

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Amar Telidji de Laghouat



Faculté de Technologie  
Département d'Électronique

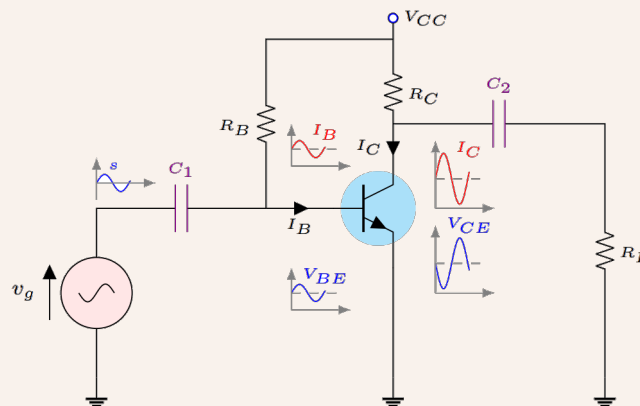
# ÉLECTRONIQUE APPLIQUÉE

Support de cours

**Dr. AMEUR Khaled**

Maître des conférences classe B

kh.ameur@lagh-univ.dz



# Avant-propos

L'électronique appliquée est un domaine de l'ingénierie qui englobe la conception, la fabrication et l'utilisation de dispositifs électroniques pour des applications pratiques. Les technologies électroniques sont omniprésentes dans notre vie quotidienne et sont essentielles à de nombreuses industries telles que les télécommunications, les soins de santé, les transports, l'automobile et bien d'autres.

Ce support de cours en électronique appliquée a été conçu pour fournir aux étudiants les connaissances et les compétences de base nécessaires pour comprendre et travailler avec des circuits électroniques.

Le contenu de ce cours a été spécifiquement conçu pour les étudiants de la première année Master en Automatique et informatique industrielle. Les sujets couverts dans ce cours comprennent les caractéristiques des transistors et leurs applications en mode amplification et en mode commutation, les différents montages à base d'amplificateurs opérationnels, en modes linéaire et non linéaire, les applications des amplificateurs, ainsi que la conception et l'analyse des filtres actifs.

Nous espérons que ce cours aidera les étudiants à acquérir une compréhension approfondie de l'électronique appliquée et leur permettra de préparer à relever les défis de l'industrie électronique en constante évolution.

# Table des Matières

<b>1</b>	<b>Rappel sur les lois d'électricité</b>	<b>5</b>
1.1	Théorème de Millman . . . . .	5
1.2	Diviseurs de tension . . . . .	7
1.3	Théorème de superposition: . . . . .	9
1.4	Théorème de Thevenin: . . . . .	10
1.5	Signaux alternatifs et continus . . . . .	12
1.5.1	Représentation des sources: . . . . .	13
1.5.2	Types des signaux: . . . . .	13
1.6	Gain et Impédances d'entrée et de sortie d'un circuit: . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Le transistor et ses applications</b>	<b>17</b>
2.1	Introduction . . . . .	17
2.2	Le transistor en Amplification: . . . . .	17
2.2.1	Courants du transistor: . . . . .	17
2.2.2	Configurations du transistor BJT: . . . . .	18
2.2.3	Configuration Emetteur commun: . . . . .	20
2.2.4	Reduction des sources DC: . . . . .	21
2.2.5	Stabilisation du point de repos: . . . . .	22
2.2.6	Montage EC: Polarisations par contre reaction de $R_E$ . . . . .	25
2.2.7	Montage EC: Polarisations par contre reaction de $R_C$ . . . . .	26
2.2.8	Montage EC: Polarisations par contre reaction de $R_E$ et $R_C$ . . . . .	27
2.2.9	Montage EC: Polarisations par divisuer de tension PDT . . . . .	28
2.2.10	Etude dynamique: . . . . .	31
2.3	Le transistor en commutation: . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Les amplificateurs opérationnels en régime linéaire</b>	<b>37</b>
3.1	Introduction: . . . . .	37
3.2	Schéma équivalent: . . . . .	38
3.3	La caractéristique Entrée-Sortie d'un Ampli-Op: . . . . .	38
3.4	Contre-réaction négative: . . . . .	39
3.4.1	Montage Suiveur: (Buffer) . . . . .	40
3.4.2	Montage Inverseur: . . . . .	40
3.4.3	Montage Non inverseur: . . . . .	41
3.4.4	Montage Additionneur: . . . . .	42
3.4.5	Montage Soustracteur: . . . . .	43
3.4.6	Montage Integrateur: . . . . .	45
3.4.7	Montage Dérivateur: . . . . .	47
3.5	Exercices: . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Les amplificateurs opérationnels en régime non linéaire</b>	<b>51</b>
4.1	Introduction: . . . . .	51
4.1.1	Comparateur non inveseur : . . . . .	51
4.1.2	Comparateur inveseur : . . . . .	52

4.1.3	Comparateur non inverseur à tension de seuil inversée: . . . . .	53
4.1.4	Comparateur inverseur à tension de seuil inversée: . . . . .	54
4.1.5	Trigger de Schmitt inverseur: . . . . .	56
4.1.6	Trigger de Schmitt non inverseur: . . . . .	58
4.1.7	Trigger de Schmitt inverseur à tension de référence: . . . . .	59
4.1.8	Trigger de Schmitt non inverseur à tension de référence: . . . . .	61
4.1.9	Oscillateur de Trigger de Schmitt (Multivibrateur Astable): . . . . .	63
4.2	Exercices: . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Les filtres actifs</b>	<b>70</b>
5.1	Introduction: . . . . .	70
5.2	Types de filtres: . . . . .	70
5.3	Ordre de filtre: . . . . .	71
5.4	Filtre passe-bas premier ordre: . . . . .	72
5.4.1	Filtre passe-bas passif: . . . . .	72
5.4.2	Filtre passe-bas actif: . . . . .	75
5.5	Filtre passe-haut premier ordre: . . . . .	78
5.5.1	Filtre passe-haut passif: . . . . .	78
5.5.2	Filtre passe-haut actif: . . . . .	79
5.6	Filtre passe-bande : . . . . .	82
5.6.1	Filtre passe-bande passif: . . . . .	82
5.6.2	Filtre passe-bande actif: . . . . .	86
5.7	Exemple d'application: . . . . .	89
5.8	Filtre coupe-bande : . . . . .	91
5.8.1	Filtre coupe-bande passif: . . . . .	92
5.8.2	Filtre coupe-bande actif: . . . . .	94
5.9	Exercices: . . . . .	98

# Chapitre 1

## Rappel sur les lois d'électricité

### 1.1 Théorème de Millman

Ce théorème a été prouvé par Jacob MILLMAN afin de gagner un temps considérable dans la recherche de solutions à certains types de problèmes. Il permet d'exprimer le potentiel en un nœud quelconque d'un réseau en fonction des potentiels aux nœuds voisins. Il est également appelé théorème du générateur parallèle (Parallel Generator Theorem). Ce théorème est dérivé des première et deuxième lois de Kirchhoff (KCL : Kirchhoff's Current Law et KVL : Kirchhoff's Voltage Law).

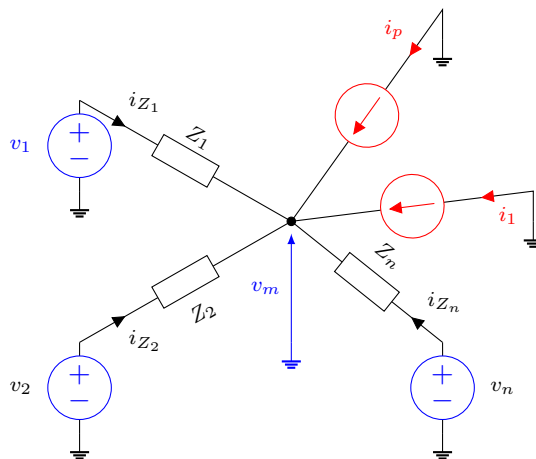


Figure 1.1: Illustration de la théorème de Millman

En appliquant le théorème de Millman,  $v_m$  est donnée par:

$$v_m = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{v_k}{Z_k} + \sum_{j=1}^p i_j}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{Z_k}} \quad (1.1)$$

#### Démonstration:

On applique KCL au point  $m$  on trouve:

$$i_{Z_1} + i_{Z_2} + \dots + i_{Z_n} + i_1 + i_2 + \dots + i_p = 0 \quad (1.2)$$

D'autre coté on a pour chaque maille:

$$v_1 - Z_1 i_{Z_1} - v_m = 0 \Rightarrow i_{Z_1} = \frac{v_1 - v_m}{Z_1} \quad (1.3)$$

$$v_2 - Z_2 i_{Z_2} - v_m = 0 \Rightarrow i_{Z_2} = \frac{v_2 - v_m}{Z_2} \quad (1.4)$$

$$v_n - Z_n i_{Z_n} - v_m = 0 \Rightarrow i_{Z_n} = \frac{v_n - v_m}{Z_n} \tag{1.5}$$

On remplaçant chaque courant dans (1.1) par son equation on trouve:

$$\frac{v_1 - v_m}{Z_1} + \frac{v_2 - v_m}{Z_2} + \dots + \frac{v_n - v_m}{Z_n} + i_1 + i_2 + \dots + i_p = 0 \tag{1.6}$$

$$\frac{v_1}{Z_1} + \frac{v_2}{Z_2} + \dots + \frac{v_n}{Z_n} + i_1 + i_2 + \dots + i_p = \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} \right) v_m \tag{1.7}$$

$$v_m = \frac{\frac{v_1}{Z_1} + \frac{v_2}{Z_2} + \dots + \frac{v_n}{Z_n} + i_1 + i_2 + \dots + i_p}{\left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} \right)} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{v_k}{Z_k} + \sum_{j=1}^p i_j}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{Z_k}} \tag{1.8}$$

**Exemple 01:**

Soit le montage de la figure 2. Trouver  $v_m$ .

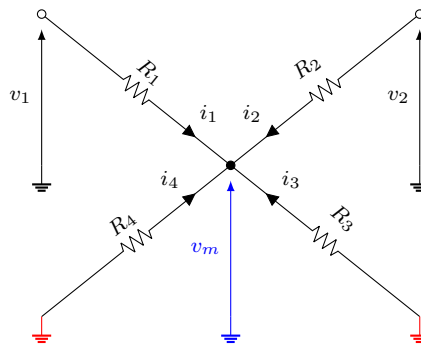


Figure 1.2

La tension  $v_m$  est trouvée tout simplement par:

$$v_m = \frac{\frac{v_1}{Z_1} + \frac{v_2}{Z_2} + \frac{0}{Z_3} + \frac{0}{Z_4}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}} = \frac{\frac{v_1}{Z_1} + \frac{v_2}{Z_2}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}} \tag{1.9}$$

**Exemple 02:**

Soit le montage de la figure (1.3). Trouver la tension au point A.

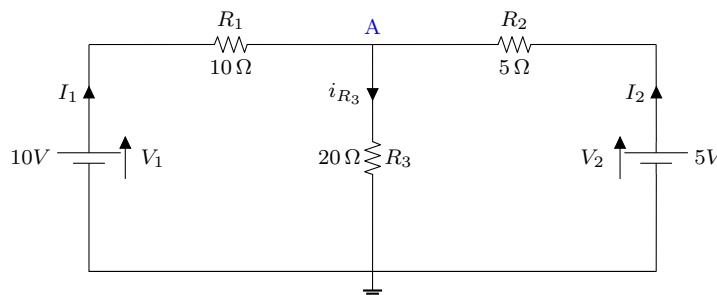


Figure 1.3

**Solution:**

Le circuit peut être représenté comme montre figure (1.4)

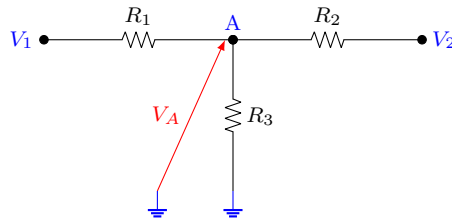


Figure 1.4

En appliquant le théorème de Millman, la tension  $V_A$  est donnée par:

$$V_A = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{0}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{10}{10} + \frac{5}{5} + \frac{0}{20}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20}} = 5.7V \tag{1.10}$$

Remarque:

Dans les schémas électriques on peut représenter les sources de tension par différents symbols. les trois schémas suivants représente le meme circuit électrique:

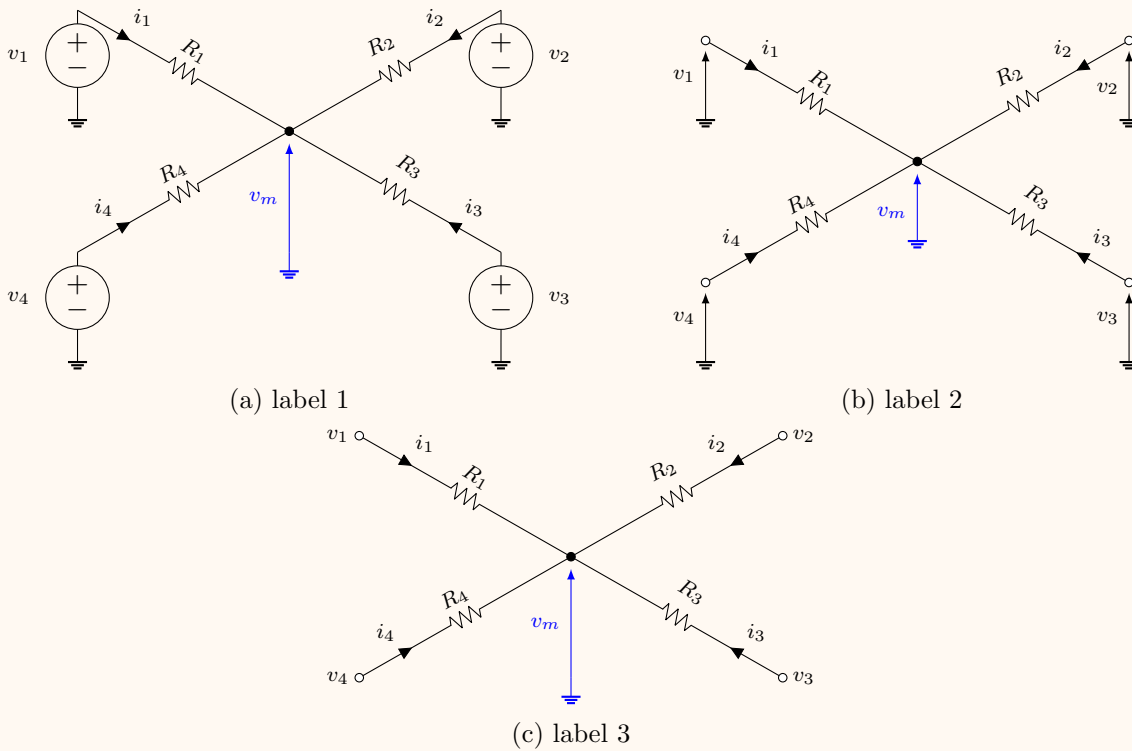


Figure 1.5: Différentes représentations des sources de tension dans les schémas électriques

## 1.2 Diviseurs de tension

Un diviseur de tension est un montage électronique simple permettant d'obtenir une tension (continue ou alternative) qui est une fraction de sa tension d'alimentation  $V_s$ . Il est constitué au moins de deux résistances en série. La tension aux bornes de chaque résistance est illustrée dans la figure (1.6).

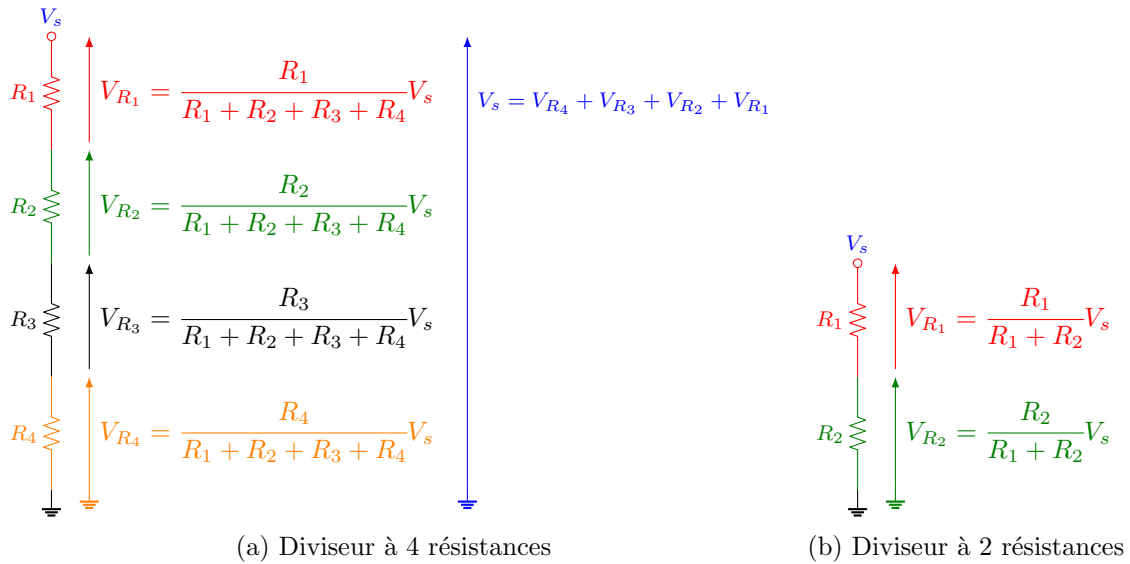


Figure 1.6: Diviseur de tension

Les diviseurs de tension sont utilisés pour ajuster le niveau d'un signal, pour la polarisation des transistors et des amplificateurs actifs, et pour la mesure de tension.

**Exemple 03:**

Soit le montage suivant:

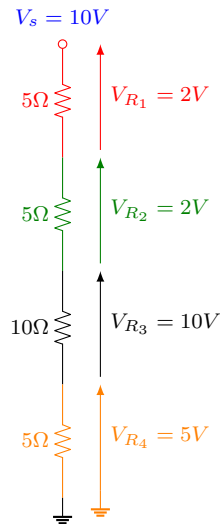


Figure 1.7

Dans ce montage, chaque résistance a pris à ces bornes un pourcentage de la tension d'alimentation équivalent au pourcentage de cette résistance par rapport à la somme de toutes les résistance en série.

**Exemple 04: Dissipation d'énergie par effet Joule**

On donne les deux montages présentés dans la figure(1.8).

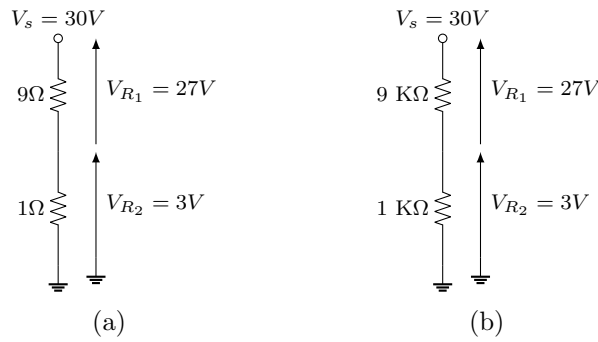


Figure 1.8

Les tensions obtenues dans les deux montages sont pareilles. la seules différence réside dans la puissance dissipé aux bornes de chaque résistance.

Dans le montage (b), la résistance  $R_1$  consomme une puissance égale à:

$$P_{R_1} = \frac{V_{R_1}^2}{R_1} = \frac{27^2}{9 \cdot 10^3} = 81mW \quad (1.11)$$

Tandis que dans la montage (a),  $R_1$  consomme une puissance qui vaut:

$$P_{R_1} = \frac{V_{R_1}^2}{R_1} = \frac{27^2}{9} = 81W \quad (1.12)$$

En électronique, on utilise généralement des résistances ayant des puissances allant de 1/4W jusqu'à 5W. Pour les composants SMC (Composants Montés en Surface), les résistances ayant des puissances de 1/20W jusqu'à 1W.

D'après ce qu'on a dit, les deux résistances dans le montage (a) seront brulées. Donc le choix des résistances dans tels montages est très important. Un choix incorrecste va endommager le circuit électronique.

### 1.3 Théorème de superposition:

Le théorème de superposition stipule qu'un circuit avec plusieurs sources linéaires de tension et de courant est égal à la somme algébrique de circuits simplifiés utilisant une seule des sources. Un circuit composé de deux sources de tension, par exemple, sera égal à la somme de deux circuits, dans chaque circuit une seule source est utilisée et l'autre est enlevée .

Pour simplifier un circuit en utilisant le théorème de superposition, les étapes suivantes doivent être suivies :

1. Identifier toutes les sources de courant et/ou de tension dans le circuit;
2. Créer plusieurs versions du circuit. Chaque version ne contenant qu'une seule des sources. Les autres sources doivent être supprimées selon la règle suivante : les sources de tension doivent être remplacées par un court-circuit et des sources de courant doivent être supprimées du circuit;
3. Trouver les courants et/ou les tensions nécessaires pour chaque circuit.
4. Sommer les résultats obtenus dans tous les circuits.

Prenant l'exemple de la figure 1.3 dans la page 6. Le circuit peut être divisé en deux comme illustré figure 1.9:

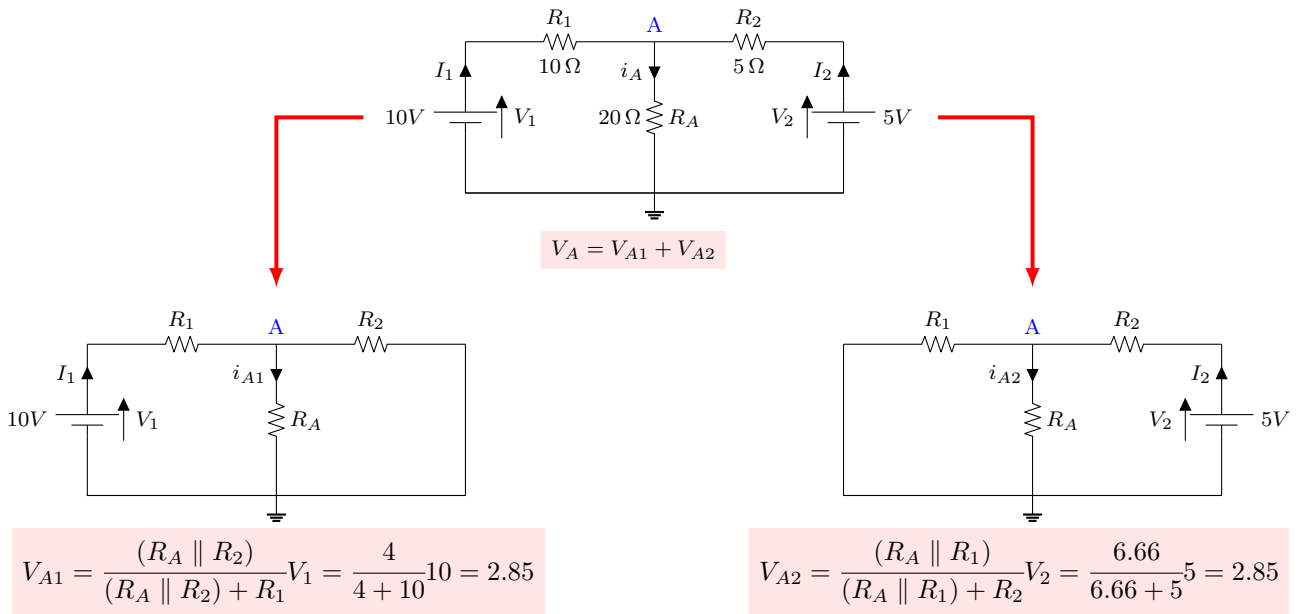


Figure 1.9: Théorème de superposition

### 1.4 Théorème de Thevenin:

Tout dipôle actif linéaire AB, composé de résistances, de sources indépendantes et/ou commandées, peut être simplifié et représenté par un générateur de tension idéal  $v_{th}$  en série avec une résistance  $R_{th}$  (Figure 1.10).

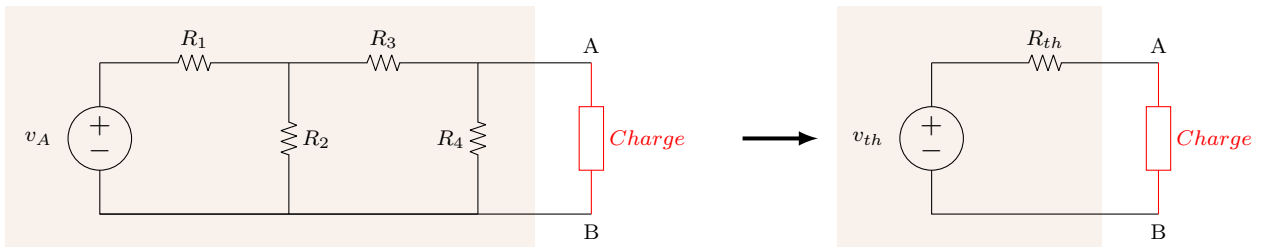


Figure 1.10: Modèle de Thevenin

- La fem  $v_{th}$  du générateur est égale à la ddp mesurée entre A et B quand le dipôle D est débranché.
- La résistance  $R_{th}$  est égale à la résistance mesurée entre A et B quand le dipôle D est débranché et que les générateurs sont remplacés par leurs résistances internes.

Ce théorème est utilisée pour convertir un réseau complexe en un dipôle plus simple.

#### Exemple 05:

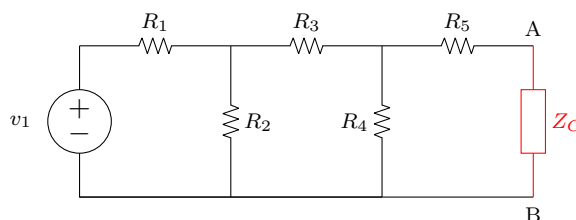


Figure 1.11

En deconnectant la charge  $Z_C$ , Trouver le modèle de Thevenin vu entre les bornes A et B du circuit de la figure 1.11.

**Solution:**

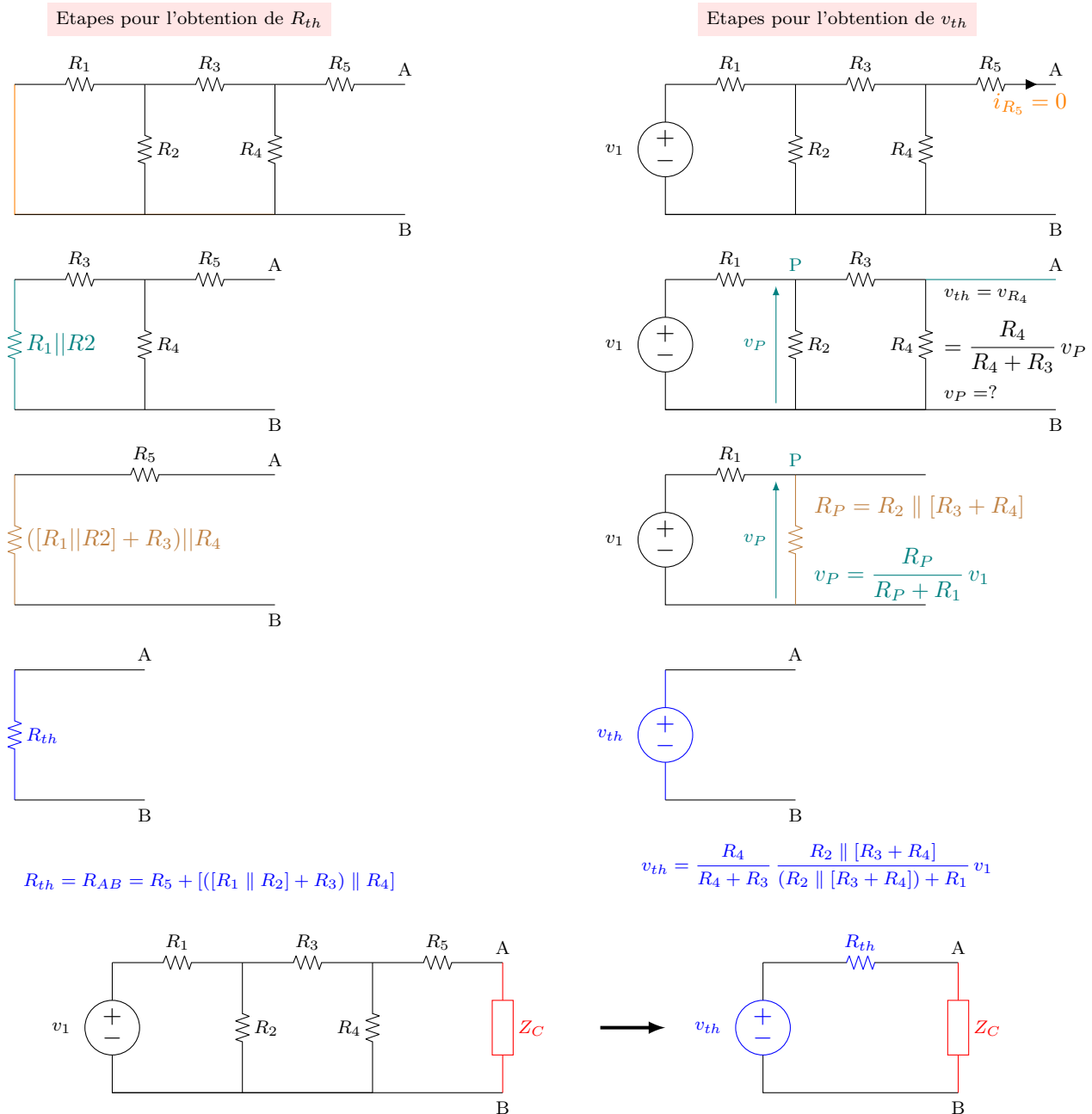


Figure 1.12

la charge  $Z_C$  peut représenter n'importe quelle charge; résistance, filtre passif ou actif, motor DC, circuit d'amplification, etc. l'utilisation du modèle de Thévenin facilite considérablement l'analyse des circuits.

**Exemple 06:**

Soit le montage de la figure 1.13.

- Déterminer le circuit équivalent de Thevenin vu par la résistance  $R$ .
- Calculez ensuite la tension et le courant qui la traverse.

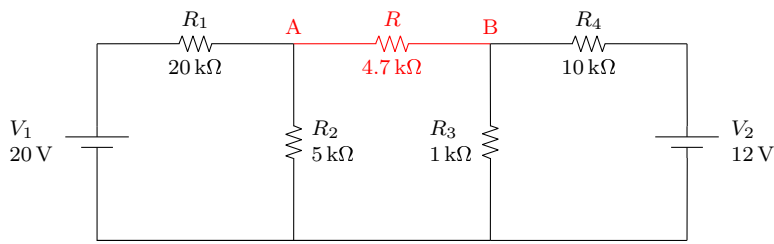
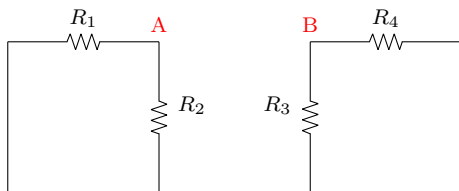
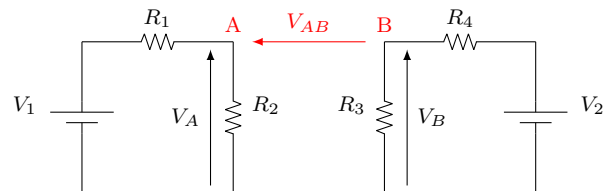


Figure 1.13

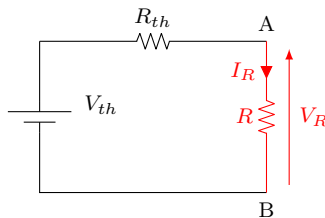
**Solution:**



$$R_{th} = (R_1 \parallel R_2) + (R_3 \parallel R_4) = 4.9k\Omega$$



$$V_{th} = V_{AB} = V_A - V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_1 - \frac{R_3}{R_3 + R_4}V_2 = 2.91V$$



$$V_R = \frac{R}{R + R_{th}}V_{th} = \frac{4.7}{4.7 + 4.9} \cdot 2.91 = 1.42V$$

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{2.49}{4.7 \times 10^3} = 0.3mA$$

Figure 1.14

**Exercice:**

Trouver le modèle de Thévenin entre les bornes A et B.

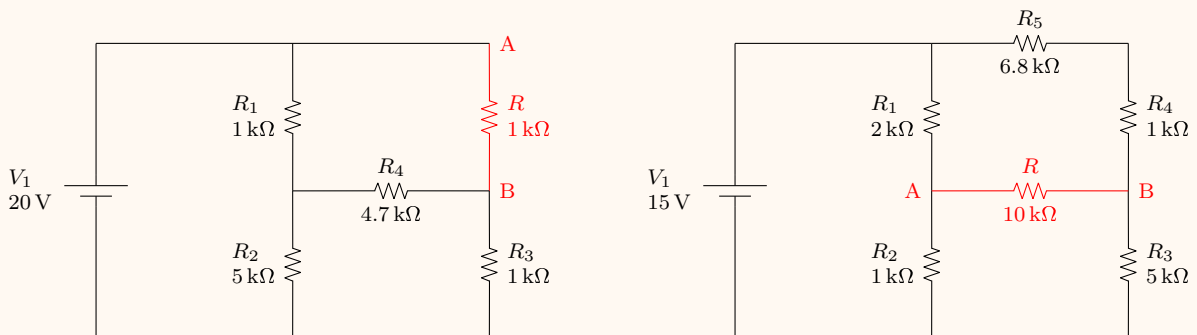


Figure 1.15

### 1.5 Signaux alternatifs et continus

En électricité, on utilise généralement des lettres minuscules pour les grandeurs variables du temps ( $u$  pour une tension,  $i$  pour un courant,  $p$  pour une puissance,  $s$  pour un signal, etc.). Pour les grandeurs continues constant, indépendantes du temps, on utilise généralement des lettres majuscules ( $U$  pour une tension,  $I$  pour un courant,  $P$  pour une puissance,  $S$  pour un signal, etc.).

### 1.5.1 Représentation des sources:

En electricité, plusieurs symboles sont utilisés pour représenter les sources ou bien les générateurs de tension et de courant, continus ou alternatifs. la figure 1.16 montre quelques symboles utilisés fréquemment dans les circuits électriques ou électroniques. Les lettres majuscules sont utilisées pour les générateurs continus constants, et des lettres minuscules pour les générateurs alternatifs. Dans ce document, on va utiliser les symboles B et D.

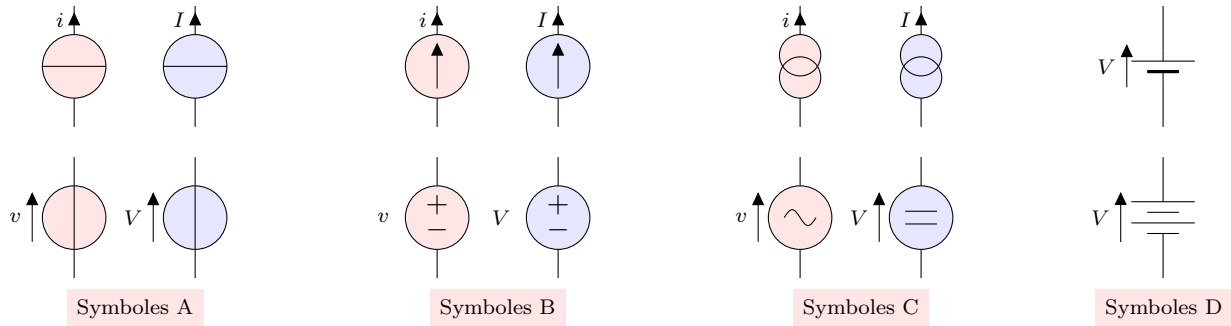


Figure 1.16: Différents symboles des sources de courant et de tension.

### 1.5.2 Types des signaux:

Dans les figures 1.17 et 1.18, quelques signaux sont présentés afin d'apparaître comment les signaux AC et DC s'additionne. Dans les chapitres qui se suivent, ces types de signaux seront très utilisés.

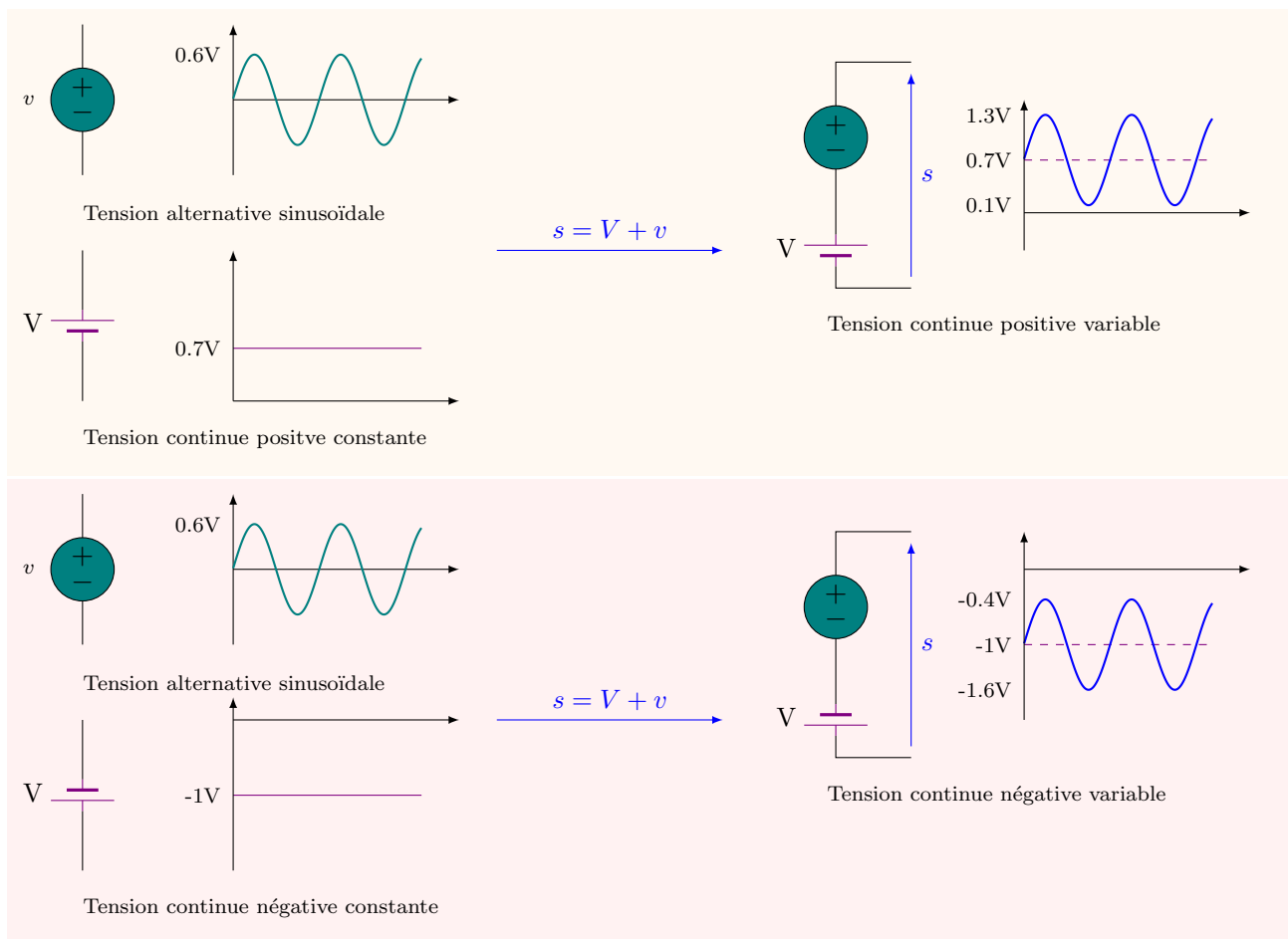


Figure 1.17: Signaux DC

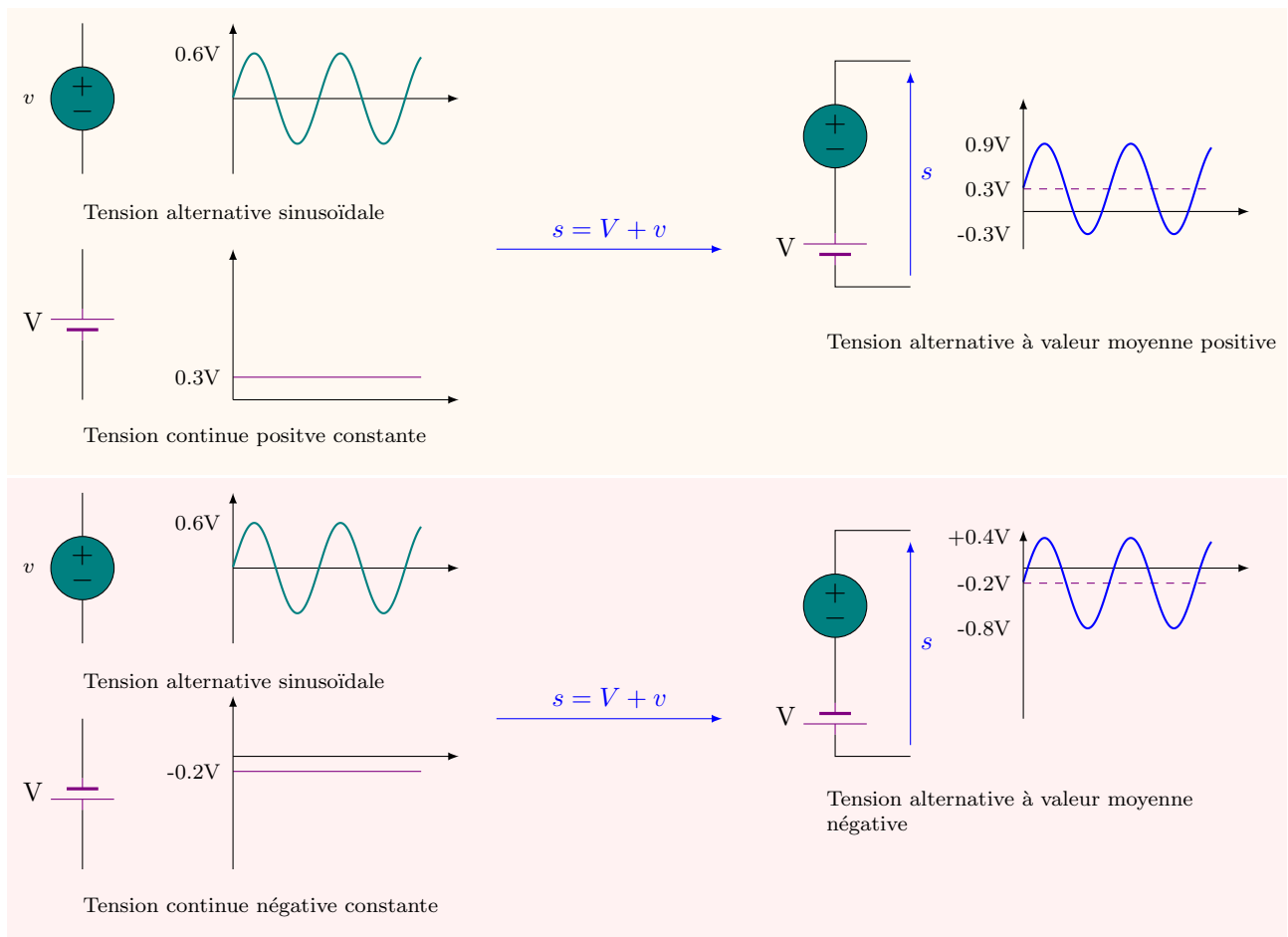


Figure 1.18: Signaux AC

### 1.6 Gain et Impédances d'entrée et de sortie d'un circuit:

Dans une chaîne d'acquisition (ou de mesure), plusieurs étages peuvent être utilisés afin de conditionner le signal à traiter (information) comme: le filtrage, l'amplification, la normalisation, l'isolation, la conversion analogique numérique, etc. Chaque étage dans cette chaîne reçoit le signal d'un étage, qui est vu comme générateur, et le transmet après le traitement à un autre étage, qui est vu comme une charge. La figure 1.19 présente un exemple d'une chaîne de mesure qui contient trois étages de traitement. Le générateur est représenté avec sa résistance interne. -

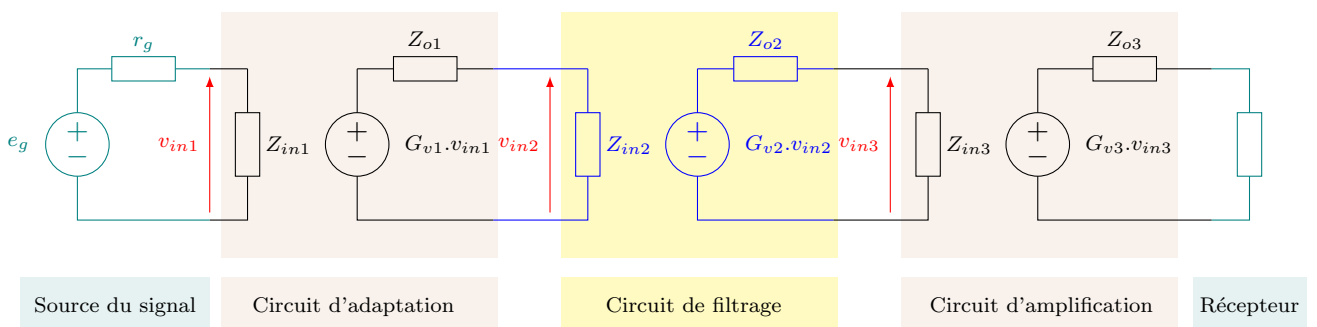


Figure 1.19: Impédances d'entrée et de sortie

Le calcul de  $Z_{in}$ ,  $Z_o$  et  $G_v$  pour chaque circuit est essentiel afin de savoir l'effet de chacun sur le signal à traiter.

