



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULT : Génie Civil et Architecture
DEPARTEMENT : Génie Civil

MEMOIRE DE MASTER

Présenté par :

SEBKHAOUI Toufik
ROUABHIA Bilal

DOMAINE : Sciences et Technologies

FILIERE : Génie Civil

OPTION : Structures

Thème

Analyse numérique du flambement latéral des arcs et l'évaluation des effets des imperfections géométriques

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	qualité
Mr. Mouattah Kaddour	MCA	Président
Mr. Amara Saleh	MCA	Examineur
Mme. Bellakehal Hizia	MCA	Rapporteur
Mme. Gotteicha Messaouda	MAA	Co-rapporteur

Promotion : Juin - 2019

Remerciements

- *Toute notre parfaite gratitude et remerciement à Allah le plus puissant qui nous a donné la force, le courage et la volonté pour élaborer ce travail.*
- *Ainsi nous remercions tous les membres de jury d'avoir accepté d'examiner notre travail.*
- *C'est avec une profonde reconnaissance et considération particulière que nous remercions notre promotrice Mme.BELLAKEHALH. Hizia pour son soutien, ses conseils judicieux et sa grande bienveillance durant l'élaboration de ce projet.*
- *Nous saisissons également cette opportunité pour remercier les membres de bureau d'étude particulièrement Mr.BACHIRIA. et Mr. ZARGAD. qui nous ont beaucoup aidé pour élaborer ce travail.*
- *Nous remercions également l'ensemble des enseignants du département de génie civil.*
- *Enfin, à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin pour la réalisation de ce projet de fin d'étude.*

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin, ma mère qui a été à mes côtés et ma soutenu durant toute ma vie, et mon père qui a sacrifié toute sa vie afin de me voir devenir ce que je suis, merci infiniment mes parents.

A mes très chers frères Feïçel, Mohamed, Yassine, Hacem et Hoçine.

A mes meilleurs amis en particuliers Rouabhia Bilal, Zerga Djelloul, Bachiri Attia et Aroui Taher et à tous ceux qui me sont chère sans exception.

A notre directrice de mémoire : " Mme BELLAKEHAL Hizia" qui a fait tout son possible pour nous aider et nous orienté dans l'élaboration de notre mémoire.

A toute la promotion de Génie Civil 2019.

**SEBKHAOUI
TOUFIK**

Dédicaces

Rien n'est aussi beau à offrir que le fruit d'un labeur qu'on dédie du fond du cœur à ceux qu'on aime et qu'on remercie en exprimant la gratitude et la reconnaissance durant toute notre existence.

Je dédie ce modeste travail :

*A ceux que j'aime jusqu'à la frontière de l'imagination :
Ma mère, mon père, sans eux, je n'aurais pas abouti à ce stade d'étude,
que dieu puisse m'aider à les honorer, les servir et les combler.*

*A ma famille et mes proches
A mes frères Abdenour, Badis, Amina, Yasmine, Khadidja.*

A tous mes amis, en particulier : Sebkhawou Toufik, Chaib Saad, Atig Said, Bensaffidine soufiene

A tous mes enseignants.

*ROUABHIA
BILAL*

Notation et symboles :

B : rigidité de la coque cylindrique

EI : la rigidité flexionnelle de la barre dans le plan de sa courbure initiale.

e : Excentricité d'application de la force

G : module de cisaillement élastique

h : hauteur de poutre.

I_w : Moment de gauchissement

J : rigidité torsionnel

L : la longueur de la ligne centrale de l'arc d'un appui à l'autre.

M : le moment de flexion

P : force axiale

P_{cr} : la charge critique axiale de compression

p : la charge radiale uniformément répartie,

R : le rayon de courbure initial

u : déplacement latérale

w : Déplacement radiale

v : coefficient de poisson

β: facteur de la longueur effectif

ρ : Rayon de courbure après déformation.

θ : Aangle de torsion

Liste des figures

Figure I.1 : Schéma statique d'une catène et d'un arc.....	10
Figure I.2 : Les types des arcs.....	11
Figure I.3: Digramme de moment fléchissant. a) Poutre horizontale ; b) Poutre courbée.....	11
Figure I.4 : Digramme de moment fléchissant d'une poutre courbée.....	12
Figure I.5 : Géométrie de la déformation de l'arc.....	13
Figure I.6 : (a, b) Conditions d'appuis pour un arc parfait ;(c) arc circulaire soumis à une pression...	15
Figure I.7 : Arc circulaire bi-articulé soumis à une force concentrée et (b) la courbe <i>flèche – déformation ; Arc circulaire encastré soumis à une force concentrée.....</i>	19
Figure I.8 : Modèles d'enseignement de l'université Northwestern (1969) : déformation dans le plan d'une voûte haute sous une charge normale et verticale.....	20
Figure I.9 : Résultats expérimentaux de Roodra (1965a,b) comparés à la théorie.....	21
Figure I.10: (a) Poutre soumise à une charge transversale répartie (b) Poutre soumise à une charge concentrée (c) flambement latéral des arches.....	21
Figure I.11: (a, b) Poutre en I soumise à un moment de torsion, (c, d) déformations des semelles, et (e) diagramme de contrainte de déversement.....	24
Figure I.12 : (a) Système de référence pour les déplacements de l'axe de la section transversale ; (b, c) déformation de cisaillement due aux déplacements transversaux.....	25
Figure I.13: Flambement axial-torsionnel d'une poutre en I avec des conditions d'appuis différentes.....	27
Figure I.14: Modèles d'enseignement des colonnes cruciformes de l'université Northwestern (1969) (à gauche) flambement axial-torsionnel, (à droite) flambement par flexion plane.....	29
Figure I.15: (a) Flambement d'un faisceau, soumis à (b) un effort axial excentrique ou (c) un moment de flexion.....	30
Figure II.1: Arc encastré : (a) Schéma de charge à trois points ; (b) Schéma de charge à deux points ; (c) Paramètres géométriques.....	33
Figure II.2 : Propriétés des matériaux des éprouvettes.....	34
Figure II.3 : Montage expérimental.....	35
Figure II.4 : Conditions d'appuis encastrées.....	35

Figure II.5: Arrangement des transducteurs de déplacement à l'essai.....	36
Figure II.6: Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1.....	38
Figure II.7: Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1.....	38
Figure II.8: Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°2.....	39
Figure II.9: Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°2.....	39
Figure II.10: Mode de flambement hors plan de spécimens N°1.....	40
Figure III.1 : Conditions aux limites.....	44
Figure III.2: Diagramme Contrainte-Déformation de l'Acier.....	45
Figure III.3 : Élément quadratique à 4 nœuds.....	45
Figure III.4 : Maillage da la section par des éléments quadratiques.....	45
Figure III.5 : Exécution de calcul.....	46
Figure III.6 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1.....	47
Figure III.7 : Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°1.....	48
Figure III.8 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°2.....	48
Figure III.9 : Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°2.....	49
Figure III.10 : Diagramme Charge – Déplacement latérale - specimen N 01.....	50
Figure III.11 : Diagramme Charge – Rotation en torsion - specimen N 01.....	51
Figure III.12 : Diagramme Charge – Déplacement latérale - specimen N 02.....	51
Figure III.13 : Diagramme Charge – Rotation en torsion- specimen N 02.....	52
Figure III.14 : Diagramme de sensibilité de charge critique des arcs aux imperfections.....	53
Figure III.15 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1 au point O1.....	55
Figure III.16 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1 au point O2.....	55
Figure III.17 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1 au point O3.....	56
Figure III.18: Diagramme Charge-déformations latérales(sous deux types de charges) -Point O2.....	57

Liste des Tableaux

Tableau II.1 : Dimensions du modèle.....	34
Tableau II.2 : Dimensions des éprouvettes.....	34
Tableau II.3 : Propriétés des matériaux.....	34
Tableau III.1 : Coordonnées des points de l'élément modélisé.....	43
Tableau III.2 : Propriétés mécaniques des aciers.....	44

Table de matière

• Introduction.....	5
• Chapitre I : REVUE DE LITTERATURE	
I.1.Introduction.....	10
I.2. Initiations au calcul des arcs.....	10
I.2.1. Introduction.....	10
I.2.2.Flexion d'une barre courbée mince à axe circulaire.....	12
I.2.3.Théorie approximative des arcs parfaits avec une ligne de compression fixe...15	
I.2.4.Différents types d'arcs et l'effet des imperfections.....	17
I.2.5.Poutres à paroi mince.....	22
I.2.5.1.Introduction.....	22
I.2.5.2.Energie Potentielle et Équations Différentielles.....	23
I.2.5.3.Déformation de la section transversale.....	24
I.2.5.4.Flambement axial-torsionnel des colonnes.....	26
I.2.5.5.Flambement Latéral des poutres et arcs.....	29
• ChapitreII :ETUDE EXPERIMENTALE	
II.1.Introduction.....	33
II.2. Description des spécimens étudiés.....	33
II.3.Montage expérimental, conditions d'appuis et chargement.....	35
II.4.Résultats expérimentaux.....	37
• ChapitreIII : ANALYSE NUMERIQUE DE COMPORTEMENT AU FLAMBEMENT DES ARCS CIRCULAIRES	
III.1.Introduction.....	42
III.2.Présentation de Logiciel.....	43
III.3.Description des arcs étudiés.....	43

III.4.Etapes de modélisation des arcs.....	43
III.4.1.Géométrie et coordonnées des points de la section de l'arc modélisé.....	43
III.4.2.Conditions aux limites.....	44
III.4.3.Conditions de chargements.....	44
III.4.4. Propriétés du matériau.....	44
III.4.5Maillage.....	45
III.4.6.Exécution et calcul par le logiciel ABAQUS.....	46
III.5.Analyse des Résultats Numériques.....	47
III.6.Validation des résultats numérique.....	50
III.7.Etude Paramétrique.....	53
III.7.1.Effet des imperfections.....	53
III.7.2.Effet des conditions d'appuis.....	54
III.7.3.Effet des conditions de chargement.....	57
• Conclusion générale.....	58
• Bibliographies.....	59
• Annexe.....	64

INTRODUCTION

L'étude de l'instabilité des structures est l'un des problèmes qui menace la sécurité des ouvrages. Les phénomènes d'instabilité se présentent sous les formes les plus variées et souvent imprévisibles, et ils ont été la cause de grandes catastrophes. D'autres parts, leur étude présente des sérieuses difficultés d'ordre mathématique. On peut dire qu'à l'heure actuelle, à l'exception des barres tendues, le danger d'instabilité est partout présent. En effet, il menace les poutres droites sollicitées à la compression (flambement), à la flexion (déversement), à la torsion (voilement des parois), ... etc. Dans ce mémoire on se concentrera essentiellement sur le flambement qui est définie par l'inaptitude de l'élément de transmettre la force appliquée au sol par l'effet d'une flexion soudaine. Si une barre comprimée n'est pas suffisamment rigide, la flexion provoquée par une faible excentricité de l'effort peut être amplifiée et amener à sa ruine par instabilité. La stabilité de la barre dépend de la rigidité du matériau, de sa section et de la manière dont elle est appuyée à ses extrémités.

Le flambement affecte tous les éléments structuraux comprimés : colonnes des bâtiments, piles des ponts, barres des treillis, pylônes, tours, etc. Les arcs sont aussi des éléments essentiellement sollicités à la compression. Les arcs sont des poutres courbées dont les supports sont articulés ou encastés et qui supportent des charges concentrées ou réparties. Vue la complexité de calcul analytique de la charge critique de flambement et de déformations des arcs, le recours au calcul numérique par éléments finis est nécessaire. Le but de ce travail est d'analyser numériquement le comportement des arcs en acier de forme en I, soumises à des sollicitations et à des conditions d'appuis divers.

La structure de mémoire est composée par trois parties principales. La première partie présente une revue de littérature, dont lequel on a présenté une initiation au calcul des arcs, puis on a montré la formulation de l'équation différentielle de la déformée d'une barre mince. Par la suite, on a présenté la théorie approximative des arcs parfaits et la détermination de la charge critique de flambement. La deuxième partie consiste à la présentation du modèle expérimental qui sert à la validation des résultats numérique. La troisième partie est la partie essentielle de notre travail qui consiste à élaborer un modèle numérique capable de reproduire les résultats expérimentaux. La simulation en 3D a été réalisée par la méthode des éléments finis à l'aide de logiciel ABAQUS. A la fin une étude paramétrique a été faite en variant les paramètres suivants : l'excentricité de la force, les conditions d'appuis et les conditions de chargement. Une comparaison entre les résultats obtenus numériquement et les résultats expérimentaux, en termes de déformation latérale hors plan de l'arc

et la rotation en torsion, montre que le modèle numérique est en bon accord avec le modèle expérimental.

CHAPITRE I :

REVUE DE LITTERATURE

I.1. Introduction :

En observant un fil tenu à ses deux extrémités, on note que le fil est soumis à une traction pure sous l'effet de son poids propre. Il prend une forme dite de chaînette ; en suspendant ensuite un poids beaucoup plus important que celui du fil, toujours en traction pure, on obtient une forme brisée en deux segments ; par extension, il existe pour un chargement donné une forme géométrique dite funiculaire qui met la catène en traction pure. Lorsque le poids est uniformément réparti à l'horizontale, le funiculaire est une parabole. Le schéma inversé donne un arc en compression pure (Figure 1.1).

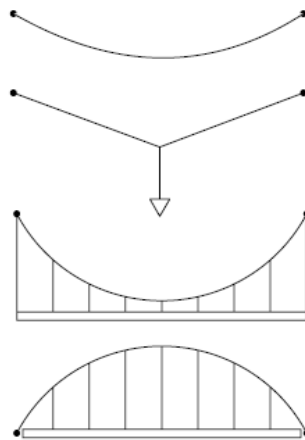


Figure I.1 : Schéma statique d'une catène et d'un arc.

En termes de schéma statique, l'arc est l'inverse de la catène : si le sens des efforts appliqués est contraire, on passe de la traction pure à la compression pure. On utilise l'arc en acier pour les ouvrages d'art et pour les grandes halles. Les produits utilisés sont généralement les caissons et les structures tridimensionnelles réticulées. Les catènes sont essentiellement utilisées pour les ouvrages d'art. On utilise généralement des câbles. Étant donné les conditions d'appuis (articulation ou encastrement pour les arcs, articulations pour les catènes) et les formes géométriques, ces deux types d'élément de structure travaillent principalement en compression ou en traction. [1]

À noter que les efforts aux appuis ont des composantes verticale et horizontale, et que cette dernière est d'autant plus importante que le rapport *flèche/corde* est faible. Des fondations importantes sont donc très souvent nécessaires pour reprendre ces efforts verticaux et horizontaux. Dans le cas particulier de l'arc, plus la courbure est faible (ou le rayon grand), plus l'arc est comprimé et plus il y a risque de flambement. Une solution pour éviter des fondations trop importantes consiste à équilibrer ces efforts horizontaux par un tirant. [1]

I.2. Initiations au calcul des arcs

I.2.1. Introduction

Les arcs sont des poutres courbées dont les supports sont articulés ou encastrés et qui supportent des charges concentrées ou réparties. Les arcs peuvent être isostatiques ou hyperstatiques. Les trois types d'arc les plus couramment rencontrés sont montrés ci-dessous. Dans ce paragraphe, on ne considéra que les arcs isostatiques à 3 nœuds. (Figure 1.2)

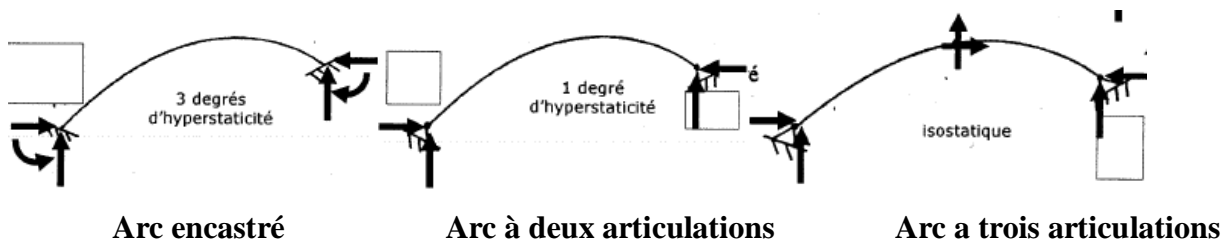


Figure I.2 : Les types des arcs

En comparant les diagrammes ci-dessous, on constate que le diagramme de moment fléchissant d'une poutre horizontale est identique à celui d'une poutre courbée reposant sur les mêmes appuis (Figure 1.3).

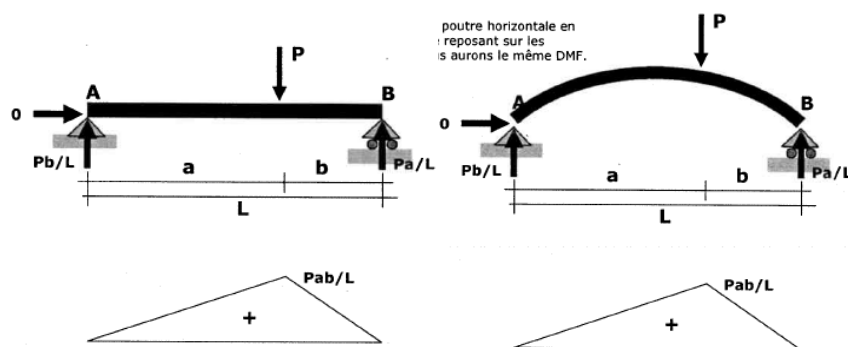


Figure I.3: Diagramme de moment fléchissant. a) Poutre horizontale ; b) Poutre courbée.

Si on empêche le déplacement horizontal de l'appui **B**, les forces horizontales vont produire un moment négatif dans la poutre. Le moment fléchissant dans la poutre sera alors inférieur à celui de la poutre droite (Figure 1.4).

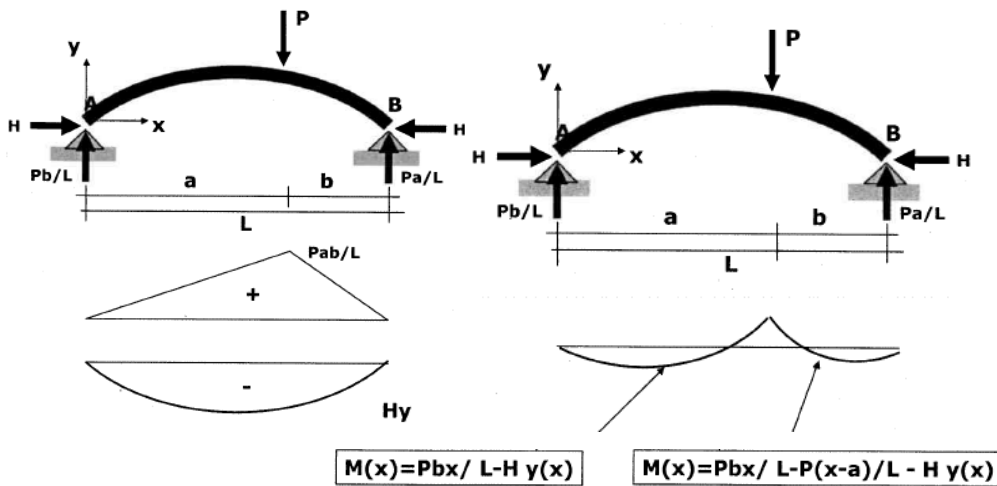


Figure I.4 : Digramme de moment fléchissant d'une poutre courbée.

- Dans une poutre, les moments de flexion sont importants et l'effort normal est nul ou faible,
- Dans un arc, les moments de flexion sont relativement faibles tandis que l'effort normal, généralement de compression, est important,
- La composante horizontale de réaction, appelée la poussée de l'arc, est responsable de la différence dans la distribution des efforts entre une poutre et un arc.

Puisque le diagramme d'effort tranchant est construit en considérant l'équilibre des forces verticales, donc le diagramme d'effort tranchant, exprimé dans le système d'axe global, de l'arc et de la poutre sont identiques.

I.2.2. Flexion d'une barre courbée mince à axe circulaire

Considérons une barre courbée **AB** (Figure 1.5) légèrement déformée dans le plan de sa courbure initiale, et supposons que ce plan est le plan de symétrie de la barre.

En indiquant par **R** le rayon de courbure initial de la ligne médiane de la barre et par ρ le rayon de courbure après déformation à n'importe quel point de la ligne médiane définie par l'angle θ . On peut exprimer la relation entre la variation de courbure et le moment de flexion **M** dans le cas d'une barre mince par l'équation [2] :

$$EI \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{R} \right) = -M \quad (1)$$

Dans lequel EI est la rigidité flexionnelle de la barre dans le plan de sa courbure initiale.

Le signe moins sur le côté droit de l'équation découle du signe du moment de flexion, qui est considéré comme positif lorsqu'il produit une diminution de la courbure initiale de la barre.

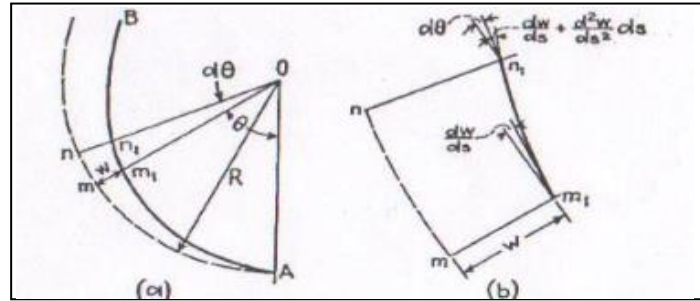


Figure I.5 : Géométrie de la déformation de l'arc

La variation de la courbure de la barre durant la flexion va être trouvée en considérant la déformation d'un petit élément mn de l'anneau compris entre deux rayons qui forment un angle $d\theta$ entre eux.

La longueur initiale de l'élément et sa courbure initiale sont :

$$ds = R d\theta \quad \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R} \quad (2)$$

La valeur de déplacement radial w d'un point m durant la flexion est supposée être petite.

Ce déplacement est pris positif lorsqu'il est dirigé vers le centre.

Il y aura également un certain déplacement du point m dans la direction tangentielle, mais cela sera ignoré, et nous supposons que la courbure de l'élément mn après déformation est celle de l'élément m_1n_1 compris entre les mêmes rayons mO et nO .

Cette dernière courbure est donnée par l'équation :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta + \Delta d\theta}{ds + \Delta ds} \quad (3)$$

Dans lequel $d\theta + \Delta d\theta$ désigne l'angle entre les sections transversales normales m_1 et n_1 de la barre déformée, et $ds + \Delta ds$ désigne la longueur de l'élément m_1n_1 .

Pour calculer le petit angle $\Delta d\theta$, nous notons que l'angle entre la tangente à la ligne médiane à m_1 et le perpendiculaire au rayon mo est $\frac{dw}{ds}$ (figure 7.1b). L'angle correspondant à la section transversale n_1 est :

$$\frac{dw}{ds} + \frac{d^2w}{ds^2} ds$$

Et donc

$$\Delta d\theta = \frac{d^2w}{ds^2} ds \quad (4)$$

Lorsque la longueur de l'élément m_1n_1 est comparable à celle de l'élément mn le petit angle $\frac{dw}{ds}$ est négligé et la longueur m_1n_1 est prise égale à $(R - w) d\theta$. Alors :

$$\Delta ds = -w d\theta = -\frac{w ds}{R} \quad (5)$$

La substitution des expressions **(d)** et **(e)** dans l'équation **(c)** donne

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta + \left(\frac{d^2w}{ds^2}\right) ds}{ds(1 - w/R)}$$

Ou, en négligeant les petites quantités d'ordre supérieur :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{w}{R}\right) + \frac{d^2w}{ds^2}$$

En remplaçant ceci par l'équation **(a)**, on obtient

$$\frac{d^2w}{ds^2} + \frac{w}{R^2} = -\frac{M}{EI} \quad (6)$$

Ou

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{MR^2}{EI} \quad (7)$$

L'équation (7) représente l'équation différentielle de la courbe de la flèche d'une barre mince avec une ligne médiane circulaire. Pour un rayon R infiniment grand, cette équation coïncide avec celle d'une barre droite.

I.2.3. Théorie approximative des arcs parfaits avec une ligne de compression fixe

Un arc parfait est un arc dans lequel la ligne centrale avant le flambement coïncide avec la ligne de compression qui représente les points d'application des forces normales résultantes dans les sections transversales le long de l'arc (appelée également la ligne funiculaire). Les arcs parfaits sont, par exemple, des arcs circulaires sous une pression radiale uniforme, des arcs paraboliques sous une charge répartie verticale dont la projection horizontale est uniforme, et des arcs caténaux soumise à leur poids propre qui est constant le long de l'arc, à condition que les conditions aux limites ne permettent pas l'apparition de moments de flexion significatifs. (Par exemple, les arcs bi-articulés et les arcs encastrés doivent disposer des appuis glissants radialement pour ne pas avoir des moments de flexion lors l'application d'une pression radiale uniforme, voir Figure 1.6 a et b). Bien que de telles conditions d'appuis ne soient pas normalement utilisés, mais si l'arc n'est pas trop élancé, les moments de flexion produits par les conditions aux limites dues à la compression de la ligne centrale sont faibles et peuvent être négligés. De toute façon, l'hypothèse de l'incompressibilité de la ligne centrale implique que ces moments de flexion soient nuls (dans la Figure 1.6 a, et b, cela ne permet pas le glissement radial des appuis). [3]

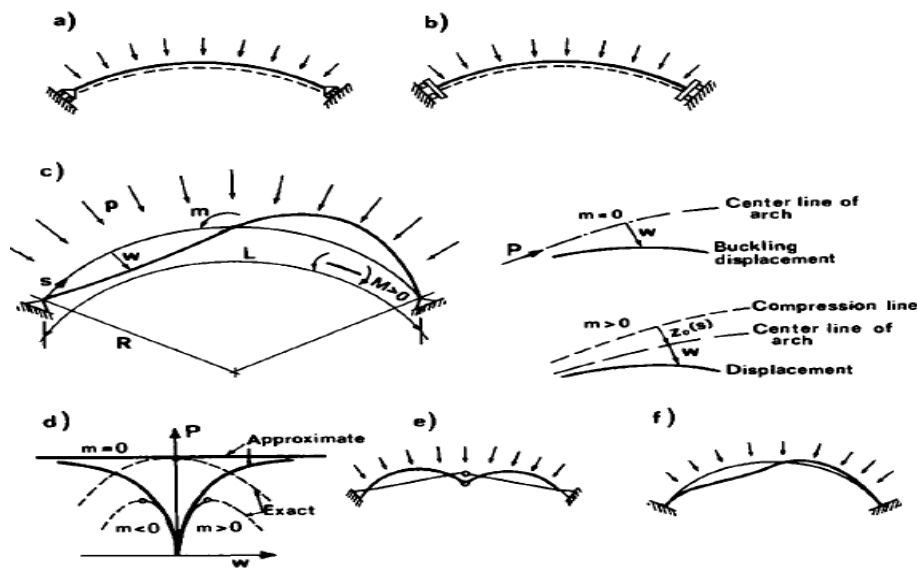


Figure I.6 : (a, b) Conditions d'appuis pour un arc parfait ;(c) arc circulaire soumis à une pression radiale uniforme et un moment perturbateur m ; (d) le comportement approximatif et le comportement exact ; (e, f) modes de flambement des arcs bi-articulés et encastrés.

Une simplification utile est due au fait que, pour les arcs élevés bi-articulés, les réactions résultantes de l'arc ne se déplacent pas de manière significative pendant le flambement. Donc, la ligne de compression reste fixée, c'est-à-dire ne bouge pas avec les sections transversales pendant le flambement.

Par conséquent, le moment de flexion M dû à la déformation de flambement w est simplement égale à $(-Pw)$ (Figure 1.6.c), et l'équation (7) prend la forme :

$$\frac{d^2w}{ds^2} + K^2w = 0 \quad K^2 = \frac{1}{R^2} + \frac{P}{EI} \quad (8)$$

Conjointement avec les conditions aux limites pour $w(s)$, l'équation (8) définit un problème de conditions aux limites unidimensionnel pour $w(s)$.

