



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



**Université Amar Thelidji- Laghouat**

**FACULTÉ: GENIE CIVIL ET D'ARCHITECTURE**

**DÉPARTEMENT : GENIE CIVIL**

## **MÉMOIRE DE MASTER**

**Présenté par : Cherigui Akila**

**DOMAINE : Sciences et Techniques**

**FILIERE : Hydraulique**

**OPTION : Ressources Hydrauliques**

### **Thème**

***Analyse multifractale des fluctuations redressées de  
quelques séries  
Hydrologiques des régions Nord d'Algérie***

#### **Jury de soutenance :**

<b>Nom et Prénom</b>	<b>Grade</b>	<b>qualité</b>
Guidoum Azzedine	MCB	Président
Stambouli Madani	Pr	Examineur
Chettih Mohamed	Pr	Rapporteur

**Promotion : juin - 2019**



## ملخص:

تحليل متعدد الكسوريات لتقلبات السلاسل الهيدرولوجية حيث مكنت هذه الطريقة من إصدار تقدير أولي لمعامل هيرست من السلسلة المدروسة. حيث أشارت أن الأمطار تتميز بثبات منخفض إلى حد ما، في حين أظهرت ان التدفقات بنية تعتمد على ذاكرة طويلة مع خاصية الثبات. وأظهرت سلسلة مؤشر المناخ أيضاً هيكلًا يعتمد على الذاكرة الطويلة مع الأسس هيرست المرتفعة إلى حد ما مما يشير إلى سلسلة من الثبات. وأظهرت أطيف متعددة الفصائل الناتجة عن مؤشرات التذبذب المناخ أقواس كبيرة نموذجية للسلوك متعدد الفصائل. ومع ذلك، فإن أطيف هطول الأمطار والتدفق المتعددة الفترات كانت واضحة وكاملة بشكل واضح لسلسلة رصدية قليلة. إن الانكسار المتعدد لتساقط الأمطار والتدفق موجود فقط بالفعل لمجموعة معينة من المقاييس.

**كلمات مفتاحية:** سلاسل زمنية، معامل هيرست، تحليل متعدد الكسوريات، ثبات المقياس، الجزائر.

---

## Abstract :

This work aims to characterize rainfall, flow and climate indices using the multifractal method of rectified fluctuations. As such, the MDFA made it possible to release a first estimate of the Hurst exponent of the studied series. The rains indicated a fairly low persistence, while the flows showed a long-memory dependent structure with a persistence property. The climate index series also showed a long-memory dependent structure with a fairly high Hurst exponent indicating a series of persistence. Multifractal spectra resulting from climate oscillation indices showed large arcs typical of multifractal behavior. However, the multifractal spectra of rainfall and discharge were only visibly clear and complete for a few observational series. Multifractality for rainfall and flow is only really present for a certain range of scale.

**Key words:** Time Series, MDFA, Hurst Exhibiting, Multifractal Analysis, Scaling Invariance, Algeria.

---

## Résumé :

Ce travail a pour objectif la caractérisation des pluies, des débits et des indices climatiques à l'aide de la méthode multifractale des fluctuations redressées. A ce titre, la MDFA a permis de dégager une première estimation de l'exposant de Hurst des séries étudiées. Les pluies ont indiqué une persistance assez faible, alors que les débits ont montré une structure dépendante à mémoire longue possédant une propriété de persistance. Les séries des indices climatiques ont montré également une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst assez élevé indiquant une série persistance. Les spectres multifractals résultant des indices d'oscillation climatique ont montré de grands arcs typiques d'un comportement multifractal. Cependant, les spectres multifractals des pluies et des débits n'été visiblement claire et complet que pour quelques séries d'observation. La multifractalité pour les pluies et les débits n'est réellement existante que pour une certaine gamme d'échelle.

**Mots clés :** Séries chronologiques, MDFA, Exposant de Hurst, Analyse Multifractale, Invariance d'échelle, Algérie.



# Table des matières

**Remerciement**

**Dédicace**

**résumé**

**Table des matières**

**Liste des figures**

**Liste des tableaux**

Introduction Générale.....	01
Chapitres I :Concepts de l'Analyse Multifractale des Fluctuations Redressées	
I.1 Introduction.....	03
I.2 Estimation de l'Exposant de Hurst.....	04
I.2.1 Introduction.....	04
I.2.2 Méthodes d'estimation de l'Exposant de Hurst.....	05
I.2.2.1 Analyse des étendues normalisées.....	05
I.2.2. Méthode spectrale (Log-périodogramme) :.....	06
I.2.3. Méthode temps-échelle: Décomposition en ondelettes	06
I.2.4. Méthodes temporelles.....	07
I.2.5. Autres Méthodes.....	08
I.3 Analyse Multifractale des fluctuation Redressées.....	08
I.3.1 Description de la méthode.....	08
I.3.2 Relation avec l'analyse multifractale standard.....	12
Conclusion .....	14
Chapitre II : Méthodologie et Algorithmes	
II.1 Introduction.....	15
II.2 Description de la méthode utilisée.....	15
II.2.1 Bruit et marche aléatoire.....	17
II.2.2 Calcul de la variation de la moyenne quadratique de la série (RMS).....	18
II.2.3 Redressement (Detrending) local de la série.....	19
II.2.4 Analyse Monofractale des fluctuations redressées.....	20
II.2.5 Calcul de l'exposant de Hurst.....	21
II.2.6 Analyse multifractale des fluctuations.....	22
II.2.7 Spectre multifractal de la série à partir de l'exposant de Hurst d'ordre q.....	24
II.2.8 Estimation direct du spectre multifractal.....	26
II.3 Conclusion.....	30
Chapitre III : Application de la MDFA	

III.1	Introduction.....	31
III.2	Présentation de la région d'étude.....	31
III.2.1	Situation géographique.....	31
III.2.2	Climatologie.....	32
III.2.3	Hydrographie.....	33
III.3	Présentation des données.....	34
III.3.1	Précipitations.....	34
III.3.2	Débits.....	35
III.3.3	Indices Climatiques.....	36
III.4	Résultats et interprétation .....	42
III.4.1	Bruit et marche aléatoire comme une variation dans une série.....	42
III.4.2	Calcul de la variation de la moyenne quadratique de la série (RMS).....	43
III.4.3	Calcul des fluctuations locales.....	44
III.4.4	Fonction d'échelle $F(ns)$ .....	45
III.4.5	Exposant de Hurst.....	46
III.4.6	Analyse multifractale.....	48
III.4.7	Spectre multifractal de la série à partir de l'exposant de Hurst d'ordre $q$ .....	50
III.4.8	Spectre multifractal.....	53
III.5	Conclusion.....	59
	Conclusion général .....	60
	Référence Bibliographiques	
	Annexes	
	Résumé	

## Liste des Figures :

Fig. II.1 : - pseudo-organigramme de la méthodologie utilisée pour l'analyse multifractale.....	16
Fig. II.2 : - Série Multifractale et sa marche aléatoire.....	17
Fig. II.3 : - Série chronologique des pluies et sa marche aléatoire.....	17
Fig. II.4 : - Série Multifractale, Moyenne et RMS.....	18
Fig. II.5 : - Série chronologique des pluies journalières à la station de Bejaïa, moyenne et variation de la moyenne quadratique.....	18
Fig. II.6 : - Calcul des fluctuations locales avec des ajustements : Linéaire (A), Quadratique (B) et Cubique (C).....	19
Fig. II.7 : - Les fluctuations locales, RMSns (Fonction d'échelle $Fns$ est le RMS Global des fluctuations locales RMSns).....	20
Fig. II.8 : - Le RMS Global $F$ , en fonction des échelles.....	22
Fig.II.9 :- Illustration de $qRMS1$ où $qRMS \{1\}$ est l'ordre $q$ des fluctuations locales.....	23
Fig. II.10 : - RMS $q$ – order $Fq(nq)$ et lignes de régression correspondantes $qRegLine \{nq\}$ calculées pour les séries chronologiques multifractales (A), monofractales (B) et bruit blanc (C)	25
Fig.II.11 : Exposant de Hurst d'ordre $q$ $Hq$ pour les trois séries hypothétiques.....	25
Fig. II.12 :- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries temporelles bruit blanc, monofractale et multifractale.....	27
Fig. II.13 :- l'estimation de l'exposant de Hurst local minimum et maximum $Ht(5, :)$ .....	28
Fig. II.14 : A : Séries chronologiques et leurs exposants de Hurst locaux, B : La distribution de probabilité $Ph$ des exposants de Hurst locaux $Ht$ estimée sous forme d'histogrammes pour les séries temporelles, C : Le spectre multifractal $Dh$ estimé à partir de la distribution $Ph$ pour la même série temporelle.....	29
Fig. III.1 : - Situation géographique de larégiond'étude.....	31
Fig. III.2 : Orographie et Topographie de l'Algérie du Nord.....	32
Fig. III.3: - Les bassins hydrographiques de l'Algérie septentrionale.....	33
Fig. III.4 : - Réseaux hydrographiques de l'Algérie du Nord.....	33
Fig. III.5 : -Situation des sites d'étude.....	34
Fig. III.6: -Répartition des pluies journalières : Sour El Ghozlane, Bejaïa, Dar El Beida et Ain El Hadjaj.....	35
Fig. III.7 : -Répartition des Débits moyens journaliers : Soummam, Seybouse et Rhouiba....	36
Fig. III.8:- L'indice d'oscillation Nord-Atlantique (1860-2000) d'après (Source : Climatic Analysis Section,NCAR,Boulder,USA,Hurrell(2003).Accédé 2018-10-21.....	37
Fig.III.9:- Les deux phases de l'indice NAO (positive et négative) d'après: lien météorologie (Wikipédia).....	37
Fig.III.10 :-L'indice d'oscillation Australe(1880-2020) d'après (Source: Long Paddock website, Gov. of Queensland).....	38
Fig.III.11:- L'indice d'oscillation Australe calculé avec les pressions à Darwin située au Nord de l'Australie (a été publié dans Uncategorized par Mr Météo. Mettez-le en favori avec son permalien).....	39
Fig.III.12 :- l'indice d'Oscillation Méditerranéenne est calculé comme la différence des Pressions normalisée entre Alger et Le Caire d'après : Advances in Meteorology.....	39
Fig.III.13 :- Evolution de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (1945-1985). Source : ( <a href="https://slideplayer.com/slide/738902/">https://slideplayer.com/slide/738902/</a> ).....	40
Fig.III.14:-Positions moyennes des systèmes météorologiques lors des oscillations arctiques positives et négatives .source : Thisfilewasderivedfrom:ArcticOscillation.png( <a href="http://www.ncdc.noaa.gov/bams-state-of-the-climate/2010.php">http://www.ncdc.noaa.gov/bams-state-of-the-climate/2010.php</a> <a href="http://www1.ncdc.noaa.gov/pub/data/cmb/bams-sotc/2010/bams-sotc-2010-brochure-hi-rez.pdf">http://www1.ncdc.noaa.gov/pub/data/cmb/bams-sotc/2010/bams-sotc-2010-brochure-hi-rez.pdf</a> )	40
Fig.III.15 :- Graphique de l'oscillation arctique hivernale (positive en rouge et négative en	41

bleu)entre(18992013)source:https://climatedataguide.ucar.edu/sites/default/files/climate_index_files/nam_pc_djfm.txt.....	
Fig. III.16 :-Répartition temporelle des indices climatiques au pas journalier .....	42
Fig.III.17: -Séries chronologiques des pluies (Bejaïa, DEB, SEG, Ain-Sefra) et leurs séries de marche aléatoire.....	43
Fig.III.18:- Séries chronologiques des pluies journalières à la station de Bejaïa, DEB, SEG et Aïn Sefra, moyenne et variation de la moyenne quadratique.....	44
Fig.III.19:- Calcul des fluctuations locales (linéaire, quadratique, cubique) pour les pluies à Bejaïa.....	44
Fig.III.20: - Fonction d'échelle $F_{ns}$ est le RMS Global des fluctuations locales $RMS_{ns}$ des pluies journalières à Bejaïa.....	45
Fig.III.21: - Le RMS Global (F), en fonction des échelles des pluies (Bejaïa, Dar El Beida et Sour El Ghozlane).....	46
Fig.III.22: - Le RMS Global (F), en fonction des échelles des débits (Soummam, Seybouse et Rhouiba).....	47
Fig.III.23: - Le RMS Global (F), en fonction des échelles des indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO).....	47
Fig.III.24 :- Visualisation de $qRMS_{1}$ (où $qRMS_{1}$ est l'ordre q des fluctuations locales des pluies journalières à DEB et à Bejaïa.....	48
Fig.III.25 :- Visualisation de $qRMS_{1}$ (où $qRMS_{1}$ est l'ordre q des fluctuations locales des pluies journalières à DEB et des débits de l'Oued Soummam.....	49
Fig. III.26 :- Visualisation de $qRMS_{1}$ (où $qRMS_{1}$ est l'ordre q des fluctuations locales des pluies journalières à DEB et de l'indice d'Oscillation Arctique (AO).....	49
Fig. III.27 :- RMS q-order $F_q(nq)$ et lignes de régression correspondantes $qRegLine_{nq}$ calculées pour les séries de pluies à Bejaïa (A), Dar El Beida (B) et Sour El Ghozlane (C)....	50
Fig. III.28 :- Exposant de Hurst d'ordre q $H_q$ pour les trois séries pluviométriques (Bejaïa, Dar El Beida, et Sour El Ghozlane).....	50
Fig. III.29 :- RMS q-order $F_q(nq)$ et lignes de régression correspondantes $qRegLine_{nq}$ calculées pour les séries de Débits de la Soummam (A), Seybouse (B) et Rhouiba (C).....	51
Fig. III.30: Exposant de Hurst d'ordre q $H_q$ pour les trois séries Hydrométriques (Soummam, Seybouse, et Rhouiba).....	51
Fig. III.31 :- RMS q-order $F_q(nq)$ et lignes de régression correspondantes $qRegLine_{nq}$ calculées pour les séries des indices d'oscillation climatique :AO (A), NAO(B) et MO (C).....	52
Fig. III.32 :- Exposant de Hurst d'ordre q $H_q$ pour les trois séries d'indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO).....	52
Fig.III.33:- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries de pluies journalières (Bejaïa, Dar El Beida et Sour El Ghozlane).....	53
Fig.III.34:- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries de Débits (Soummam, Seybouse et Rhouiba).....	54
Fig. III.35 :- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries d'indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO).....	55
Fig.III.37 :-l'estimation de l'exposant de Hurst local minimum et maximum $H_t(5,:)$ .....	56
Fig.III.38 :- Séries chronologiques et leurs exposants de Hurst locaux, B : La distribution de probabilité $Ph$ des exposants de Hurst locaux $H_t$ estimée sous forme d'histogrammes pour les séries temporelles, C : Le spectre multifractal $D_h$ estimé à partir de la distribution $Ph$ pour la même série temporelle.....	58

## Liste des tableaux :

Tableau.III.1 : –Caractéristiques des pluies moyennes journalières.....	34
Tableau.III.2 : - Descriptions des stations hydrométriques sélectionnées.....	35
Tableau .III.3 : –Caractéristiques statistiques des débits journaliers.....	36
Tableau.III.4:- Caractéristiques statistiques des indices climatiques journaliers.....	41



## Remerciements

*Au moment de clôturer ce mémoire, je remercie en premier lieu dieu de m'avoir donné la force et la patience de terminer ce travail, je souhaiterais apporter aussi ma vive reconnaissance à certaines personnes qui m'ont aidé et encouragé au cours de ces deux dernières années de Master.*

*Je voudrais remercier très chaleureusement Mr Chettih Mohamed, mon promoteur, pour le temps qu'il a su me consacrer et les précieux conseils qu'il a pu me donner. Il a su encadrer mon travail en me laissant suffisamment de liberté pour que je développe mes propres idées, tout en restant attentif pour que je ne m'égarer pas sur des pistes peu prometteuses.*

*Enfin, je tiens remercier tous les personnels techniques et administratifs de département génie civil .*

## Dédicace

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ma mère pour ses sacrifices en témoignage de tout mon affection au long de mes études.*

*A mon père qui m'a encouragé durant mes études, et son affection qui m'a amené à finir mon projet.*

*A mes chers frères.*

*A ma sœur.*

*A toute la famille.*

*A tous les amis de ma promotion (2019).*

## Chapitres I

# Concepts de l'Analyse Multifractale des Fluctuations Redressées

## I.1 Introduction

Au cours de ces dernières années, la méthode de l'Analyse des Fluctuations Redressées (DFA pour *Detrended Fluctuation Analysis*) (Peng et al., 1994 ; Ossadnik et al., 1994) est devenue une technique largement utilisée pour la détermination des propriétés d'échelle et la détection de corrélations dans des séries temporelles non stationnaires bruitées (Taqqu et al., 1995 ; Chen et al., 2002). Une des principales raisons d'utilisation de la méthode DFA est d'éviter la détection intempestive de corrélations qui sont des artefacts de non-stationnarités dans la série temporelle. La DFA s'attache à étudier la variabilité d'un système pour différentes échelles de temps dans le but de révéler la présence d'autosimilarité. Cette méthode évalue la corrélation à court terme et à long terme des variations d'un système.

Cependant, le plus souvent les corrélations à long-terme sont analysées au travers du formalisme monofractal. Une série monofractale est caractérisée par une invariance d'échelle typique, qui exprime que sa variabilité croît comme une fonction puissance de la grandeur de l'intervalle sur laquelle elle est calculée. A ce titre, de nombreuses méthodes ont été proposées pour estimer l'exposant. Par ailleurs, Le formalisme monofractal suppose que les séries temporelles analysées présentent une structure de corrélation dont il est possible de rendre compte par un exposant unique (Eke et al., 2000; Delignières et al., 2006).

Différents travaux ont montré cependant que le formalisme monofractal n'était pas en mesure de rendre entièrement compte de la complexité des fluctuations observées dans les séries expérimentales. Un processus monofractal suppose une structure corrélationnelle homogène au cours du temps, c'est-à-dire que la force des corrélations entre valeurs

successives demeure invariante. Un certain nombre d'études suggèrent que cette structure n'est pas toujours homogène mais est susceptible d'évoluer au cours du temps (Ihlen & Vereijken, 2010; Scafetta, Griffin, & West, 2003; Ivanov et al., 1999), les séries alternent ainsi entre des phases de fortes corrélations et des phases plus faiblement corrélées. Il est possible de rendre compte de ce phénomène au moyen du formalisme *multifractal*, introduit par (Mandelbrot 1975) dans l'étude des turbulences. Dans une série multifractale, les fluctuations ne sont pas entièrement caractérisées par un exposant fractal unique. L'exposant d'échelle est une propriété locale, évoluant d'observations en observations : la série est donc caractérisée par une distribution d'exposants, elle-même caractérisée par sa tendance centrale et son étendue.

