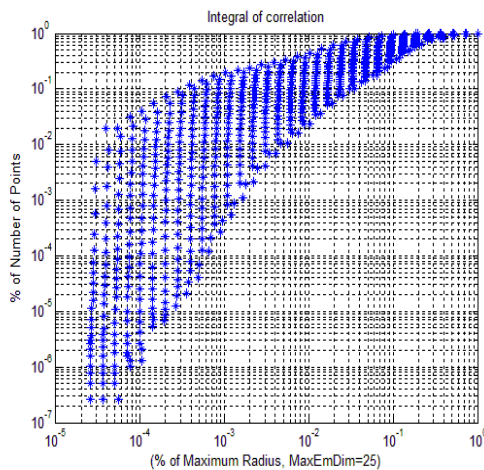


Fig. II.103-Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Belloua(021803).

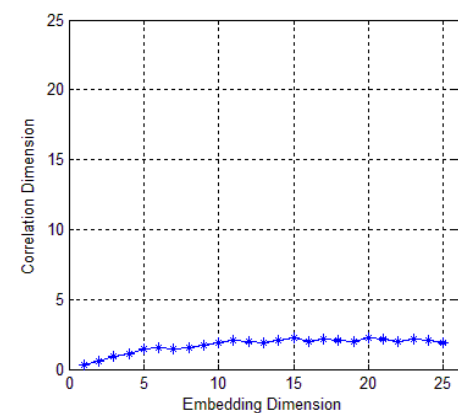


Fig. II.104-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Belloua(021803).

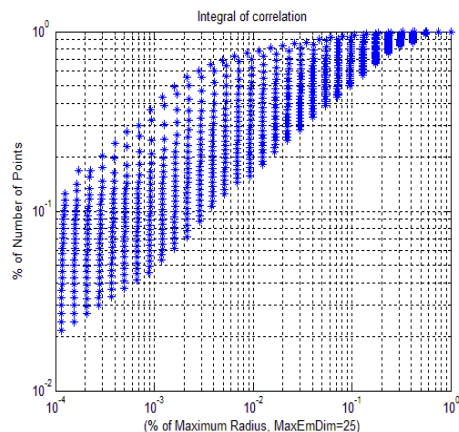


Fig. II.105-Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Freha (021605).

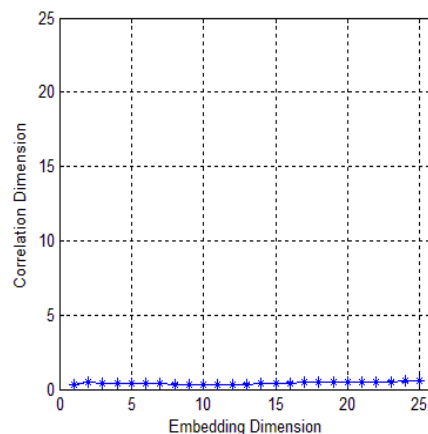


Fig. II.106-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Freha(021605).

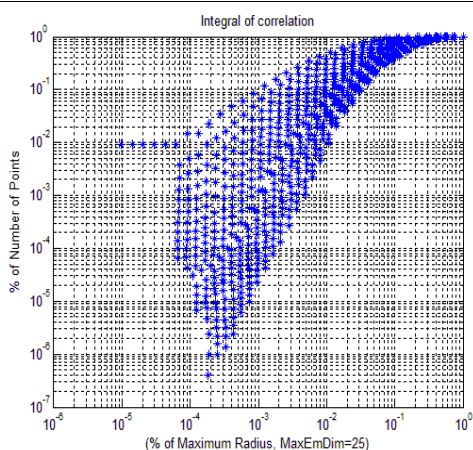


Fig. II.107-Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station La Traile(090408).

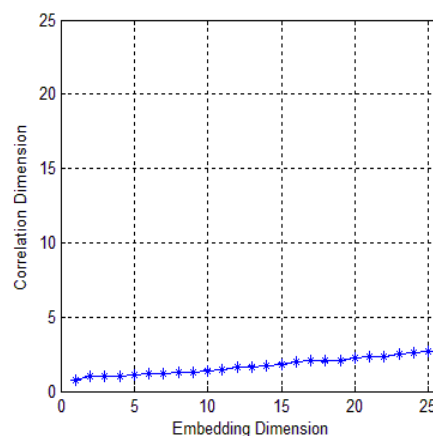


Fig. II.108-Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station La Traile(090408).

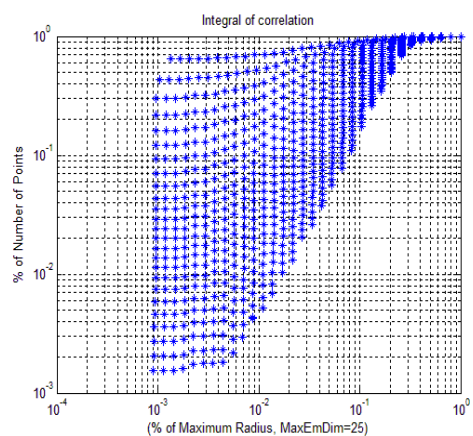


Fig. II.109-Présentation log-log des intégrales de corrélation des débits : Station Bordj Ghobrini(020301).

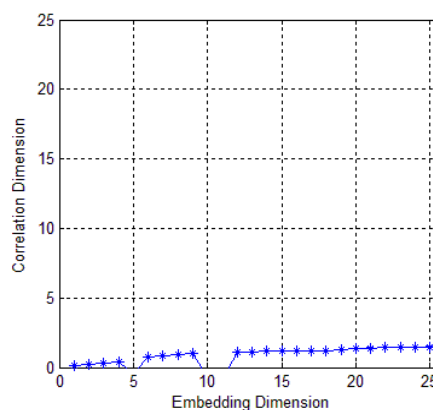


Fig. II.110 -Dimension de Corrélation (Fractale) fonction de la dimension de plongement des débits : Station Bordj Ghobrini(020301).

II.6 Conclusion

L'analyse chaotique des séries hydrologiques de l'Algérie septentrionale, semble confirmée l'hypothèse que l'organisation des séries ne soit pas uniquement due à des corrélations stochastiques, mais il pourrait s'agir d'un processus de chaos déterministe de faible dimension. Cependant, même s'il semble que pour les pluies, l'approche stochastique est plus adaptée, quelques méthodes d'analyse indiquent la possibilité d'existence de chaos.

Afin de compléter cette étude, nous proposons l'application de l'approche Topologique basée sur les graphiques de récurrence et l'analyse quantitative de récurrence pour mettre plus de clarté à travers le pourcentage de récurrence, le pourcentage de Déterminisme, l'entropie de Shannon et le pourcentage de Laminarité dans l'analyse chaotique des séries hydrologiques.



CHAPITRE III

Prévision Hydrologique

III.1 Introduction

L'un des problèmes centraux de la science est la prévision: Étant donné le passé, comment pouvons-nous prédire l'avenir ? L'approche classique est de construire un modèle explicatif des premiers principes et mesurer les données initiales. Malheureusement, ce ne sont pas toujours possibles. Dans des domaines tels que l'Hydrologie, nous manquons encore les « *premiers principes* » nécessaires pour faire de bons modèles prévisionnels. Dans d'autres cas, les modèles sont acceptables, mais il est difficile d'obtenir les données initiales. (Sidorowich, 1987)

De nombreuses méthodes ont été créées pour essayer de résoudre ce problème. Parmi eux l'algorithme de Farmer - Sidorowich, qui utilise l'analyse non linéaire pour améliorer les prévisions à court terme des systèmes chaotiques déterministes. Le rôle de l'analyse non linéaire dans l'étude des systèmes dynamiques est important pour des raisons pratiques aussi bien, pour la détection de la présence du chaos que pour le choix de la méthode de prévision (N. Lambrakis, 2000).

III.2. Prévision à l'aide de l'Algorithme de Farmer-Sidorowich :

L'algorithme de Farmer-Sidorowich est l'un des plus performants algorithmes pour prédire le comportement prévisionnel d'une série chronologique chaotique (Henry, Lovell, & Camacho, 2001). On peut le définir comme suit :

- Considérons une série chronologique:

$$x(\Delta t), x(2\Delta t), \dots, x(n\Delta t) \quad (\text{III.1})$$

Où Δt est l'intervalle d'échantillonnage. L'objectif est de prédire $x(n\Delta t + T)$ pour un petit temps T .

- La première étape consiste à plonger la série temporelle pour obtenir la reconstruction:

$$\vec{X}(i\Delta t) = (x(i\Delta t), x(i\Delta t - \tau), \dots, x(i\Delta t - (m-1)\tau)) \quad (\text{III.2})$$

$$i = n, n-1, \dots, n-n^*$$

où $n^* = n - (m-1)\tau$ est le nombre de vecteurs reconstruits pour une série temporelle de longueur n . Notons que la reconstruction glisse vers l'arrière à travers l'ensemble des données.

- L'étape suivante consiste à mesurer la distance de séparation entre le vecteur $\vec{X}(n\Delta t)$ et les autres vecteurs reconstruits et donc d'ordonner les vecteurs reconstruits $\vec{X}^{(1)}, \vec{X}^{(2)}, \dots, \vec{X}^{(n^*-1)}$ de sorte que la distance de séparation est de la plus petite à la plus grande c'est à dire :

$$\|\vec{X} - \vec{X}^{(1)}\| \leq \|\vec{X} - \vec{X}^{(2)}\| \leq \dots \leq \|\vec{X} - \vec{X}^{(n^*-1)}\| \quad (\text{III.3})$$

La norme ou la métrique $\|\cdot\|$ est la métrique euclidienne habituelle. Depuis le $\vec{X}^{(i)}$ sont classés par rapport à $\vec{X}(n\Delta t)$, ils peuvent être écrits comme $\vec{X}^{(i)}(n\Delta t)$.

➤ L'étape suivante consiste à cartographier les $k \geq m + 1$ plus proches voisins de $\vec{X}(n\Delta t)$ vers l'avant dans l'espace de phase reconstruit pour un temps T .

Ces points évolués sont $\vec{X}^{(i)}(n\Delta t + T)$. Supposons que les composantes de ces vecteurs sont les suivantes:

$$\vec{X}^{(i)}(n\Delta t + T) = (x_1^{(i)}(n\Delta t + T), x_2^{(i)}(n\Delta t + T), \dots, x_m^{(i)}(n\Delta t + T)) \quad (III.4)$$

Supposons maintenant une approximation linéaire locale ajustée à un modèle affine de la forme :

$$x_1^{(1)}(n\Delta t + T) = a_0 + a_1 x_1^{(1)}(n\Delta t) + \dots + a_m x_m^{(1)}(n\Delta t) \quad (III.5)$$

⋮

$$x_1^{(k)}(n\Delta t + T) = a_0 + a_1 x_1^{(k)}(n\Delta t) + \dots + a_m x_m^{(k)}(n\Delta t) \quad (III.6)$$

Les coefficients inconnus a_i peuvent être résolus en utilisant la méthode des moindres carrés. Enfin, les coefficients a_i peuvent être utilisés pour construire la prédiction :

$$y(n\Delta t + T) = x_1(n\Delta t + T) = a_0 + a_1 x_1(n\Delta t) + \dots + a_m x_m(n\Delta t) \quad (III.7)$$

III.3. Test des séries de substitution (surrogates)

III.3.1. Définition

Les signaux irréguliers à origine déterministe non linéaire sont caractérisés par un attracteur à dimension finie, un exposant de Lyapunov positif et un horizon visible de prédictibilité non linéaire. Beaucoup d'études ont utilisé les méthodes d'estimation de ces caractéristiques pour tester le déterminisme non linéaire, et à chaque fois que le calcul donne une réponse positive, elle est considérée comme une signature du chaos, ce que nous avons tenté de le montrer dans le chapitre précédent.