Le problème peut être facilement résolu si k est constant, ce qui se produit pour un arc circulaire ($R = const.$) et si la force axiale P est constante. Ce cas est obtenu si le chargement consiste en une charge radiale uniformément répartie p , alors $P = pR = const$, selon l'équation différentielle de l'équilibre. Pour les autres types d'arcs mentionnés ci-dessus, la force axiale augmente du sommet vers les appuis.

Considérant maintenant un arc circulaire à deux articulations avec une ligne centrale incompressible et n'a aucune imperfection, soumis à une pression radial uniforme (Figure 1.6.c). L'équation différentielle (8) ainsi que les conditions aux limites des articulations ($w = 0$) peuvent être satisfaites (pour $P = const$) par la solution :

$$w = A \sin(n\pi s / L)$$

Où : L est la longueur de la ligne centrale de l'arc d'un appui à l'autre.

En substituant w dans l'équation (8), on obtient : $n^2\pi^2/L^2 = 1/R^2 + pR/EI$, qui donne comme valeur critique de p la formule, selon Hurlbrink (1908):

$$P_{crn} = \frac{EI}{R^3} \left[\frac{n^2\pi^2}{\left(\frac{L}{R}\right)^2} - 1 \right]; \quad (n = 2, 4, 6, \dots) \quad (9)$$

Maintenant, il y a un point intéressant concernant la forme de la déformée des arcs. Afin de satisfaire la condition d'inextensibilité de la ligne centrale, il faut que le nombre d'ondes semi-sinusoïdales d'un appui à l'autre soit pair. Car les demi-ondes vers le haut tendent à dilater l'arc tandis que celles vers le bas tendent à le comprimer, et chacun doit être exactement compensé par un autre. Par conséquent,

la plus petite valeur admissible de n dans l'équation (9) n'est pas $n = 1$ mais $n = 2$. Ceci a été noté par Hurlbrink (1908), bien que l'équation différentielle Eq. (8) ait été obtenue avant lui par Boussinesq (1883).[5]

La formule (9) s'applique également à un anneau circulaire ; dans ce cas, elle donne $p_{cr2} = 0$ car $L/R=2\pi$. Ceci n'est pas étonnant puisque, dans ce cas, les deux appuis coïncidents et l'arc n'a plus un appui statiquement déterminé. En revanche, il peut tourner librement comme un corps rigide autour de l'appui. La plus petite charge qui provoque le flambement est donc : $p_{cr4} = 3EI/R^3$

Cette dernière solution peut également être utilisée pour les coques cylindriques, qui se déforment dans un mode de translation symétrique le long de l'axe du cylindre (ceci ne peut être permis que si la charge ne varie pas le long de l'axe). Dans ce cas, la rigidité flexionnelle EI doit être remplacée par la rigidité de la coque cylindrique ; $B=Eh^3/12(1-\nu^2)$, où h est l'épaisseur de la coque et ν est le coefficient du Poisson.

1.2.4. Différents types d'arcs et l'effet des imperfections

Souvent, les sections transversales de l'arc ne sont pas, avant le flambement, sollicitées axialement, c'est-à-dire qu'il y a un moment de flexion initial $M_0(s) = -Pz_0(s)$, où $z_0(s)$ est la distance entre la ligne centrale de l'arc non-déformé et la ligne de compression (Figure 1.6.c). Dans ce cas, nous avons sur le côté droit de l'équation (8) le terme $M_0(s) / EI$ au lieu de zéro. C'est le cas, par exemple, lorsqu'un moment $m \neq 0$ est appliqué comme l'indique la Figure (1.6.c). Au lieu le flambement par bifurcation avec la charge critique de l'équation (9), on obtient une courbe *charge – flèche* qui est similaire à la solution linéarisée des colonnes imparfaites, et qui est limitée à des déformations infinies par la charge critique donnée par l'équation (9) (Figure 1.6.d). Notez cependant qu'un tel comportement n'est obtenu que si l'arc est chargé de manière asymétrique. Les composants symétriques des charges ne peuvent produire que des déformations finies, mais ne peuvent pas exciter le premier mode critique puisque n doit être pair (Eq.9).

L'équation (9) peut être mise sous la forme (pour $n = 2$) :

$$p_{cr}R = P_{cr} = \frac{n^2 EI}{\left(\frac{\beta L}{2}\right)^2} \quad (10)$$

Dans lequel βL représente la longueur effective, $\beta = 2/[4 - (L^2/\pi^2 R^2)]^{1/2}$, et P_{cr} représente la charge critique axiale de compression

Pour L/R tend vers zéro, nous avons $\beta = 1$, ce qui correspond à un arc d'une très faible élévation (Cependant, dans ce cas l'équation (10) est invalide car l'effet de l'extensibilité axiale devient important). Pour $L/R = \pi$, nous avons $\beta = 1,15$, ce qui correspond à un demi-cercle. Vu que la forme de flambement représenté par la Figure (1.6.c), présente un point d'inflexion au sommet, il est intéressant que la valeur de β , comprise entre 1 et 1.15, ne soit pas trop différente de celle d'une colonne articulée d'une longueur de $L/2$, ($\beta = 1$)

Les arcs à trois articulations d'une hauteur suffisamment élevée ont une forme de flambement antisymétrique similaire à celle d'un arc à deux articulations. Selon Austin (1971) [6], $\beta = 1.14$ à 1.15 . Il est à noter que cette valeur n'est pas très différente de la valeur de β obtenue pour un arc semi-circulaire à deux articulations. Cependant, les arcs à trois articulations qui ne sont pas trop profond, le flambement devient symétrique, selon la forme illustrée à la Figure (1.6.e).

Les arcs encastés ne peuvent pas être résolue par la même procédure puisque la ligne de compression se déplace pendant le flambement. Il est alors préférable de résoudre ces arcs par des méthodes énergétiques approximatives. Timoshenko et Gere (1961) présentent une solution obtenue par Nicolai (1918), d'où il apparaît que $\beta = 0,70$ à $0,71$ (voir aussi Austin, 1971). Notez que le facteur de la longueur effectif β est plutôt proche de la valeur d'une colonne *encastée – articulée* d'une longueur de $L/2$. Ceci n'est pas étonnant, puisque le flambement de ce type d'arc est caractérisé par un point d'inflexion ($M = 0$) au sommet (Figure 1.6.f).

Les données présentées dans Timoshenko et Gere (1961) pour les arcs paraboliques soumises à une charge verticale uniformément répartie sur la projection horizontale, ainsi que les arcs caténaux soumis à son poids propre, montrent que la valeur du facteur de la longueur effective β est très proche de celle qui a été mentionnée pour les arcs circulaires soumis à une charge normale (Austin, 1971). Pour les formes typiques d'arc, et pour une charge critique axiale de compression P les quarts de points de la travée, β prend les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 \beta = 0.68 \text{ to } 0.73 & \quad : \text{ Arc encasté} \\
 \beta = 1.10 \text{ to } 1.24 & \quad : \text{ Arc bi-articulé} \\
 \beta = 1.10 \text{ to } 1.15 & \quad : \text{ Arc à trois articulations, sauf les arcs caténaux}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Pour le cas de poids propre, DaDeppo et Schmidt (1971) ont montré que les arcs circulaires bi-articulés ont une valeur de la charge critique axiale de compression significativement plus petite que sous un chargement normal.

Le cas des arcs circulaires chargés par une force concentrée au milieu a été analysé par DaDeppo et Schmidt (1969). La charge critique de compression à les quarts de points, donnée par l'équation (7), correspond dans ce cas aux valeurs $\beta = 1.0$ à 1.14 , ce qui est à peu près la même que pour une charge uniformément répartie. La déformation avant le flambement due au moment de flexion initial ne peut évidemment pas être négligée dans ce cas. Ça conduit, pour un arc bi-articulé, à une courbe flèche – charge du type illustré à la Figure (1.7) À la charge critique, on constate l'intersection du mode symétrique avec un mode antisymétrique dont lequel la courbe prend une pente négative. Après le point de bifurcation l'arc suit ce second tronçon de la courbe où les déformations ne sont pas symétriques. Ceci cause une sensibilité aux imperfections. Comme le montre la Figure (1.7.a) la présence d'imperfections inévitables fait que la courbe *flèche – charge* a une charge maximale inférieure à la charge critique du point de bifurcation.

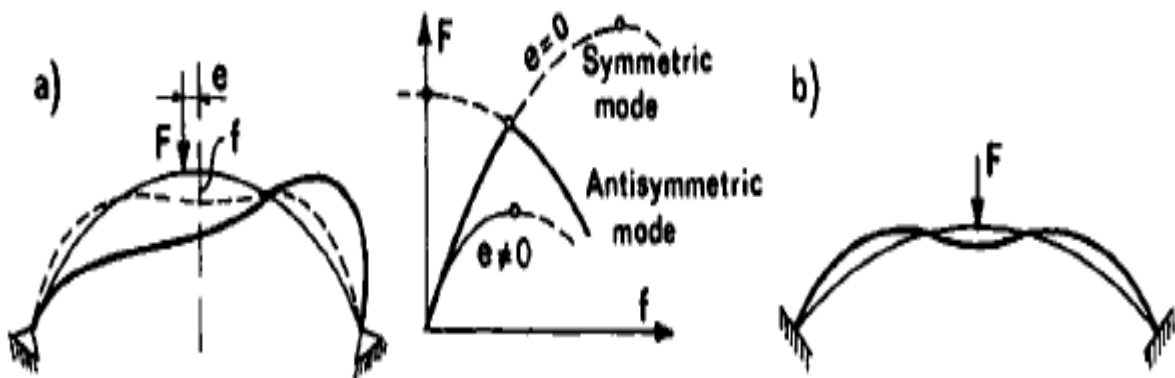


Figure I.7 : Arc circulaire bi-articulé soumis à une force concentrée et (b) la courbe *flèche – déformation* ; Arc circulaire encastéré soumis à une force concentrée.

D'autre part, les arcs encastérés soumises à une force concentrée au milieu se déforment d'une manière symétrique (Figure 1.7.b). Pour ce cas, la valeur du facteur de la longueur effectif est $\beta = 0.70$ à 0.83 , qui est considérablement plus grande que celle correspond à une charge répartie normal (Schmidt et DaDeppo, 1972).

Un point important concernant les arcs élancés est qu'elles sont sensibles aux imperfections. Cela signifie, contrairement aux colonnes, que les imperfections telles que l'asymétrie de la force appliquée entraînent une diminution de la charge maximale par rapport à la charge critique de l'arc parfait. Ceci est due à l'apparition d'un mode de déformation asymétrique. Le type de bifurcation dans le flambement des arcs est appelé instabilité symétrique (Figure 1.6.d).

Les modes de flambement symétriques d'un arc circulaire sous des charges radiales ou verticales sont illustrés à la Figure (1.8.a, et b) par le modèle expérimental développé dans l'université du Nord-Ouest (1969).

Les résultats des expériences de Roorda (1965a, b) sont montrés à la Figure (I.9.a, et b). La Figure (I.9.a) montre la courbe rotation – charge pour quelque valeur d'excentricité de force. La charge critique de l'arc imparfait diminue avec l'excentricité de la force, comme le montre le diagramme de sensibilité aux imperfections de la Figure (I.9.b.)

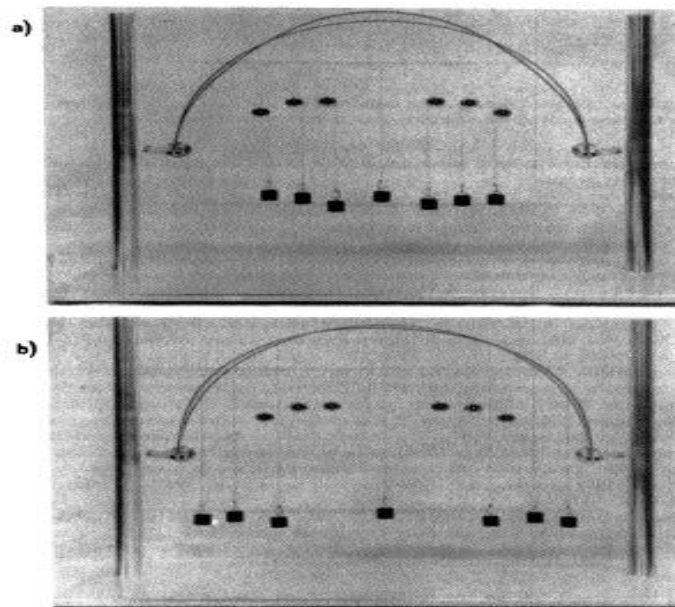


Figure I.8 : Modèles d'enseignement de l'université Northwestern (1969) : déformation dans le plan d'une voûte haute sous une charge normale et verticale.

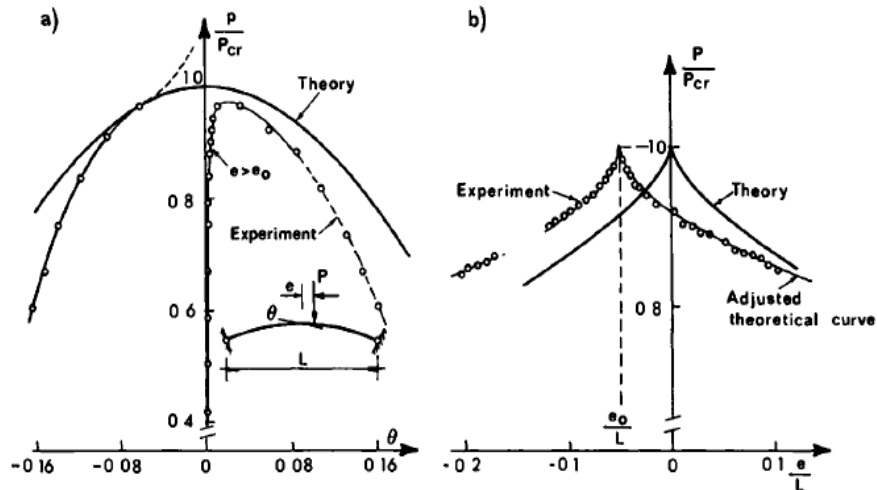


Figure I.9 : Résultats expérimentaux de Roodra (1965a,b) comparés à la théorie.

Les arcs peuvent également être déviés latéralement, avec un mode de *flexion-torsionnel*. Le flambement latéral des arcs est l'une des applications importantes de la théorie des poutres à paroi mince (figure 1.10.c). Pour résoudre le problème des arcs, la formulation pour les poutres droites à parois minces doit être généralisée à des poutres courbées à parois minces. La modification consiste à remplacer les variables v'' , w'' , et θ' par des expressions appropriées pour les flexions déviées et l'angle de torsion spécifique qui tiennent compte du rayon de courbure de la poutre. En utilisant de telles expressions de courbure généralisées (voir, par exemple, Vlasov, 1959 ou Bazant, 1965), on peut obtenir une expression analogue pour la fonction d'énergie potentielle à partir de laquelle découlent les équations différentielles du problème.

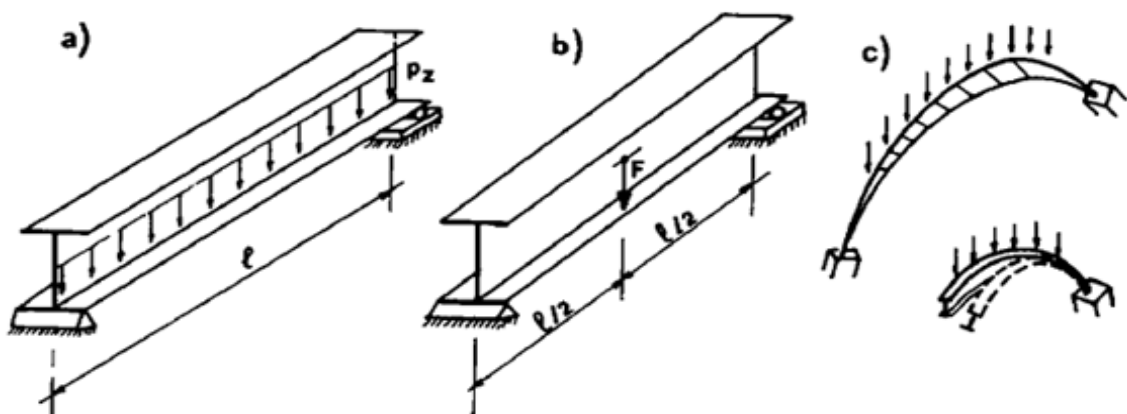


Figure I.10: (a) Poutre soumise à une charge transversale répartie (b) Poutre soumise à une charge concentrée (c) flambement latéral des arcs

I.2.5. Poutres à paroi mince

I.2.5.1. Introduction

Comme le suggère le terme "poutre", les poutres à paroi mince sont des structures pouvant être traitées comme étant unidimensionnelles, caractérisées par des variables de déformation et des efforts internes de la section transversale qui ne dépendent que de la coordonnée longitudinale x .

Les formules de base de la théorie de poutre sont la théorie de la flexion et la théorie de la torsion. Dans la théorie de la flexion, les déformations de cisaillement sont négligées et dans la théorie élémentaire de la torsion des barres circulaires, les déformations normales longitudinales (ainsi que les contraintes) sont égales à zéro. En revanche, dans la théorie des poutres à parois minces, les charges de torsion produisent également des contraintes et des déformations normales, tandis que les charges longitudinales ou transversales induisent une torsion, donc la déformation des poutres à paroi mince implique des déformations à la fois normales et de cisaillement. C'est-à-dire la torsion et la flexion deviennent couplées. Par conséquent, une section plane avant déformation ne peut plus être supposée rester plane après déformation.

Les déplacements longitudinaux ne sont pas conformes à une distribution linéaire dans le plan de la section transversale et la section transversale montre un voilement hors plan sous l'effet de la torsion. Le voilement n'est généralement pas le même dans les sections transversales adjacentes, ce qui engendre évidemment des déformations et des contraintes normales longitudinales.

La perte de stabilité des poutres à paroi mince se produit souvent par une combinaison de flexion et de torsion, même si la charge consiste à des charges transversales et axiales dans un seul plan. Les types principaux de cette instabilité sont le flambement latéral des poutres et le flambement axial-torsionnel des colonnes.

Les développements fondamentaux ont eu lieu dans les années 1930 et 1940. Parmi les premiers contributeurs nous citons : Wagner (1936), Vlasov (1959), Timoshenko (1945), Ostenfeld (1931), Bleich et Bleich (1936), Kappus (1937), Lundquist et Fligg (1937), Goodier (1941). Un exposé détaillé de la théorie des poutres à parois minces a été donné dans les travaux de Vlasov (1959), Bleich (1952), Timoshenko et Gere (1961), Murray (1984), ainsi d'Oden et Ripperger (1981).

I.2.5.2. Energie Potentielle et Équations Différentielles

La raison pour laquelle les sections transversales sont soumises au voilement par la torsion s'explique facilement en considérant d'abord le comportement des poutres en I. Lorsque la poutre en I est soumise à un moment de torsion uniforme M_t , l'angle de torsion spécifique θ' est distribué uniformément le long de la poutre, comme illustré par la vue en plan de la poutre à la figure 1.11a. On dit que la poutre subit une torsion uniforme ($\theta' = \text{constante}$). Toutefois, pour des conditions aux limites générales, ou un moment M_t non uniforme, ou une section transversale variable, la torsion obtenue est non uniforme.

Prenant le cas le plus facile qu'est la torsion d'une poutre en I dont la section est symétrique par rapport aux axes vertical et horizontal, et dont les semelles et l'âme sont tous les deux encastrés à une extrémité, comme illustré à la figure 1.11.c. L'autre extrémité de la poutre est libre. En ce qui concerne les déplacements horizontaux, chaque semelle peut être considérée comme une poutre indépendante. Si les semelles dans les deux extrémités ne sont soumises à aucun déplacement axial et que la poutre est soumise à un moment de torsion uniformément réparti M_t , la déformation de la poutre est celle représentée à la vue en plan de la figure 1.11a. Les sections transversales des deux semelles tournent autour de l'axe vertical par des angles égaux en tous points le long de la poutre. Donc, les semelles ne sont soumises à aucune flexion et restent exemptes de contraintes et de déformations normales axiales. La torsion ne produit que des contraintes de cisaillement. C'est le cas de torsion simple, qui se présente généralement dans les poutres de section constante si la torsion est uniforme. Les sections transversales de la poutre en I ne restent toutefois pas planes mais se déversent hors leur plan, car les sections transversales des semelles opposées tournent dans le sens opposé autour de l'axe vertical.

Si les semelles à une extrémité sont encastrées (Fig. 1.11a.b), la rotation illustrée à la Figure 1.11a ne peut pas être adaptée à l'extrémité bloquée. Donc, chaque semelle subit une flexion dans le plan horizontal. Les semelles supérieure et inférieure se penchent vers des côtés opposés, ce qui provoque à nouveau le diversement hors plan des sections transversales. Cependant, dans le cas d'une torsion non uniforme le diversement est accompagné de déformations et de contraintes axiales associées à la flexion des semelles dans les plans horizontaux. Il en va de même lorsque le moment de torsion M_t varie le long de la poutre.

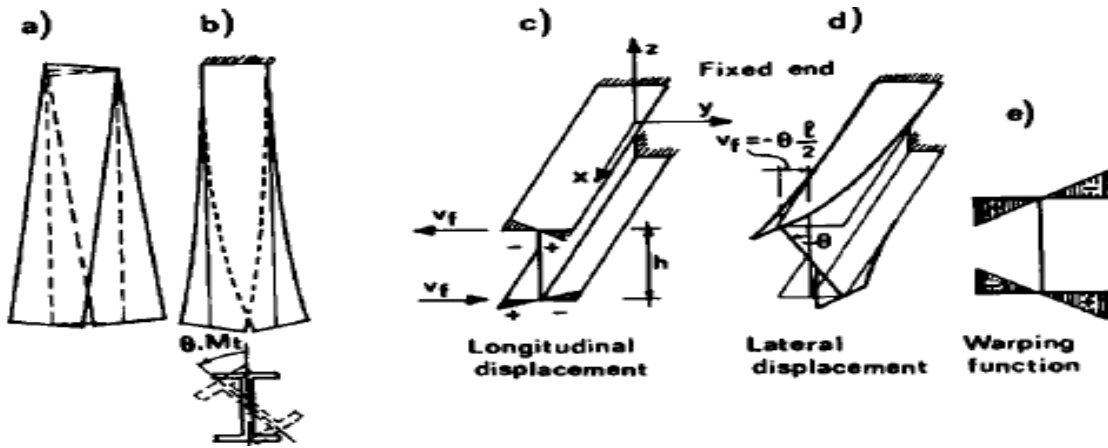


Figure I.11: (a, b) Poutre en I soumise à un moment de torsion, (c, d) déformations des semelles, et (e) diagramme de contrainte de déversement.

I.2.5.3. Déformation de la section transversale

Dans ce qui suit, on présente la formulation mathématique de comportement décrit ci-dessus. Soit le système de coordonnées cartésiennes x, y, z montré dans la figure 1.11.c. x représente la coordonnée longitudinale et y, z représentent les coordonnées transversales horizontale et verticale. L'axe des x est l'axe de la poutre et les points (y, z) définissent le milieu de l'âme qui est supposée mince. Les déplacements axiaux, transversaux horizontaux et transversaux verticaux des points de l'axe de la poutre sont notés par u, v, w respectivement. En indiquant par h la hauteur de la poutre en I et par θ l'angle de torsion (figure 1.11.d) – le sens positif est celui des aiguilles d'une montre lorsqu'on regarde dans la direction de x – Les déplacements transversaux horizontaux v_f des semelles supérieure et inférieure et leurs déformations longitudinales normales e_x sont liées à l'angle de torsion θ comme suit:

$$\text{Semelle supérieure: } v_f = -\theta \frac{h}{2} u_1 = -v_f' y = \theta' \frac{h}{2} y \quad e_x = -v_f'' y = \theta'' \frac{h}{2} y \quad (12)$$

$$\text{Semelle inférieure: } v_f = \theta \frac{h}{2} u_1 = -v_f' y = -\theta' \frac{h}{2} y \quad e_x = -v_f'' y = -\theta'' \frac{h}{2} y$$

Où u_1 représente le déplacement longitudinal des points de la surface médiane (Fig. 1.12a), et les expressions de e_x sont basées sur la théorie de la flexion appliquée séparément à chaque semelle.

La différence de signes dans les équations 12 entre les semelles supérieure et inférieure reflète le fait que la section transversale de la poutre en I ne demeure pas plane, c'est-à-dire qu'elle se déverse hors

plan (figure 1.11c.). Pour garder une forme plane de la section transversale après la déformation, les signes pour les semelles supérieures et inférieures devraient être les mêmes.

Il est maintenant pratique de décrire la section transversale entière par une seule équation. Cela peut être fait en écrivant :

$$u_1 = -\theta' w e_x = -\theta'' w \quad (13)$$

Où w est une variable de la section transversale appelée la fonction de déversement et définie comme suit (Fig. 1.11.e) :

$$\begin{aligned} \text{Semelle supérieure :} \quad w &= -\frac{h}{2} y \\ \text{Semelle inférieure :} \quad w &= \frac{h}{2} y \\ \text{Ame} \quad w &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

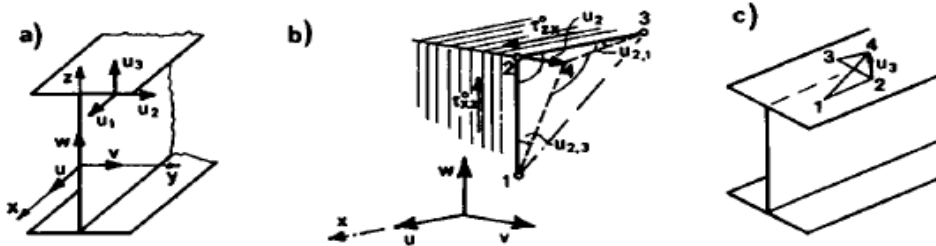


Figure I.12 : (a) Système de référence pour les déplacements de l'axe de la section transversale ; (b, c) déformation de cisaillement due aux déplacements transversaux.

L'expression e_x dans l'équation 13 définit les déformations de déversement dans la section transversale. La torsion est généralement associée à la flexion et à la déformation axiale, alors, selon la théorie de la flexion, les équations 13 doivent être élargies comme suit :

$$u_1 = u - v' y - w' z - \theta' w e_x = u' - v'' y - w'' z - \theta'' w \quad (15)$$

Où e_x est la déformation normale axiale en tout point de la section transversale ; et u , v et w représentent les déplacements axial, latéral et vertical (respectivement dans les directions x , y et z) au centre O de la section transversale (Fig. 1.12a). Ce centre, qui se trouve sur l'axe x de la poutre, est choisi pour coïncider avec le centre de gravité de la section de la poutre en I.

Dans la théorie déversement (flexion latérale et torsion), on suppose que la section transversale se déplace dans son propre plan en tant que corps rigide, c'est-à-dire que les déformations dans le plan de la section transversale sont négligées, contrairement au déplacement hors plan. Par conséquent, les déplacements latéraux u_2 et le déplacement vertical u_3 d'un point de la surface médiane (Fig. 1.12a) peuvent être calculés comme suit :

$$u_2 = v - \theta z \quad u_3 = w + \theta y \quad (16)$$

I.2.5.4. Flambement axial-torsionnel des colonnes

Les colonnes à parois minces sont caractérisées par un type de flambement qui peut être associé par la torsion sous charge axiale. Ce phénomène peut considérablement réduire la charge critique. C'est ce qu'on appelle le flambement axial-torsionnel.

Les équations différentielles d'équilibre en termes de u , w , v et θ , qui gouvernent la flexion dans les plans xz et xy en supposant la section transversale constante (Fig. 1.13a), peuvent être obtenues par :

$$EI_z w^{IV} + Pw'' = 0 \quad EI_y v^{IV} + Pv'' = 0 \quad (17)$$

$$\theta^{IV} + \frac{P r_p^2 - GJ}{EI_w} \theta'' = 0 \quad (18)$$

Où G est le module de cisaillement élastique et GJ est la rigidité torsionnel pour une torsion simple.