Les caractéristiques structurelles des signaux sont souvent apparentes, mais ne sont pas capturées par des mesures classiques telles que l'amplitude moyenne du signal. Les signaux Hydrologiques et météorologiques proviennent d'un large éventail de phénomènes naturels possédant souvent une structure d'invariance d'échelle.

Formellement, un signal  $X(t)$  est d'invariance d'échelle lorsque  $X(ct) = c^H X(t)$ . Les analyses Fractales estiment l'exposant de la loi puissance  $H$  qui définit le type particulier de la structure d'invariance d'échelle du signal.

Les analyses fractales sont donc des outils prometteurs et très puissants pour le traitement des signaux et permettent ainsi de dévoiler les structures d'invariance d'échelle.

## **1.2 Estimation de l'Exposant de Hurst**

### **1.2.1 Introduction**

L'intérêt de l'exposant de Hurst (noté  $H$ ), nommé aussi l'indice d'autosimilarité, provient de sa capacité à caractériser la propriété d'autosimilarité ou d'invariance d'échelle, d'espace et de temps, observables dans de nombreuses séries temporelles, et en particulier dans le Mouvement Brownien Fractionnaire (MBF).

L'objet de cette partie est ainsi d'estimer par différentes méthodes l'exposant de Hurst, paramètre principal qui caractérise ces processus.

Historiquement, le MBF a été introduit par (Mandelbrot et Van Ness 1968) comme une généralisation du mouvement brownien qui est décrite par (Kolmogorov en 1940), les accroissements de ce processus sont stationnaires, ce dernier est nommé Bruit Gaussien Fractionnaire (BGF). Les deux types de processus stochastique, le MBF et le BGF, permettent de décrire de nombreux phénomènes naturels, étudiés dans des domaines aussi variés que l'hydrologie (Millen and Beard, 2003), la biologie (Peng et al., 1994), ou encore l'économie (Mignon, 1998).

Pour cette raison, l'estimation de l'exposant de Hurst est devenue un sujet de recherche majeur depuis les années 1950 jusqu'à présent (Beran, 1994 ; Taqqu et al., 1995 ;

Coeurjolly, 2000 ; Clegg, 2006). En effet, il existe diverses méthodes pour estimer ce paramètre. L'hydrologue (Hurst, 1951) fût le premier à introduire une méthode appelée analyse des étendues normalisées, ou rescaled range analysis ( $R/S$ ) en 1965 dans le but de modéliser l'évolution temporelle du niveau du Nil.

Par la suite, d'autres techniques ont été proposées par différents auteurs, elles peuvent être classifiées en trois catégories :

- **Les méthodes spectrales** : log périodogramme, estimateur de Whittle ;
- **Les méthodes basées sur les ondelettes** : méthode d'ondelette du maximum de vraisemblance, estimateur d'Abry-Veitch ;
- **Les méthodes temporelles** : méthode des variances agrégées, méthode d'analyse des fluctuations redressées (Detrended Fluctuation Analysis, DFA).

## 1.2.2 Méthodes d'estimation de l'Exposant de Hurst

### 1.2.2.1 Analyse des étendues normalisées

Selon cette méthode, une série chaotique peut être caractérisée par un exposant noté  $H$ , qui représente la probabilité pour qu'un événement soit suivi par un événement similaire (phénomène de persistance). La méthode consiste à estimer, pour un intervalle d'effectif donné, le rapport entre l'étendue  $R$  de la série centrée et intégrée, et l'écart-type  $S$  de la série originale. En d'autres termes, la série est considérée comme la « cause » générant le déplacement d'une particule. On s'intéresse à la différence entre les limites minimales et maximales du déplacement, dans un certain intervalle temporel, normalisé par l'écart-type de la cause ayant généré le déplacement (D. Delignières, 2001).

Soit  $X(t)$  une série temporelle de taille  $N$ . On considère une série de subdivisions indépendantes (sous intervalles), de taille  $\tau$ . Pratiquement, on part de séries d'effectif 10, puis 11, 12, 13, jusqu'à l'effectif le plus élevé permettant de distinguer deux subdivisions ( $N/2$  ou  $(N/2) - 1$ ). Pour chaque subdivision considérée, la moyenne des  $\tau$  données est:

$$\langle X \rangle_{\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} X(t) \quad (1)$$

Pour chaque subdivision, on centralise les données, en leur soustrayant la moyenne locale. Puis on établit une série de valeurs cumulées à l'intérieur de chaque période, on ajoute à chaque donnée la somme des valeurs centrées qui la précèdent:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t \{X(u) - \langle X \rangle_{\tau}\} \quad (2)$$

On calcule ensuite l'étendue  $R$  (Range) qui est la différence entre le minimum et le maximum de  $X(t, \tau)$ :

$$R = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) \quad (3)$$

On normalise ensuite cette étendue, tout en divisant par l'écart-type local  $(S(t, \tau))$ . Enfin on procède à la moyenne, par niveau d'effectif, des étendues normalisées  $R/S$ . Hurst montre que l'étendue normalisée  $R/S$ , où  $S$  représente l'écart type de la série des  $x(t)$ , est lié à la grandeur de l'intervalle considéré par la relation suivante:

$$R/S = (a\tau)^H \quad (4)$$

Où  $a$  est une constante et  $H$  est l'exposant de Hurst.  $H$  Peut être estimé en tant que la pente de la droite de régression  $\log/\log$  de  $R/S$  sur  $\tau$ .

### 1.2.2. Méthode spectrale (Log-périodogramme) :

Cette méthode (Beran, 1994) est basée, d'une part, sur la densité spectrale d'un bruit gaussien fractionnaire, est proportionnelle à  $|\lambda|^{1-2H}$  i.e.  $f(\lambda) \sim c_f |\lambda|^{1-2H}$ , quand  $|\lambda| \rightarrow 0$  et d'autre part, sur le fait que le périodogramme défini par :

$$I_N(\lambda) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=0}^{N-1} X(t) e^{-it\lambda} \right|^2, \quad \lambda = \lambda_{K,N} = \frac{2\pi K}{N} \quad (5)$$

Est un estimateur asymptotiquement sans biais de la densité spectrale. La méthode consiste ainsi à effectuer une régression du logarithme du périodogramme autour des basses fréquences :  $\log(I_N(\lambda)) \cong \log C_f + 1(1 - 2H)\log(|\lambda|)$

Par conséquent, une régression du logarithme du périodogramme sur le logarithme de la fréquence fournit une droite de pente  $1 - 2H$ .

### 1.2.3. Méthode temps-échelle: Décomposition en ondelettes :

Soit  $\{\psi_{j,k}(t) = 2^{-j}\psi(2^{-j}t - k), j = 1, 2, \dots, J, k \in Z\}$  la famille d'ondelettes, générées à partir d'une ondelette mère  $\psi$ , associée à une fonction d'échelle  $\phi$  et soient  $d_{BH}(j, k) = \langle B_H(t), \psi_{j,k}(t) \rangle$ , les coefficients de la décomposition du processus en ondelettes :

$$d_{BH}(j, k) = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} B_H(t) \psi(2^{-j}t - k) dt, j, k \in Z \quad (6)$$

L'ondelette mère  $\psi$  doit satisfaire la condition suivante :  $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$

Il suffit alors d'estimer  $var(d_{BHj}, k)$  en utilisant le moment d'ordre empirique d'ordre 2 et ensuite déduire un estimateur de  $H$  en régressant  $\log 2(d_{BHj}, j_1 \leq j \leq j_2)$  sur  $j, j_1 \leq j \leq j_2$ , où  $j_1, j_2$  représente la gamme de résolutions utilisées (Coeurjolly, 2000 ; Veitch and Abry, 1999).

### I.2.4. Méthodes temporelles :

#### a) - méthode de la variance agrégée :

Soit  $X_k^{(m)}$  la série temporelle agrégée, définie par :

$$X_k^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{1+m(k-1)}^{km} X(t) \quad (7)$$

Où  $m$  est la taille d'un bloc.

La procédure consiste ainsi, à diviser la série en  $\frac{T}{m}$  blocs de taille  $m$ , où  $T$  est le nombre d'observations, puis à calculer la série agrégée  $X_k^{(m)}$  pour  $k = 1, 2, \dots, \frac{T}{m}$ . On calcule ensuite la variance de  $X_k^{(m)}$  à l'intérieur de chaque bloc:

$$V(X_k^{(m)}) = \frac{1}{T/m} \sum_{k=1}^{T/m} [X_k^{(m)}]^2 - \left[ \frac{1}{T/m} \sum_{k=1}^{T/m} [X_k^{(m)}] \right]^2 \quad (8)$$

Cette procédure est ensuite répétée pour des valeurs successives de  $m$ . On obtient :

$$V(X_k^{(m)}) \sim C \cdot m^{2H-2} \quad (9)$$

Un estimateur de  $H$  est alors déduit de la régression linéaire de  $\{\log(V(X_k^{(m)}))\}$  sur  $\{\log(m)\}$  (Beran, 1994).

#### b) – Algorithme de la moyenne mobile redressée

Dans ce paragraphe, on présente un algorithme connu sous l'appellation "*Detrending Moving Average (DMA)*" (Alessio et al. 2002 ; Carbone et al. 2004), pour estimer l'exposant de Hurst.

Soit la fonction :

$$\sigma_{DMA}^2 = \frac{1}{N_{max} - n} \sum_{t=n}^{N_{max}} [X(t) - \check{X}_n(t)]^2 \quad (10)$$

Avec:

$X(t)$  est la valeur de la série temporelle à la date  $t$ ;

$X_n(t)$  est la moyenne mobile d'ordre  $n$  définie par :

$$\check{X}_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n X(t-k) \quad (11)$$

$n$  L'ordre de la moyenne mobile,

$N_{max}$  La taille de la série.

Afin de calculer l'exposant de Hurst de la série, l'algorithme DMA fonctionne comme suit; la moyenne mobile  $\check{X}_n(t)$  est calculée pour différentes valeurs de  $n$ , où  $2 \leq n \leq N_{max}$ . La valeur de  $\sigma_{DMA}$ , définie ci-dessus, est ensuite calculée pour tout  $2 \leq n \leq N_{max}$ . Ensuite, la valeur de  $\sigma_{DMA}$  correspondant à chaque  $X_n(t)$  est tracée en fonction de  $n$  sur des axes  $\log - \log$ . En se basant, sur la relation de dépendance en loi de puissance suivante,  $\sigma_{DMA} \approx n^H$  la courbe obtenue est une ligne droite dont la pente est l'exposant de Hurst  $H$ .

### 1.2.5. Autres Méthodes :

Outre les méthodes précédemment exposées, une procédure alternative consiste à utiliser la dimension fractale (Valérie, 1998). En effet, la trajectoire temporelle d'un processus auto-affine de paramètre d'auto-affinité  $H$  a une dimension fractale  $D$  donnée par  $D = 2 - H$  (Mandelbrot, 1985). Ainsi, l'estimation de la dimension fractale de tel processus permet la déduction de  $H$ .

Il existe plusieurs autres méthodes qui permettent l'estimation de l'exposant de Hurst, certaines sont plus anciennes alors que d'autres sont récemment développées. On peut lister quelques méthodes :

- **Variante de Robinson** (Lobato, and Robinson, 1998) ;
- **Generalized Quadratic Variation (GQV) Estimator** (Barndorff-Nielsen and Shephard, 2002) ;
- **L'analyse des fluctuations redressées (DFA) Detrended Fluctuation Analysis** (Peng et al., 1994) qui sera détaillée par la suite ;
- **L'estimation Bayésienne** (Belmehdi, 2016).

## 1.3 Analyse Multifractale des fluctuation Redressées

### 1.3.1 Description de la méthode

L'Analyse Multifractale des fluctuations Redressées (MDFA) comprend cinq étapes. Les trois premières étapes sont essentiellement identiques à la procédure DFA classique. Supposons que  $x_k$  soit une série de longueur, et que cette série soit un support compact. Le support est défini comme l'ensemble des indices  $k$  avec des valeurs non nulles  $x_k$ , et il est compact si  $x_k = 0$  pour une fraction non significative de la série uniquement. La valeur de  $x_k = 0$  est interprétée comme n'ayant pas de valeur à ce  $k$ .

Notez que nous ne discutons pas des caractéristiques fractales ou multifractales du graphique de la série temporelle dans un graphique à deux dimensions. La raison en est que l'axe des temps et l'axe des valeurs ne sont pas équivalents. Le graphique n'est pas une

structure monofractale ni multifractale au sens strict (mais plutôt une structure auto-affine), car les propriétés d'échelle dépendent de la direction. Par conséquent, nous analysons les séries chronologiques sous forme de structures unidimensionnelles avec des valeurs attribuées à chaque point et nous considérons la multifractalité de ces valeurs. Comme les séries chronologiques en temps réel ont toujours une longueur unité  $N$ , nous voulons explicitement déterminer la multifractalité des séries finies, et nous ne discutons pas de la limite Pour  $N \rightarrow \infty$  ici.

• **Etape 1 : Détermination du profil**

$$Y(i) \equiv \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle], \quad i = 1, \dots, N \quad (12)$$

La soustraction de la moyenne  $\langle x \rangle$  n'est pas obligatoire, car elle serait éliminée par la décroissance ultérieure de la troisième étape.

• **Etape 2 : Division du profil**  $Y(i)$  en  $N_s \equiv \text{int}(N/s)$  segments ne se chevauchant pas de même longueur  $s$ . Comme la longueur  $N$  de la série n'est souvent pas un multiple de l'échelle de temps considérée, il peut rester une petite partie à la fin du profil. Afin de ne pas négliger cette partie de la série, la même procédure est répétée à partir de l'extrémité opposée. De ce fait, les segments  $2N_s$  sont obtenus en totalité.

• **Etape 3 : Calcul de la Tendence Locale**  $2N_s$  pour chacun des segments  $2N_s$  en ajustant la méthode des moindres carrés à la série. Puis détermination de la variance

$$F^2(v, s) \equiv \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (13)$$

Pour chaque segment  $v$ ,  $v = 1, \dots, N_s$  et

$$F^2(v, s) \equiv \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (14)$$

Pour  $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$ . Ici,  $y_v(i)$  est le polynôme d'ajustement du segment  $v$ . Des polynômes linéaires, quadratiques, cubiques ou d'ordre supérieur peuvent être utilisés dans la procédure d'ajustement (classiquement appelée DFA1, DFA2, DFA3,...) [1, 2, 3]. Le *Detrending* consiste à soustraire la pente locale à la série temporelle intégrée. Étant donné que le Detrending de la série est obtenu en sous traçant les ajustements polynomiaux du profil, les différences d'ordre DFA diffèrent quant à leur capacité à éliminer les tendances de la série. Dans la MDFAm (MDFA d'ordre  $m$ ), les tendances d'ordre  $m$  dans le profil (ou, de manière équivalente, d'ordre  $m - 1$  dans la série d'origine) sont éliminées. Ainsi, une

comparaison des résultats pour différents ordres de DFA permet d'estimer le type de tendance polynomiale dans la série chronologique (Kantelhardt et al., 2001 ; Hu et al., 2001).

• **Etape 4 : Moyennage sur tous les segments pour obtenir la fonction de fluctuation d'ordre  $q$**

$$F_q(s) \equiv \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (15)$$

Où, en général, la variable d'index  $q$  peut prendre n'importe quelle valeur réelle (pour  $q = 0$ , voir l'étape 5). Pour  $q = 2$ , la procédure DFA standard est récupérée. Nous nous intéressons à la façon dont les fonctions de fluctuation généralisées dépendantes du  $F_q(s)$  dépendent de l'échelle de temps  $s$  pour différentes valeurs de  $q$ . Par conséquent, nous devons répéter les étapes 2 à 4 pour plusieurs échelles de temps  $s$ . Il est évident que  $F_q(s)$  augmentera avec  $s$ . Bien entendu,  $F_q(s)$  dépend de l'ordre  $m$  de la DFA. Par construction,  $F_q(s)$  n'est défini que pour  $s \geq m + 2$ .

• **Etape 5 : Détermination du comportement de mise à l'échelle des fonctions de fluctuation** par analyse des graphes  $\log - \log F_q(s)$  par rapport à  $s$  pour chaque valeur de  $q$ . Si les séries  $x_i$  sont corrélées à long terme par la loi de puissance,  $F_q(s)$  augmente, pour les grandes valeurs de  $s$ , sous forme de loi puissance :

$$F_q(s) \sim s^{h(q)} \quad (16)$$

Pour les très grandes échelles,  $s > N/4$  ;  $F_q(s)$  devient statistiquement peu fiable car le nombre de segments  $N_s$  pour la procédure de moyennage à l'étape 4 devient très petit. Ainsi, nous excluons généralement les échelles  $s > N/4$  de la procédure de raccord pour déterminer  $h_{(q)}$ . De plus, des déviations systématiques du comportement de mise à l'échelle dans l'équation (16), qui peuvent être corrigés, se produisent pour de très petites échelles  $s \approx 10$ . En général, l'exposant  $h_{(q)}$  dans l'équation (16) peut dépendre de  $q$ . Pour les séries temporelles stationnaires,  $h(2)$  est identique à l'exposant de Hurst bien connu  $H$ . Ainsi, nous appellerons la fonction  $h_{(q)}$  Exposant de Hurst généralisé.

La valeur de  $h(0)$ , qui correspond à la limite  $h_{(q)}$  quand  $q \rightarrow 0$ , ne peut pas être déterminée directement à l'aide de la procédure d'établissement de moyenne dans l'équation (15) à cause de l'exposant divergent. Au lieu de cela, une procédure de moyennage logarithmique doit être utilisée :

$$F_0(s) \equiv \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln[F^2(v, s)] \right\} \sim s^{h(0)} \quad (17)$$

Notez que  $h(0)$  ne peut pas être défini pour les séries temporelles avec support fractal, où  $h(q)$  diverge quand  $q \rightarrow 0$ .

Pour les séries temporelles monofractales avec support compact,  $h(q)$  est indépendant de  $q$ , puisque le comportement d'échelle des variances  $F^2(v, s)$  est identique pour tous les segments  $v$  et que la procédure de calcul de la moyenne dans l'équation (15) donnera juste ce comportement de mise à l'échelle identique pour toutes les valeurs de  $q$ . Ce n'est que si de petites et de grandes fluctuations s'échelonnent différemment que  $h(q)$  dépend de  $q$ . Si nous considérons des valeurs positives de  $q$ , les segments  $v$  avec une grande variance  $F^2(v, s)$  domineront le  $Fq(s)$  moyen. Ainsi, pour les valeurs positives de  $q$ ;  $h(q)$  décrit le comportement de mise à l'échelle des segments avec de grandes fluctuations. Au contraire, pour les valeurs négatives de  $q$ , les segments  $v$  avec une petite variance  $F^2(v, s)$  vont dominer les  $Fq(s)$  moyens. Par conséquent, pour les valeurs négatives de  $q$ ,  $h(q)$  décrit le comportement d'échelle des segments avec de petites fluctuations.