**Exemple 07:**

On veut amplifier un signal  $e_g$  avec un gain  $G_v$  avant qu'il est transmit à la charge. Pour ce fait, on a choisi d'utiliser un montage amplificateur Émetteur commun comme montre la figure 1.20. Le signal  $e_g$  peut être voix, vidéo, ou n'importe quel signal de faible puissance et amplitude. La charge  $Z_L$  peut être un haut-parleur, un téléviseur ou autres.

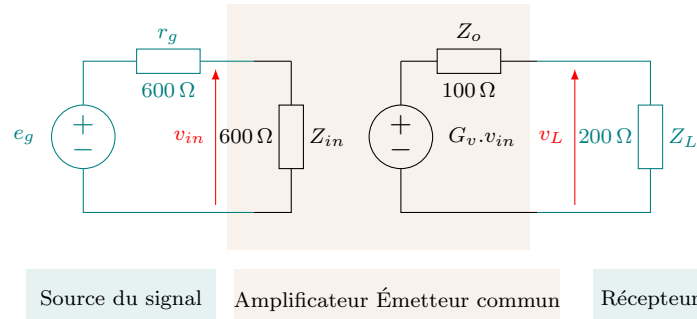


Figure 1.20

A cause des impédances d'entrée et de sortie de l'amplificateur,  $Z_{in}$  et  $Z_o$ , ainsi que la charge,  $Z_L$ , et la resistance en série de la source,  $r_g$ , le signal est amplifié finalement avec un gain moins que  $G_v$ .

$$v_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + r_g} e_g = \frac{600}{600 + 600} e_g = \frac{1}{2} e_g \tag{1.13}$$

A l'entrée du montage d'amplification le signal  $e_g$  perde la moitié de son amplitude.

$$v_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_o} G_v \cdot v_{in} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_o} \frac{Z_{in}}{Z_{in} + r_g} G_v \cdot e_g \tag{1.14}$$

$$v_L = \frac{200}{200 + 100} \frac{600}{600 + 600} G_v \cdot e_g = \frac{2}{3} \frac{1}{2} G_v \cdot e_g = 0.33 \cdot G_v \cdot e_g \tag{1.15}$$

Quand la charge reçoit le signal de sortie de l'amplificateur il perde le 1/3 de sa valeur. Au total, le signal est amplifié avec un gain de  $0.33G_v$ .

Afin d'améliorer le gain de cette chaîne, on insert deux etages d'adaptation (Buffers) de meme caractéristiques ( $G_a = 1$ ,  $Z_{ina} = 1M\Omega$ , et  $Z_{oa} = 10\Omega$ ) à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur Emetteur Commun comme montre la figure 1.21.

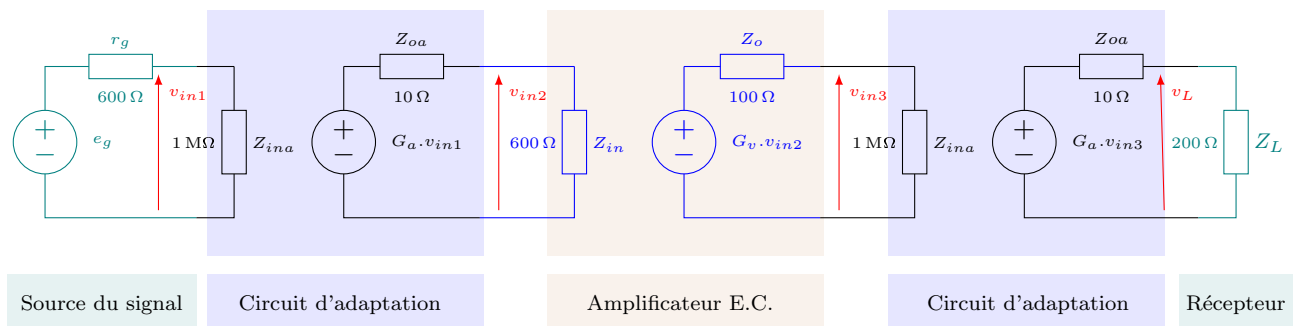


Figure 1.21

Dans ce cas là  $v_L$  vaut:

$$v_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_{oa}} G_a \cdot v_{in3} \tag{1.16}$$

$$v_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_{oa}} G_a \cdot \frac{Z_{ina}}{Z_{ina} + Z_o} G_v \cdot v_{in2} \tag{1.17}$$

$$v_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_{oa}} G_a \cdot \frac{Z_{ina}}{Z_{ina} + Z_o} G_v \cdot \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_{oa}} G_a \cdot v_{in1} \quad (1.18)$$

$$v_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_{oa}} G_a \cdot \frac{Z_{ina}}{Z_{ina} + Z_o} G_v \cdot \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_{oa}} G_a \cdot \frac{Z_{ina}}{Z_{ina} + r_g} e_g \quad (1.19)$$

Application numérique:

$$v_L = \frac{200}{200 + 10} 1 \cdot \frac{10^6}{10^6 + 100} G_v \cdot \frac{600}{600 + 10} 1 \cdot \frac{10^6}{10^6 + 600} e_g = 0.93 \cdot G_v \cdot e_g \quad (1.20)$$

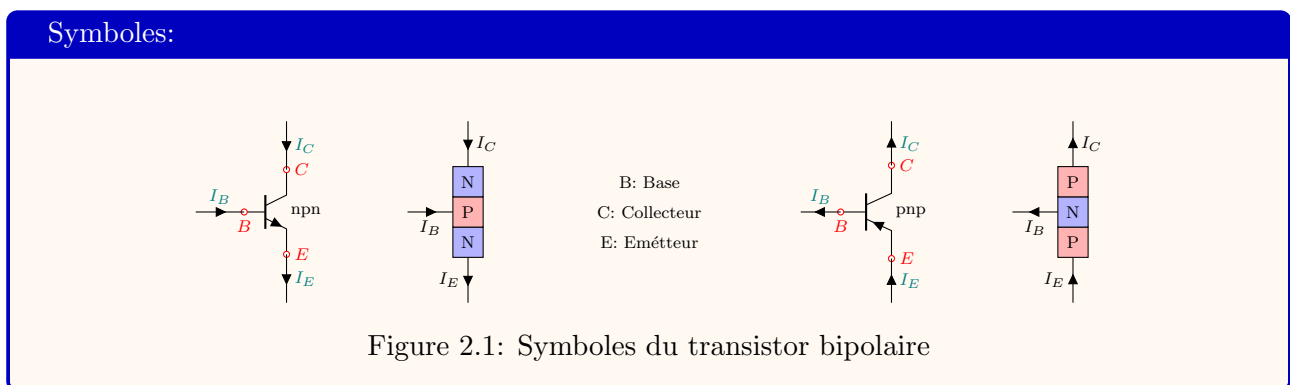
On remarque que le gain de la chaîne d'acquisition est amélioré. Le signal d'entrée est amplifié avec un gain de  $0.93 \cdot G_v \cdot e_g$ . Soit 93% du gain de l'amplificateur émetteur commun.

# Chapitre 2

## Le transistor et ses applications

### 2.1 Introduction

Le transistor bipolaire (BJT: Bi-jonction Transistor) est un composant électronique à trois électrodes. Selon le mode de fonctionnement, il peut être utilisé comme un interrupteur (switch) ou bien comme un amplificateur. La commande du transistor est assurée par le courant de base (en microampères). Il est constitué de 2 jonctions PN (diodes) montées en sens inverse. Selon le sens de montage de ces diodes on obtient les 2 types de transistors bipolaires; PNP et NPN (voir figure 2.1 ).



### 2.2 Le transistor en Amplification:

Afin que le transistor, NPN ou PNP, fonctionne en mode Amplificateur, deux conditions sont à respecter:

1. La jonction Base-Emetteur (BE) doit être polarisée en direct.
2. La jonction Base-Collecteur (BC) doit être polarisée en inverse.

En ce mode, trois configuration sont possibles; émetteur commun (figure 2.3 ), base commune (figure 2.4 ) et collecteur commun (figure 2.5 ).

#### 2.2.1 Courants du transistor:

Dans un transistor, il y a trois courants différents; courant d'émetteur  $I_E$ , courant de base  $I_B$  et courant de collecteur  $I_C$ . Les relations entre ces courants sont donnés par les équations suivantes:

$$I_E = I_C + I_B \quad (2.1)$$

où

$$I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CBO} \quad (2.2)$$

où  $I_{CBO}$  est le courant de fuite de la jonction BC. Il est sensible à la température et doit être examiné avec soin lorsque la température de la jonction augmente. Il peut considérablement affecter la stabilité

d'un système à haute température s'il n'est pas pris en compte correctement. A basse température, il est de l'ordre de microampers ou nanoampers. Il peut être négligé devant  $I_B$ . L'équation 2.2 devient:

$$I_C = \beta I_B \quad (2.3)$$

Substituant l'équation 2.3 dans 2.1 on trouve:

$$I_E = I_C + I_B = \beta I_B + I_B = (\beta + 1)I_B \quad (2.4)$$

Généralement  $\beta$  est compris entre 50 et 400, ce qui rend le courant  $I_E$  presque égale à  $I_C$ .

$$I_E \cong I_C = \beta I_B \quad (2.5)$$

Rappelons que ces équations sont valables que dans le cas où le transistor fonctionne en mode d'amplification.

### 2.2.2 Configurations du transistor BJT:

Selon sa manière de connection dans un circuit électronique, le transistor BJT possède trois configurations différentes; Base Commune, Emetteur Commun et Collecteur Commun. Dans chaque configuration, une de ses bornes est commune entre le circuit d'entrée et de sortie.

Le choix de la configuration dépend de la fonction que le transistor doit assurer.

Le tableau 2.1 résume les principes caractéristiques des trois configuration.

Caractéristiques	Emetteur Commun	Collecteur Commun	Base Commune
Gain en tension $G_v$	Elevé	Proche de l'unité	Elevé
Gain en courant $G_i$	Elevé	Elevé	Proche de l'unité
Gain en puissance $G_p$	Elevé	Moyen	Moyen
Impédance d'entrée $Z_e$	Faible	Elevée	Faible que l'EC
Impédance de sortie $Z_s$	Elevée	Faible	Assz élevée
Déphasage $\Delta\Phi$ entre l'entrée et la sortie	180°	0°	0°
Utilisation	Amplificateur base fréquences ( Fréquences Audio)	Adaptation d'impédance (Buffer)	Amplificateur hautes fréquences ( Fréquences radio)

Table 2.1: This is the caption for the first table.

Pour polariser correctement le transistor, quel que soit NPN ou PNP, une méthode simple et facile peut être suivie (voir 2.2). On considère tout d'abord le transistor comme un neoud.

- Le symbole du transistor utilisé détermine toujours le sens du courant émetteur.
- Après, On se basant sur la relation  $I_E = I_C + I_B$  et la lois des neouds, on peut identifier le sens de  $I_C$  et  $I_B$ . Lorsque le courant  $I_E$  est représenté par une fleche entrante au transistor, les deux autres courants doivent être représenté par des flèches sortantes du transistor, et vice versa.
- Finalement, les deux sources DC peuvent être ajoutées de tel sorte que les courants sortent de ses bornes positives.

Les figures 2.3,2.4 et 2.5 montrent les circuits des trois configurations en question.

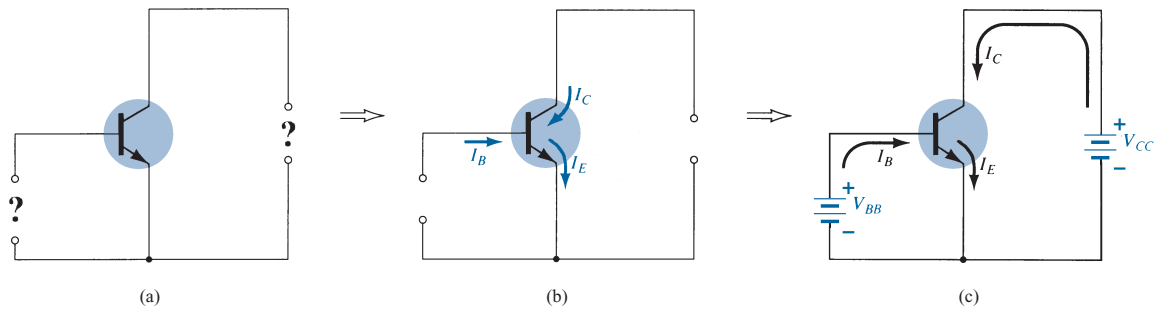


Figure 2.2: Etapes de polarisation d'un transistor

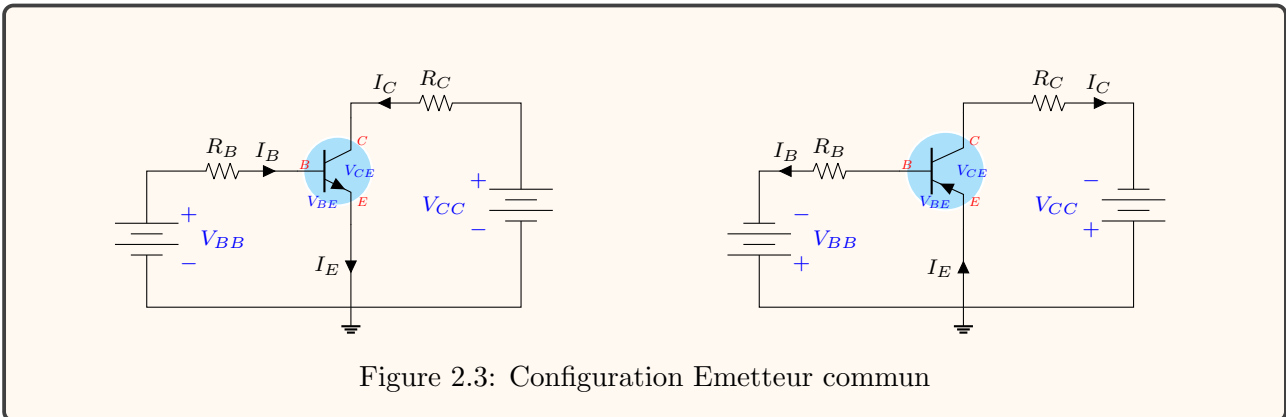


Figure 2.3: Configuration Emetteur commun

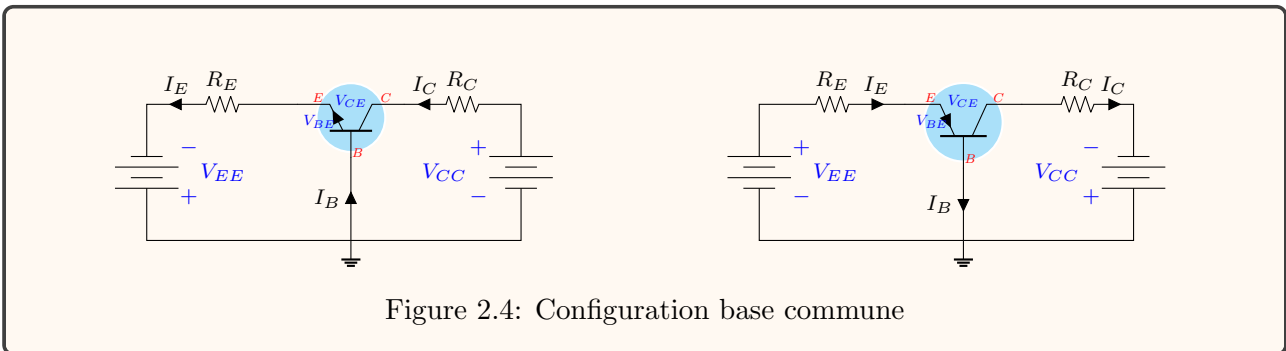


Figure 2.4: Configuration base commune

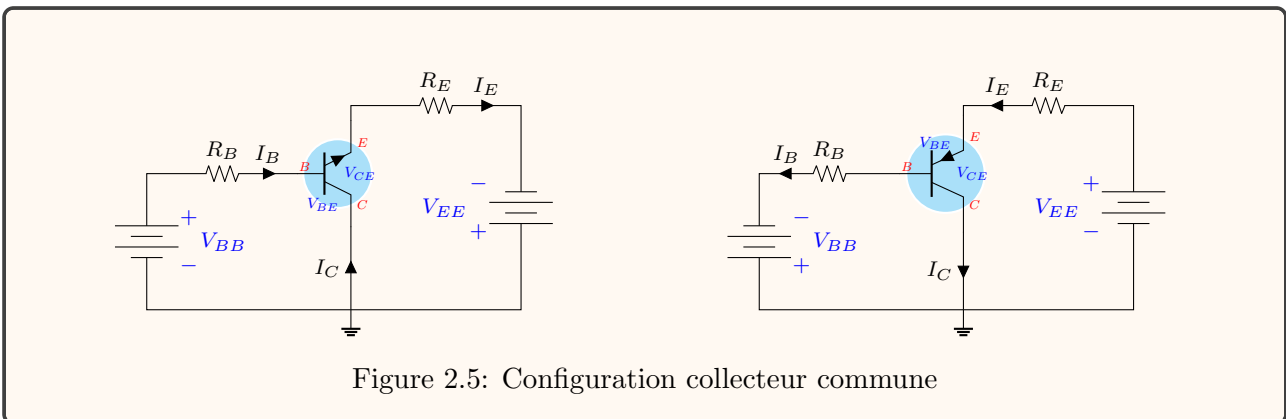


Figure 2.5: Configuration collecteur commune

Remarque:

Pour un transistor NPN, la tension au point  $C$  doit être supérieur à celui du point  $B$  pour que la jonction  $BC$  soit polarisée en inverse. Pour un transistor PNP, la tension au point  $C$  doit être inférieur à celui du point  $B$  pour que la jonction  $BC$  soit polarisée en inverse. Les résistances  $R_C$  et  $R_B$  sont utilisées pour fixer le point de repos  $P_Q$  (de fonctionnement) qui sera expliqué ultérieurement.

### 2.2.3 Configuration Emetteur commun:

Grace à son gain d'amplification élevé en puissance cette configuration est la plus utilisée en électronique pour l'amplification des signaux faibles. Pour cette raison, on se limite dans ce cours à l'étude détaillée de cette configuration.

#### Polarisation par la base:

C'est la méthode de connection des sources DC et des résistances afin de polariser le transistor pour une même configuration.

Figure 2.6 représente un montage Emetteur Commun d'un transistor NPN polarisé par la base en utilisant deux sources DC ( $V_{BB}$  et  $V_{CC}$ ) et deux résistances( $R_B$  et  $R_C$ ).

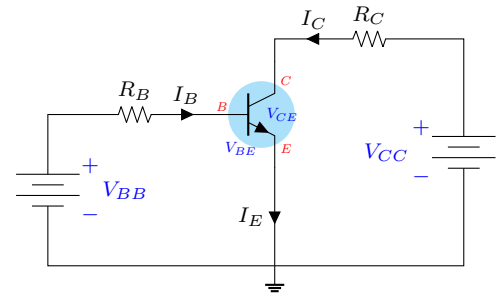


Figure 2.6: Polarisation par la base

#### Etude statique:

Avant l'utilisation de ce montage comme Amplificateur, on doit régler (ou bien fixer) ses points de repos  $P_{Qin}$  et  $P_{Qout}$  (appelés aussi points de fonctionnement) afin qu'il puisse amplifier les petits signaux sans déformations indésirables.

Le montage est comporte de deux circuits (mailles): circuit d'entrée et circuit de sortie. Le réglage du point de repos du circuit de sortie  $P_{Qout}(V_{CEQ}, I_{CQ})$  se fait à travers le point de repos du circuit d'entrée  $P_{Qin}(V_{BEQ}, I_{BQ})$ .

Comme la tension de la jonction  $V_{BE}$  change légèrement avec la variation du courant  $I_B$  (figure 2.7a), la tension  $V_{BEQ}$  est approximée à une valeur fixe  $V_{BEQ} = 0.7V$  (figure 2.7b). Dans ce cas là, le point de repos de sortie est controlé seulement par le courant de la base  $I_{BQ}$ . Il est donné par l'équation 2.6.

$$I_{BQ} = \frac{V_{BB} - V_{BEQ}}{R_B} \tag{2.6}$$

Pour tracer la droite d'attaque on utilise la relation suivante:

$$V_{BB} = V_{BE} + R_B \cdot I_B \tag{2.7}$$

Quand  $V_{BE} = 0$ ,  $I_B = \frac{V_{BB}}{R_B}$ . Quand  $I_B = 0$ ,  $V_{BE} = V_{BB}$ . L'intersection de la droite d'attaque avec la caractéristique de la jonction BE représente le point de repos du circuit d'entrée.

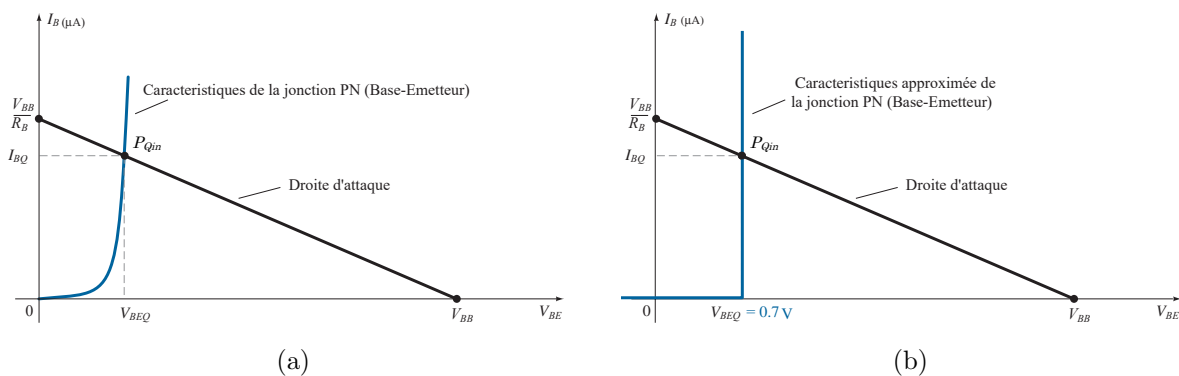


Figure 2.7: Point de repos du circuit d'entrée

La relation entre le circuit d'entrée et celui de sortie est basé sur l'équation 2.5,  $I_c = \beta I_B$ . Pour tracer la droite de charge on se base sur la relation 2.8.

$$V_{CC} = V_{CE} + R_C \cdot I_C \tag{2.8}$$

Quand  $V_{CE} = 0$ ,  $I_C = \frac{V_{CC}}{R_C}$ . Quand  $I_C = 0$ ,  $V_{CE} = V_{CC}$ . L'intersection de la droite qui passe par  $I_{CQ}$  avec la droite de charge détermine le point de repos de sortie. On déduit par la suite la tension  $V_{CEQ}$  par la projection du point de repos sur l'axe des abscisses.

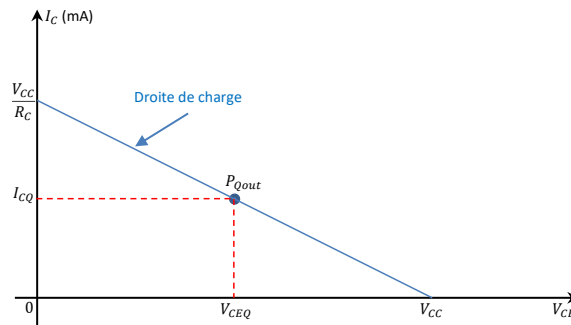
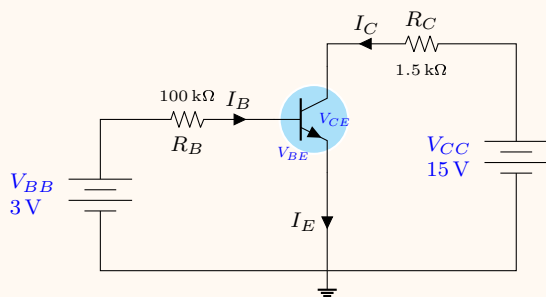


Figure 2.8: Point de repos du circuit de sortie

**Exemple 1:**

On donne  $\beta = 200$  et  $V_{BE} = 0.7$ , Trouver le point de repos  $P_{Qout}(V_{CEQ}, I_{CQ})$  pour le montage suivant:



*Solution :*

$$I_{BQ} = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_{BE}} = \frac{3 - 0.7}{100 \times 10^3} = 23\mu A$$

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} = 100 \times (23 \times 10^{-6}) = 4.6mA$$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - R_C \cdot I_{CQ} = 15 - (1.5 \times 10^3) \times (4.6 \times 10^{-3})$$

$$V_{CEQ} = 8.1V$$

$$P_{Qout}(8.1V, 4.6mA)$$

Figure 2.9

**2.2.4 Réduction des sources DC:**

Afin de réduire les sources DC utilisés dans le montage de base d'un amplificateur EC, le montage de la figure 2.10 est utilisé. Puisque la source  $V_{CC}$  a toujours une valeur supérieure à celle de  $V_{BB}$ , la résistance  $R_B$ , dans ce montage, sera très grande par rapport à celle du montage de base (Si on veut avoir le même courant de base).

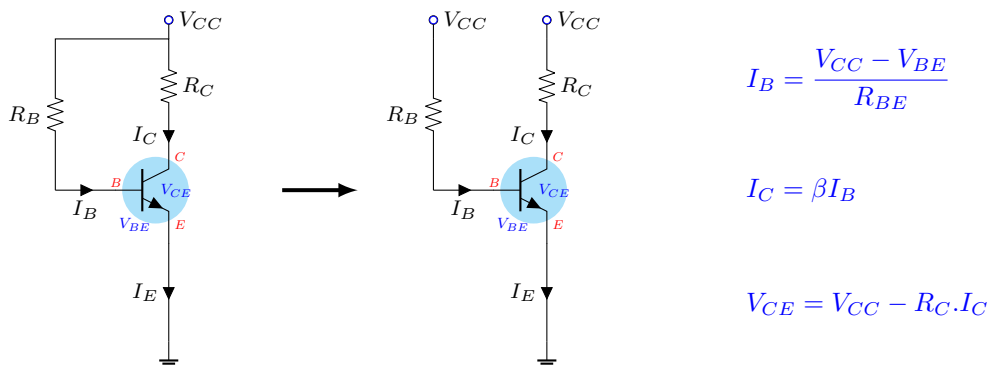
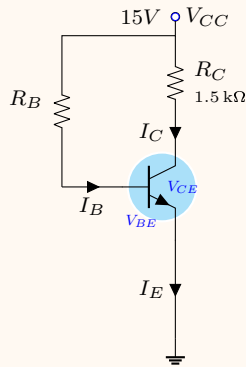


Figure 2.10: Polarisation par la base

Exemple 2:

On donne  $\beta = 200$  et  $V_{BE} = 0.7$ , Trouver la valeur de la résistance  $R_B$  qui permet d'obtenir le même point de repos dans l'exemple 1:  $P_{Qout}(8.1V, 4.6mA)$  :



Solution :

$$I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta} = \frac{4.6 \times 10^{-3}}{200} = 23 \mu A$$

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_{BQ}} = \frac{15 - 0.7}{23 \times 10^{-6}} = 621.7 k\Omega$$

Figure 2.11

2.2.5 Stabilisation du point de repos:

Deux paramètres peuvent affecter la stabilité du point de repos de sortie; la température et le gain en courant  $\beta$ .

Effet d'augmentation de la température:

Lorsque la température augmente et dépasse des seuils élevés (selon le type du SC: Si ou Gr), le courant de fuite devient important et par conséquent la relation  $I_C = \beta \cdot I_B$  n'est plus valable. On revient à l'équation 2.9:

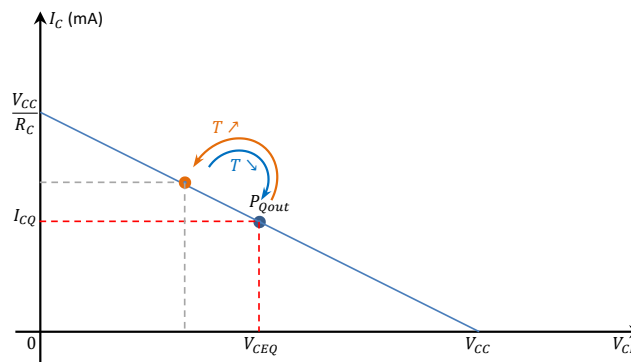


Figure 2.12: Effet de température sur le point de repos

$$I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CBO} \cong \beta I_B + \beta I_{CBO} \tag{2.9}$$

si  $T \nearrow \Rightarrow I_{CBO} \nearrow \Rightarrow I_C \nearrow \Rightarrow V_{CE} \searrow (V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C)$ , le point de repos change ses coordonnées, et vice versa (voir figure 2.9).

Si la température ne dépasse pas des valeurs élevées, le courant de fuite reste négligeable et n'affecte pas le point de repos du montage.

Variation de  $\beta$ :

Dans un lot, d'une référence donnée d'un type de transistor, fabriqué par le même constructeur, on trouve que le gain en courant,  $\beta$ , se déffère d'un transistor à un autre. les constructeurs donnent des plage de variation s'étend de 50 jusqu'à 400. Si on veut changer un transistor par un autre dans un circuit, on a risque de non fonctionnement si l'écart entre les deux  $\beta$  est grand.

Exemple 3:

Trouver le point de repos  $P_Q(V_{CEQ}, I_{CQ})$  pour  $\beta = 180, \beta = 120$  et  $\beta = 240$ .

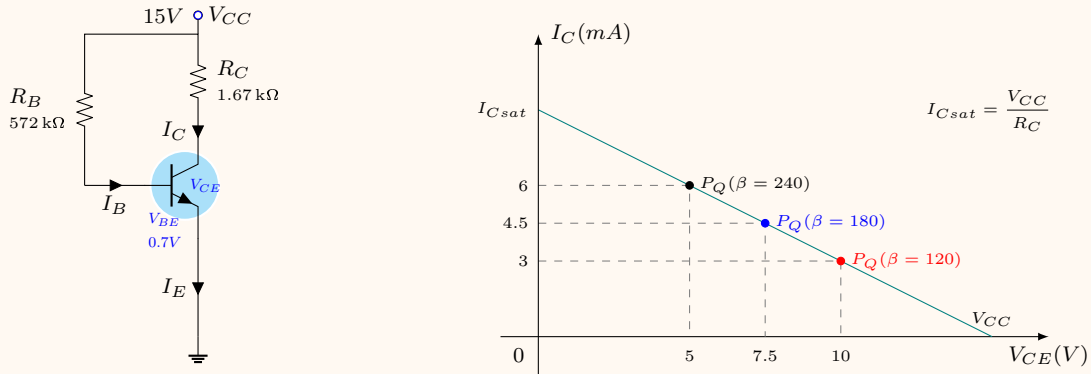


Figure 2.13

Solution :

Pour  $\beta = 180$  :  $I_{BQ} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = \frac{15 - 0.7}{572 \times 10^3} = 25 \mu A$

$I_{CQ} = \beta I_{BQ} = 180 \times (25 \times 10^{-6}) = 4.5 mA$

$V_{CEQ} = V_{CC} - R_C \cdot I_{CQ} = 15 - (1.67 \times 10^3) \times (4.5 \times 10^{-3}) = 7.5 V$

Pour  $\beta = 120$  :  $I_{CQ} = 3 mA$   $V_{CEQ} = 10 V$

Pour  $\beta = 240$  :  $I_{CQ} = 6 mA$   $V_{CEQ} = 5 V$

Le point de repos pour  $\beta=180$  est idéal pour l'amplification. Il est au milieu de la droite de charge, ce qui permet d'amplifier les signaux sur une plage mieux que pour les deux autres points, comme montre les figures 2.14, 2.15, 2.16 et 2.17.

Dans le cas où  $\beta=240$ , le courant  $I_C$  est amplifié encore une fois ce qui entraîne un changement du point de repos de sortie et par conséquent le courant  $I_C$  et la tension  $V_{CE}$  ont subi un écrêtage de leur formes.

Lorsque  $\beta$  est inférieur à celui du point de repos d'origine l'amplification devient moins que celle imposée par le cahier de charge. Le signal de sortie sera faible et risque de ne pas satisfaire les conditions minimales du cahier de charge.

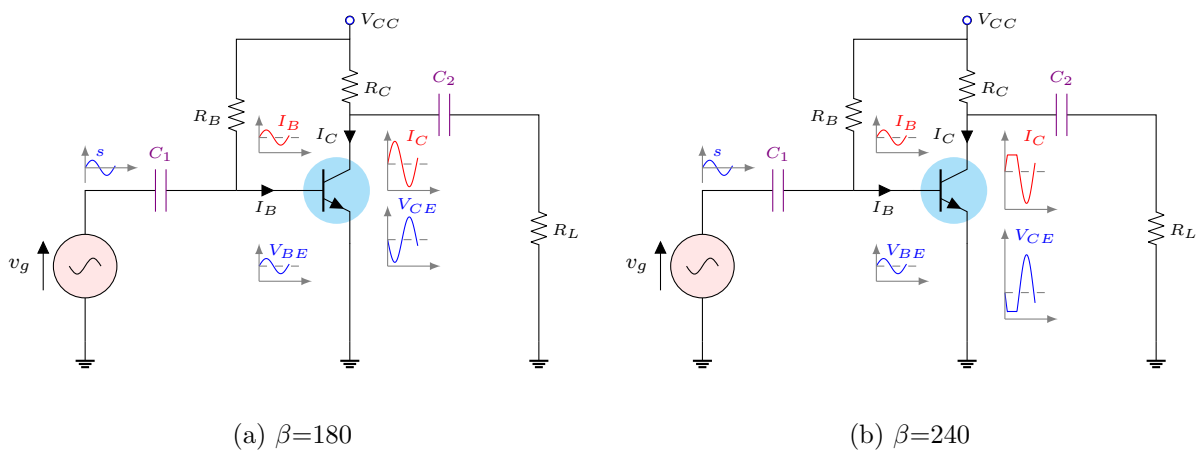


Figure 2.14: Circuit d'un amplificateur EC

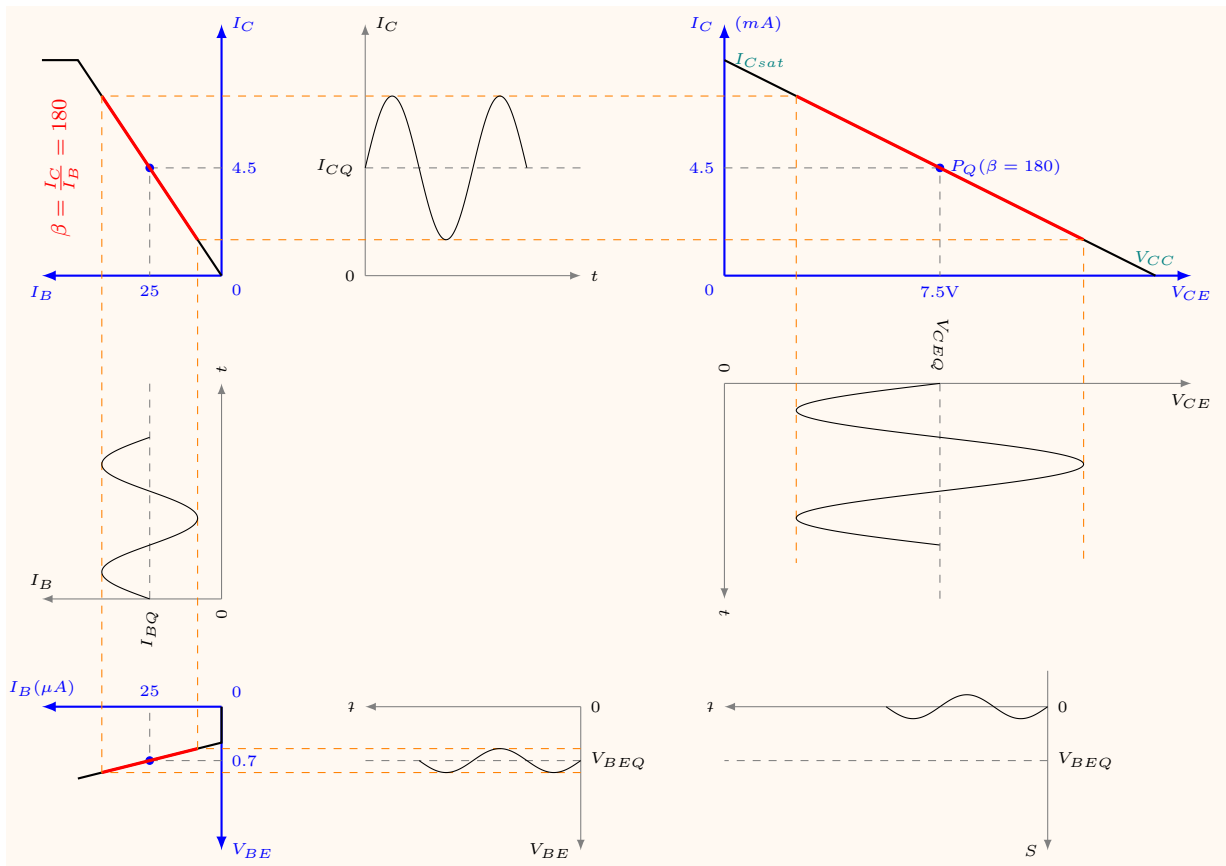


Figure 2.15

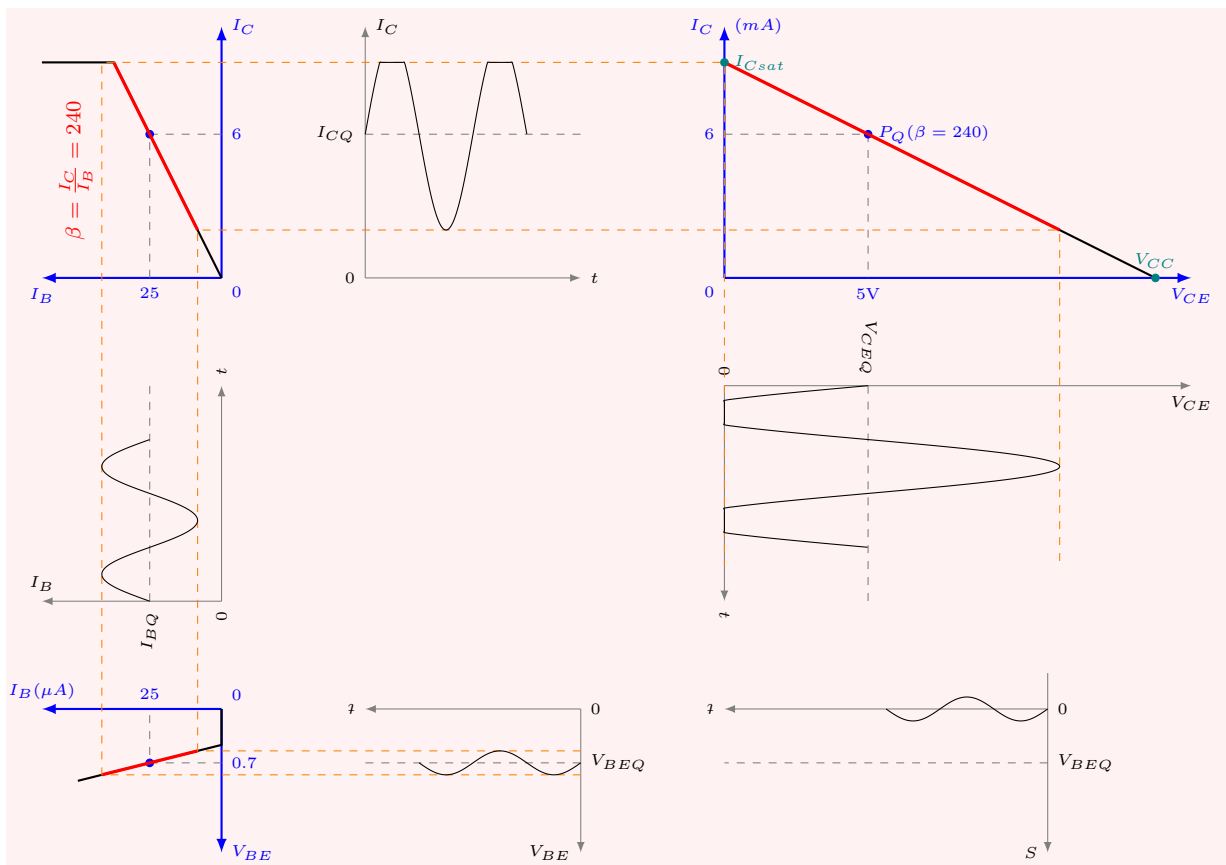


Figure 2.16

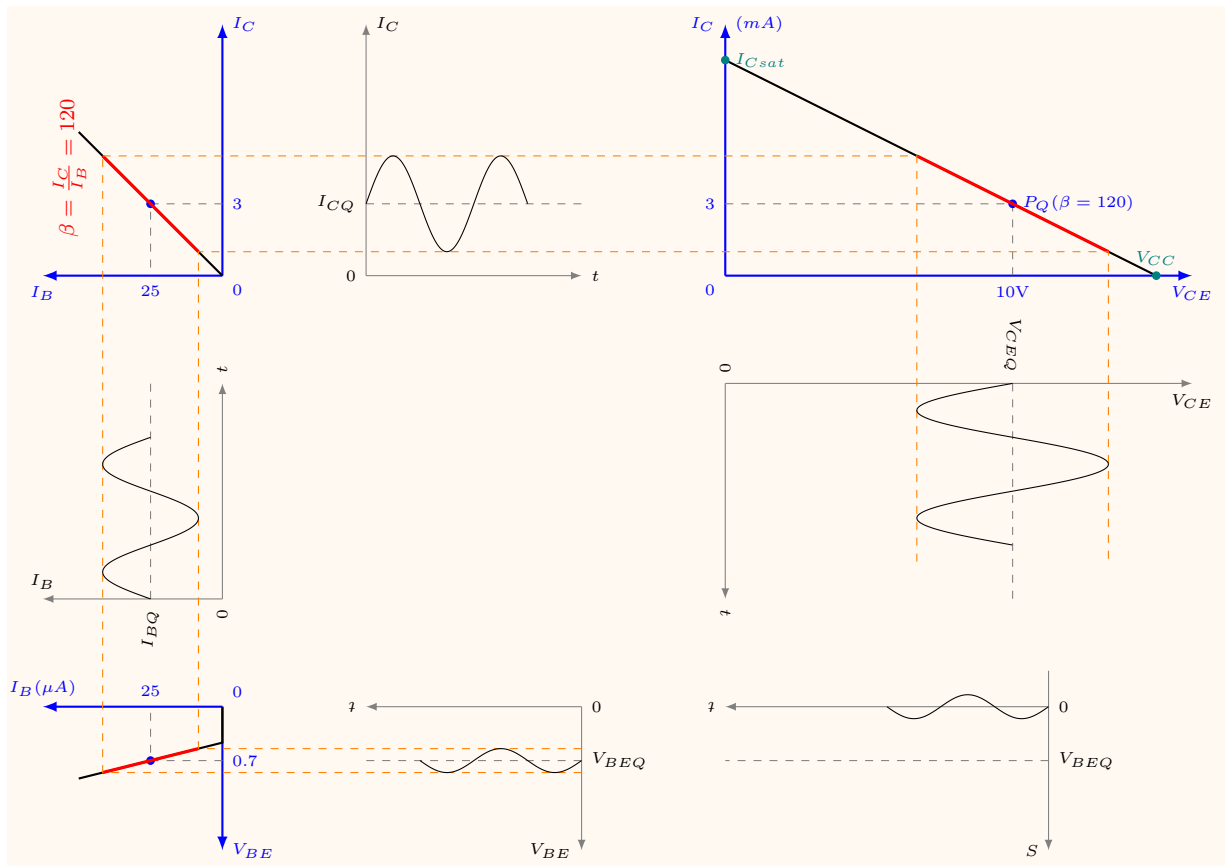


Figure 2.17

Dans l'objectif de stabiliser le point de repos du circuit d'amplificateur Emetteur Commun contre les variations de la température et de  $\beta$ , plusieurs polarisations sont utilisées.

### 2.2.6 Montage EC: Polarisation par contre reaction de $R_E$

Le circuit de cette polarisation est illustré dans la figure 2.18. Prenant  $I_E \cong I_C$  on trouve à l'entrée de ce circuit :

$$V_{CC} = R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot I_C$$

$$V_{CC} = R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot \beta I_B$$

$$V_{CC} = V_{BE} + (R_B + \beta R_E) \cdot I_B \Rightarrow I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + \beta R_E}$$

A la sortie du circuit on trouve:

$$I_C = \beta I_B = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + \beta R_E} \quad (\text{Eq. A})$$

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E) \cdot I_C$$

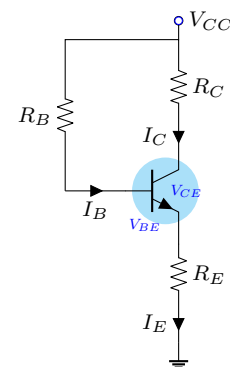


Figure 2.18: Polarisation par contre reaction de  $R_E$

#### Effet de la température:

Si la température augmente considérablement le courant de fuite  $I_{CBO}$  devient important ce qui affecte le courant  $I_C$ . Rappelons que sa relation exacte est de la forme:

$$I_C = \beta I_B + (\beta + 1)I_{CBO} \quad (\text{Eq. B})$$

D'autre part, on peut écrire  $I_B$  comme suit:

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - R_E \cdot I_C}{R_B} \quad (\text{Eq. C})$$

Donc si:

$$T \nearrow \Rightarrow I_{CBO} \nearrow \Rightarrow I_C \nearrow (\text{Eq. B}) \Rightarrow I_B \searrow (\text{Eq. C}) \Rightarrow I_C \searrow (\text{Eq. B}) \Rightarrow I_B \nearrow (\text{Eq. C}) \dots \text{etc}$$

On remarque dans cette polarisation que la contre réaction de  $R_E$  entraine un équilibre naturel au courant  $I_C$  qui est devenu stable malgré l'augmentation de la température, et par conséquent le point de repos reste inchangé.