Et : $r_p = (I_z + I_y)/A$

Il est montré que, pour une section ouverte constituée d'un ensemble de parois minces d'épaisseurs t_j et de longueurs b_j , la rigidité torsionnel, qui résulte de ces contraintes de cisaillement, peut être approximativement calculée à partir de l'équation :

$$GJ = G \sum_{j=1}^n \frac{1}{3} b_j t_j^3$$

Où n est le nombre de parois formant la section transversale.

Les équations (17) et (18) ce sont les équations différentielles de flexion, bien connues, avec des conditions aux limites homogènes. La résolution de ces équations en considérant deux cas ; des extrémités avec appuis simples et des extrémités avec appuis encastés, donne les charges critiques en flexion suivantes (avec $n = 1, 2, 3, \dots$) :

Appuis simples (torsionnels) (Fig. 1.13.b) :

$$\frac{P_{crn} r_p^2 - GJ}{EI_w} = \frac{4n^2 \pi^2}{l^2} \quad (19)$$

Appuis encastrées (torsionnels) (Fig. 1.13.c):

$$\frac{P_{crn} r_p^2 - GJ}{EI_w} = \frac{4n^2 \pi^2}{l^2} \quad (20)$$

Comme on le voit maintenant, il existe pour la section en I une charge critique $P_{cr\theta}$ pour laquelle le mode de flambement représente une torsion pure. La charge critique la plus faible, qui se produit pour $n = 1$, est :

Appuis simples (torsionnels) (Fig. 1.13.b):

$$P_{cr\theta} = \frac{Gj + EI_w \frac{\pi^2}{l^2}}{r_p^2} \quad (21)$$

Appuis encastrées (torsionnels) (Fig. 1.13.c):

$$P_{cr\theta} = \frac{Gj + EI_w \frac{4\pi^2}{l^2}}{r_p^2} \quad (22)$$

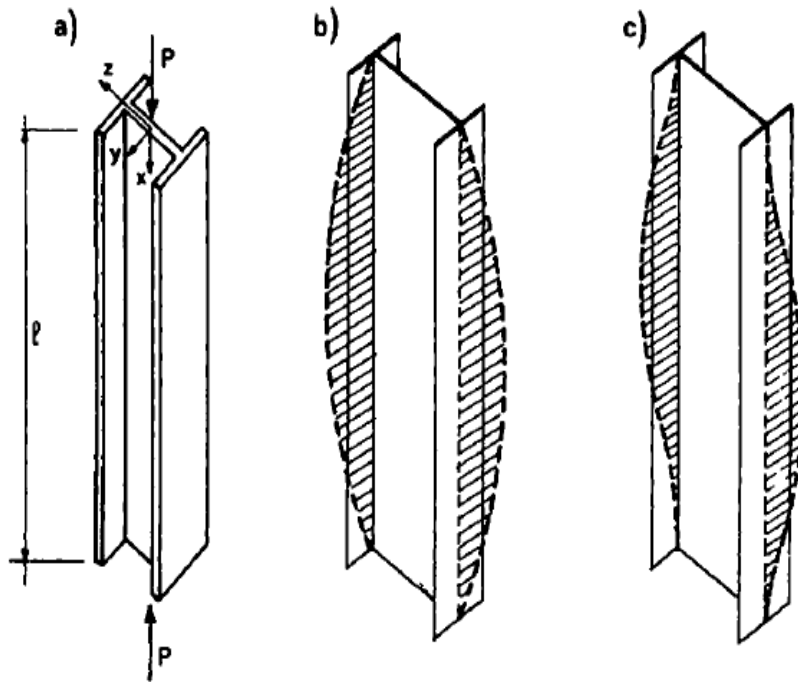


Figure I.13: Flambement axial-torsionnel d'une poutre en I avec des conditions d'appuis différentes

Il existe évidemment aussi des charges critiques P_{crz} et P_{cry} pour la flexion dans les plans xz et xy .

Où : $P_{cry} = \pi^2 E I_y / l^2$ et $P_{crz} = \pi^2 E I_z / l^2$

Donc, la colonne flambra pour la plus faible des trois charges P_{cry} , P_{crz} et $P_{cr\theta}$ (pour des poutres en I on a toujours $P_{crz} > P_{cry}$). Si les imperfections sont prises en compte, tous ces modes sont excités simultanément à des degrés divers. Notez que la longueur de la colonne l n'a aucun effet si I_w tend vers zéro.

Le rapport de la charge critique torsionnelle à la charge critique flexionnelle selon l'équation 21, est donné par :

$$\frac{P_{cr\theta}}{P_{cry}} = \frac{I_w}{r_p^2 I_y} + \frac{G}{\pi^2 E} \left(\frac{1}{r_p} \right)^2 \left(\frac{J}{I_y} \right) \square \frac{1}{1 + \frac{1}{3} (b_f / h)^2} + \frac{4G}{\pi^2 E} \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^2 \left(\frac{1}{r_p} \right)^2 \quad (23)$$

Où la dernière expression est valable pour les poutres en I doublement symétriques idéales, ($t_w / t_f \rightarrow 0$), pour lesquels, $I_w = t_f b_f^3 h^2 / 24$, pour lesquels $I_y = t_f b_f^3 / 6$ $r_p^2 = b_f^2 / 12 + h^2 / 4$

Nous voyons maintenant que le flambement par flexion est plus dominant lorsque la colonne est suffisamment élancée (l/r_p est élevé), tandis que l'épaisseur de la semelle t_f n'est pas trop petite. Cette situation s'applique souvent dans la pratique. Par exemple, les sections transversales des aciers formés à froid sont plus sujettes au flambement par torsion que les laminés à chaud, car elles sont plus minces. Les poutres en I à des semelles larges sont plus sujettes au flambement par torsion que les poutres régulières, et les poteaux courts plus que les poteaux élancés. Toutefois, pour les poteaux courts, la rupture par épuisement de résistance ou par perte d'élasticité du matériau est souvent dominante sur tout type de flambement, à moins que les parois soient suffisamment minces. De toute évidence, le flambement par torsion est plus important pour les matériaux à haute résistance.

Même lorsque la charge critique en flexion est inférieure à celle en torsion, les imperfections peuvent induire des déformations en torsion significatives en dessous de la charge critique.

Les conclusions que nous avons tirées jusqu'à présent s'appliquent aux sections transversales à double symétrie. Mais ils s'appliquent aussi plus généralement aux sections transversales dans lesquelles le centre de cisaillement coïncide avec le centre de gravité (centre de masse).

Enfin, la figure 1.14 (*Northwestern University, 1969*) montre les deux modes de flambement possibles des colonnes cruciformes : (1) flambement axial-torsionnel (à gauche), qui se produit lorsque $P_{cr\theta} < P_{cry}$ ($= P_{crz}$), et (2) flambement par flexion plane (à droite), qui se produit lorsque $P_{cry} (= P_{crz}) < P_{cr\theta}$

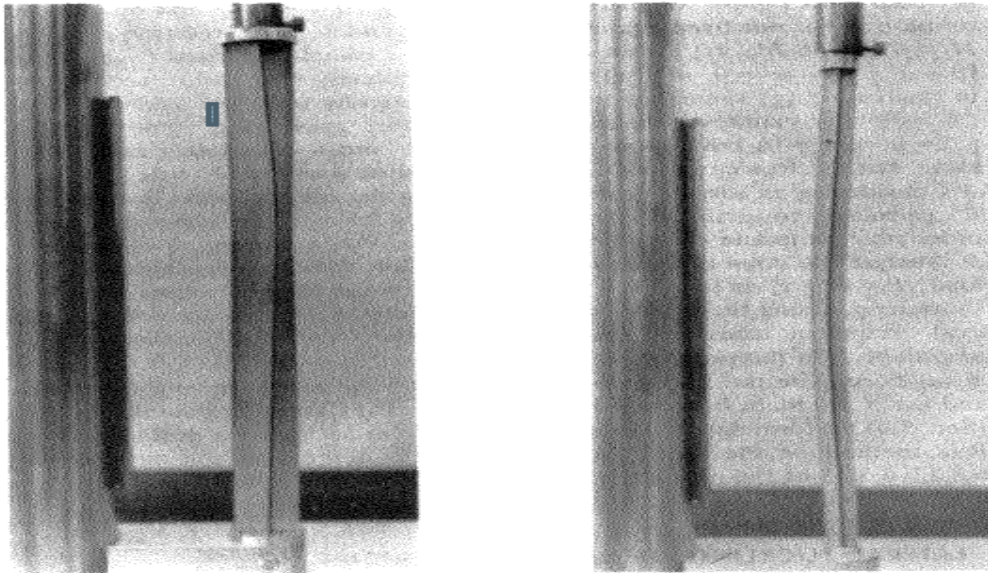


Figure I.14: Modèles d'enseignement des colonnes cruciformes de l'université Northwestern (1969) : (à gauche) flambement axial-torsionnel, (à droite) flambement par flexion plane.

I.2.5.5. Flambement Latéral des poutres et arcs

Les poutres à parois minces peuvent se déformer par torsion latérale. Ce phénomène, appelé flambement latéral (ou latéral-torsionnel), peut encore être analysé sur la base de l'équation différentielle générale suivante :

$$(EI_y v''')'' - (M_z^0 \theta'')' + (Pv')' = \Delta p_y \quad (24)$$

$$(EI_w \theta'')'' - [(Gj - r_p^2 P) \theta']' - M_z^0 v'' = \Delta m_t \quad (25)$$

Pour l'illustrer, considérant l'exemple d'une poutre simplement appuyée à une section transversale constante et soumise à une la force axiale P , comme le montre la figure 1.15a. Pour simplifier, considérons tout d'abord un moment de flexion uniformément réparti M_z^0 dans le plan vertical, appliqué aux extrémités de la poutre. Cela a l'avantage que les coefficients des équations différentielles de la déformée sont constants. Dans les problèmes pratiques, bien sûr, le moment de flexion engendrant

l'instabilité est variable le long de la poutre, alors ces coefficients ne sont pas constants, ce qui complique la solution.

Les conditions aux limites des appuis simples aux deux extrémités ($v = 0, \theta = 0, v'' = 0, \theta'' = 0$) peuvent être satisfaites, terme par terme, par les représentations de la série de Fourier suivantes :

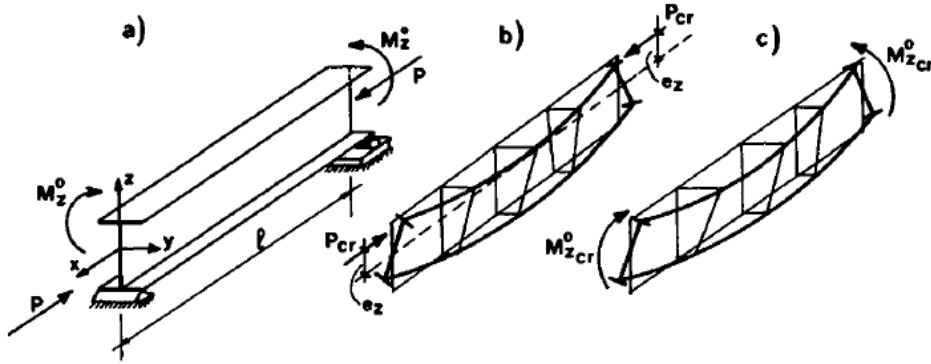


Figure I.15: (a) Flambement d'un faisceau, soumis à (b) un effort axial excentrique ou (c) un moment de flexion

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad \theta = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (26)$$

Dans lequel a_n et b_n sont des constantes. En substituant ces séries aux équations (24) et (25) on obtient :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(EI_y a_n \frac{n^4 \pi^4}{l^4} + M_z^0 b_n \frac{n^2 \pi^2}{l^2} - P a_n \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} = 0 \quad (27)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(EI_w b_n \frac{n^4 \pi^4}{l^4} + (GJ - r_p^2 P) b_n \frac{n^2 \pi^2}{l^2} + M_z^0 a_n \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} = 0 \quad (28)$$

Pour satisfaire ces équations de manière identique pour tout x , il est nécessaire que pour chaque n , les expressions entre parenthèses disparaissent ou $a_n, b_n = 0$. Cette condition (qui est exacte tant que tous les $n = 1, \dots, \infty$ sont considéré) donne pour chaque n , un système indépendant de deux équations algébriques homogènes linéaires pour a_n et b_n :

$$\begin{bmatrix} P_{cr_y}^{(n)} - P & M_z^0 \\ M_z^0 & (P_{cr_\theta}^{(n)} - P)r_p^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_n \\ b_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

Où : $P_{cr_y}^{(n)} = n^2 \pi^2 EI_y / l^2$ et $P_{cr_\theta}^{(n)} = (GJ + EI \omega n^2 \pi^2 / l^2) / r_p^2$; sont les charges critiques pour le flambement par flexion pure le flambement par torsion pure définies à la section (2.5.3)

CHAPITRE II :

ETUDE EXPERIMENTALE

II.1. Introduction

Ce chapitre a pour objet de valider les résultats numériques présentés au chapitre suivant, ainsi de présenter les arcs étudiés. Les résultats expérimentaux utilisés pour valider le modèle numérique sont issues d'une étude élaborée par Yan-Lin Guo et al. (2015) [4]. Cette étude consiste à investiguer la résistance au flambement inélastique hors plan des arcs circulaires en acier encastrés soumises à des charges symétrique et non symétrique. Deux schémas de charge ont été utilisés dans cette étude. A savoir, un schéma de charge symétrique à trois points et un schéma de charge non symétrique à deux points (Fig.3.1). L'influence des imperfections géométriques initiales hors plan et les formes du mode de flambement élastique sur la résistance au flambement inélastique hors plan ont été étudiés expérimentalement.

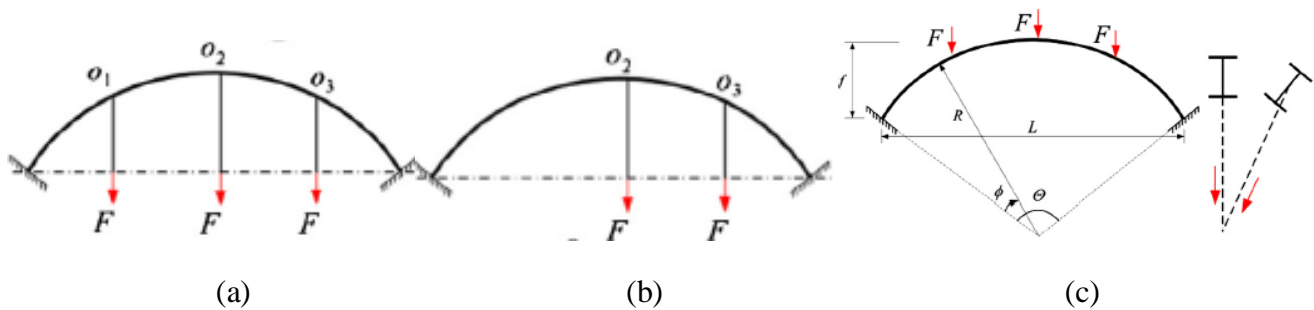


Figure II.1: Arc encastré : (a) Schéma de charge à trois points ; (b) Schéma de charge à deux points ; (c) Paramètres géométriques.

II.2. Description des spécimens étudiés

La tôle d'acier désignée par Q235B a été utilisée pour la fabrication des éprouvettes en arc de section en I. l'âme et les deux semelles de l'arc ont été soudées ensemble pour former une section en I. Les dimensions des sections en I sont indiquées dans le tableau 2.1. Dans lequel h est la hauteur totale de la section en I, b est la largeur de la semelle, t_f est l'épaisseur de la semelle, et t_w est l'épaisseur de l'âme. Le rapport hauteur/portée (f/L) des arcs a été supposé égal à 0.3, avec une portée constante L de 6 m.

Au totale quatre arcs en acier ont été testées. Les arcs considérés pour notre mémoire sont listés dans le tableau 2.2. Les propriétés des matériaux ont été testées sur quatre coupons : deux pour les semelles et deux pour l'âme de la section en I. Les résultats des tests sont listés dans le tableau 2.3 et dans la figure 2.2.

Tableau 2.1. Dimensions du modèle.

Dimensions de la section transversale (mm)				Travée des arcs (m)
h	b	t_f	t_w	
200	100	12	8	6

Tableau 2.2. Dimensions des éprouvettes.

Désignation des éprouvettes	f/L	Schéma de charge	Travée (m)	Longueur développée d'axe (m)
1	0.3	Trois points	6	7.35
2	0.3	Deux points	6	7.35

Tableau 2.3. Propriétés des matériaux.

Elément de la section	Limite d'élasticité (MPa)	Résistance ultime (MPa)	Module de Young (GPa)
Ame	315	425	200
Semelle	275	440	208

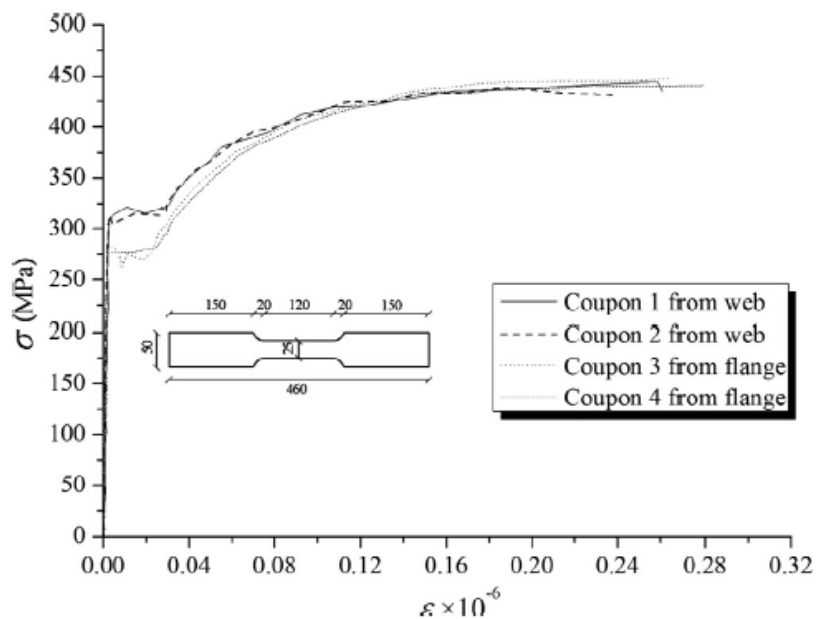


Figure II.2 : Propriétés des matériaux des éprouvettes.

II.3. Montage expérimental, conditions d'appuis et chargement

Le montage expérimental du test est illustré à la figure 2.3. Dans les études antérieures les arcs ont été articulés aux extrémités dans leur plan et encastrés hors plan. Cependant, dans la pratique de l'ingénierie, dans de nombreux cas d'arcs, les extrémités des arcs sont entièrement encastrées. Par conséquent, les conditions aux limites des arcs étudiés dans cette étude ont été entièrement encastrées, à la fois dans le plan et hors plan, en reliant les extrémités de l'arc à la poutre de plancher au moyen de boulons à haute résistance, comme le montre la figure 2.4. Les charges ponctuelles étaient appliquées par des vérins hydrauliques. Le dispositif utilisait assure que le déplacement latéral et la rotation en torsion de la section transversale ne soient pas restreints.



Figure II.3 : Montage expérimental

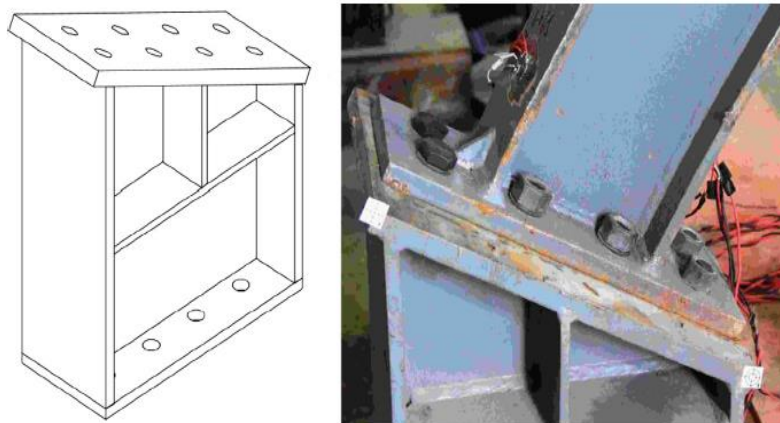


Figure II.4 : Conditions d'appuis encastrées

Des charges symétriques à trois points (Figure 2.1.a) ou des charges non symétriques à deux points (Figure 2.1.b) ont été appliquées de manière monotone sur les éprouvettes jusqu'à ce qu'elles se rapprochent de leur résistance hors plan inélastique. Aux étapes finales de chargement des éprouvettes, les déplacements latéraux ont été augmentés rapidement et la charge a été arrêtée peu de temps après.

Les déplacements latéraux des éprouvettes ont été mesurés par des transducteurs de déplacement. Les transducteurs de déplacement ont été placés respectivement aux semelles supérieure et inférieure dans les points A, B, et C, comme le montre la Figure 3.5. Le déplacement latéral des sections A, B et C a été calculé par la moyenne des deux déplacements latéraux mesurés aux semelles supérieure et inférieure. Ceci pour prendre en compte le déplacement latéral du centroïde de la section transversale. Tandis que la rotation de la section transversale correspondante était obtenue en divisant la différence des deux déplacements latéraux par la hauteur de la section.

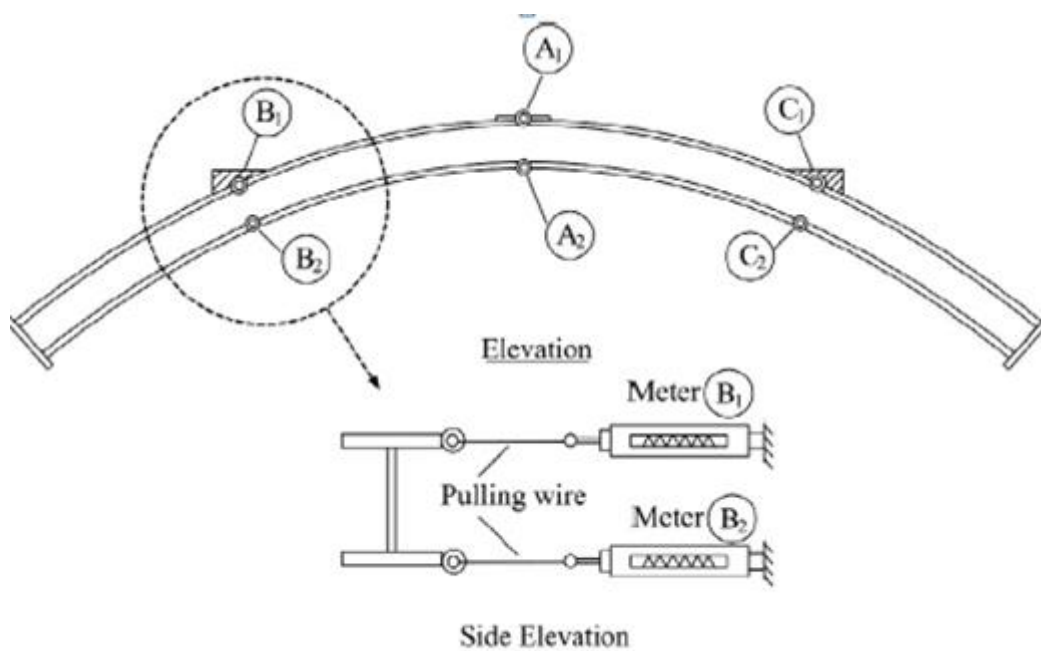


Figure II.5: Arrangement de transducteurs de déplacement à l'essai.

II.4. Résultats expérimentaux

Le spécimen N°1 a été chargé symétriquement aux points du quart de la travée désignés par les symboles $O1$ et $O3$ et au sommet désigné par le symbole $O2$, comme indiqué à la Figure 2.6. Les trois charges ont été appliquées simultanément par un système hydraulique afin de garantir que les grandeurs des charges concentrées étaient égales les unes aux autres.

Les figures 2.6 et 2.7 représentent la variation de la charge F en fonction de déplacement latéral u de la section transversale le long de la longueur de l'arc, respectivement, pour les spécimens N°1 et N°2. La variation de la charge F en fonction de l'angle de torsion θ de la section transversale le long de la longueur de l'arc sont représentées sur les figures 2.8 et 2.9, respectivement, pour les éprouvettes N°1 et N°2. Il est à noter que la charge F agissant directement sur la semelle supérieure de l'arc s'incline du fait des déformations en torsion latérale des éprouvettes testées, ce qui peut affecter la magnitude exacte de la charge F . Cet effet a été examiné, et les résultats montrent que le changement de la magnitude de la charge F est inférieur à 1% lorsque le flambement inélastique hors plan se produit. Par conséquent, ces très petites erreurs peuvent être ignorées. La figure 2.10 représente le mode de flambement hors plan de spécimen N°1.

Il est connu, pour les tests sous contrôle de charge, que la phase de déchargement après le pic ne peut pas être suivie. Afin de tracer le tronçon de la courbe après le pic, il convient d'utiliser la méthode des tests sous contrôle de déplacement. Comme le test décrit dans le présent document vise la résistance ultime des arcs en acier encastres et non le comportement après le flambement et en raison de la limitation de la machine de chargement de servo, la méthode des tests sous contrôle de charge a été utilisée. Et donc le tronçon post-pic n'a pas été tracé.