Habituellement, les grandes fluctuations sont caractérisées par un exposant d'échelle plus petit  $h(q)$  pour les séries multifractales que les petites fluctuations. Cela peut être compris à partir des arguments suivants : Pour l'échelle maximale  $s = N$ , la fonction de fluctuation  $Fq(s)$  est indépendante de  $q$ , car la somme dans l'équation (15) ne parcourt que deux segments identiques ( $Ns \equiv [N / s] = 1$ ). Pour les échelles plus petites,  $s \ll N$ , la procédure de calcul de la moyenne s'étend sur plusieurs segments et la valeur moyenne  $Fq(s)$  sera dominée par le  $F^2(v, s)$  des segments avec de petites (grandes) fluctuations si  $q < 0$  ( $q > 0$ ). Ainsi, pour  $s \gg N$ ;  $Fq(s)$  avec  $q < 0$  sera plus petit que  $Fq(s)$  avec  $q > 0$ , alors que les deux deviennent égaux pour  $s = N$ . Par conséquent, si nous supposons un comportement homogène de  $Fq(s)$  en termes d'échelle d'après l'équation (16), la pente  $h(q)$  dans un graphe  $\log - \log$  de  $Fq(s)$  avec  $q < 0$  par rapport à  $s$  doit être supérieure à la pente correspondante pour  $Fq(s)$  avec  $q > 0$ . Ainsi,  $h(q)$  pour  $q < 0$  sera généralement plus grand que  $h(q)$  pour  $q > 0$ .

Cependant, la méthode MDFA ne peut déterminer que les exposants généralisés positifs de Hurst  $h(q)$ , et elle devient déjà imprécise pour les signaux fortement anti-corrélés lorsque  $h(q)$  est proche de zéro. Dans de tels cas, une technique modifiée doit être utilisée. Le moyen le plus simple d'analyser de telles données consiste à intégrer les séries chronologiques avant la procédure MDFA. Par conséquent, nous remplaçons la somme unique dans l'équation (12), qui décrit le profil à partir des données originales  $x_k$ , par une double somme :

$$\tilde{Y}(i) \equiv \sum_{k=1}^i [Y(k) - \langle Y \rangle] \quad (18)$$

En suivant la procédure MDFA décrite ci-dessus, nous obtenons des fonctions de fluctuation généralisées  $\tilde{F}_q(s)$  décrites par une loi d'échelle comme dans l'équation (16), mais avec des exposants plus grands  $\tilde{h}(q) = h(q) + 1$  :

$$\tilde{F}_q(s) \sim s^{\tilde{h}(q)} = s^{h(q)+1} \quad (19)$$

Ainsi, le comportement de la mise à l'échelle peut être déterminé avec précision même pour  $h(q)$  qui est inférieur à zéro (mais supérieur à -1) pour certaines valeurs de  $q$ . Nous notons que  $\tilde{F}_q(s)/s$  correspond à  $Fq(s)$  dans l'équation (16). Si nous ne soustrayons pas les valeurs moyennes à chaque étape de la sommation dans l'équation (18), cette somme conduit à des tendances quadratiques dans le profil  $\tilde{Y}(i)$ . Dans ce cas, nous devons utiliser au moins la MDFA du second ordre pour éliminer ces tendances artificielles.

### 1.3.2 Relation avec l'analyse multifractale standard

Pour les séries stationnaires normalisées définissant une mesure avec support compact, les exposants d'échelle multifractale  $h(q)$  définis dans l'équation (16) sont directement liés, comme indiqué ci-dessous, aux exposants de mise à l'échelle  $\tau(q)$  définis par le formalisme multifractal standard basé sur la fonction de partition.

Supposons que la série  $x_k$  de longueur  $N$  soit une séquence stationnaire, positive et normalisée, c'est-à-dire  $x_k \geq 0$  et  $\sum_{k=1}^N x_k = 1$ . Ensuite, la procédure de Detrending à l'étape 3 de la MDFA n'est pas nécessaire, car aucune tendance ne doit être éliminée. Ainsi, la DFA peut être remplacé par l'analyse de fluctuation standard (FA), qui est identique au DFA, à l'exception d'une définition simplifiée de la variance pour chaque segment  $v = 1, \dots, N_s$ , à l'étape 3 (voir l'équation (13)):

$$F_{FA}^2(v, s) \equiv [Y(vs) - Y((v-1)s)]^2 \quad (20)$$

En insérant cette définition simplifiée dans l'équation (15) et en utilisant l'équation (16), on obtient :

$$\left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \right\}^{1/q} \sim s^{h(q)} \quad (21)$$

Pour simplifier, on peut supposer que la longueur  $N$  de la série est un multiple entier de l'échelles, par conséquent  $Ns = N/s$  et donc :

$$\sum_{v=1}^{N/s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \sim s^{qh(q)-1} \quad (22)$$

Cela correspond déjà au formalisme multifractal utilisé par de nombreux auteurs (BarabWasi and Vicsek, 1991 ; Bacry et al., 2001). En fait, une hiérarchie d'exposants  $H_q$  semblable à notre  $h(q)$  a été introduite sur la base de l'équation (22) :

Afin de rattacher également la MDFA au formalisme standard de comptage de boîtes (Feder, 1988 ; Peitgen et al., 1992), nous utilisons la définition du profil dans l'équation (12). Il est évident que le terme  $Y(vs) - Y((v-1)s)$  dans l'équation (22) est identique à la somme des nombres  $x_k$  au sein de chaque segment  $v$  de taille  $s$ . Cette somme est connue sous le nom de probabilité de boîte  $p_s(v)$  dans le formalisme multifractal standard pour la série normalisée  $x_k$ .

$$p_s(v) \equiv \sum_{k=(v-1)s+1}^{vs} x_k = Y(vs) - Y((v-1)s) \quad (23)$$

L'exposant d'échelle  $\tau(q)$  est généralement défini via la fonction de partition  $Z_q(s)$  :

$$Z_q(s) \equiv \sum_{v=1}^{N/s} |p_s|^q \sim s^{\tau(q)} \quad (24)$$

Où  $q$  est un paramètre réel comme dans la MDFA ci-dessus. Parfois  $\tau(q)$  est défini avec signe opposé (Feder, 1988). En utilisant l'équation (23) nous voyons que l'équation (24) est identique à l'équation (22) et on obtient analytiquement la relation entre les deux ensembles d'exposants d'échelle multifractale :

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (25)$$

Ainsi, nous avons montré que  $h(q)$  défini dans l'équation (5) pour la MDFA est directement lié aux exposants classiques d'échelle multifractale  $\tau(q)$ .

Une autre manière de caractériser une série multifractale est le spectre de singularité  $f(\alpha)$ , qui est lié à  $\tau(q)$  via une transformation de Legendre (Feder, 1988 ; Peitgen et al., 1992).

$$\alpha = \tau'(q) \quad \text{et} \quad f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \quad (26)$$

Ici,  $\alpha$  est la force de la singularité ou l'exposant de Holder, tandis que  $f(\alpha)$  désigne la dimension du sous-ensemble de la série qui est caractérisée par  $\alpha$ . En Utilisant l'équation (25), on peut relier directement  $\alpha$  et  $f(\alpha)$  à  $h(q)$  :

$$\alpha = h(q) + qh'(q) \quad \text{et} \quad f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \quad (27)$$

### ***1.4. Conclusion :***

La méthode de l'Analyse des Fluctuations Redressées (DFA pour Detrended Fluctuation Analysis) est une technique largement utilisée pour la détermination des propriétés d'échelle et la détection de corrélations dans des séries temporelles non stationnaires bruitées. La DFA s'attache à étudier la variabilité d'un système pour différentes échelles de temps dans le but de révéler la présence d'autosimilarité. Cette méthode évalue la corrélation à court terme et à long terme des variations d'un système. Les corrélations à long-terme sont analysées au travers du formalisme monofractal. Une série monofractale est caractérisée par une invariance d'échelle typique, qui exprime que sa variabilité croît comme une fonction puissance de la grandeur de l'intervalle sur laquelle elle est calculée. Les analyses fractales sont donc des outils prometteurs et très puissants pour le traitement des signaux et permettent ainsi de dévoiler les structures d'invariance d'échelle.

L'objet de cette partie est ainsi d'estimer l'exposant de Hurst par la méthode (MDFA) paramètre principal qui caractérise ces processus hydrologique (pluie, débit). Il provient de sa capacité à caractériser la propriété d'autosimilarité ou d'invariance d'échelle, d'espace et de temps. Le graphe obtenu par l'exposant de Hurst peut nous donner aucune structure monofractale ni multifractale au sens strict, mais plutôt une structure auto-affine. Nous analysons les séries chronologiques (pluie, débit et indice climatique) sous forme de structures unidimensionnelles avec des valeurs attribuées et nous considérons la multifractalité de ces valeurs.

## Chapitre II

# Méthodologie et Algorithmes

### II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons en détails la méthodologie de l'analyse multifractale des fluctuations redressées avec des illustrations d'exemples ainsi que les principaux algorithmes utilisés dans la caractérisation multifractale des séries de pluies, de débits et des indices climatiques.

Notons que les algorithmes utilisés ne sont que les relations décrites dans le chapitre I et programmés sous environnement Matlab. Ils seront simplifiés dans ce chapitre pour montrer les différentes étapes et les procédures de calcul. Pour plus de détail, le lecteur pourra consulter l'article de (Kantelhardt et al., 2002) et celui de (Ihlen .2012).

### II.2 Description de la méthode utilisée

La méthode MDFA est une généralisation de méthode de l'analyse des fluctuations redressées DFA, qui a été introduite par (Peng et al., 1994). Cette méthode est devenue largement utilisée pour l'analyse de propriétés multifractales des séries chronologiques, et propose des outils efficaces pour l'estimation du spectre multifractal (Yuan et al. 2014).

Comme nous l'avons décrit dans le chapitre précédent, la méthode MDFA est basée sur l'identification de l'invariance d'échelle des moments d'ordre  $q$  de la série temporelle qui peut être souvent non stationnaire. La procédure de calcul détaillée peut être résumée en huit (08) étapes qui peuvent être simplement résumées par le pseudo-organigramme suivant :

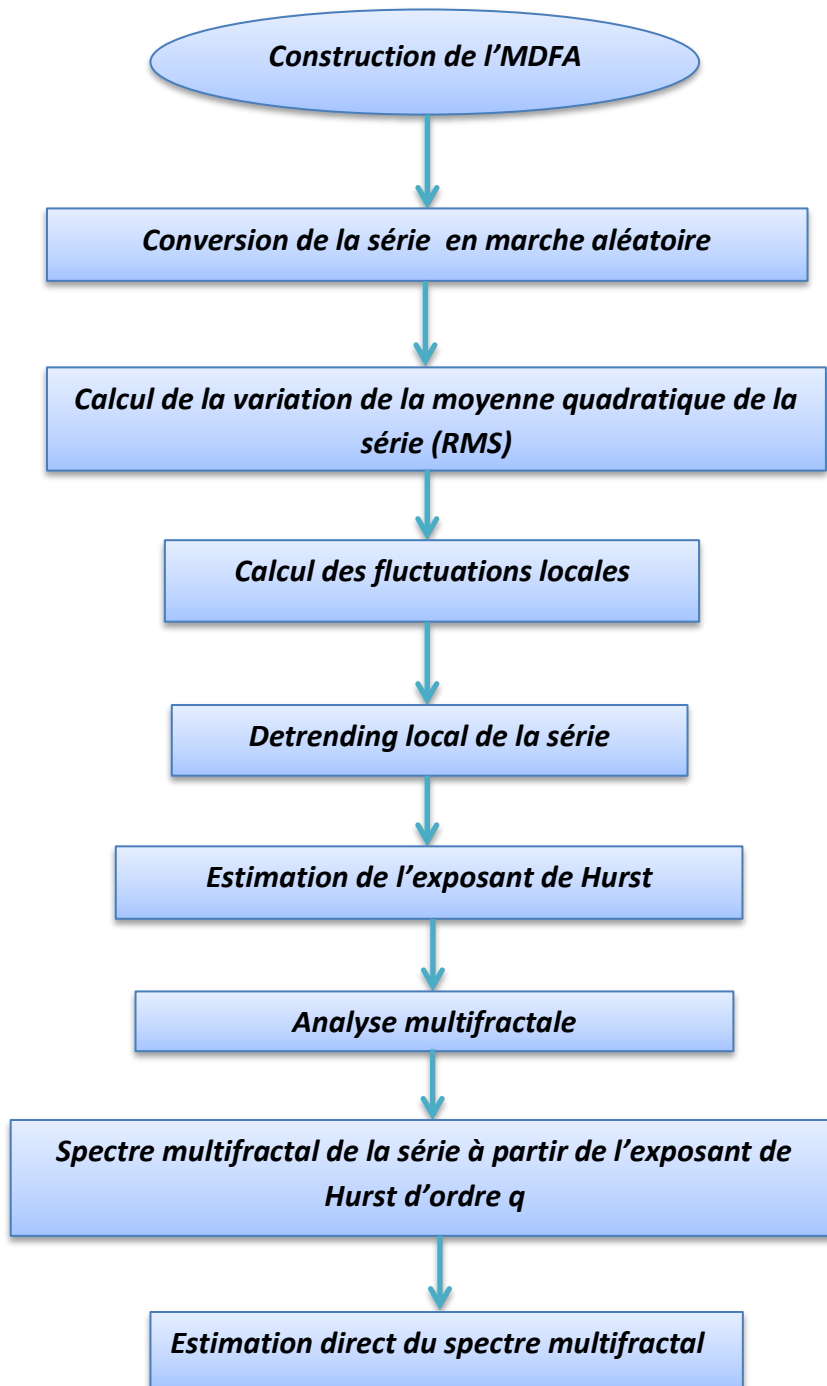


Fig. II.1 : - pseudo-organigramme de la méthodologie utilisée pour l'analyse multifractale.

## II.2.1 Bruit et marche aléatoire

Les séries chronologiques sont souvent bruitées, une étape préliminaire dans l'analyse multifractale des fluctuations redressées est de convertir la série chronologique en marche aléatoire sans pour autant perdre la tendance de la série.

Une marche aléatoire est un processus probabiliste non stationnaire obtenu à partir de la somme cumulative d'une variable aléatoire indépendante. Pour une série multifractale hypothétique (Fig. II.2), représentée par le graphique en bleu, la fonction suivante :

```
>>RW0=cumsum (multifractal-mean(multifractal)) ;
```

Permet de tracer son graphique de marche aléatoire en rouge.

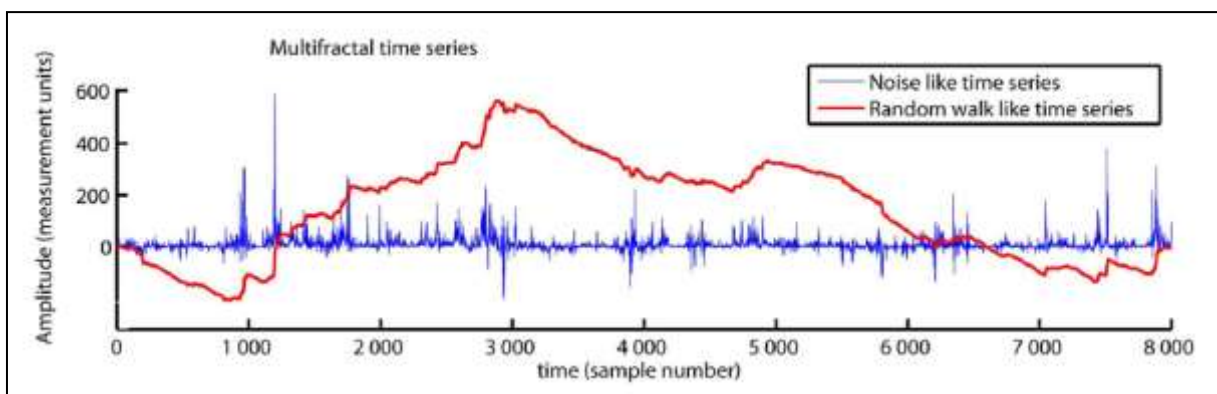


Fig. II.2 : - Série Multifractale et sa marche aléatoire

A titre d'exemple, les pluies journalières à la station de Sour El Ghzlane (SEG) sont converties en marche aléatoire par la fonction :

```
>> RW1=cumsum (SEG-mean(SEG)) ;
```

La figure.II.3 illustre les pluies journalières (en bleu) et leur correspondant en marche aléatoire (en vert).

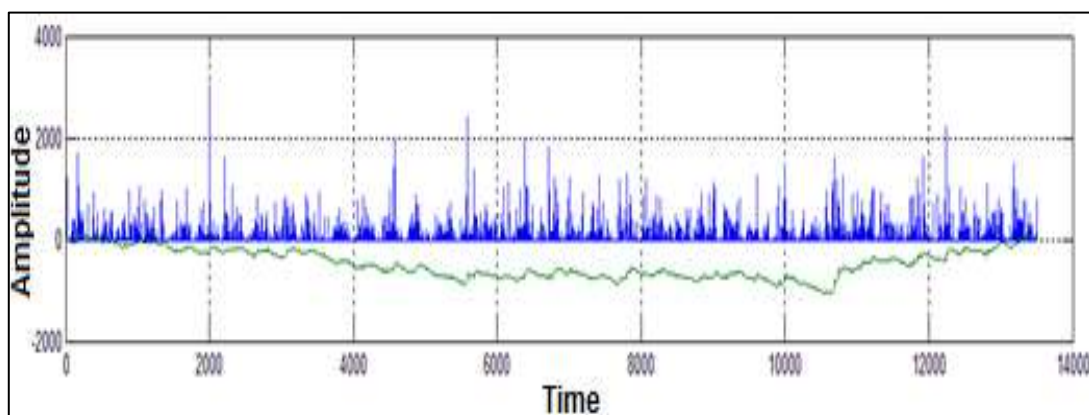


Fig. II.3 : - Série chronologique des pluies et sa marche aléatoire

## II.2.2 Calcul de la variation de la moyenne quadratique de la série (RMS)

La deuxième étape consiste à calculer la variation de la moyenne quadratique de la série (*RMS* pour Root-Mean-Square). Pour une série multifractale hypothétique, à titre d'exemple, le *RMS* est calculée par la fonction suivante :

>>  $RMS_{multifractal} = \text{sqrt}(\text{mean}(\text{multifractal}.^2));$

Le résultat est schématisé par la figure suivante :

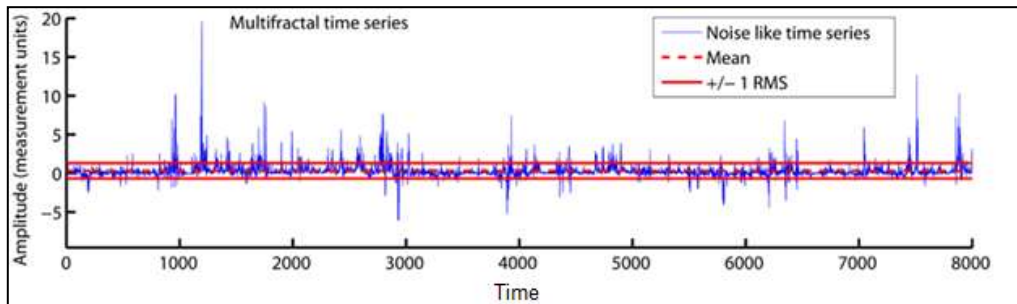


Fig. II.4 : - Série Multifractale, Moyenne et *RMS*.