**Effet de changement de  $\beta$ :**

D'après (Eq. A), le courant  $I_C$  ne peut être indépendant de  $\beta$  sauf si:

$$\beta R_E \geq 10R_B \quad (2.10)$$

Si cette inégalité est vérifiée  $I_C$  devient:

$$I_C = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{\beta R_E} \quad (2.11)$$

La satisfaction de cette condition dans ce montage est impossible, car la résistance de base  $R_B$  a généralement une très grande valeur (100K $\Omega$  - 1M $\Omega$ ) par rapport à  $R_E$  (100 $\Omega$  - 1k $\Omega$ ).  
**Le point de repos reste fortement affecté par le changement de  $\beta$ .**

**2.2.7 Montage EC: Polarisations par contre réaction de  $R_C$**

La figure 2.19 montre le circuit en question. Suivant la même procédure d'analyse qu'auparavant, on trouve à l'entrée :

$$V_{CC} = R_C \cdot (I_C + I_B) + R_B \cdot I_B + V_{BE}$$

$$V_{CC} = R_C(\beta + 1)I_B + R_B \cdot I_B + V_{BE}$$

Prenant  $(\beta + 1) \cong \beta$  ( $\beta \gg 1$ ) on obtient:

$$V_{CC} = R_C \cdot \beta I_B + R_B \cdot I_B + V_{BE}$$

$$V_{CC} = V_{BE} + (R_B + \beta R_C) \cdot I_B \Rightarrow I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + \beta R_C}$$

A la sortie du circuit on trouve:

$$I_C = \beta I_B = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + \beta R_C} \quad (\text{Eq. D})$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C \quad (\text{rappelons que } (I_C + I_B) \cong I_C)$$

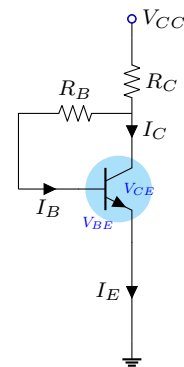


Figure 2.19: Polarisation par contre réaction de  $R_C$

**Effet de la température:**

Dans ce montage on trouve que:  $I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - R_C \cdot I_C}{R_B}$

La contre réaction de  $R_C$  entraine aussi un équilibre naturel au courant  $I_C$  et le point de repos reste stable contre les variations de la température.

**Effet de changement de  $\beta$ :**

D'après (Eq. D), le courant  $I_C$  ne peut être indépendant de  $\beta$  sauf si:

$$\beta R_C \geq 10 R_B \quad (2.12)$$

La satisfaction de cette condition dans ce montage est loin d'être réalisé, car la résistance de base  $R_B$  a généralement une très grande valeur (100K $\Omega$  - 1M  $\Omega$ ) par rapport à  $R_C$  (1k $\Omega$  - 10k $\Omega$ ). **Le point de repos reste affecté par le changement de  $\beta$  mais avec un degré moins qu'avec le montage à contre réaction de  $R_E$ .** Car la résistance  $R_C$  est plus grande que  $R_E$ . On va voir dans les sections qui se suivent que le gain en tension de ce montage a une relation directe avec le rapport  $\frac{R_C}{R_E}$

**2.2.8 Montage EC: Polarisations par contre reaction de  $R_E$  et  $R_C$** 

La figure 2.20 montre le circuit du montage en question.

A l'entrée on a:

$$V_{CC} = R_C \cdot (I_C + I_B) + R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot I_E$$

Prenant  $I_E = I_C + I_B = (\beta + 1)I_B \cong \beta I_B \cong I_C$  on obtient:

$$V_{CC} = R_C \cdot I_C + R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot I_C$$

$$V_{CC} = R_C \cdot \beta I_B + R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot \beta I_B$$

$$V_{CC} = V_{BE} + (R_B + \beta R_C + R_E) \cdot I_B \Rightarrow I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + \beta(R_C + R_E)}$$

A la sortie du circuit on trouve:

$$I_C = \beta I_B = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + \beta(R_C + R_E)} \quad (\text{Eq. E})$$

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E)I_C$$

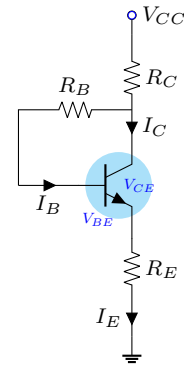


Figure 2.20: Polarisation par contre reaction de  $R_E$  et  $R_C$

**Effet de la température:**

Dans ce montage on trouve que:  $I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - (R_C + R_E) \cdot I_C}{R_B}$

Le point de repos reste stable contre les variations de la température à cause de la contre réaction de  $(R_C + R_E)$  qui a entraîné un équilibre naturel au courant  $I_C$ .

**Effet de changement de  $\beta$ :**

D'après (Eq. E), le courant  $I_C$  ne peut être indépendant de  $\beta$  sauf si:

$$\beta(R_C + R_E) \geq 10R_B \tag{2.13}$$

La satisfaction de cette condition dans ce montage est aussi loin d'être réalisé, car l'ordre de grandeur de  $R_B$  est très grand ce qui rend difficile de mettre  $I_C$  indépendant de  $\beta$ .  
 Le point de repos reste affecté par le changement de  $\beta$  mais avec un degré moins qu'avec les montages étudiés précédemment.

Dans le but d'avoir une polarisation à point de repos indépendant de la température  $T$  et du gain en courant  $\beta$ , les montages de la figure 2.21 sont examinés. A part le montage (A) qui est sensible à  $T$  et au gain  $\beta$ , les autres circuits: B,C et D sont indépendants de la température grâce à la contre réaction de l'une ou des deux résistances ( $R_E$  et  $R_C$ ) de sortie.

L'influence de  $\beta$  reste toujours existe, mais il diminue allant de (A) jusqu'à (D). Les inégalités:  $\beta R_E \geq 10R_B$ ,  $\beta R_C \geq 10R_B$  et  $\beta(R_C + R_E) \geq 10R_B$  ne peuvent pas être vérifiées à cause de la valeur élevée de la résistance de base  $R_B$ .

Dans l'étape suivante on va étudier un montage qui permet d'abaisser considérablement la valeur de la résistance de base, et par conséquent rendre le courant  $I_C$  indépendant de  $\beta$ .

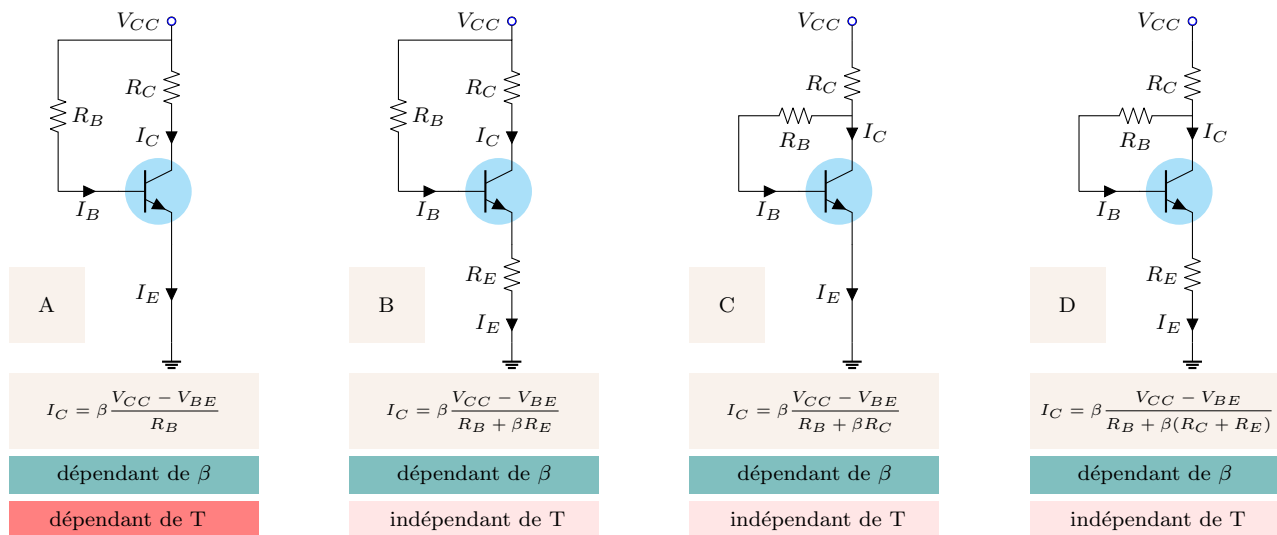


Figure 2.21: Comparaison entre les différentes polarisations du montage Emetteur Commun

**2.2.9 Montage EC: Polarisation par diviseur de tension PDT**

La figure 2.22 illustre l'étapes à suivre afin de simplifier l'analyse du montage PDT.  $V_{Th}$  et  $R_{Th}$  sont données par:

$$V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

La méthode de calcul a été détaillé dans la section 1.4.

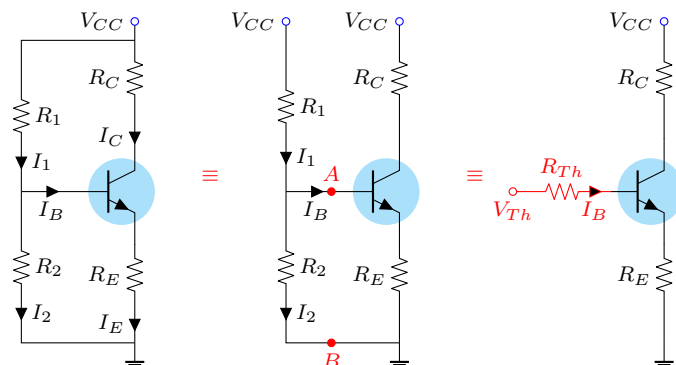


Figure 2.22: Polarisation par diviseur de tension

Prenant  $I_E \cong I_C = \beta I_B$  on obtient:

$$V_{Th} - R_{Th} \cdot I_B - V_{BE} - R_E \cdot I_C = 0$$

$$V_{Th} - R_{Th} \cdot I_B - V_{BE} - R_E \cdot \beta I_B = 0 \Rightarrow I_B = \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + \beta(R_E)}$$

$$I_C = \beta \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + \beta(R_E)}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E)I_C$$

Exemple 4:

Trouver le point de repos  $P_Q(V_{CEQ}, I_{CQ})$  pour  $\beta = 180, \beta = 120$  et  $\beta = 240$ .

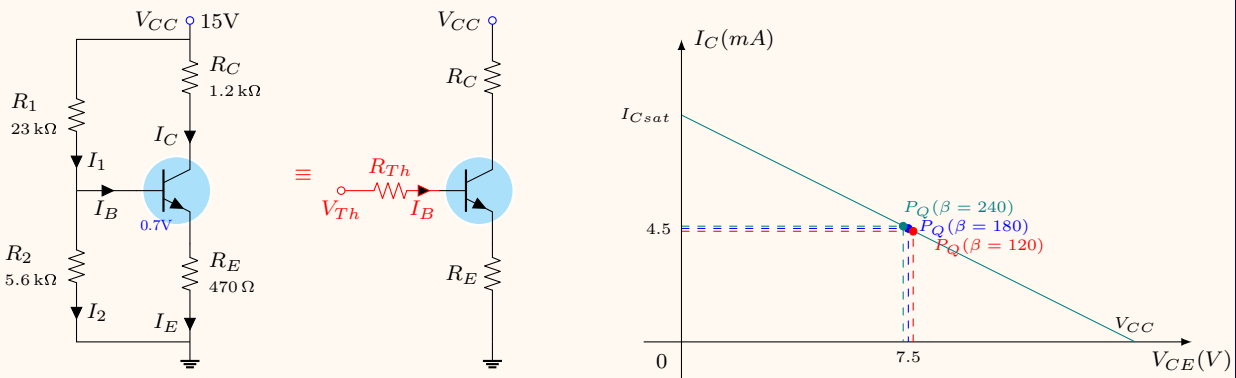


Figure 2.23

Solution :

$$V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{5.6 \times 10^3}{23 \times 10^3 + 5.6 \times 10^3} 15 = 2.93V$$

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(5.6 \times 10^3)(23 \times 10^3)}{5.6 \times 10^3 + 23 \times 10^3} = 4.5k\Omega$$

Pour  $\beta = 180$  :  $I_{BQ} = \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + \beta R_E} = \frac{2.93 - 0.7}{4.5 \times 10^3 + 180(470)} = 25\mu A$

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} = 180 \times (25 \times 10^{-6}) = 4.5mA$$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - (R_C + R_E)I_{CQ} = 15 - (1.2 \times 10^3 + 470) \times (4.5 \times 10^{-3}) = 7.5V$$

Pour  $\beta = 120$  :  $I_{BQ} = 36.6\mu A$   $I_{CQ} = 4.39mA$   $V_{CEQ} = 7.66V$

Pour  $\beta = 240$  :  $I_{BQ} = 15.32\mu A$   $I_{CQ} = 4.59mA$   $V_{CEQ} = 7.33V$

On remarque que l'inégalité  $\beta R_E \geq 10R_{Th}$  est bien vérifiée dans ce montage PDT. La résistance  $R_{Th}$ , qui joue le rôle de résistance de base, a devenu très petite ( $4.5k\Omega$ ) par rapport à celle des montages présentés précédemment (dans l'exemple 3,  $R_B = 772k\Omega$ ). Ce qui permet d'écrire:

$$I_C = \beta \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + \beta R_E} \cong \beta \frac{V_{Th} - V_{BE}}{\beta R_E} \cong \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_E} \tag{2.14}$$

$I_C$  est insensible au changement de  $\beta$  ce qui rend le point de repos stable comme montre figure 2.23. Le montage PDT est le plus stable et favorable pour les circuits d'amplification.

**Exercices: BJT en régime statique**

**Exercice 01:**

Soit le montage de la figure 2.24. On donne:

- $I_B = 40\mu A$ ,
- $\beta = 80$ ,
- $V_C = 6V$ .
- $V_{CC} = 15A$ ,

Déterminer:

1. Le courant  $I_C$ .
2. La résistance  $R_C$ .
3. La résistance  $R_B$ .
4. La tension  $V_{CE}$ .

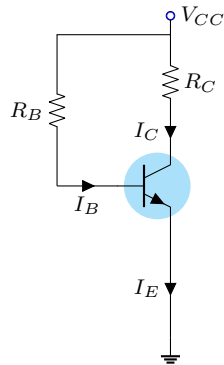


Figure 2.24

**Exercice 02:**

Soit le montage de polarisation par réaction de collecteur. Déterminer les valeurs de  $I_C$  et  $V_{CE}$ . on donne:

- $R_C = 1k\Omega$ ,
- $R_E = 200\Omega$ ,
- $R_B = 100k\Omega$ ,
- $\beta = 200$ ,
- $V_{CC} = 25V$ ,
- $V_{BE} = 0.7V$ .

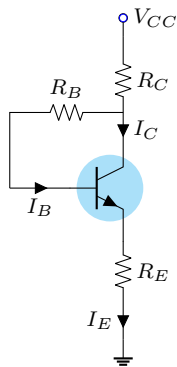


Figure 2.25

**Exercice 03:**

Soit le montage de la figure 2.26. On donne:

- $I_B = 20\mu A$ ,
- $R_C = 2.7K\Omega$ ,
- $V_{CE} = 7.2V$ ,
- $I_E = 4mA$ .

Trouver:

1. Le courant  $I_C$ .
2. La tension  $V_{CC}$ .
3. Le gain d'amplification en courant  $\beta$ .
4. La résistance  $R_B$ .

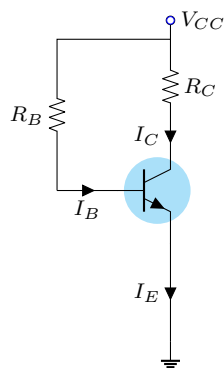


Figure 2.26

**Exercice 04:**

Tracer les droites d'attaque et de charge statiques du circuit suivant, puis déterminer ses points de repos. On donne:

- $V_{CC} = 20V$ ,
- $V_{BB} = 12V$ ,
- $V_{BE} = 0.7V$ ,
- $R_C = 5K\Omega$ ,
- $R_E = 1K\Omega$ ,
- $R_B = 1M\Omega$ ,
- $\beta = 100$ .

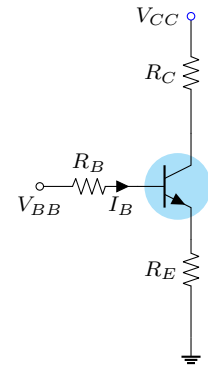


Figure 2.27

**Exercice 05:**

Calculer  $R_C$ ,  $R_B$  et  $\beta$  du circuit ci-contre, sachant que le point de repos est donné par :

- $I_C = 1mA$ ,
  - $V_{CE} = 4V$ ,
- On donne:
- $I_B = 10\mu A$ ,
  - $V_{BE} = 0.65V$ ,
  - $V_{CC} = 9V$ .

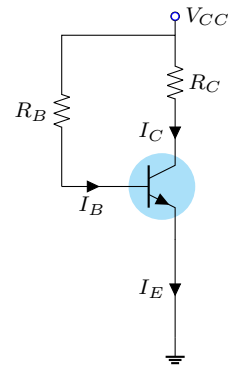


Figure 2.28

**Exercice 06:**

On considère le circuit de la figure 2.29, où:

- $V_{CC} = 10V$ ,
- $R_C = 2k\Omega$ ,
- $\beta = 50$ ,
- $V_{BE} = 0.15V$ .

Le point de repos est au milieu de la droite de charge statique. Calculer  $I_B$  et  $R_B$ .

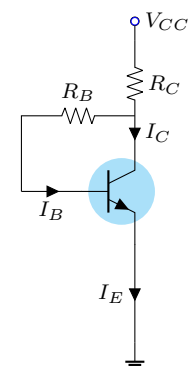


Figure 2.29

**Exercice 07:**

Calculer toutes les résistances du montage ci-contre.

- $V_{CC} = 12V$ ,
- $\beta = 60$ ,
- $I_C = 1mA$ ,
- $V_{BE} = 0.7V$ ,
- $V_{CE} = 4.8V$ ,
- $I_{R2} = 180\mu A$ ,
- $R_C = 4.7k\Omega$ .

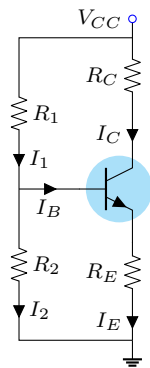


Figure 2.30

**Exercice 08:**

On donne :

- $V_C = 10.6V$ ,
- $V_{BE} = 0.7V$ ,
- $I_B = 10\mu A$ ,
- $R_C = 2.7k\Omega$ ,
- $R_2 = 6.8k\Omega$ ,
- $R_E = 1.2k\Omega$ .

Calculer :  $I_C$ ,  $V_E$ ,  $V_{CC}$ ,  $V_{CE}$ ,  $V_B$ , et  $R_1$

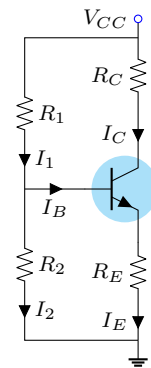


Figure 2.31

**2.2.10 Etude dynamique:**

Cette méthode d'analyse s'applique à tous les amplificateurs. Après la détermination des coordonnées des points de repos, on étudie le circuit équivalent en alternatif. L'objectif c'est de déterminer: L'impédance d'entrée, l'impédance de sortie et le gain en tension pour le montage en question. Les deux montages de la figure 2.32 sont des exemples d'amplificateur émetteur commun (EC). Pour déterminer le circuit équivalent en alternatif, il faut:

1. court-circuiter tous les condensateurs de découplage;
2. représenter toutes les sources de tension DC comme des masses AC;
3. remplacer le transistor par son modèle en  $\pi$  ou en  $T$ ;
4. Trouver les paramètres de l'amplificateur  $Z_{in}$ ,  $Z_o$  et  $G_v$ .

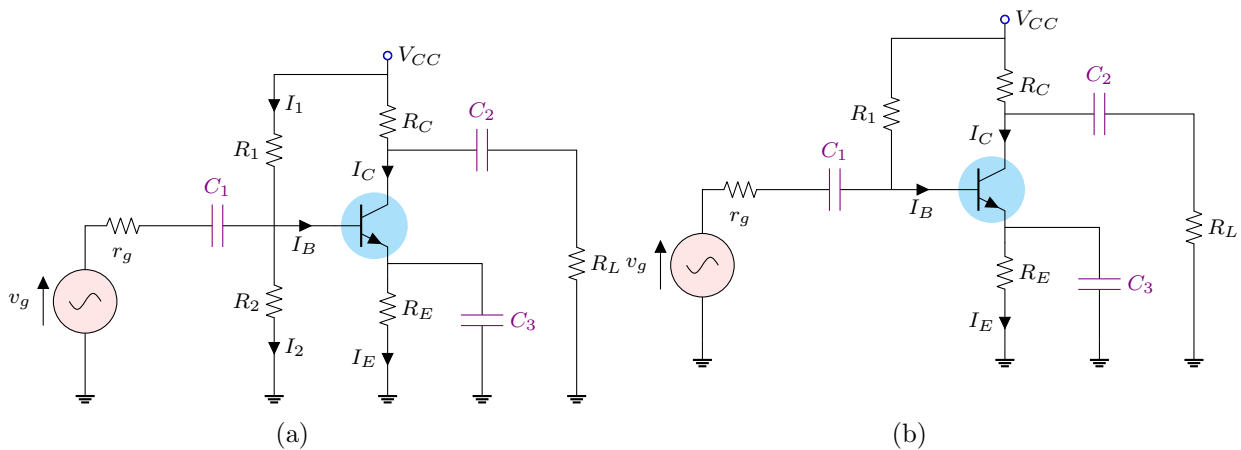


Figure 2.32: Amplificateur EC

**Modèles de transistor:**

Il existe plusieurs modèles équivalents transistor. On distingue deux modèles qui sont les plus utilisés dans l'analyse des circuits à base des transistor bipolaires: le modèle en T et le modèle en  $\pi$ . La figure 2.33 montre ces deux modèles.



Figure 2.33: Modèles du Tansistor bipolaire

Remarque: Impédance d'entrée du transistor

L'impédance d'entrée est définie par:

$$Z_{in(tr)} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{be}}{i_b}$$

En appliquant cette relation sur le modèle en T, on trouve:

$$Z_{in(tr)} = \frac{v_{be}}{i_b} = \frac{i_e r'_e}{i_b} \cong \frac{i_c r'_e}{i_b} = \frac{\beta i_b r'_e}{i_b} = \beta r'_e$$

Elle est facile à trouver dans le modèle en pi:

$$Z_{in(tr)} = \frac{v_{be}}{i_b} = \frac{i_b \beta r'_e}{i_b} = \beta r'_e$$

L'impédance de sortie pour les deux modèles est donnée par:

La résistance  $r'_e$ :

C'est la résistance d'émetteur AC. Elle donnée par l'equation 2.15, où  $I_E$  est le courant DC d'émetteur:

$$r'_e = \frac{25 \text{ mV}}{I_E} \tag{2.15}$$

Elle est applicable à tous les types de transistors.

Exemple 5:Analyse d'un montage EC

Soit le montage de la figure 2.34. Trouver le point de repos, et les paramètres:  $Z_{in}$ ,  $Z_o$  et  $G_v$ .

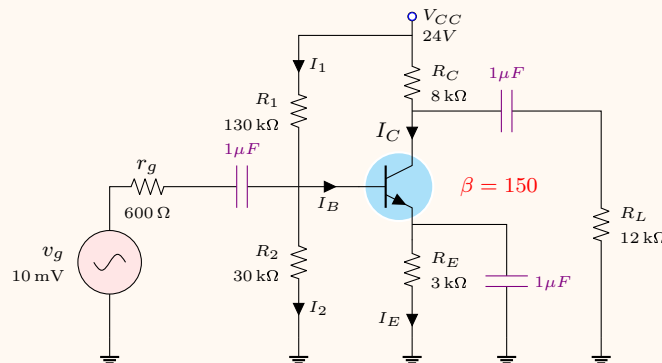


Figure 2.34: Montage EC

**Etude statique:(L'obtention du point de repos)**

Pour déterminer le circuit équivalent en DC, il faut:

1. court-circuiter toutes les sources de tension AC ;
2. Mettre les condensateurs de découplage en circuit ouvert;
3. puis, trouver le point de repos.

En suivant les étapes précédentes on obtient:

$$V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 4.5 \text{ V}$$

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 24.375 \text{ k}\Omega$$

$$I_C = \beta \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + \beta(R_E)} = 1.2 \text{ mA}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - (R_C + R_E)I_C = 10.8 \text{ V}$$

$$I_C \cong I_E$$

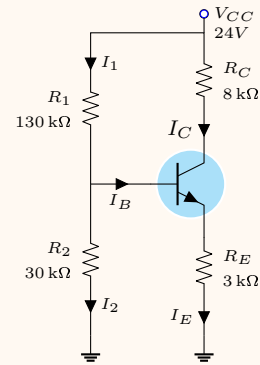


Figure 2.35: Circuit équivalent en DC

**Etude dynamique:(L'obtention de  $Z_{in}$ ,  $Z_o$  et  $G_v$ )**

En suivant les étapes décrites à la section 2.2.10, on trouve le circuit équivalent en AC suivant:

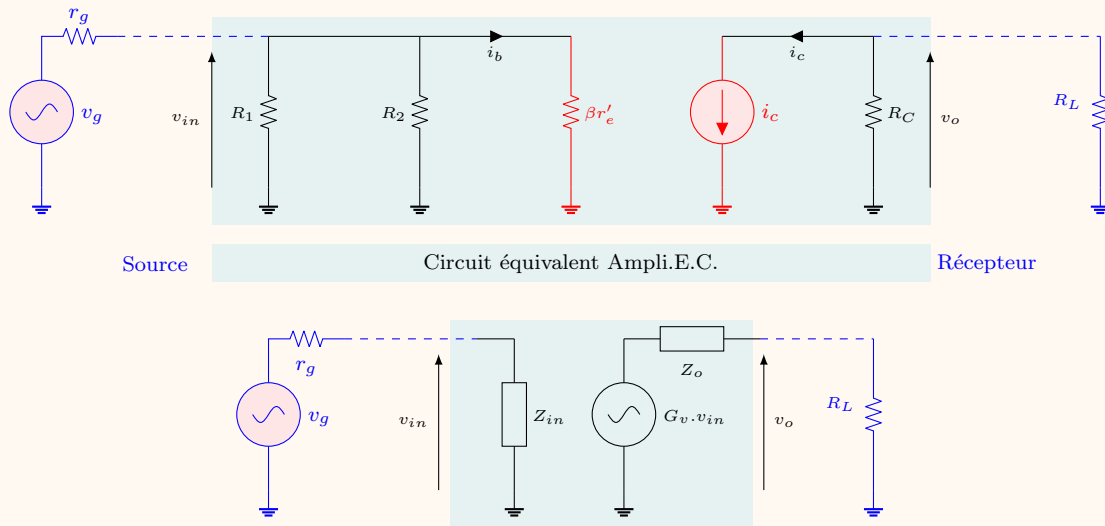


Figure 2.36: Circuit équivalent en AC (modèle  $\pi$ )

Où:  $r'_e = \frac{25 \text{ mV}}{I_E} = \frac{25 \times 10^{-3}}{1.2 \times 10^{-3}} = 20.83 \Omega$

$$Z_{in} = R_1 \parallel R_2 \parallel \beta r'_e = 2.77 \text{ k}\Omega$$

$$Z_o = R_C = 8 \text{ k}\Omega$$

$$G_v = \frac{v_o}{v_{in}} = \frac{-R_C i_c}{(\beta r'_e) i_b} = \frac{-R_C (\beta i_b)}{(\beta r'_e) i_b} = \frac{-R_C}{r'_e} = -384$$

$G_v$  est le gain en tension à vide propre à l'amplificateur EC, sans la charge ni la source. C'est le gain maximal que peut atteindre ce montage.

Lorsque on connecte la source et la charge, le gain du montage complet devient:

$$G_{v\_montage} = \frac{v_{R_L}}{v_g}$$

$$v_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + r_g} v_g = 0.82 v_g$$

$$v_{R_L} = v_o = \frac{R_L}{R_L + Z_o} G_v v_{in} = \frac{R_L}{R_L + Z_o} \frac{Z_{in}}{Z_{in} + r_g} G_v v_g = -189.38 v_g$$

$$G_{v\_montage} = \frac{R_L}{R_L + Z_o} \frac{Z_{in}}{Z_{in} + r_g} G_v = -189.38$$

On peut aussi calculer le gain en courant du montage défini par:

$$G_i = \frac{i_o}{i_{in}}$$

où:  $i_{in} = \frac{v_{in}}{Z_{in}}$

et  $i_o = \frac{v_{R_L}}{R_L} = \frac{v_o}{R_L}$ .

**Exercices: BJT en régime dynamique**

**Exercice 1:**

Soit le montage de la figure 2.37. Quelle est la tension de sortie si  $\beta=300$  ?

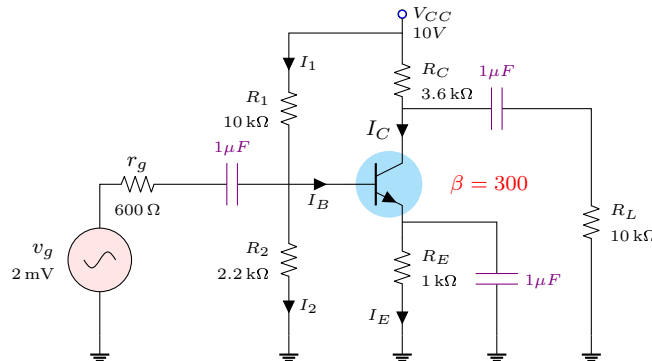


Figure 2.37

**Exercice 2:**

Même question avec  $\beta = 50$ . Quelle est votre remarque?

**2.3 Le transistor en commutation:**

Un transistor est utilisé en commutation lorsque son mode de fonctionnement s'apparente à un interrupteur. Il est utilisé afin d'ouvrir ou de fermer un circuit. Ainsi il peut commander une LED, un relais, un moteur, etc.

On considère généralement le circuit de sortie du transistor comme un interrupteur qui est commandé soit par une tension, soit par un courant suivant le type de transistor choisi.

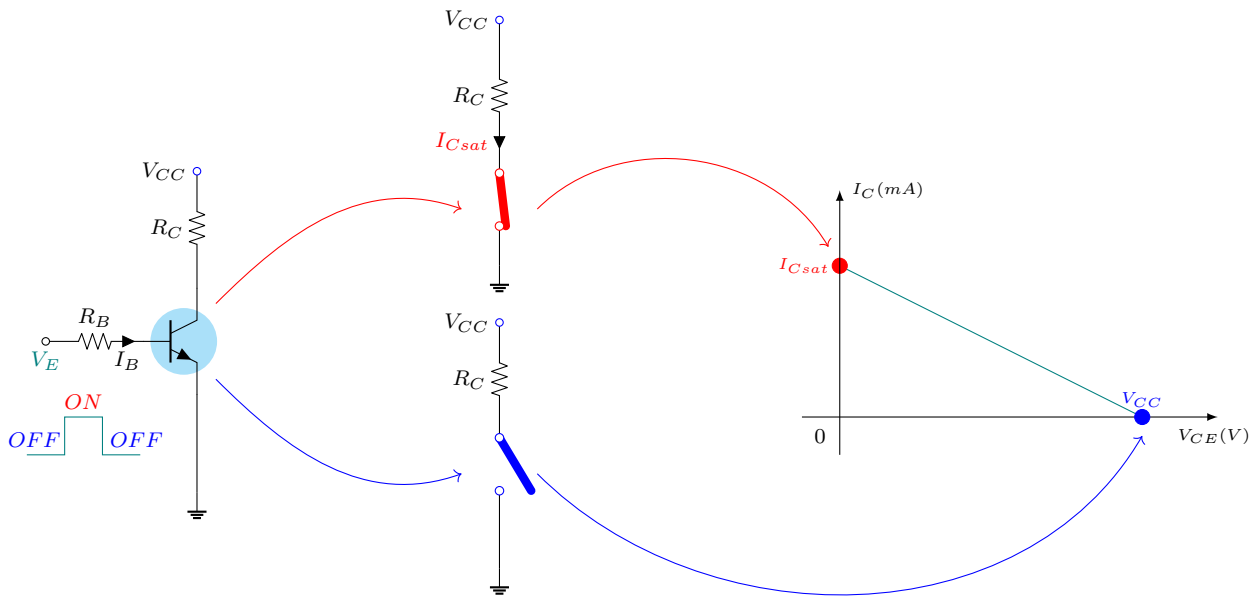


Figure 2.38

Exemple 6:

Soit le montage de la figure 2.39. On veut commander une charge alternative, fonctionnant sous une tension  $v_{eff}=220V$ , par une carte arduino nano. Un relais de 12V (côté commande) est utilisé pour assurer une isolation entre la partie commande et la partie puissance. Et comme la carte arduino ne peut fournir qu'une tension de 5V, un transistor npn (2N2222) avec une alimentation 12 DC sont utilisés.

La diode sert à libérer l'énergie émmagasinée dans la bobine quand le relais est bloqué. Ce phénomène se produit dans un laps de temps très court.

D'après datasheet du relais, la résistance interne de sa bobine est de  $160 \Omega$  (la bobine consomme un courant de 75mA sous une tension de 12VDC). La résistance  $R_B$  doit être bien calculée afin de faire fonctionner le transistor en mode de commutation.

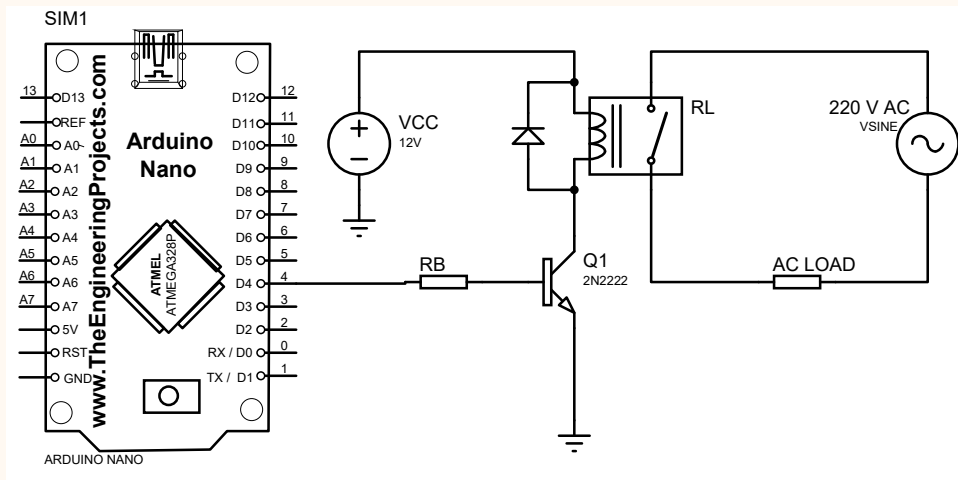


Figure 2.39

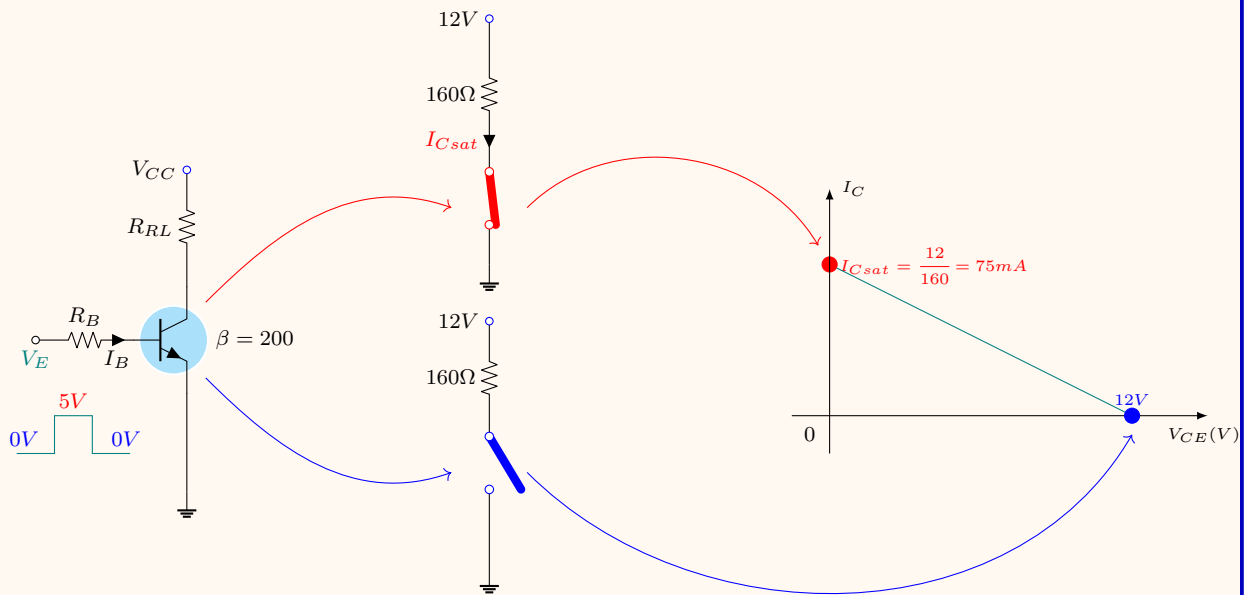


Figure 2.40

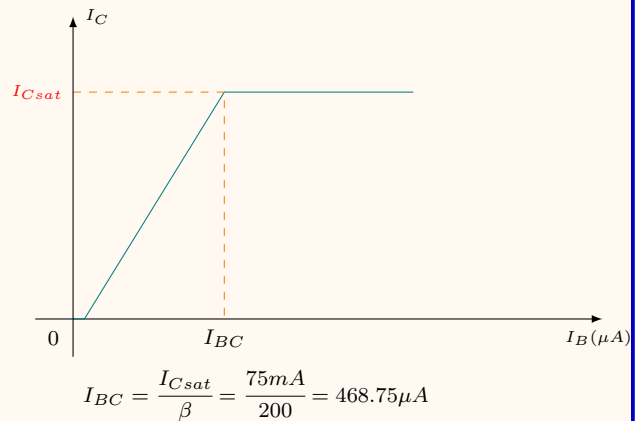
Le schéma équivalent du circuit de la figure 2.39 est illustré sur la figure 2.40.

Le courant de saturation de ce montage est 75mA. Il est obtenu quand le courant de base atteint  $468.75 \mu A$ . Au dessus de cette valeur,  $I_{BC}$ , le courant  $I_C = I_{sat}$  reste saturé (voir figure 2.41 ).

Pour assurer un fonctionnement en mode commutation, on prend une valeur de  $I_B$  très grande que celle de  $I_{BC}$ . Soit  $I_B = 4.3mA$ .

Dans ce cas là,  $R_B$  peut être calculée comme suit:

$$R_B = \frac{V_E - V_{BE}}{I_B} = \frac{5 - 0.7}{0.0043} = 1k\Omega$$



$$I_{BC} = \frac{I_{Csat}}{\beta} = \frac{75mA}{200} = 468.75\mu A$$

Figure 2.41

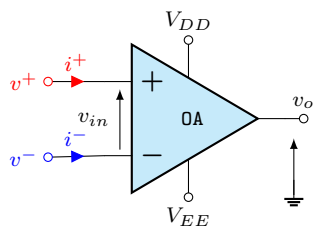
# Chapitre 3

## Les amplificateurs opérationnels en régime linéaire

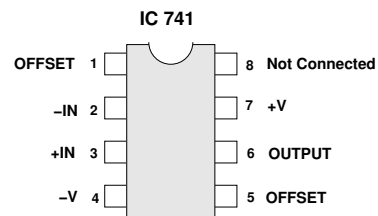
### 3.1 Introduction:

L'amplificateur opérationnel, ou amplis-op, est un composant électronique actif très utilisé dans les systèmes analogiques. Avec d'autres composants (résistances, condensateurs,...) il peut être utilisé dans les chaînes de mesure et acquisition pour le filtrage, l'amplification, l'adaptation. etc. Il peut être aussi utilisé afin de fabriquer des oscillateurs, convertisseurs Analogique/Numérique et Numérique/Analogique, et d'autres montages importants.

Il a une entrée inverseuse, une entrée non-inverseuse et une seule sortie. il est alimenté par deux sources de tension DC, généralement, symétriques. comme la présence des sources d'alimentation est implicite, l'usage veut qu'on ne les représente pas systématiquement, sauf dans certains cas où l'on fait jouer un rôle plus particulier à ces sources. La présentation symbolique de ce composant est illustrée sur la figure 3.1a.



(a) Symbole d'un Ampli-Op



(b) Circuit intégré d'un Ampli-op 741

Figure 3.1: Circuit d'un amplificateur EC

L'amplis-op possède un gain en tension,  $A$ , très grand. La sortie de l'amplificateur est proportionnelle à la différence de tension entre ses entrées:

$$v_o = A (v^+ - v^-) = A.v_{in} \quad (3.1)$$

#### Remarque:

Les ampli-op ont de nombreuses utilisations en électronique, y compris dans les circuits de filtrage, les circuits de contrôle de gain, les circuits de régulation de tension, les amplificateurs vidéo et les amplificateurs audio.

Il existe différents types d'amplificateurs opérationnels, chacun ayant des caractéristiques et des applications spécifiques. Par exemple, certains amplis-op ont une faible consommation d'énergie, tandis que d'autres ont une bande passante plus large ou une impédance d'entrée plus élevée.

Grandeur	Symbole	Idéal	LM741C	LF157A
Gain en tension boucle ouverte	A	infini	100000	200000
Fréquence du gain unitaire	$f_T$	infini	1 MHz	20 MHz
Impédance d'entrée	$Z_{in}$	infini	$2 \cdot 10^6 \Omega$	$10^{12} \Omega$
Impédance de sortie	$Z_o$	nulle	75 $\Omega$	100 $\Omega$
Courant de polarisation d'entrée	$I_{in(pol)}$	nul	80 nA	30 pA
Courant de décalage d'entrée	$I_{in(off)}$	nul	20 nA	3 pA
Tension de décalage d'entrée	$V_{in(off)}$	nulle	2 mV	1mV
Taux de réjection mode commun	CMRR	infini	90 dB	100 dB

Table 3.1: Caractéristiques d'Amplis-Op communs

### 3.2 Schéma équivalent:

Le circuit équivalent d'un ampli-op réel est illustré à la Figure 3.2.a. Comme représenté, le signal d'entrée appliqué entre les bornes d'entrée voit une impédance d'entrée  $Z_{in}$  typiquement très élevée (voir Table 3.1). La tension de sortie est vue comme étant le gain de l'amplificateur multiplié par le signal d'entrée pris à travers une impédance de sortie  $Z_o$ , qui est généralement très faible. Un circuit d'amplificateur opérationnel idéal, comme le montre la figure 3.2.b, aurait une impédance d'entrée infinie, une impédance de sortie nulle et un gain de tension infini.



Figure 3.2: Schéma équivalent d'un Ampli-Op

Un amplificateur opérationnel parfait est caractérisé par:

- Gain en boucle ouverte  $A \rightarrow \infty$ ,
- Courants d'entrée  $i^+ = i^- = 0$ ,
- Impédance d'entrée  $Z_{in} \rightarrow \infty$ ,
- Impédance de sortie  $Z_o = 0$ .

### 3.3 La caractéristique Entrée-Sortie d'un Ampli-Op:

La caractéristique Entrée-Sortie de l'ampli-op (figure 3.1a) correspond au tracé de la tension de sortie  $v_o$  en fonction de la différence entre les tensions d'entrée ( $v^+ - v^-$ ). Cette courbe est caractérisée par une zone de fonctionnement linéaire très étroite, compte tenu, d'une part, que le gain A est très grand (en général supérieur à  $10^5$ ) et d'autre part que la tension de sortie se trouve limitée en amplitude à des valeurs  $V_{min}$  et  $V_{max}$  voisines respectivement de  $V_{EE}$  et de  $V_{DD}$ . Sur la figure 3.3a,  $V_{min} = -V_{max}$ .) Autrement dit, pour fonctionner en régime linéaire, la différence ( $v^+ - v^-$ ) doit rester inférieure, en valeur absolue, à une valeur très faible notée  $\epsilon$ .