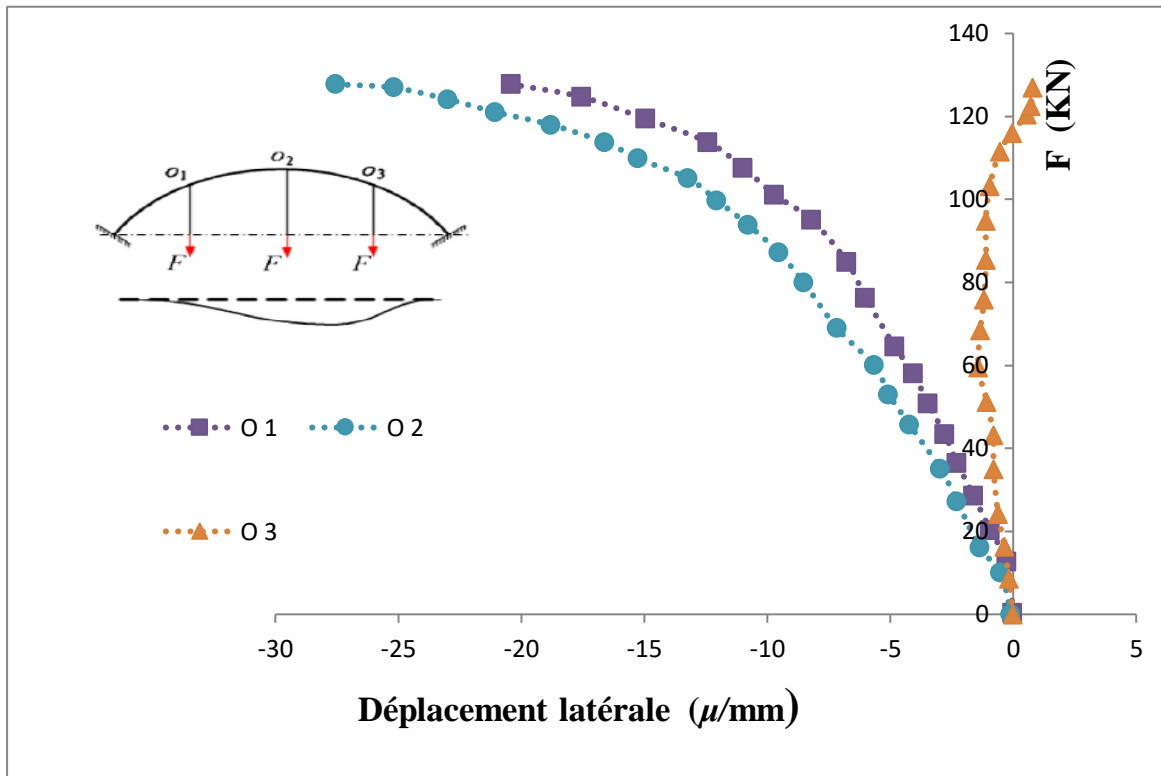


Figure II.6: Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1

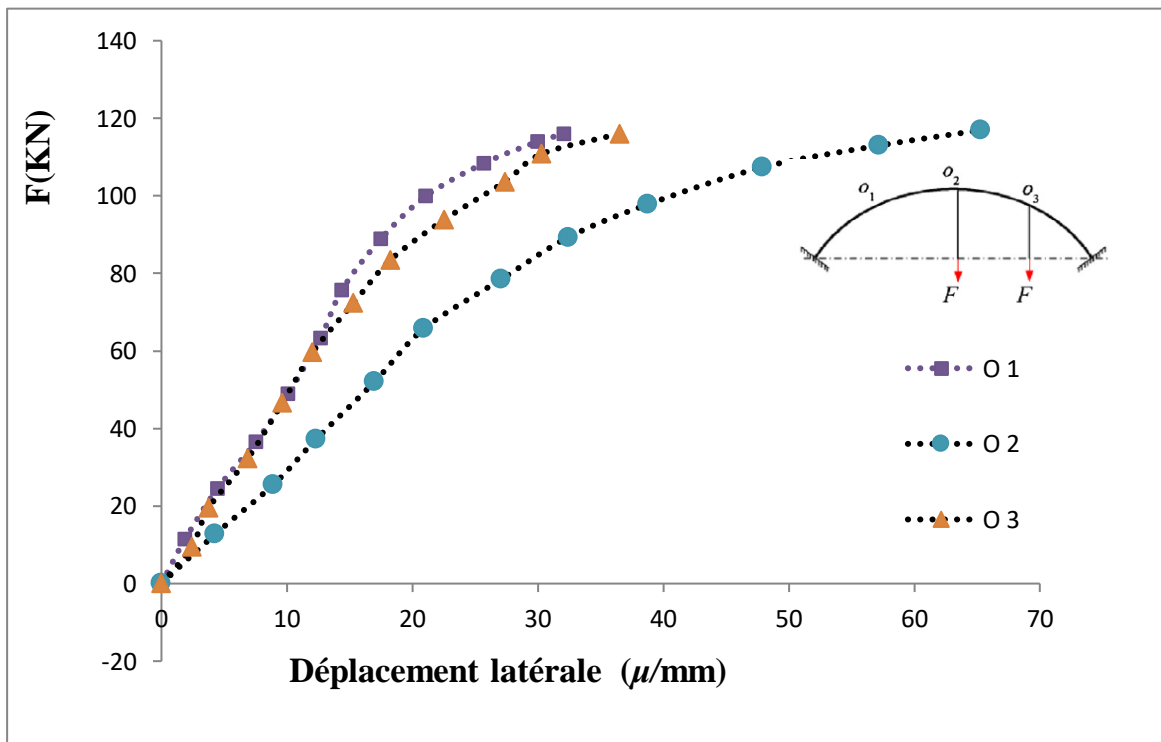


Figure II.7: Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°2.

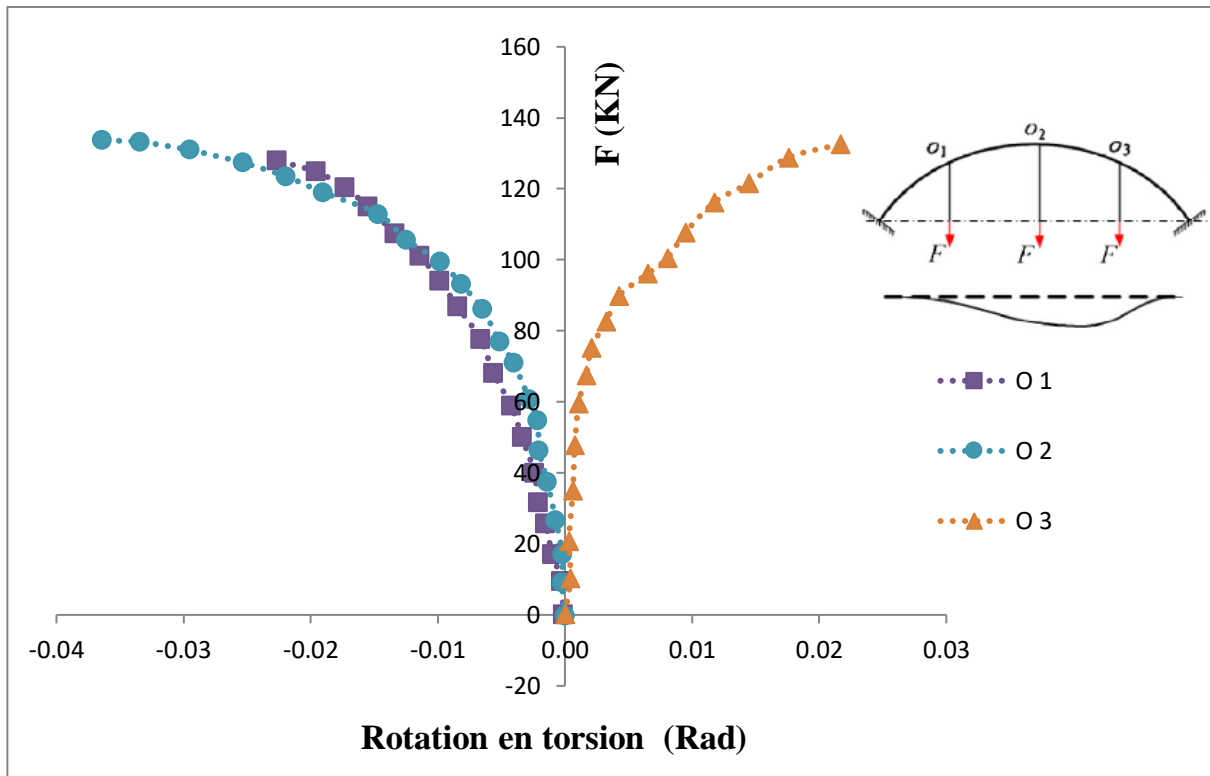


Figure II.8: Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°1

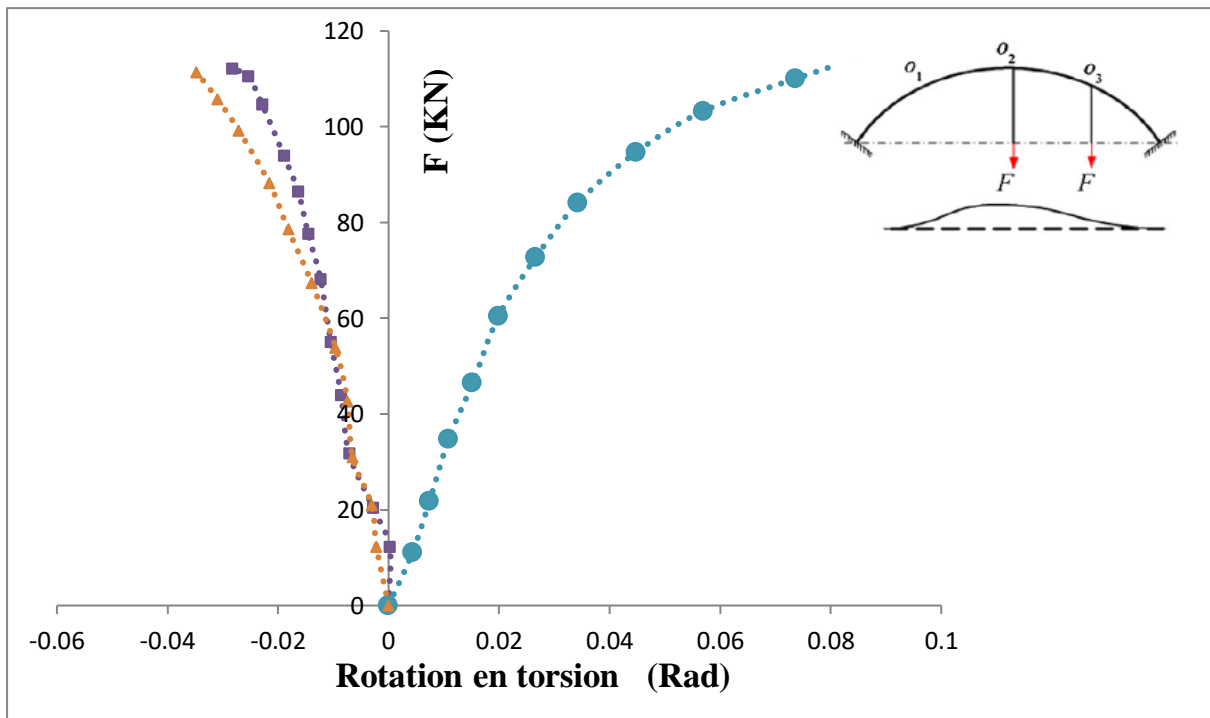


Figure II.9: Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°2

En comparant les résultats du spécimen N°2 avec ceux du spécimen N°1, on peut constater que les résistances au flambement inélastique hors plan des arcs en acier soumis à un chargement non symétrique sont plus petites que celles des arcs en acier sous chargement symétrique. Par exemple, la résistance hors du plan de l'éprouvette N°2 soumise à un chargement non symétrique ne représente que 67% de celle de l'éprouvette N°1 soumise à un chargement symétrique. Aussi les déformations et les rotations de l'éprouvette N°2 sont beaucoup plus important que de l'éprouvette N°1.

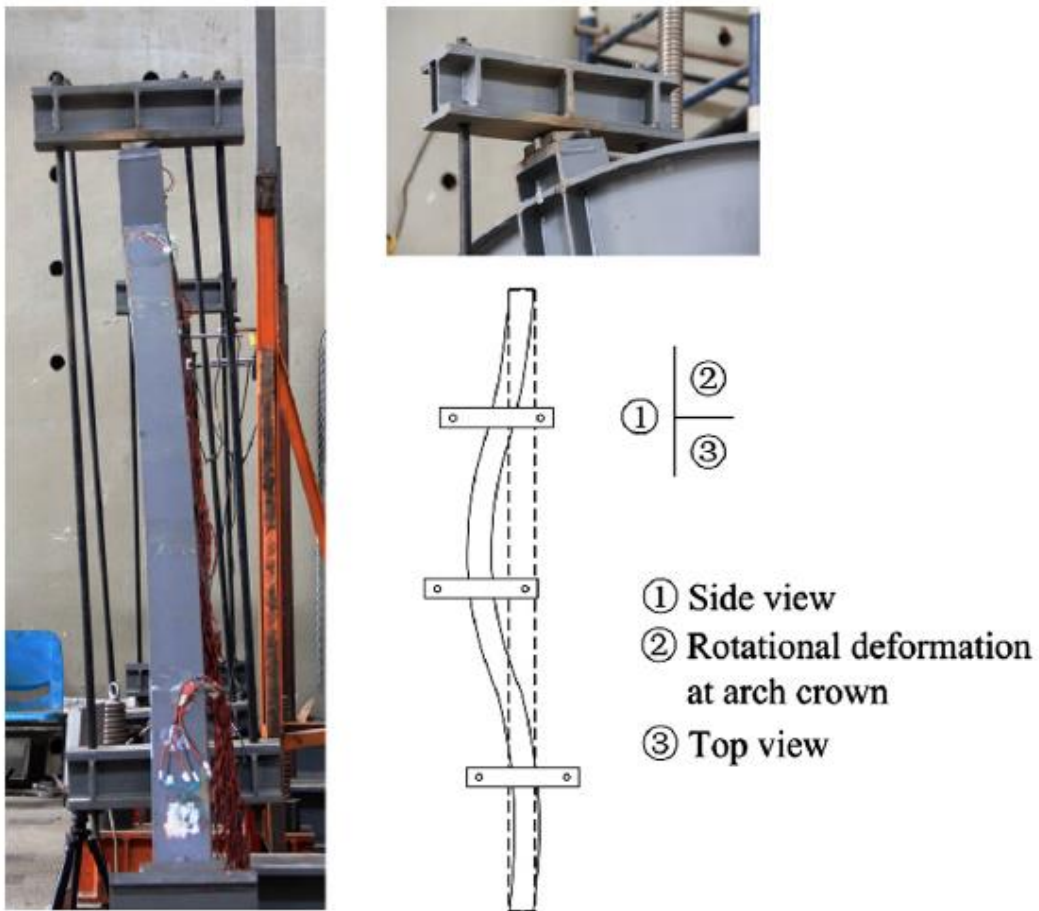


Figure II.10: Mode de flambement hors plan de spécimens N°1.

CHAPITRE III

ANALYSE NUMERIQUE DE COMPORTEMENT AU FLAMBEMENT DES ARCS CIRCULAIRES

III.1. Introduction :

Les arcs en acier encastrés ont été largement utilisés dans les bâtiments et les ponts. Sous une charge dans le plan, un arc en acier encastré peut faillir par un flambement inélastique hors plan si elle n'a pas de contreventement latéral adéquat. Les études sur la résistance au flambement élastique et inélastique hors plan des arcs en acier ont été principalement focalisées sur les arcs bi-articulés latéralement. Puisque la distribution des actions internes et des charges de flambement élastique hors plan des arcs en acier encastrés sont différentes de celles des arcs en acier bi-articulés, il est prévu que leur résistance au flambement inélastique hors plan diffère de celles des arcs en acier bi-articulés

Bien que de nombreuses études analytiques et numériques sur le flambement élastique et inélastique hors plan des arcs bi-articulés ont été publiées dans la littérature, il existe très peu d'études sur la résistance au flambement élastique et inélastique hors plan des arcs en acier encastrés.

On sait que la résistance au flambement inélastique hors plan d'un arc en acier est influencée de manière significative par la distribution et la magnitude de ses imperfections géométriques initiales. Malheureusement, ceci n'a pas fait l'objet des études approfondies. De plus, les conditions aux limites dans le plan et les cas de charge ont une influence importante sur la résistance au flambement inélastique hors plan des arcs encastrés. Par conséquent, d'autres études sur la résistance au flambement inélastique hors plan d'arcs en acier entièrement encastrés et les effets des imperfections géométriques initiales hors plan sur la résistance donnent des contributions significatives à la littérature pertinente.

Ce chapitre a pour objet d'analyser numériquement le comportement au flambement des arcs circulaires en acier encastrés. La modélisation numérique consiste à étudier la résistance élastique et inélastique dans le plan et hors plan des arcs.

À cet effet, le logiciel (Eléments finis) ABAQUS2018 a été utilisé pour déterminer les rotations dans le plan, la torsion et le déplacement hors plan des arcs. Les résultats obtenus ont été validés par des résultats expérimentaux trouvés dans la littérature.

III.2. Présentation de Logiciel :

AbaqusUnified FEA est la suite logicielle la plus avancée au monde de point de vue technologique pour la modélisation, la résolution et la visualisation d'éléments finis structurels. La suite de produits *AbaqusUnified* FEA offre des solutions puissantes et complètes pour répondre aux problèmes d'ingénierie courants ou complexes au sein d'un large éventail d'applications industrielles. Par exemple, dans le secteur automobile, les groupes d'ingénieurs peuvent prendre en compte la totalité des charges des véhicules, les vibrations dynamiques, les systèmes intégrant plusieurs carrosseries, les impacts/collisions, les éléments statiques non linéaires, le couplage thermique et le couplage acoustique-structure à l'aide de la structure de données d'un modèle commun et d'une technologie de solveurs intègre. [5]:

- Analyse linéaire et non linéaire
- Modèles de matériaux pour les métaux, les composites, les tissus humains, le caoutchouc, les thermoplastiques, etc.
- Fracture et défaut de matériau
- Robustes fonctionnalité de contact.
- Hautes performances de calcul.

III.3. Description des arcs étudiés :

Les arcs étudiés en acier de section en I à double symétrie ont été modélisés par des poutres reconstituées soudées. Les dimensions de la section transversale sont présentées au Tableau 2.1. Une courbe *contrainte-déformation* bilinéaire idéale a été adoptée pour l'acier (Figure 3.2), avec un module de Young $E = 206$ GPa et un module de cisaillement $G = 81$ GPa.

Deux cas de chargement ont été considérés. Un chargement symétrique à trois points ($O1$ et $O3$ aux uns quarts de travée à partir des deux extrémités et à $O2$ au milieu), et à un chargement non symétrique à deux points ($O3$ à un quart de travée à partir de l'extrémité droite et à $O2$ au milieu) voir figure 2.1.

III.4. Etapes de modélisation des arcs :

4.1 Géométrie et coordonnées des points de la section de l'arc modélisé :

Point	X	Y	Z
1	-3000	0	0
2	3000	0	0
3	0	1800	0

Tableau 3.1 : Coordonnées des points de l'élément modélisé.

4.2 Conditions aux limites

L’Etude du modèle s’effectue en trois dimensions (en 3D), le nombre de degré de liberté à considérer pour l’ensemble de l’arc est égale à 6, trois translations et trois rotations. Les appuis de l’arc qui se trouve aux points 1 et 2 sont parfaitement encastrés, donc les six DDL sont bloqués (Figure 3.1).

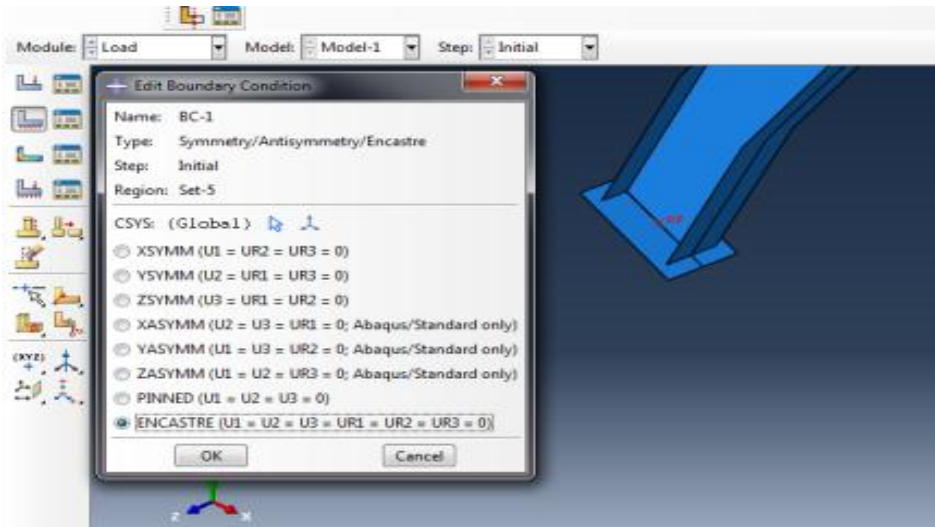


Figure III.1 : Conditions aux limites

4.3. Conditions de chargements

Deux cas de chargement ont été considérés :

Pour le chargement symétrique, trois forces concentrées ont été appliquées aux points *O1*, *O2* et *O3* de valeur égale à la charge ultime obtenue des résultats expérimentaux.

Et pour le chargement non symétrique deux forces concentrées ont été appliquées aux points (*O2* et *O3*).

4.4 Propriétés du matériau

Les caractéristiques mécaniques de l’acier utilisé sont reportées au tableau 3.2

Une courbe contrainte-déformation bilinéaire idéale a été adoptée pour l’acier.

Résistance à la traction (MPa)	340
Module de Young E (GPa)	206
Module de cisaillement G (GPa)	81

Tableau 3.2 Propriétés mécaniques des aciers

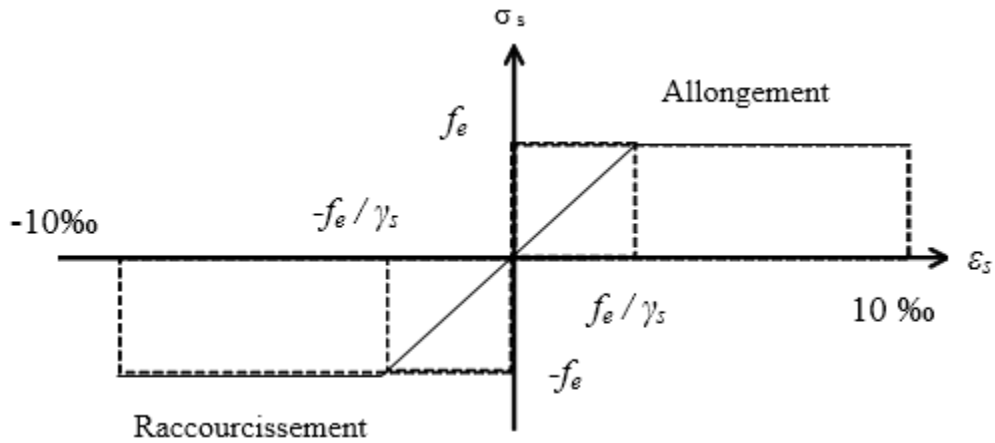


Figure III.2: Diagramme Contrainte-Déformation de l'Acier.

4.5 Maillage

La figure 3.3 présente un élément quadratique à 4 nœuds. Le choix de cet élément au logiciel ABAQUS a pour but de donner de précision aux résultats de calcul numérique (Figure 3.4).

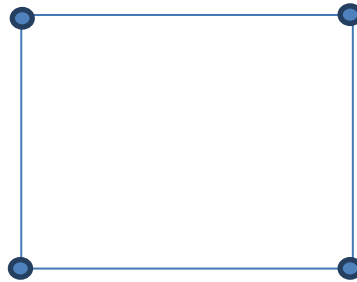


Figure III.3 : Élément quadratique à 4 nœuds.

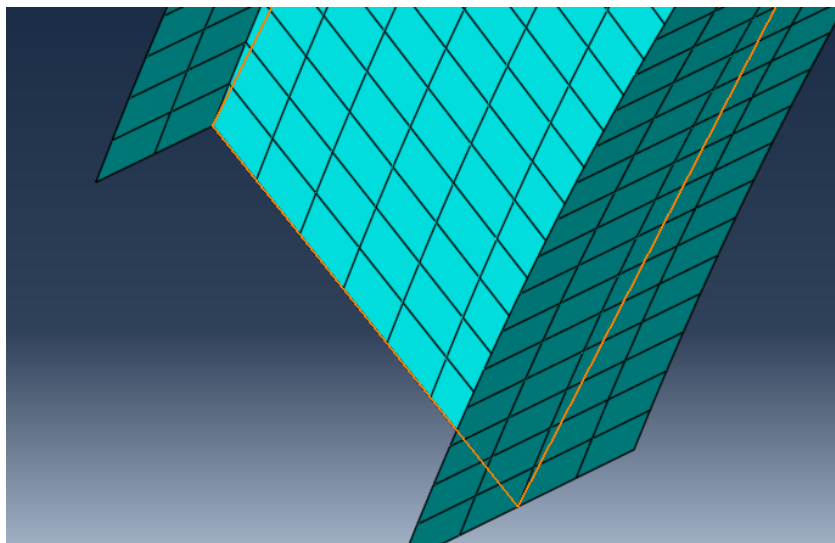


Figure III.4 : Maillage de la section par des éléments quadratiques.

4.6. Exécution et calcul par le logiciel ABAQUS

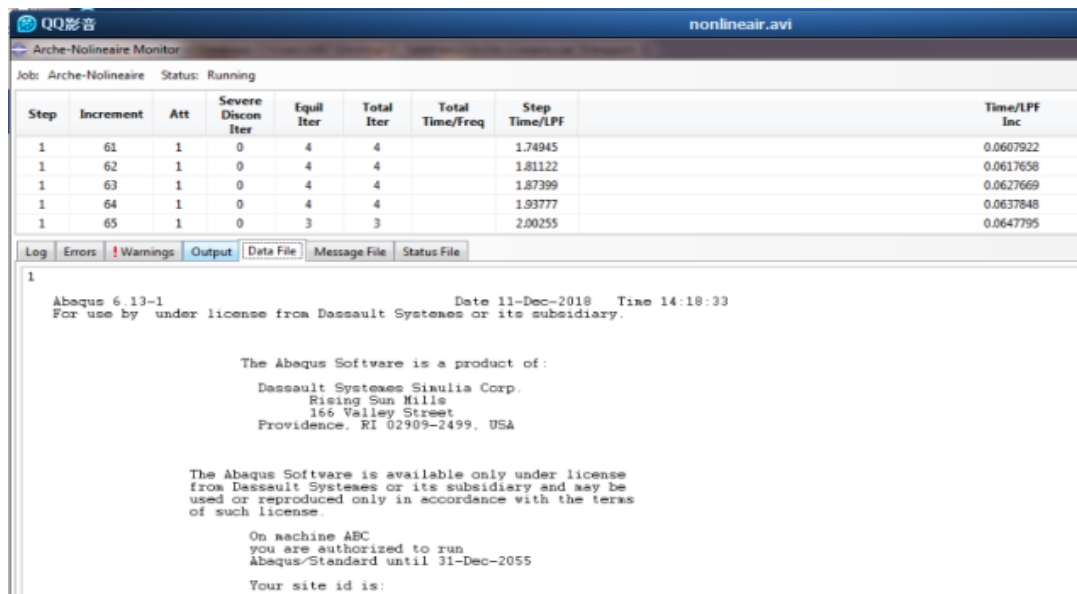


Figure III.5 : Exécution de calcul

Voir l'annexe pour plus de détails sur les étapes de modélisation.

III.5. Analyse des Résultats Numériques :

Le modèle numérique est établi à l'aide de la méthode des éléments finis, en utilisant le logiciel ABAQUS, afin d'étudier le comportement non linéaire des arcs en acier de forme en I symétrique, soumises à des charges concentrées. Cette étude permet d'analyser les déformations hors plan, sous forme de déplacement latérale et de l'angle de torsion, sous l'augmentation de la charge mécanique. Deux cas de charge ont été utilisés, un cas de charge symétrique sous l'action de trois forces appliquées aux uns quarts et au milieu de l'arc (O1, O2 et O3). Un autre cas de charge dissymétrique sous l'action de deux forces appliquées à l'un quart et au milieu de l'arc (O2 et O3).

Les figure 3.6 et 3.8 représentent la variation de déplacement latérale hors plan dans les points O1, O2 et O3 en fonction de la force mécanique appliquée pour le spécimen N°1 et N°2, respectivement. On peut constater que le déplacement au milieu (point O2) est beaucoup plus important qu'aux points O1 et O3 (aux uns quarts de l'arc).

Les figure 3.7 et 3.9 représentent la variation de rotation en torsion dans les points O1, O2 et O3 en fonction de la force mécanique appliquée pour le spécimen N°1 et N°2, respectivement. On constate que les rotations aux points O1 et O3 sont symétriques (de sens opposé) pour le spécimen N°1 comme le montre la figure 1.7.b. Cependant, pour le spécimen N°2 les rotations aux points O1 et O3 sont de même sens (mode de flambement dissymétrique) conformément à la figure 1.7.a.

On remarque aussi que les déformations et les rotations de l'éprouvette N°2 sont beaucoup plus important que de l'éprouvette N°1. Donc on conclut que pour avoir des déformations limitées il faut adopter un cas de charge symétrique.