Cette étape à titre de test est calculée pour les pluies à la station de Bejaïa à l'aide de la fonction :

>>  $RMS_{Bejaïa} = \text{sqrt}(\text{mean}(\text{Bejaïa}.^2));$

La figure II.5 visualise les résultats, en bleu la série chronologique des pluies, en noire la moyenne et en rouge et en vert +/- *RMS*.

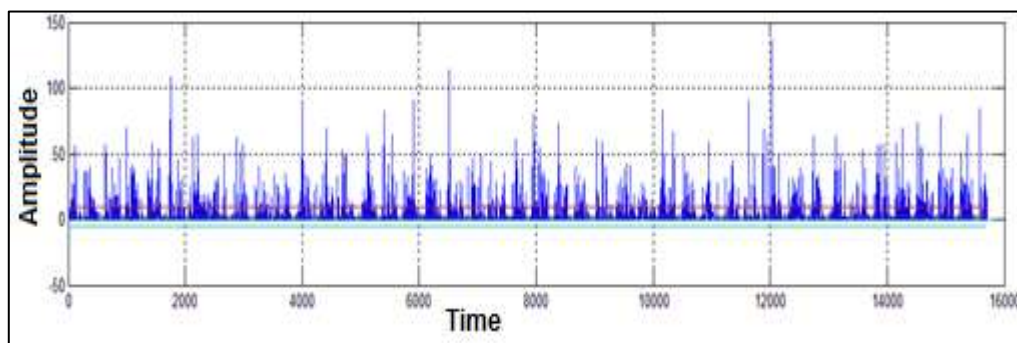


Fig. II.5 : - Série chronologique des pluies journalières à la station de Bejaïa, moyenne et variation de la moyenne quadratique.

### Remarque :

*Des variations de la moyenne peuvent être calculées pour les segments de la série temporelle afin de différencier les amplitudes des fluctuations locales. Une procédure simple consiste à découper la série temporelle en segments de taille égale, ne se chevauchant pas, et à calculer un *RMS* local pour chaque segment. Cela peut se faire dans l'étape suivante.*

### II.2.3 Redressement (Detrending) local de la série

Des tendances variables lentes et rapides sont présentes dans les séries chronologiques et un detrending du signal est donc nécessaire pour quantifier la structure d'invariance d'échelle de la variation autour de ces tendances. A ce titre un ajustement de tendance polynomial  $\{v\}$  est ajusté à  $X$  dans chaque segment  $v$ .

Les tendances polynomiales sont linéaires lorsque  $m = 1$ , quadratiques lorsque  $m = 2$  et cubiques lorsque  $m = 3$ .

#### Algorithme : calcul des fluctuations locales

- 1 **Début**
- 2 Convertir la série temporelle en une marche aléatoire ;
- 3 Définir l'échelle à partir du calcul de *RMS* locale (définir la taille d'échantillon des segments) ;
- 4 Calcul du nombre de segment de la série temporelle (Segments=8, Longueur(X)=8000, Echelle=1000) ;
- 5 **Pour  $v = 1$ : segments faire**
- 6 | Calcul du *RMS* local autour d'un ajustement de tendance ( $v$ ) pour chaque segment;
- 7 | Tracer les fluctuations locales
- 8 **Fin**
- 9 Détermination des coefficients polynomiaux  $C$  utilisés pour créer l'ajustement polynomial de la tendance ( $v$ ) de chaque segment ;
- 10 Tendances polynomiales : ( $m = 1$  linéaire,  $m = 2$  quadratique,  $m = 3$  cubique)
- Fin**

L'exemple suivant est celui de la série multifractale hypothétique, montrant l'ajustement polynomial à la série convertie en marche aléatoire avec les tendances polynomiales linéaires, quadratiques et cubiques (Fig.II. 6).

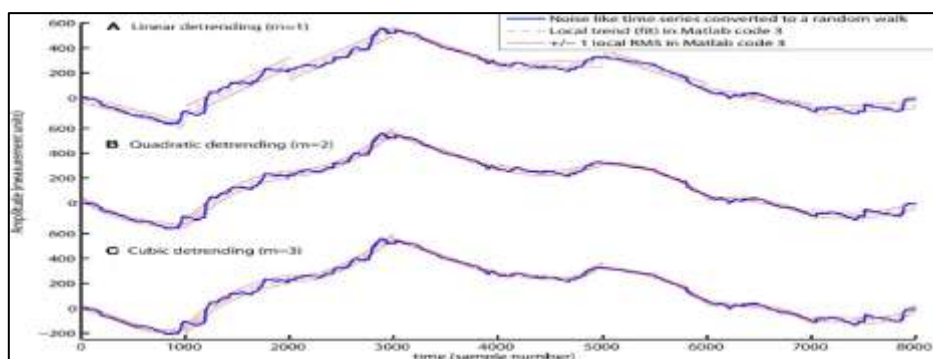


Fig. II.6 : - Calcul des fluctuations locales avec des ajustements : Linéaire (A), Quadratique (B) et Cubique (C).

## II.2.4 Analyse Monofractale des fluctuations redressées

Dans la DFA, les variations locales du  $RMS\{1\}$  sont quantifiées par un  $RMS$  global ( $F$ ) à l'aide de la fonction suivante :

```
>> F = sqrt(mean(RMS{1}.^2));
```

La fonction de mise à l'échelle, doit donc être calculée pour plusieurs tailles de segment (c'est-à-dire plusieurs échelles) afin de mettre en évidence les fluctuations à la fois rapides et lentes qui évoluent et qui influencent la structure de la série temporelle.

Les fluctuations rapides de la série chronologique  $X$  influenceront le  $RMS$  global ( $F$ ) pour les segments ayant une petite taille d'échantillon (c'est-à-dire à petite échelle), tandis que les fluctuations lentes influenceront ( $F$ ) pour les segments ayant une grande taille d'échantillon (c'est-à-dire à grande échelle).

La fonction d'échelle  $F(ns)$  est calculée pour plusieurs échelles à l'aide d'un code dont l'algorithme a été décrit précédemment (Algorithme des fluctuations locales) et à l'aide de la fonction ( $F$ ) du  $RMS$  global. La figure.II.7 suivante illustre les fluctuations locales,  $RMS\{ns\}$ , et le  $RMS$  global,  $F\{ns\}$  pour plusieurs échelles.

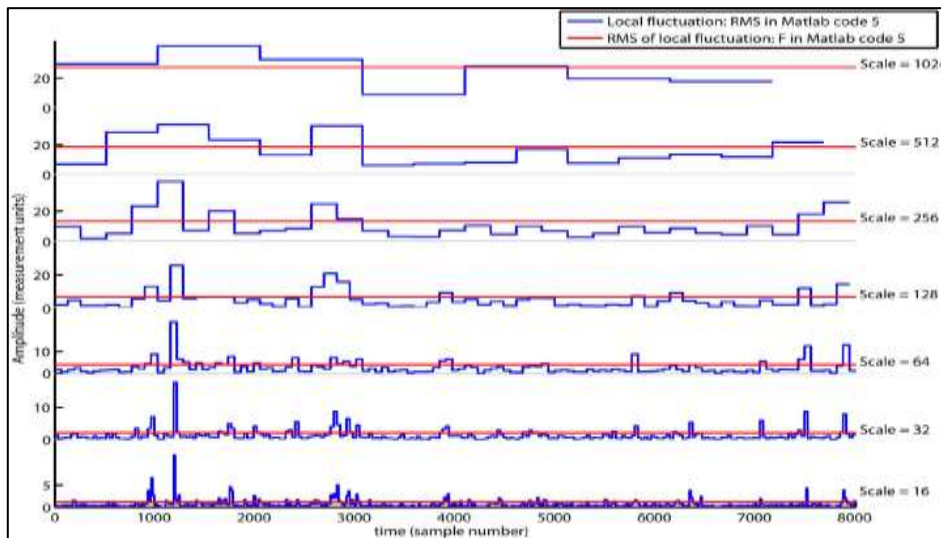


Fig. II.7 : - Les fluctuations locales,  $RMS\{ns\}$ .  
(Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le  $RMS$  Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$ )

La DFA identifie la structure monofractale d'une série chronologique en tant que relation de loi de puissance entre le  $RMS$  global calculé pour plusieurs échelles.

**Algorithme : calcul l'invariance d'échelle**

Entrées : Série de données (pluie, débit, indice climatique), calcul du vecteur de fluctuations locales  $RMS(ns)$  ;

```

1  Début
2  Définir les tailles des segments;
3  Pour  $ns = 1:length(scale)$  faire
4  | lancer le programme de calcul des fluctuations locales;
5  |   Pour  $v = 1:segment(ns)$  faire
6  |   | définir la taille de l'échantillon ;
7  |   | calcul de sept segments, échelle (7), échantillons (16, 32, 64, 128, 512,1024) ;
8  |   Fin
9  | Fin
10 | la fonction de mise à l'échelle  $F(ns)$ , est calculée pour plusieurs échelles;
11 Fin

```

**II.2.5 Calcul de l'exposant de Hurst**

La relation de loi de puissance entre le  $RMS$  global est indiquée par la pente ( $H$ ) de la droite de régression. La pente ( $H$ ) est un exposant à la loi de puissance appelé exposant de Hurst (Hurst., 1951). L'exposant de Hurst définit la structure monofractale de la série chronologique en fonction de la rapidité avec laquelle le  $RMS$  global,  $F$ , des fluctuations locales,  $RMS$ , croît avec l'augmentation de la taille de l'échantillon de segment (c'est-à-dire, l'échelle).

Les exposants de Hurst définissent un continuum entre une série temporelle du type bruit et une série aléatoire. L'exposant de Hurst se situera dans l'intervalle entre 0 et 1 pour le bruit, tandis que supérieur à 1 pour une marche aléatoire. Une série temporelle a une structure dépendante à long terme (c'est-à-dire corrélée) lorsque l'exposant de Hurst est dans l'intervalle 0,5 à 1. Par contre, une structure anti-corrélée c'est lorsque l'exposant de Hurst est dans l'intervalle 0 à 0,5. La série chronologique a une structure indépendante ou dépendante à court terme de la courte dans le cas particulier où l'exposant de Hurst est égal à 0,5.

Les fonctions suivantes ont permis de tester trois (03) séries théoriques, une correspondant à un bruit blanc, une monofractale et une multifractale :

```

>> C = polyfit(log2(scale), log2(F), 1);
>> H = C(1);
>> RegLine = polyval(C, log2(scale));

```

La figure .II.8 représente les résultats des traitements.

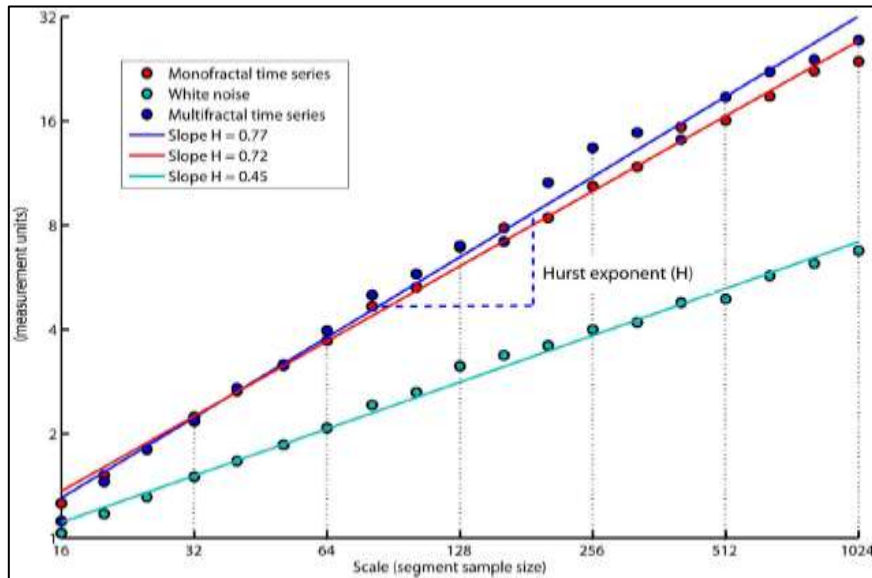


Fig. II.8 : - Le  $RMS$  Global ( $F$ ), en fonction des échelles.

La figure montre que les processus monofractal et multifractal ont les exposants de Hurst respectivement 0.72 et .77 correspondant à des structures dépendantes à long terme. Par contre, le bruit blanc présente un exposant de Hurst égal à 0.45 (proche de 0.5), sa structure est indépendante du temps. Notons cependant, que les processus dépendants à court terme peuvent imiter l'invariance d'échelle pour certaines plages d'échelle (voir Gao et al., 2006).

### II.2.6 Analyse multifractale des fluctuations

La structure des séries temporelles monofractales et multifractales est différente même si leur valeur efficace globale et les pentes  $H$  sont similaires. Les séries chronologiques multifractales présentent des fluctuations locales d'extrême magnitude qui sont absentes dans la série chronologique monofractale. L'absence de fluctuations de grandeurs et de valeurs extrêmes conduit à une distribution normale de la série temporelle monofractale, dans laquelle la variation est décrite par le moment statistique de second ordre (c'est-à-dire la variance) uniquement. Les DFA monofractals sont donc basés sur les statistiques de second ordre du  $RMS$  global ( $F$ ). Dans la série chronologique multifractale, la fluctuation locale,  $RMS\{ns\}(v)$ , sera extrêmement grande pour les segments  $v$  avec des périodes de fortes fluctuations et extrêmement petite pour les segments  $v$  avec des périodes de petites fluctuations. Par conséquent, les séries chronologiques multifractales ne sont pas distribuées normalement et tous les moments statistiques d'ordre  $q$  doivent être pris en compte.

Il est donc nécessaire d'étendre le  $RMS$  global dans le DFA monofractal ( $F$ ) au  $RMS$  suivant l'ordre  $q$  du DFA multifractal ( $Fq$ ), l'algorithme suivant simplifie la procédure :

**Algorithme : Analyse multifractale des fluctuations**

Entrées : Série de données (pluies, débit, indice climatique)

```

1  Début
2  définir un ensemble de q-ordres de -5 à 5 ;
3  Pour nq = 1:length(q) faire
4  |   qRMS{1} = RMS{1}.^q(nq) ;
5  |   Fq(nq) = mean(qRMS{1}).^(1/q(nq)) ;
6  |   Fin
7  |   Fq(q == 0) = exp(0.5 * mean(log(RMS{1}.^2))) ;
8  Fin
    
```

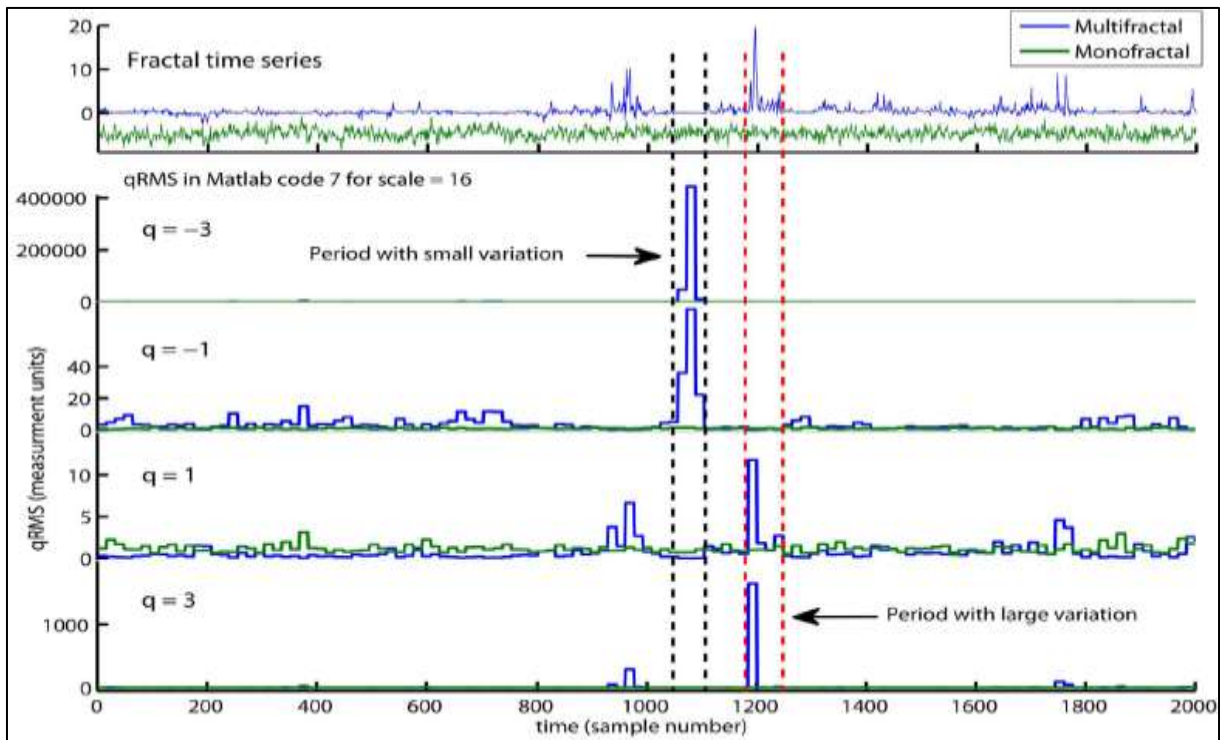


Fig.II.9 :- Illustration de  $qRMS\{1\}$  où  $qRMS\{1\}$  est l'ordre  $q$  des fluctuations locales.

Sur la figure.II.9, le  $qRMS\{1\}$  est représenté en vert pour la série monofractale et en bleu pour la série multifractale. L'ordre  $q$  négatif ( $q = -3$  et  $q = -1$ ) amplifie les segments de la série temporelle multifractale avec un  $RMS$  extrêmement petit{1}, alors que l'ordre  $q$  positif ( $q = 3$  et  $q = 1$ ) amplifie les segments avec un  $RMS$  extrêmement grand{1}. On note cependant, que ( $q = -3$  et  $q = 3$ ) amplifient respectivement la variation plus ou moins grande, plus que( $q = -1$  et  $q = 1$ ). Notons également que la série monofractale ne contient pas de segments avec des fluctuations extrêmes, grandes ou petites, et par conséquent, aucun pic n'est constaté dans  $qRMS\{1\}$ .

Le système RMS global d'ordre  $q$  permet de faire la distinction entre la structure des petites et des grandes fluctuations et, par conséquent, entre les séries chronologiques monofractales et multifractales.