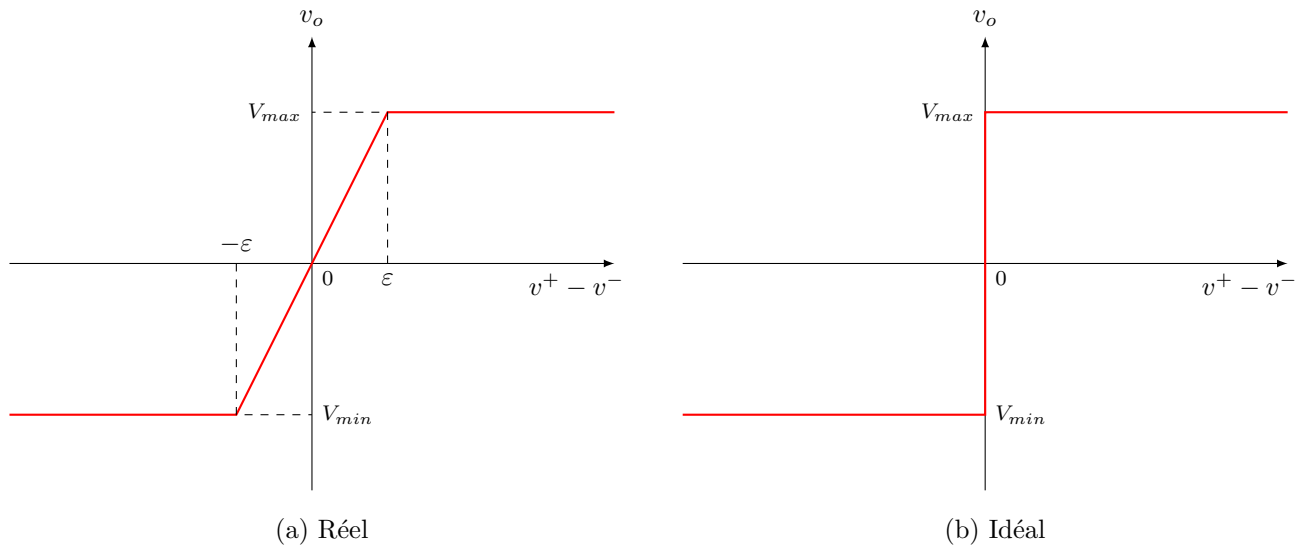


Figure 3.3: Caractéristique Entrée-Sortie d'un Ampli-Op

Si  $(v^+ - v^-) > \varepsilon$ , la sortie  $v_o$  sature à une valeur  $v_{max}$ ,

Si  $(v^+ - v^-) < -\varepsilon$ , la sortie  $v_o$  sature à une valeur  $v_{min}$ ,

Si  $-\varepsilon < (v^+ - v^-) < \varepsilon$ , l'ampli-op fonctionne en régime linéaire.  $v_o$  vaut:  $v_o = A(v^+ - v^-) = A.v_{in}$ .

En raison de la grande valeur du gain en tension,  $A$ , la plage de tension  $[-\varepsilon, \varepsilon]$  est très petite et donc pour le reste de ce document, nous présenterons le comportement de l'ampli-op en supposant un gain en boucle ouverte infini qui correspond à une région linéaire nulle. Par conséquent, le tracé de la caractéristique Entrée-Sortie, illustré à la figure 3.3a, deviendra comme indiqué à la figure 3.3b

Avec un gain très grand et une caractéristique qui présente une région linéaire très étroite (figure 3.3a), il est très difficile de faire fonctionner l'ampli-op dans cette zone. Afin de contrôler le gain en tension de l'ampli-op et lui forcer à fonctionner en permanence dans la zone linéaire, on utilise la boucle de contre-réaction négative.

### 3.4 Contre-réaction négative:

Dans ce mode de fonctionnement on ajoute une connexion directe, ou par l'intermédiaire d'un dipôle conducteur, entre la sortie  $v_o$  et l'entrée inverseuse  $v^-$ , ce qui assure automatiquement un fonctionnement linéaire à l'amplificateur opérationnel. La contre réaction négative force l'ampli-op à maintenir les entrées à la même tension  $v^+ = v^-$ .

Pour l'étude et l'analyse des montages à ampli-op idéal à contre-réaction négative, on utilise tous simplement les lois Kirchhoff, et les caractéristiques suivantes:

1.  $A \rightarrow \infty$ ,
2.  $i^+ = i^- = 0$ ,
3.  $Z_{in} \rightarrow \infty$ ,
4.  $Z_o = 0$ .
5.  $v^+ = v^-$ .

### 3.4.1 Montage Suiveur: (Buffer)

La figure 3.4 représente le montage suiveur. Pour un schéma simple, les alimentations de l'ampli-op,  $V_{DD}$  et  $V_{EE}$ , ne seront pas représentées dans les montages qui se suivent sauf indication contraire.

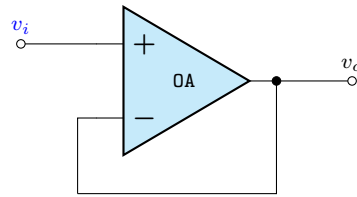
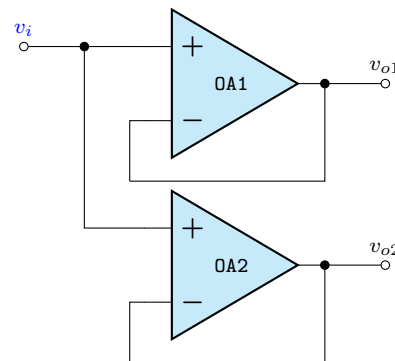


Figure 3.4: Montage suiveur

Dans ce montage, la tension de sortie vaut:

$$\left. \begin{aligned} v_o &= v^- \\ v^- &= v^+ \\ v^+ &= v_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_o = v_i \tag{3.2}$$

Ce montage est utilisé pour l'adaptation d'impédance entre les différents montages. Il permet de connecter entre eux un montage amont et un montage aval sans qu'aucun courant ne soit soutiré du montage amont (donc sans perturber le signal qui en est issu), et en autorisant le montage aval à soutirer n'importe quel courant du montage suiveur (donc sans que la valeur de son impédance d'entrée ait une quelconque influence sur la connexion des deux montages).



La figure 3.5 montre comment un signal d'entrée est utilisé afin de fournir plusieurs sorties. L'avantage de cette connexion est que la charge connectée sur une sortie n'a pas d'effet sur l'autres sorties.

Figure 3.5: Utilisation du suiveur pour fournir des signaux de sortie

### 3.4.2 Montage Inverseur:

La figure 3.6 représente l'ampli-op à gain constant le plus utilisé dans les circuits analogiques, il est appelé montage Inverseur. La sortie est inversée par rapport à l'entrée.

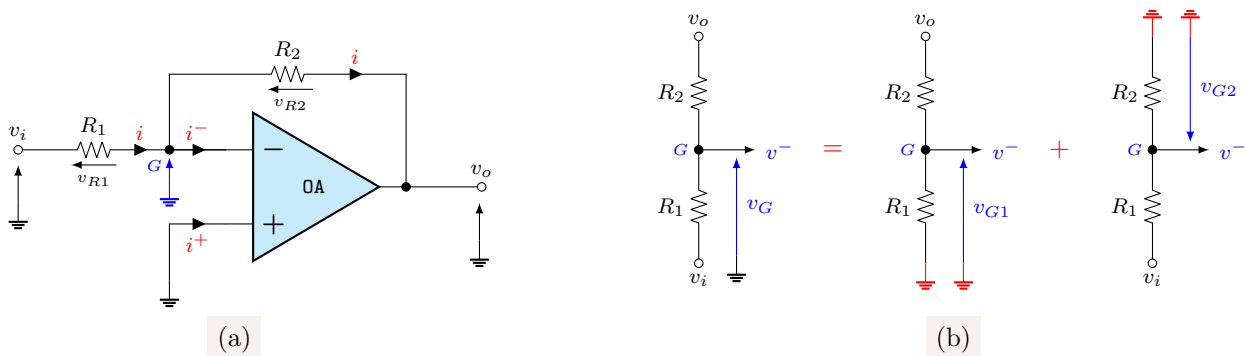


Figure 3.6: Montage Inverseur

Le point  $G$  est appelée masse virtuelle. Virtuelle, puisque elle est un court-circuit pour la tension et un circuit ouvert pour le courant.

Pour trouver le gain en tension du montage on utilise les loi de Kirchhouff (KVL et KCL). L'amplif-op est supposé parfait ( $v^- = v^+$  et  $i^- = i^+ = 0$ ). D'après le circuit de la figure 3.6 on a:

$$v_G = v^- = v^+ = 0$$

$$v_o + R_2 i = v_G \Leftrightarrow v_o + R_2 i = 0 \Rightarrow v_o = -R_2 i$$

$$v_i - R_1 i = v_G \Leftrightarrow v_i - R_1 i = 0 \Rightarrow v_i = R_1 i$$

La division de  $v_o$  par  $v_i$  donne le gain en tension en boucle fermée (ou bien la fonction de transfert):

$$G_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{3.3}$$

On peut trouver le Gain en tension en appliquant le théorème de Millman au point  $G$ :

$$v_G = v^- = \frac{\frac{v_o}{R_2} + \frac{v_i}{R_1}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}} = v^+ = 0 \Rightarrow \frac{v_o}{R_2} = -\frac{v_i}{R_1} \Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{3.4}$$

Ou bien on applique le théorème de superposition au point  $G$  comme illustre la figure 3.6.b:

$$v_G = v_{G1} + v_{G2} = \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_o + \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_i = 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_o = -\frac{R_2}{R_2 + R_1} v_i \Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{3.5}$$

A cause de la contre-réaction négative, le gain en boucle fermée est toujours inférieur au gain en boucle ouverte.

### 3.4.3 Montage Non inverseur:

C'est un amplificateur à gain constant positif et qui assure une bonne adaptation entre les deux circuits, amont et aval, qui sont à lui connectés. son schéma est illustré dans la figure 3.7.a.

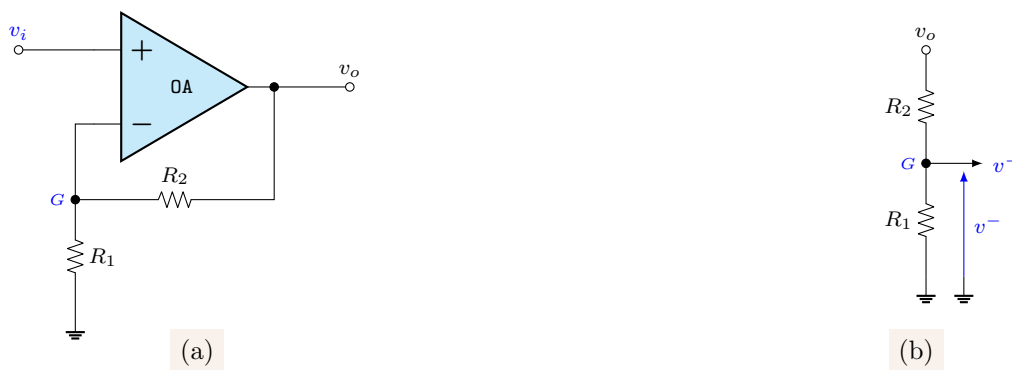


Figure 3.7: Montage Non Inverseur

Au point  $G$  on a un pont diviseur de tension (figure 3.7.b) Le gain en tension est donné par:

$$v_i = v^+ = v^- = \frac{R_1}{R_2 + R_1} v_o \Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_2 + R_1}{R_1}$$

$$G_v = \frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{3.6}$$

### 3.4.4 Montage Additionneur:

Il fait la sommation de plusieurs entrées, chacune a sa propre pondération (gain). La tension de sortie est toujours négative quand les tension d'entrées sont positives.

La relation entre les entrées et la sortie peut être trouvée en suivant les étapes suivantes: Au noeud  $G$  on trouve:

$$i_1 + i_2 + i_3 = i \tag{3.7}$$

D'autre côté:

$$v^- = v^+ = 0$$

Ce qui permet d'écrire:

$$v_o + R_f i = v^- = 0 \Rightarrow i = -\frac{v_o}{R_f}$$

$$v_1 - R_1 i_1 = v^- = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$v_2 - R_2 i_2 = v^- = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

$$v_3 - R_3 i_3 = v^- = 0 \Rightarrow i_3 = \frac{v_3}{R_3}$$

Remplaçons chaque courant par son expression, on obtient:

$$-\frac{v_o}{R_f} = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}$$

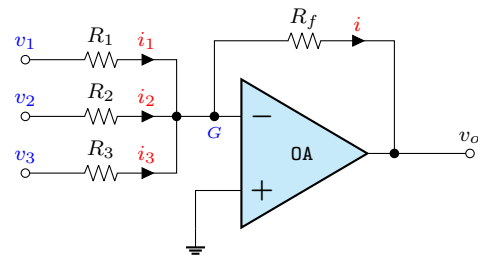
$$\Rightarrow v_o = -R_f \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right) \tag{3.8}$$

Si  $R_f=R_1=R_2=R_3$  on trouve:

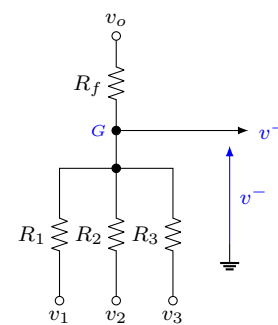
$$v_o = -(v_1 + v_2 + v_3) \tag{3.9}$$

Si  $R_1=R_2=R_3=R$  on obtient:

$$v_o = -\frac{R_f}{R}(v_1 + v_2 + v_3) \tag{3.10}$$



(a)



(b)

Figure 3.8: Montage Additionneur (Sommateur)

On peut trouver directement l'équation de la tension de sortie en fonction des entrées en appliquant le théorème de Millman au point  $G$ :

$$v^- = \frac{\frac{v_o}{R_f} + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}}{\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = v^+ = 0$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{R_f} + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} = 0$$

$$\Rightarrow v_o = -R_f \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right)$$

### 3.4.5 Montage Soustracteur:

Il fait la différence entre deux entrées, chacune a son propre gain.

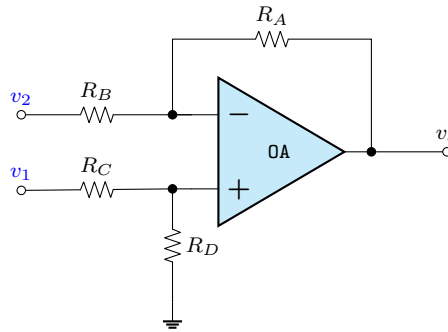


Figure 3.9: Montage Soustracteur

La boucle de contre-réaction constituée par  $R_A$  assure un fonctionnement linéaire à l'ampli-op. On a donc  $v^+ = v^-$ .

Comme aucun courant ne peut entrer dans l'amplificateur opérationnel, c'est le même courant qui traverse  $R_D$  et  $R_C$  qui forme donc un pont diviseur de tension.

$$v^+ = \frac{R_D}{R_D + R_C} v_1$$

On appliquant le théorème de superposition à l'entrée  $v^-$  on obtien:

$$v^- = \frac{R_A}{R_A + R_B} v_2 + \frac{R_B}{R_A + R_B} v_o$$

et comme  $v^+ = v^-$  on a:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{R_D}{R_D + R_C} v_1 &= \frac{R_A}{R_A + R_B} v_2 + \frac{R_B}{R_A + R_B} v_o \\ \Rightarrow \frac{R_B}{R_A + R_B} v_o &= \frac{R_D}{R_D + R_C} v_1 - \frac{R_A}{R_A + R_B} v_2 \\ \Rightarrow v_o &= \frac{R_A + R_B}{R_B} \frac{R_D}{R_D + R_C} v_1 - \frac{\cancel{R_A + R_B}}{R_B} \frac{R_A}{\cancel{R_A + R_B}} v_2 \end{aligned}$$

Finalement:

$$\Rightarrow v_o = \frac{R_A + R_B}{R_D + R_C} \frac{R_D}{R_B} v_1 - \frac{R_A}{R_B} v_2 \quad (3.11)$$

Si  $R_A=R_B$  et  $R_C=R_D$  (ou bien  $R_A=R_B=R_C=R_D$ ) on obtient:

$$v_o = v_1 - v_2 \quad (3.12)$$

Si  $R_A=R_D$  et  $R_B=R_C$  on trouve:

$$v_o = \frac{R_A}{R_B} (v_1 - v_2) \quad (3.13)$$

Exemple 3.1: Amplificateur d'instrumentation

La figure 3.10 montre le montage d'un amplificateur d'instrumentation constitué de trois montages à base d'ampli-op.

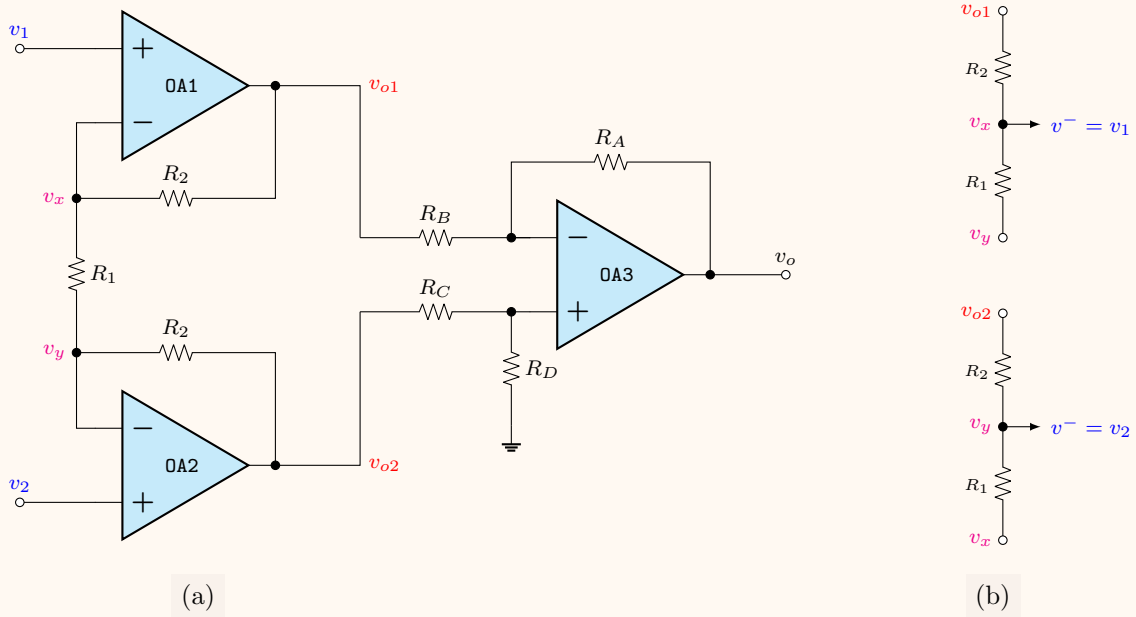


Figure 3.10: Amplificateur d'instrumentation

L'amplificateur opérationnel est supposé idéal. La contre-réaction négative impose que:

$$v^- = v^+ \Rightarrow v_x = v_1 \text{ et } v_y = v_2 \tag{3.14}$$

Par superposition on trouve aux point  $x$  et  $y$ :

$$v_x = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o1} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_y \Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o1} = v_x - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_y \Rightarrow v_{o1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_x - \frac{R_2}{R_1} v_y$$

$$v_y = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_x \Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{o2} = v_y - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_x \Rightarrow v_{o2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_y - \frac{R_2}{R_1} v_x$$

Ce qui nous donne:

$$v_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_1 - \frac{R_2}{R_1} v_2 \tag{3.15}$$

$$v_{o2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1 \tag{3.16}$$

Le circuit à base de l'ampli-op (OA3) est un soustracteur. la sortie est donnée par:

$$\Rightarrow v_o = \frac{R_A + R_B}{R_D + R_C} \frac{R_D}{R_B} v_{o2} - \frac{R_A}{R_B} v_{o1} \tag{3.17}$$

Quand  $R_A=R_D$  et  $R_B=R_C$  on obtient:

$$v_o = \frac{R_A}{R_B} (v_{o2} - v_{o1}) \Rightarrow v_o = \frac{R_A}{R_B} \left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right) (v_2 - v_1) \tag{3.18}$$

Le gain du montage  $\frac{R_A}{R_B} \left(1 + 2\frac{R_2}{R_1}\right)$  peut être modifié en jouant sur une seule résistance  $R_1$ .

### 3.4.6 Montage Intégrateur:

Le circuit de base d'un intégrateur est construit en plaçant un condensateur  $C$  dans la boucle de contre réaction négative d'un amplificateur inverseur comme illustré sur la figure 3.11. Ce condensateur agit comme un composant de stockage de charge qui permet d'accumuler la somme des charges sur une période donnée. Lorsqu'un signal d'entrée est appliqué au montage intégrateur, sa sortie produit un signal proportionnel à l'intégrale du signal d'entrée.

Le point  $G$  représente une masse virtuelle. L'ampli-op (OA) est supposé idéal, ce qui implique que le courant  $i$  traversant la résistance  $R$  passe complètement par le condensateur  $C$ . En appliquant les lois de Kirchhoff on trouve:

$$v_i - Ri = 0 \Rightarrow i = \frac{v_i}{R}$$

$$v_o + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \Rightarrow v_o = -\frac{1}{C} \int i dt$$

on remplace  $i$  par son équation on obtient:

$$v_o = -\frac{1}{C} \int \frac{v_i}{R} dt = -\frac{1}{RC} \int v_i dt \tag{3.19}$$

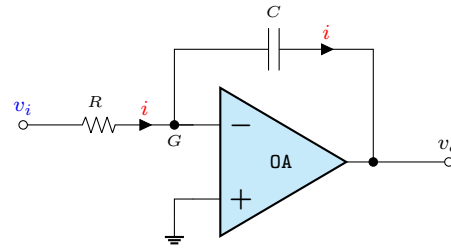


Figure 3.11: Montage Intégrateur

L'analyse fréquentielle est obtenue en exprimant l'impédance des composantes du montage dans le plan complexe. La fonction de transfert peut donc s'écrire:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_i(j\omega)} = -\frac{Z_C}{Z_R} = -\frac{1}{j\omega C R} = -\frac{1}{jRC\omega} = -\frac{1}{\omega} \frac{1}{jRC} = -\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}}, \quad \omega_c = \frac{1}{RC} \tag{3.20}$$

L'expression 3.20 indique qu'il existe un déphasage de  $90^\circ$  entre les signaux d'entrée et de sortie (voir figure 3.12). Ce déphasage se produit à toutes les fréquences.

Le gain de l'amplificateur est également fonction de la fréquence:

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega_c}{\omega} \tag{3.21}$$

Il est exprimé en décibel comme suit:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{\omega_c}{\omega} \right) \tag{3.22}$$

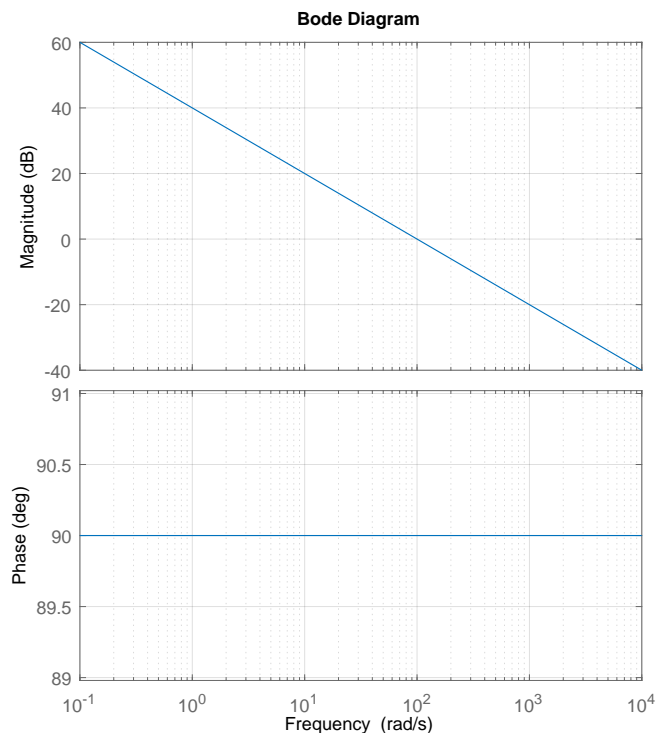


Figure 3.12: Diagramme de Bode pour  $\omega_c = 100$

Le gain infini pour les signaux DC représente un problème pratique pour la configuration du circuit de la figure 3.11. Puisque le circuit équivalent d'un condensateur pour  $\omega = 0$  est un circuit ouvert, le chemin de la contre réaction est ouvert. Cette absence de contre-réaction se traduit par une dérive (addition cumulée) de la tension de sortie due à la présence de faible tension de décalage à l'entrée.

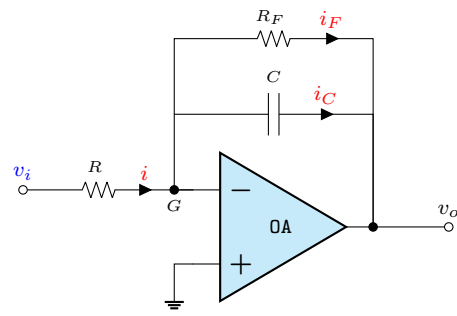


Figure 3.13: Montage Intégrateur amélioré

Ce problème peut être réglé en connectant une résistance,  $R_F$ , en parallèle avec le condensateur C, comme indiqué sur la figure 3.13. La contre réaction maintenant est constitué du condensateur C en parallèle avec la résistance  $R_F$ . L'impédance équivalente du chemin de la contre réaction est donnée par:

$$Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{jC\omega} + R_F} \times R_F = \frac{R_F}{1 + jR_FC\omega} = \frac{R_F}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \omega_c = \frac{1}{R_FC}$$

La fonction de transfert devient:

$$H(j\omega) = -\frac{Z_{eq}}{Z_R} = -\frac{R_F}{R} \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \tag{3.23}$$

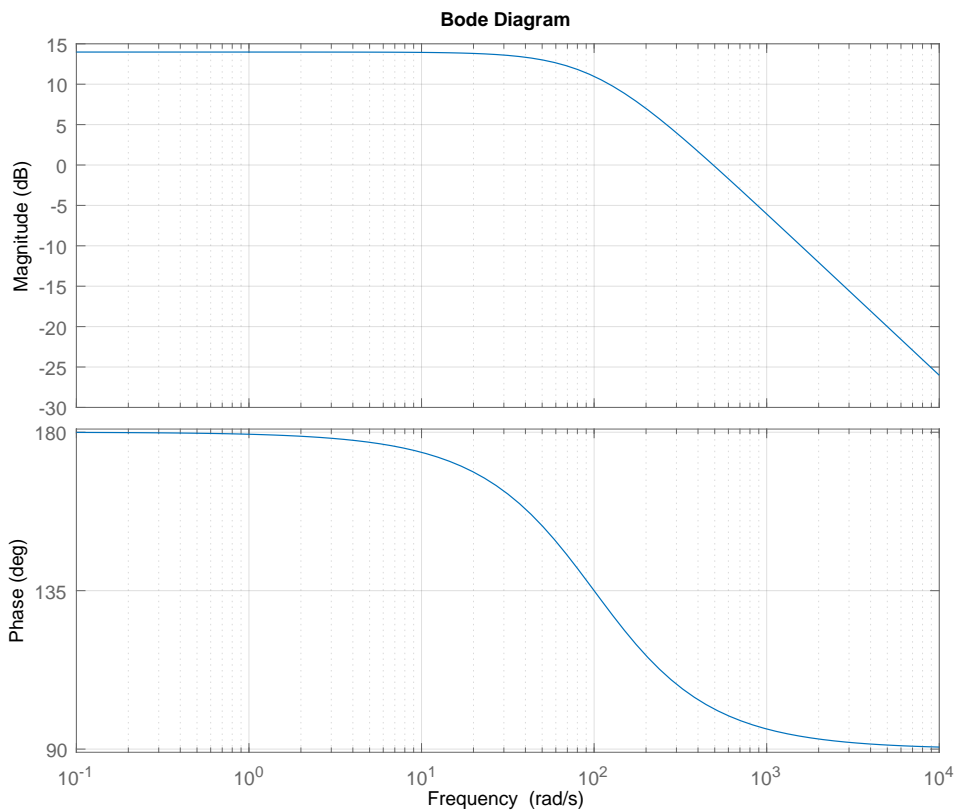


Figure 3.14: Diagramme de Bode pour  $\omega_c = 100$  et  $\frac{R_F}{R} = -5$

La figure 3.14 montre le diagramme de Bode du Montage de la figure 3.13 régi par la fonction de transfert 3.23. À des fréquences bien inférieures à  $\omega_c$  ( $\omega_c \ll \omega$ ), le gain de tension devient égal à  $\frac{R_F}{R}$ , tandis qu'à des fréquences supérieures à  $\omega_c$  ( $\omega_c \gg \omega$ ), le gain diminue de avec un taux de  $20dB$  par décade.

### 3.4.7 Montage Dérivateur:

Le circuit de base d'un montage dérivateur est illustré sur la figure 3.15. Le point  $G$  représente une masse virtuelle.

L'ampli-op (OA) est supposé idéal, ce qui implique que le courant  $i$  traversant le condensateur  $C$  passe complètement par la résistance  $R$ .

$$v_i - \frac{1}{C} \int i dt = 0 \Rightarrow i = C \frac{dv_i}{dt}$$

$$v_o + Ri = 0 \Rightarrow v_o = -Ri$$

On remplace  $i$  par son équation on obtient:

$$v_o = -RC \frac{dv_i}{dt} \tag{3.24}$$

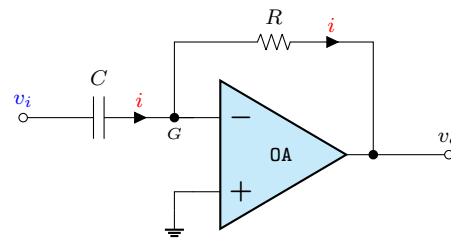


Figure 3.15: Montage Dérivateur

L'analyse fréquentielle est obtenue en exprimant l'impédance des composantes du montage dans le plan complexe. La fonction de transfert peut donc s'écrire:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_i(j\omega)} = -\frac{Z_C}{Z_R} = -\frac{1}{j\omega C R} = -\frac{1}{jRC\omega} = -\frac{1}{\omega} \frac{1}{jRC} = -\frac{1}{\omega} \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}}, \quad \omega_c = \frac{1}{RC} \tag{3.25}$$

La figure 3.16 montre qu'il existe un déphasage de ( $270^\circ$  ou bien  $-90^\circ$ ) entre les signaux d'entrée et de sortie. Le signal de sortie est en retard de phase par rapport au signal d'entrée. Ce déphasage se produit à toutes les fréquences.

Le gain de l'amplificateur augmente proportionnellement avec la fréquence du signal d'entrée:

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\omega_c} \tag{3.26}$$

Il est exprimé en décibel comme suit:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right) \tag{3.27}$$

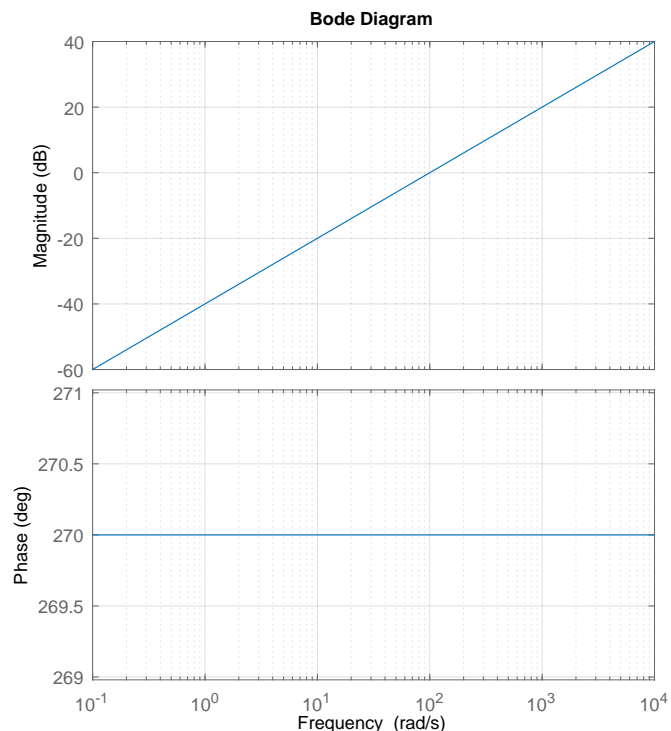


Figure 3.16: Diagramme de Bode pour  $\omega_c = 100$

Le gain à des fréquences élevées ( $\omega \gg \omega_c$ ) représente un problème pratique pour la montage de la figure 3.15. Une solution pour résoudre ce problème est illustré sur la figure 3.17. Une résistance,  $R_C$ , est ajoutée en série avec le condensateur d'entrée,  $C$ .

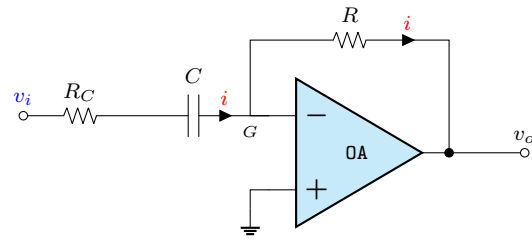


Figure 3.17: Montage Dérivateur amélioré

L'impédance équivalente d'entrée constituée de  $R_C$  en série avec  $C$  est donnée par:

$$Z_{eq} = R_C + \frac{1}{jC\omega}$$

Comme dans le montage inverseur, la fonction de transfert peut être trouver comme suit:

$$H(j\omega) = -\frac{Z_R}{Z_{eq}} = -\frac{R}{R_C + \frac{1}{jC\omega}} = -\frac{R}{R_C} \frac{1}{1 + \frac{1}{jR_C C \omega}} = -\frac{R}{R_C} \frac{jR_C C \omega}{1 + jR_C C \omega}$$

Donc la fonction de transfert devient d ela forme:

$$H(j\omega) = -\frac{R}{R_C} \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \omega_c = \frac{1}{R_C C} \tag{3.28}$$

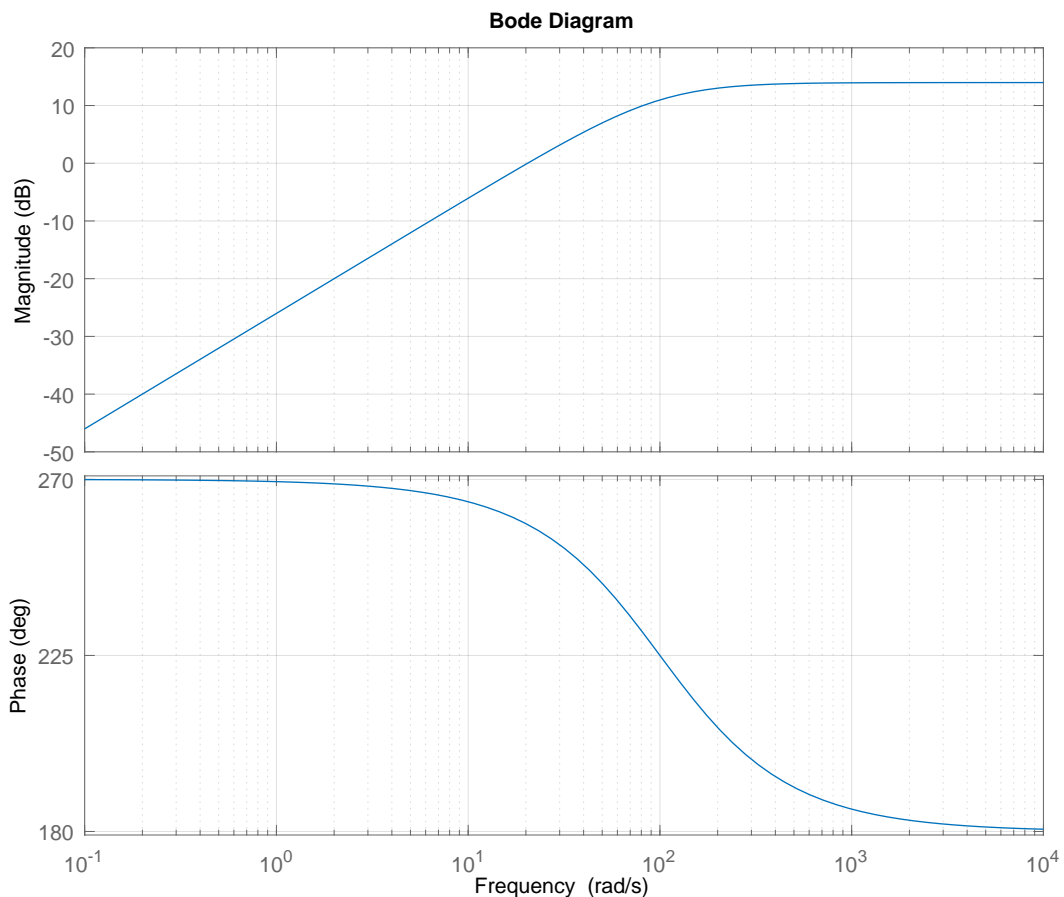


Figure 3.18: Diagramme de Bode pour  $\omega_c = 100$  et  $\frac{R}{R_C} = -5$

La figure 3.18 montre le diagramme de Bode du Montage de la figure 3.17 régi par la fonction de transfert 3.28. À des fréquences bien supérieures à  $\omega_c$  ( $\omega_c \gg \omega$ ), le gain de tension devient égal à  $\frac{R}{R_C}$ , tandis qu'à des fréquences inférieures à  $\omega_c$  ( $\omega_c \ll \omega$ ), le gain diminue de avec un taux de  $20dB$  par décade.

### 3.5 Exercices:

#### Exercice 01:

En supposant les amplis-op idéaux, déterminez la tension de sortie  $V_o$  pour chaque circuit indiqué ci-dessous:

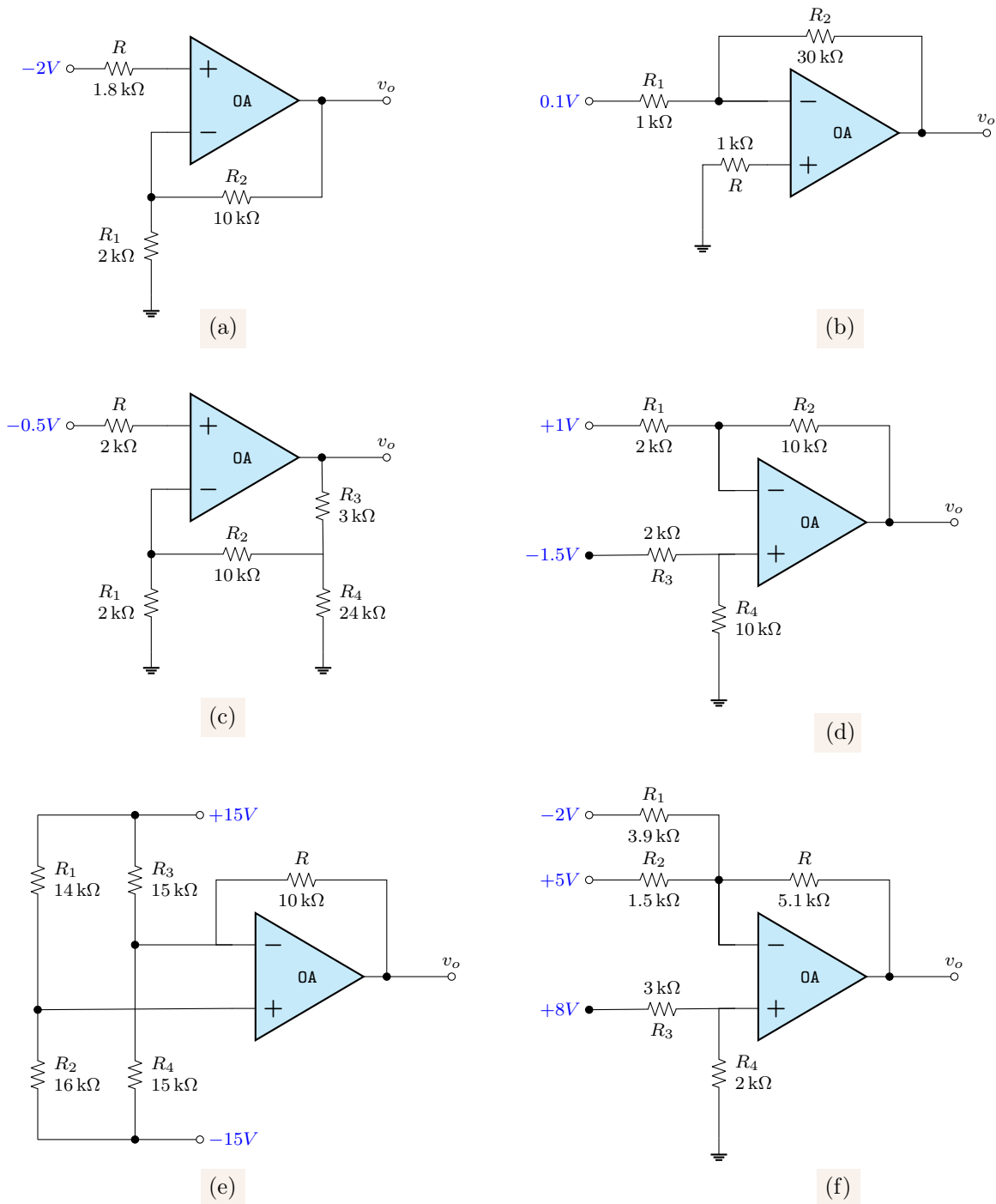


Figure 3.19

**Exercice 02:**

Le montage de la figure 3.20 représente une partie d'une chaîne de mesure d'un capteur de température PT-100. Trouver l'équation de la tension de sortie  $v_{o2}$ .

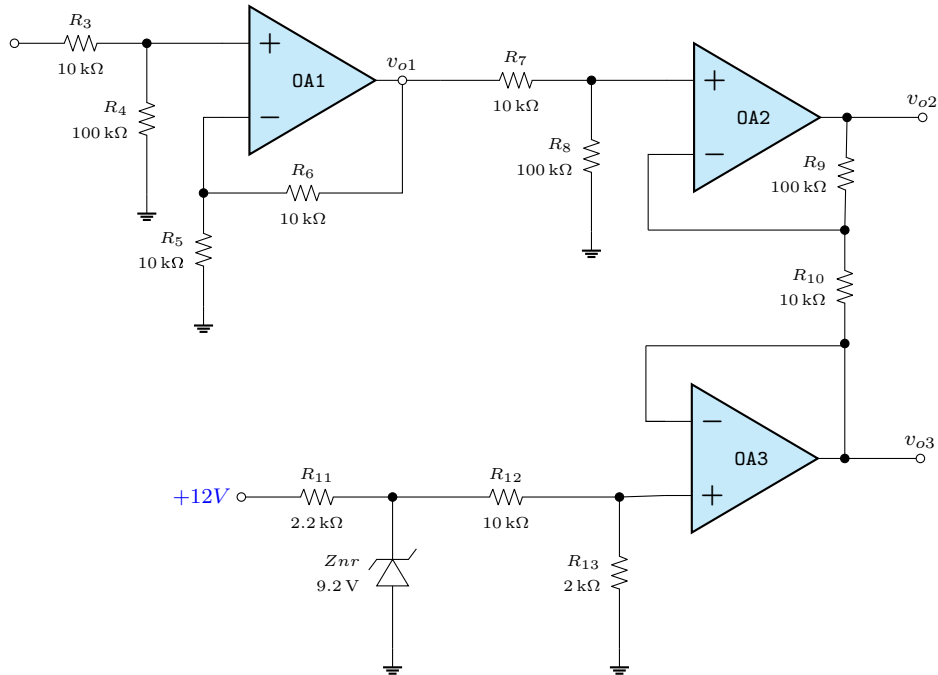


Figure 3.20

**Exercice 03:**

Soit un amplificateur de tension inverseur. Trouver le gain de l'amplificateur en fonction des résistances. En déduire le comportement de circuit pour  $R_4 = \infty$  et  $R_3 = 0$ .

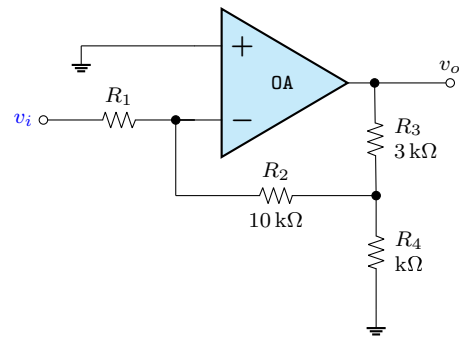


Figure 3.21

**Exercice 04:**

En supposant que le condensateur ne soit pas initialement chargé et que la tension d'entrée est  $v_i = 5\sin(100t)$ , écrire l'équation de la tension de sortie  $v_o$  de l'ampli-op intégrateur ci-contre:

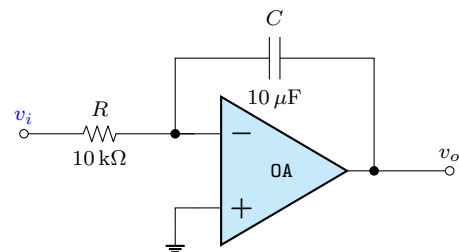


Figure 3.22

# Chapitre 4

## Les amplificateurs opérationnels en régime non linéaire

### 4.1 Introduction:

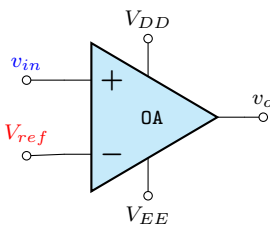
En circuit ouvert, l'amplificateur opérationnel se comporte comme un composant non linéaire à cause de son gain très élevé. Il est utilisé pour faire la comparaison entre ses signaux d'entrées. En présence de contre réaction positive, l'ampli-op fonctionnant toujours en régime non linéaire, peut être monté dans plusieurs manières afin d'assurer des fonctions différentes et très importantes tel que les comparateurs à hystérésis (Multivibrateurs Bistables), les oscillateurs tel que l'oscillateur de Trigger de Schmitt (Multivibrateur Astable) et les générateurs de fonctions. Ce chapitre est consacré à l'étude de ces dispositifs.