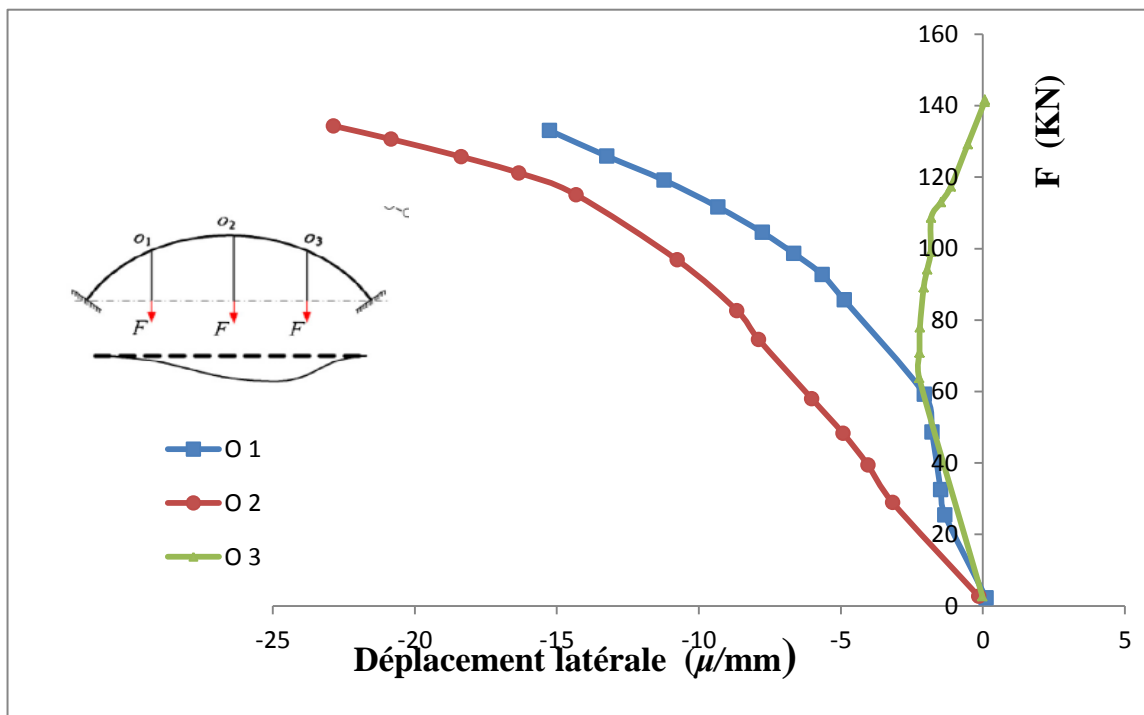


Figure III.6: Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1

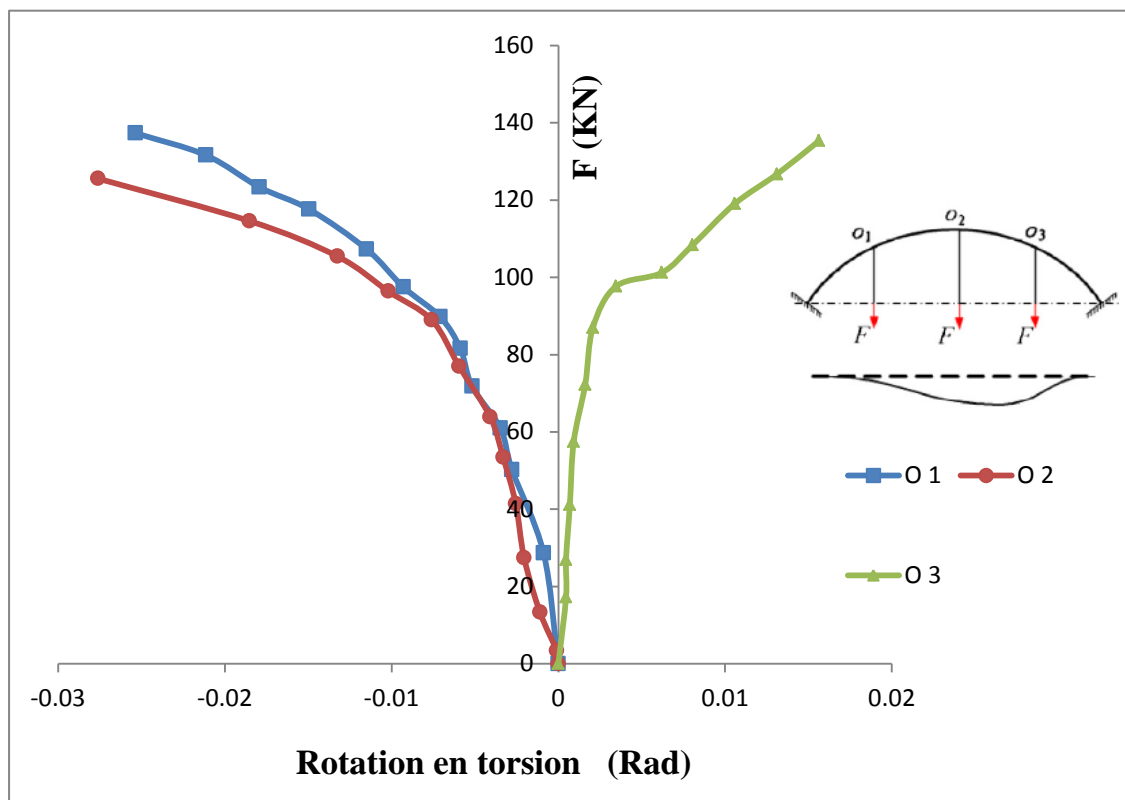


Figure III.7 : Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°1

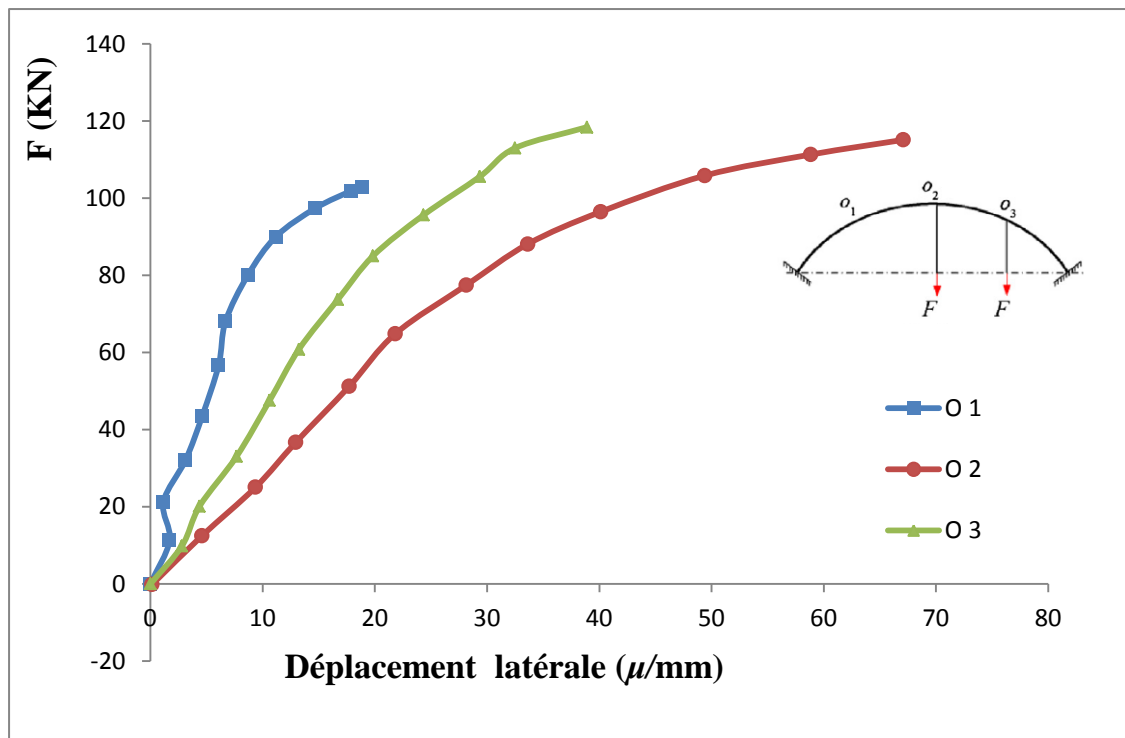


Figure III.8: Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°2

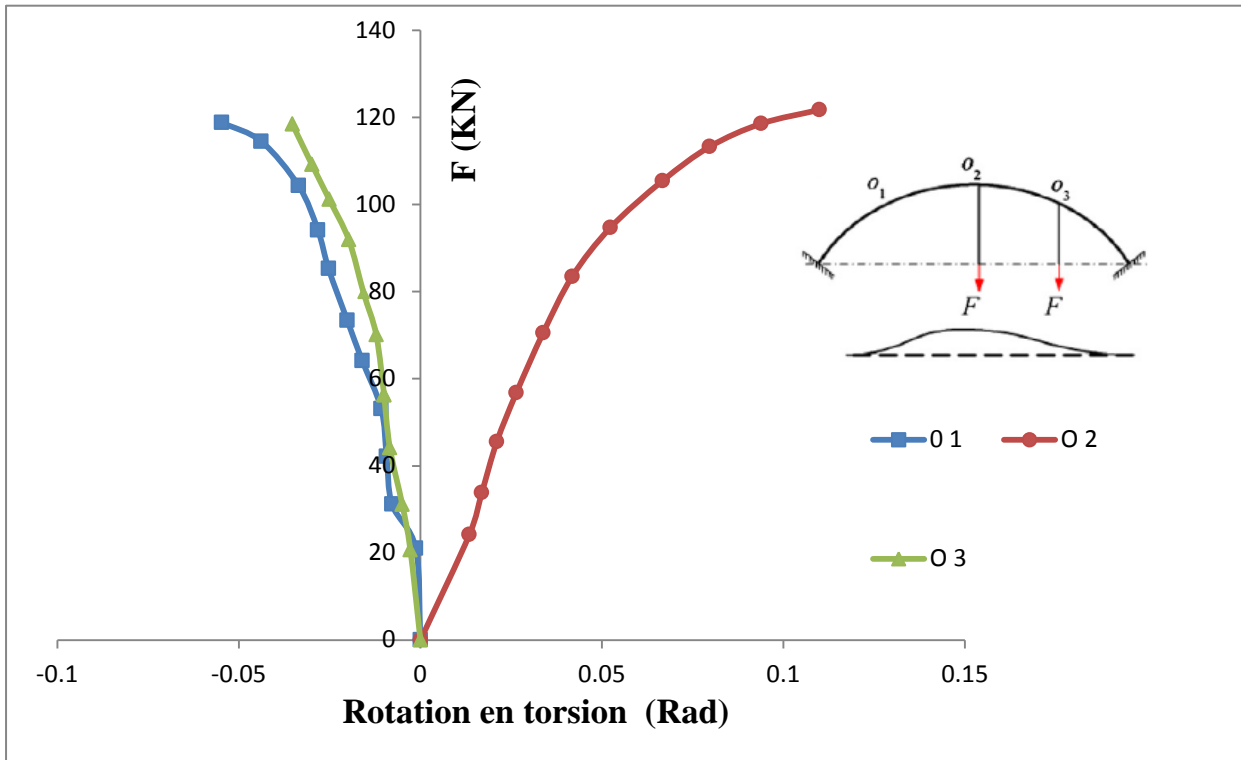


Figure III.9 : Courbe charge – angle de torsion de spécimens N°2

III.6. Validation des résultats numérique :

Cette section compare les résultats numériques et expérimentaux en termes de déplacement latérale et de rotation en torsion des arcs en acier bi-encastées de forme en I soumises à deux cas de chargement différents, symétrique et dissymétrique (spécimen N°1 et spécimen N°2). Les figures 4.10 et 4.11 présentent respectivement les déplacements latéraux et les rotations en torsion de spécimen N°1, et les figures 4.12 et 4.14 présentent respectivement les déplacements latéraux et les rotations en torsion de spécimen N°2. On peut remarquer que les résultats numériques sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux. Donc on peut conclure que les résultats obtenus expérimentalement par Yan-Lin Guo ont pu être reproduits à l'aide du logiciel d'éléments fini ABAQUS avec une bonne correspondance.

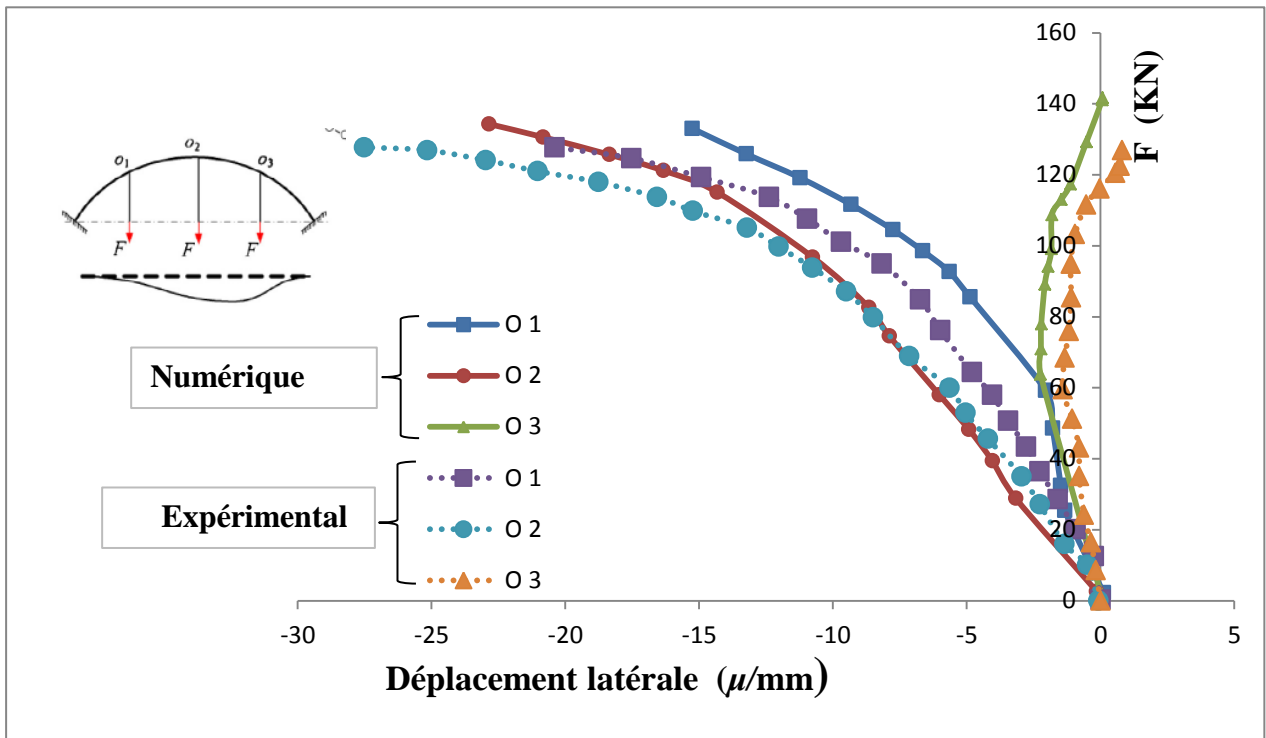


Figure III.10 : Diagramme Charge – Déplacement latérale - spécimen N 01

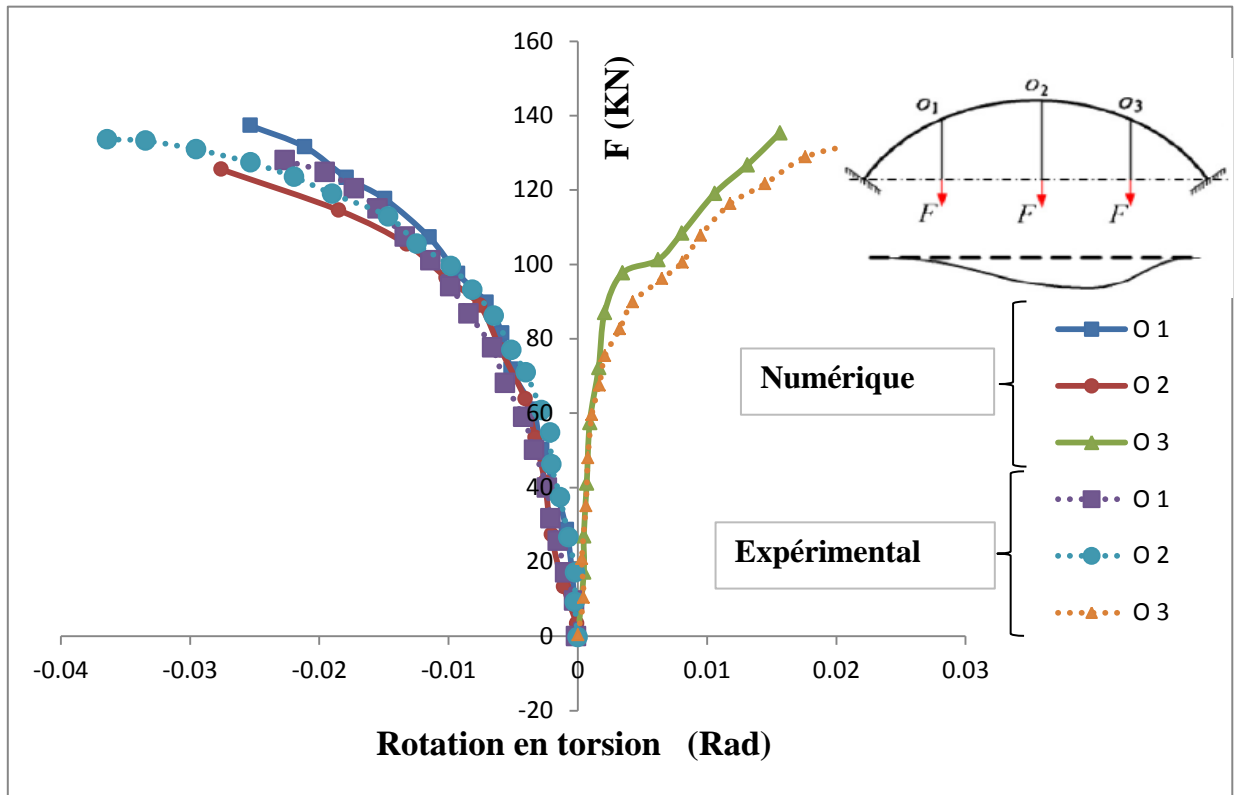


Figure III.11 : Diagramme Charge – Rotation en torsion - spécimen N 01

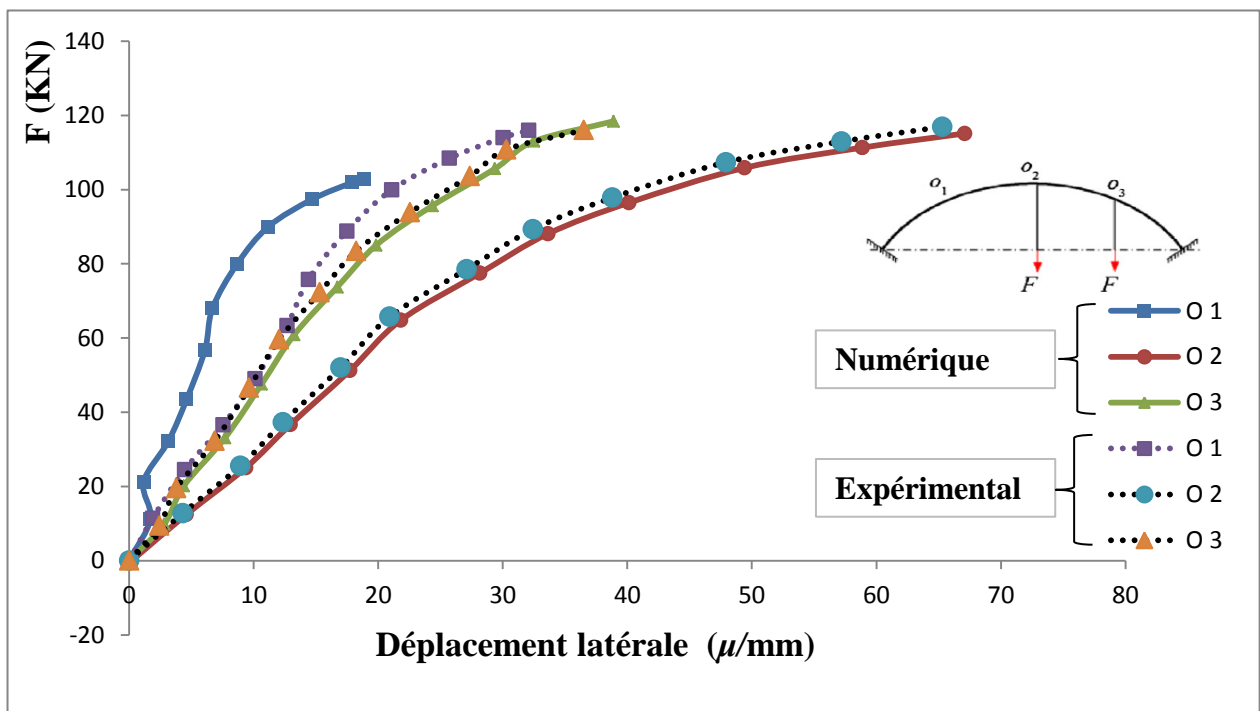


Figure III.12 : Diagramme Charge – Déplacement latérale - spécimen N 02

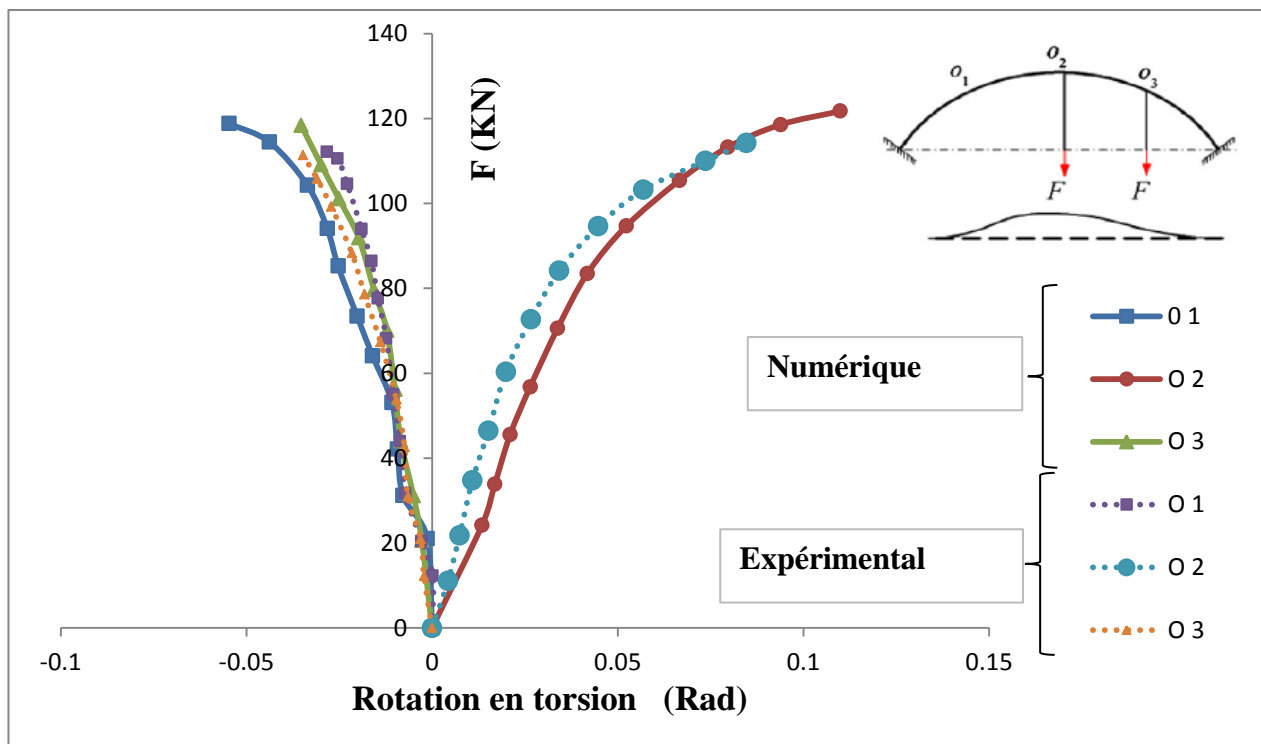


Figure III.13 : Diagramme Charge – Rotation en torsion- spécimen N 02

III.7. Etude Paramétrique :

Cette section a pour objet d'étudier le comportement des arcs en acier de forme en I sous l'effet de plusieurs paramètres à savoir :

- Effet des imperfections
- Effet des conditions d'appuis.
- Effet des conditions de chargement

III.7.1. Effet des imperfections :

La courbe 3.14 examine l'effet de l'excentricité de la force. Il est à noter que pour examiner cet effet on a étudié un arc en acier de forme en I, bi-encasté et soumise à une force concentrée au milieu. Puis on a varié le point d'application de la force par une valeur (e) qui représente l'excentricité. La courbe 3.14 représente la variation de la charge ultime (F) en fonction de rapport de l'excentricité sur la portée de l'arc (e/L). On constate que plus la force est excentrique, plus la charge critique diminue. Ceci est conforme par le diagramme de sensibilité aux imperfections de Roorda (Figure 1.9.b.). La seule différence entre les résultats de Roorda et les résultats numériques est que on a obtenu F_{max} lorsque l'excentricité est égale à zéro. Cependant les résultats de Roorda ont placé sa charge maximale un peu plus excentrique de zéro. Ceci est due aux imperfections dans les expériences de Roorda contrairement au modèle parfait simulé numériquement.

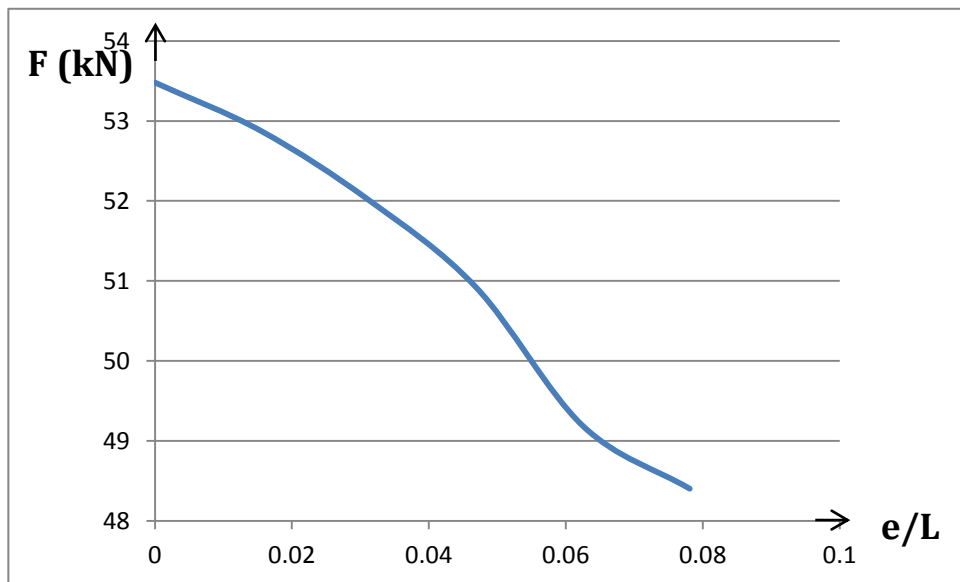


Figure III.14 : Diagramme de sensibilité de charge critique des arcs aux imperfections.

III.7.2. Effet des conditions d'appuis :

Pour examiner l'effet des conditions d'appuis sur le comportement des arcs en acier on a étudié quatre cas de condition d'appuis :

- Cas N 01 : Les appuis (Encastrement - Encastrement)
- Cas N 02 : Les appuis (Encastrement – Appui double)
- Cas N 03 : Les appuis (Encastrement – Appui simple)
- Cas N 04 : Les appuis (Appui double - Appui double)

- Pour l'encastrement :

➤ à $x = 0$ $U_x = 0$ et $R_x = 0$

➤ à $y = 0$ $U_y = 0$ et $R_y = 0$

➤ à $z = 0$ $U_z = 0$ et $R_z = 0$

- Pour l'appui double :

➤ à $x = 0$ $U_x = 0$ et $R_x \neq 0$

➤ à $y = 0$ $U_y = 0$ et $R_y = 0$

➤ à $z = 0$ $U_z = 0$ et $R_z = 0$

- Pour l'appui simple :

➤ à $x = 0$ $U_x \neq 0$ et $R_x \neq 0$

➤ à $y = 0$ $U_y = 0$ et $R_y = 0$

➤ à $z \neq 0$ $U_z \neq 0$ et $R_z = 0$

Pour les 04 cas de condition d'appuis on a étudié le déplacement latéral hors plan d'un arc soumis à un chargement symétrique représenté par trois force concentrées appliquées aux points O1, O2 et O3 (spécimen N°1). Les courbes 3.15 au 3.17 représentent la variation de déplacement latéral hors plan en fonction de la charge dans les points O1, O2 et O3, respectivement. Les courbes montrent clairement que plus le degré d'hyperstaticité augmente plus le déplacement diminue.