### II.2.7 Spectre multifractal de la série à partir de l'exposant de Hurst d'ordre $q$

L'exposant de Hurst d'ordre  $q$  peut maintenant être défini comme les pentes ( $Hq$ ) des lignes de régression ( $qRegLine$ ) pour chaque ordre  $q$  – *order RMS* ( $Fq$ ).  $Hq(nq)$  et  $qRegLine\{nq\}$  sont calculés en bouclant à l'aide du programme pour chaque ordre  $q$  comme suit :

```
Pour nq = 1: Length(q);
C = polyfit(log2(scale), log2(Fq(nq, :)), 1);
Hq(nq) = C(1);
qRegLine{nq} = polyval(C, log2(scale));
Fin
```

La relation est donnée ci-dessous en utilisant les notations mathématiques utilisées dans (Kantelhardt et al. ,2002):

```
Hq (nq) : h(q)
qRegLine{nq}: log2 (Fq(s)) = h(q)log2(s) + C
```

Les figures ci-dessous montrent que les pentes  $Hq$  des droites de régression de  $q$  sont dépendantes pour la série chronologique multifractale (Fig.II. 10). La différence entre le *RMS* de l'ordre  $q$  pour les  $q$  positifs et négatifs est plus apparente pour les petites tailles de segment que pour les grandes tailles. Les petits segments sont en mesure de distinguer les périodes locales avec de grandes et de petites fluctuations (à savoir, des  $q$  positifs et négatifs, respectivement) car les petits segments sont intégrés à ces périodes. A l'opposé, les grands segments traversent plusieurs périodes locales avec des fluctuations à la fois petites et importantes et établiront donc une moyenne de leurs différences d'ampleur. Ainsi, la relation entre le *RMS* d'ordre  $q$  de la série temporelle multifractale devient similaire à la série temporelle monofractale aux plus grandes tailles de segment. Les séries chronologiques : monofractale et celle correspondant au bruit blanc ne comportent pas de périodes avec des fluctuations faibles ou importantes et, par conséquent, la même différence entre le  $q$  – *orderRMS* quelle que soit la taille de l'échantillon de segment.

La similarité entre la fonction de mise à l'échelle  $F$  des séries temporelles monofractales et multifractales est indiquée par l'interception de  $Hq$  autour de  $q = 2$ . Ainsi, la DFA monofractale ne fera pas la distinction entre la structure de la série temporelle monofractale et multifractale. La similarité croissante entre les ordonnances  $q$  – order des séries chronologiques multifractales et monofractales avec des tailles d'échantillons en augmentation de segment conduit à un  $Hq$  décroissant pour les séries chronologiques multifractales.

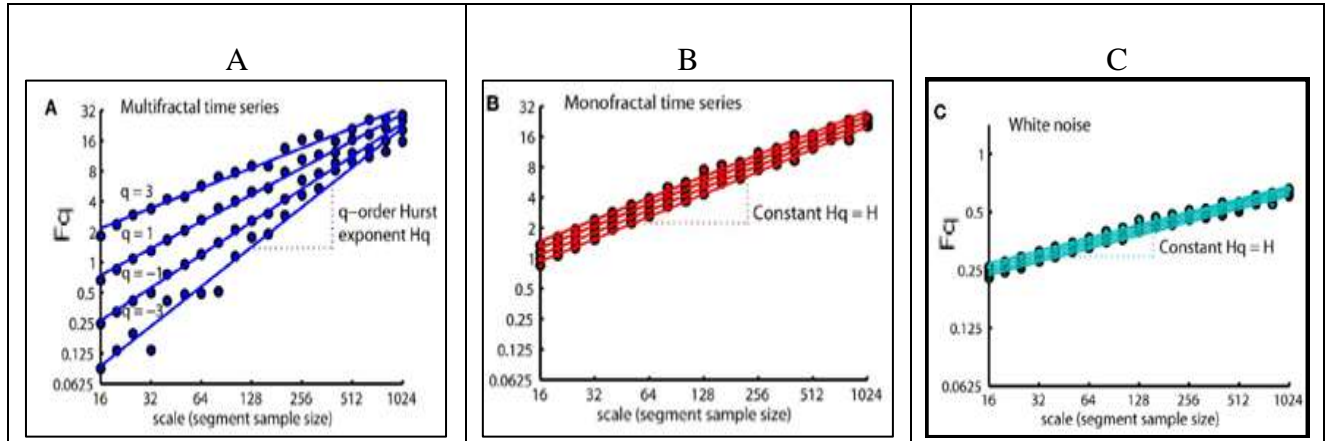


Fig. II.10 : - RMS  $q$  – order  $Fq(nq)$  et lignes de régression correspondantes  $qRegLine \{nq\}$  calculées pour les séries chronologiques multifractales (A), monofractales (B) et bruit blanc (C).

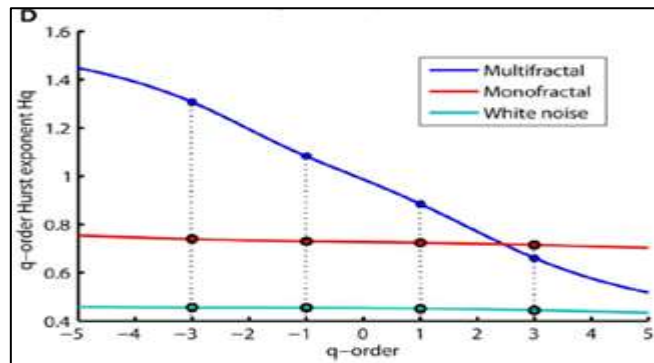


Fig.II.11 : Exposant de Hurst d'ordre  $q Hq$  pour les trois séries hypothétiques.

L'exposant de Hurst d'ordre  $q Hq$  pour la série chronologique multifractale (bleue), monofractale (rouge) et bruit blanc (vert) où les points colorés représentent les pentes  $Hq$  pour  $q = -3, -1, 1, et 3$  illustrés dans (A – C). La similarité entre la fonction d'échelle  $F$  des séries monofractale et multifractale constatée dans la figures.II.8 est indiqué par l'intercepte de  $Hq$  aux environs d  $q = 2$ . La figure.II.10 montre nettement cette différence.

## II.2.8 Estimation direct du spectre multifractal

L'exposant de Hurst  $Hq$  d'ordre  $q$  n'est qu'un des nombreux types d'exposants d'échelle utilisés pour paramétrer la structure multifractale. La procédure typique dans la littérature de MDFA consiste à convertir d'abord  $Hq$  en Exposant de masse ( $tq$ ) d'ordre  $q$ , et ensuite à convertir  $tq$  en exposant de la singularité d'ordre  $q$  ( $hq$ ) et en dimension de singularité d'ordre  $q$  ( $Dq$ ) (Kantelhardt et al. , 2002). Le graphique de  $hq$  en fonction de  $Dq$  est appelé spectre multifractal .L'exposant de masse d'ordre  $q$  ( $tq$ ), peut être calculé à partir de  $Hq$ ,  $tq$  est utilisée pour calculer l'exposant de singularité d'ordre  $q$  ( $hq$ ) et la dimension de la singularité d'ordre  $q$  ( $Dq$ ) à l'aide des fonctions suivantes :

$$tq = Hq \cdot q - 1; \quad (\text{Eq.13 Kantelhardt et al. (2002)})$$

$$hq = \text{diff}(tq) ./ (q(2) - q(1));$$

$$Dq = (q(1:\text{end} - 1) \cdot hq) - tq(1:\text{end} - 1); \quad (\text{Eq.15 Kantelhardt et al. (2002)})$$

La série chronologique monofractale et la série du bruit blanc ont un exposant de masse  $tq$  avec une dépendance  $q$  linéaire. La dépendance  $q$  linéaire de  $tq$  conduit à une constante  $hq$  pour ces séries temporelles, car  $hq$  est la pente tangente de  $tq$ . La constante  $hq$  réduit le spectre multifractal à un petit arc pour les séries temporelles monofractales et les bruits blancs (Fig.II. 12). En revanche, la série temporelle multifractale a des exposants de masse  $tq$  avec une dépendance en courbe  $q$  et, par conséquent, un exposant de singularité décroissant  $hq$ . Le spectre multifractal résultant est un grand arc où la différence entre le maximum et le minimum  $hq$  est appelée la largeur du spectre multifractal.

On note que l'exposant  $hq$  de singularité d'ordre  $q$  et les dimensions  $Dq$  correspondantes sont désignés par  $\alpha$  et  $f(\alpha)$  dans (Kantelhardt et al.,2002), mais comme  $h$  et  $D(h)$  dans une autre littérature (par exemple, dans Ihlen et Vereijken, 2010). En outre, la dimension de singularité peut être confondue avec la dimension généralisée et la dimension de comptage de boîtes, ce qui constitue un autre moyen de paramétrer la structure multifractale des séries chronologiques (voir l'Equation 14 in Kantelhardt et al., 2002).

L'exposant de Hurst défini par la DFA monofractale représente la structure fractale moyenne de la série chronologique est étroitement lié à la tendance centrale du spectre multifractal. L'écart par rapport à la structure fractale moyenne pour les segments avec de grandes et petites fluctuations est représenté par la largeur du spectre multifractal. Ainsi, chaque structure fractale moyenne dans le continuum des exposants de Hurst présente un nouveau continuum de largeurs de spectre multifractal. Un exposant Hurst local peut être défini directement à partir de,  $RMS\{ns\}(v)$ , pour chaque instant  $v$ . L'exposant local de Hurst estimé pour une série temporelle multifractale fluctuera dans le temps contrairement à l'exposant de Hurst indépendant du temps estimé par le DFA monofractale. La variation

temporelle de l'exposant de Hurst local peut être résumée dans une distribution de probabilité et le spectre multifractal est simplement la distribution de probabilité normalisée en *coordonnées – Log*. Ainsi, la largeur et la forme du spectre multifractal reflètent la variation temporelle de l'exposition locale de Hurst ou, en d'autres termes, la variation temporelle de l'échelle locale. Dans la structure des variantes de la série chronologique. Pour estimer l'exposant de Hurst local, la fluctuation locale,  $RMS \{ns\} (v)$ , doit être défini dans un segment de traduction centré sur l'échantillon  $v$  au lieu de segments

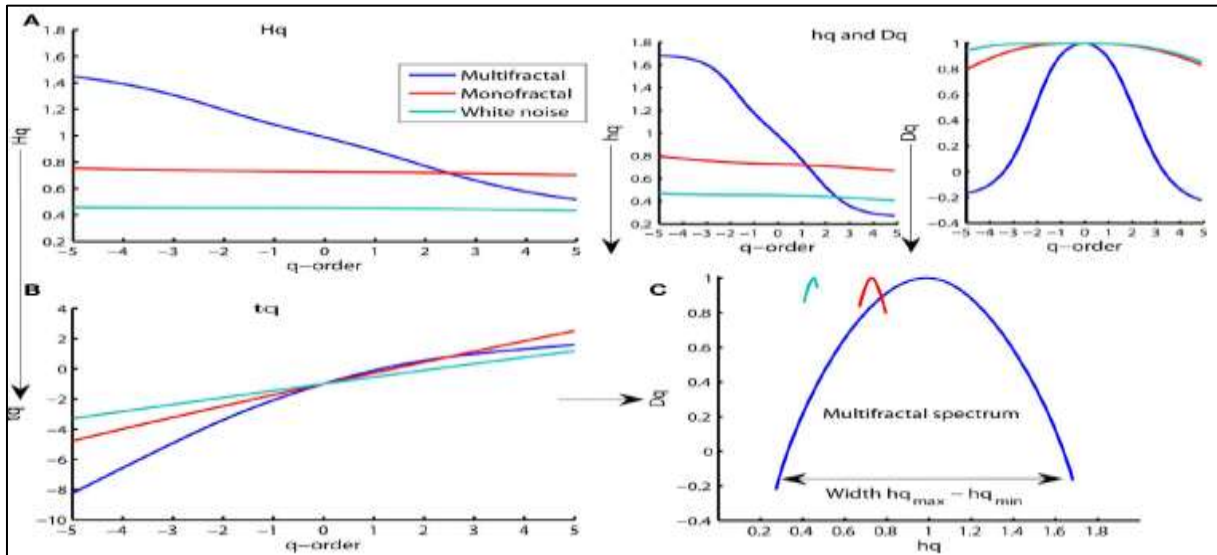


Fig. II.12 :- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries temporelles bruit blanc, monofractale et multifractale.

- **L'estimation de l'exposant de Hurst local minimum et maximum  $Ht(5, :)$  :**

L'exposant de Hurst local minimum et maximum  $Ht(5, :)$  est la pente des lignes supérieure et inférieure, qui convergent du maximum et du minimum de  $RMS \{5\}$  sur la ligne de régression à l'échelle maximale. Par conséquent, l'exposant de Hurst local  $Ht(ns, :)$  estimé en divisant le résidu  $resRMS \{ns\} (v)$  pour chaque instant  $v$  par  $\log(ns)$  (c'est-à-dire la différence entre l'échelle maximale l'échelle ( $ns$ ) en coordonnées de  $\log$  et en ajoutant la pente ( $Hq = 0$ ) de la droite de régression. Tous les éléments  $Fq$  se situent dans l'enveloppe entre les lignes rouges pour le maximum et le minimum  $Ht(5, :)$ , mais ne couvre pas l'ensemble de la plage de la même manière que le serveur  $RMS local \{5\}$  dans les plus petites échelles utilisées pour calculer les exposants de Hurst locaux et le spectre multifractal.

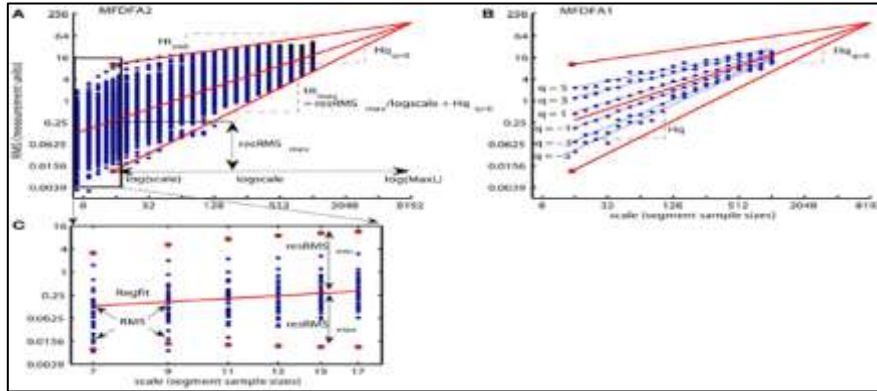


Fig. II.13 :- l'estimation de l'exposant de Hurst local minimum et maximum  $H_t(5, :)$

Les différences entre les valeurs globales  $RMS, Fq$ , d'ordre  $q$ , convergent les unes vers les autres avec une ampleur croissante. Cette convergence est inévitable pour la variation multifractale par la relation linéaire entre  $Fq$  pour tout l'ordre  $q$  et les hypothèses de l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  décroissant monotone ( $Hq$ ). La même convergence est observée pour le  $RMS$  local, est utilisée pour estimer les exposants de Hurst locaux  $H_t(ns, :)$  est estimée comme la pente de la ligne à partir de la valeur  $RMS$  locale, en coordonnées logarithmiques, jusqu'au point final de la droite de régression, à la plus grande échelle. En conséquence  $H_t(ns, :)$  est obtenu en divisant les résidus  $resRMS\{ns\}$  par  $log\ scale$  (c'est-à-dire la différence entre l'échelle maximale et l'échelle ( $ns$ ) en  $log - coordonnées$ ) et en ajoutant la pente  $Hq$  ( $q = 0$ ) de la droite de régression.

L'exposant de Hurst local  $H_t$  dans les périodes de fluctuations faibles et importantes est donc cohérent avec l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  pour les valeurs de  $q$  négatives et positives. L'avantage de l'exposant de Hurst local  $H_t$  par rapport à l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  est la capacité de  $H_t$  à identifier l'instant des changements structurels dans la série temporelle.

**Algorithme : Estimation de l'exposant de Hurst local minimum et maximum  $H_t(5, :)$**

```

Entrées : Série de données (pluies, débits, indices climatiques)
1  Début
2   $C = polyfit(log2(scale), log2(Fq(q == 0, :)), 1);$ 
3   $Regfit = polyval(C, log2(scale\_small));$ 
4   $maxL = length(X);$ 
5  Pour  $ns = 1: length(scale\_small)$  faire
6  |  $RMSt = RMS\{ns\}(Time\_index);$ 
7  |  $resRMS\{ns\} = Regfit(ns) - log2(RMSt);$ 
8  |  $logscale(ns) = log2(maxL) - log2(scale\_small(ns));$ 
9  |  $H_t(ns, :) = resRMS\{ns\}/logscale(ns) + Hq(q == 0);$ 
10 | Fin
11 Fin
    
```

Dans les études où le phénomène naturel est perturbé à un instant  $v$ , l'exposant de Hurst local  $H_t(ns, v)$  peut identifier l'effet de cette perturbation sur la structure d'invariance à l'échelle locale de la série chronologique.

- **Distribution des probabilités (Ph) de l'Exposant Local de Hurst (Ht) et Spectre Multifractal (Dh)**

La variation temporelle de l'Exposant local de Hurst  $H_t$  peut être résumé dans un histogramme représentant la distribution de probabilité ( $Ph$ ) de  $H_t$ . Le spectre multifractal ( $Dh$ ) est défini simplement par la transformation en coordonnées- $\log$  de la distribution de probabilité normalisée. La distribution de probabilité ( $Ph$ ) et le spectre multifractal ( $Dh$ )

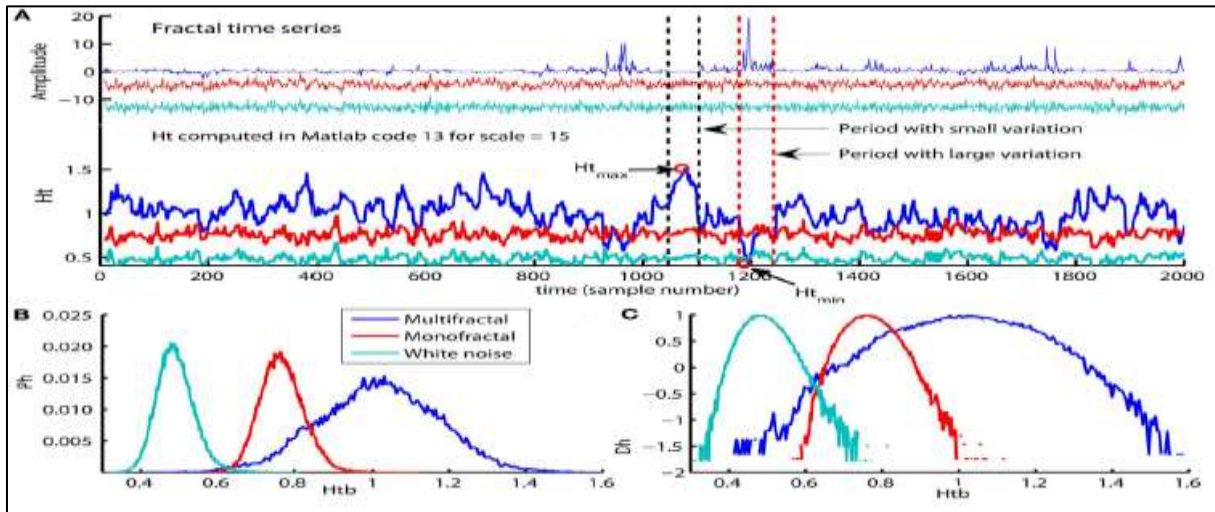


Fig. II.14 : A : Séries chronologiques et leurs exposants de Hurst locaux, B : La distribution de probabilité  $Ph$  des exposants de Hurst locaux  $H_t$  estimée sous forme d'histogrammes pour les séries temporelles, C : Le spectre multifractal  $Dh$  estimé à partir de la distribution  $Ph$  pour la même série temporelle.