#### 4.1.1 Comparateur non inverseur :

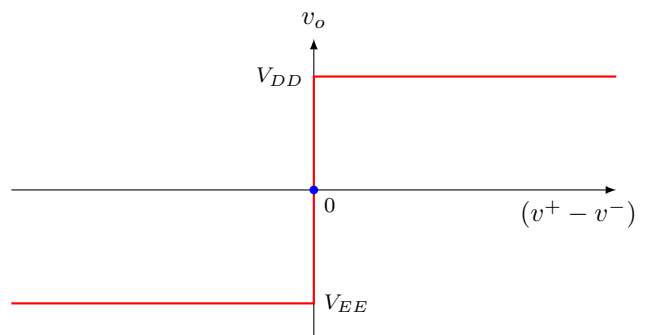
Le circuit de base d'un comparateur à ampli-op disposé dans la configuration en boucle ouverte est indiqué sur la figure 4.1. Sa caractéristique d'entrée sortie est illustré sur la même figure (voir section 3.3). La tension de sortie est donnée par l'équation 4.1, où  $A = \infty$  représente le gain de l'ampli-op idéal en boucle ouverte.

$$v_o = A (v^+ - v^-) = A (v_{in} - V_{ref}) = \begin{cases} V_{DD} & \text{si } (v_{in} - V_{ref}) > 0 \\ V_{EE} & \text{si } (v_{in} - V_{ref}) < 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

#### Cas 1 : $V_{ref} = 0$



(a) Circuit de base



(b) Caractéristique Entrée-Sortie pour  $V_{ref} = 0$

Figure 4.1: Comparateur non inverseur de base

**Cas 2 :  $V_{ref} \neq 0$**

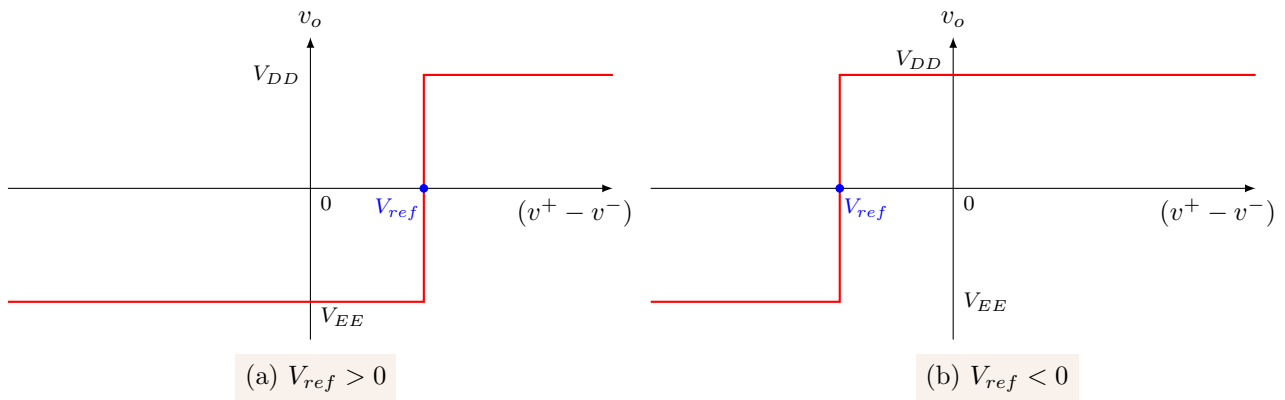


Figure 4.2: Comparateur non inverseur

**4.1.2 Comparateur inverseur :**

Lorsque on applique  $v_{in}$  à l'entrée inverseuse et  $V_{ref}$  à l'entrée non inverseuse on obtient:

**Cas 1 :  $V_{ref} = 0$**

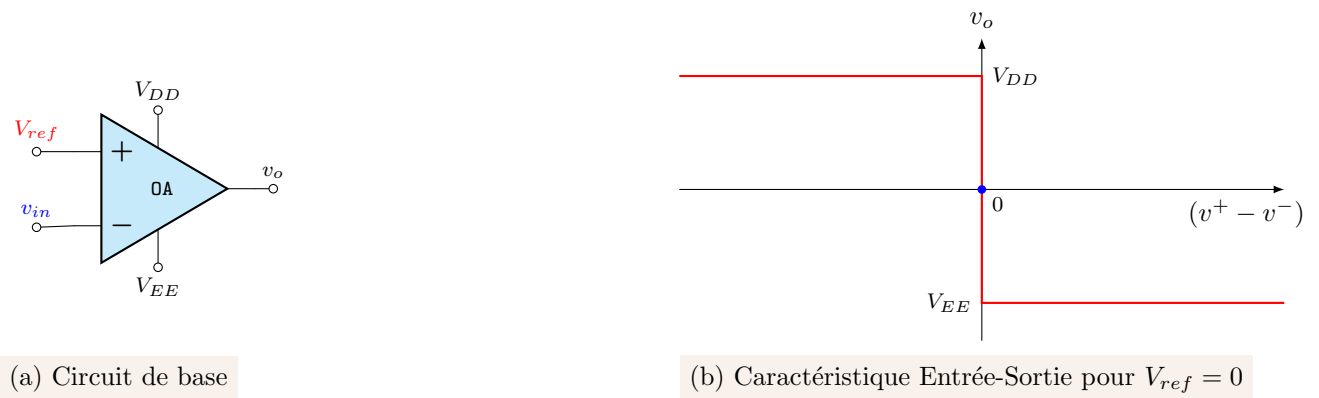


Figure 4.3: Comparateur inverseur

**Cas 2 :  $V_{ref} \neq 0$**

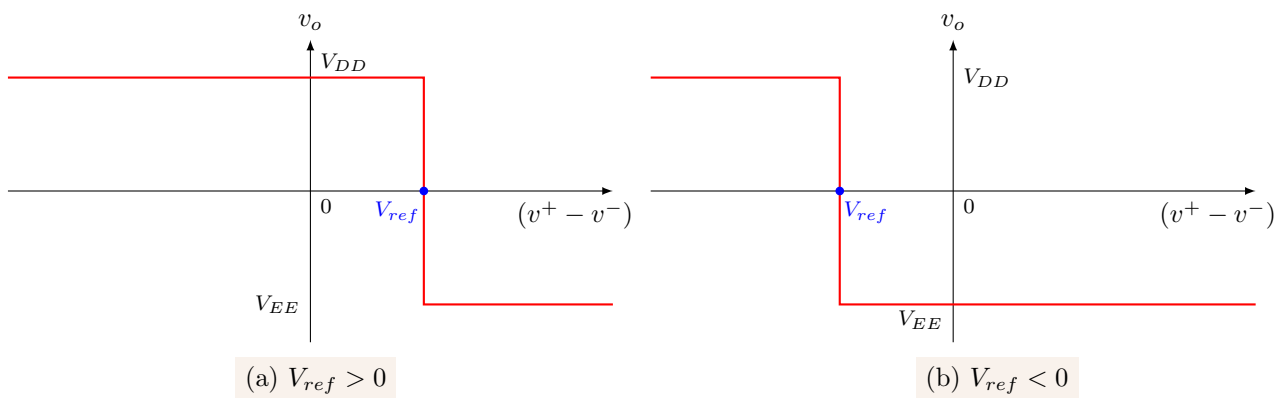


Figure 4.4: Comparateur inverseur

Pour avoir une référence négative avec une alimentation positive, on utilise les mêmes montages précédents mais avec un petit changement comme montre les figures 4.5 et 4.7.

### 4.1.3 Comparateur non inveseur à tension de seuil inversée:

La tension de sortie est donnée par:

$$v_o = A(v^+ - v^-) = A\left(\frac{R_2}{R_2 + R_1}v_{in} + \frac{R_1}{R_2 + R_1}V_{ref} - 0\right) = \frac{A}{R_2 + R_1}(R_2v_{in} + R_1V_{ref}) \quad (4.2)$$

#### Cas 1 : $V_{ref} = 0$

Dans ce cas là, on obtien la caractéristique illustrée sur la figure 4.5. L'équation 4.2 devient:

$$v_o = -A\frac{R_2}{R_2 + R_1}(v_{in}) = \begin{cases} V_{DD} & \text{si } v_{in} > 0 \\ V_{EE} & \text{si } v_{in} < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

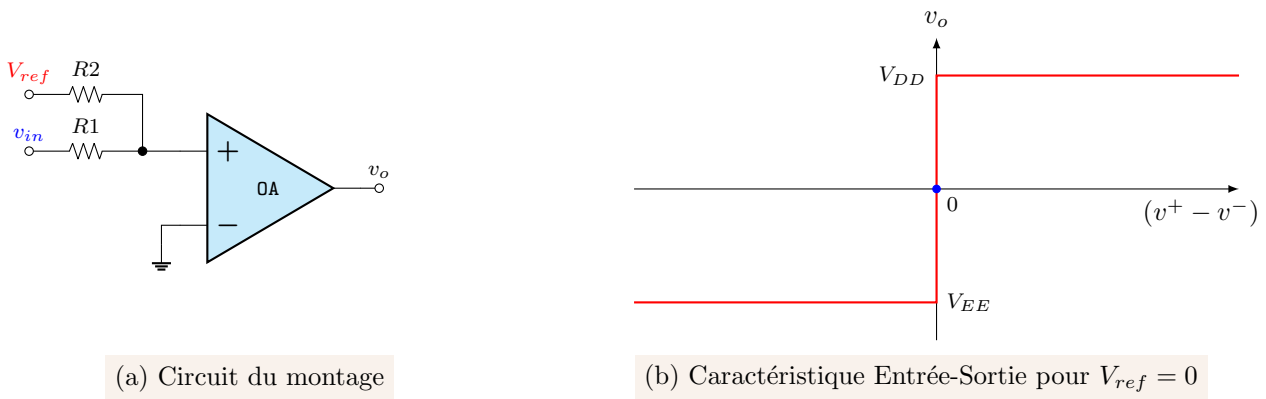


Figure 4.5: Comparateur non inverseur à tension de seuil inversée

#### Cas 2 : $V_{ref} \neq 0$

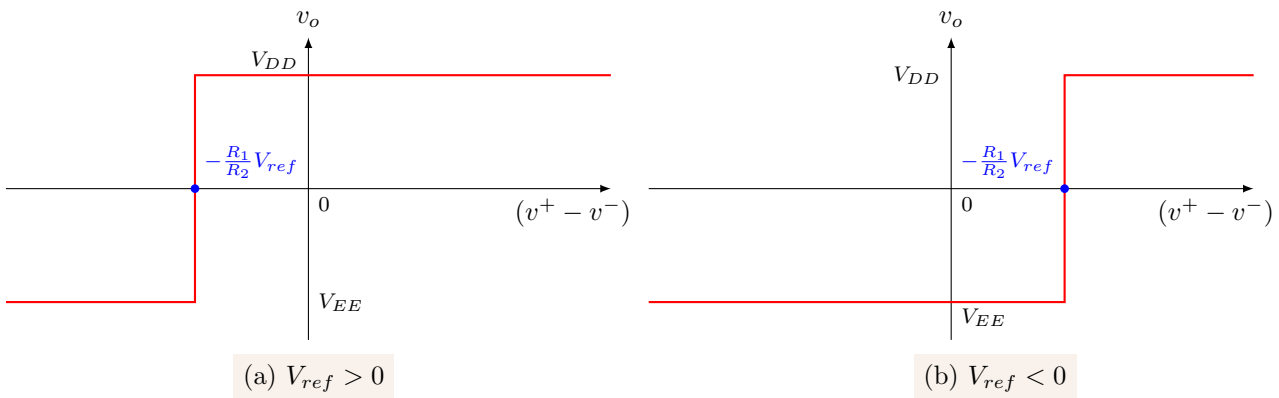


Figure 4.6: Comparateur non inverseur à tension de seuil inversée

La tension de sortie est donnée par l'équation 4.4. Les caractéristiques sont représenter sur la figure 4.6.

$$v_o = \frac{A}{R_2 + R_1}(R_2v_{in} + R_1V_{ref}) = \begin{cases} V_{DD} & \text{si } v_{in} > -\frac{R_1}{R_2}V_{ref} \\ V_{EE} & \text{si } v_{in} < -\frac{R_1}{R_2}V_{ref} \end{cases} \quad (4.4)$$

4.1.4 Comparateur inverseur à tension de seuil inversée:

La tension de sortie est donnée par:

$$v_o = A(v^+ - v^-) = A \left[ 0 - \left( -\frac{R_2}{R_2 + R_1}v_{in} + \frac{R_1}{R_2 + R_1}V_{ref} \right) \right] = -\frac{A}{R_2 + R_1}(R_2v_{in} + R_1V_{ref}) \quad (4.5)$$

**Cas 1 :  $V_{ref} = 0$**

Dans ce cas là, on obtien la caractéristique illustrée sur la figure 4.7. L'équation 4.5 devient:

$$v_o = -A\frac{R_2}{R_2 + R_1}(v_{in}) = \begin{cases} V_{DD} & \text{si } v_{in} < 0 \\ V_{EE} & \text{si } v_{in} > 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

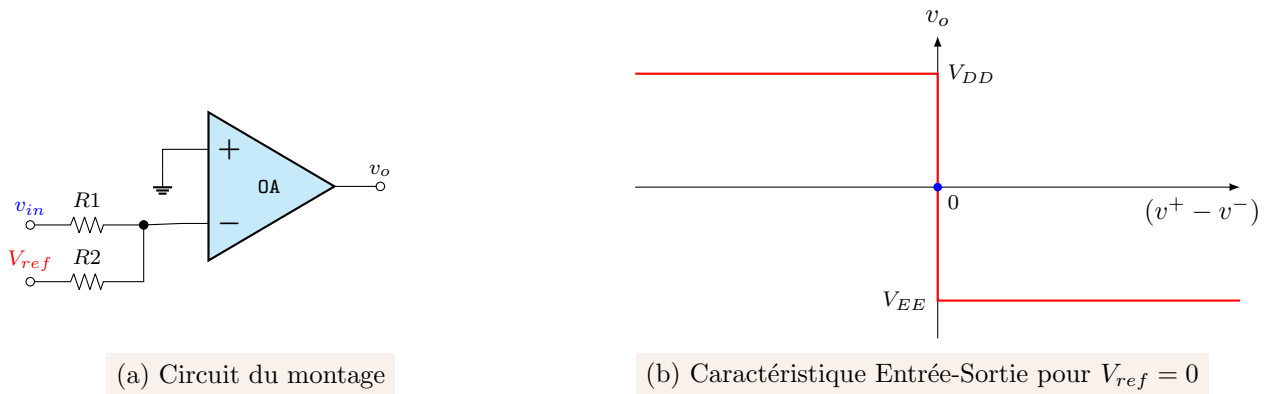


Figure 4.7: Comparateur inverseur à tension de seuil inversée

**Cas 2 :  $V_{ref} \neq 0$**

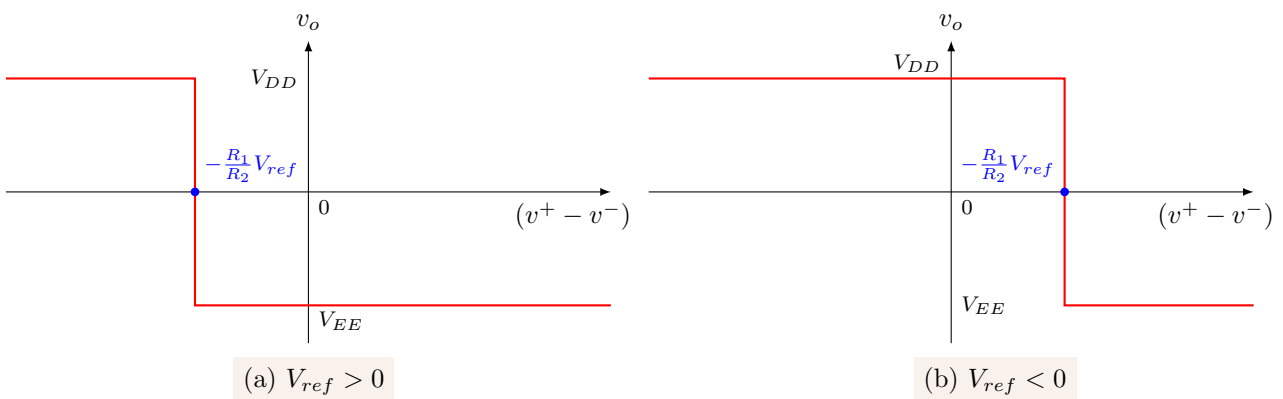


Figure 4.8: Comparateur inverseur à tension de seuil inversée

Les caractéristiques illustrées sur la figure 4.8 sont gouvernées par l'équation 4.7

$$v_o = -\frac{A}{R_2 + R_1}(R_2v_{in} + R_1V_{ref}) = \begin{cases} V_{DD} & \text{si } v_{in} < -\frac{R_1}{R_2}V_{ref} \\ V_{EE} & \text{si } v_{in} > -\frac{R_1}{R_2}V_{ref} \end{cases} \quad (4.7)$$

## Exemple 4.1:

Considérons maintenant ce qui se passe si on utilise le comparateur non inverseur de la figure 4.9, et si l'évolution temporelle de la tension  $V_{in}$  est telle qu'illustrée sur la figure 4.10.  $V_{in}$  peut être un signal issue d'un capteur de niveau par exemple (niveau d'eau dans un réservoir).

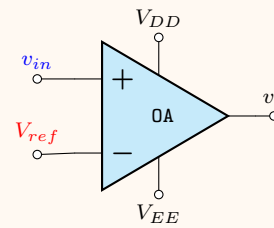


Figure 4.9: Comparateur non inverseur

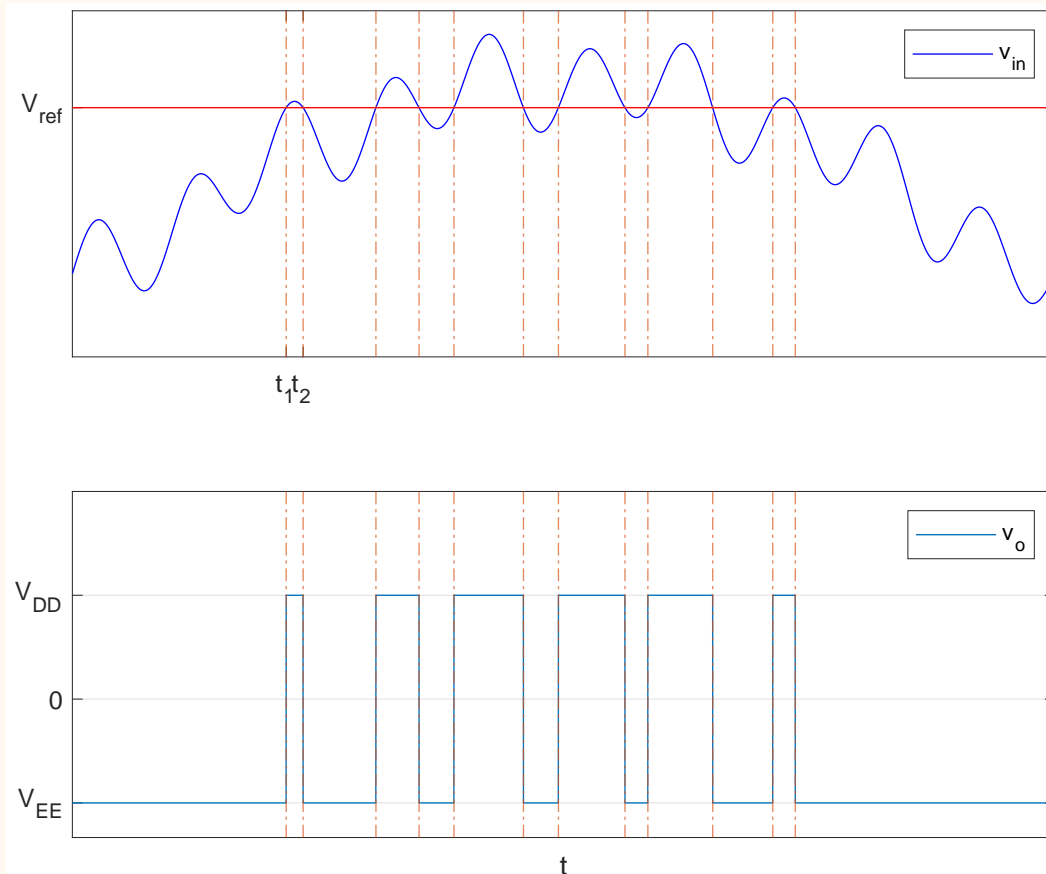


Figure 4.10

On remarque que lorsque  $V_{in}$  dépasse  $V_{ref}$ , la tension à la sortie du comparateur passe de  $V_{EE}$  (niveau bas) à  $V_{DD}$  (niveau haut), mais après un temps très court  $V_{in}$  commence à diminuer et à l'instant  $t_2$  elle tombe inférieure à  $V_{ref}$  et la sortie du comparateur commute à  $V_{EE}$ . Cette fluctuation de  $V_{in}$  peut être dû à un bruit dans le signal issue du capteur ou des diminutions temporaires du niveau d'eau. Ce phénomène se répète plusieurs fois dans un temps relativement très court. Si le signal de sortie est utilisé pour commander la marche d'une pompe, cette dernière sera commutée plusieurs fois entre deux états, marche/arrêt, à chaque fois que  $V_{in}$  intersekte  $V_{ref}$ .

Il s'agit d'une opération indésirable qui doit être évité. Donc on est obligé de modifier le circuit de manière à ce qu'il y ait une certaine "immunité au bruit".

Par exemple, si en veut spécifier une plage de tension dans laquelle l'état de la sortie peut être à une des deux états possible, on doit construire un niveau approprié d'immunité au bruit.

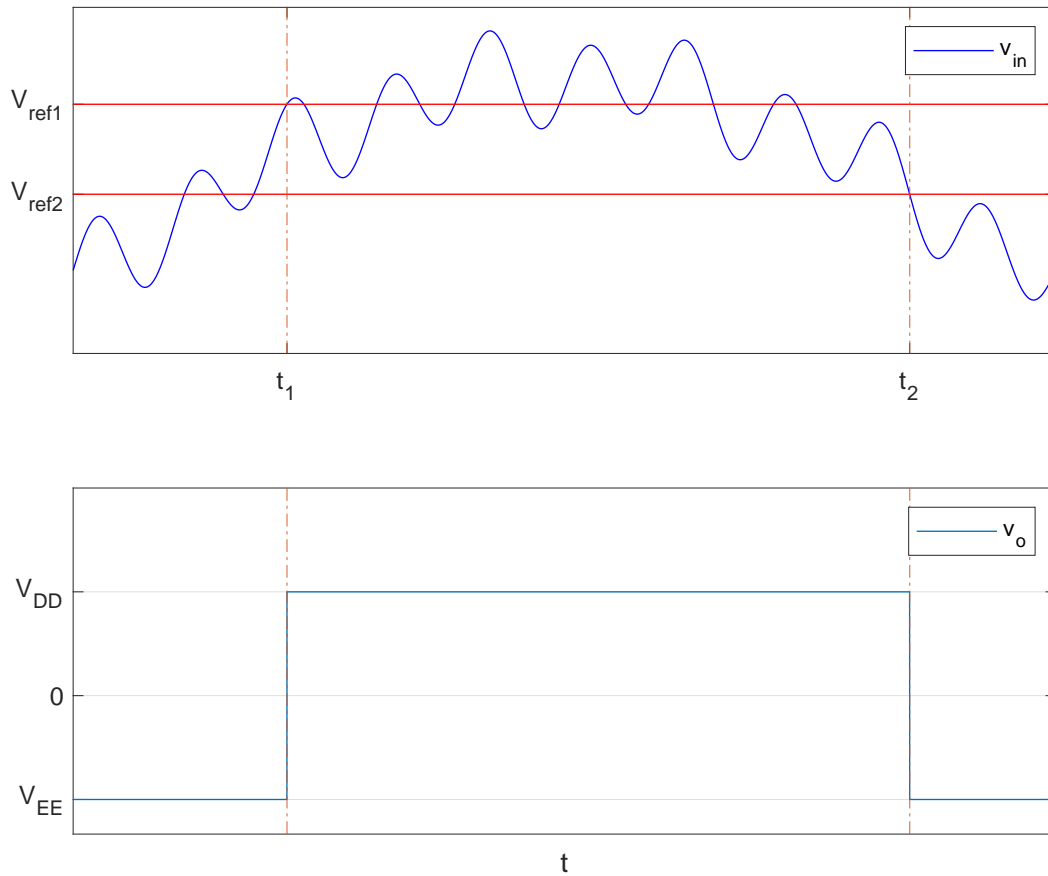


Figure 4.11

La représentation conceptuelle de l'idée est illustrée à la figure 4.11. Dans ce cas, la pompe marche à l'instant  $t_1$  et s'arrête à l'instant  $t_2$  en évitant tout les commutations indésirables entre les deux états. Le circuit qui assure cette tâche utilise une contre réaction positive et s'appelle Trigger de Schmitt. La forme de base du circuit est illustrée à la figure 4.12. Une contre réaction positive est obtenue en connectant le chemin de contre réaction à la borne non inverseuse de l'amplificateur opérationnel.

#### 4.1.5 Trigger de Schmitt inverseur:

D'après le montage de la figure 4.12, on remarque que  $v^+$  dépend de la tension de sortie  $v_o$ , et que  $v_o$  dépend à son tour de la différence entre  $v^+$  et  $v^-$  :

$$v_o = A (v^+ - v^-) = A \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o - v_i \right) \tag{4.8}$$

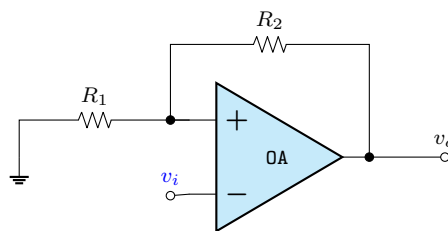


Figure 4.12: Trigger de Schmitt inverseur

La clé pour analyser ces circuits de contre réaction positive est de supposer une condition initiale à  $v_o$ . Les valeurs possibles que  $v_o$  peut prendre sont  $V_H$  ( $V_{DD}$ ) et  $V_L$  ( $V_{EE}$ ) où  $V_H > V_L$ .

**Cas 1:**  $v_o = V_H$

L'équation 4.8 devient:

$$v_o = A \underbrace{\left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H - v_i \right)}_Z \quad (4.9)$$

La transition de  $V_H$  à  $V_L$  se produira lorsque le terme  $Z$  s'annule. c.à.d.:

$$\left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H - v_i \right) = 0 \Rightarrow v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H = V_{TH}$$

La figure 4.13.a montre la tension de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_H$ . D'après l'équation 4.9 on trouve que:

Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (a1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (a2)

La supposition  $v_o = V_H$  n'est vérifiée qu'avec la deuxième condition (a2). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.13.a.

**Cas 2:**  $v_o = V_L$

L'équation 4.8 devient:

$$v_o = A \underbrace{\left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L - v_i \right)}_Y \quad (4.10)$$

La transition de  $V_L$  à  $V_H$  se produira lorsque le terme  $Y$  s'annule. c.à.d.:

$$\left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L - v_i \right) = 0 \Rightarrow v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L = V_{TL}$$

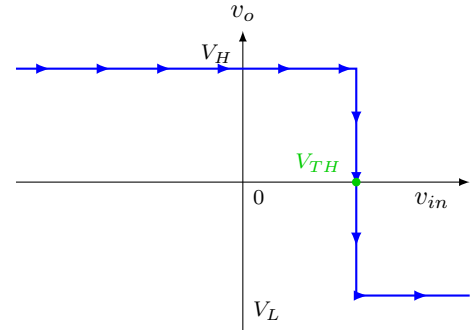
La figure 4.13.b montre le deuxième instant de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_L$ . D'après l'équation 4.10 on trouve que:

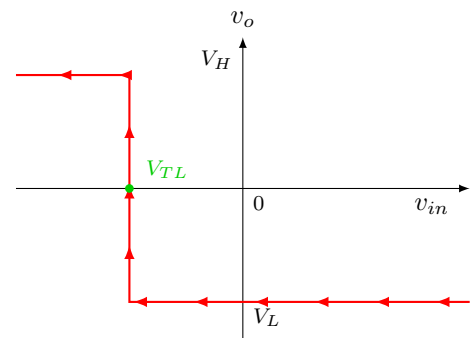
Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (a1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (a2)

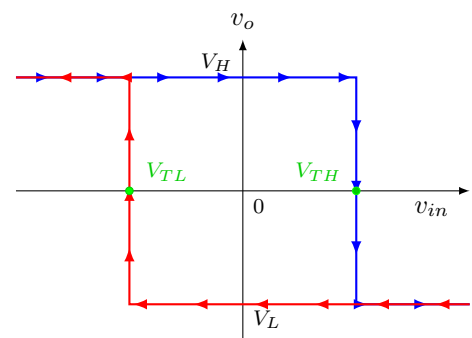
La supposition  $v_o = V_L$  n'est vérifiée qu'avec la première condition (a1). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.13.b.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.13

La caractéristique de transfert de tension complète est obtenue en combinant les figures 4.13.a et 4.13.b et est illustrée sur la figure 4.13.c. La tension à laquelle l'état de la sortie change dépend de l'augmentation ou de la diminution de la tension d'entrée,  $v_{in}$ . Lorsque  $v_{in}$  est entre  $V_{TH}$  et  $V_{TL}$ , l'état de  $v_o$  peut être  $V_H$  ou  $V_L$  (deux états possibles). Pour cette raison, ce circuit est également appelé Multivibrateur Bistable. La caractéristique de transfert de tension montre qu'il y a un cycle d'hystérésis. La largeur de la région d'hystérésis,  $V_{TH} - V_{TL}$ , correspond à l'immunité au bruit du circuit.

**4.1.6 Trigger de Schmitt non inverseur:**

Lorsque le signal d'entrée est appliqué à borne non inverseuse comme dans le circuit de la figure 4.14, on obtient le trigger de Schmitt non inverseur. Sa tension de sortie  $v_o$  est régie par l'équation :

$$v_o = A(v^+ - v^-) = A \left( \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}v_o + \frac{R_2}{R_1 + R_2}v_i}_{v^+} - 0 \right) = \frac{A}{R_1 + R_2}(R_1v_o + R_2v_i) \quad (4.11)$$

**Cas 1:  $v_o = V_H$**

L'équation 4.11 devient:

$$v_o = \frac{A}{R_1 + R_2} \underbrace{(R_1V_H + R_2v_i)}_W \quad (4.12)$$

La transition de  $V_H$  à  $V_L$  se produira lorsque le terme  $W$  s'annule. c.à.d.:

$$(R_1V_H + R_2v_i) = 0 \Rightarrow v_i = -\frac{R_1}{R_2}V_H = V_{TL}$$

La figure 4.15.a montre la tension de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_H$ . D'après l'équation 4.12 on trouve que:

Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (b1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (b2)

La supposition  $v_o = V_H$  n'est vérifiée qu'avec la première condition (b1). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.15.a.

**Cas 2:  $v_o = V_L$**

L'équation 4.11 devient:

$$v_o = \frac{A}{R_1 + R_2} \underbrace{(R_1V_L + R_2v_i)}_X \quad (4.13)$$

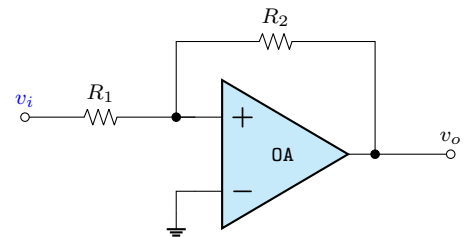
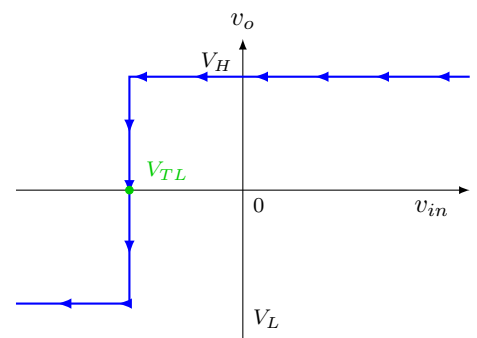


Figure 4.14: T.Sch. non inverseur



(a)

Figure 4.15

La transition de  $V_L$  à  $V_H$  se produira lorsque le terme  $X$  s'annule. c.à.d.:

$$(R_1 V_L + R_2 v_i) = 0 \Rightarrow v_i = -\frac{R_1}{R_2} V_L = V_{TH}$$

La figure 4.16.b montre le deuxième seuil (tension) de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_L$ . D'après l'équation 4.13 on trouve que:

Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (b1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (b2)

La supposition  $v_o = V_L$  n'est vérifiée qu'avec la deuxième condition (b2). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.16.b.

La caractéristique de transfert de tension complète est obtenue en combinant les figures 4.15.a et 4.16.b et est illustrée sur la figure 4.16.c.

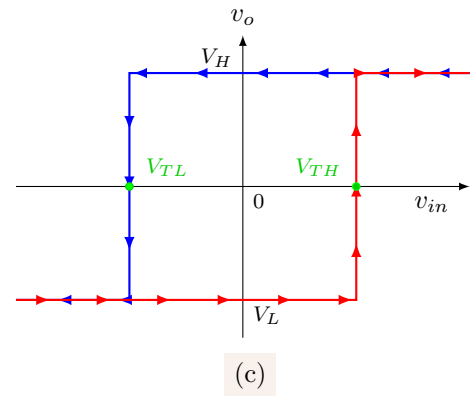
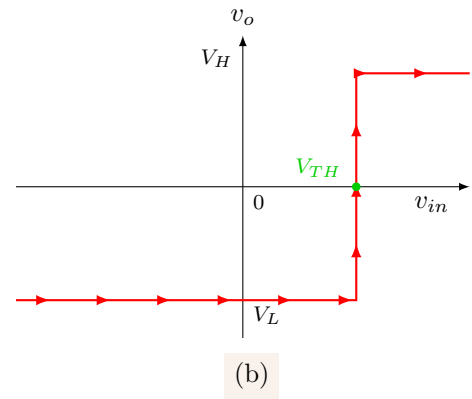


Figure 4.16

### 4.1.7 Trigger de Schmitt inverseur à tension de référence:

Le circuit de la figure 4.17 est un Trigger de Schmitt inverseur avec une tension de référence  $V_{ref}$  appliquée à la borne non inverseuse. L'analyse du circuit se déroule comme précédemment. La tension de sortie est donnée par l'équation 4.14.

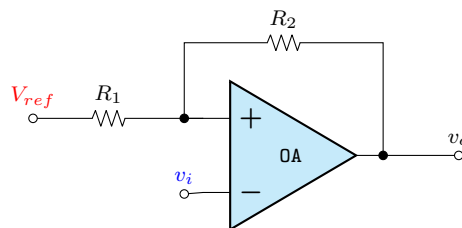


Figure 4.17: T.Sch. inverseur à  $V_{ref}$

$$v_o = A (v^+ - v^-) = A \left( \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{ref}}_{v^+} - v_i \right) \tag{4.14}$$

#### Cas 1: $v_o = V_H$

L'équation 4.14 devient:

$$v_o = A \left( \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{ref}}_Z - v_i \right) \tag{4.15}$$

La transition de  $V_H$  à  $V_L$  se produira lorsque le terme  $Z$  s'annule, ce qui implique que:

$$v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_H + \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{ref}}_{V_{TR}}$$

$$= \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_H + V_{TR} = V_{TH}$$

La figure 4.18.a montre la tension de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_H$ . D'après l'équation 4.15 on trouve que:

Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (a1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (a2)

La supposition  $v_o = V_H$  n'est vérifiée qu'avec la deuxième condition (a2). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.18.a .

**Cas 2:  $v_o = V_L$**

L'équation 4.14 devient:

$$v_o = A \left( \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}V_L + \frac{R_2}{R_1 + R_2}V_{ref} - v_i}_Y \right) \quad (4.16)$$

La transition de  $V_L$  à  $V_H$  se produira lorsque le terme  $Y$  s'annule. ce qui implique que:

$$v_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_L + V_{TR} = V_{TL}$$

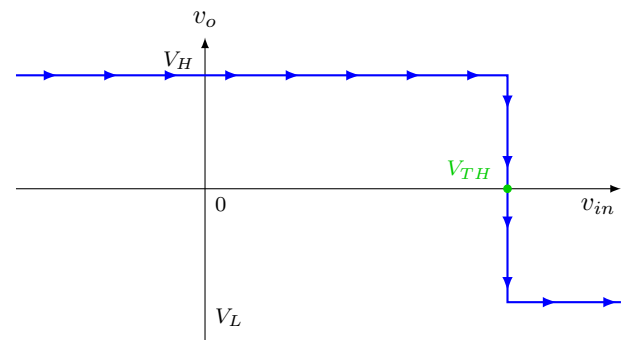
La figure 4.18.b montre le deuxième seuil de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_L$ . D'après l'équation 4.16 on trouve que:

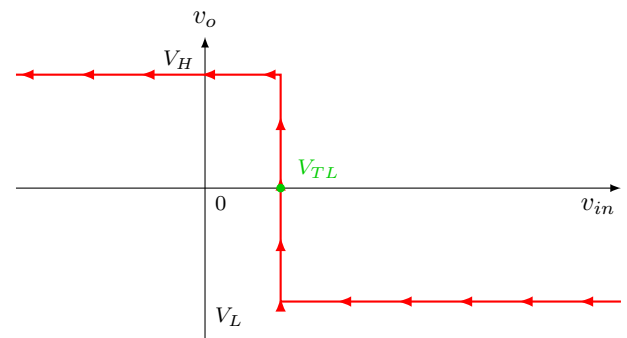
Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (a1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (a2)

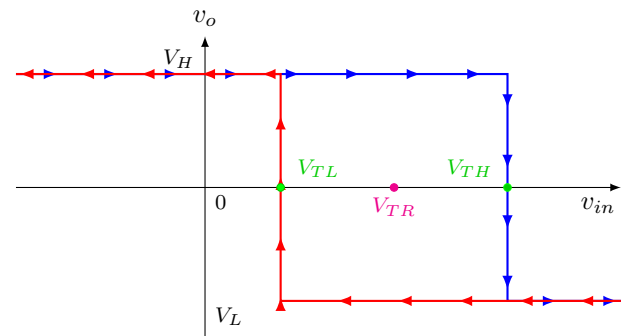
La supposition  $v_o = V_L$  n'est vérifiée qu'avec la première condition (a1). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.18.b. La caractéristique de transfert de tension complète est illustrée sur la figure 4.18.c.



(a)



(b)



(c)

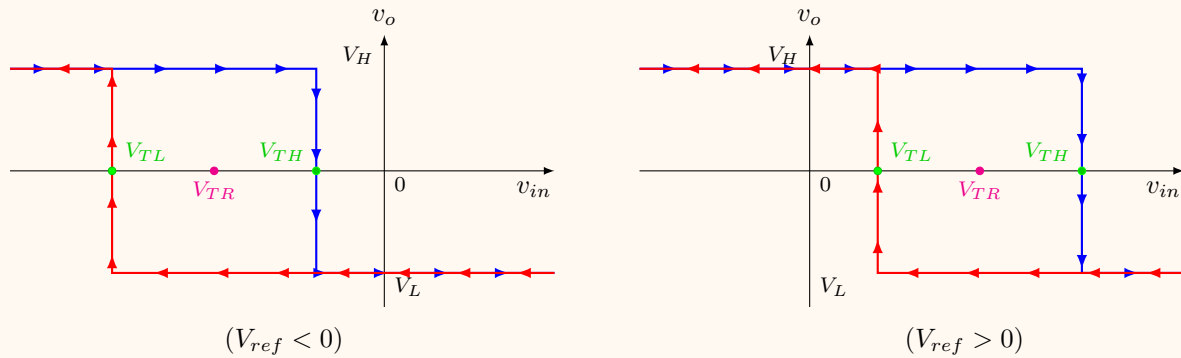
Figure 4.18

Remarque:

Dans l'étude du montage précédent, la caractéristique de tension est obtenue dans le cas où  $V_{ref}$  est positif. Dans le cas où  $V_{ref} < 0$  la caractéristique se déplace vers la gauche (figure 4.19). Si  $V_{ref} = 0$  on revient à la caractéristique de la figure 4.13.c.

La plage ( $V_{TH} - V_{TL}$ ) est appelée la bande d'immunité au bruit. Si on veut l'élargir ou la réduire, on joue sur les résistances  $R_1$  et  $R_2$ .  $V_{TR}$  peut être réajusté en variant  $V_{ref}$ .

Les seuils de transitions  $V_{TH}$  et  $V_{TL}$  peuvent être modifiés asymétriquement en jouant sur les tensions d'alimentation  $V_H$  ou/et  $V_L$ .



$$V_{TR} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{ref}$$

$$V_{TL} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L + V_{TR}$$

$$V_{TH} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H + V_{TR}$$

Figure 4.19

4.1.8 Trigger de Schmitt non inverseur à tension de référence:

Un Trigger de Schmitt non inverseur avec une tension de référence est représenté sur la 4.20. La tension de sortie est donnée par l'équation 4.17.

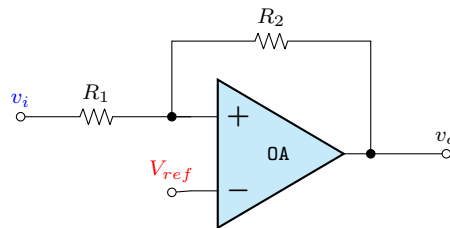


Figure 4.20: Trigger de Schmitt non inverseur à tension de référence

$$v_0 = A(v^+ - v^-) = A \left( \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_0 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i}_{v^+} - V_{ref} \right) \tag{4.17}$$

Cas 1:  $v_0 = V_H$

L'équation 4.17 devient:

$$v_0 = A \left( \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i}_{W} - V_{ref} \right) \tag{4.18}$$

La transition de  $V_H$  à  $V_L$  se produira lorsque le terme  $W$  s'annule, ce qui implique que:

$$v_i = \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{ref}}_{V_{TR}} - \frac{R_2}{R_1} V_H$$

$$= V_{TR} - \frac{R_2}{R_1} V_H = V_{TL}$$

La figure 4.21.a montre la tension de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_H$ . D'après l'équation 4.18 on trouve que:

Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (b1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (b2)

La supposition  $v_o = V_H$  n'est vérifiée qu'avec la première condition (b1). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.21.a.

**Cas 2:**  $v_o = V_L$

L'équation 4.17 devient:

$$v_o = A \underbrace{\left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i - V_{ref} \right)}_X \quad (4.19)$$

La transition de  $V_L$  à  $V_H$  se produira lorsque le terme  $Y$  s'annule. ce qui implique que:

$$v_i = V_{TR} - \frac{R_2}{R_1} V_L = V_{TH}$$

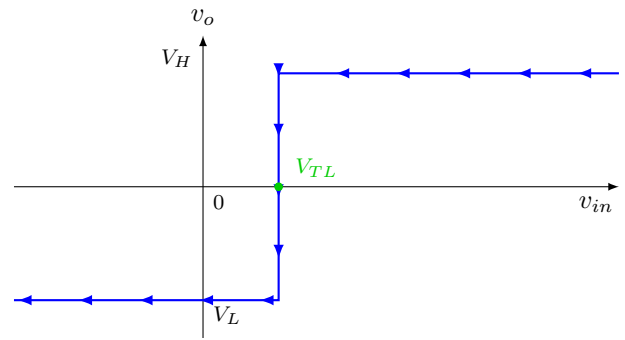
La figure 4.21.b montre le deuxième seuil de transition entre les deux états.

Maintenant, pour savoir la direction de la caractéristique ou bien la variation du signal d'entrée,  $v_{in}$ , on revient à la supposition disant que  $v_o = V_L$ . D'après l'équation 4.19 on trouve que:

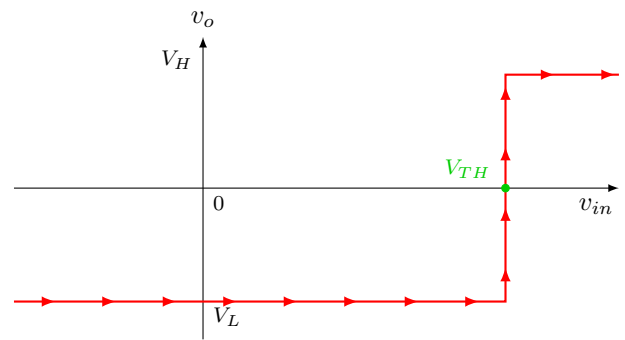
Si  $v_i \rightarrow +\infty \Rightarrow v_o = V_H$  (b1)

Si  $v_i \rightarrow -\infty \Rightarrow v_o = V_L$  (b2)

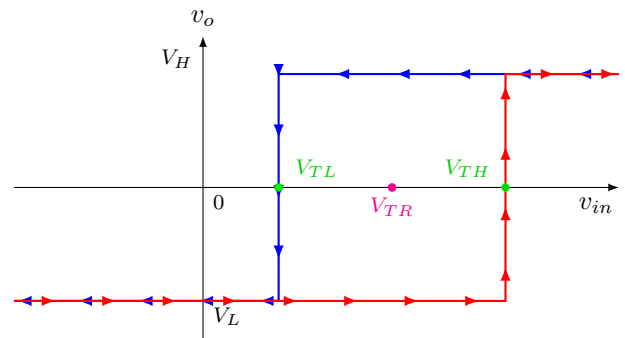
La supposition  $v_o = V_L$  n'est vérifiée qu'avec la deuxième condition (b2). Donc le parcours sera comme indiqué sur la figure 4.21.b. La caractéristique de transfert de tension complète est illustrée sur la figure 4.21.c.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.21

Remarque:

Dans l'étude de montage précédent, la caractéristique de tension est obtenue dans le cas où  $V_{ref}$  est positif. Dans le cas où  $V_{ref} < 0$  la caractéristique se déplace vers la gauche (figure 4.22). Si  $V_{ref} = 0$  en revient à la caractéristique de la figure 4.16.c.

La plage ( $V_{TH} - V_{TL}$ ) est appelée la bande d'immunité au bruit. Si on veut l'élargir ou la réduire, on joue sur les résistances  $R_1$  et  $R_2$ .  $V_{TR}$  peut être réajusté en variant  $V_{ref}$ . Les seuils de transitions  $V_{TH}$  et  $V_{TL}$  peuvent être également modifiés asymétriquement en jouant sur les tensions d'alimentation  $V_H$  ou/et  $V_L$ .