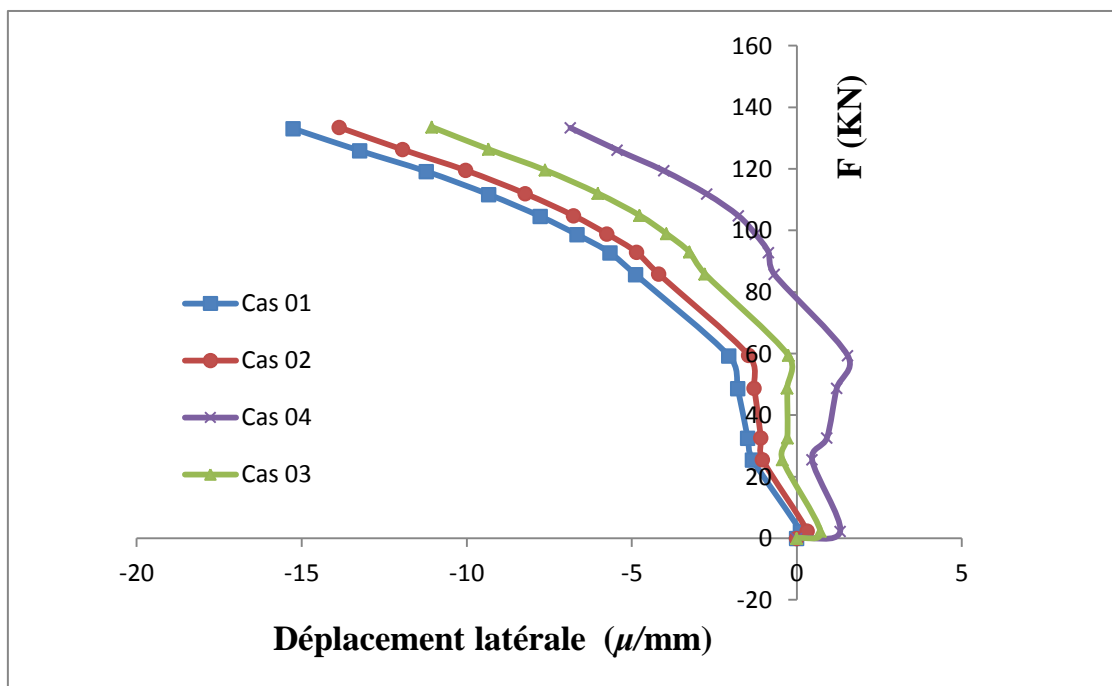


Figure III.15 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1 au point O1.

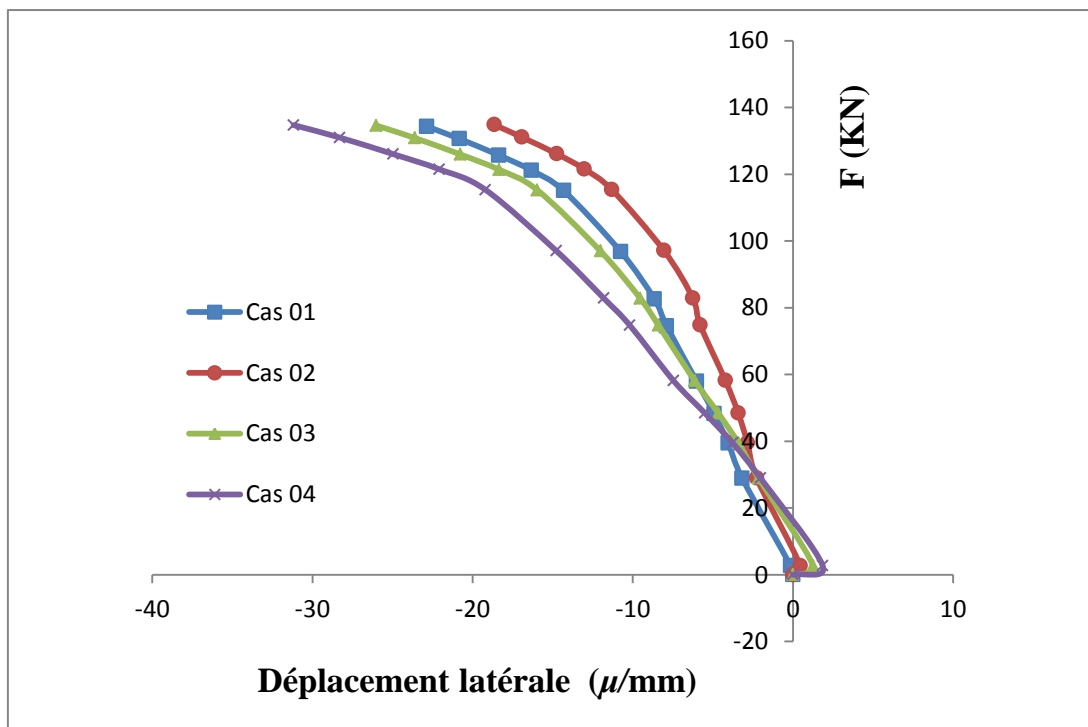


Figure III.16 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1 au point O2.

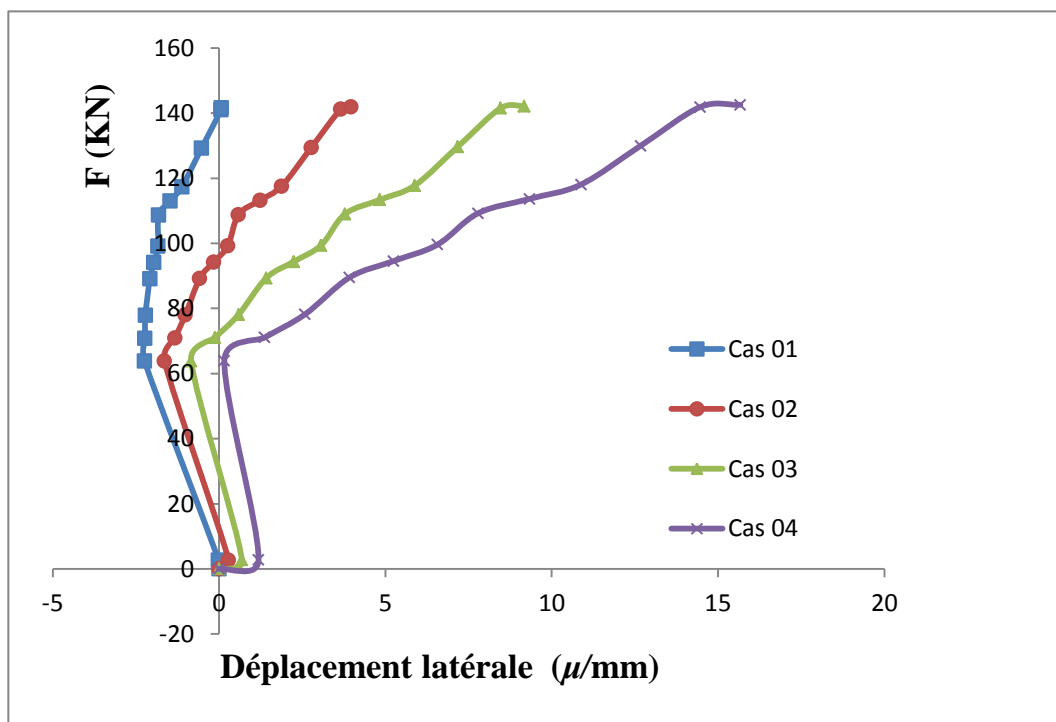


Figure III.17 : Courbe charge – déformations latérale hors plan de spécimens N°1 au point O3.

III.7.3. Effet des conditions de chargement :

Dans ce qui suit on va examiner l'effet de condition de chargement. Le 1^{er} cas représente un arc en acier bi-encastree soumis à une force concentrée au milieu (point O2) d'une magnitude égale à 130 kN. Le 2^{ème} cas représente un arc en acier bi-encastree soumis à une force uniformément répartie d'une magnitude égale à 17.68 kN/ml. La courbe 3.18 montre la variation de déplacement latérale au point O2 en fonction de la charge appliquée pour les deux cas de chargement. On peut constater que les résistances au flambement inélastique hors plan des arcs en acier soumis à une force concentrée au milieu de l'arc sont plus petites que celles des arcs en acier sous une charge uniformément répartie.

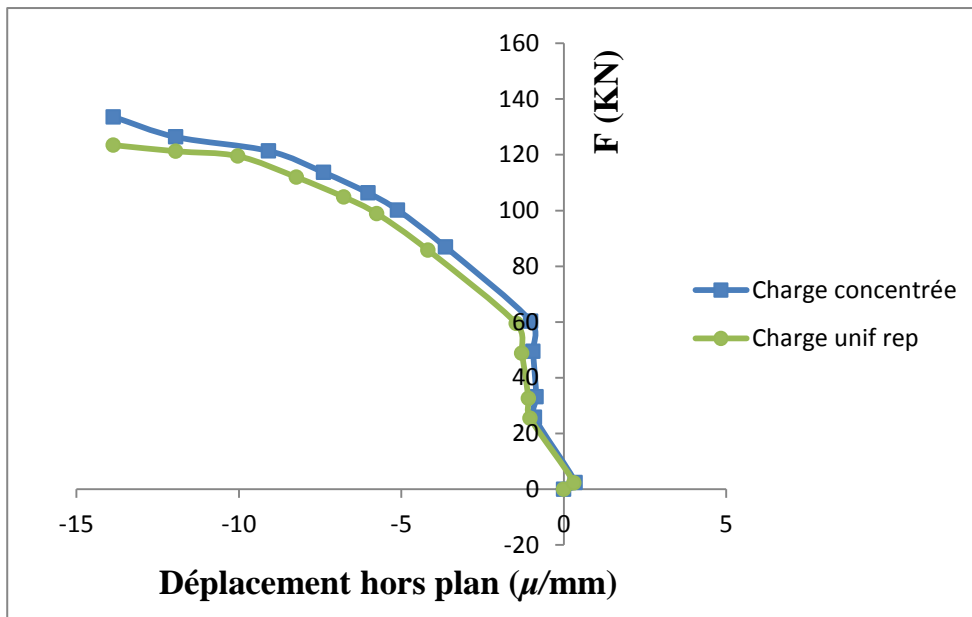


Figure III.18: Courbe charge-déformation latérale au milieu de l'arc_ Effet des conditions de chargement.

Conclusions générales

Une étude numérique sur le comportement au flambement inélastique hors plan d'arcs circulaire en acier bi-encastées de forme en I, soumis à un chargement symétrique à trois points et à un chargement non symétrique à deux points a été présentée dans cette mémoire. L'étude numérique consiste à élaborer un modèle des éléments finis capable de simuler. Les résultats numériques ont été comparés et validés par des résultats expérimentaux trouvés dans la littérature. Les principales conclusions de cette étude sont citées comme suit :

- Il a été constaté que l'excentricité de la charge conduit à augmenter la déformée de l'arc hors plan.
- L'étude des cas divers de condition d'appuis montre que la stabilité des arcs est plus assurée en augmentant le degré d'hyperstaticité.
- Un cas de charge dissymétrique donne des déformations plus importantes qu'un cas de charge symétrique, et un mode de déformation dissymétrique.
- La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux montre que modèle numérique réalisé sous l'ABAQUS est capable de reproduire les résultats expérimentaux.

Bibliographies :

- [1] Marc Landowski, Bertrand Lemoine, Concevoir et construire en acier. Collection Mémentos acier. Arcelor Luxembourg, 2005.

- [2] Timoshenko SP, Gere JM. Théorie de la stabilité élastique. 2e éd. New York:McGraw-Hill,1961.

- [3] Bazant Z, Cedolin L, Stability of structures elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories, Ed. World Scientific,ed: World Scientific, Tchèque, 2010

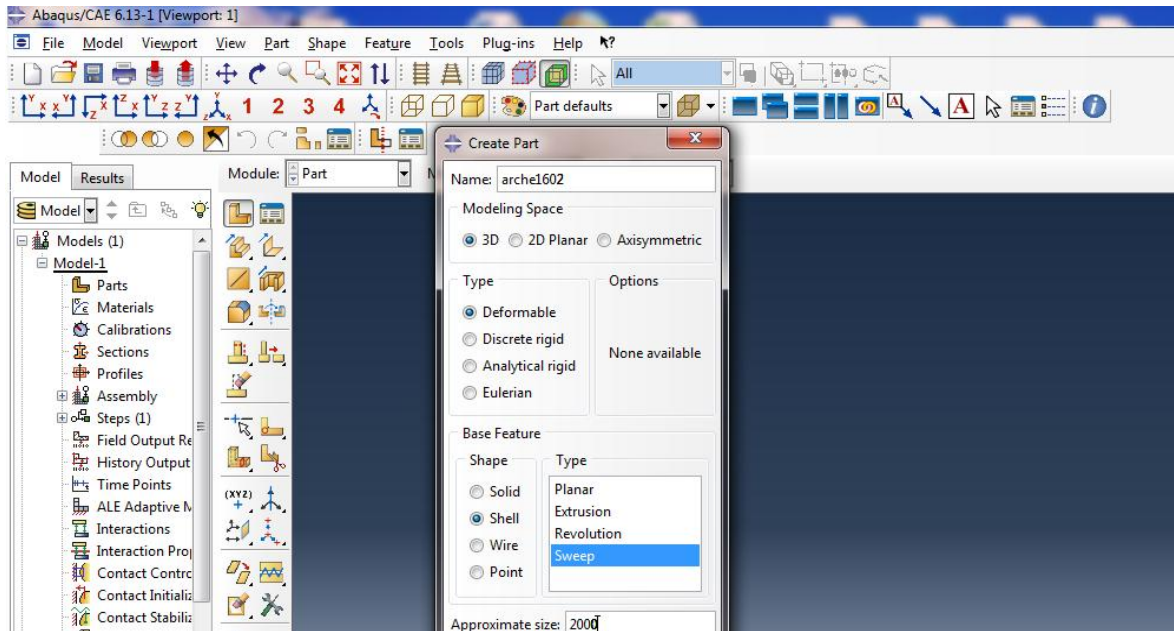
- [4] Yan-Lin Guo, An experimental study on out-of-plane inelastic buckling strength of fixedsteel arches, Engineering Structures V 98, 2015

- [5] Site internet : <https://www.keonys.com/protected/abaqus-tosca-fe-safe-isight-nouveautes-2019/nouveautes-2019>

- **Les étapes de modélisation par le logiciel ABAQUS :**

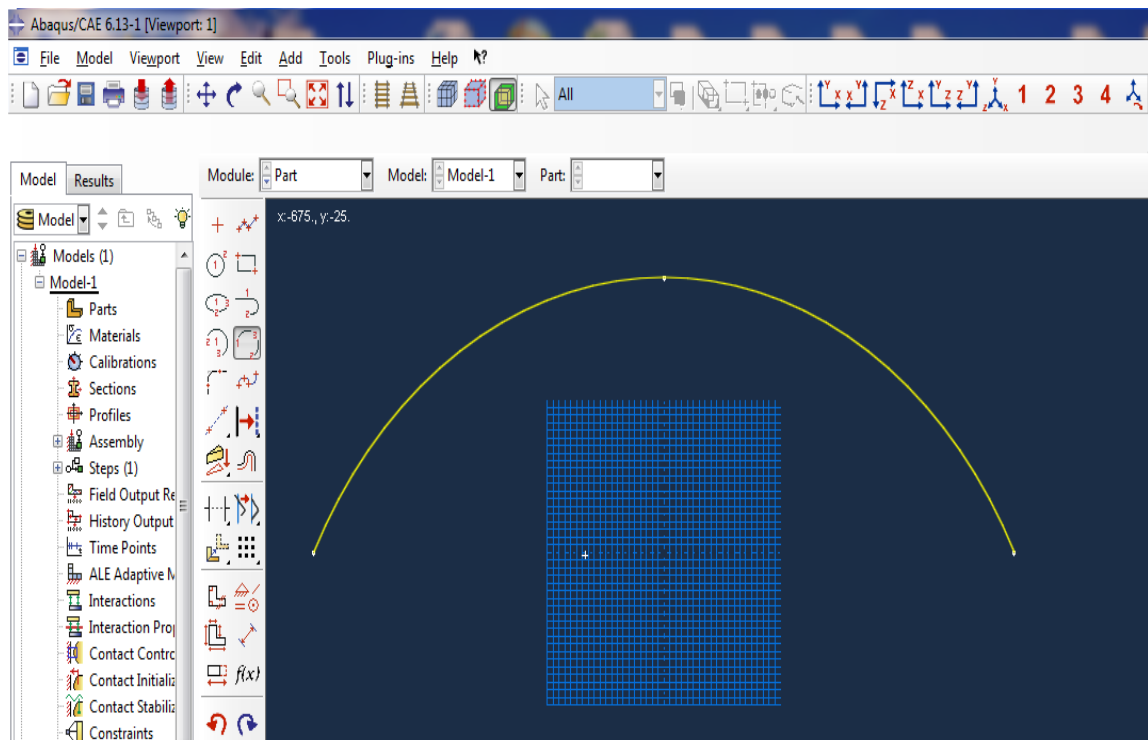
1- Create Part ----- Name: Arche1602 :

Modeling Space : 3D, Type : Deformable ,
Base Feature: Shell, Type: Sweep



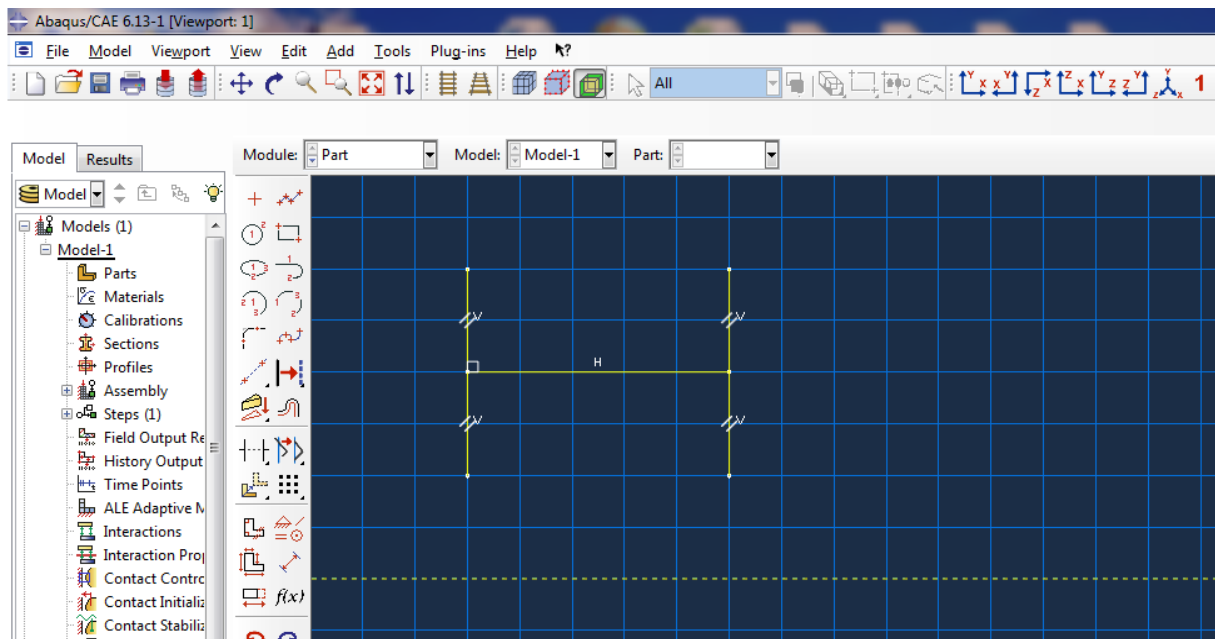
2- Introduire les coordonnées des points qui forment l'arc : (x,y,z)

A(-3000,0), B(3000,0) , C(0,1800)



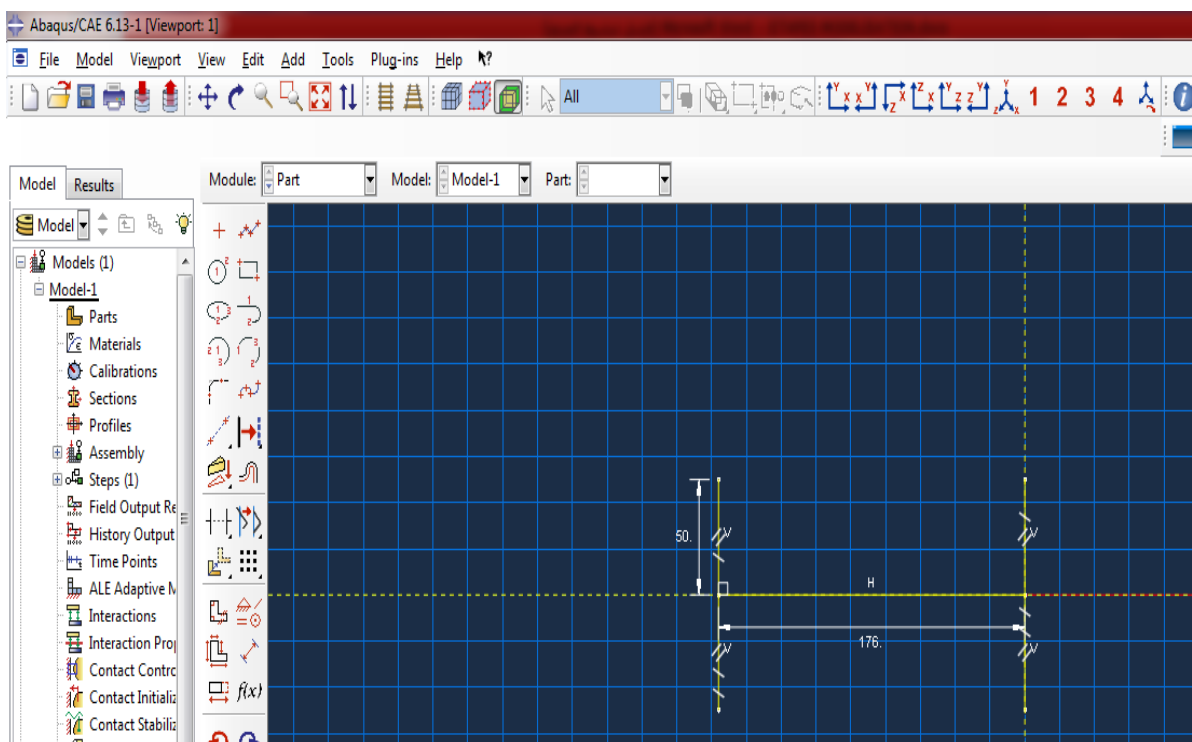
3- Modéliser la poutre en I :

Choisir : (CreateLines ; Connected)

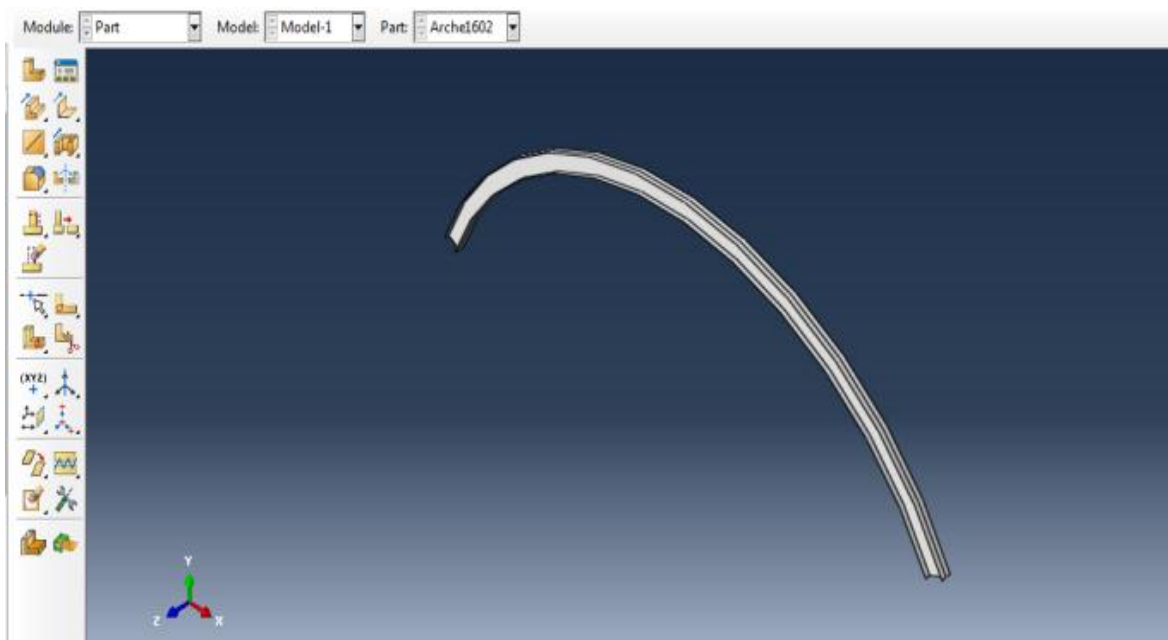


4- Translate l'élément vers le point de repère : O(0,0,0):

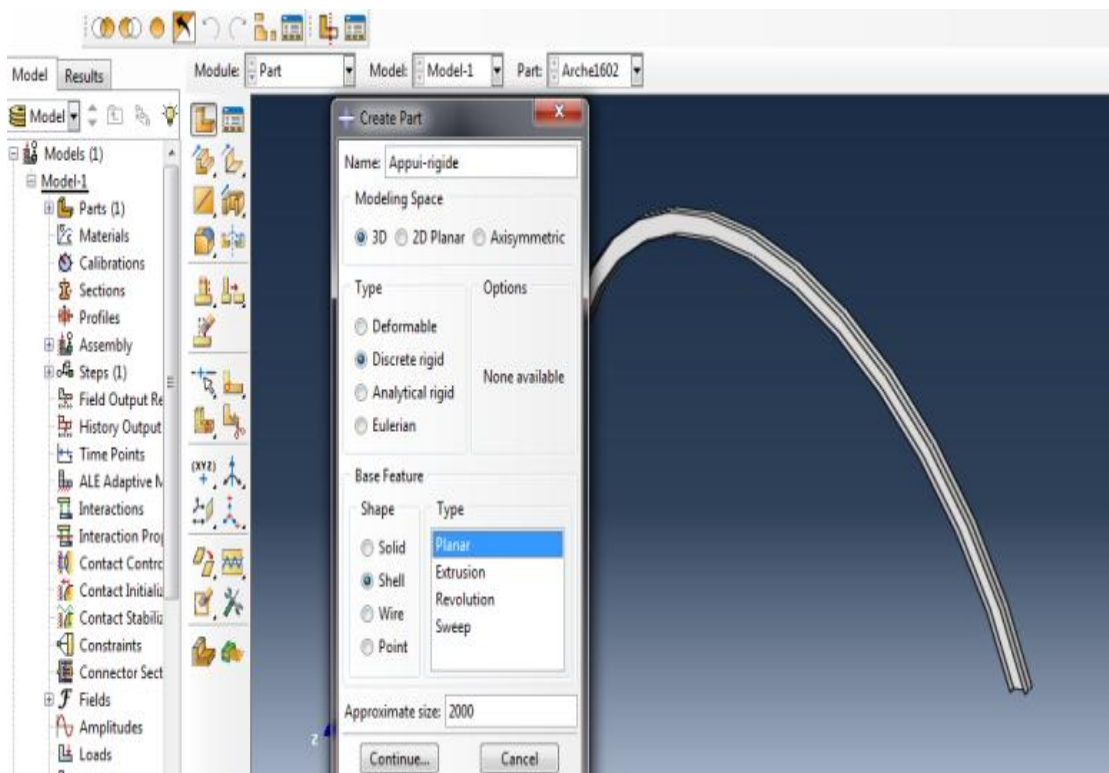
Choisir (Translate)