Généralement l'hypothèse fondamentale à tester est si les données proviennent réellement d'une source non linéaire ou pas (ABDUL RAHUMAN, 2009).

On pose l'hypothèse nulle que les données expérimentales de la série chronologique et les ensembles de données de remplacement (*surrogates*) rapportent les mêmes valeurs (Henry, Lovell, & Camacho, 2001). Si la valeur de la statistique est significativement différente de la série originale que pour l'ensemble de substitution, l'hypothèse nulle est rejetée et la non-linéarité supposée (Thieler, Eubank, Longtin, Galdrikian, & Farmer, 1992). Pour tester l'hypothèse nulle, on doit créer les signaux équivalents pour lesquels on applique les différentes méthodes d'estimation de mesures invariantes. Ces données créées sont appelées séries de substitution <<*surrogates*>>.

III.3.2.L' Algorithme

- Entrer les données expérimentales de la série chronologique et choisir l'hypothèse nulle ;
- Choisir la tolérance d'erreur acceptable α pour le test statistique ;
- Générer des séries de substitution à partir d'un modèle (en utilisant la série originale), en concevant certaines caractéristiques de cette série (distribution Spectrale, amplitude de la transformée de Fourier...) ;
- Appliquer les méthodes de détection du chaos aux séries ainsi générées en plus de la série originale ;
- Effectuer un test statistique (exemple : le test du χ^2) accompagné de la tolérance α pour vérifier si le résultat obtenu pour la série originale appartenant à la même distribution que les résultats obtenus pour les séries de substitution (ABDUL RAHUMAN, 2009).

III.4. Mesure de l'erreur de prévision

Il existe plusieurs critères pour mesurer la performance de la prévision. Ces différents critères plus ou moins corrélés ont cependant des propriétés différentes notamment par rapport à l'importance des données aberrantes. Notons également que certaines techniques d'estimation peuvent exiger que le critère soit différentiable. Remarquons enfin que l'erreur de prévision n'est pas toujours suffisante pour évaluer la qualité d'un modèle (Girard, 1997).

La performance a été évaluée en utilisant trois types de mesures:

III.4.1. L'erreur moyenne des carrés ASE (Average Squared Error)

C'est la moyenne arithmétique des carrés des écarts entre les prévisions et les observations. Elle est définie par la relation suivante :

$$ASE = \sum_{i=1}^N (Qt_i - \hat{Q}t_i)^2 / N \quad (III.8)$$

III.4.2. Coefficient d'efficacité de Nash-Sutcliffe (CE)

Coefficient d'efficacité de Nash-Sutcliffe (CE) est utilisé pour évaluer le pouvoir prédictif des modèles hydrologiques. Il est défini comme:

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Qt_i - \hat{Q}t_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Qt_i - \bar{Q})^2} \quad (III.9)$$

CE est une mesure de l'efficacité du modèle et peut varier de $-\infty$ à 1. La valeur maximale (optimale) est de 1. Les valeurs peuvent être négatives. Une valeur CE de 1 indique que le modèle simule à la perfection. CE proche de 0 indique que le modèle n'est pas meilleur que si, l'on avait remplacé la valeur simulée par la valeur moyenne. Une valeur supérieure à 0.7 est habituellement considérée comme satisfaisante.

Quand les valeurs observées s'approchent de la valeur moyenne, le dénominateur aura tendance à devenir plus petit, le rapport aura tendance à devenir plus grand, ce qui entraîne souvent une valeur négative de CE.

III.4.3. Coefficient de Corrélation

Le coefficient de corrélation entre valeurs observées et valeurs simulées (r) mesure la Co-fluctuation des séries simulées et observées :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{t_i} - \bar{Q}_t) (\hat{Q}_{t_i} - \bar{\hat{Q}}_t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Q_{t_i} - \bar{Q}_t)^2 \sum_{i=1}^N (\hat{Q}_{t_i} - \bar{\hat{Q}}_t)^2}} \quad (\text{III.10})$$

Le calage est d'autant plus satisfaisant que ce coefficient est proche de 1.

Où : Q_{t_i} est la valeur mesurée du débit, $\hat{Q}_{t_i}$ est le débit calculé par le modèle, $\bar{Q}_t$ est le débit moyen mesuré, $\bar{\hat{Q}}_t$: est le débit moyen simulé et N est le nombre de données.

III.5. Programmes et Organigrammes

Le programme de calcul basé sur l'Algorithme de Farmer-Sidorowich permettant la prévision des débits est organisée en un programme principal et en trois sous-programmes simplifiés par l'organigramme suivant (Organigramme 1) :

❖ Les données nécessaires sont :

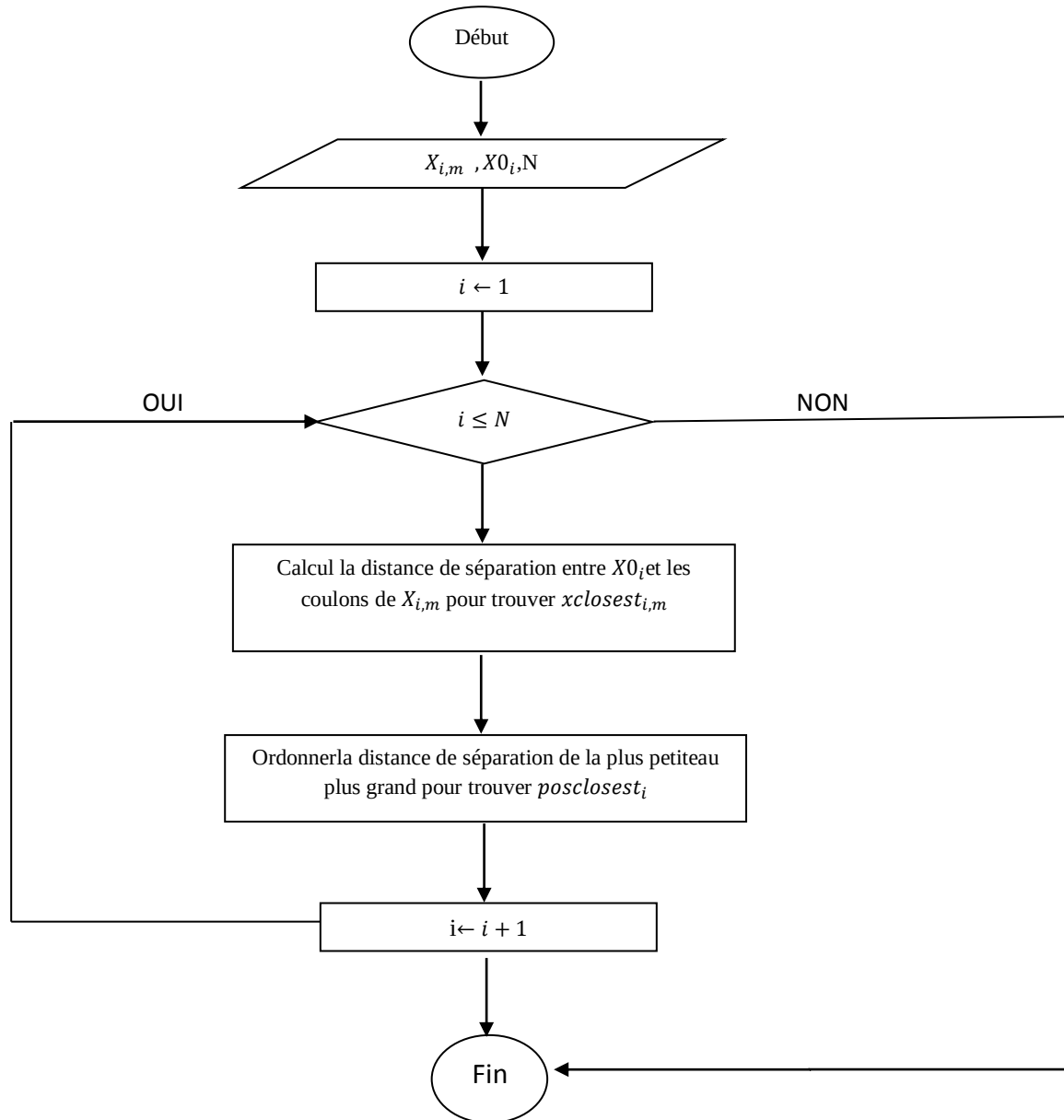
1. La série temporelle originale (x)
2. Le nombre de points à prévoir (Nopointforecast);
3. Le retard (τ) déterminé par la fonction d'information mutuelle ;
4. La dimension de plongement optimale estimée par la méthode des plus proches faux voisins(m) ;
5. Le nombre de points redondants pour évaluer les paramètres de prévisions(Redund)

❖ Le programme fait appel à trois Fonctions :