Le spectre multifractal  $Dh$  est donc directement lié à la distribution  $Ph$  de la structure fractale locale de la série temporelle. La distribution  $Ph$  est la même pour la structure d'invariance d'échelle locale de la série temporelle que la distribution de probabilité conventionnelle pour les amplitudes locales de la série temporelle. L'état actuel du système naturel à étudier est lié aux états passés et futurs qui influent sur la structure d'invariance d'échelle locale de la série chronologique. Ainsi, la distribution  $Ph$  et le spectre multifractal  $Dh$  des séries chronologiques pourraient refléter des propriétés importantes du processus.

**Algorithme : Les spectres finals de probabilité**

```

Entrées : Série de données (pluies, débit, indice climatique)
1 Début
2   convertit la matrice  $H_t$  en vecteur  $H_t\_row$  pour calculer l'histogramme de  $H_t\_row$  ;
3    $H_t\_row = H_t(:)$ ;  $BinNumb = round(sqrt(length(H_t\_row)))$ ;
4    $[freq, H_tbin] = hist(H_t\_row, BinNumb)$ ;
5    $Ph = freq/sum(freq)$ ;  $Ph\_norm = Ph./max(Ph)$ ;
6    $Dh = 1 - (\log(Ph\_norm)/-\log(mean(scale)))$ ;
7 Fin
    
```

### **II.3 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté et décrit la méthodologie utilisée et ses algorithmes qui donnent une estimation des exposants de Hurst et permettent le calcul des spectres multifractals. L'algorithme décrit a été traduit par la suite en un programme Matlab et testé sur des cas hypothétiques (aléatoire, monofractal et multifractal) pour être validé. Par la suite le programme a été appliqué sur quelques séries de pluies, de débits et des indices climatiques à titre didactique. Cette méthode présente certains avantages par rapport aux méthodes conventionnelles (analyse spectrale), ainsi que d'autres méthodes multifractales basées sur les ondelettes ou le comptage de boites, elle permet de détecter les corrélations à long terme ou bien à court terme dans une série chronologique non-stationnaire. Elle permet également d'éviter les résultats erronés qui sont causés le plus souvent par la non-stationnarité des séries analysées avec un temps de calcul raisonnable.

## Chapitre III

# Application de la MDFA

### III.1 Introduction

Notre étude s'étend sur la partie septentrionale du pays, c'est le secteur le plus arrosé du pays et détient, de ce fait, la part la plus importante des ressources en eau de surface.

Nous intéressons, dans ce chapitre à l'analyse multifractale des séries journalières des précipitations, des débits et les indices climatiques, afin d'étudier de la périodicité du régime pluviométrique, les persistances à long et à court terme, et mettre en évidence les relations probables avec les précipitations et leur impact sur le régime pluviométrique global en Algérie du Nord.

### III.2 Présentation de la région d'étude

#### III.2.1 Situation géographique

L'Algérie septentrionale d'une superficie de 150 000 km<sup>2</sup> environ est limitée au Nord par la mer Méditerranée et au Sud par l'Atlas Saharien (Fig. III.1). Elle occupe la partie centrale des Atlas. C'est un pays de montagnes basses et moyennes, de hautes plaines et de plateaux. L'altitude moyenne ne dépasse pas 900 m.

La partie côtière est occupée par des plaines basses petites et d'anciens massifs cristallins très démembrés. En limite Sud, se trouve le système montagneux de l'Atlas Tellien, dont certains sommets atteignent ou dépassent 2000 m d'altitude. Ces montagnes sont coupées de gorges profondes où s'intercalent d'importantes cuvettes.



Fig. III.1 : - Situation géographique de la région d'étude sources (foret-medeterraneene.org).

Plus au Sud, s'étend la région des hauts-plateaux atteignant 800 à 1200 m d'altitude. Dans les parties les plus basses de ces derniers, s'encastrent les Chotts. Au sud les hauts plateaux sont encadrés par les chaînes de l'Atlas Saharien et par le massif des Aurès, dont certains sommets dépassent 2300 m d'altitude (Fig. III.2).

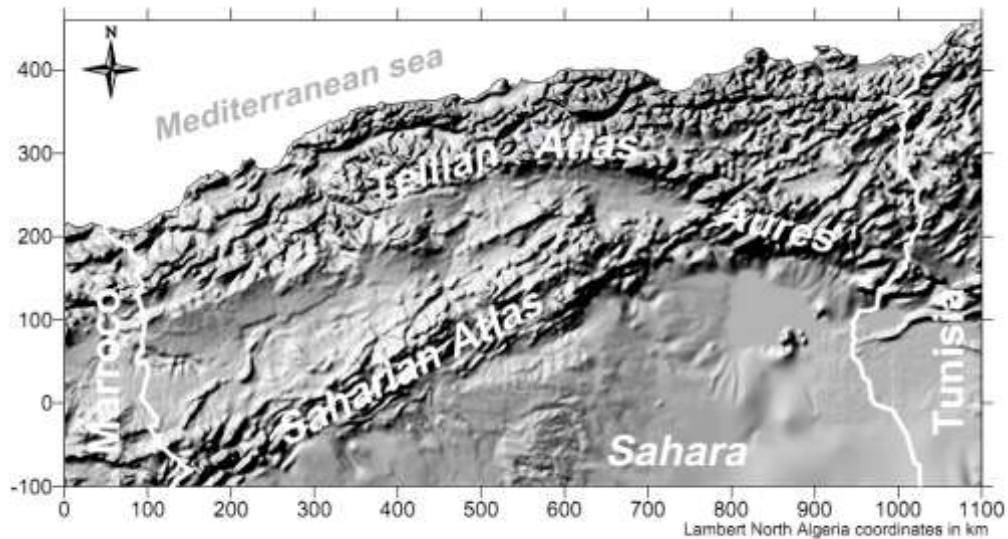


Fig. III.2 : -Orographie et Topographie de l'Algérie du Nord source (foret.medeterraneene.org).

### III.2.2 Climatologie

Le climat de l'Algérie du Nord est subtropical méditerranéen, se caractérise par un été très chaud et sec et un hiver relativement chaud et pluvieux. Dans les hauts-plateaux le climat est plus sec et plus continental. Le facteur prédominant dans la formation de l'écoulement des cours d'eau est évidemment la précipitation, qui est très irrégulière durant l'année. L'altitude et l'orientation des chaînes montagneuses vis-à-vis des vents dominants, l'éloignement de la mer et la nature de la couverture végétale ont une grande influence sur les précipitations et leur répartition spatiale.

C'est pour cela que les précipitations moyennes annuelles en Algérie septentrionale varient très fortement d'une région à l'autre. Elles s'échelonnent de 1600 voire 1900 mm sur les cimes des montagnes de grande et petite Kabylie jusqu'à 200 mm dans les régions intérieures du pays. En hiver, une petite partie de ces précipitations tombe sous forme de neige. Son épaisseur n'est jamais importante mais peut atteindre 30 cm et plus en montagne.

Les températures moyennes annuelles de l'air sont de l'ordre de 18°C dans les régions côtières et de 14°C plus au Sud.

Le couvert végétal naturel est méditerranéen ou semi-désertique et obéit à la loi de l'étagement en montagne.

### III.2.3 Hydrographie :

La région d'étude se divise en deux régions hydro graphiquement bien distinctes : ce sont les bassins versants dont les cours d'eau qui se jettent en mer Méditerranée de superficie de 130 000 km<sup>2</sup>, et les bassins endoréiques de superficie de 20 000 km<sup>2</sup> (Fig. III.3 et III.4).

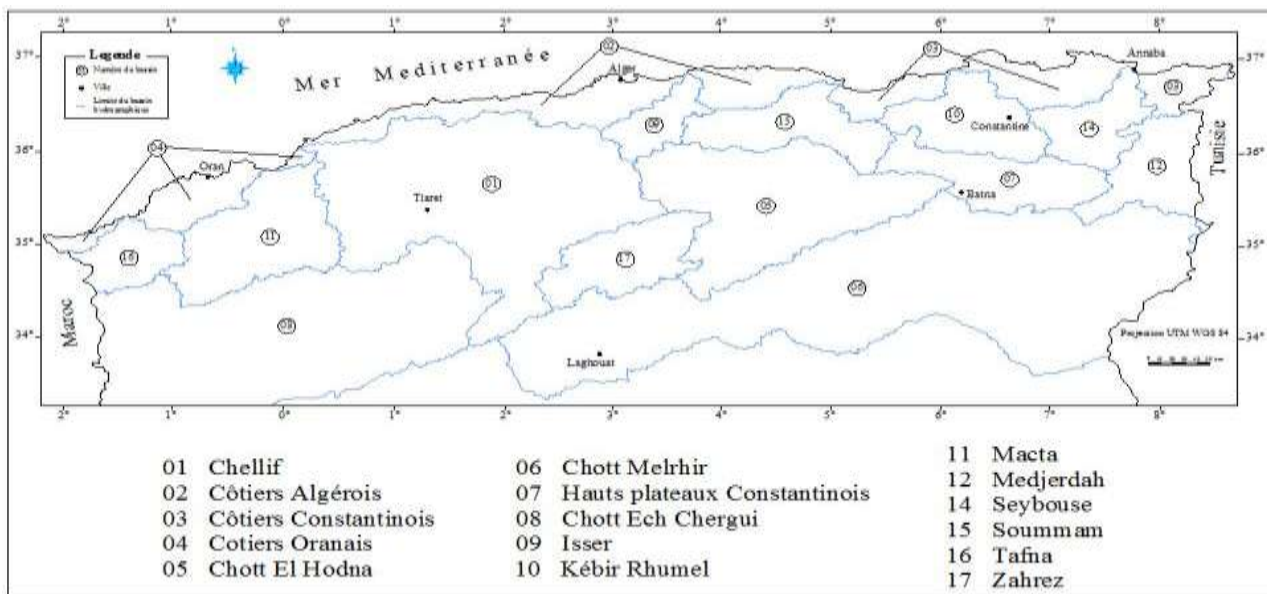


Fig. III.3: - Les bassins hydrographiques de l'Algérie septentrionale.

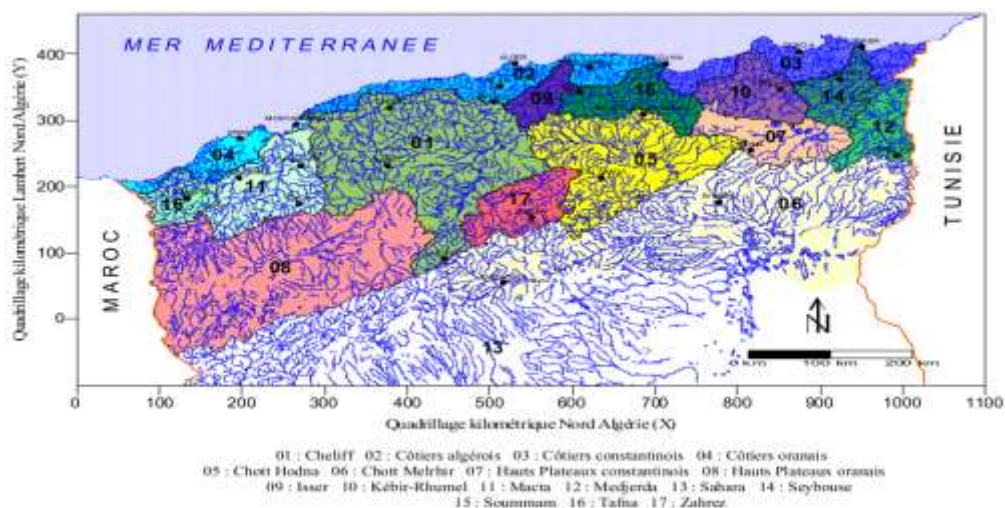


Fig. III.4 : - Réseaux hydrographiques de l'Algérie du Nord source (mebarki2.pdfpremiere partie page 2/360).

### III.3 Présentation des données :

Nous nous intéressons dans cette étude aux données hydrométriques et pluviométriques au pas journalier de l'Algérie septentrionale et des indices climatiques. Les données pluviométriques et Hydrométriques sont celles issues de la banque de données de l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques (A.N.R.H.), organisme responsable du réseau hydro pluviométrique en Algérie. Pour la station de Bejaia, les données de pluie sont fournies par ONM (Office National Météologie). Les données des indices climatiques sont ceux téléchargés du site : <http://www.esrl.noaa.gov/psd/>

#### III.3.1 Précipitations

Dans cette étude on s'intéresse aux précipitations journalières des stations de Dar El Beida (DEB), Bejaïa, Sour El Ghozlane (SEG) et Aïn Sefra. Les stations de mesure sont situées dans la partie septentrionale de l'Algérie (Fig. III.5). Le tableau .III.1 résume les principales caractéristiques statistiques des séries pluviométriques. La figure.III.6 représente la répartition des pluies journalières des quatre stations.



Fig. III.5 : -Situation des sites d'étude.

Ajouter un tableau qui regroupe les caractéristiques statistiques.

Stations	Périodes	Coordonnées	Moyenne	Ecart type	Variance	Coefficient de variation	Min	Max
DEB	1948-2011	36.54°N-3.19°E	1.809	6.07635	36.9221	3.3577	0	136.6
Bejaïa	1970-2012	36.72°N-5.07°E	2.146	6.94291	48.2040	3.2346	0	136.8
SEG	1973-2010	36.8°N-3.41°E	1.182	4.29257	18.4262	3.6307	0	101.6
Ain-Sefra	1973-1998	32.44°N-2.34°E	0.167	1.42344	2.0262	8.4938	0	34.5000

Tableau .III.1 : –Caractéristiques des pluies moyen journalières.

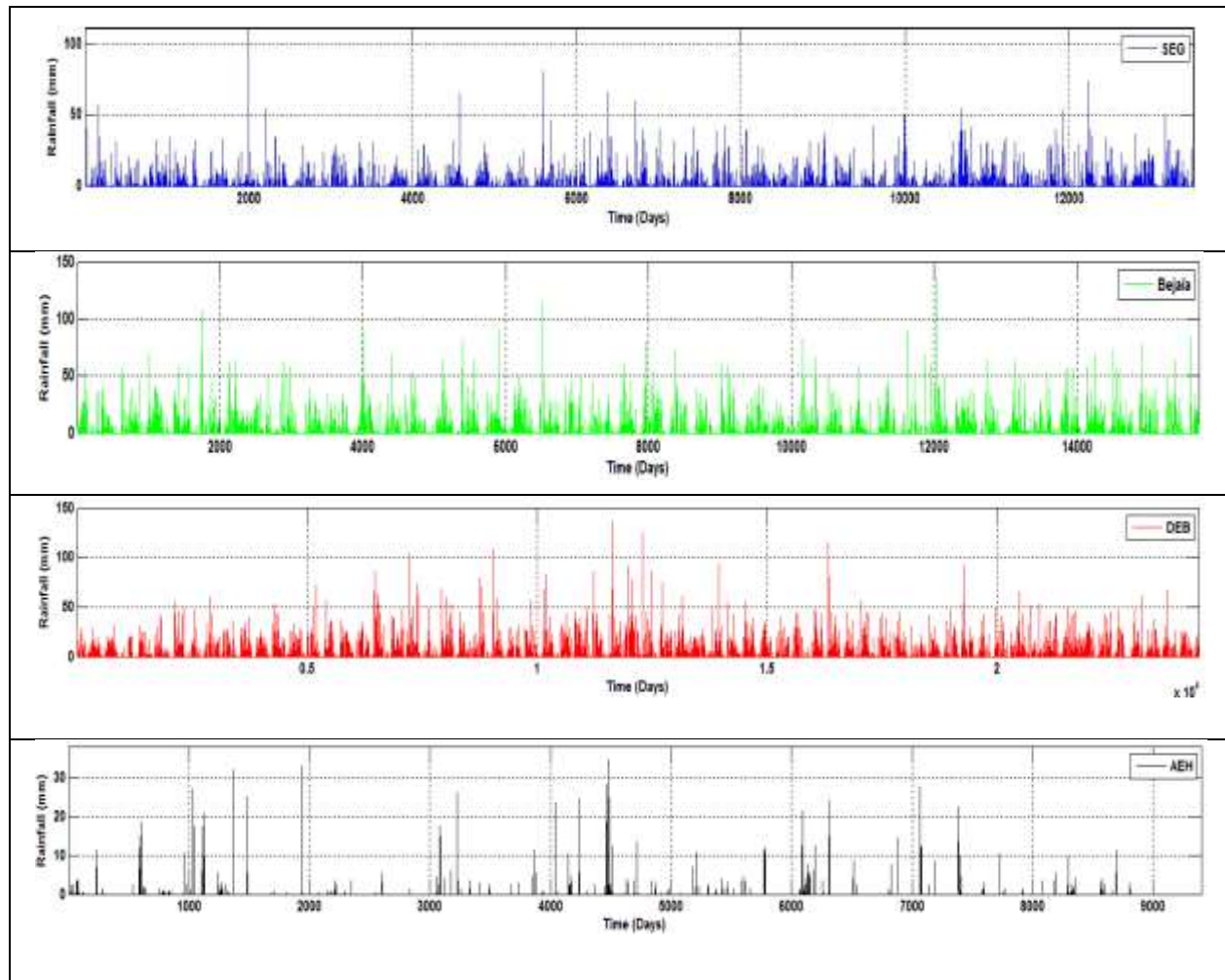


Fig. III.6 : -Répartition des pluies journalières : Sour El Ghozlane, Bejaïa, Dar El Beida et Ain El Hadjaj.

### III.3.2 Débits

Trois bassins versants ont été pris en considération dans ce travail : le Bassin de la Soummam, le bassin d'Oued Seybousse et le bassin de Rhouiba. Le tableau suivant donne les principales caractéristiques statistiques des débits. La figure.III.7 visualise la répartition temporelle des débits.