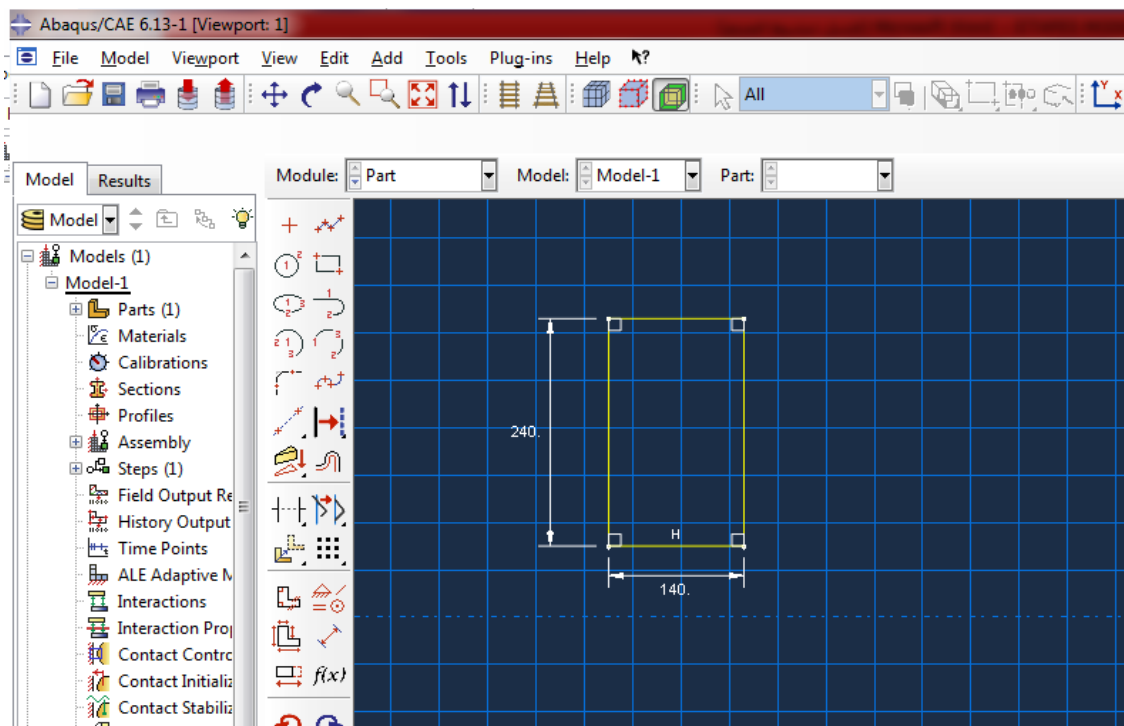
5- cliquer sur (done) pour afficher l'arc en 3D:



6- Create part-rigide ----- Name : Appui-rigide :
Choisir Type : Discreterigid,

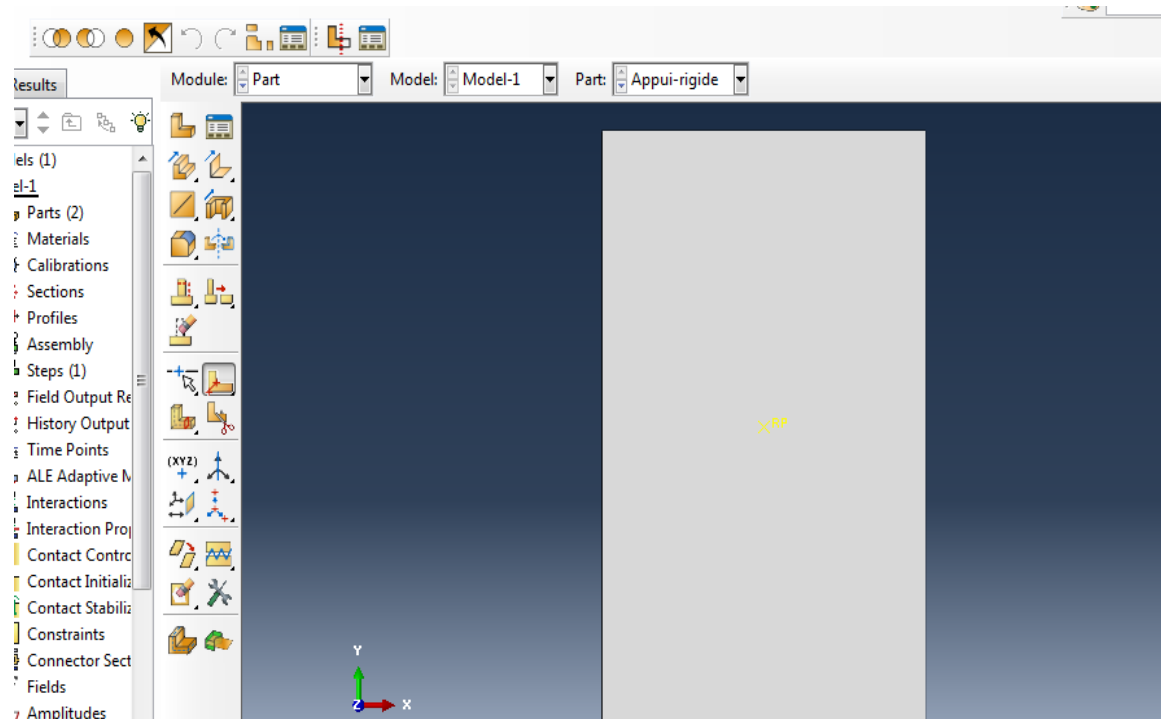


7- Déterminer les dimensions de l'appui : ($b = 140$, $h=240$) cm :



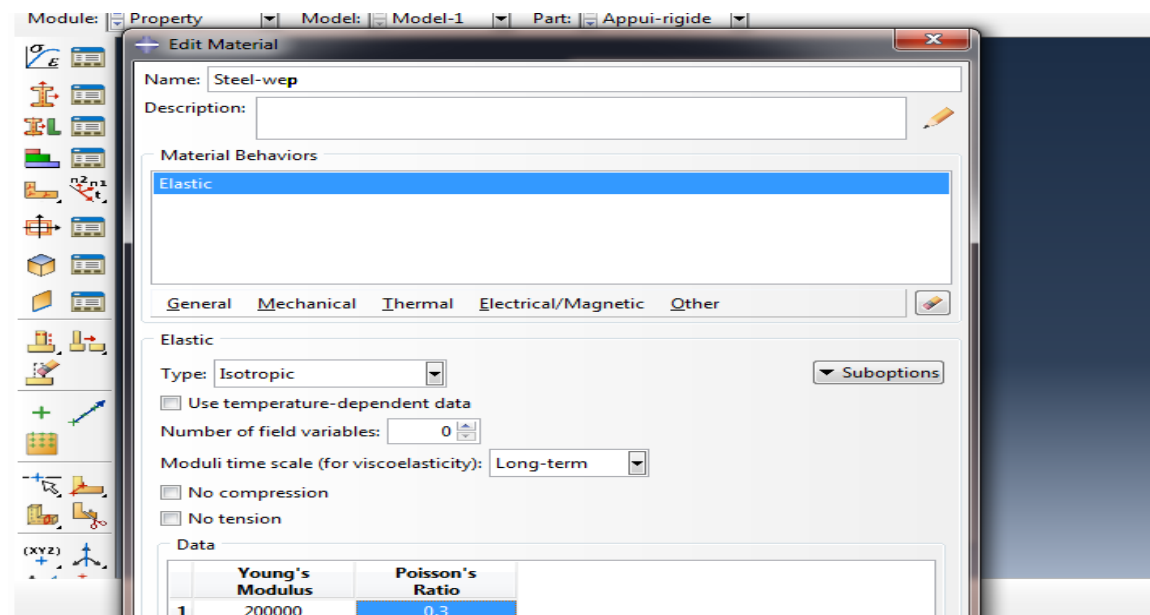
8- déterminer les coordonnées de point de référence : D(70,120) :

Tools ----- Reference Point

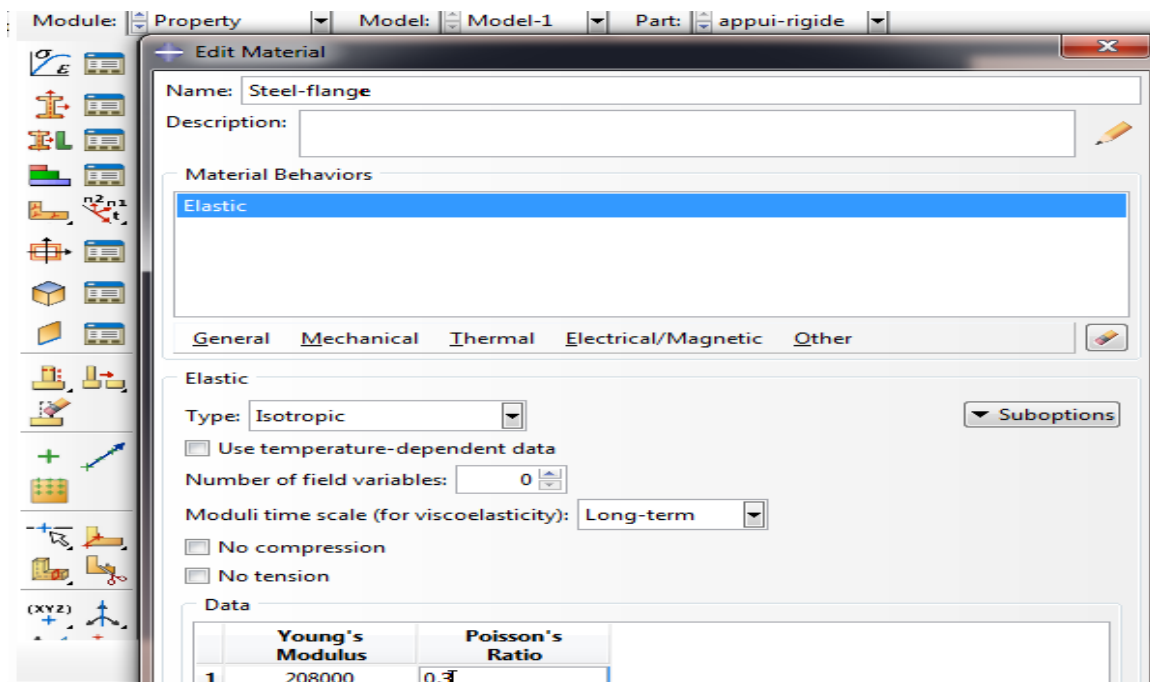


9- property ----- déterminer les caractéristiques de l'âme :

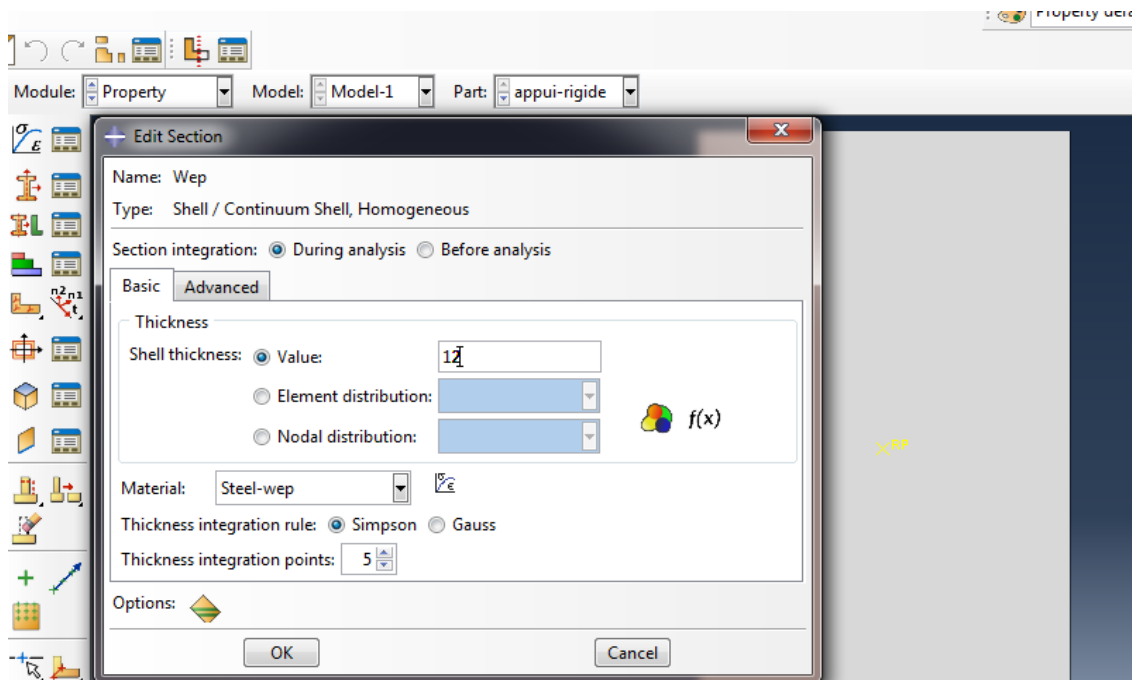
Module de Young et Coefficient de Poisson :



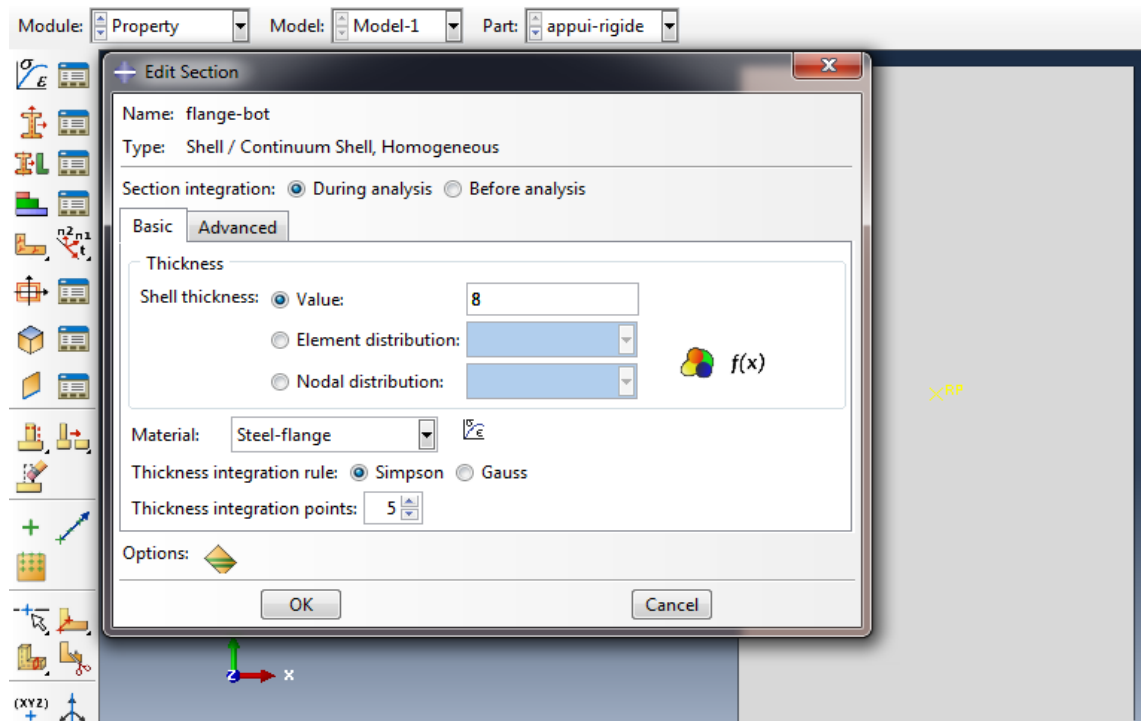
10- déterminer les caractéristiques de la semelle :



11- Create Section ----- introduire l'épaisseur de l'âme :



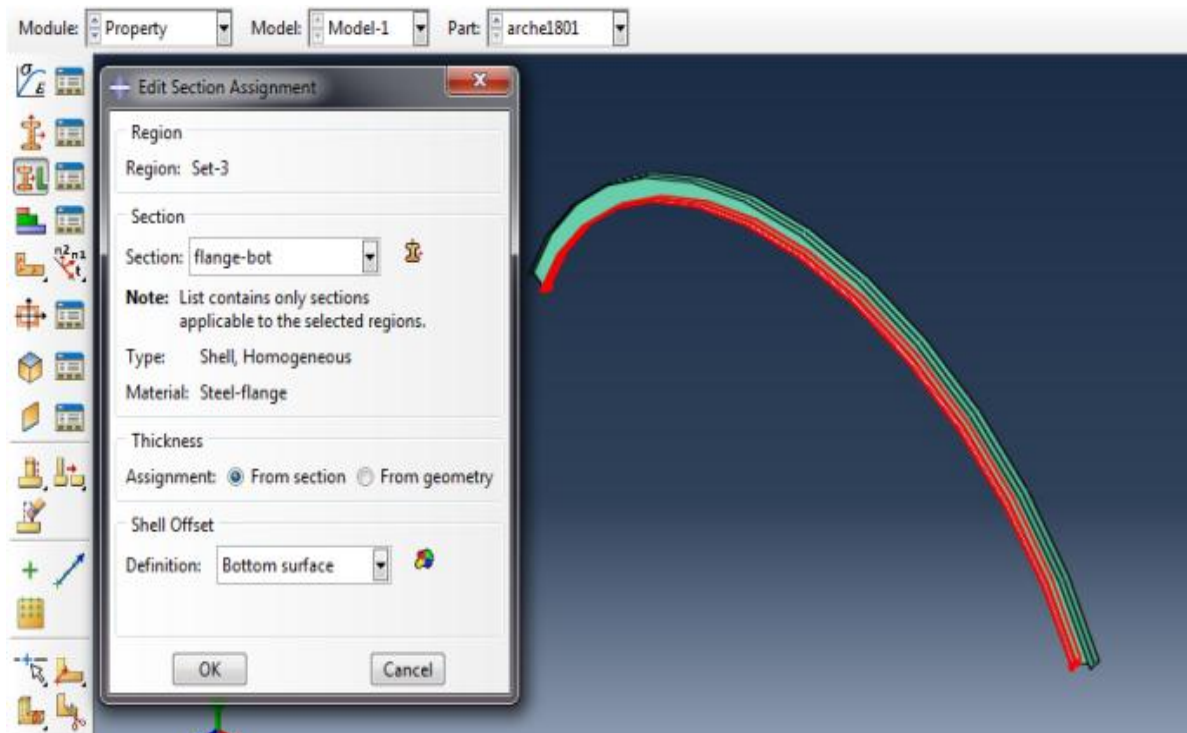
12- Create Section ----- introduire l'épaisseur de la semelle :



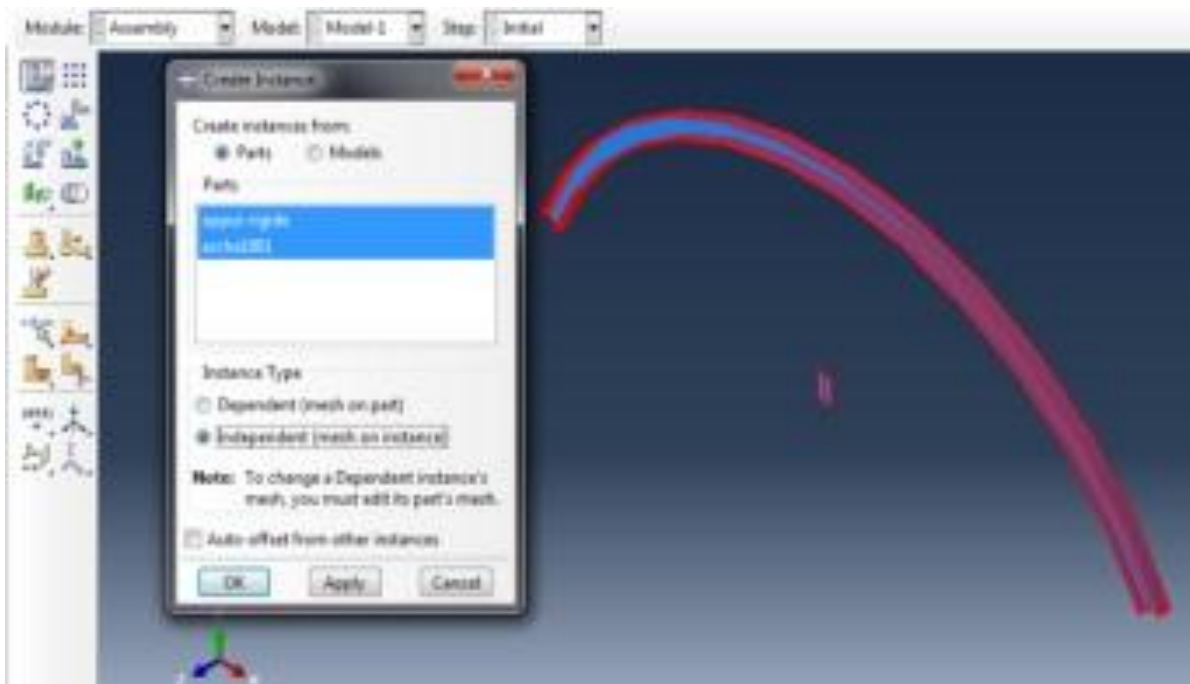
13- Assign section ----- Attribuer les sections (Flange-top) :



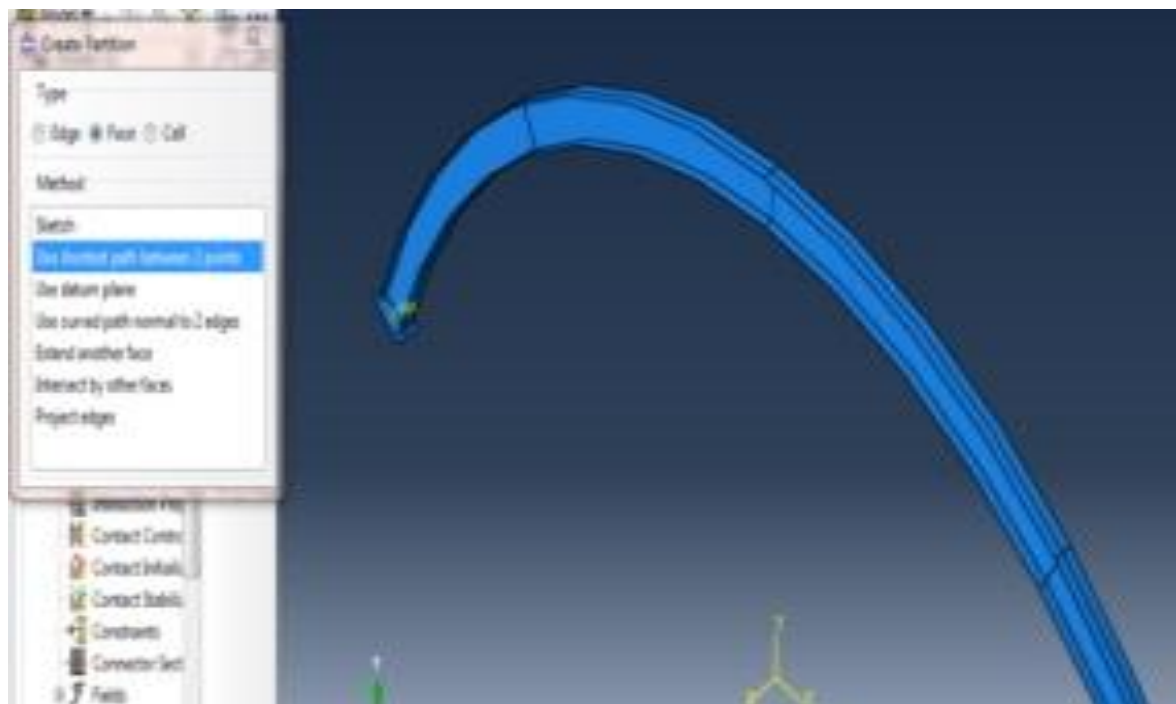
14- Assign section ----- déterminer les sections (Flange-bot) :



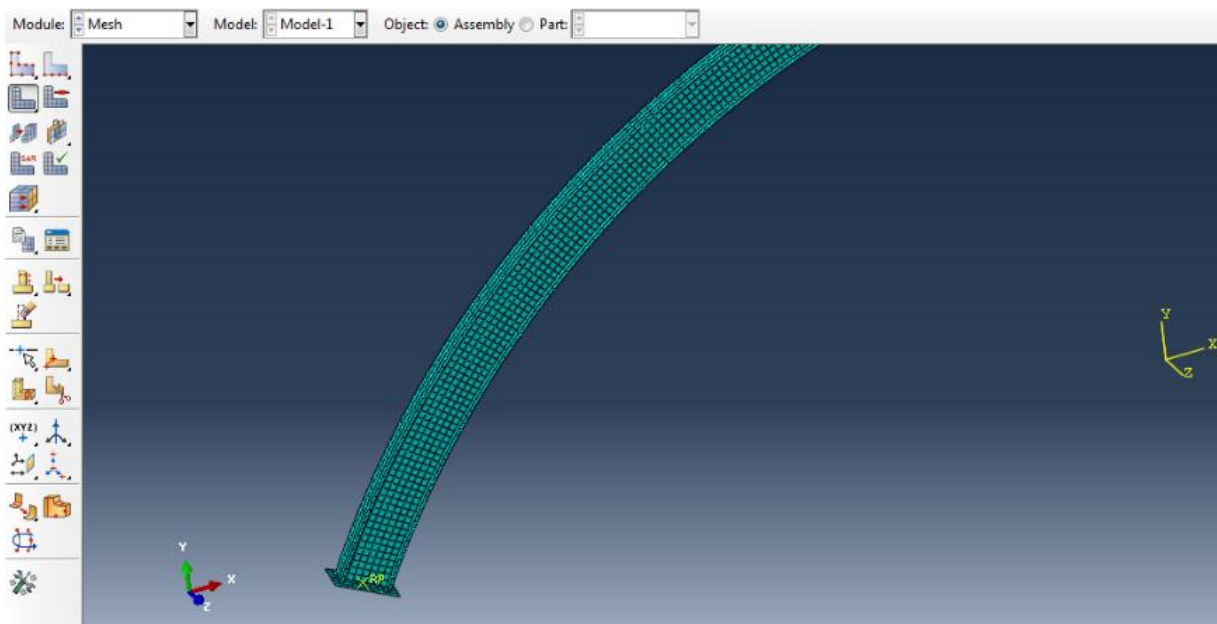
15- Assembly ----- Cliquer sur (Independant – mesh on instance) :