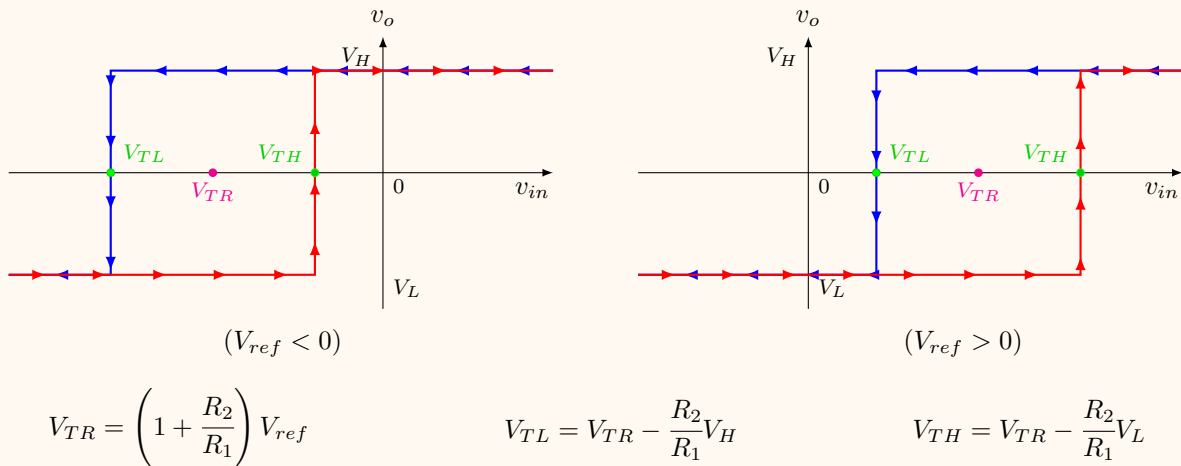


Figure 4.22

### 4.1.9 Oscillateur de Trigger de Schmitt (Multivibrateur Astable):

En combinant les deux contre-réactions, négative et positive, avec un condensateur pour le stockage d'énergie, nous pouvons concevoir un circuit qui génère un signal carré. Le circuit est représenté sur la figure 4.23. La tension de sortie est donnée par l'équation 4.20. L'évolution de la tension  $v^-$  a une forme d'une fonction exponentielle standard d'un circuit RC. Son équation générale est donnée par l'équation 4.21.

$$v_0 = A(v^+ - v^-) = A \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_0 - v_C \right) \tag{4.20}$$

$$v^- = v_C = V_{final} + (V_{initial} - V_{final}) e^{-t/RC} \tag{4.21}$$

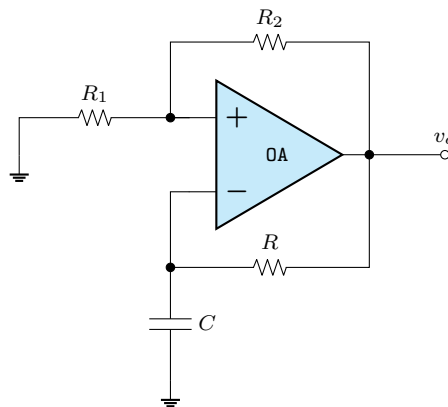


Figure 4.23: Oscillateur de Trigger de Schmitt (Multivibrateur Astable)

Pour étudier le fonctionnement de ce montage on commence par une supposition de l'état initial de la tension de sortie. Dans cette étude on prend  $v_o = V_H$ , et on suppose également que le condensateur est initialement chargé à la tension  $V_{initial} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L = V_{thL}$ . Cet instant est représenté sur la figure 4.24 par  $t_1$ . On a choisi cet instant pour éviter le régime transitoire et faire l'étude dans un régime périodique permanent.

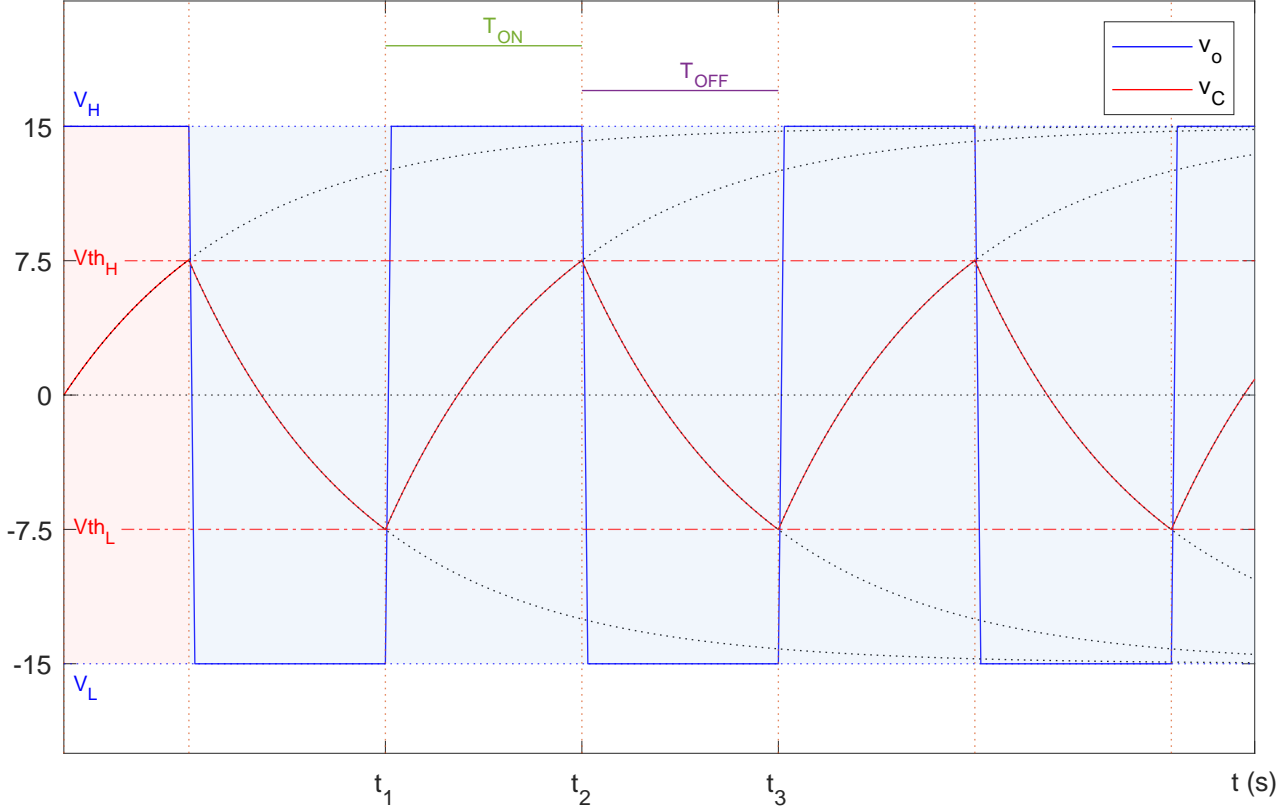


Figure 4.24: Tensions de sortie et du condensateur de l'Oscillateur

Prenant  $t_1 = 0s$  comme l'origine du repère de temps, on a:

$$v_o = V_{final} = V_H \Rightarrow v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H \quad (4.22)$$

$$V_{initial} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L = V_{thL} \Rightarrow v^- = v_C = V_H + \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L - V_H \right) e^{-t/RC} \quad (4.23)$$

Remplaçons  $v^+$  et  $v^-$  par leurs équations, l'équation 4.20 devient:

$$v_o = A \left[ \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H - \left( V_H + \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L - V_H \right) e^{-t/RC} \right) \right] \quad (4.24)$$

La tension  $v^-$  (ou  $v_C$ ) commence à augmenter de façon exponentielle vers  $V_H$ . Lorsque elle atteint le seuil  $V_{thH}$  à  $t = t_2$ , la tension de sortie commute de  $V_H$  à  $V_L$ . L'évolution temporelle des tensions de sortie et du condensateur est représentée sur la figure 4.24.

A  $t = t_2$  la différence  $v^+ - v^-$  devient nulle:

$$\left[ \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H - \left( V_H + \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L - V_H \right) e^{-t_2/RC} \right) \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H = V_H + \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_L - V_H \right) e^{-t_2/RC}$$

Et comme les tensions d'alimentation sont symétriques, ( $V_L = -V_H$ ) on l'équation précédente devient:

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H = V_H - \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H + V_H \right) e^{-t_2/RC}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_H = V_H - \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1 \right) V_H e^{-t_2/RC}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 - \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1 \right) e^{-t_2/RC}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2} \right) e^{-t_2/RC} = 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow e^{-t_2/RC} = \frac{R_2}{2R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{t_2}{RC} = -\ln \left( \frac{R_2}{2R_1 + R_2} \right) = +\ln \left( \frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right)$$

Finalement on trouve que:

$$\Rightarrow t_2 = T_{ON} = RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad (4.25)$$

En raison de la symétrie du problème ( $V_H = V_L$ ) le temps entre  $t_2$  et  $t_3$  ( $T_{OFF} = t_3 - t_2$ ) est également donné par la même équation de  $T_{ON}$ . Donc la période du signal carré de la sortie est obtenu en additionnant les deux temps:

$$T = T_{ON} + T_{OFF} = 2RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad (4.26)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)} \quad (4.27)$$

#### Remarque:

- La période (fréquence) de l'onde carrée ne dépend pas des caractéristiques de l'amplificateur opérationnel mais uniquement des composants externes utilisés dans la construction du circuit tels que:  $R$ ,  $C$ ,  $R_1$  et  $R_2$ . Les deux figures 4.25 et 4.26 montrent comment un changement du rapport  $\frac{2R_1}{R_2}$  affecte la période du signal de sortie.
- On peut également varier les temps  $T_{ON}$  et  $T_{OFF}$  en jouant sur les alimentations de l'ampli-op  $V_H$  et  $V_L$ . Les figures 4.27 et 4.28 illustrent deux différents cas où les alimentations ne sont pas symétriques.

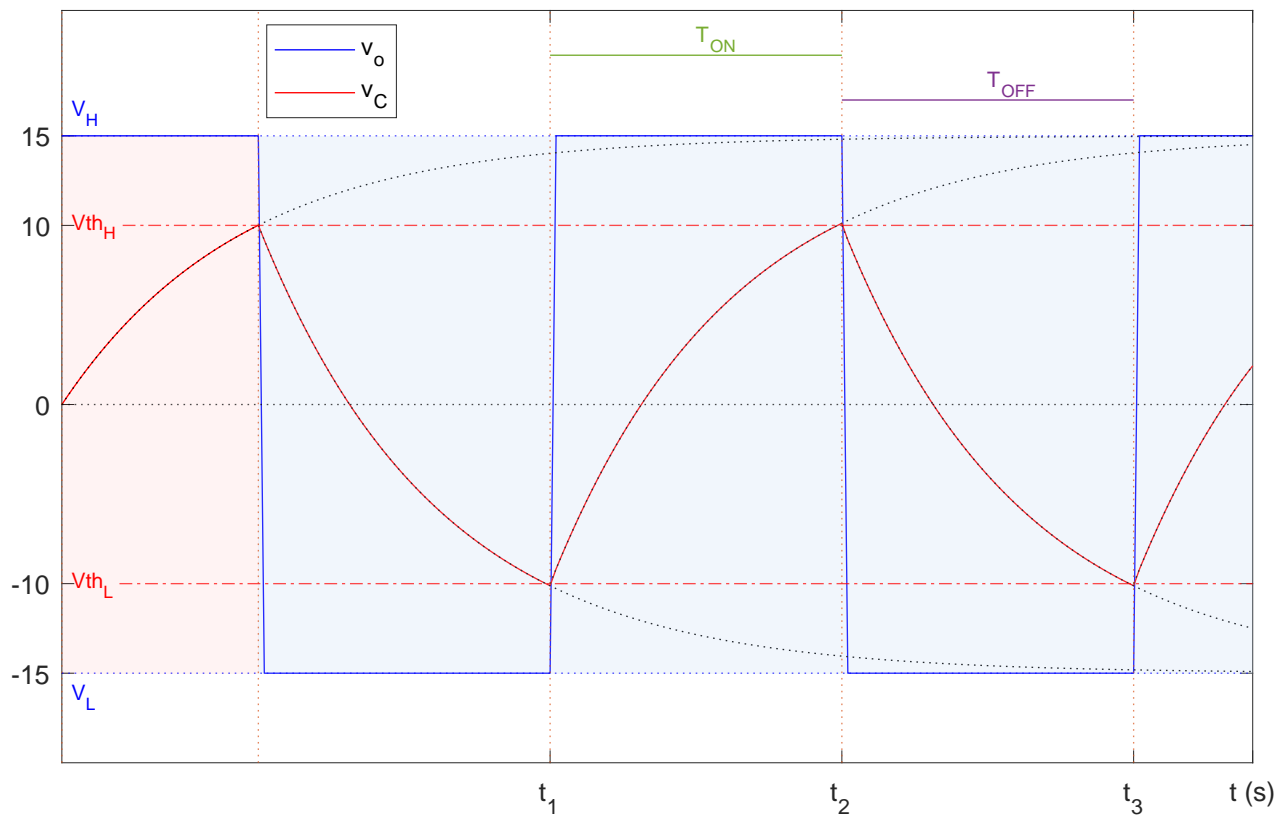


Figure 4.25: Tension de sortie de l'Oscillateur  $|V_{th_L}| = V_{th_H} = 7.5V$

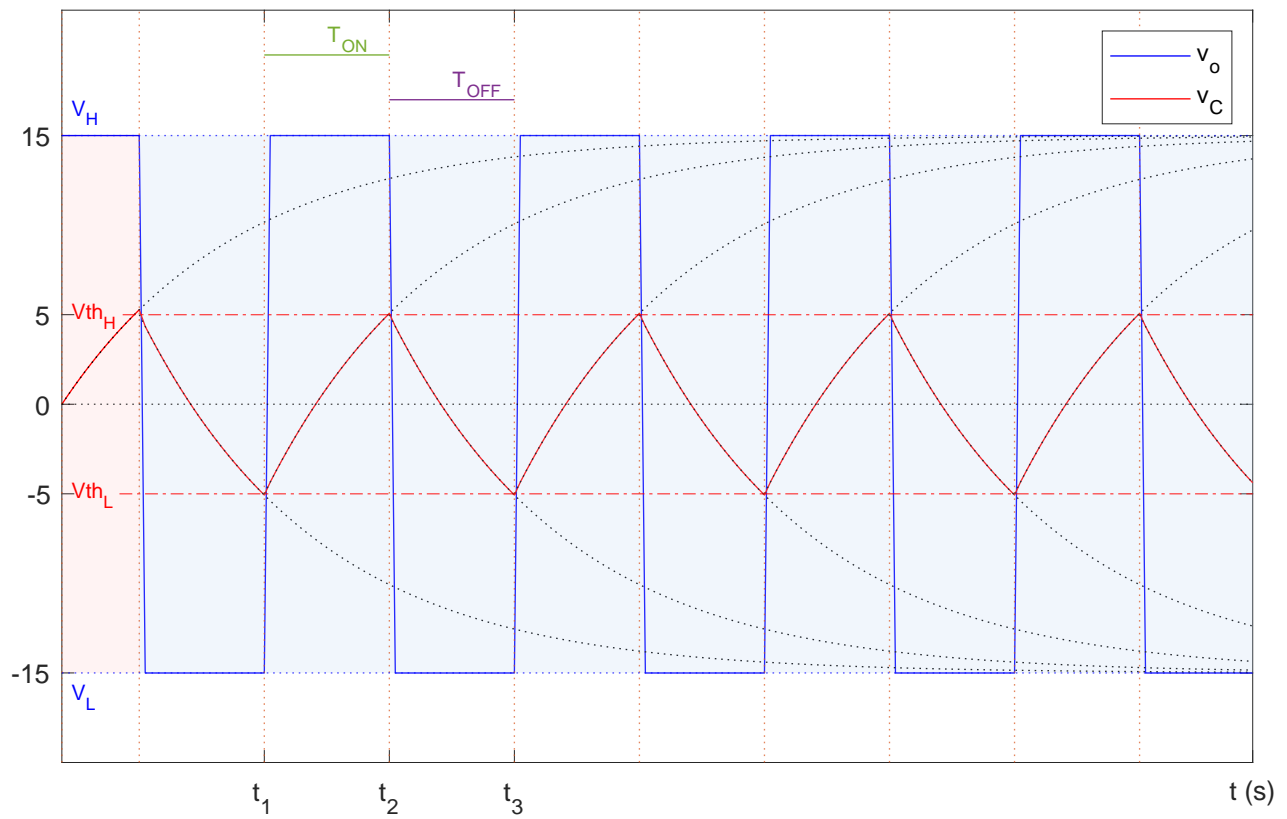


Figure 4.26: Tension de sortie de l'Oscillateur  $|V_{th_L}| = V_{th_H} = 5V$

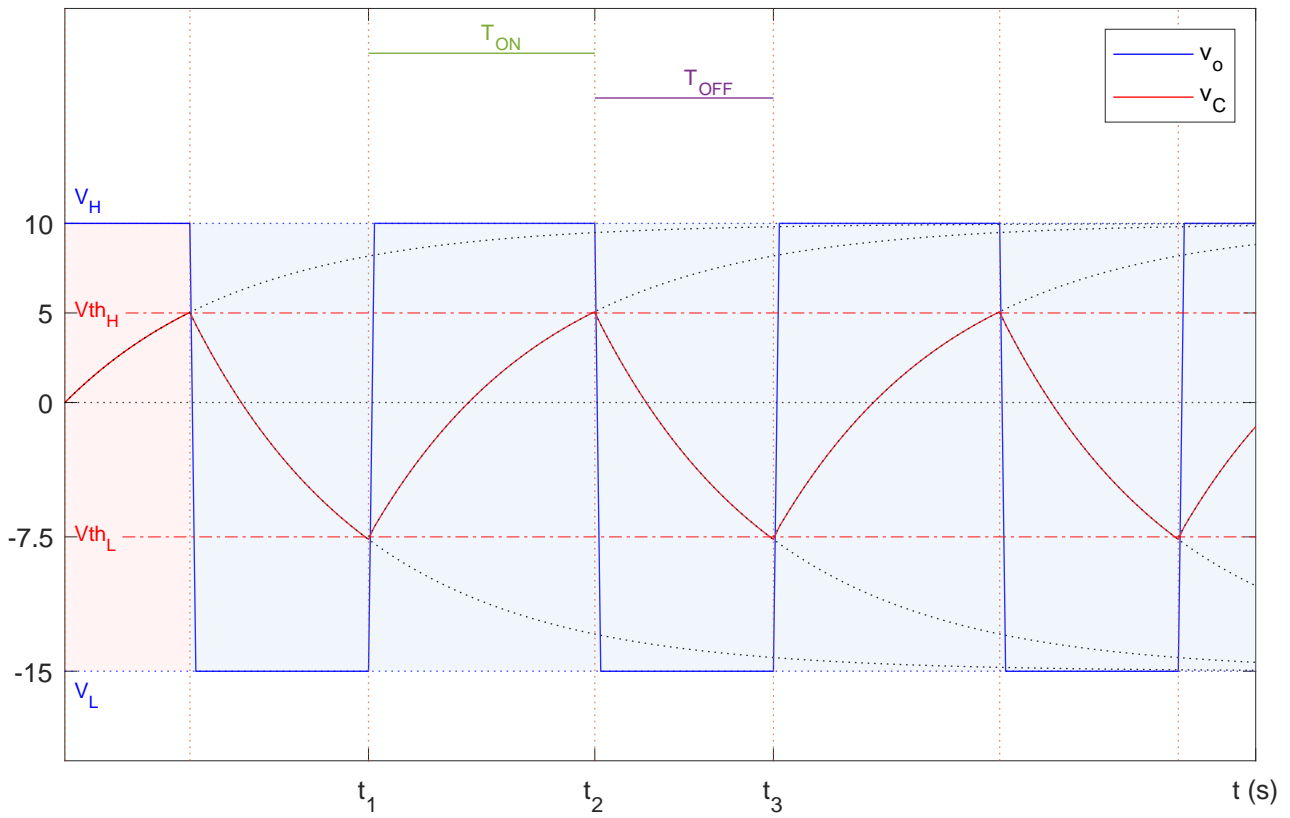


Figure 4.27: Tension de sortie de l'Oscillateur  $V_L = -15V$  et  $V_H = 10V$

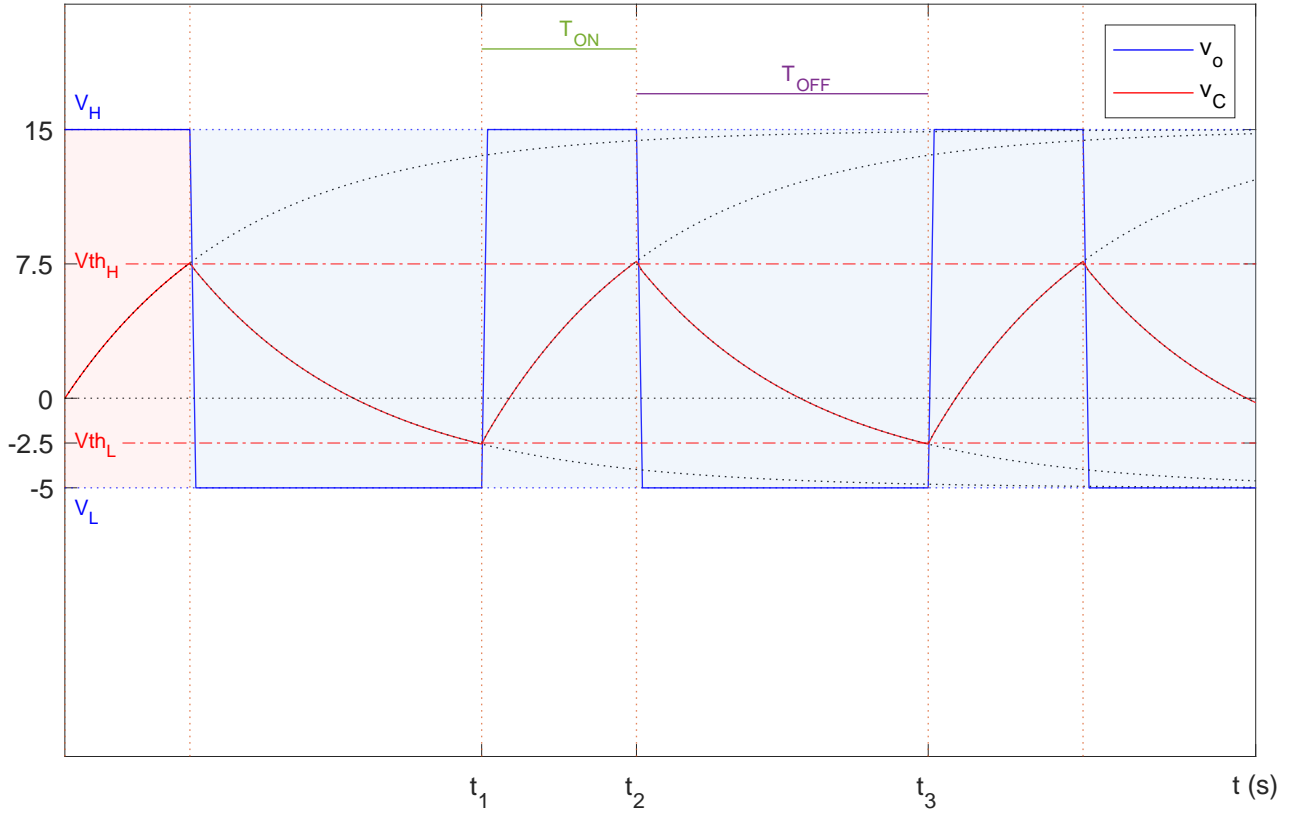


Figure 4.28: Tension de sortie de l'Oscillateur  $V_L = -5V$  et  $V_H = 15V$

### 4.2 Exercices:

#### Exercice 01:

Soit les deux circuits de la figure 4.29 où les AOPs sont supposés parfaits, polarisés en  $\pm 10\text{ V}$  ( $V_{SAT} = \pm 10\text{ V}$ ). On applique sur les entrées, inverseuse et non-inverseuse respectivement, une tension sinusoïdale  $u(t) = A \cdot \sin(\omega t)$  et une tension constante  $U_0$ .

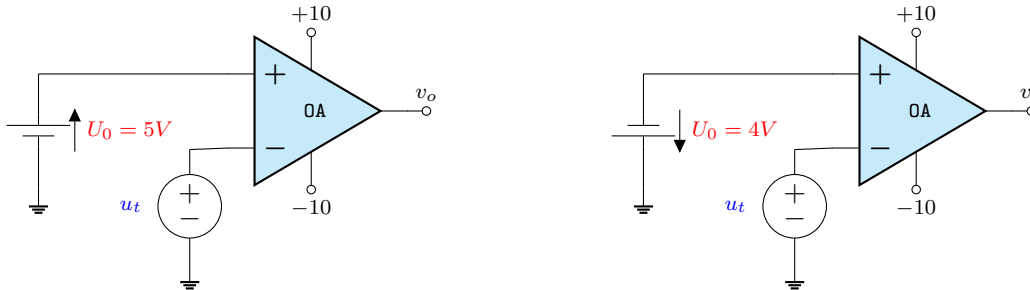


Figure 4.29

1. Représenter, pour chaque montage, la caractéristique de transfert  $v_o = f(u)$ ,
2. Pour chaque montage, déduire l'allure de la tension de sortie  $v_o$  pour les deux cas suivants :  $A = 6\text{ V}$  et  $A = 3\text{ V}$

#### Exercice 02:

1. Soit le circuit de la figure 4.30 où l'AOP est alimenté par deux alimentations symétriques  $\pm 10\text{V}$  ( $V_{SAT} = \pm 10\text{ V}$ ). Quelles valeurs peuvent prendre  $v_o$  et  $v^+$  ?
2. Déduire  $v_o = f(v_i)$ .
3. On impose des seuils de basculement de  $\pm 7.5\text{ V}$ . Déduire le rapport  $\frac{R_2}{R_1}$ .
4. Le courant de sortie maximum étant de  $I_{o_{max}} = 2\text{ mA}$ , donner un jeu de résistances possible.
5. On souhaite des seuils asymétriques tout en conservant les deux résistances calculées à la question précédente. Comment doit-on modifier le montage pour avoir un seuil bas de  $-6\text{ V}$  ? En déduire le seuil haut.

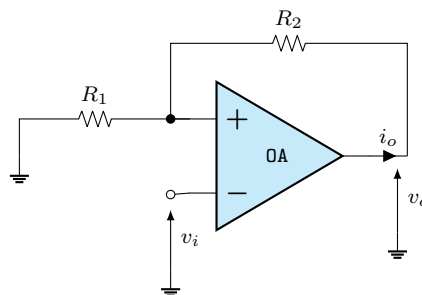


Figure 4.30

#### Exercice 03:

Soit le circuit de la figure 4.31 où l'AOP est considéré parfait, polarisé en  $\pm 12$ .

1. Quel est le régime de fonctionnement de cet amplificateur ?

2. En prenant  $R_1 = R_2$ , Donner les expressions de charge et de décharge du condensateur  $C$ .
3. Tracer la forme des courbes des deux tensions  $v_o$  et  $v^-$  (en indiquant les valeurs max et min).
4. En prenant  $R_F = 1\text{ K}\Omega$  et  $C = 1\ \mu\text{F}$ , quelle est la période  $T$  du signal  $v_o$  ?

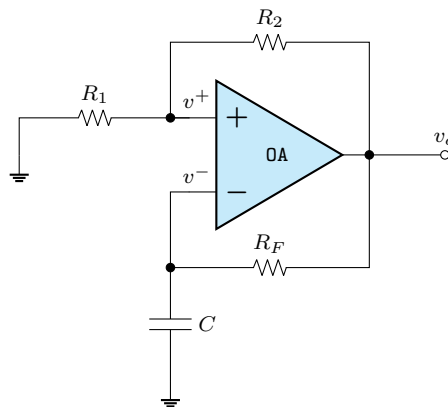


Figure 4.31

# Chapitre 5

## Les filtres actifs

### 5.1 Introduction:

Le rôle des filtres en électronique est de séparer ou d'atténuer les signaux électriques en fonction de leur fréquence. Les filtres sont utilisés pour supprimer les fréquences indésirables, tels que le bruit, les interférences ou les harmoniques, afin d'obtenir un signal électrique plus propre et plus précis. Ils sont également utilisés pour sélectionner les fréquences souhaitées dans un signal, par exemple pour extraire une partie spécifique d'un signal audio ou vidéo.

Les filtres peuvent être utilisés dans de nombreuses applications, telles que la communication sans fil, la transmission de données, l'audio, la vidéo, l'imagerie, la médecine, etc. Les filtres sont indispensables pour la plupart des systèmes électroniques modernes et permettent d'améliorer la qualité des signaux électriques en éliminant les fréquences indésirables et en permettant la sélection des fréquences souhaitées.

Il existe deux types de filtres, passifs et actifs. Les filtres passifs sont constitués de composants passifs tels que des résistances, des condensateurs et des inductances. Ils fonctionnent en utilisant les propriétés réactives de ces composants pour atténuer ou bloquer certaines fréquences dans un signal électrique. Les filtres passifs sont simples et peu coûteux, mais ont des limitations en termes de perte de signal et de capacité de filtrage.

Les filtres actifs, en revanche, utilisent des composants actifs tels que des amplificateurs pour amplifier ou atténuer certaines fréquences dans le signal électrique. Les filtres actifs sont plus flexibles que les filtres passifs car ils peuvent être ajustés en utilisant des circuits électroniques. Les filtres actifs sont souvent utilisés pour des applications plus complexes, telles que la suppression de bruit ou la correction de la distorsion dans les signaux audio.

### 5.2 Types de filtres:

Il existe plusieurs types de filtres électroniques qui sont utilisés pour traiter les signaux électriques dans les circuits électroniques. Les filtres sont utilisés pour permettre le passage des signaux à une certaine fréquence tout en atténuant ou en bloquant les signaux à d'autres fréquences (figure 5.1).

- **Filtre passe-bas (Low Pass Filter):** Ce filtre permet de laisser passer les fréquences inférieures à une certaine fréquence de coupure et d'atténuer les fréquences supérieures à cette fréquence de coupure. Le filtre passe-bas est utilisé pour atténuer les signaux à haute fréquence dans les systèmes audio.
- **Filtre passe-haut (High Pass Filter):** Ce filtre permet de laisser passer les fréquences supérieures à une certaine fréquence de coupure et d'atténuer les fréquences inférieures à cette fréquence de coupure. Le filtre passe-haut est utilisé pour éliminer les bruits de fond à basse fréquence dans les systèmes audio.
- **Filtre passe-bande (Band Pass Filter):** Ce filtre permet de laisser passer les fréquences situées dans une plage de fréquences spécifique et d'atténuer les fréquences en dehors de cette plage.

Le filtre passe-bande est utilisé pour sélectionner une plage de fréquences spécifique dans les systèmes de communication.

- Filtre coupe-bande (Band Reject Filter ou Notch Filter): Ce filtre permet de bloquer les fréquences situées dans une plage de fréquences spécifique et de laisser passer les fréquences en dehors de cette plage. Le filtre coupe-bande est utilisé pour éliminer les interférences à une fréquence spécifique dans les systèmes de communication.

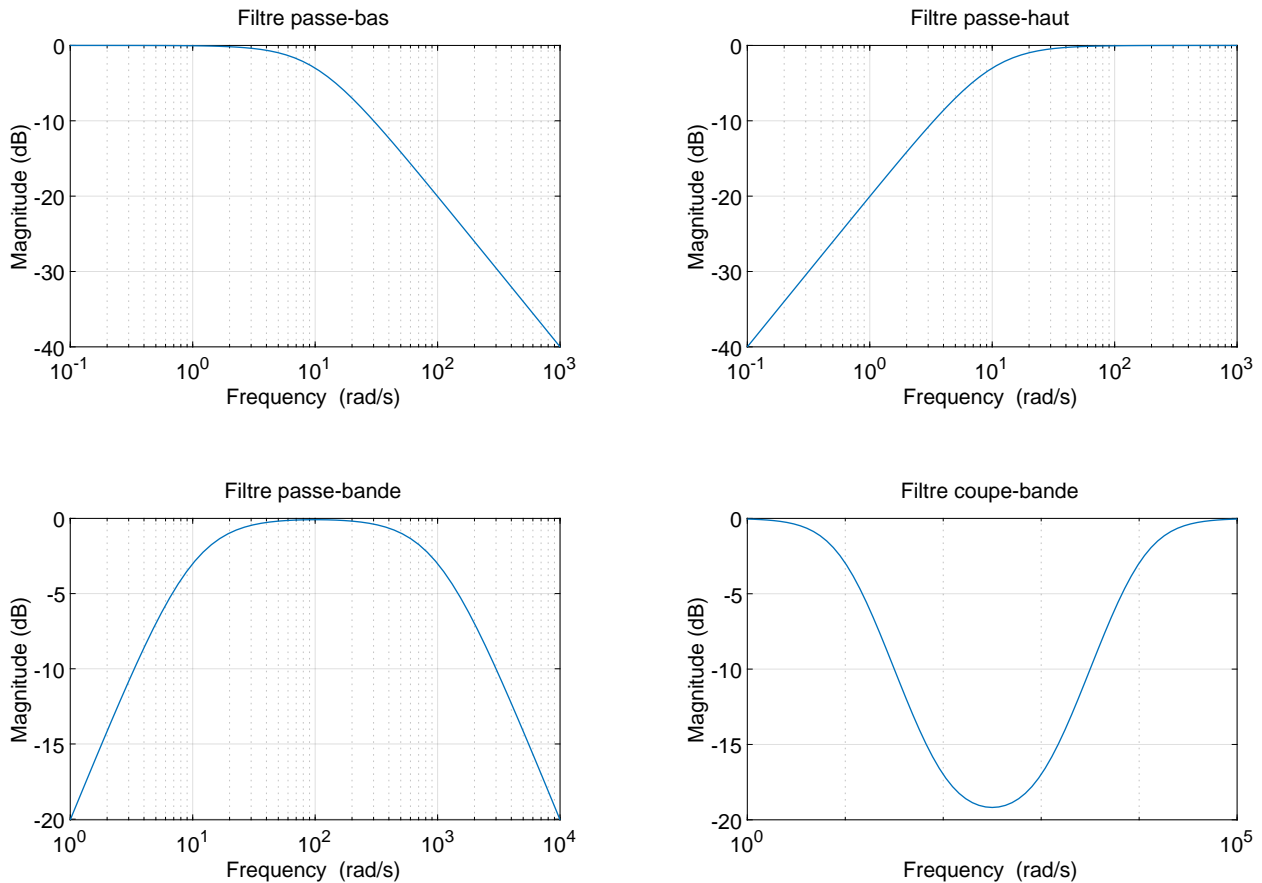


Figure 5.1: Types des filtres

### 5.3 Ordre de filtre:

L'ordre d'un filtre électronique est déterminé par le nombre de pôles ou de zéros dans sa fonction de transfert. En d'autres termes, l'ordre d'un filtre indique le nombre de fois que la réponse en fréquence du filtre change de pente de  $-20$  dB/décade (ou de  $-6$  dB par octave) lorsqu'on s'éloigne de la fréquence de coupure comme montre la figure 5.2.

Par exemple, un filtre passe-bas d'ordre 1 aura une réponse en fréquence qui diminue de  $20$  dB/décade à partir de la fréquence de coupure, tandis qu'un filtre passe-bas d'ordre 2 aura une réponse en fréquence qui diminue de  $40$  dB/décade à partir de la fréquence de coupure.

En général, plus l'ordre du filtre est élevé, plus le filtre est capable d'atténuer les fréquences indésirables. Cependant, un filtre d'ordre élevé peut également introduire des distorsions supplémentaires ou une phase non linéaire, ce qui peut affecter la qualité du signal de sortie.

Il existe différents types de filtres d'ordre variable, qui permettent de modifier l'ordre du filtre en temps réel en fonction des besoins de l'application. Cela permet de combiner les avantages de différents ordres de filtres pour obtenir la meilleure réponse en fréquence possible tout en minimisant les distorsions.

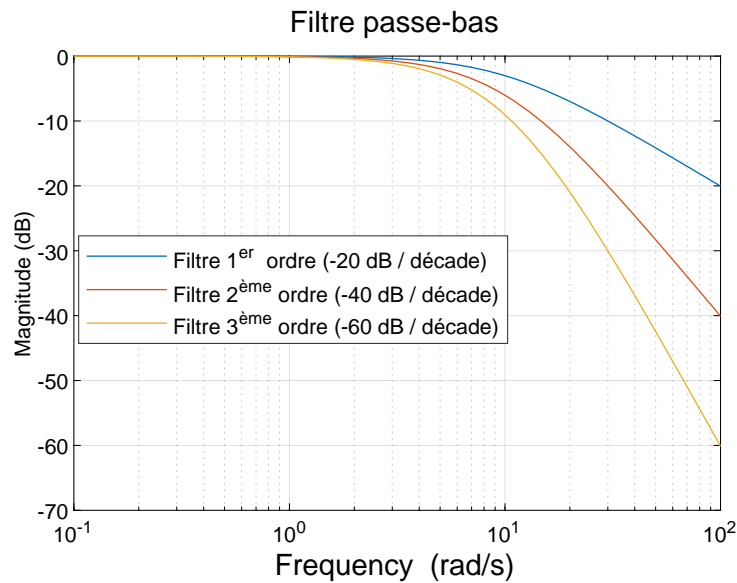


Figure 5.2: Ordre du filtre

## 5.4 Filtre passe-bas premier ordre:

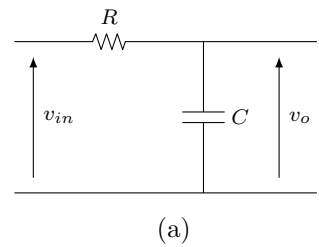
### 5.4.1 Filtre passe-bas passif:

C'est le filtre le plus simple. Ses montages passifs sont présentés sur la figure 5.3.

La fonction de transfert du montage (a) est définie par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1}{1 + jCR\omega}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \quad \text{avec} \quad \omega_o = \frac{1}{RC} \Leftrightarrow f_o = \frac{1}{2\pi RC}$$



Pour le montage (b), la fonction de transfert est donnée par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{Z_R}{Z_L + Z_R} = \frac{R}{jL\omega + R} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \quad \text{avec} \quad \omega_o = \frac{R}{L} \Leftrightarrow f_o = \frac{R}{2\pi L}$$

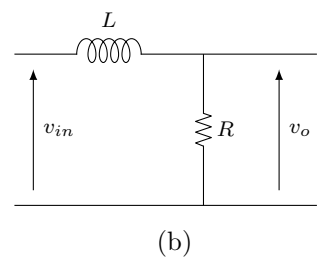


Figure 5.3: Filtres passe-bas passifs

### Diagramme de Bode:

Pour analyser un filtre on a besoin de tracer son diagramme de Bode. Il est constitué de deux courbes, le Gain et la Phase, en fonction de la pulsation  $\omega$  (ou bien de la fréquence  $f$ ).

Le module de la fonction de transfert:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}}$$

est appelé gain. Il est donné par:

$$G = |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{(1)^2 + (0)^2}}{\sqrt{(1)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} = \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Le gain en décibel est définie par:

$$G_{dB} = 20\log_{10}|H(j\omega)| = 20\log_{10}\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} = -10\log_{10}\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]$$

La phase de la fonction de transfert est définie par:

$$\varphi = \text{Arg}(H(j\omega)) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(H(j\omega))}{\text{Re}(H(j\omega))}\right) = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega/\omega_o}{1}\right)$$

Pour le traçage des courbes, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\underline{\omega \ll \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = -10\log_{10}\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right] = -10\log_{10}(1) = 0dB$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega/\omega_o}{1}\right) = 0^\circ - 0^\circ = 0^\circ$$

$$\underline{\omega = \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} = 1$$

$$G_{dB} = -10\log_{10}\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right] = -10\log_{10}(2) = -3dB$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega/\omega_o}{1}\right) = 0^\circ - 45^\circ = -45^\circ$$

$$\underline{\omega \gg \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = -10\log_{10}\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right] = -10\log_{10}\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 = -20\log_{10}\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$$

si  $\omega = 10\omega_o$   $G_{dB} = -20\log_{10}(10) = -20dB$  donc on a une pente de -20dB/décade.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = \arctan(0) - \arctan(\infty) = 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ$$

La figure 5.4 montre la variation du gain  $G_{dB}$  et la phase  $\phi$  en fonction de la pulsation  $\omega$ . Afin de présenter les courbes sur une large bande de fréquence (pouvant s'étendre de quelques fraction de Hz à  $10^6$  Hz et plus), l'échelle logarithmique ( $\log_{10}\omega$ ) est utilisé pour l'axe des abscisse. Les graduations

principales représentent les décades, ce qui signifie que d'une graduation principale à la suivante, la valeur correspondant à ces graduations est multipliée par 10.

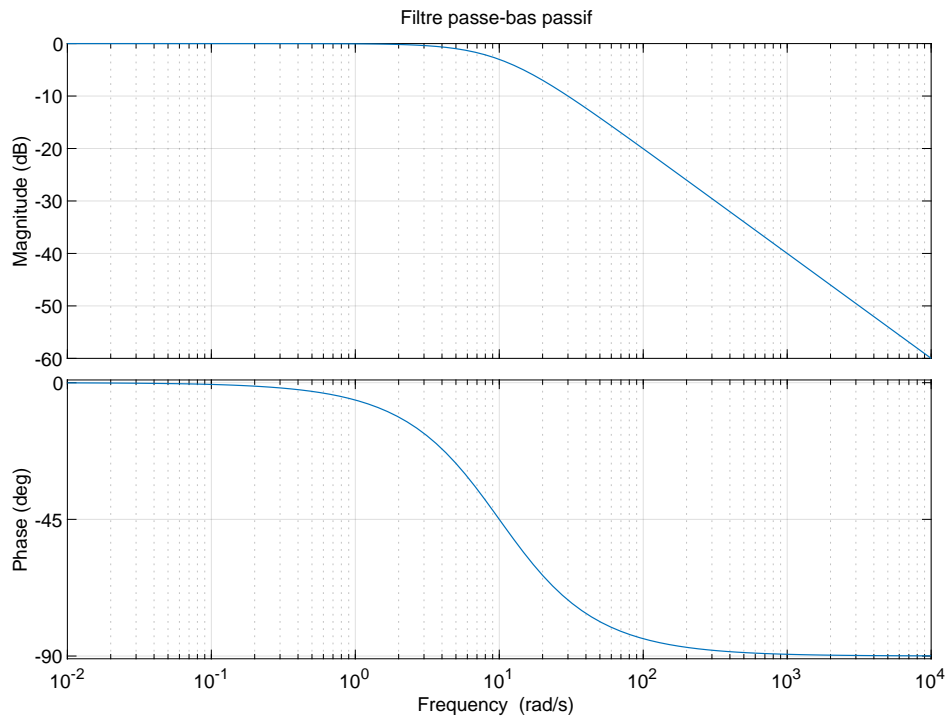


Figure 5.4: Diagramme de Bode d'un filtre passe-bas passif:  $K = 1$  et  $\omega_o = 10$

#### Remarques:

Ce filtre passif possède un gain unitaire  $G = 1$  ( $G_{dB}=0$ ). Il n'a pas une source d'énergie pour amplifier le signal d'entrée. Par contre, il apporte une atténuation supérieure à 3 dB aux amplitudes des signaux de pulsations  $\omega > \omega_o$ .

La pulsation de coupure,  $\omega_o$ , peut être interprétée comme la limite entre les signaux Basses Fréquences (BF) et les signaux Hautes Fréquences (HF) du filtre.

Idealement on considérera que le filtre laisse passer un signal de pulsation  $\omega$  si l'atténuation en sortie est inférieure à 3 dB.

La bande passante de ce filtre, qui représente l'ensemble des pulsations qu'il laisse passer, est définie par l'intervalle  $[0, \omega_o]$ .

D'après la figure 5.4, si on fait passer un signal de pulsation  $\omega = 10^{-1}$  rad/s par ce filtre, à la sortie on obtient le même signal que celui de l'entrée avec un déphasage presque nul  $\varphi \simeq 0$ .

Si on fait passer un signal de pulsation  $\omega=10$  rad/s par ce filtre, à la sortie on obtient un signal d'amplitude moins de 3dB (L'amplitude est multipliée par 1/2 en échelle linéaire) par rapport à celle du signal d'entrée, et avec un déphasage  $\varphi = -45^\circ$ .

Si on fait passer un signal de pulsation  $\omega=1000$  rad/s par ce filtre, à la sortie on obtient un signal d'amplitude moins de 40dB (L'amplitude est multipliée par 1/100) par rapport à celle du signal d'entrée, et avec un déphasage  $\varphi \simeq -90^\circ$ .

### 5.4.2 Filtre passe-bas actif:

La figure 5.5 montre deux différents circuits d'un filtre passe-bas actif. Le premier a un gain négatif ( $K < 0$ ), tandis que le deuxième possède un gain positif ( $K > 0$ ). Ce type de filtre est appelé actif puisque il est doté d'une source d'énergie électrique.

L'analyse de ces circuits consiste à déterminer la fonction de transfert de chaque montage dans le domaine complexe puis tracer son diagramme de bode.