Bassins hydrographiques	Stations	Codes	Coordonnées Lambert		Altitude (m)
			Longitude (km)	Latitude	
Soummam	El Asnam	150204	620,40	335,50	435
Seybousse	Mdjez Amar	140201	912,30	358,75	1105
Rhouiba	Ain-Hadjadj	R0345	734,39	357,47	803

Tableau.III.2 : - Descriptions des stations hydrométriques sélectionnées

Stations	Périodes	Moyenne	Ecart type	Variance	Coefficient de Variation	Min	Max
Seybouse	1968-1999	7.8428	35.496	1.2602e+03	4.5264	0	1.4895e+03
Soumam	1967-1994	18.5178	47.539	2.2610e+03	2.5678	0	1.4229e+03
Ain-Safra	1973-1998	0.7463	6.48529	42.0590	8.6899	1.0000e-04	246.2000

Tableau .III.3 : –Caractéristiques statistiques des débits journaliers.

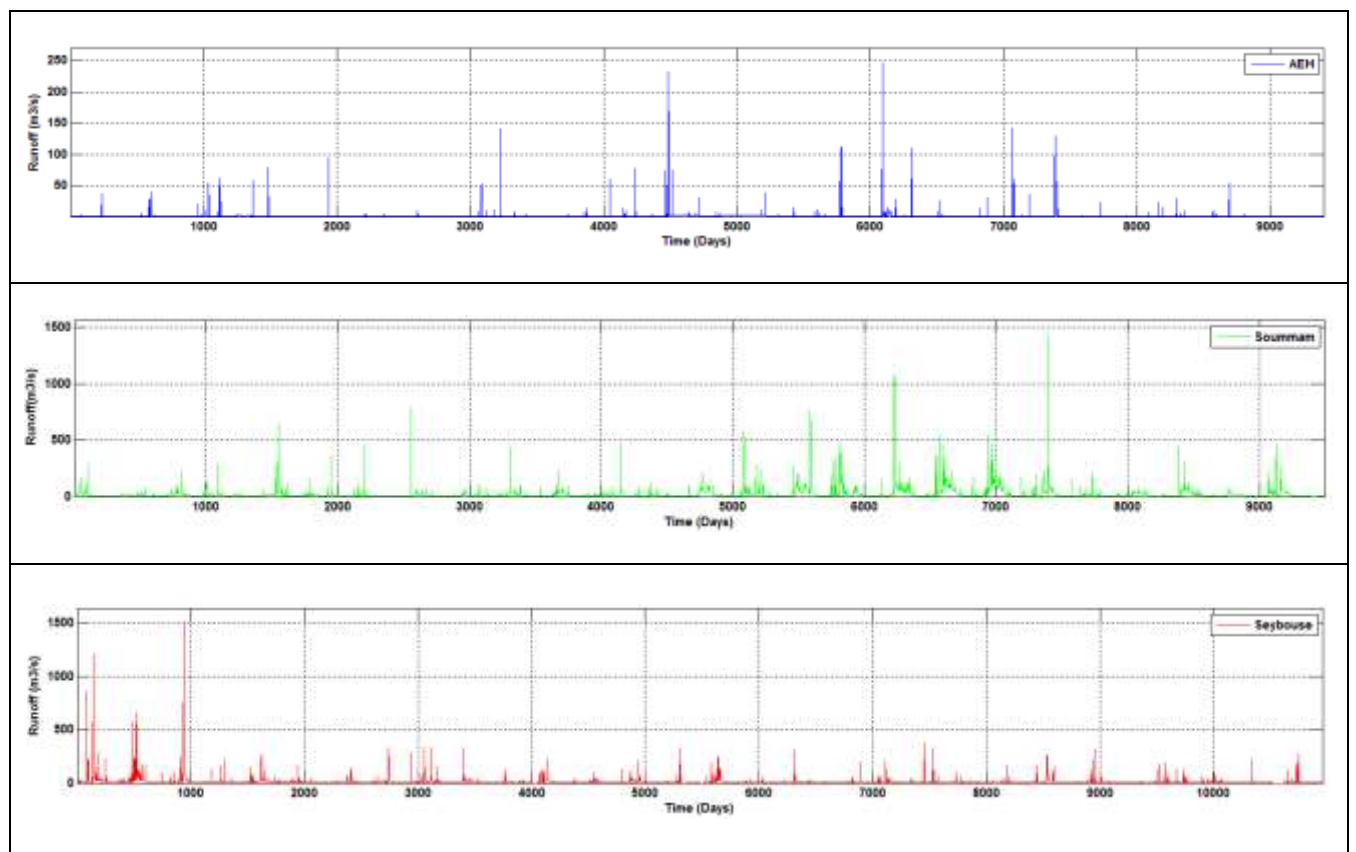


Fig. III.7 : -Répartition des Débits moyens journaliers : Soumam, Seybouse et Rhouiba

### III.3.3 Indices Climatiques

La circulation atmosphérique, communément décrite par les modèles spatiaux de pression au niveau de la mer et leur évolution dans le temps, est l'une des forces motrices les plus importantes du climat. Plusieurs régimes de téléconnexion (oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle) connus dont on se sert pour décrire diverses caractéristiques de la circulation sur la planète. Les principales oscillations qui ont une incidence sur le climat et sur les régimes pluviométriques comprennent notamment : l'Oscillation Nord-Atlantique

(NAO), l'Oscillation Australe (SOI), l'Oscillation Méditerranéenne (MO), l'Oscillation Arctique (AO)

▪ **L'Oscillation Nord-Atlantique :**

L'Oscillation Nord-Atlantique NAO, pour North Atlantic Oscillation est un phénomène à la fois océanique et atmosphérique. Il fait référence aux mouvements de va-et-vient, selon un axe Nord-Sud, de masses d'air situées au-dessus de l'Arctique et de l'Islande en direction des Açores et de la péninsule Ibérique. La NAO influence le climat sur tout le pourtour de l'Atlantique Nord, principalement en Europe. Elle occasionne entre autres des changements de pression au sol qui conditionnent directement la position et l'intensité de l'anticyclone des Açores. La NAO a été découverte pour la première fois par Sir Gilbert Walker dans les années 1920, elle caractérise la circulation atmosphérique de l'hémisphère Nord. La NAO régit les hivers d'Europe du Nord. Elle est mise en évidence par les différences de pression entre les Açores et l'Islande. La NAO est plus importante en hiver et présente deux phases à savoir : une phase positive et une phase négative. Chaque phase est responsable de conditions atmosphériques distinctes autour de l'Atlantique Nord. En outre la NAO caractérise un fort gradient de pressions présent sur l'Atlantique Nord. Selon, la position relative des hautes et des basses pressions, la NAO sera dite positive ou négative. En cas de NAO positive (Fig.III.9), il y a un fort courant d'ouest générant de multiples dépressions vers l'Europe du nord. En cas de NAO négative (Fig. III.8), le rail dépressionnaire est moins intense et passe plus au sud.

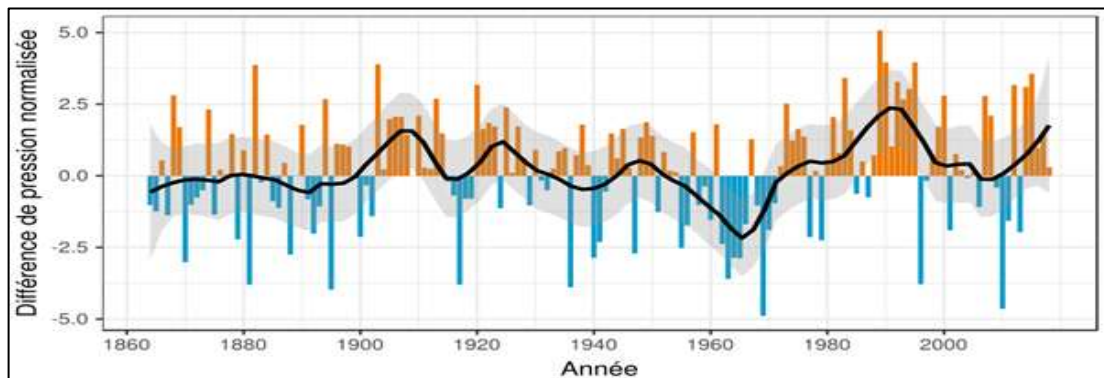


Fig. III.8:- L'indice d'oscillation Nord-Atlantique(1860-2000) d'après (Source : Climatic Analysis Section,NCAR,Boulder,USA,Hurrell(2003).Accédé 2018-10-21

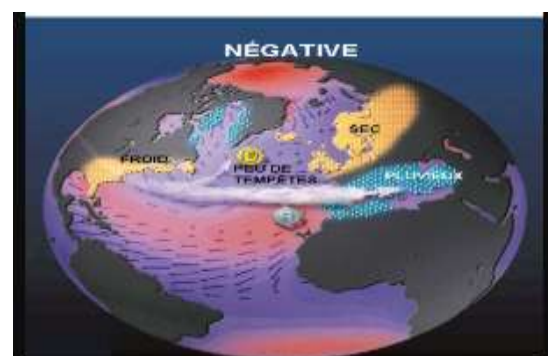
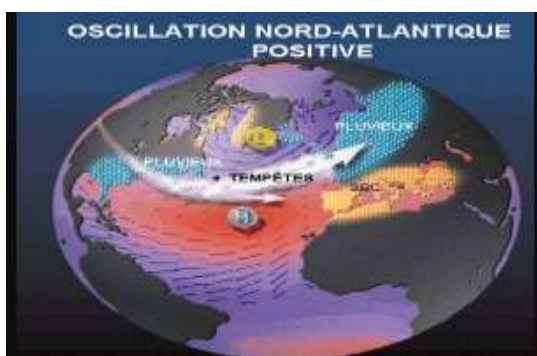


Fig.III.9:- Les deux phases de l'indice NAO (positive et négative) d'après :*lien météorologie(wikipédia)*.

▪ **L'Oscillation australe :**

L'oscillation australe est un phénomène météorologique découvert au début du XXe siècle par le mathématicien anglais Sir Gilbert Walker, directeur général des observatoires météorologiques des Indes. Il découvrit que la pression atmosphérique au niveau de la mer oscille régulièrement dans l'océan Pacifique sud entre un "indice haut" et un "indice bas", phénomène que Walker baptisa l'oscillation australe. La différence de pression le long de l'équateur crée une circulation des masses d'air vers l'ouest. À d'autres époques, le phénomène inverse. L'indice bas est généralement accompagnée d'un El Niño. L'oscillation australe et le El Niño combinés donne l'ENSO.

Ceci est accompagné d'un réchauffement des températures océaniques de surface dans le centre et l'est de l'océan Pacifique ainsi que d'une diminution de la force des alizés. Des phénomènes météorologiques inhabituels se produisent alors dans tout le Pacifique : sécheresse dans les régions habituellement humides, fortes pluies dans les régions sèches, cyclones dans le Pacifique central (Polynésie française). Une valeur positive persistante est, elle, accompagnée du phénomène inverse de La Niña (Fig.III.10).

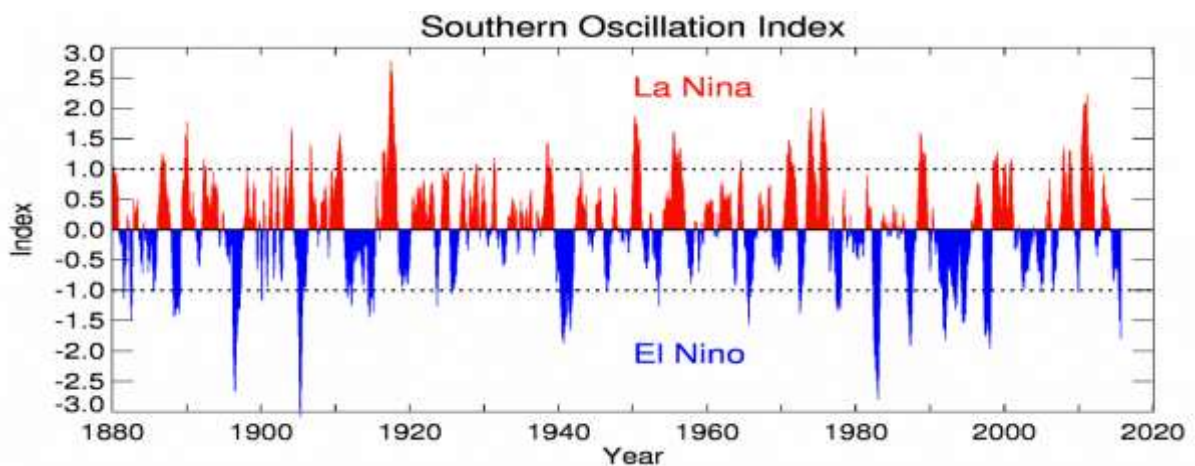


Fig.III.10 :-L'indice d'oscillation Australe(1880-2020) d'après (Source: Long Paddock website, Gov. of Queensland).

Ce phénomène est évalué par l'indice SOI pour South Oscillation Index, calculé avec les pressions de Darwin située au Nord de l'Australie (Fig.III.12).

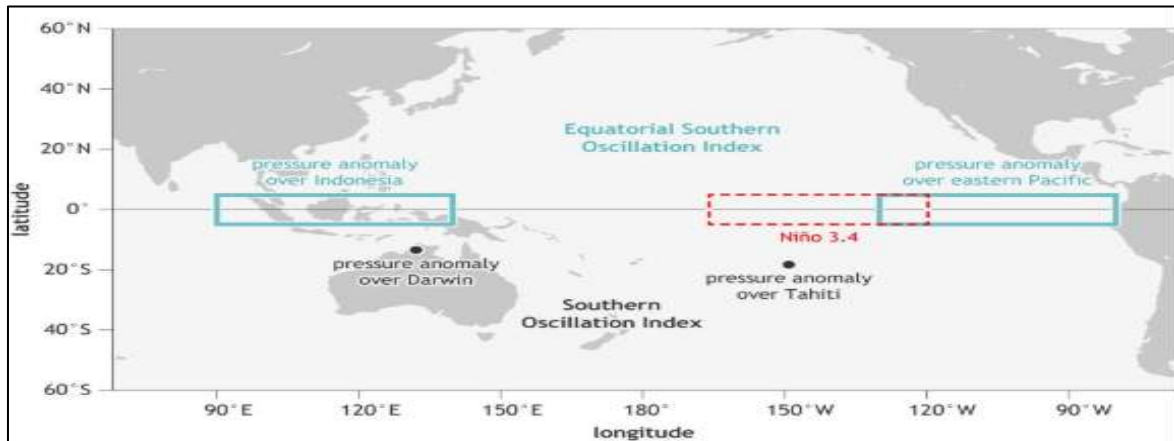


Fig.III.11 :- L'indice d'oscillation Australe calculé avec les pressions à Darwin située au Nord de l'Australie (a été publié dans *Uncategorized* par Mr Météo. Mettez-le en favori avec son permalien).

▪ **L'Oscillation Méditerranéenne :**

L'Oscillation Méditerranéenne a été défini par Conte et al. (1989) et par Palutikof et al. (1996). sont les premiers chercheurs à parler d'une «Oscillation Méditerranéenne (MO) pour Méditerranéen Oscillation entre l'Ouest et l'Est du bassin Méditerranéen avec un indice calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger en Algérie et Le Caire en Egypte (Fig.III.13).

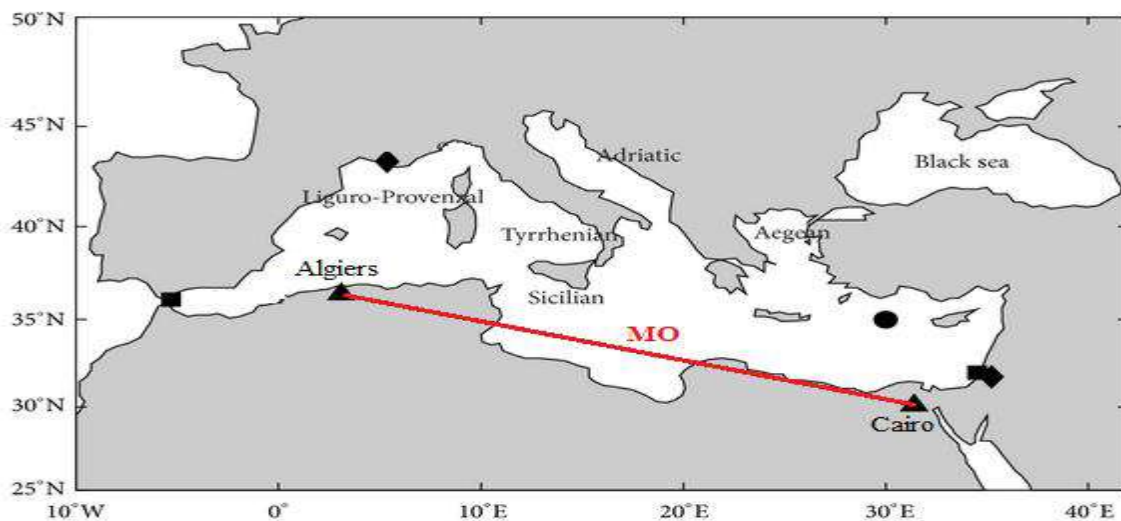


Fig.III.12 :- l'indice d'Oscillation Méditerranéenne est calculé comme la différence des Pressions normalisée entre Alger et Le Caire d'après : *Advances in Meteorology*.

L'Oscillation Méditerranéenne (MO) est lié à l'activité de la cyclogenèse en méditerranée, principalement dans la baie de Gênes. Dans la phase positive de MO, la cyclogenèse est anormalement intense alors que dans la phase négative, elle est anormalement faible. L'indice d'Oscillation Méditerranéenne et l'indice d'Oscillation Nord-Atlantique sont fortement corrélés entre eux, comme les passages des fronts froids de

l'Atlantique, décrits par la variabilité de l'indice d'Oscillation Nord-Atlantique l'un des déclencheurs de la cyclogenèse méditerranéenne.



Fig.III.13 :- Evolution de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (1945-1985).

Source : (<https://slideplayer.com/slide/738902/>).

▪ **l'Oscillation Arctique :**

L'Oscillation Arctique (AO) également appelé le Mode Annulaire de l'Hémisphère Nord (NAM). Pendant la plus grande partie du XXe siècle, l'oscillation arctique a alterné entre des phases positives et négatives. À partir des années 1970, l'oscillation s'est orientée vers une phase plus positive lorsqu'elle fut calculée en utilisant une moyenne mobile de 60 jours, bien qu'elle ait évolué vers un état plus neutre au cours de la dernière décennie.

L'oscillation arctique (OA) est une variation de la différence de pression atmosphérique, au niveau de la mer, entre 20° N et le Pôle, d'une année à l'autre. Cette variation est liée à l'intensité et la position moyenne des dépressions et anticyclones entre l'Arctique et les latitudes de 37° à 45° nord, ainsi que celle du vortex polaire. Elle couvre tout l'hémisphère nord alors que d'autres oscillations similaires, comme l'oscillation nord-atlantique, couvrent des bassins océaniques particuliers.