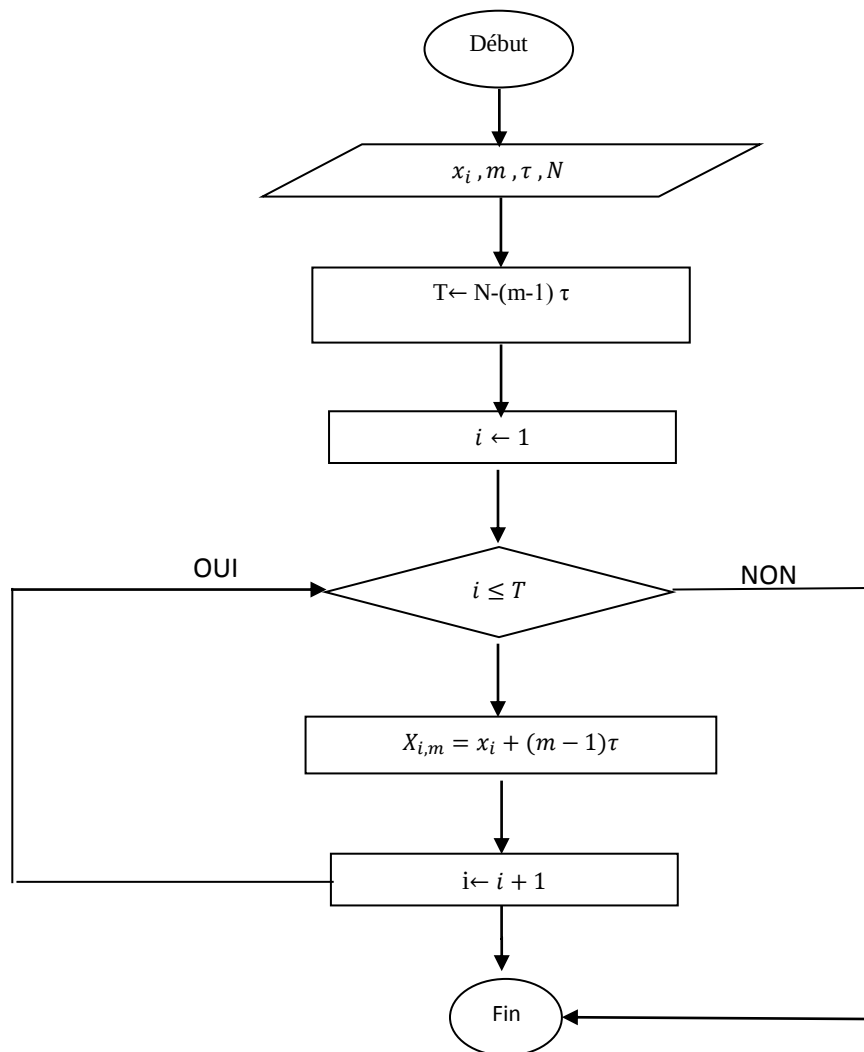
- a) Fonction Closestpoints : Elle permet de rechercher pour les N points les plus proches de X_0 dans la matrice X où la matrice X est de la forme $\{n, m\}$ avec n points de dimension m ; et X_0 vecteur de la forme $\{1, m\}$ où les points les plus proches de x sont recherché ;
- b) Fonction Spacephase : Elle permet la reconstruction de l'espace de phase d'une série temporelle pour une dimension de plongement m et un délai (retard τ) selon la méthode de Takens.
- c) Fonction Evalfutur : Elle évalue la trajectoire de (X) pour chaque point indiqué par le vecteur Posclosest (vecteur calculé par la fonction Closestpoints) N pas à la future.

*Le programme et ses fonctions sont réalisés sous Matlab.

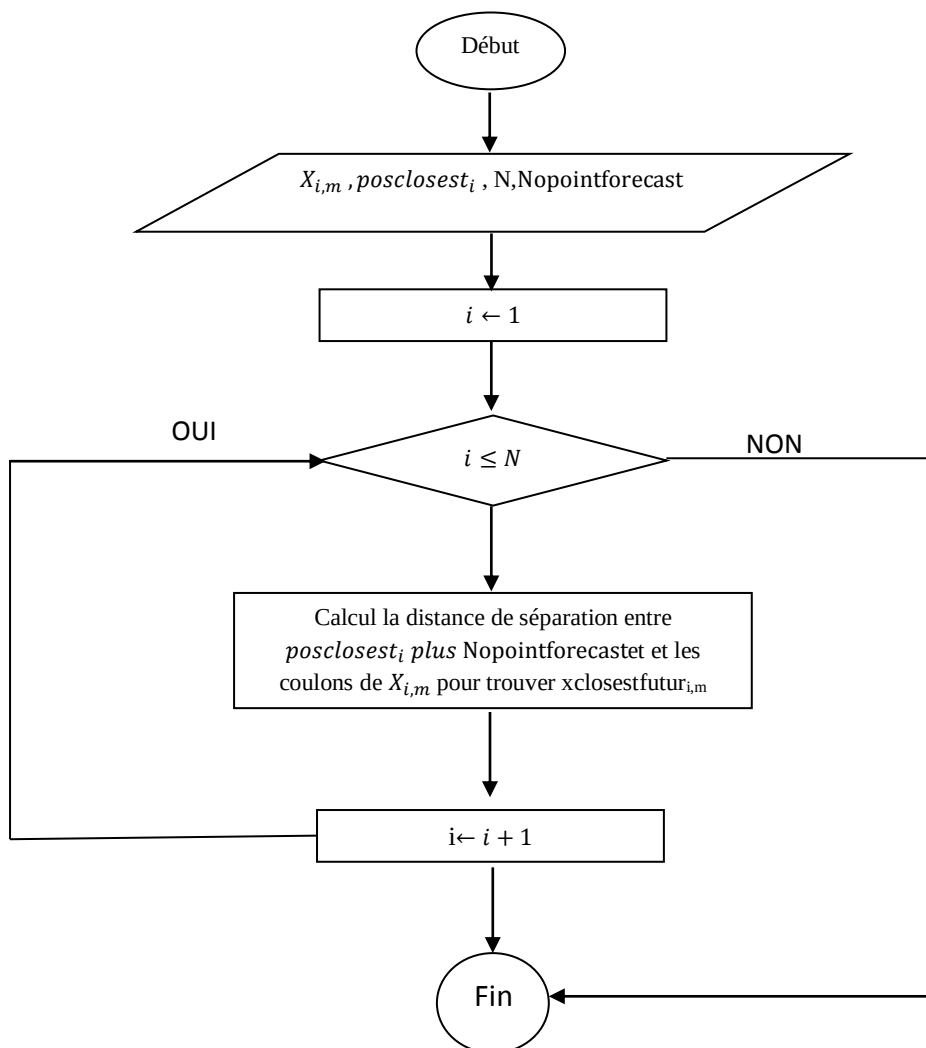
a) *Fonction Closetpoints* :



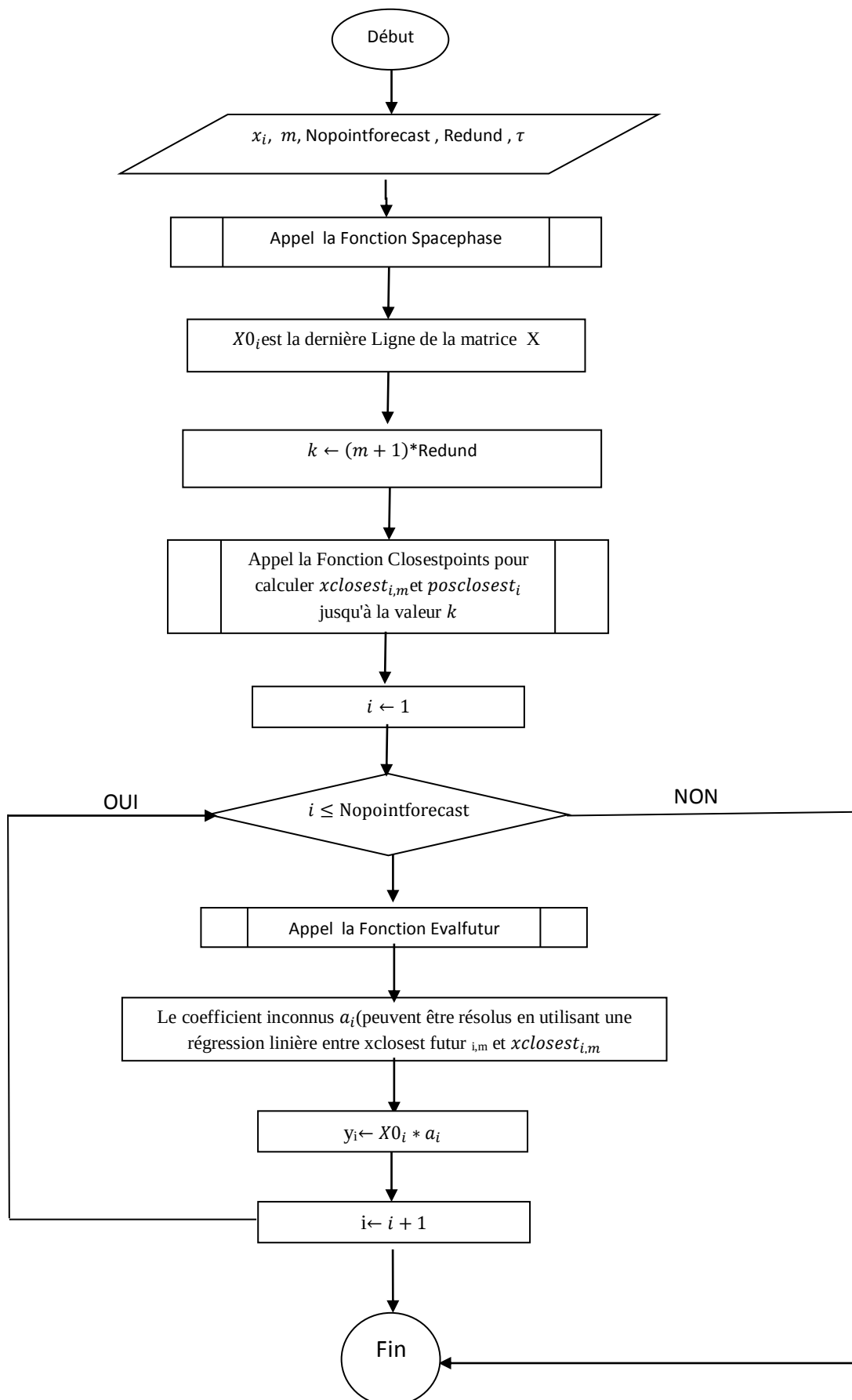
b) *Fonction Spacephase :*



c) La Fonction Evalufutur :



Organigramme 1 :



III.6. Résultats et Discussions :

Afin de valider notre programme de calcul, pour des simulations prévisionnelles, il a été testé sur les trois processus théoriques : Système de Lorenz, Oscillateur de Van der Pol et le processus stochastique.

- Système de Lorenz : La prévision est très satisfaisante jusqu'à la huitième valeur (Fig.III.1), le coefficient de corrélation r est égal à 0.99, après la huitième valeur prévue, les valeurs prévues divergent de celles observées de la série originale.