Pour le montage de la figure 5.5.a, et afin de trouver sa fonction de transfert, on le transforme comme indiqué sur la figure 5.5.b. Le montage est similaire à celui d'un inverseur. Sa fonction de transfert dans le domain fréquentiel est donnée par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = -\frac{Z_{eq}}{Z_{R_B}}$$

$$\text{où } Z_{eq} = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{R \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = R \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$H(j\omega) = -\frac{Z_{eq}}{Z_{R_B}} = -\frac{R}{R_B} \frac{1}{1 + jRC\omega} = K \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

$$\text{avec } \omega_o = \frac{1}{RC} \text{ et } K = \left(-\frac{R}{R_B}\right) < 0$$

Pour le montage de la figure 5.5.c, sa fonction de transfert est trouvée comm suit:

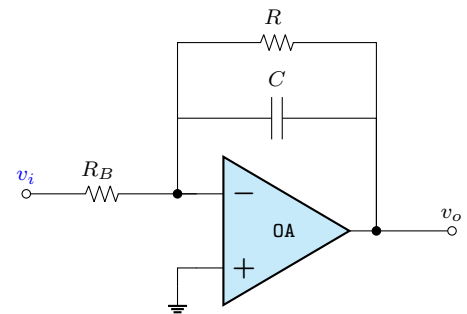
$$v^- = \frac{Z_{R_B}}{Z_{R_B} + Z_{R_A}} v_o(j\omega) = v^+ = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} v_{in}(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \left(\frac{Z_{R_B} + Z_{R_A}}{Z_{R_B}}\right) \left(\frac{Z_C}{Z_C + Z_R}\right)$$

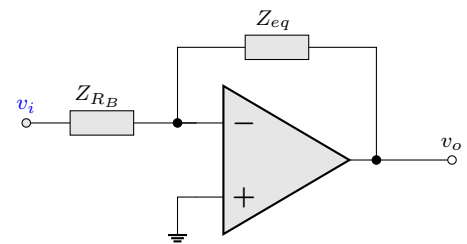
$$H(j\omega) = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$H(j\omega) = K \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

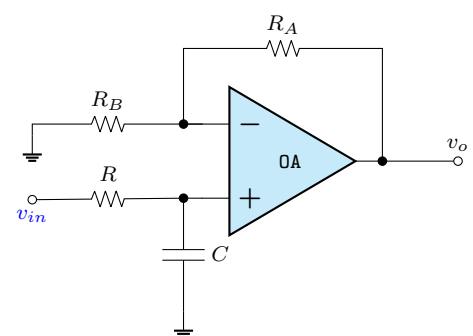
$$\text{avec } \omega_o = \frac{1}{RC} \text{ et } K = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) > 0$$



(a)



(b)



(c)

Figure 5.5: Filtres passe-bas actifs

### Diagramme de Bode:

Le Gain de la fonction de transfert:  $H(j\omega) = K \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$

$$\text{est donné par: } |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{K^2 + 0^2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} = \frac{|K|}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} = |K| \left[ 1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

En décibel on trouve:

$$G_{dB} = 20\log_{10}|H(j\omega)| = 20\log_{10}|K| - 20\log_{10}\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

La phase de la fonction de transfert est définie par:

$$\varphi = \text{Arg}(H(j\omega)) = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) + \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega/\omega_o}{1}\right)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$$

Pour le traçage des courbes, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\underline{\omega \ll \omega_o}: \quad \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}|K|$$

$$\text{si } K > 0: \quad \varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = 0^\circ - 0^\circ = 0^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \quad \varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = -180^\circ - 0^\circ = -180^\circ (= 180^\circ)$$

$$\underline{\omega = \omega_o}: \quad \frac{\omega}{\omega_o} = 1$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}|K| - 20\log_{10}\sqrt{2} = 20\log_{10}|K| - 3dB$$

$$\text{si } K > 0: \quad \varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan(1) = 0^\circ - 45^\circ = -45^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \quad \varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = -180^\circ - 45^\circ = -225^\circ (= +135^\circ)$$

$$\underline{\omega \gg \omega_o}: \quad \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}|K| - 20\log_{10}\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$$

$$\text{si } \omega = 10\omega_o \quad G_{dB} = 20\log_{10}|K| - 20\log_{10}(10) = 20\log_{10}|K| - 20dB$$

$$\text{si } K > 0: \quad \varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan(\infty) = 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \quad \varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = -180^\circ - 90^\circ = -270^\circ (= +90^\circ)$$

Les figures 5.6 et 5.7 montrent la variation du gain  $G_{dB}$  et de la phase  $\phi$  en fonction de la pulsation  $\omega$  d'un filtre passe-bas actif pour les deux cas,  $K < 0$  et  $K > 0$ .

On remarque que le gain est le même pour les deux cas. Le signe du gain négative apparait dans le diagramme de phase. Il a entraîné un retard de  $180^\circ$ .

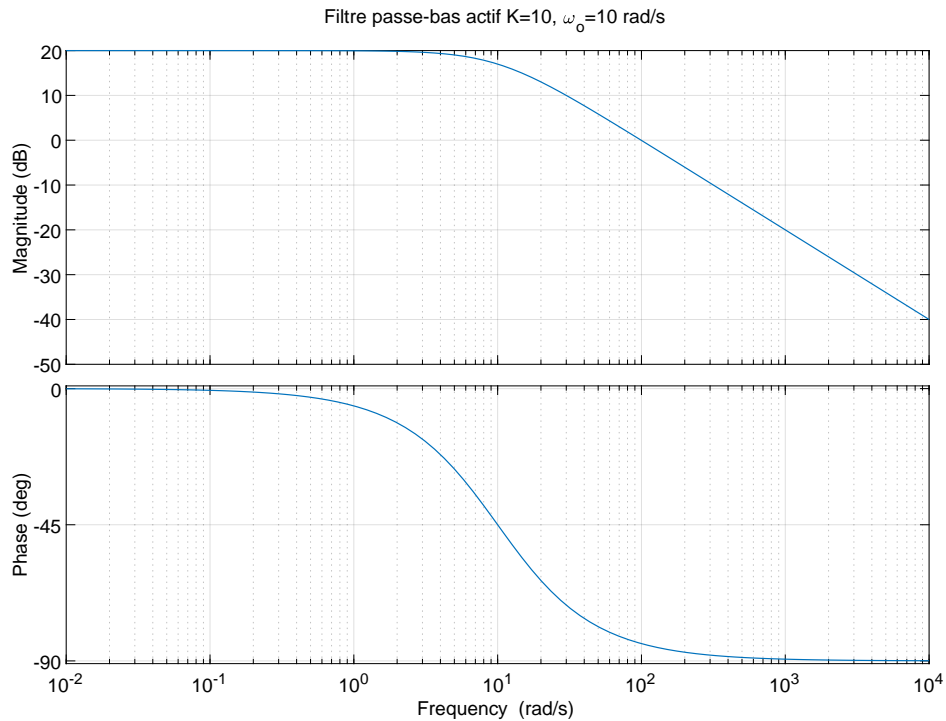


Figure 5.6: Diagramme de Bode d'un filter passe-bas actif à gain positif:  $K = 10$  et  $\omega_o = 10rad/s$

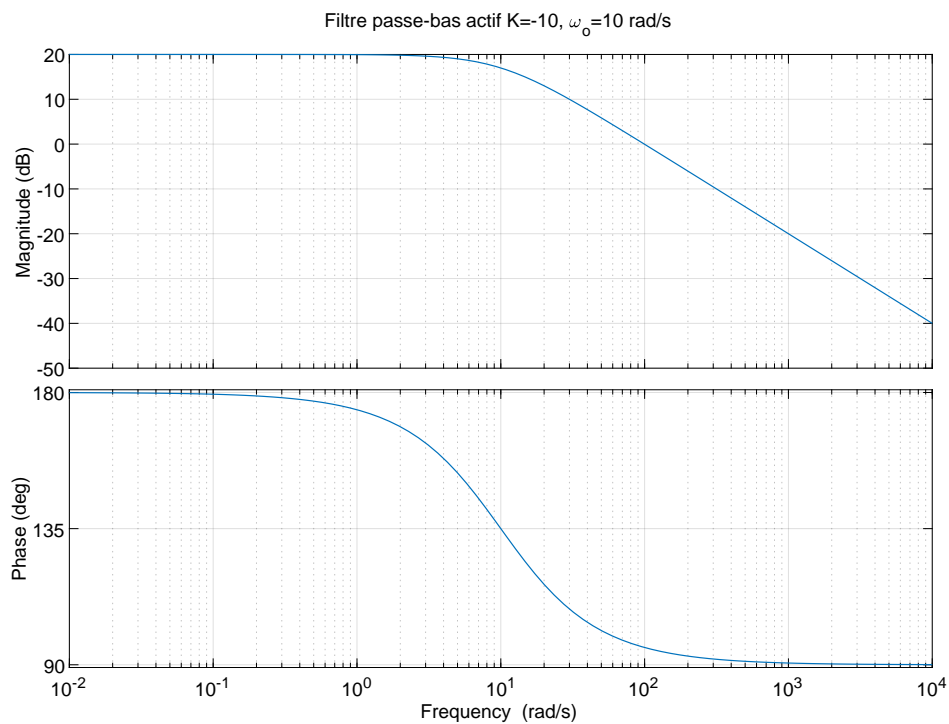


Figure 5.7: Diagramme de Bode d'un filter passe-bas actif à gain négative:  $K = -10$  et  $\omega_o = 10rad/s$

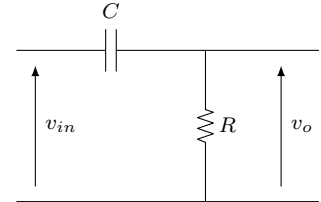
## 5.5 Filtre passe-haut premier ordre:

### 5.5.1 Filtre passe-haut passif:

Les circuits de ce type sont présentés sur la figure 5.3. La fonction de transfert du montage (a) est définie par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \quad \text{avec} \quad \omega_o = \frac{1}{RC} \quad \Leftrightarrow \quad f_o = \frac{1}{2\pi RC}$$

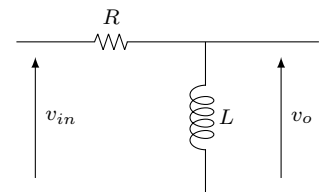


(a)

Pour le montage (b), la fonction de transfert est donnée par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \quad \text{avec} \quad \omega_o = \frac{R}{L} \quad \Leftrightarrow \quad f_o = \frac{R}{2\pi L}$$



(b)

Figure 5.8: Filtres passe-haut passifs

### Diagramme de Bode:

Le diagramme de Bode du filtre passe-haut passif défini par la fonction de transfert ci-dessous est illustré sur la figure 5.9:

$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

Pour tracer le gain et la phase en suivant les mêmes étapes décrites auparavant. Le gain est donné par:

$$G = |H(j\omega)| = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}}$$

Le gain en décibel et phase sont donnés respectivement par:

$$G_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) - 20\log_{10}\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega/\omega_o}{0}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = 90 - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$$

Pour le traçage des courbes, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\underline{\omega \ll \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)$$

$$\text{si } \omega = \frac{\omega_o}{10} \quad G_{dB} = 20\log_{10} (0.1) = -20dB$$

$$\varphi = 90^\circ - \arctan(0) = 90^\circ - 0^\circ = 90^\circ$$

$$\underline{\omega = \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} = 1$$

$$G_{dB} = -20\log_{10}\sqrt{2} = -3 \text{ dB}$$

$$\varphi = 90^\circ - \arctan(1) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\underline{\omega \gg \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right) - 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right) = 0$$

$$\varphi = 90^\circ - \arctan(\infty) = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

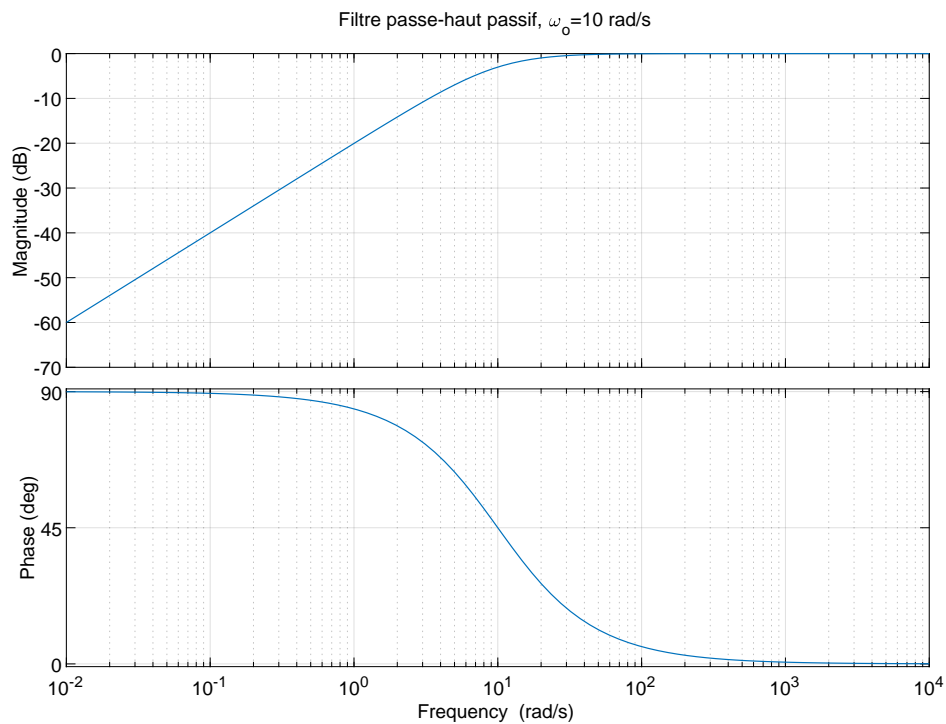


Figure 5.9: Diagramme de Bode d'un filter passe-haut passif:  $K = 1$  et  $\omega_o = 10rad/s$

### 5.5.2 Filtre passe-haut actif:

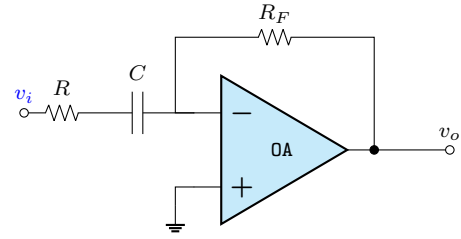
La figure 5.10 montre deux différents circuits d'un filtre passe-haut actif. Le premier a un gain négatif ( $K < 0$ ), tandis que le deuxième possède un gain positif ( $K > 0$ ).

Pour le montage de la figure 5.10.a. Sa fonction de transfert dans le domain fréquentiel est donnée par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = -\frac{Z_{R_F}}{Z_{eq}} = -\frac{R_F}{R + \frac{1}{jC\omega}} = -\frac{R_F}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$

$$H(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \frac{1}{1 + \frac{1}{jRC\omega}} = -\frac{R_F}{R} \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

avec  $\omega_o = \frac{1}{RC}$  et  $K = \left(-\frac{R_F}{R}\right) < 0$



(a)

Pour le montage de la figure 5.10.b, sa fonction de transfert est trouvée comm suit:

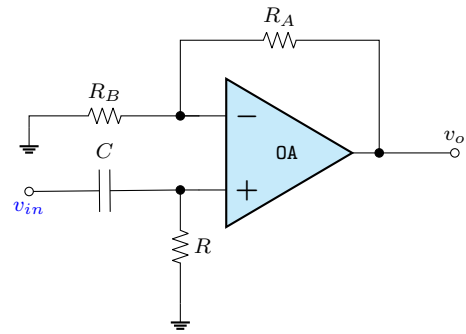
$$v^- = \frac{Z_{R_B}}{Z_{R_B} + Z_{R_A}} v_o(j\omega) = v^+ = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} v_{in}(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \left(\frac{Z_{R_B} + Z_{R_A}}{Z_{R_B}}\right) \left(\frac{Z_R}{Z_R + Z_C}\right)$$

$$H(j\omega) = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

$$H(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$$

avec  $\omega_o = \frac{1}{RC}$  et  $K = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) > 0$



(b)

Figure 5.10: Filtre passe-haut

**Diagramme de Bode:**

Le Gain de la fonction de transfert:  $K \frac{j\frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}}$

est donné par:  $G = |H(j\omega)| = |K| \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}} = |K| \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$

En décibel on trouve:  $G_{dB} = 20\log_{10} |K| + 20\log_{10} \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) - 20\log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$

La phase de la fonction de transfert est définie par:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) + \arctan\left(\frac{\omega/\omega_o}{0}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right) = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) + 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$$

$$\underline{\omega \ll \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} |K| + 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right)$$

$$\text{si } \omega = \frac{\omega_o}{10} \quad G_{dB} = 20\log_{10} |K| + 20\log_{10} (0.1) = 20\log_{10} |K| - 20 \text{ dB}$$

$$\text{si } K > 0: \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) + 90 - \arctan \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right) = 0^\circ + 90^\circ - 0^\circ = +90^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) + 90 - \arctan \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right) = -180^\circ + 90^\circ - 0^\circ = -90^\circ (= 270^\circ)$$

$$\underline{\omega = \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} = 1$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} |K| - 20\log_{10} \sqrt{2} = 20\log_{10} |K| - 3 \text{ dB}$$

$$\text{si } K > 0: \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) + 90 - \arctan (1) = 0^\circ + 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) + 90 - \arctan (1) = -180^\circ + 90^\circ - 45^\circ = -135^\circ (= 225^\circ)$$

$$\underline{\omega \gg \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} |K| + 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right) - 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_o} \right) = 20\log_{10} |K|$$

$$\text{si } K > 0: \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) + 90 - \arctan (\infty) = 0^\circ + 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) + 90 - \arctan (\infty) = -180^\circ + 90^\circ - 90^\circ = -180^\circ (= 180^\circ)$$

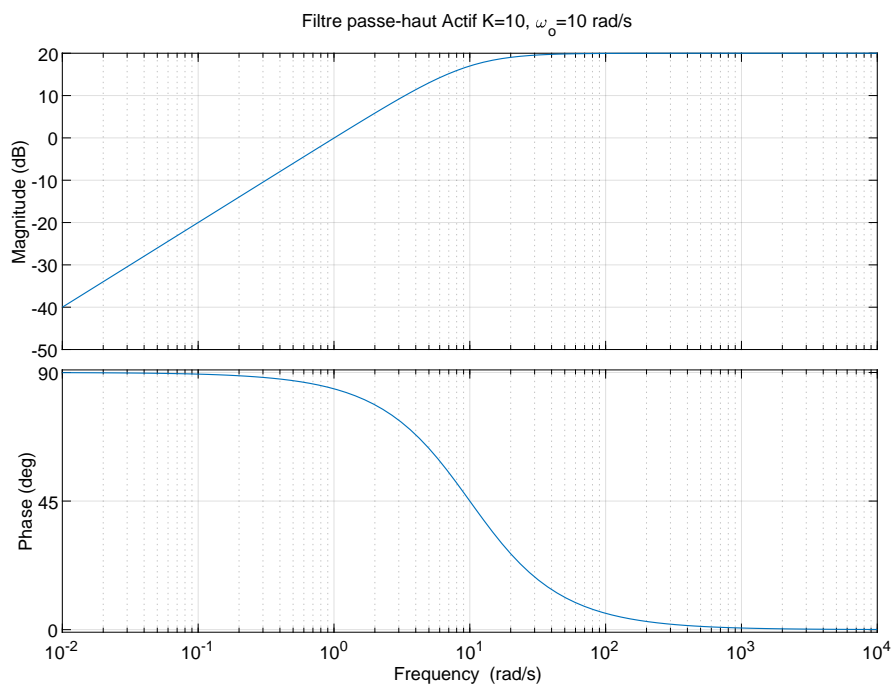


Figure 5.11: Diagramme de Bode d'un filtre passe-haut actif à gain positif:  $K = 10$  et  $\omega_o = 10 \text{ rad/s}$

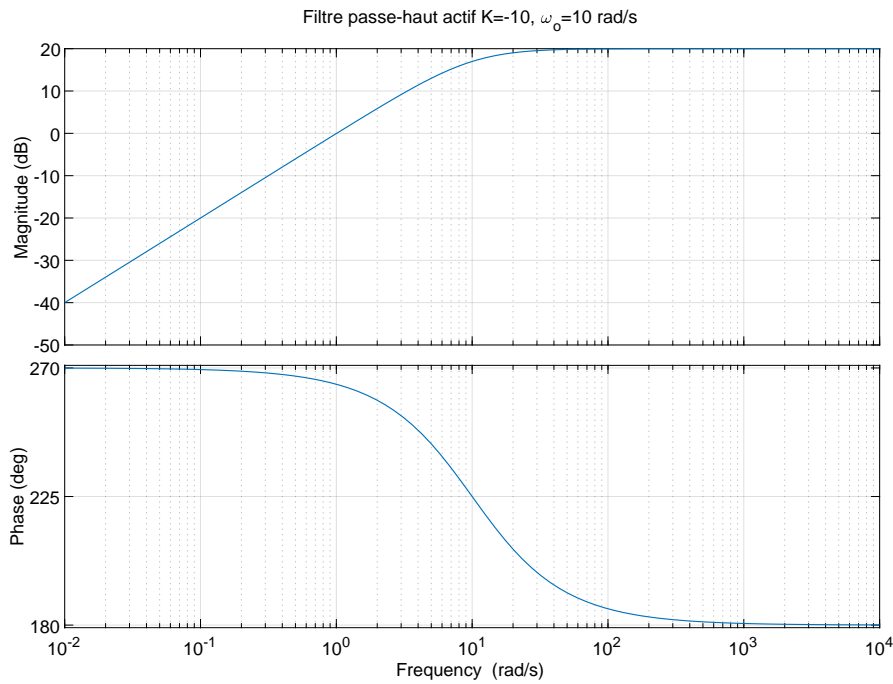


Figure 5.12: Diagramme de Bode d'un filtre passe-haut actif à gain négatif:  $K = -10$  et  $\omega_o = 10\text{rad/s}$

Les figures 5.11 et 5.12 montrent la variation du gain  $G_{dB}$  et de la phase  $\phi$  en fonction de la pulsation  $\omega$  d'un filtre passe-bas actif pour les deux cas,  $K < 0$  et  $K > 0$ .

On remarque que le gain n'a pas changé. Le signe du gain négative a entraîné un retard de  $180^\circ$ .

## 5.6 Filtre passe-bande :

Il permet de laisser passer une certaine plage de fréquences, appelée bande passante, tout en atténuant les fréquences situées à l'extérieur de cette plage. Le filtre passe-bande est souvent utilisé pour séparer une fréquence spécifique ou une gamme de fréquences d'un signal global.

Le filtre passe-bande le plus simple est un filtre d'ordre deux. Sa fonction de transfert se met sous la forme

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (5.1)$$

Où  $\omega_0$  est la pulsation de résonance du filtre pour laquelle le gain est maximum ( $G_{\max} = |K|$ ). Le paramètre  $Q$  est un nombre positif sans dimension, dit facteur de qualité, qui permet d'ajuster la bande-passante  $\Delta\omega$  (voir figure 5.14).

### 5.6.1 Filtre passe-bande passif:

La conception d'un filtre passe-bande passif peut varier en fonction des exigences spécifiques de la bande passante et de l'atténuation souhaitées. Les filtres passe-bande passifs couramment utilisés comprennent le filtre RLC (résistance-bobine-condensateur), le filtre LC (bobine-condensateur) et le filtre  $\pi$ .

Dans un filtre RLC passe-bande (voir figure 5.13), la résistance est ajoutée en série avec le filtre LC pour atténuer davantage les fréquences indésirables et ajuster la courbe de réponse en fréquence.

Les circuits de ce type sont présentés sur la figure 5.3. La fonction de transfert du montage (a) est définie par:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C + Z_L} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

Mettons  $H(j\omega)$  sous la forme:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)} = \frac{K}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (5.2)$$

On trouve que:

$$K = 1 \quad (5.3)$$

$$\frac{L}{R} = Q\frac{1}{\omega_0} \Rightarrow Q = \frac{L}{R}\omega_0 \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{RC} = Q\omega_0 &\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RCQ} = \frac{R}{RCL\omega_0} \\ \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} &\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (5.5)$$

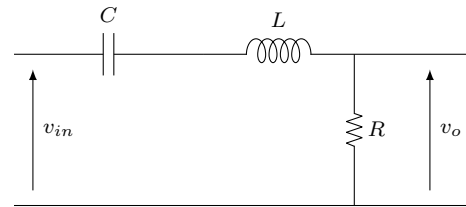


Figure 5.13: Filtre Passe-Bande passif

Remplaçons  $\omega_0$  par son équation dans l'équation 5.4 on obtient:

$$Q = \frac{L}{R}\omega_0 = \frac{L}{R}\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.6)$$

### Diagramme de Bode:

Le diagramme de Bode du filtre passe-bande passif défini par la fonction de transfert ci-dessous est illustré sur la figure 5.14:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Pour tracer le gain et la phase en suivant les mêmes étapes décrites auparavant. Le gain est donné par:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

Le gain en décibel et phase sont donnés respectivement par:

$$G_{dB} = -20\log_{10}\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}{1}\right) = -\arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$$

Pour le traçage des courbes, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\underline{\omega \ll \omega_0} : \quad \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow 0 \quad \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = -20\log_{10}\sqrt{Q^2\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} = -20\log_{10}\left(Q\frac{\omega_0}{\omega}\right) = -20\log_{10}(Q) - 20\log_{10}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$G_{dB} = -20\log_{10}(Q) + 20\log_{10}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \text{ ce qui donne une droite de pente } +20 \text{ dB/décade}$$

$$\text{si } \omega = \frac{\omega_0}{100} \quad G_{dB} = -20\log_{10}(Q) - 40 \text{ dB}$$

$$\text{si } \omega = \frac{\omega_0}{10} \quad G_{dB} = -20\log_{10}(Q) - 20 \text{ dB}$$

$$\varphi = -\arctan\left(-Q\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \arctan\left(Q\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \arctan(\infty) = 90^\circ$$

$$\underline{\omega = \omega_0} : \quad \frac{\omega}{\omega_0} = 1$$

$$G_{dB} = 0 \text{ dB}$$

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\underline{\omega \gg \omega_0} : \quad \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow \infty \quad \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = -20\log_{10}(Q) - 20\log_{10}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \text{ ce qui donne une droite de pente } -20 \text{ dB/décade}$$

$$\text{si } \omega = 10\omega_0 \quad G_{dB} = -20\log_{10}(Q) - 20 \text{ dB}$$

$$\text{si } \omega = 100\omega_0 \quad G_{dB} = -20\log_{10}(Q) - 40 \text{ dB}$$

$$\varphi = -\arctan\left(Q\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -\arctan(\infty) = -90^\circ$$

#### Remarques:

Dans ce filtre passif, les deux asymptotes de pentes  $\pm 20$  dB/décade se coupent à la fréquence de résonance ( $\omega = \omega_0$ ) à un point d'ordonnée:  $-20\log_{10}(Q)$ .

$\omega_0$  représente la pulsation de résonance ou ( pulsation du centre de la bande passante du filtre) pour laquelle le gain est maximum ( $G_{\max} = 1$ ). Cette pulsation n'est pas la moyenne arithmétique des pulsations  $\omega_L$  et  $\omega_H$  comme vous pouvez vous attendre, mais est en fait la valeur géométrique. Cette valeur géométrique est calculée comme étant:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_L \omega_H}$$

Les deux pulsations de coupure  $\omega_L$  et  $\omega_H$  sont obtenues en résolvant l'équation suivante:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ce qui donne:

$$Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \pm 1$$

et dont les deux seules solutions positives sont:

$$\omega_{H,L} = \frac{\sqrt{1 + 4Q^2} \pm 1}{2Q} \omega_0$$

Finalement, la bande passante vaut:

$$\Delta\omega = \omega_H - \omega_L = \frac{\omega_0}{Q}$$

Par conséquent, plus la quantité de Q est grande, plus le filtre est sélectif, c'est-à-dire à bande passante étroite.

Quant au déphasage entre la sortie et l'entrée, dès que l'on s'éloigne de la bande passante, on a  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ . Les signaux sont en quadrature de phase. A la résonance, le signal de sortie est en phase avec le signal d'entrée.

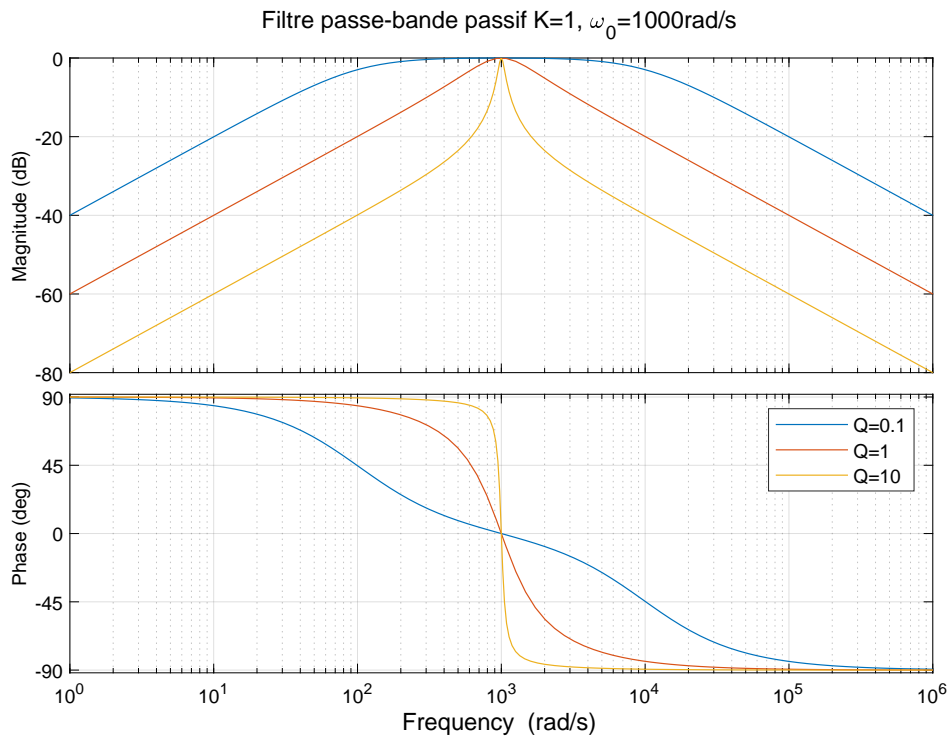


Figure 5.14: Diagramme de Bode d'un filter passe-bande passif

### 5.6.2 Filtre passe-bande actif:

La figure 5.15 montre l'un des circuits d'un filtre passe-bande actif. Sa fonction de transfert dans le domaine fréquentiel est donnée par:

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = -\frac{Z_{R_2} \parallel Z_{C_2}}{Z_{R_1} + Z_{C_1}} = -\frac{\frac{R_2}{R_2 C_2 j\omega + 1}}{R_1 + \frac{1}{C_1 j\omega}} = -\frac{\frac{R_2}{R_2 C_2 j\omega + 1}}{\frac{R_1 C_1 j\omega + 1}{C_1 j\omega}} = -\frac{R_2 C_1 j\omega}{(R_2 C_2 j\omega + 1)(R_1 C_1 j\omega + 1)} \\
 &= -\frac{R_2 C_1 j\omega}{1 + R_2 C_2 R_1 C_1 (j\omega)^2 + (R_2 C_2 + R_1 C_1) j\omega} = -\frac{R_2 C_1}{\frac{1}{j\omega} + R_2 C_2 R_1 C_1 \frac{(j\omega)^2}{j\omega} + (R_2 C_2 + R_1 C_1) \frac{j\omega}{j\omega}} \\
 &= -\frac{R_2 C_1}{(R_2 C_2 + R_1 C_1) + R_2 C_2 R_1 C_1 j\omega + \frac{1}{j\omega}} = \frac{-\frac{R_2 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1}}{1 + \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} j\omega + \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \frac{1}{j\omega}} \\
 &= \frac{-\frac{R_2 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1}}{1 + \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} j\omega + \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \frac{j}{j^2 \omega}} = \frac{-\frac{R_2 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1}}{1 + j \left( \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \omega - \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \frac{1}{\omega} \right)}
 \end{aligned}$$

Mettons  $H(j\omega)$  sous la forme:

$$H(j\omega) = \frac{-\frac{R_2 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1}}{1 + j \left( \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \omega - \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \frac{1}{\omega} \right)} = \frac{K}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (5.7)$$

On trouve que:

$$K = -\frac{R_2 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \quad (5.8)$$

$$\frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} = \frac{Q}{\omega_0} \Rightarrow Q = \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \omega_0 \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} = Q \omega_0 &\Rightarrow \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} = \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \omega_0^2 \\
 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 C_2 R_1 C_1}} &\Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_2 C_2 R_1 C_1}} \quad (5.10)
 \end{aligned}$$

Remplaçons  $\omega_0$  par son équation dans l'équation 5.9 on obtient:

$$Q = \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \omega_0 = \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \frac{1}{\sqrt{R_2 C_2 R_1 C_1}} = \frac{\sqrt{R_2 C_2 R_1 C_1}}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \quad (5.11)$$

### Diagramme de Bode:

Le gain et la phase du filtre passe-bande actif défini par la fonction de transfert de l'équation 5.7 sont illustrés sur les figures 5.16 et 5.17.

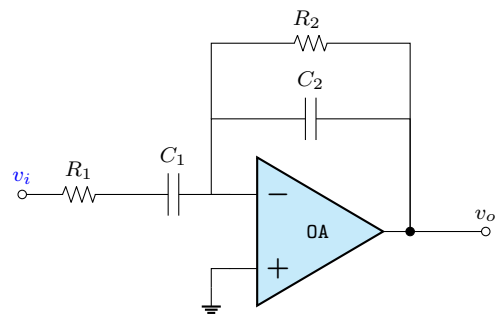


Figure 5.15: Filtre passe-Bande

Le gain en décibel et phase sont donnés respectivement par:

$$G_{dB} = 20\log_{10} |K| - 20\log_{10} \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}$$

$$\varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) - \arctan \left( Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right)$$

Pour le traçage des courbes, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\underline{\omega \ll \omega_0} : \quad \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow 0 \quad \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = -20\log_{10} \sqrt{Q^2 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} = -20\log_{10} \left( Q \frac{\omega_0}{\omega} \right) = -20\log_{10} (Q) - 20\log_{10} \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$G_{dB} = -20\log_{10} (Q) + 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \text{ ce qui donne une droite de pente } +20 \text{ dB/décade}$$

$$\text{si } \omega = \frac{\omega_0}{100} \quad G_{dB} = -20\log_{10} (Q) - 40 \text{ dB}$$

$$\text{si } \omega = \frac{\omega_0}{10} \quad G_{dB} = -20\log_{10} (Q) - 20 \text{ dB}$$

$$\text{si } K > 0: \quad \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) - \arctan \left( -Q \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 0^\circ + \arctan \left( Q \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \arctan (\infty) = 90^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \quad \varphi = -180^\circ + \arctan \left( Q \frac{\omega_0}{\omega} \right) = -180^\circ + \arctan (\infty) = -180^\circ + 90^\circ = -90^\circ = 270^\circ$$

$$\underline{\omega = \omega_0} : \quad \frac{\omega}{\omega_0} = 1$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} |K| \text{ dB}$$

$$\text{si } K > 0: \quad \varphi = 0^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \quad \varphi = -180^\circ$$

$$\underline{\omega \gg \omega_0} : \quad \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow \infty \quad \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = -20\log_{10} (Q) - 20\log_{10} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \text{ ce qui donne une droite de pente } -20 \text{ dB/décade}$$

$$\text{si } \omega = 10\omega_0 \quad G_{dB} = -20\log_{10} (Q) - 20 \text{ dB}$$

$$\text{si } \omega = 100\omega_0 \quad G_{dB} = -20\log_{10} (Q) - 40 \text{ dB}$$

$$\text{si } K > 0: \quad \varphi = \arctan \left( \frac{0}{K} \right) - \arctan \left( Q \frac{\omega}{\omega_0} \right) = 0^\circ - \arctan \left( Q \frac{\omega}{\omega_0} \right) = -\arctan (\infty) = -90^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \quad \varphi = -180^\circ - \arctan \left( Q \frac{\omega}{\omega_0} \right) = -180^\circ - \arctan (\infty) = -180^\circ - 90^\circ = -270^\circ = 90^\circ$$

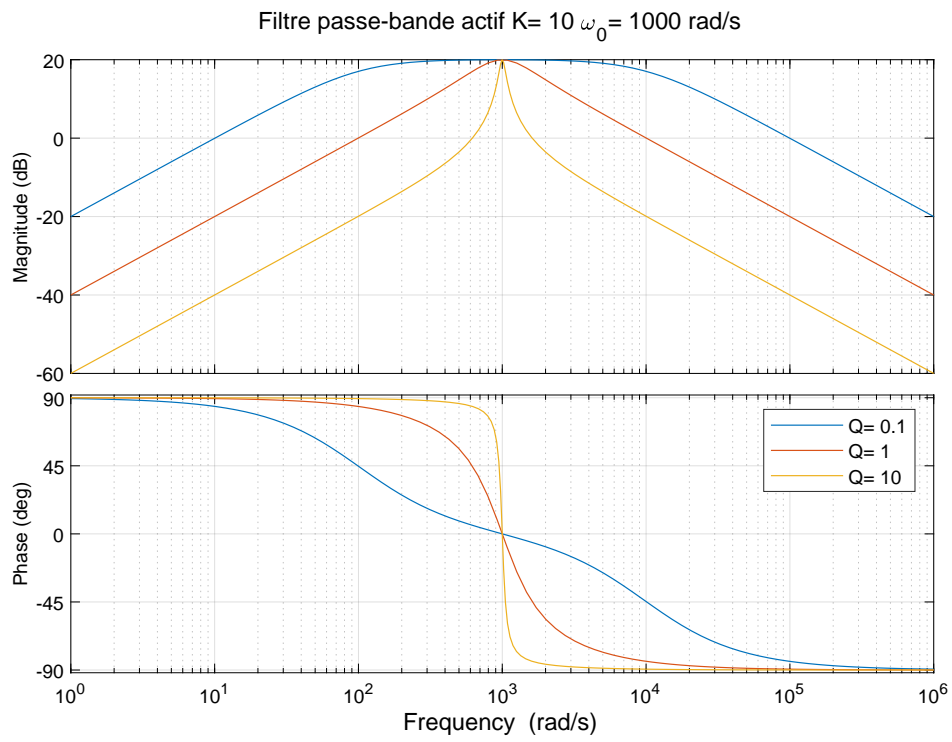


Figure 5.16: Diagramme de Bode d'un filter passe-bande actif à gain positif

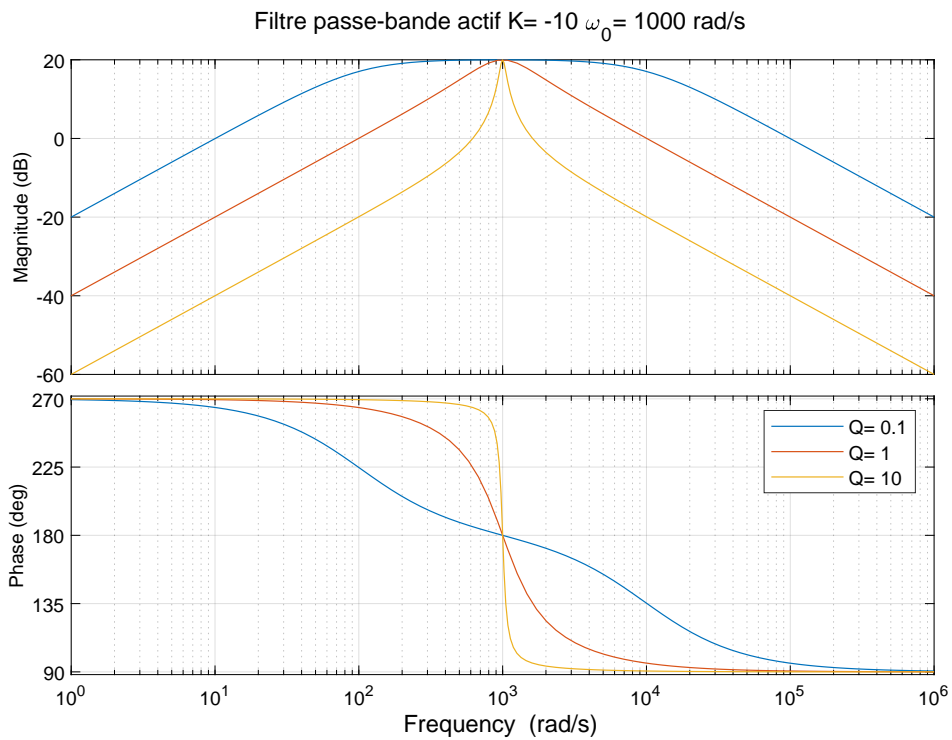


Figure 5.17: Filter passe-bande actif à gain négatif

## 5.7 Exemple d'application:

Soit le signal bruité  $s$  composé de trois signaux  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$  comme illustré sur la figure 5.18

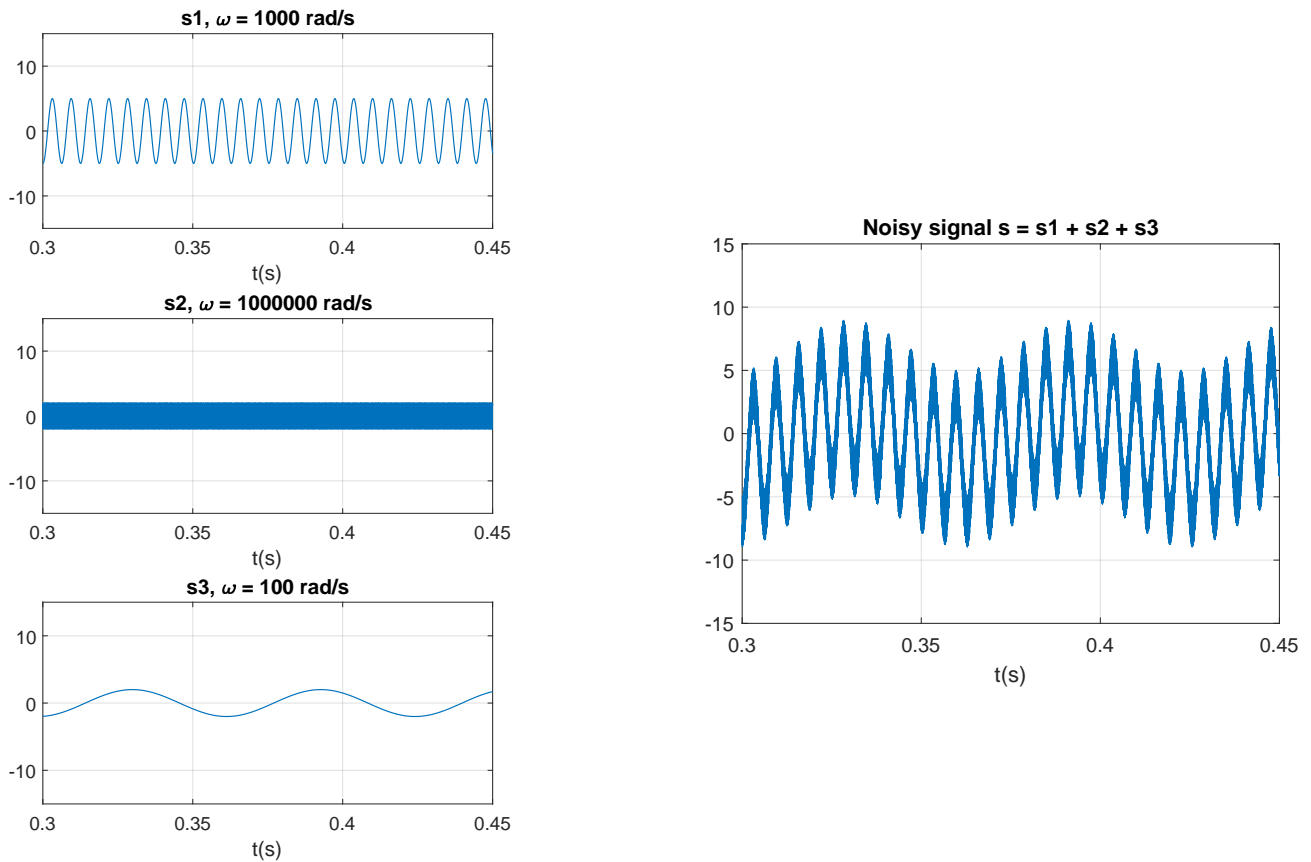


Figure 5.18: Signal bruité composé de trois signaux

On veut filtrer le signal bruité  $s$  afin d'extraire et d'amplifier le signal  $s_1$  de pulsation  $\omega = 1000$  rad/s. En utilisant le filtre passe-bande actif de la figure 5.15:

1. Donner les valeurs de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$  pour un gain  $G_{max} = 10$  ( $K = -G_{max}$ ),  $\omega_o = 1000$  rad/s et  $Q = 0.1$ .
2. Tracer le signal de sortie du filtre.
3. Que remarquez-vous?
4. Tracer le signal de sortie du filtre pour  $Q = 1$  et  $Q = 10$ .