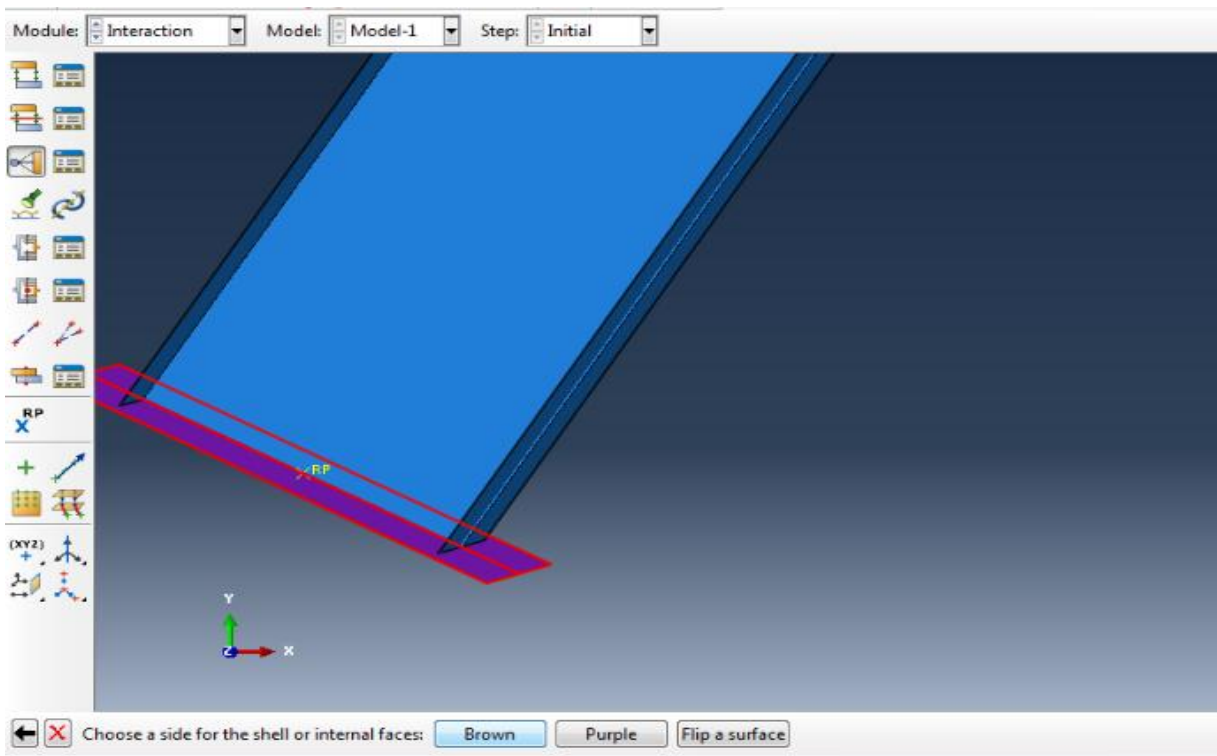
16- create partition----- use the shortest path between 02 points



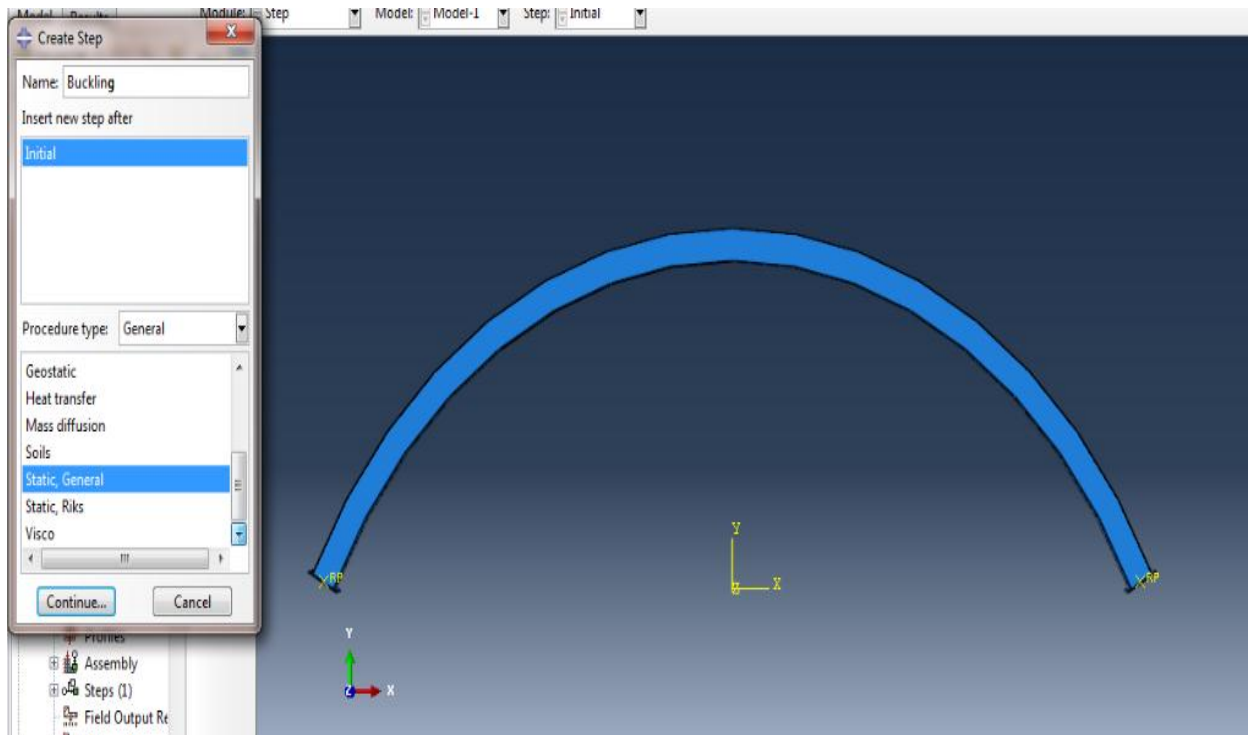
17- Faire le maillage (pour l'arche et les appuis):



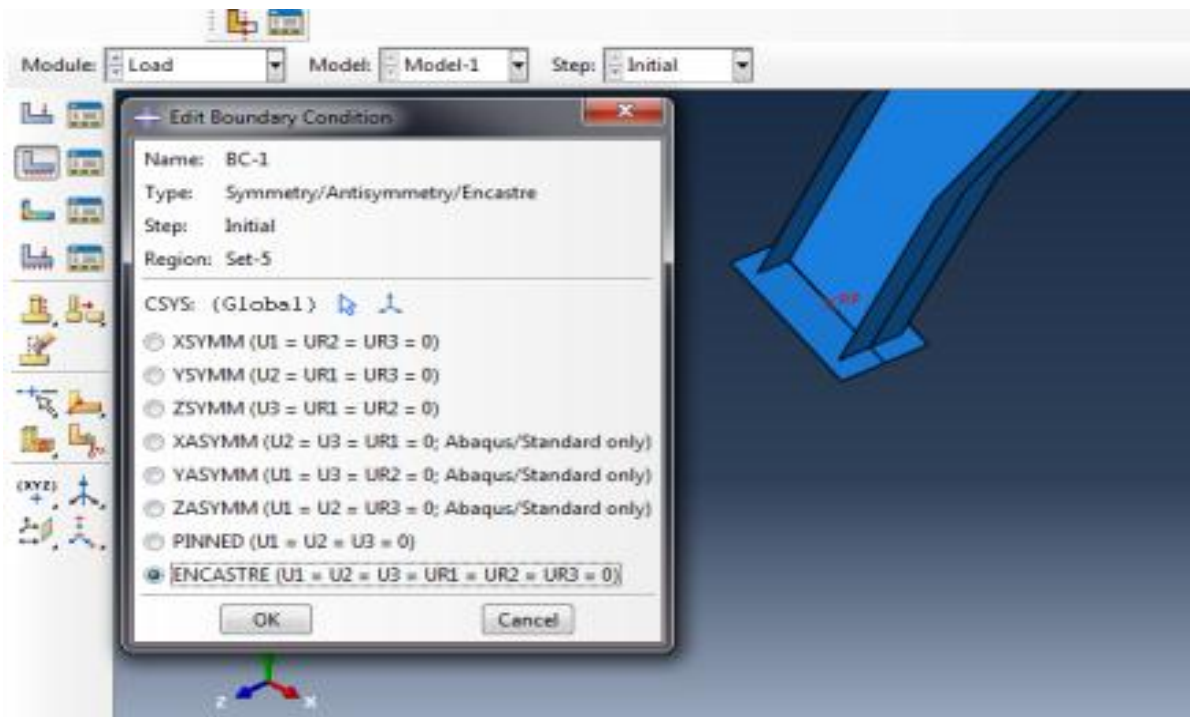
18- Faire l'interaction entre l'arc et les deux appuis:



19- Step ---- Creatstep :
Type de procédure : Linear perturbation

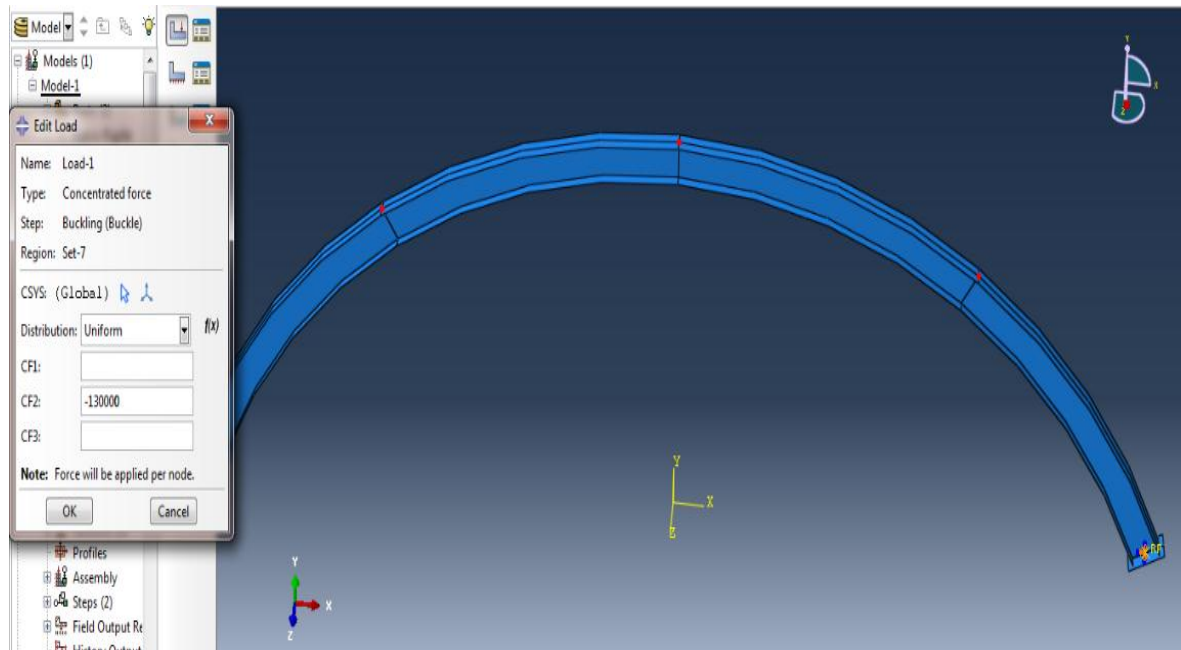


20- Conditions aux limites :
Determiner les degrés de liberté pour les deux appuis de l'arc :



21- Appliquer la charge : —> CreatLoad

On applique trois charges concentrées d'une magnitude égale à : 260000 KN.



22- Create JOB —> Job manager —> SUBMIT —> Monitor :

Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	1	1	0	0	0	0	1e-36	1e-36

Log Errors Warnings Output Data File Message File Status File

Submitted: Tue Dec 11 13:34:24 2018
Started: Analysis Input File Processor
Completed: Analysis Input File Processor
Started: Abaqus/Standard
Completed: Abaqus/Standard
Completed: Tue Dec 11 13:35:19 2018

23- Model → **Copy model** → **Name: Arche-nonlineaire**

PropertyModèle pour les caractéristiques des matériaux (Ame et Semelles)

Suivant les tableaux suivantes :

Steel-Wep			Steel-Flange	
Yield stess	Plastic strain		Yield stess	Plastic strain
315	0		275	0
331.26	0.0282		290.14	0.0225
363.26	0.0359		329	0.0347
390.07	0.0480		369.22	0.0481
409.87	0.0599		404.63	0.0656
435.26	0.0767		437.5	0.0874
466.93	0.0987		458.64	0.1012
491.67	0.1303		494.91	0.1303
512.71	0.1558		520.83	0.1586
533.23	0.1917		536.76	0.1823
552.13	0.2168		548.76	0.2043
559.57	0.2270		553.62	0.2195
547.07	0.2302		565.55	0.2312

24- Assembly → Edit keyword → Preselect:

*node File, global = Yes

U, → OK

25- Job → Job Manager → Submit → OK → Monitor

($S = 7350 / 448 = 16,40$ pour Premiere Specimen)

26- Dismiss → Resultats → Part → Appuirigide

• Model → Copy model → Arche-nonlinaire → OK

27- Property → Create material – Select Flange → Plastic

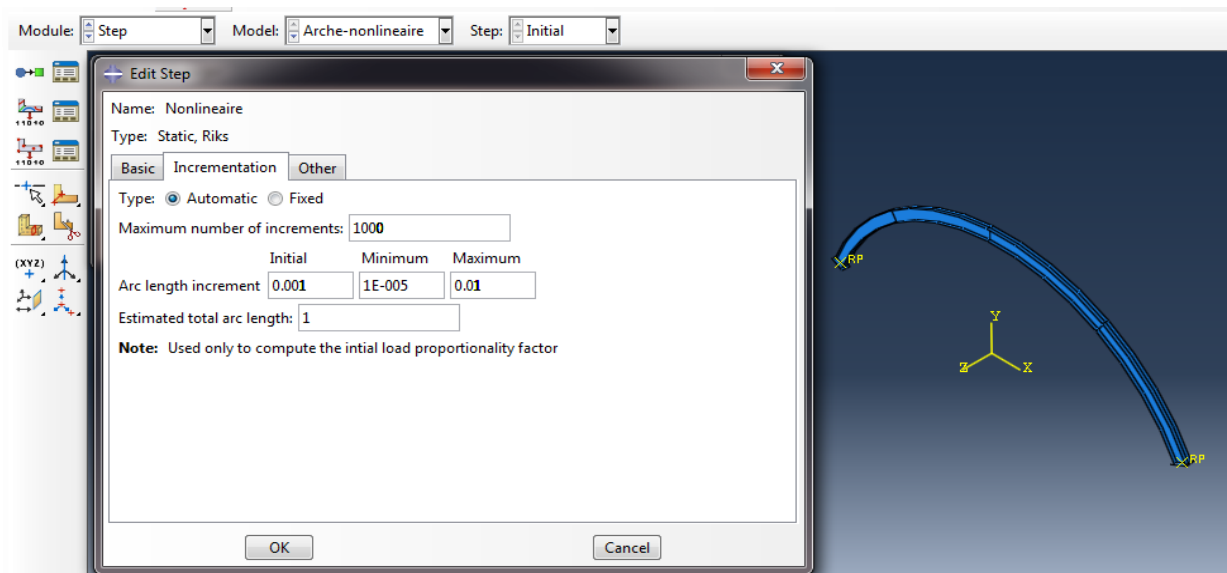
→ Remplir les tableaux (Contraites – Déformations):

28- Step → Step Manager → Buckling → Delete

29- Create step → NonlinaireStatic,Ricks → Continue

Nl,geom

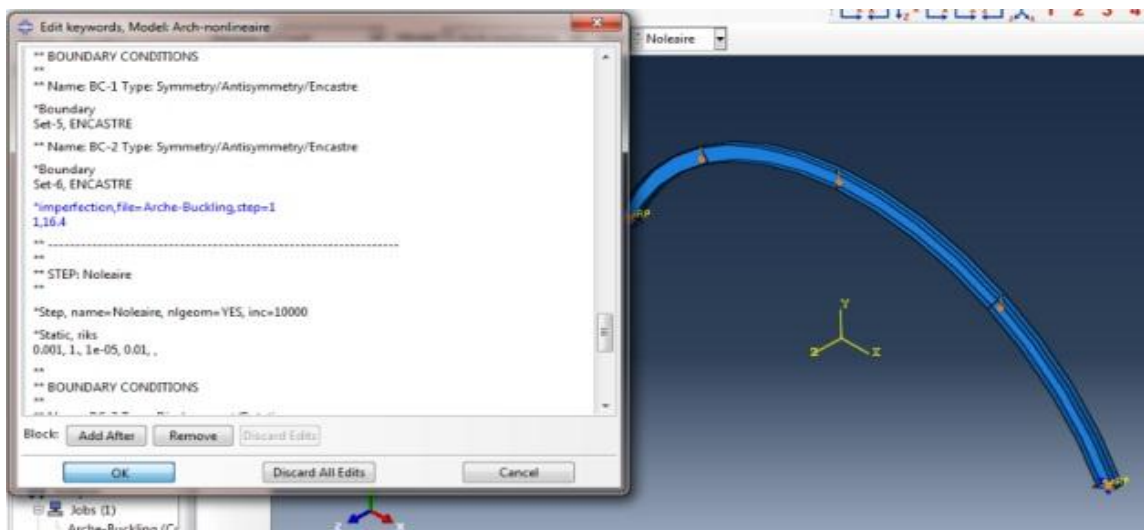
- Increment



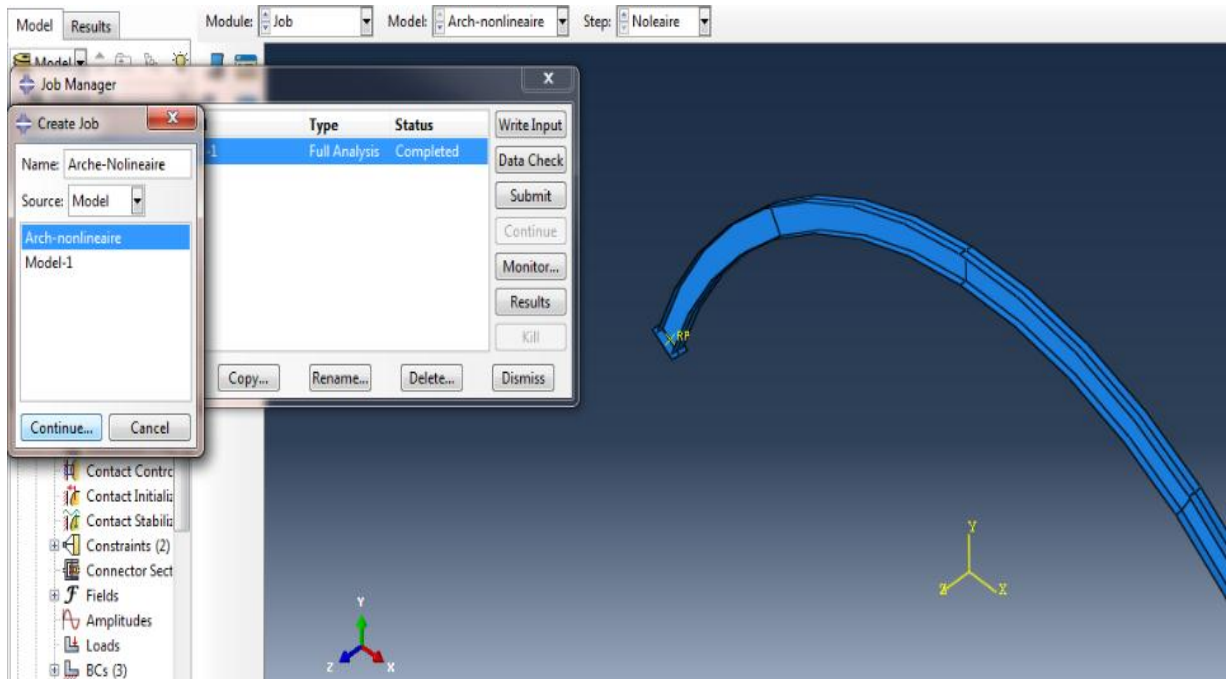
30- Load → Create Boundary conditions → displacement/Rotation

31- Step: non-linéaire → Continue → Sélectionner les trois points

- Arc –non-linéaire → Edit keyword
- Apres Boundary ecrit : *imperfections, file= arche-buckling



32- Job → create (Name: Arche-nonlineaire) → Continue



- Submit → Monitor → Results.

QQ影音 nonlinear.avi

Arche-Nonlineaire Monitor

Job: Arche-Nonlineaire Status: Running

Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	61	1	0	4	4		1.74945	0.0607922
1	62	1	0	4	4		1.81122	0.0617658
1	63	1	0	4	4		1.87399	0.0627669
1	64	1	0	4	4		1.93777	0.0637848
1	65	1	0	3	3		2.00255	0.0647795

Log Errors Warnings Output Data File Message File Status File

```

1
Abaqus 6.13-1                               Date 11-Dec-2018   Time 14:10:33
For use by _____ under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

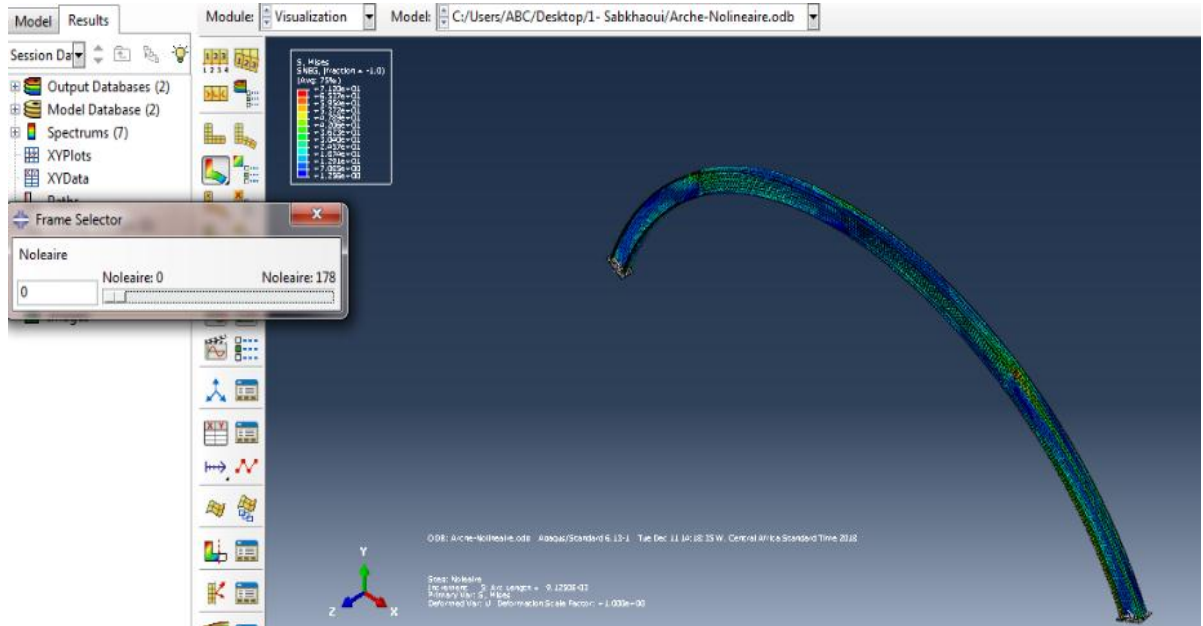
The Abaqus Software is a product of:
    Dassault Systemes Simulia Corp.
    Rising Sun Mills
    166 Valley Street
    Providence, RI 02909-2499, USA

The Abaqus Software is available only under license
from Dassault Systemes or its subsidiary and may be
used or reproduced only in accordance with the terms
of such license.

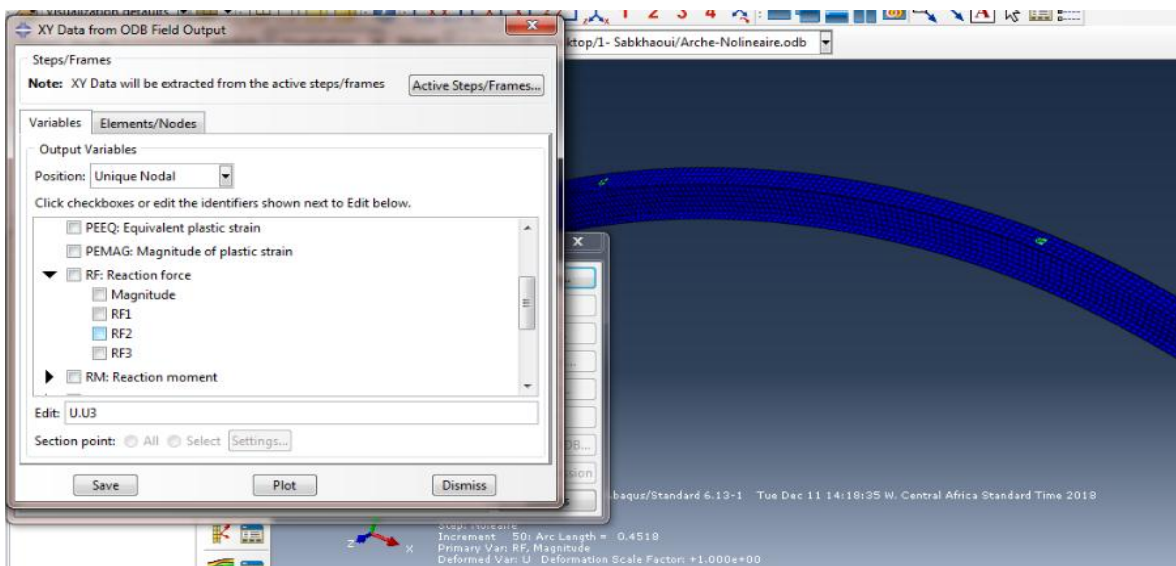
On machine ABC
you are authorized to run
Abaqus/Standard until 31-Dec-2055

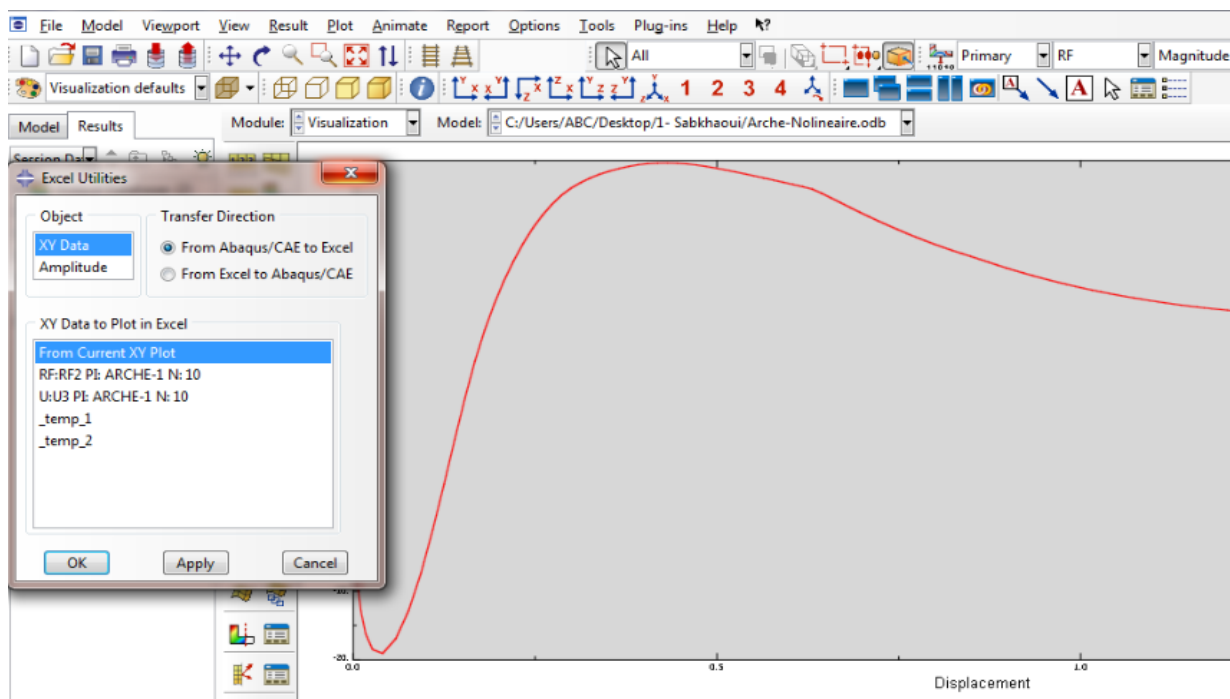
Your site id is:
    
```

- **Frame selector:**
- **Setfont** → **Size** → **10**, **Sélectionner les quatres choix**
- **Afficher les résultats : U** → **U1** → **RF**



- **XY data Manager** → **Create XY data (2) Continue**
- **Unique nodal (U: Spatial displacement; RF: Rotation force RF2)**
- **Sélectionner le point** → **done** → **Save**
- **Create WY data** → **operate on XY data**
- **Combine , plot**
- **Plug-ins** → **Tools** → **Transferevers Excel**
- **From current XY Plot.**





Annexe