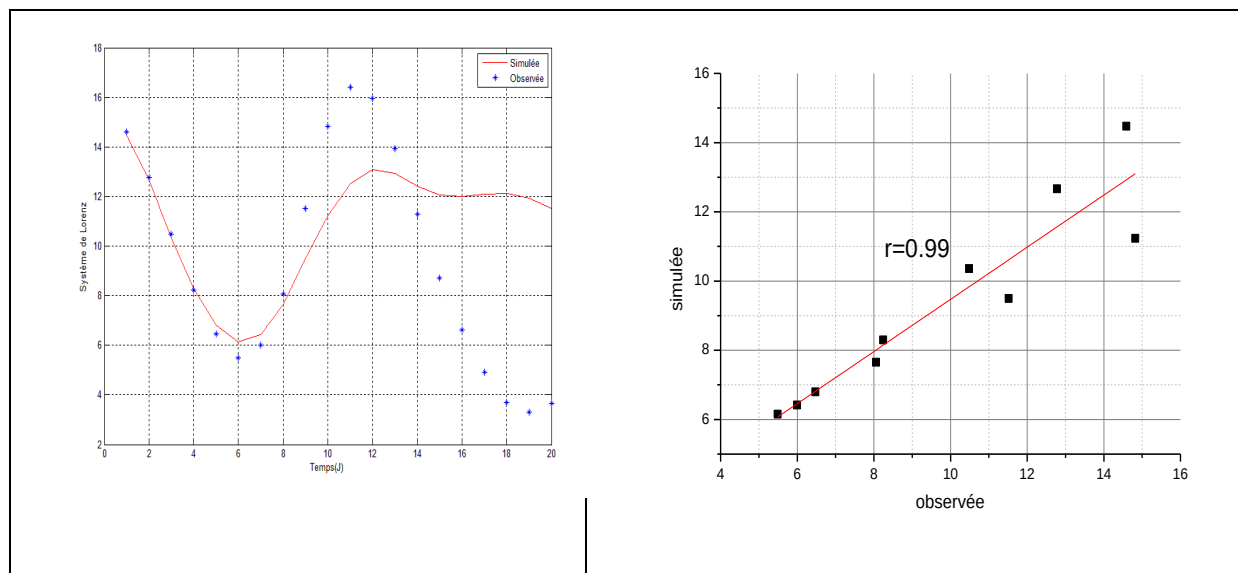


Fig.III.1 Comparaison entre valeurs observées et valeurs simulées pour le système de Lorenz.

Le tableau III.1 résume les principales caractéristiques statistiques obtenues par notre programme de calcul, les résultats sont très satisfaisants et encourageants. Notons que les valeurs prévues ont été comparées à des valeurs observées enlevées de la série originale et qui n'ont pas contribué à la reconstruction de l'espace de phase pour permettre le calage.

Tableau III.1 Caractéristiques statistiques des valeurs simulées et observées pour le système de Lorenz.

Paramètres statistiques	Valeurs observées	Valeurs simulées
Moyenne	10.51	10.52
Ecart type	3.28	3.12
Minimum	6, 47	6.79
Maximum	14.58	14.47
Coefficient de variation	0.31	0.29

- Oscillateur de Van der Pol : Nous constatons que dans ce cas (Fig.III.2), la prévision est meilleure que celle obtenue pour le système de Lorenz. Jusqu'à la cinquantième valeur, la qualité du calage est très satisfaisante, la valeur du coefficient de corrélation de 0.99 est largement acceptable.

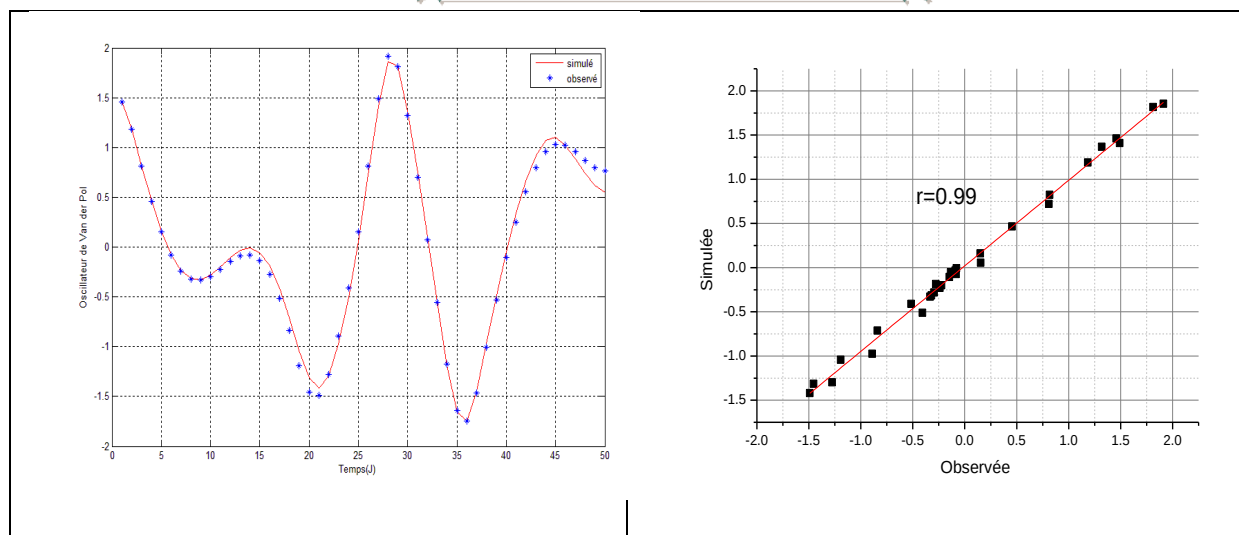


Fig. III.2 Comparaison entre valeurs observées et valeurs simulées pour l'Oscillateur de Van der Pol.

Tableau III.2 Caractéristiques statistiques des valeurs simulées et observées pour l'Oscillateur de Van der Pol.

Le tableau III.2 présente quelques caractéristiques statistiques obtenues pour l'oscillateur de Van der Pol, les résultats sont pratiquement parfaits. Cependant, si la simulation est très satisfaisante jusqu'à la cinquantième valeur, elle est moins intéressante pour des périodes plus longues

Paramètres statistiques	Valeurs observées	Valeurs simulées
Moyenne	0.81	0.82
Ecart type	0.53	0.526
Minimum	0.15	0.16
Maximum	1.46	1.46
Coefficient de variation	0.65	0.64

- **Processus Stochastique** : La simulation prévisionnelle pour une série temporelle aléatoire est tout à fait insignifiante et hasardeuse (Fig.III.3)

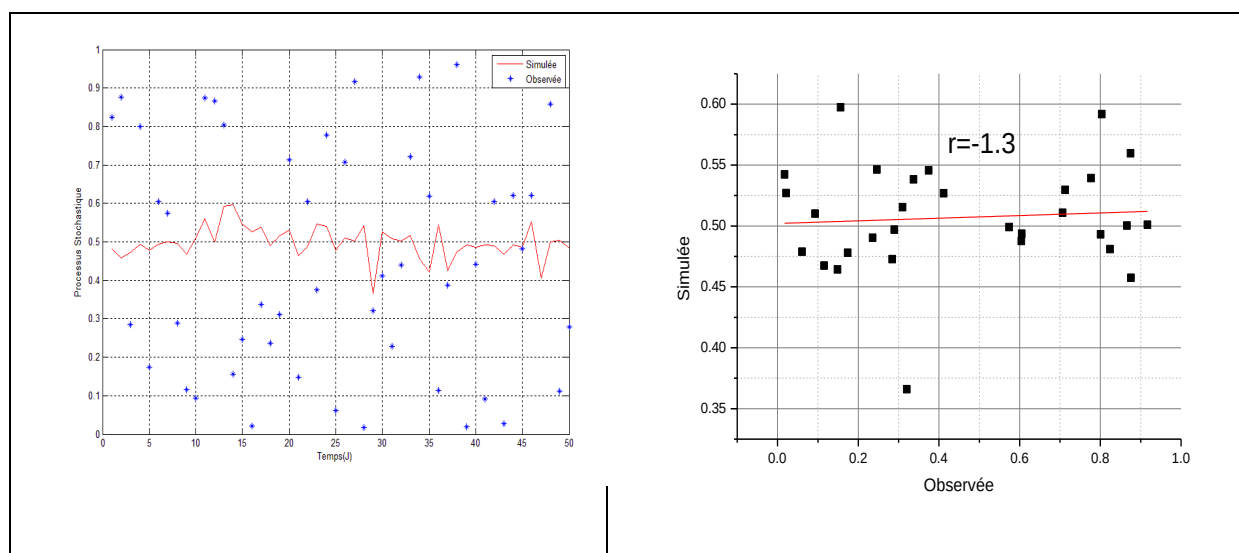


Fig. III.3 Comparaison entre les données observées et simulées pour le Processus stochastique.

Les paramètres statistiques reportés dans le tableau III.3 sont inexploitable. Ce qui prouve que l'algorithme utilisé n'est valide que pour des processus chaotiques ayant une dynamique sous-jacente déterministe. Le tableau III.4 résume les indicateurs de performance des trois systèmes étudiés. On remarque la haute performance des deux systèmes chaotiques, alors que le processus stochastique ne montre aucune performance ni de résultats significatifs.

Tableau III.3 : Caractéristiques statistiques des valeurs simulées et observées pour le processus stochastique.

Paramètres statistiques	Valeurs observées	Valeurs simulées
Moyenne	0.59	0.48
Ecart type	0.33	0.013
Minimum	0.17	0.45
Maximum	0.87	0.49
Coefficient de variation	0.56	0.027

Tableau III.4 Indicateurs de performance (Simulations sur les cinq premières valeurs)

Systèmes	ASE	CE	r
système de Lorenz	0.0042	0.99	0.99
oscillateur de Van der Pol	6.703*10⁻⁶	0.99	0.99
processus Stochastique	0.046	-0.151	-1.301

- **Processus Hydrologique :** Nous entendons par processus hydrologique, le processus de la transformation de la pluie en débit.

- **Station Hydrométrique Amont des gorges :** La prévision des débits au niveau de cette station située dans le bassin côtier algérois, semble très intéressante jusqu'à 22 jours. Le modèle simule la décrue de l'Oued avec un coefficient de corrélation r de 0.97. La (figure III.4) illustre les résultats de la simulation.

Le tableau III.5 résume les principales statistiques des débits simulés et observés. Les résultats sont très encourageants et assez satisfaisants jusqu'à 22 jours. Nous constatons une bonne estimation du débit moyen ainsi que les débits extrêmes. Ces résultats sont déjà révélateurs de la chaocité du phénomène débit.

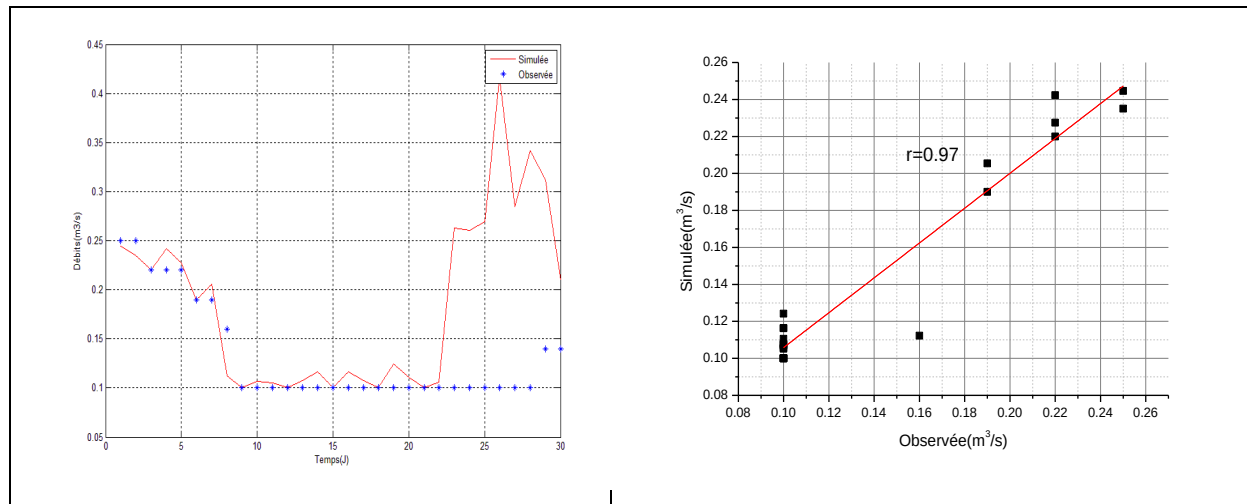


Fig. III.4- Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Amont des gorges(021126).