### Solution:

1. Pour trouver les valeurs des composants  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$  on se basant sur les équations suivantes:

$$G_{max} = \frac{R_2 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \Rightarrow R_2 C_2 + R_1 C_1 = \frac{R_2 C_1}{G_{max}} \quad (5.12)$$

$$\frac{Q}{\omega_0} = \frac{R_2 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \quad (5.13)$$

$$Q \omega_0 = \frac{1}{R_2 C_2 + R_1 C_1} \quad (5.14)$$

De 5.12 et 5.13 on obtient la condition 5.15:

$$R_1 C_2 = \frac{Q}{\omega_0 G_{\max}} \tag{5.15}$$

De 5.12 et 5.14 on trouve la deuxième condition (équation 5.16 ):

$$R_2 C_1 = \frac{G_{\max}}{Q \omega_0} \tag{5.16}$$

D'autre part, on peut écrire l'équation 5.14 sous la forme:

$$Q \omega_0 (R_2 C_2 + R_1 C_1) = 1 \tag{5.17}$$

et l'équation 5.16 sous la forme:

$$C_1 = \frac{G_{\max}}{Q \omega_0 R_2} \tag{5.18}$$

Maintenant de 5.17 et 5.18 on arrive à la troisième condition (équation 5.19):

$$Q \omega_0 \left( R_2 C_2 + R_1 \frac{G_{\max}}{Q \omega_0 R_2} \right) = 1 \Leftrightarrow R_2^2 - \frac{1}{Q \omega_0 C_2} R_2 + \frac{R_1}{Q \omega_0 C_2} = 0 \tag{5.19}$$

La resolution de l'équation 5.19 donne deux solutions:

$$R_{21} = \frac{\frac{1}{Q \omega_0 C_2} + \sqrt{\frac{1}{(Q \omega_0 C_2)^2} - 4 \frac{R_1 G_{\max}}{Q \omega_0 C_2}}}{2} \quad \text{et} \quad R_{22} = \frac{\frac{1}{Q \omega_0 C_2} - \sqrt{\frac{1}{(Q \omega_0 C_2)^2} - 4 \frac{R_1 G_{\max}}{Q \omega_0 C_2}}}{2} \tag{5.20}$$

On a quatre inconnus et trois conditions. On peut donner une valeur à un inconnu, et calculer les autres suivant les conditions.

Donc on donne une valeur à  $C_2$  et on calcule  $R_1$  utilisant l'équation 5.15,

Puis, on calcule  $R_2$ , en choisissant une des solutions de l'équation 5.20,

Finalement, on calcule  $C_1$  utilisant l'équation 5.18.

**Application numérique:**

Pour  $G_{\max} = 10$ ,  $\omega_o = 1000$  rad/s,  $Q = 0.1$  et  $C_2 = 1\mu F$  on trouve:

$R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 101.0205\Omega$ , et  $C_1 = 989.9\mu F$

2. La figure 5.19 montre le signal de sortie du filtre passe-bande actif utilisé pour  $Q = 0.1$ .

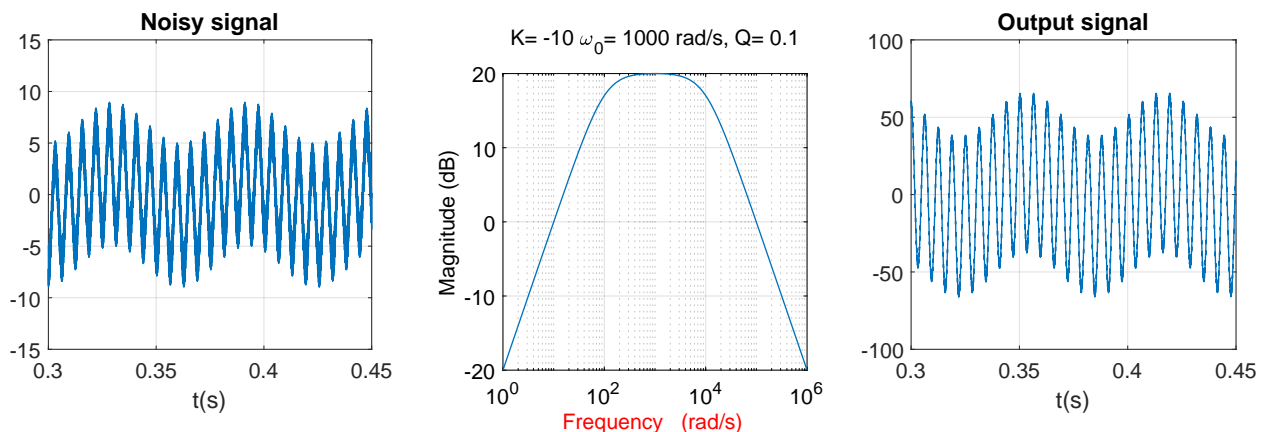


Figure 5.19: Signal de sortie du Filtre passe-bande actif pour  $Q=0.1$

3. Le signal de sortie reste bruité. La bande passante du filtre utilisé est large, ce qui permet aux autres signaux d'apparaître mais avec un pourcentage moins.
4. Si on utilise le meme filtre mais avec un facteur de qualité  $Q=1$  ou  $Q=10$  on obtient les resultats de la figure 5.20:

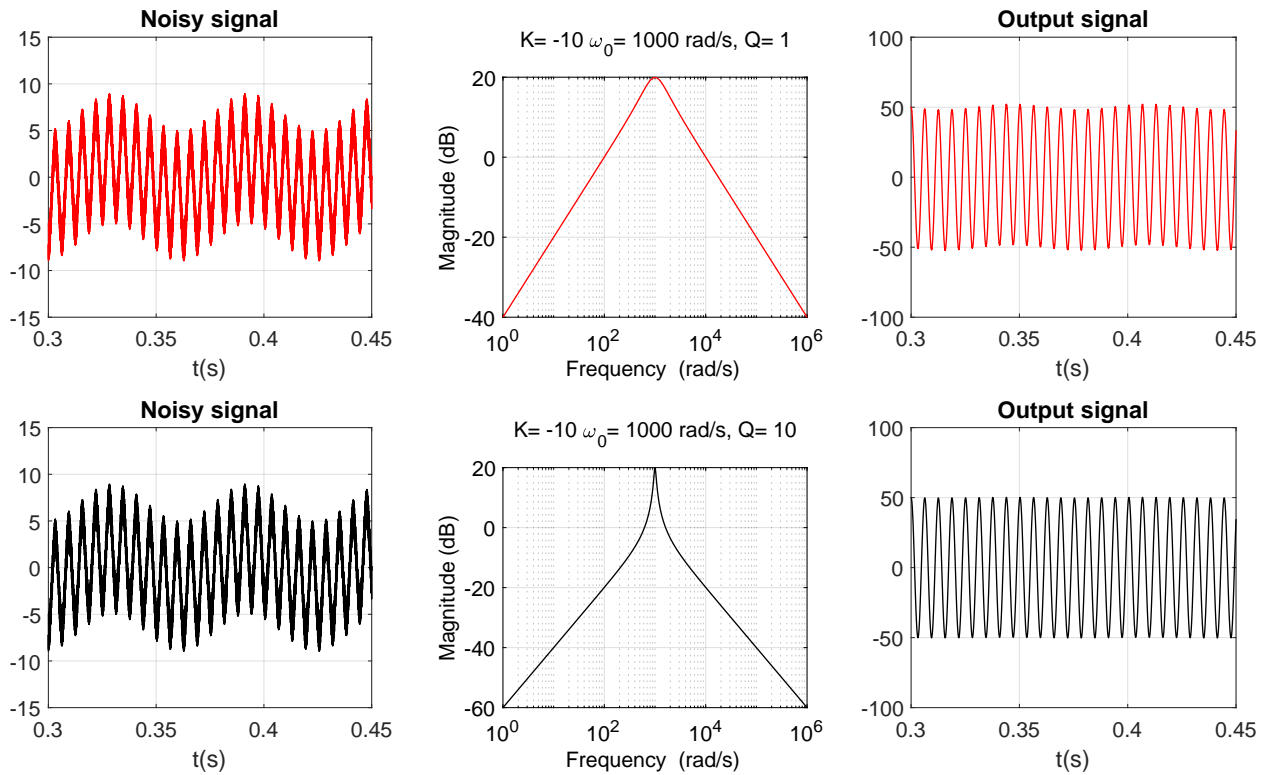


Figure 5.20: Signal de sortie du Filtre passe-bande actif pour  $Q=0.1$  et  $Q=10$

On remarque que le filtre avec un facteur de qualité  $Q=10$  a bien filtré le signal bruité  $s$ . le signal  $s_1$  a été restauré correctement (voir 5.18 et figure 5.20 pour comparaison).

### 5.8 Filtre coupe-bande :

Un filtre coupe-bande est un type de filtre électronique conçu pour atténuer sélectivement les fréquences dans une plage donnée tout en laissant passer les fréquences à l'extérieur de cette plage.

Il existe différents types de filtres coupe-bande, tels que les filtres passe-bande, qui laissent passer une bande de fréquences spécifique et atténuent les autres, ainsi que les filtres notch , qui atténuent sélectivement une fréquence spécifique tout en laissant passer les autres.

La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre coupe-bande, passif ou actif, est donnée par l'équation 5.21

$$H(j\omega) = K \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}} \tag{5.21}$$

Les formes canoniques (ou normalisées) des fonctions de transfert des filtres facilitent l'étude et l'analyse des filtres analogiques dans le domaine fréquentiel.

### 5.8.1 Filtre coupe-bande passif:

Ce type de filtre peut être réalisé par divers circuits basés sur des composants passifs. L'un de ces circuits est illustré sur la figure 5.21. Sa fonction de transfert est obtenue en utilisant le diviseur de tension comme suit:

$$H(j\omega) = \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{Z_C + Z_L}{Z_R + Z_C + Z_L} = \frac{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} = \frac{1 - LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} \quad (5.22)$$

$$= K \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}}; \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}; \quad K = 1 \quad (5.23)$$

#### Diagramme de Bode:

Le diagramme de Bode du filtre coupe-bande passif défini par la fonction de transfert de l'équation 5.23 est donné par la figure 5.22. Le gain est donné par:

$$G = |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Le gain en décibel et phase sont donnés respectivement par:

$$G_{dB} = 20\log_{10} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2} - 20\log_{10} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La phase est calculée comme suit:

$$\varphi = \arg(H(j\omega)) = \arctan\left(\frac{0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right) - \arctan\left(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right)$$

Pour le traçage des courbes, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\omega \ll \omega_0 : \quad \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = 0dB$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{1}\right) - \arctan\left(\frac{0}{1}\right) = 0^\circ - 0^\circ = 0^\circ$$

$$\omega = \omega_0 : \quad \frac{\omega}{\omega_0} = 1$$

$$G_{dB} = -\infty - 20\log_{10}(2\xi) = -\infty$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{\mp \varepsilon}\right) - \arctan\left(\frac{2\xi}{0}\right) = \begin{cases} 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ & \text{si } \omega = \omega_0 + \varepsilon \\ 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ & \text{si } \omega = \omega_0 - \varepsilon \end{cases}$$

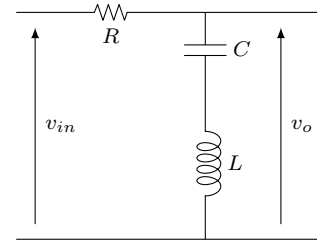


Figure 5.21: Filtre Coupe-Bande passif

$$\omega \gg \omega_0 : \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = 20\log_{10} \left( \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) - 20\log_{10} \left( \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) = 0dB$$

$$\varphi = 0^\circ$$

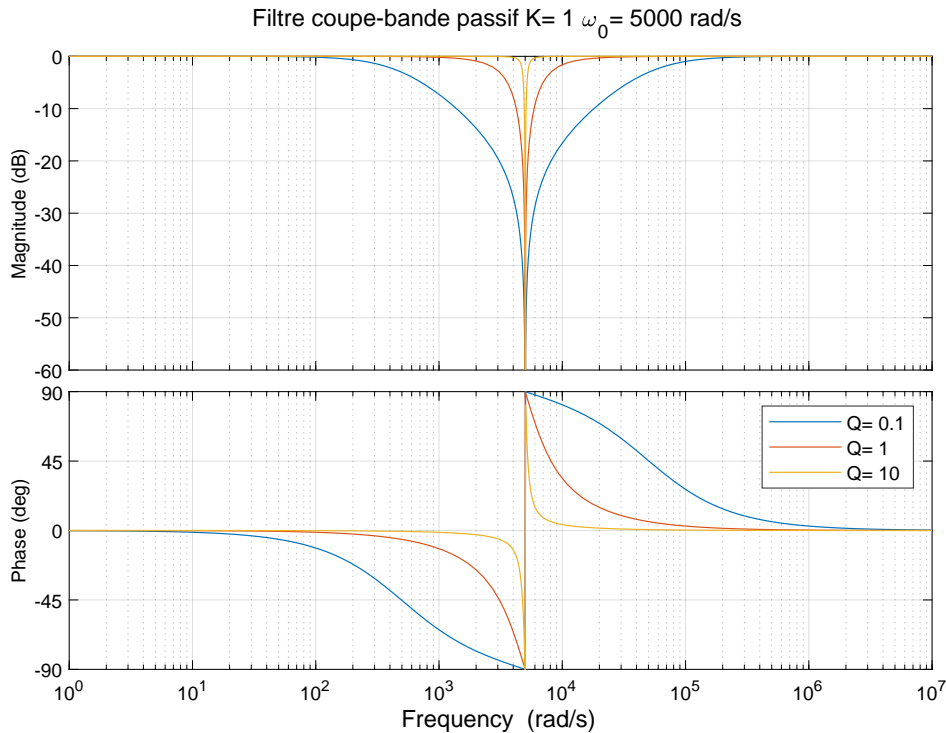


Figure 5.22: Diagramme de Bode d'un filter coupe-bande passif

Remarques:

Les pulsations de coupure à  $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (ou bien à  $G_{dB} = -3dB$ ) sont obtenues en resolvant l'équation:

$$G = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = \pm 2\xi \frac{\omega}{\omega_0}$$

d'où l'expression des deux pulsations de coupure (positives)  $\omega_H$  (High) et  $\omega_L$  (Low):

$$\omega_H = \omega_0 \left(\xi + \sqrt{1 + \xi^2}\right) \quad \text{et} \quad \omega_L = \omega_0 \left(-\xi + \sqrt{1 + \xi^2}\right)$$

La bande rejetée c'est la bande située entre  $\omega_H$  et  $\omega_L$ . Elle est définie par:

$$\omega_H - \omega_L = 2\omega_0\xi$$

Le coefficient de qualité vaut:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_0} = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

### 5.8.2 Filtre coupe-bande actif:

Il existe plusieurs montages de filtres coupe-bande actifs. La figure 5.23 représente l'un des circuits utilisés pour ce type de filtrage,

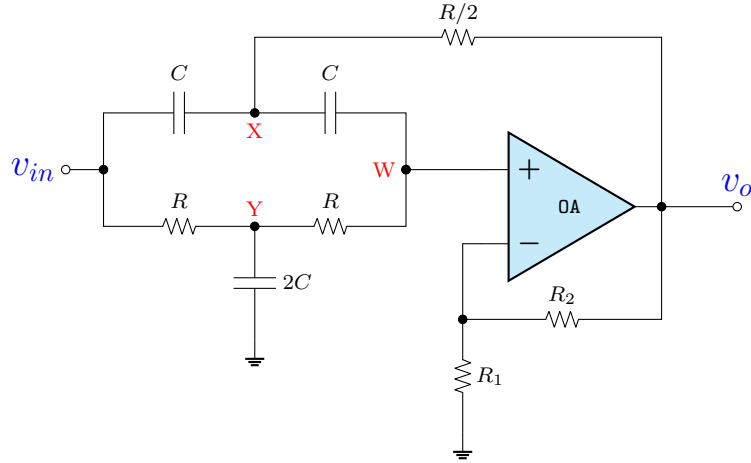


Figure 5.23: Filtre coupe-bande actif: (Active Twin-T Filter)

La fonction de transfert du montage est obtenue en suivant les étapes suivantes: L'amplificateur fonctionne en régime linéaire, ce qui implique que:

$$v^+ = v^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o = A.v_o \tag{5.24}$$

En appliquant le théorème de Millman aux point  $W$ ,  $X$  et  $Y$ , on trouve:

$$v_W = v^+ = A.v_o = \frac{\frac{v_X}{Z_C} + \frac{v_Y}{R}}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{R}} = \frac{jC\omega v_X + \frac{v_Y}{R}}{jC\omega + \frac{1}{R}} = \frac{jRC\omega v_X + v_Y}{jRC\omega + 1} \tag{5.25}$$

$$v_X = \frac{\frac{2v_o}{R} + \frac{v_W}{Z_C} + \frac{v_{in}}{Z_C}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\frac{2v_o}{R} + jC\omega A.v_o + jC\omega v_{in}}{\frac{2}{R} + 2jC\omega} = \frac{2v_o + jRC\omega A.v_o + jRC\omega v_{in}}{2 + 2jRC\omega} \tag{5.26}$$

$$v_Y = \frac{\frac{v_W}{R} + \frac{v_{in}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_{2C}}} = \frac{\frac{A.v_o}{R} + \frac{v_{in}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + 2jC\omega} = \frac{A.v_o + v_{in}}{2 + 2jRC\omega} \tag{5.27}$$

En remplaçant  $v_X$  et  $v_Y$  par ses équations dans 5.25 on obtient:

$$(jRC\omega + 1) A.v_o = jRC\omega \left( \frac{2v_o + jRC\omega A.v_o + jRC\omega v_{in}}{2 + 2jRC\omega} \right) + \left( \frac{A.v_o + v_{in}}{2 + 2jRC\omega} \right) \tag{5.28}$$

$$\Rightarrow 2(jRC\omega + 1)^2 A.v_o = jRC\omega (2v_o + jRC\omega A.v_o + jRC\omega v_{in}) + (A.v_o + v_{in}) \tag{5.29}$$

$$\Rightarrow 2(jRC\omega + 1)^2 A.v_o = 2jRC\omega v_o + (jRC\omega)^2 A.v_o + (jRC\omega)^2 v_{in} + A.v_o + v_{in} \quad (5.30)$$

$$\Rightarrow 2(jRC\omega + 1)^2 A.v_o - 2jRC\omega v_o - (jRC\omega)^2 A.v_o - A.v_o = [(jRC\omega)^2 + 1] v_{in} \quad (5.31)$$

$$\Rightarrow \left[ (jRC\omega)^2 + 2jRC\omega \left( 2 + \frac{1}{A} \right) + 1 \right] A.v_o = [(jRC\omega)^2 + 1] v_{in} \quad (5.32)$$

$$\Rightarrow \frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = K \frac{(jRC\omega)^2 + 1}{(jRC\omega)^2 + 2jRC\omega(2 + K) + 1} = K \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (5.33)$$

$$\text{Avec: } K = \frac{1}{A} = 1 + \frac{R_2}{R_1}, \quad \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad \xi = (2 + K).$$

Parfois on trouve une autre forme canonique utilisée dans l'étude de ce filtre:

$$\frac{v_o(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = K \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}} = K \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j\omega}{Q\omega_0}} \quad (5.34)$$

Où:  $Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2(2 + K)}$  représente le coefficient de qualité (Quality Factor or Rejection Quality).

### Diagramme de Bode:

Le diagramme de Bode du filtre coupe-bande acif défini par la fonction de transfert de l'équation 5.33 est illustré sur les figures 5.24 et 5.25 pour deux cas; gain positif et gain négatif. L'équation du gain en décibel est donné par:

$$G_{dB} = 20\log_{10}|K| + 20\log_{10}\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2} - 20\log_{10}\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\varphi = \arg(H(j\omega)) = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) + \arctan\left(\frac{0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right) - \arctan\left(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right)$$

Pour tracer le diagramme de Bode, on calcule le gain et la phase aux points suivants:

$$\omega \ll \omega_0 : \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow 0$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}|K|$$

$$\text{si } K > 0: \varphi = 0^\circ$$

$$\text{si } K < 0: \varphi = -180^\circ (\equiv 180^\circ)$$

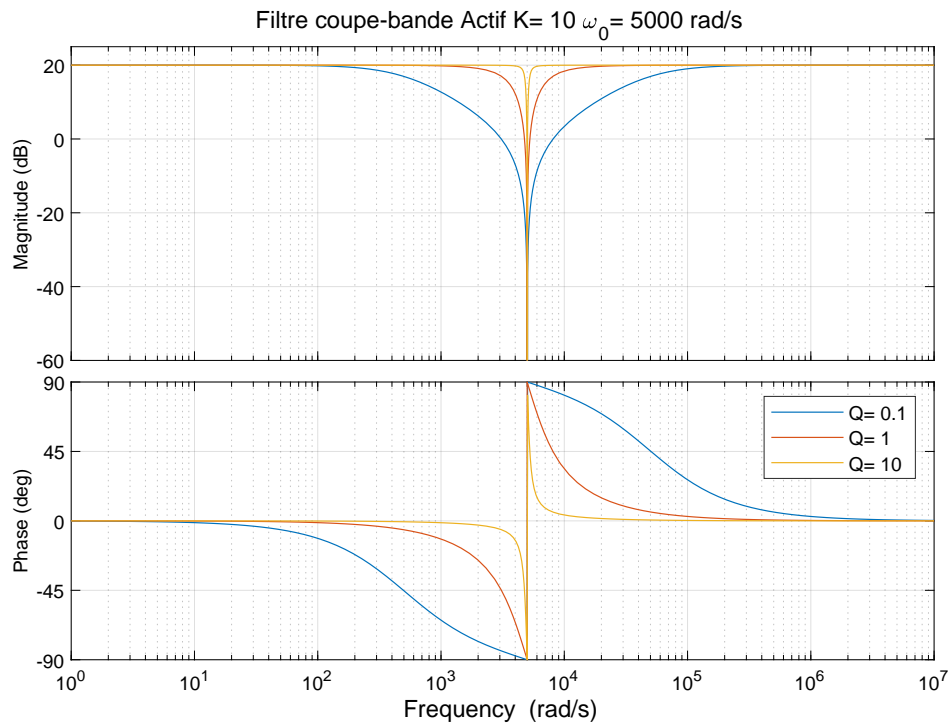


Figure 5.24: Filter coupe-bande Actif à gain positif

$$\underline{\omega = \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} = 1$$

$$G_{dB} = -\infty$$

si  $K > 0$ :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) + \arctan\left(\frac{0}{\mp \varepsilon}\right) - \arctan\left(\frac{2\xi}{0}\right) = \begin{cases} 0^\circ + 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ & \text{si } \omega = \omega_0 + \varepsilon \\ 0^\circ + 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ & \text{si } \omega = \omega_0 - \varepsilon \end{cases}$$

si  $K < 0$ :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0}{K}\right) + \arctan\left(\frac{0}{\mp \varepsilon}\right) - \arctan\left(\frac{2\xi}{0}\right) = \begin{cases} -180^\circ + 180^\circ - 90^\circ = -90^\circ & \text{si } \omega = \omega_0 + \varepsilon \\ -180^\circ + 0^\circ - 90^\circ = 90^\circ & \text{si } \omega = \omega_0 - \varepsilon \end{cases}$$

$$\underline{\omega \gg \omega_o} : \frac{\omega}{\omega_o} \rightarrow \infty$$

$$G_{dB} = 20\log_{10}|K|$$

si  $K > 0$ :  $\varphi = 0^\circ$

si  $K < 0$ :  $\varphi = -180^\circ (\equiv 180^\circ)$

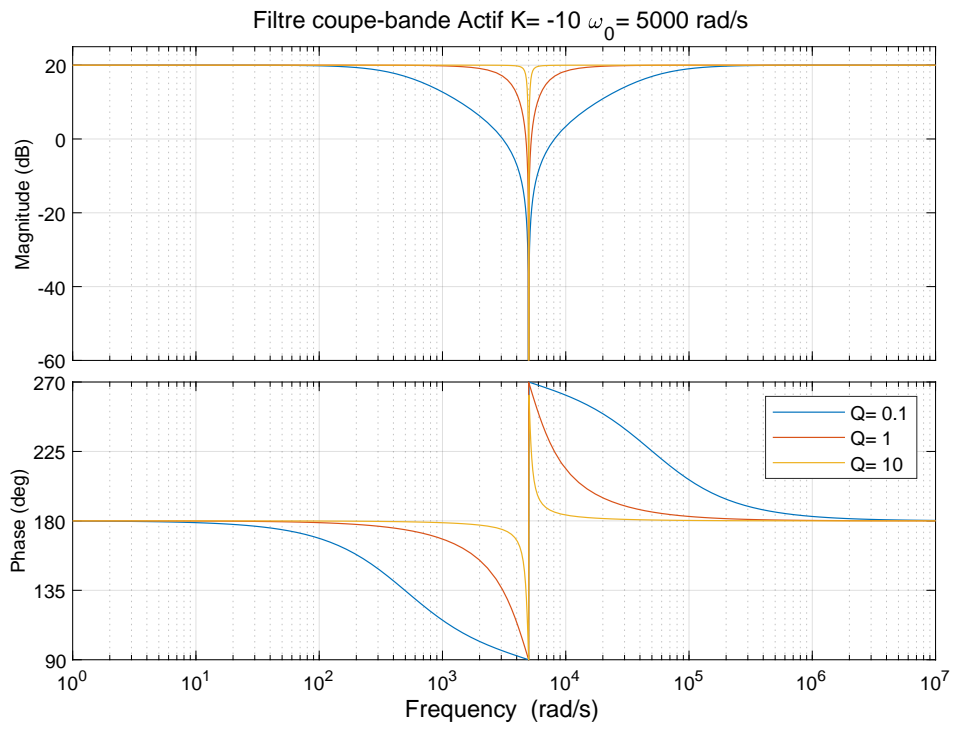


Figure 5.25: Filtre coupe-bande Actif à gain négatif

### 5.9 Exercices:

#### Exercice 01:

Soit le circuit de la figure 5.26 où  $v_o$  est la sortie du filtre et  $v_i$  l'entrée.

1. Exprimer la fonction de transfert  $H(j\omega)$  (tension de sortie sur tension d'entrée). Vous pouvez dans un premier temps déterminer le générateur de Thévenin de l'ensemble  $v_i$ ,  $R_1$  et  $R$ . En déduire l'expression de la fréquence de coupure à -3 dB et du gain maximum  $G_{max} = |H_{max}|$ .
2. Tracer l'allure du module de  $H$  et ses asymptotes sur le graphe de la figure 5.27 pour  $R = 10kW$ ,  $R_1 = R$ ,  $R_2 = \frac{R}{2}$  et  $C = \frac{50}{\pi}nF$ . Vous indiquerez sur le graphe en particulier la fréquence de coupure  $f_c$ , le gain maximum  $G_{max}$  et la valeur de  $G = |H|$  à  $\frac{f_c}{10}$ , à  $f_c$  et à  $10f_c$ .

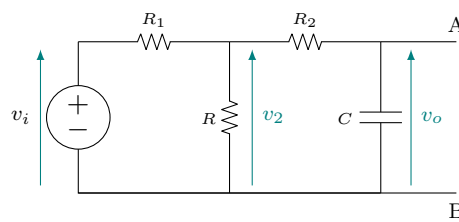


Figure 5.26

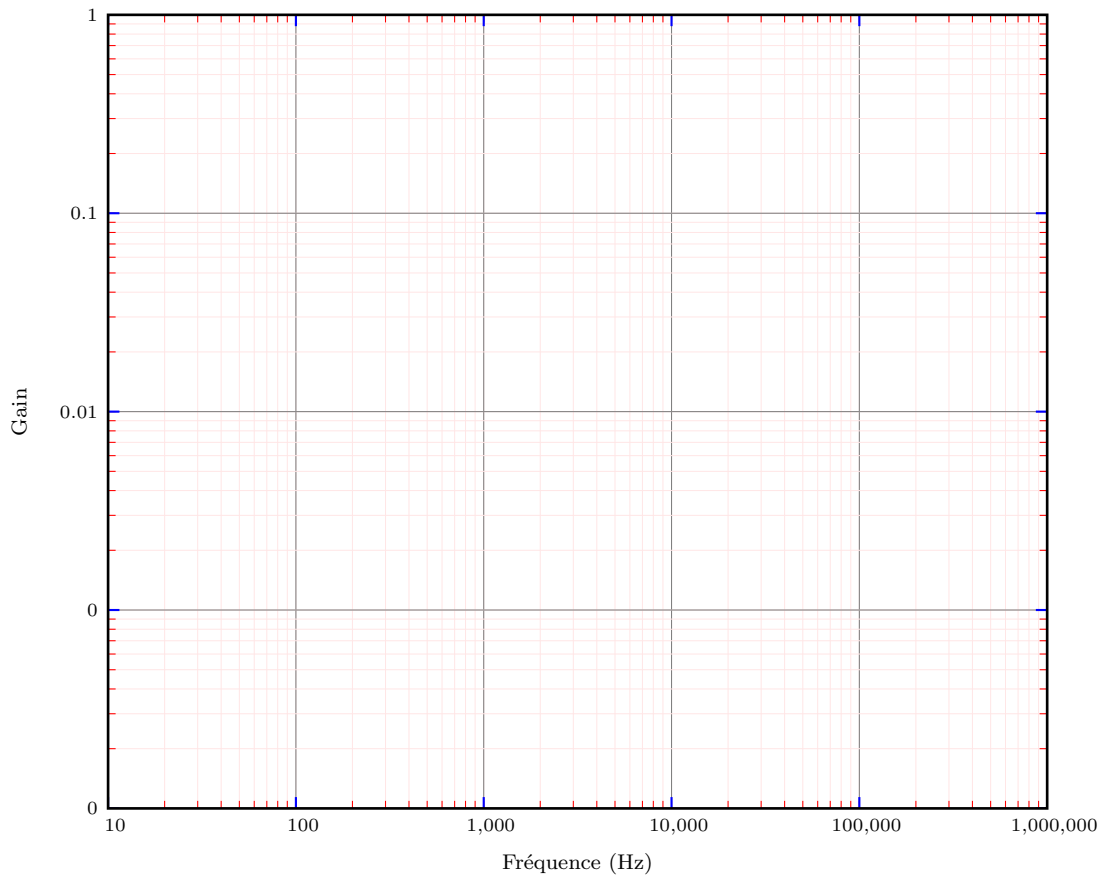


Figure 5.27

**Exercice 02:**

Soit le filtre linéaire dont la fonction de transfert est tracée sur la figure 5.28.

1. De quel type de filtre s'agit-il (passe-bas, passe-haut, passe-bande, coupe-bande) ? Quelle est sa fréquence de coupure à -3 dB ?
2. On applique en entrée du filtre le signal de la figure 5.29 (à gauche). Quelle est la fréquence de ce signal. Dessiner sur cette figure la tension en sortie du filtre. (Justifier.)
3. On applique maintenant en entrée du filtre le signal de la figure 5.29 (à droite). Dessiner sur cette figure la tension en sortie du filtre. (Justifier.)

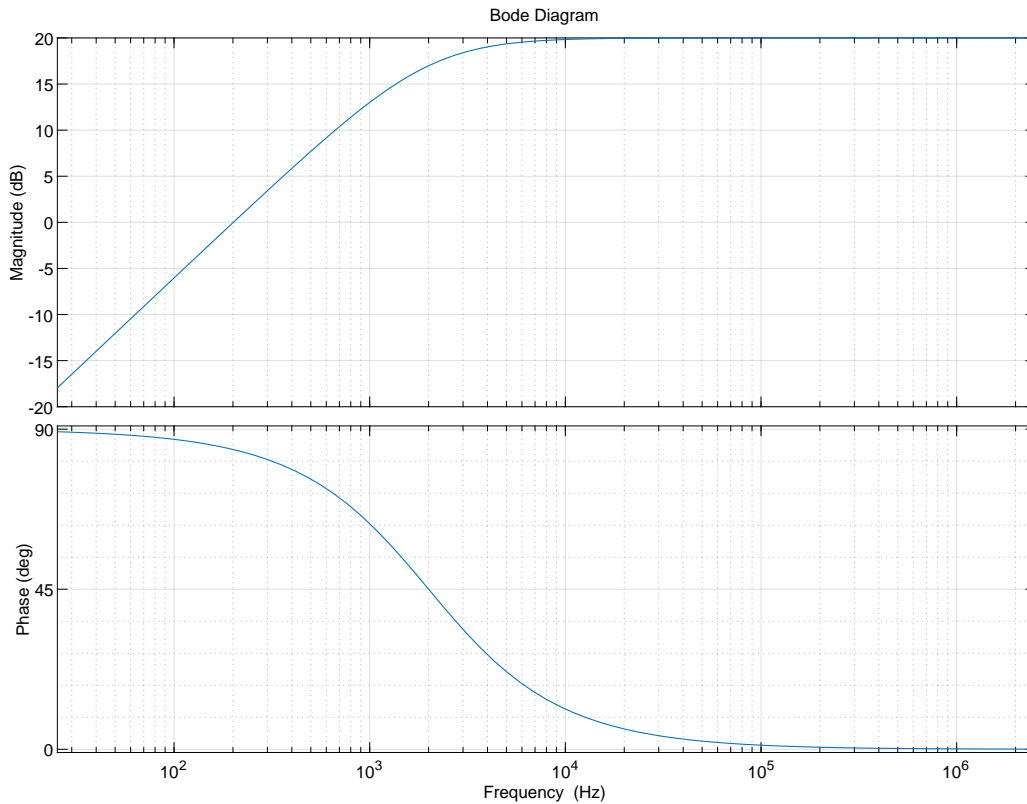


Figure 5.28

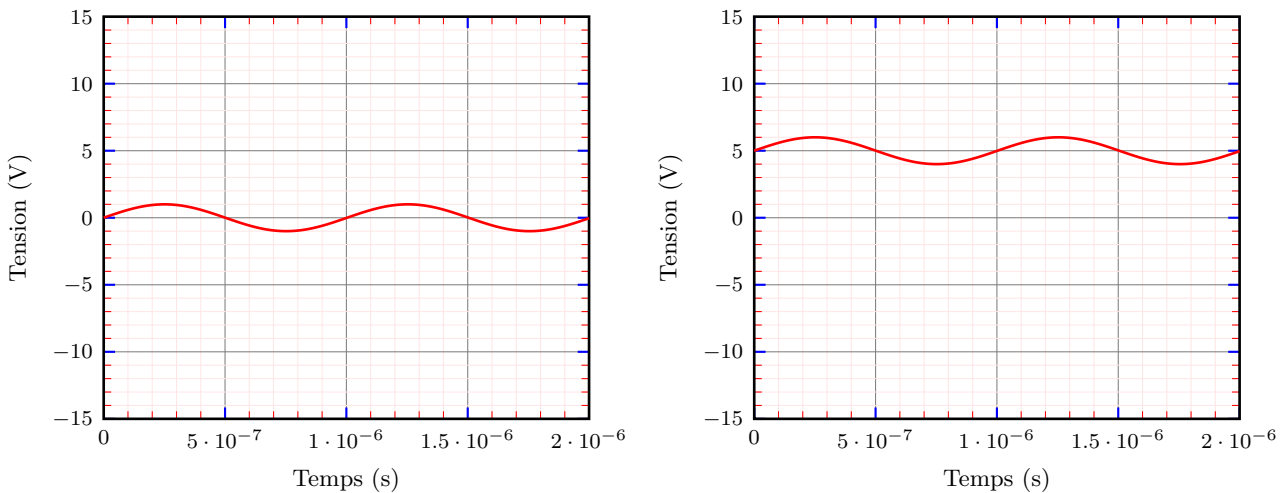


Figure 5.29

**Exercice 03:**

Soit le filtre passe-bas présenté dans la figure ci-dessous et dont le diagramme de Bode est illustré sur la figure 5.30, où  $v_o$  est la sortie du filtre et  $v_i$  signal l'entrée donné par:

$$v_{in}(t) = \underbrace{A \sin(2\pi ft)}_{\text{signal utile}} + \underbrace{B \sin(2\pi \nu t)}_{\text{signal parasite}}$$

$$= A \sin(\omega_A t) + B \sin(\omega_B t)$$

Avec:  $A = 0.05 \text{ V}$ ,  $\omega_A = 100 \text{ rad/s}$ ,  $B = 0.02 \text{ V}$  et  $\omega_B = 10000 \text{ rad/s}$ .

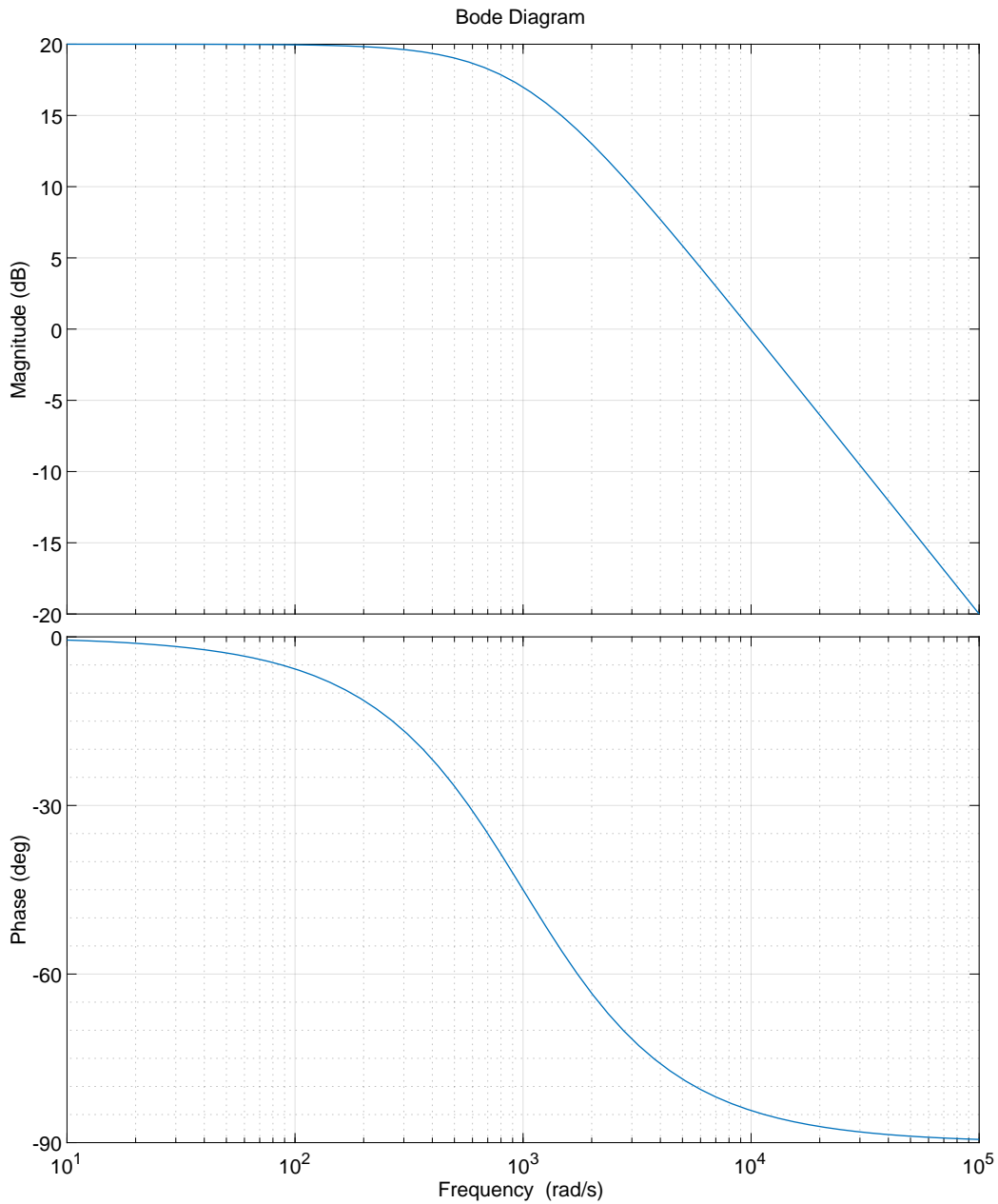


Figure 5.30

1. Quel est le rapport signal utile sur signal parasite (en amplitude) en entrée  $R_{in} = \frac{A}{B}$ ?
2. Quelle est l'expression de la tension de sortie  $v_o(t)$ ?
3. Quel est le rapport en amplitude ( $R_o$ ) du signal utile sur signal parasite en sortie?

**Exercice 04:**

Une antenne capte un signal bruité  $S$  de très faible amplitude constitué de trois signaux sinusoïdaux  $S_1$ ,  $S_2$ , et  $S_3$  de fréquences respectivement  $f_1 = 30$  kHz,  $f_2 = 8$  kHz et  $f_3 = 100$ kHz. Le signal  $S_2$  représente l'information.

- Proposer une solution pour éliminer les autres signaux ( $S_1$  et  $S_3$ ), et amplifier le signal information 100 fois.

**Exercice 5:**

Dans un circuit électrique, les tensions peuvent être parfois bruitées. Une tension parasite ou du bruit non souhaitée s'ajoute alors au signal utile. Cette tension peut être très gênante, notamment si elle n'est pas négligeable devant la tension utile. Pour estimer l'influence du signal parasite, on définit le rapport signal sur bruit ou S/B, entre la tension crête à crête du signal utile et la tension crête à crête du signal parasite ou du bruit. Un rapport signal sur bruit élevé signifie alors que le signal est moins parasité. Notre tension utile  $v_u$  est parasitée par la tension  $v_p$  dont la fréquence est bien supérieure à celle de  $v_u$  (Figure 5.31). La tension effectivement mesurée est  $v_e = v_u + v_p$ .

$v_u$  est sinusoïdale avec une fréquence de 1 kHz et une amplitude crête à crête de 1 V.  $v_p$  est un signal de forme quelconque que l'on considérera périodique avec une fréquence comprise entre 100 kHz et 1 MHz et d'amplitude crête à crête de 100 mV (dans cet exemple on a choisi une fréquence de 150 kHz).

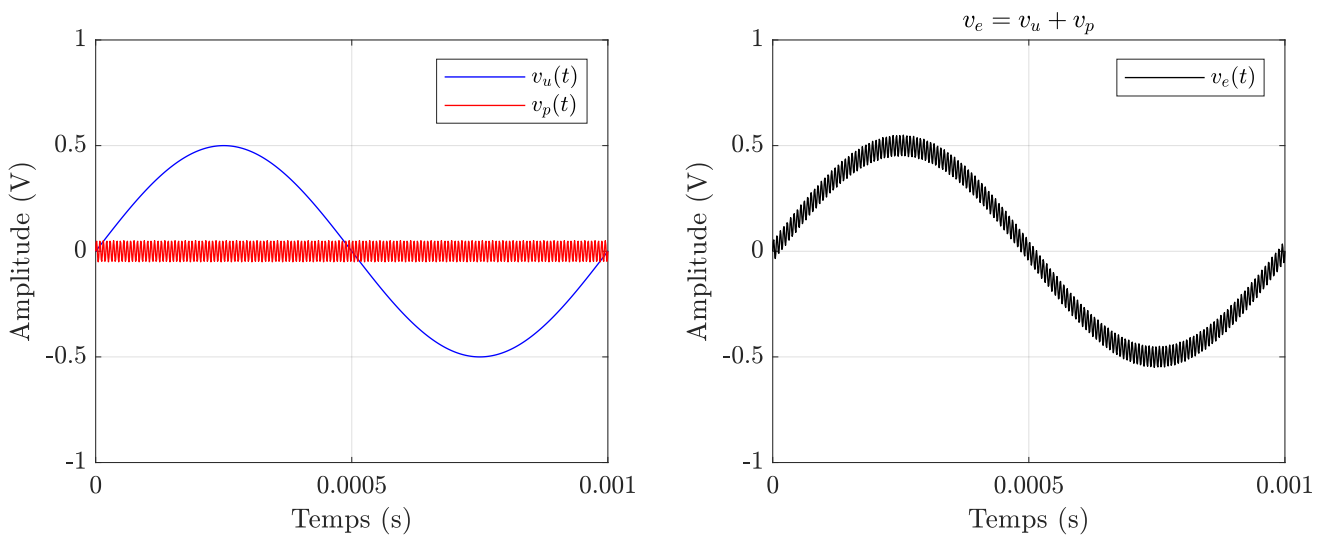


Figure 5.31

On souhaite débarrasser le signal  $v_e$  de ses parasites hautes fréquences (HF) à l'aide du circuit de la Figure 5.32 Il faut donc que  $v_s$  se rapproche le plus possible de  $v_u$  ( $v_s \approx v_u$ ). Pour cela, un filtre du premier ordre est envisagé.

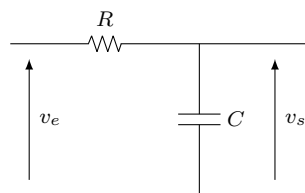


Figure 5.32

1. Déterminer la nature du filtre et justifier le choix d'un tel filtre pour éliminer les parasites HF,
2. Quel est le rapport signal sur bruit (S/B) du signal  $v_e$  en entrée du circuit?

3. Exprimer la fonction de transfert  $H(j\omega) = v_s(j\omega)/v_e(j\omega)$  en fonction de  $j\omega$ ,  $R$  et  $C$ . Déterminez la fréquence de coupure à -3 dB en fonction de  $R$  et  $C$ .
4. Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en fonction de  $f$ . Donner la valeur maximale du module en linéaire et en dB et la pente en dB/décade.
5. Proposer une valeur de fréquence de coupure permettant d'avoir un rapport signal sur bruit en sortie d'au moins 100 (c'est-à-dire de 100 dans le pire cas) ? Ce rapport a-t-il été amélioré grâce au circuit de la Figure 5.32 ? Utiliser le théorème de superposition pour raisonner.
6. Proposer des valeurs numériques pour la résistance  $R$  et la capacité  $C$  ( $\leq 1 \mu\text{F}$ ) du condensateur
7. Le signal  $v_e$  débarrassé de ses parasites HF peut également contenir des parasites basses fréquences (BF) essentiellement du 50 Hz d'amplitude crête à crête également de 100 mV. Proposer le schéma d'un deuxième filtre anti-parasite BF du premier ordre avec des éléments notés  $R_B$  et  $C_B$ . Quelle est sa nature ?
8. Proposez une valeur de fréquence de coupure à -3 dB permettant d'avoir un rapport signal sur bruit BF en sortie de ce filtre d'au moins 100. Quelles valeurs numériques peut-on choisir pour  $R_B$  et  $C_B$  ( $\leq 1 \mu\text{F}$ ) ?