Tableau III.5 : Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Amont des gorges.

Paramètres statistiques	Débits observés(m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	0.23	0.23
Ecart type	0.016	0.0098
Minimum	0.22	0.22
Maximum	0.25	0.24
Coefficient de variation	0.071	0.042

- Station de Attatba : Située également dans le bassin côtier algérois, elle présente des résultats très satisfaisants jusqu'à 27 jours (Fig. III.5).

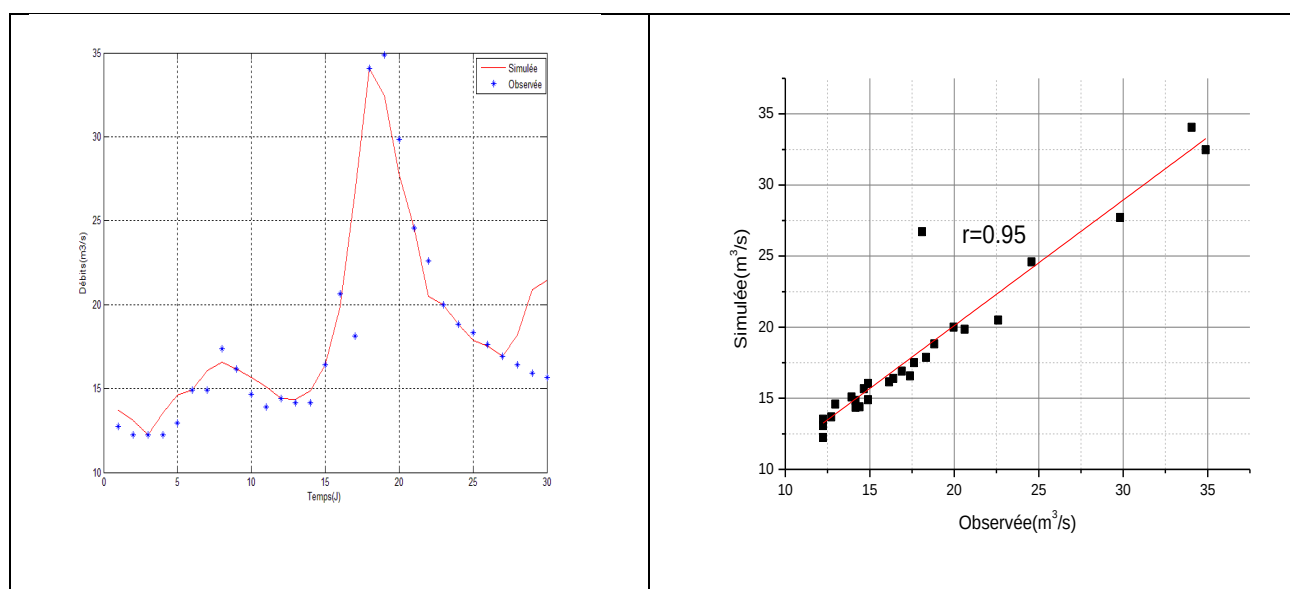


Fig.III.5 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Attatba(021011).

Tableau III.6 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Attatba.

Le coefficient de corrélation obtenu est de 0.95. Le tableau III.6 donne quelques statistiques comparatives acceptables. Dans ce cas le modèle simule une crue avec une bonne estimation. Il simule également la décrue de l'Oued avec une très bonne précision sur dix (10) jours. Là également le modèle issu de la dynamique non linéaire prouve son efficacité pour la prévision des processus hydrologiques.

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	12.48	13.58
Ecart type	0.34	0.87
Minimum	12.24	12.24
Maximum	12.96	14.63
Coefficient de variation	0.027	0.064

- Station de Belloua : Cette station est située dans le bassin du Sebaou qui fait partie du côtier algérois.

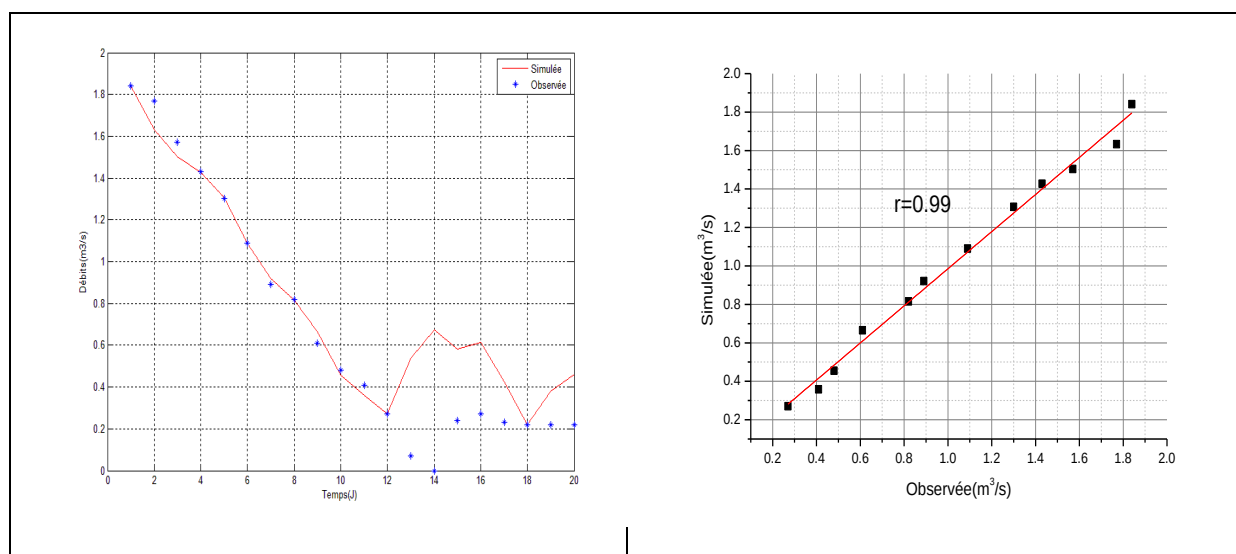


Fig.III.6 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Belloua(021803).

Tableau III.7 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station Belloua.

Les résultats obtenus sont très intéressants jusqu'au douzième jour. Le modèle simule ici une décrue parfaitement où le coefficient de corrélation r est égal à 0.99.

Le tableau III.7 regroupe quelques statistiques des résultats des simulations. Sur cette période de douze jours les débits simulés par le modèle sont assez satisfaisants.

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	1.58	1.502
Ecart type	0.226	0.26
Minimum	1.30	1.19
Maximum	1.84	1.84
Coefficient de variation	0.143	0.171

-Station de LaKhdaria : La station est située dans le bassin d'Isser. La période de simulation correspond à une période d'étiage légèrement influencée. Les résultats de simulations sont assez concordants avec ceux observés jusqu'au 29^{ème} jour (Fig.III.7). Le coefficient de corrélation obtenu sur cette période est de 0.81.

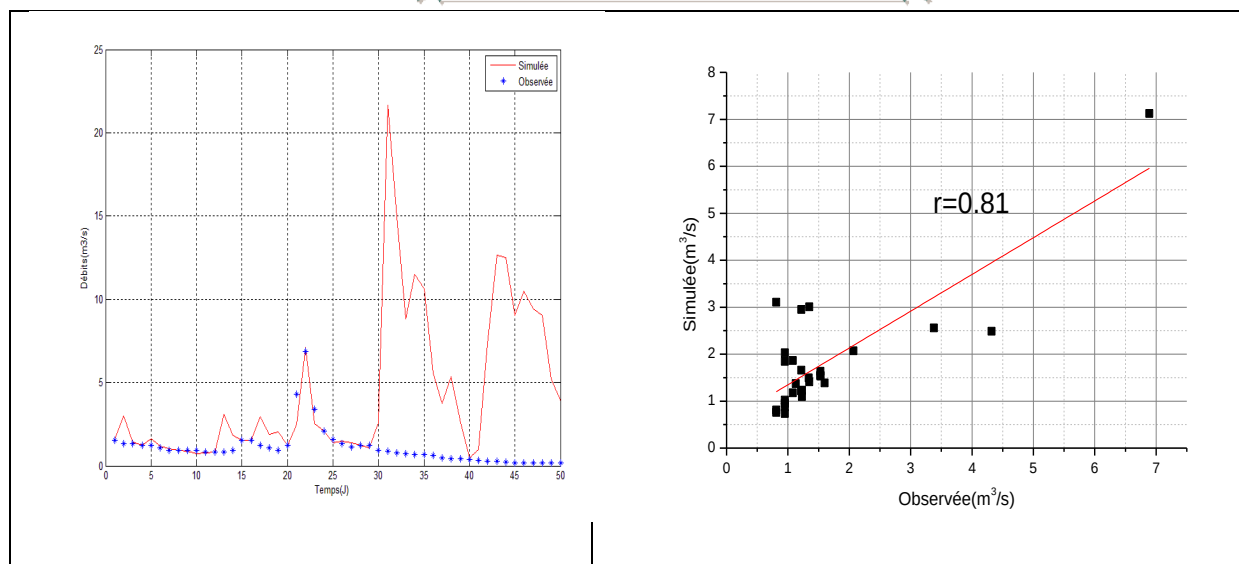


Fig. III.7 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station LaKhdaria(090501).

Tableau III.8 Caractéristiques statistiques des débits simulés et observés à la station LaKhdaria.

Le tableau III.8 résume les principales caractéristiques statistiques. Dans ce cas aussi, les résultats sont assez satisfaisants.

Cependant, pour d'autres stations, RN 24 Azeffoun, Aïn Zaouia, Boubhir et Rocher des pigeons les résultats obtenus sont médiocres et inexploitable (Fig. III.8, III.9, III.10 et III.11 et Tab. III.9, III.10, III.11 et III.12).

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	1.334	1.78
Ecart type	0.127	0.704
Minimum	1.22	1.22
Maximum	1.53	3.005
Coefficient de variation	0.095	0.394

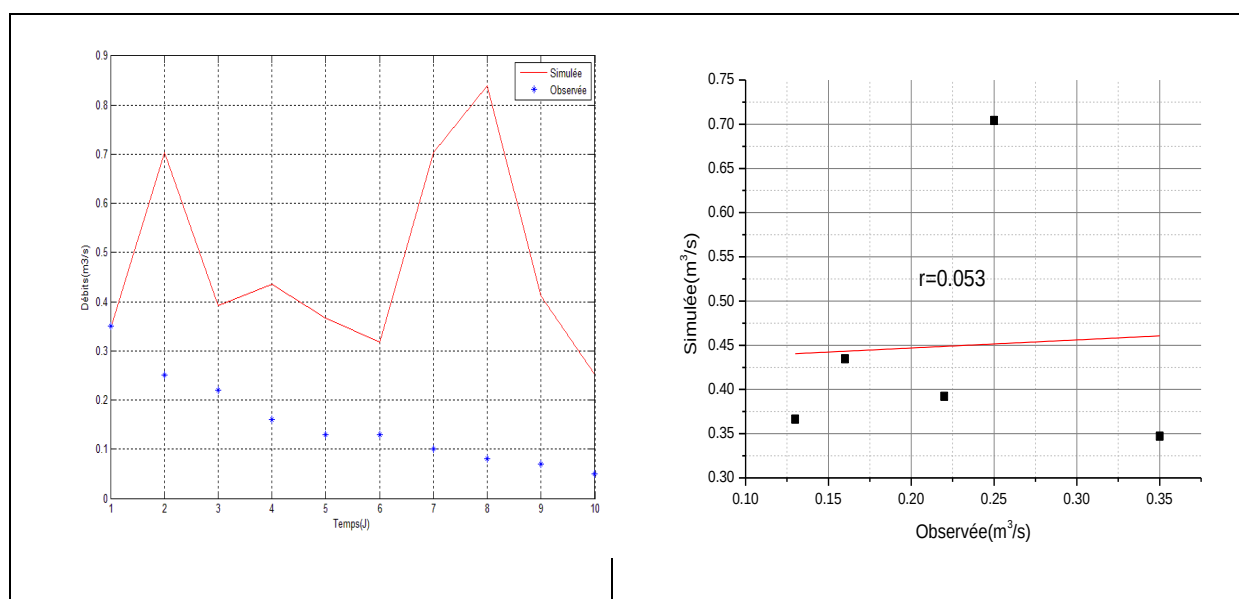


Fig. III.8 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station RN 24 Azeffoun(020808)

Tableau III.9- Comparaison entre les débits observés et simulés : RN 24 Azeffoun (020808)

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	0.22	0.45
Ecart type	0.086	0.146
Minimum	0.13	0.35
Maximum	0.35	0.704
Coefficient de variation	0.39	0.33

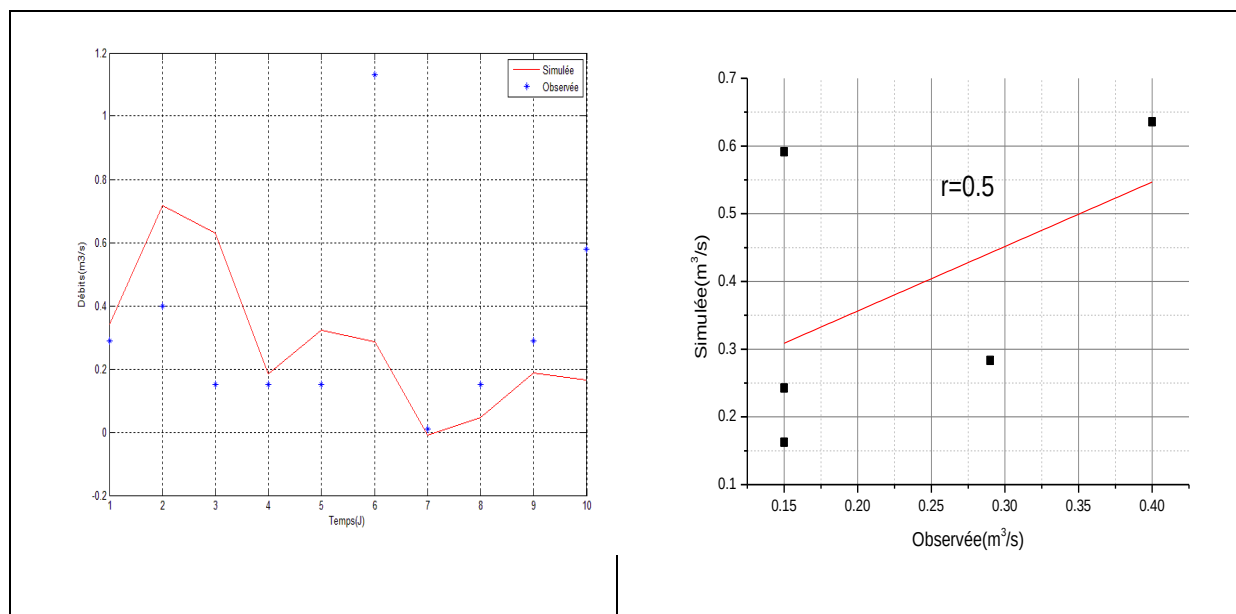


Fig.III.9- Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Ain Zaouïa(021905).

Tableau III.10- Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Ain Zaouïa (021905).

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	0.23	0.38
Ecart type	0.114	0.215
Minimum	0.15	0.16
Maximum	0.40	0.63
Coefficient de variation	0.49	0.56

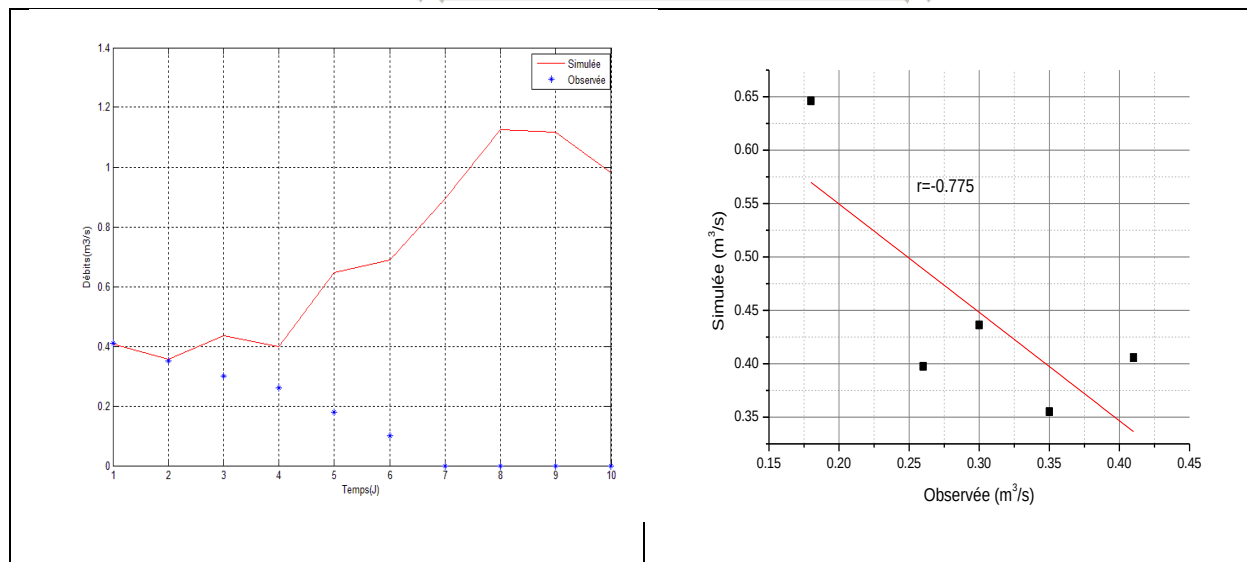


Fig.III.10-Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Boubhir(021513).

Tableau III.11 -Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Boubhir (021513).

Paramètres statistiques	Débits observés (m^3/s)	Débits simulés (m^3/s)
Moyenne	0.300	0.448
Ecart type	0.087	0.114
Minimum	0.18	0.35
Maximum	0.41	0.64
Coefficient de variation	0.29	0.255

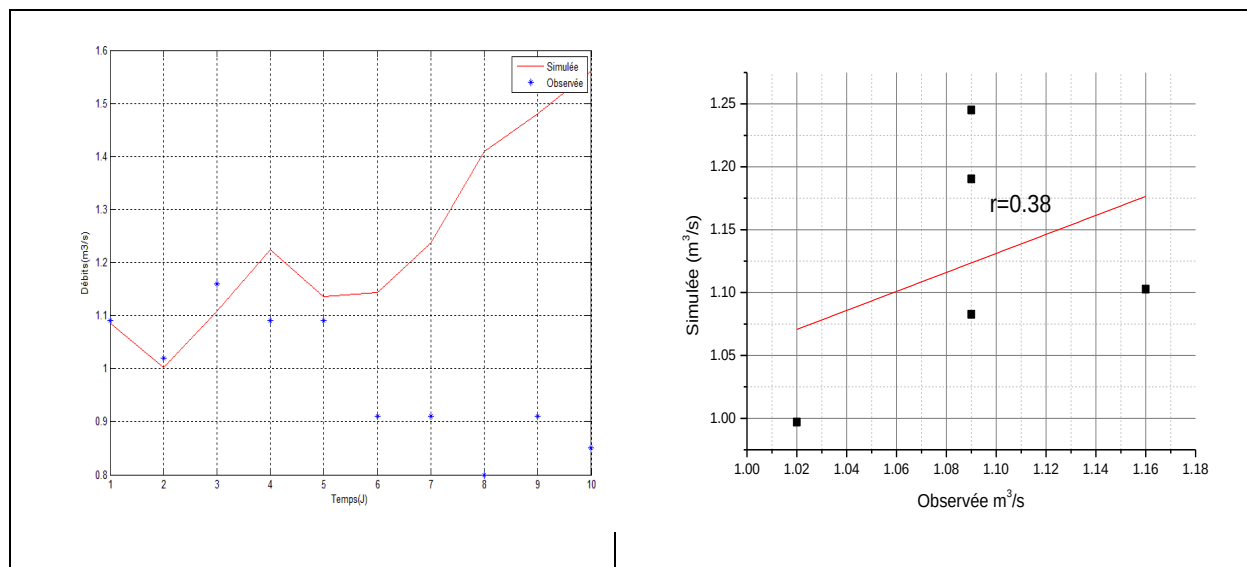


Fig.III.11 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Rocher des pigeons(021301).

Tableau III.12 Comparaison entre les débits observés et simulés : Roucher des pigeons(021301).

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	1.09	1.12
Ecart type	0.049	0.097
Minimum	1.02	0.99
Maximum	1.16	1.24
Coefficient de variation	0.045	0.086

*Station de Sidi Ali Ben Youb : Situé dans le bassin de Macta au Nord-Ouest du pays, le modèle simule parfaitement une crue isolée le deuxième jour suivi d'une phase de décrue et de tarissement sur une longue période près de 50 jours (Fig.III.12), et où le coefficient de corrélation est assez fort de 0.97. Le tableau III.13 résume les résultats statistiques.

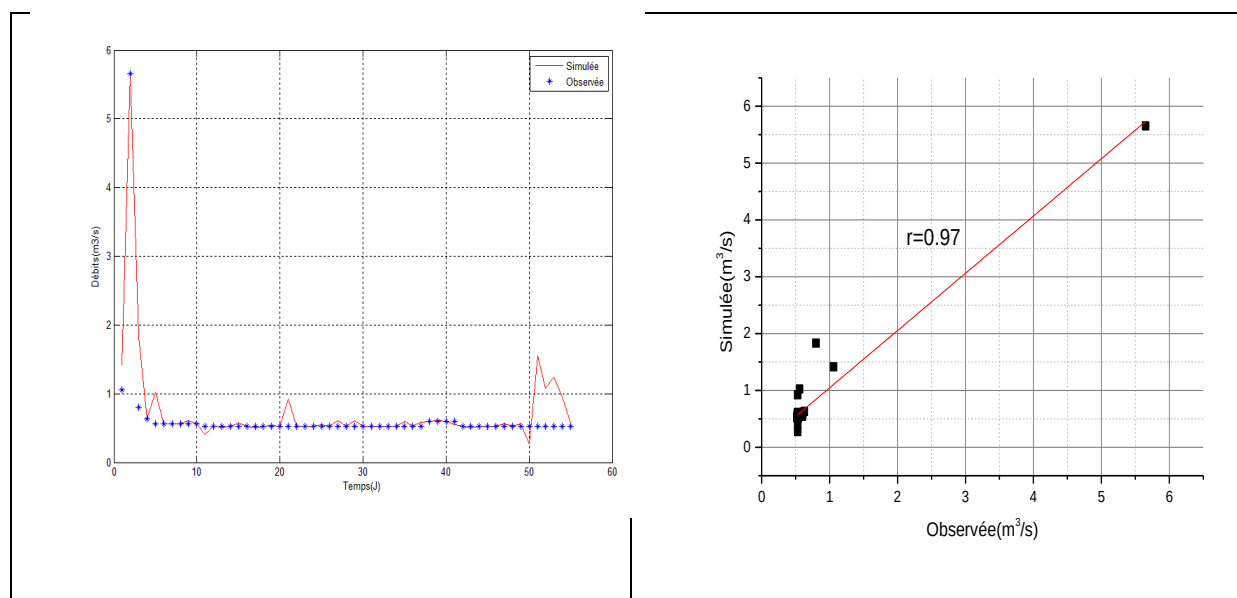


Fig.III.12 Comparaison entre les débits observés et simulés : Sidi Ali Ben Youb(110201).

Tableau III.13 Comparaison entre les débits observés et simulés : Sidi Ali Ben Youb.

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	1.74	2.09
Ecart type	2.19	2.04
Minimum	0.56	0.63
Maximum	5.65	5.65
Coefficient de variation	1.26	0.973

- Station de Sidi Aissa : La station est située dans le bassin de la Tafna. Le modèle simule une phase de décrue d'une façon très satisfaisante jusqu'au 13^{ième} jour avec un fort coefficient de corrélation de 0.97. La figure III.13 et le tableau III.14 illustrent les résultats de simulations.

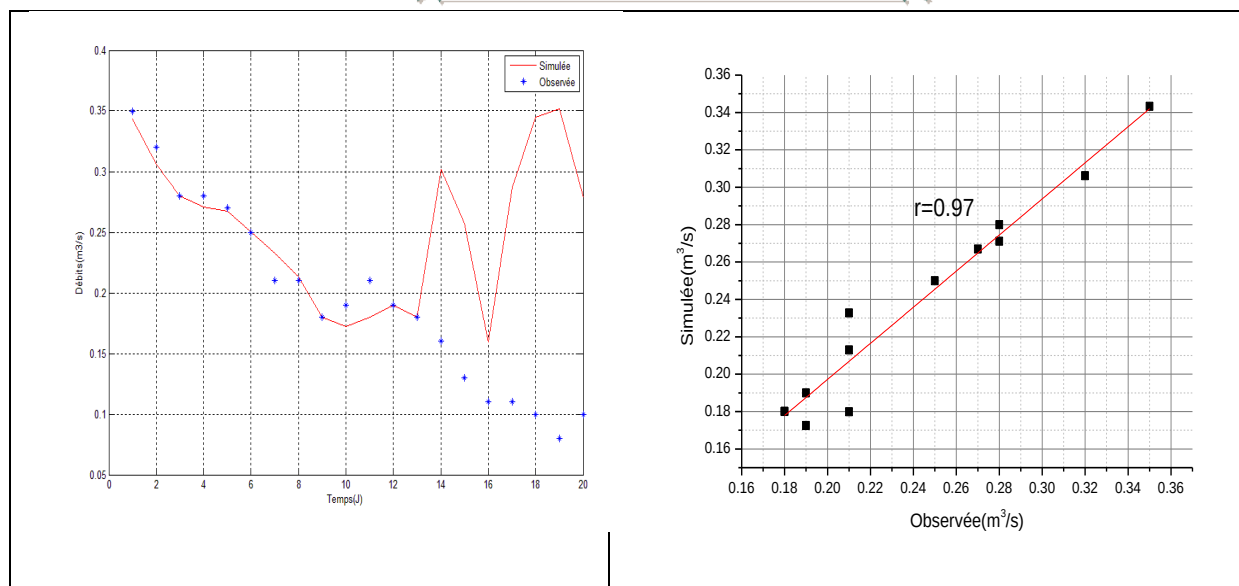


Fig.III.13 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Sidi Aissa(160614).

Tableau III.14 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station Sidi Aissa (160614).

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	0.300	0.29
Ecart type	0.034	0.032
Minimum	0.27	0.27
Maximum	0.35	0.34
Coefficient de variation	0.113	0.108

- Station de la Traïlle : Cette station est située dans le bassin de l'Oued Isser. Les résultats sont juste moyens même si le coefficient de corrélation est relativement élevé $r = 0.82$. La figure III.14 et le tableau III.15 regroupent les principaux résultats.

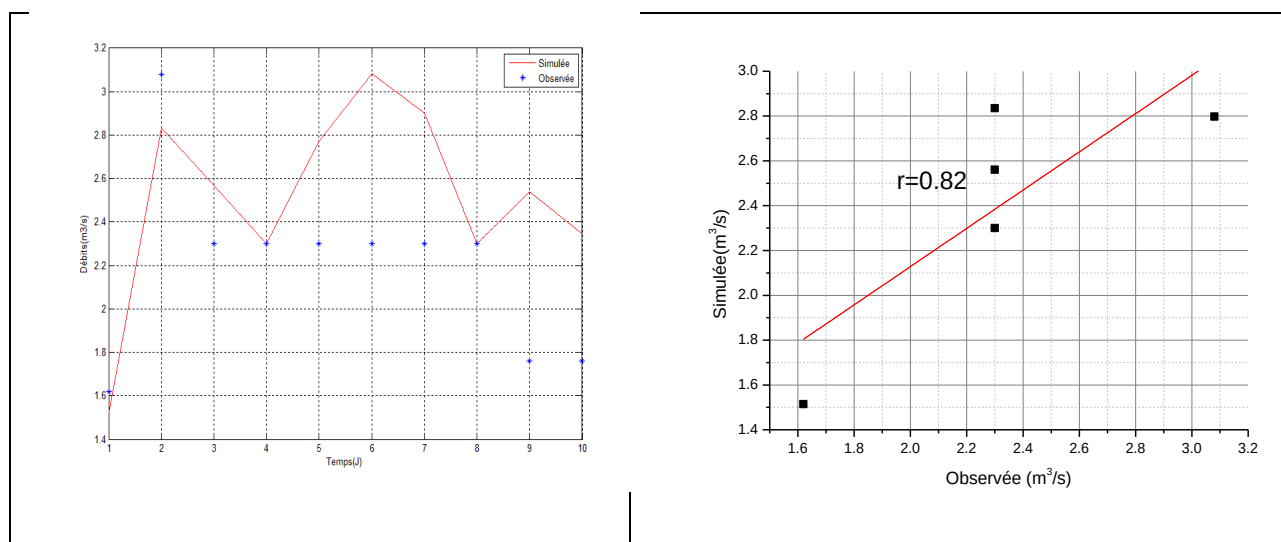


Fig.III.14 Comparaison entre les débits observés et simulés à la station La traïlle(090408).

Tableau III.15-Comparaison entre les débits observés et simulés à la station La traïlle.

Paramètres statistiques	Débits observés (m ³ /s)	Débits simulés (m ³ /s)
Moyenne	2.32	2.40
Ecart type	0.52	0.54
Minimum	1.62	1.51
Maximum	3.08	2.83
Coefficient de variation	0.22	0.22

Le tableau III.16 ci-dessous, regroupe l'ensemble des indicateurs de performance de toutes les stations étudiées.

Globalement, les résultats sont pour la majorité des stations encourageants et assez satisfaisants. Pour certaines stations les résultats de simulations sont médiocres et faibles dus probablement à la qualité des données. Ce type de traitement demande des séries de données suffisamment longues et couvrent des périodes climatiques différentes pour être représentatives

Tableau III.16-Indicateurs de Performance pour toutes les stations hydrométriques pour une période de prévision de cinq jours.

Stations	Code ANRH	ASE	CE	r
La traïlle	090408	0.089	0.58	0.82
LaKhdaria	090501	0.59	-44.37	0.18
Turgot Nord	040220	$5.15 \cdot 10^{-4}$	-1.301	0.88
Sidi akkacha	020207	0.101	-49.07	0.27
Freha	021605	9.48	$-1.14 \cdot 10^2$	-0.34
	020331	0.0015	0.64	0.97
Bordj Ghobrini	020301	5.26	0.19	0.53
Mdjez Amar	140201	0.25	0.87	0.97
Belloua	021803	0.0086	0.79	0.98
Sidi Aïssa	160614	$6.51 \cdot 10^{-5}$	0.92	0.98
El Asnam	150204	0.0079	0.89	0.97
El hacaïba	110101	0.038	-3.9	0.65
Attatba	021011	1.53	-15.65	0.78
Baghlia	022001	3.43	-536.25	-0.67
Barraki	021418	0.88	-139.98	-0.88
Rocher des pigeons	021301	0.0025	-2.879	0.38
Boubhir	021513	0.023	-7.32	-0.775
RN 24 Azeffoun	020808	0.0159	-11.45	0.053
Ain Zaouïa	021905	0.0092	-4.013	0.502
Sidi Ali Ben Youb	110201	0.268	0.93	0.98
Amont des gorges	021126	$1.65 \cdot 10^{-4}$	0.23	0.50

III.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué l'algorithme de Farmer-Sidorowich basé sur la reconstruction de l'espace de phase selon la méthode de Takens et ceci pour réaliser des simulations prévisionnelles des débits à court terme dans les bassins septentrionaux de l'Algérie.

Les résultats de simulations pour la majorité des stations hydrométrique sont satisfaisants hormis quelques stations où peut être le manque de données ou le choix de la période de simulation ont influencés les résultats.

En définitive, ces résultats montrent bien que les processus hydrologiques tout au moins en Algérie septentrionale ont une dynamique sous-jacente déterministe qu'il faut profondément étudiée afin d'arriver à concevoir sur la base de la dynamique non linéaire des modèles de prévision efficaces et performants.

Conclusion générale :

La modélisation et l'analyse du comportement dynamique des systèmes non linéaires ont constitué les mots clés autour desquels se sont situés les travaux de ce mémoire.

Le travail de ce projet a consisté dans un premier temps à maîtriser et à comprendre certaines des propriétés complexes de la dynamique chaotique. Cette compréhension a été accompagnée par une illustration concrète de certaines notions du chaos par deux exemples célèbres du chaos déterministe tels que le système de Lorenz et l'Oscillateur de Van Der Pol, ainsi qu'un exemple de processus stochastique.

Par la suite, une analyse chaotique des séries Hydrologiques (pluies et débits) de l'Algérie septentrionale a été réalisée. Deux approches ont été abordées dans cette étude pour détecter la présence du chaos dans ces séries :

- L'approche dynamique : basée sur les exposants de Lyapunov à l'aide de trois algorithmes différents pour déterminer le plus grand exposant de Lyapunov ;
- L'approche métrique : basée sur l'algorithme de Grassberger-Procaccia pour déterminer l'intégrale de corrélation et la dimension fractale.

Nous avons également reconstruit l'espace des phases selon la méthode de Takens, en déterminant le déphasage temporel à l'aide de la fonction autocorrélation et la fonction d'information mutuelle. Pour la dimension de plongement on utilise la technique des plus proches faux voisins et la méthode de Cao.

L'analyse chaotique des séries hydrologiques de l'Algérie septentrionale, semble confirmer l'hypothèse que l'organisation des séries ne soit pas uniquement due à des corrélations stochastiques, mais il pourrait s'agir d'un processus de chaos déterministe de faible dimension. Afin de compléter cette analyse, nous proposons l'application d'une approche complémentaire : l'approche Topologique basée sur les graphiques de récurrence et l'analyse quantitative de récurrence.

La deuxième partie de ce travail comprend une application de l'algorithme de Farmer-Sidorowich pour simulation prévisionnelle des débits. Les résultats de simulations pour la majorité des stations hydrométriques sont satisfaisants et encourageants, hormis quelques stations où peut être le manque de données ou le choix de la période de simulation ont influencés les résultats.

En définitive, ces résultats montrent que les processus hydrologiques ont une dynamique sous-jacente déterministe qu'il faut profondément étudier afin d'arriver à concevoir sur la base de la dynamique non linéaire des modèles de prévision efficaces et performants.

Bibliographie

A.N.R.H. (1993). *Cartes Pluviométrique de L'Algérie du Nord a L'échelle du 1/500 000. Notice Explicative, Projet PNUD/ALG/88/021, Agence Nationale des Ressources Hydrauliques, Alger* , 49 pp.

A.N.R.H. (2006). *Cartes des Ecoulements Moyens Annuels sur le Nord de L'Algérie. Notice Explicative, Agence Nationale des Ressources Hydrauliques, Alger* , 46 pp.

Abarbanel, H. (1996). *Analysis of Observed Chaotic Data. Eds. Springer-Verlag, New York Inc* , p.277.

Abdul Rahuman, A. (2009). *Analyse des Systèmes Non-linéaires à Dynamiques Complexes. Mémoire de Magister, Université Abou Bekr Belkaid.*

AAmorocho, J. (1963). *Mesures of the linearity of hydrologic systems. Journal of Geophysical Research*, 68(8) , 2237-2249.

Cao, L. (1997). *Practical Method for Determining the Minimum Embedding Dimension of a Scalar Time Series. Physica D* 110 , 43-50.

Chaouche, K. (2001). *Approche Multifractale de la Modélisation stochastique en hydrologie . Thèse de Doctorat, Université Paris VI, Paris: 121.*

Chettih, M., Chorfi, K., & Mouattah, K. (2015). *Combining a Neural Network with Deterministic Chaos Theory Using Phase Space Reconstruction for Daily Rainfall-Runoff Forecasting. International Symposium and Systems (pp. April 28-30). Algiers: IEEE.*

Comet, G., Lejeune, ., & Maury-Rouan, . (2008). *Mémoire Individuelle, Mémoire Collective et Histoire. Marseille : solal.*

Eckmann, J. P., & Ruelle, D. (1985). *Ergodic theory of chaos and strange attractors. Reviews of Modern Physics*, 57(3) , 617.

Elhadj, Z. (2006). *Etude de Quelques Types de Systemes Chaotiques: Généralisation d'un Modele Issu du Modele de Chen. Thèse de Doctorat Université Mentouri de Constantine.*

Farmer, J. D., Ott, E., & Yorke, A. (1983). *The Dimension of Chaotic Attractors . Physica* 7 D , 153-180.

Geoffroy, S. (2007). *Méthodes non linéaires pour séries temporelles : prédiction par Double Quantification Vectorielle et sélection du délai en hautes dimensions . Thèse de Doctorat, Université catholique de Louvain.*

Girard, M. (1997). *Prévision de séries temporelles par techniques locales d'apprentissage*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon.

Goumidi, D. E. (2010). *Fonction logistique et standard chaotique pour le chiffrement des images satellitaires*. Mémoire de Magister, Université Mentouri de Constantine.

Grassberger, P., & Procaccia, I. (1983). *Measuring the strangeness of strange attractors*. *Physica D* 9 , 189-208.

Guessas, L. (2010). *Backstepping Backstepping adaptatif pour le contrôle la poursuite et la synchronisation des systèmes dynamiques non linéaires chaotiques*. Thèse de Doctorat, Université Ferhat ABBAS – Sétif.

Hamaizia, T. (2013). *Systèmes Dynamiques et Chaos "Application à L'optimisation a L'aide d'Algorithme Chaotique"*. Thèse de Doctorat, Université de Constantine .

Henneni, R., & Terraza, M. (2011). *Etude de la Performance d'une Value-at-Risk Chaotique pour l'indice CAC 40*. Université Montpellier1.

Henry, B., Lovell, N., & Camacho, F. (2001). *Nonlinear Dynamics Time Series Analysis*. IEEE press.

Hervé, A. (1994). *le chaos en finance. Deux mesure de l'exposant de lyapunov comme signal de chaos à la bourse de paris*. *journal de la société statique de paris* , 45.

Jacob, E. (2011). *Analysis of System Signals Based on Cross Recurrence Method for System Dynamics Characterization* . Thèse de Doctorat , School of Engineering Cochin University of Science and Technology, Kerala , India .

Judda, K., & Smith, L. A. (2004). *Indistinguishable states II The imperfect model scenario*. *Physica D* 196 , 224–242.

Kaboya, M. (1990). *Modélisation Pluie- Débit au pas de Temps Mensuel et Annuelle en Algérie Septentrionale*. Paris: Laboratoire D'Hydrologie et de Geochimie Isotopique.

Kadi, A. (1997). *La Gestion de L'eau en Algérie*. *Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques* , 8.

Kennel, M. B., Reggie, B., & Abarbanel, H. D. (1992). *Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometrical Construction*. *Physical Review A* , 3403-3411.

Kentz, H., & Schreiber, T. (2003). *Nonlinear Time Series Analysis*. Eds. Cambridge University Press , p.369.

Kolmogorov, A. (1958). *A New Metric Invariant of Transitive Dynamical Systems and Lebesgue Space Automorphisms*. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 119 , 861-864.

Lionel, B. (2004). *Processus Stochastiques :Processus de Poisson et Chaines de Markov*.

- Lorenz, E. N. (1993). *The Essence of Chaos*. University of Washington Press.
- Marchant, M. D. (1998). *Sur l'existence de comportement chaotique dans les systèmes manufacturiers*. Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1.
- Megherbi, O. (2013). *Etude et Réalisation d'un Système Sécurisé à Base de Systèmes Chaotiques*. Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou.
- Michael, T., Rosenstein, J. J., Luca, C., & De, C. J. (1993). A Practical Method for Calculating Largest Lyapunov Exponents from Small Data Sets. *Physica D* 65 , 117-134.
- Morel, C. (2005). *Analyse et contrôle de dynamiques chaotiques, application à des circuits électroniques non-linéaires*. Thèse de Doctorat, Université d'Angers.
- N. Lambrakis, A. S. (2000). Nonlinear analysis and forecasting of a brackish karstic spring. *Water Resources Research* , VOL. 36, NO. 4 , 875-884.
- Packard, N., Crutchfield, J., & Farmer, J. a. (1980). Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.* 45 , 712.
- Parrochia, D. (1997). *Les Grandes Révolutions scientifiques du XXe siècle*. Paris, Presses Universitaires de France.
- Perc, M. (2006). *Introducing Nonlinear Time Series Analysis in Undergraduate Courses*. *Fizika A (Zagreb)* 15 (2) , 91–112.
- Reiss, J. D. (2001). *The Analysis of Chaotic Time Series*. Thèse de doctorat, Georgia Institute of Technology.
- Riane, N. (2004). *Study of the Returns Nonlinear Dynamics of the Casablanca Stock Exchange*. Faculté de Droit et d'Economie, Université Mohamed V: Agdal, Rabat, Morocco.
- Sato, S., Sano, M., & Sawada, Y. (1987). Practical Methods of Measuring the Generalized Dimension and the Largest Lyapunov exponent in high Dimensional Chaotic Systems,. *Prog. Theor. Phys.* 77 , 1.
- Sidorowich, J. D. (1987). Predicting Chaotic Time Series. *Physical Review Letters* , p 845-848.
- Siek, M. (2011). *Predicting Storm Surges: Chaos, Computational Intelligence, Data Assimilation, Ensembles*. Delft, The Netherlands.
- Sinai, Y. G. (1959). On the concept of entropy of a dynamical system. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 124 , 768-771.
- Sivakumar, B., & Berndtsson, R. (2010). *Advances in Data-Based Approaches for Hydrologic Modeling and Forecasting* . Eds. World Scientific Publishing, N.J. USA , p.519.
- Sperber, F., & Paris, R. (2009, 12 3). *Qu'est-ce que le chaos déterministe ?* Consulté le 05 13, 2015, sur Matière et Révolution: <http://www.matierevolution.fr/spip.php?article474>

Takens, F. (1981). *Detecting strange attractors in turbulence*, *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick, . *Lecture Notes in Mathematics* 898, Springer-Verlag , 366-381.

Taouti, M. B. (2012). *Analyses Fractales et Multifractales des Précipitations et des débits en Algérie septentrionale* . *Mémoire de Magister* , Université Amar Thélidji-Laghout .

Theiler, J. (1990). *Estimating Fractal Dimension* . *Optical Society of America*, 7 , 1055-1073.

Thieler, J., Eubank, S., Longtin, J., Galdrikian, B., & Farmer, D. (1992). *Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data*. *Physica D* 58 , p 77-94.

Velickov, S. (2006). *Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Hydrodynamics and Hydrological Modelling*. Eds. Taylor & Francis, London, UK , 396.

Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., & Vastano, J. A. (1985). *Determining Lyapunov Exponents from a Time Series*. *Physica* 16D , 285-317.