Lors des périodes positives de l'indice, l'Europe et l'Asie enregistrent des températures plus chaudes qu'à l'accoutumée alors qu'il fait plus froid dans le nord du Canada. Lors de périodes négatives, l'inverse se produit



Fig.III.14 :-Positions moyennes des systèmes météorologiques lors des oscillations arctiques positives et négatives .source : Thisfilewasderivedfrom:ArcticOscillation.png(<http://www.ncdc.noaa.gov/bams-state-of-the-climate/2010.php> <http://www1.ncdc.noaa.gov/pub/data/cmb/bams-sotc/2010/bams-sotc-2010-brochure-hi-rez.pdf>).

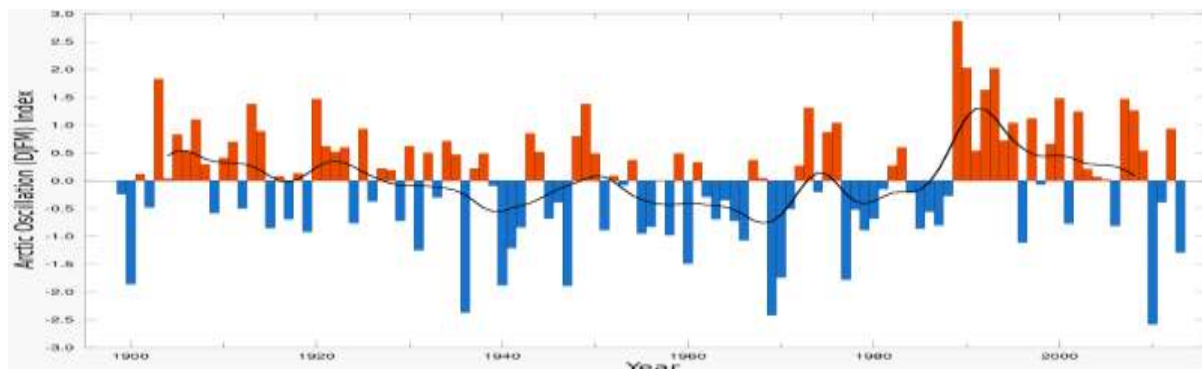


Fig.III.15 :- Graphique de l'oscillation arctique hivernale (positive en rouge et négative en bleu)entre(18992013)source:[https://climatedataguide.ucar.edu/sites/default/files/temperature\\_index\\_files/nam\\_pc\\_djfm.txt](https://climatedataguide.ucar.edu/sites/default/files/temperature_index_files/nam_pc_djfm.txt).

Ce schéma de la situation en surface est intimement lié à la situation dans la haute troposphère et la stratosphère. La stratosphère tend à se refroidir durant la phase positive, et inversement durant la phase négative. Cela a pour conséquence de renforcer le vortex polaire en phase positive.

▪ **Présentation des données des indices climatiques :**

Les indices d'oscillations climatiques retenus dans cette étude sont : SOI, AO, NAO et le MO. Leurs périodes d'observation, leurs types et la source des données sont reportés dans le tableau ci-dessous. Les séries de données des indices sont illustrées dans la figure.III.17.

Indices	Périodes	Sources	Moyenne	Ecart type	Variance	Coefficient de Variance	Min	Max
AO	1950-2019	<a href="ftp://ftp.cpc.ncep.noaa.gov/cwlinks/">ftp://ftp.cpc.ncep.noaa.gov/cwlinks/</a>	-0.1154	1.42835	2.0402	-12.3764	-7.433	5.911
NAO	1948-2019	<a href="http://www.esrl.noaa.gov/psd/">http://www.esrl.noaa.gov/psd/</a>	-4.7128	119.582	1.4355e+04	-564.29	-564.2	433.56
MO	1948-2016	<a href="https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/moi/moi1.output.dat">https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/moi/moi1.output.dat</a>	-0.0186	0.9979	0.9959	-53.7697	-5.138	3.55
SOI	1991-2019	<a href="http://www.esrl.noaa.gov/psd/">http://www.esrl.noaa.gov/psd/</a>	-1.1890	15.8185	250.2278	-13.3046	-85.72	74.55

Tableau.III.4 :- Caractéristiques statistiques des indices climatiques journaliers.

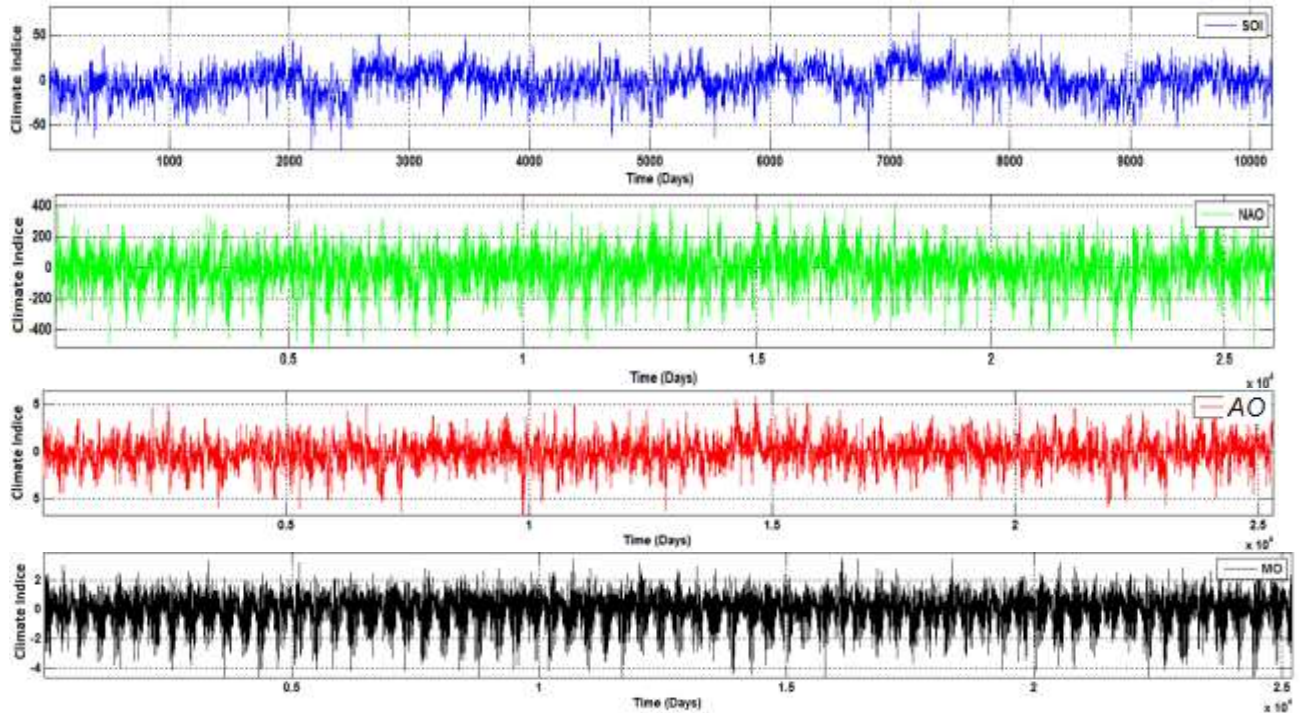


Fig. III.16. :-Répartition temporelle des indices climatiques au pas journalier.

### III.4 Résultats et interprétation :

#### III.4.1 Bruit et marche aléatoire comme une variation dans une série :

Les séries de pluies ont été converties en marches aléatoires en soustrayant la valeur moyenne des séries et en intégrant. La figure.III.18 montre le résultat du traitement. Toutes les séries contiennent 8 000 échantillons de données dont les numéros sont indiqués par l'axe horizontal.

Le but de cette section est quantifier la structure des fluctuations au cours des périodes de fluctuations faibles et importantes.

La même procédure a été appliquée aux débits (Annexe 1.1) et aux indices climatiques Annexe (1.2). Les fluctuations sont plus importantes dans le cas des débits et des indices climatiques que dans le cas des pluies.

D'une façon générale, la répartition temporelle de ces marches aléatoires est assez irrégulière, ce qui montre déjà le caractère aléatoire des pluies, et le caractère multifractal des débits et des indices climatiques où l'irrégularité est plus accentuée.

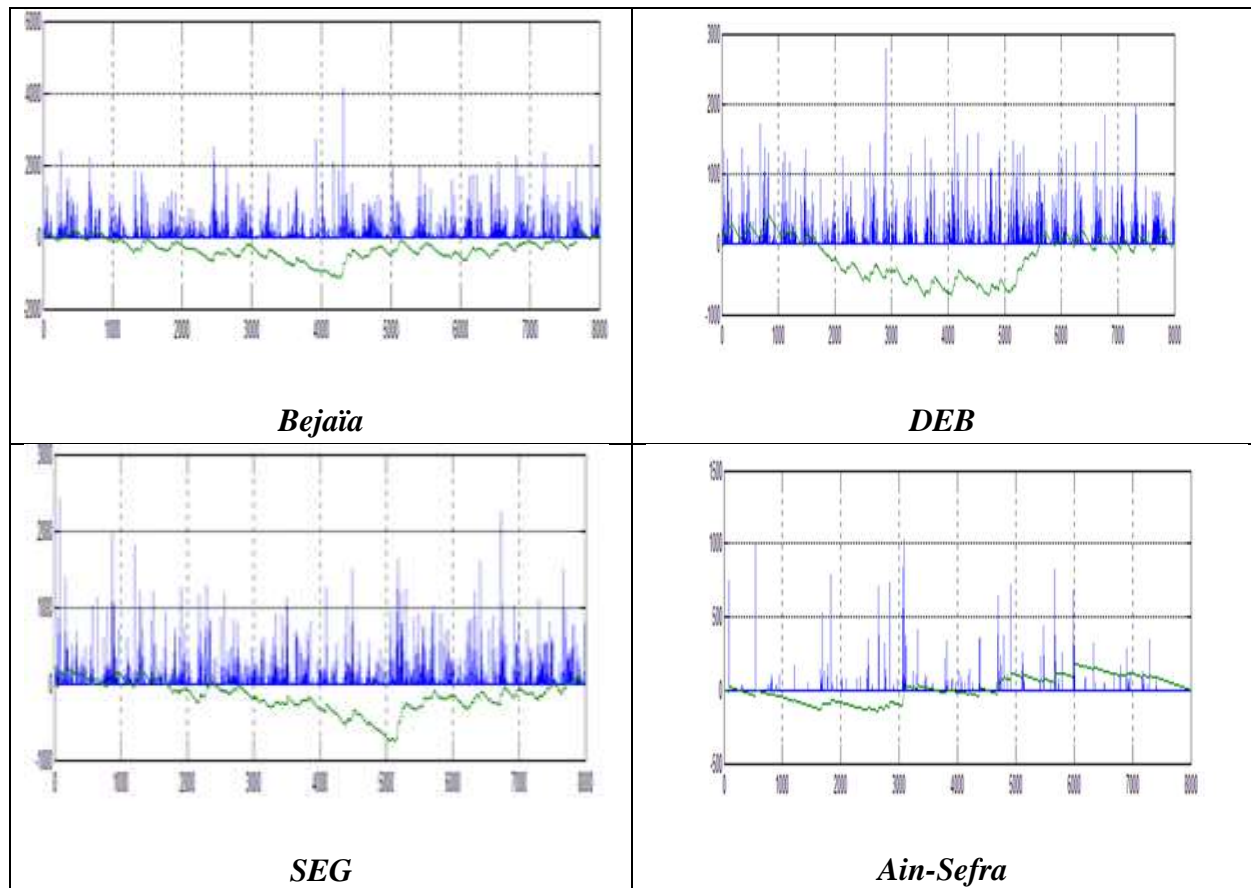


Fig.III.17 : -Séries chronologiques des pluies (Bejaïa, DEB, SEG, Ain-Sefra) et leurs séries de marche aléatoire.

#### III.4.2 Calcul de la variation de la moyenne quadratique de la série (RMS) :

Cette étape importante dans l'analyse multifractale est illustrée par la figure.III.18 ci-dessous concernant les pluies. Les résultats du traitement concernant les débits et les indices sont regroupés en annexes. Pour les pluies et les débits, le comportement est assez similaires semblable à celui d'un comportement d'un bruit blanc, alors que celui des indices climatiques est plus semblable à celui d'un comportement monofractal classique. Les figures visualise les résultats, en bleu la série chronologique des pluies, Débits et indices, en noire la moyenne nulle et en rouge et en vert  $\pm 1$  RMS.

Pour les indices climatiques (Annexe 2.2), les variations sont plus importantes que ceux des pluies et des débits, ce qui est révélateur d'un comportement multifractal.

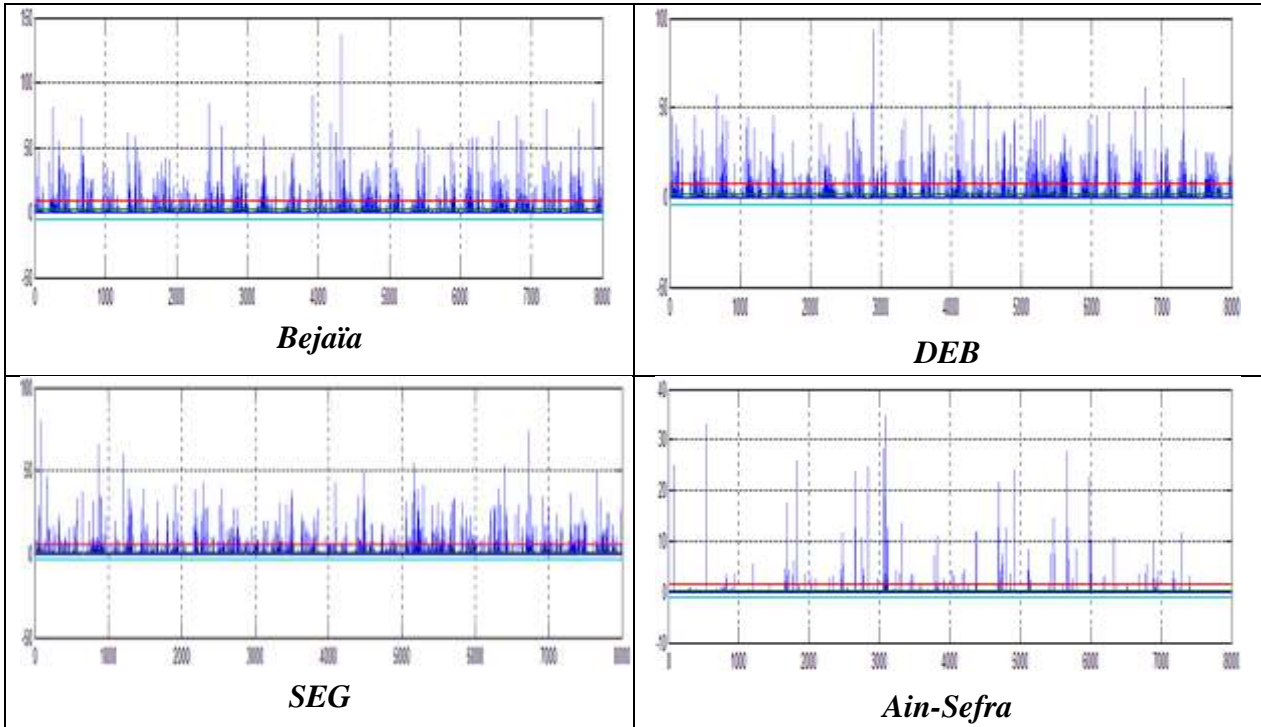


Fig.III.18 :- Séries chronologiques des pluies journalières à la station de Bejaïa, DEB, SEG et Aïn Sefra, moyenne et variation de la moyenne quadratique.

### III.4.3 Calcul des fluctuations locales :

Pour les séries chronologiques (pluies, débits et indices climatiques), leurs marches aléatoires sont représentées par des tendances linéaires (A), quadratique (B) et cubique (C) pour ( $m = 1, m = 2$  et  $m = 3$ ). La ligne en pointillée en bleu correspond à la tendance ajustée pour toutes les séries dans huit segments de taille d'échantillon égale à 1000. La distance entre la tendance en pointillée bleu et les lignes rouges et turquoise pleines représente ( $\pm 1 RMS \{1\}$ ).

La fluctuation locale,  $RMS \{1\}$ , autour des tendances constitue le « bloc constitutif » de base de l'analyse des fluctuations redressées.

La figure ci-dessous visualise les résultats des traitements pour les pluies à Bejaïa.

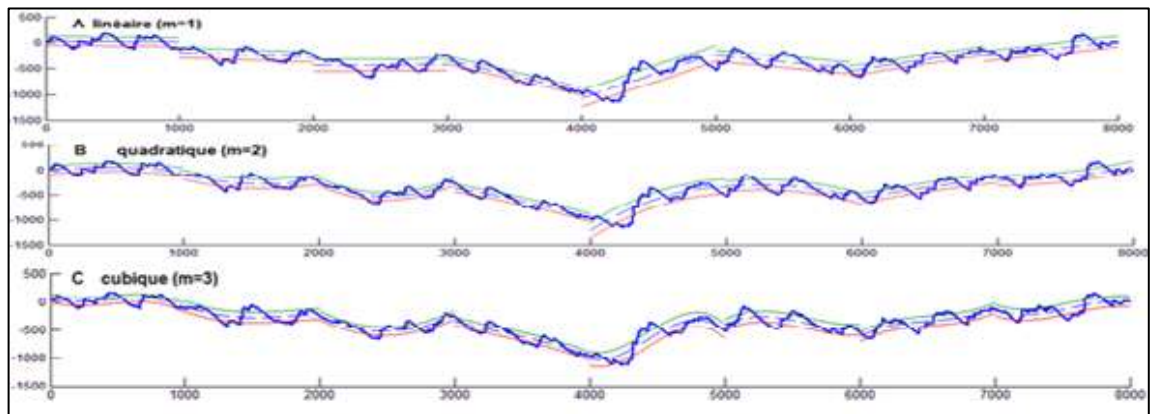


Fig.III.19 :- Calcul des fluctuations locales (linéaire, quadratique, cubique) pour les pluies à Bejaïa

### III.4.4 Fonction d'échelle $F(ns)$

La fonction d'échelle  $F(ns)$  est calculée pour plusieurs échelles pour les séries de pluies à l'aide de la fonction  $(F)$  du  $RMS$  global. La figure ci-dessous illustre les fluctuations locales,  $RMS\{ns\}$ , et le  $RMS$  global,  $F\{ns\}$  pour plusieurs échelles de la pluie à Bejaïa.

À partir de la série chronologique de pluie analysée, les lignes bleues représentent les fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  pour les segments ayant plusieurs tailles (c.-à-d. plusieurs échelles) afin de mettre en évidence les fluctuations à la fois rapides et lentes qui évoluent et qui influencent la structure de la série temporelle, la ligne rouge présente le  $RMS$  global de la fluctuation locale  $RMS\{ns\}$ . Nous constatons que la fonction  $F(ns)$  diminue sur des échelles plus petites. A ce stade de l'étude multifractale, nous constatons une nette diminution de la fonction d'échelle de plus en plus que l'échelle diminue et ceci est valable pour les débits et les indices climatiques (voir annexes).

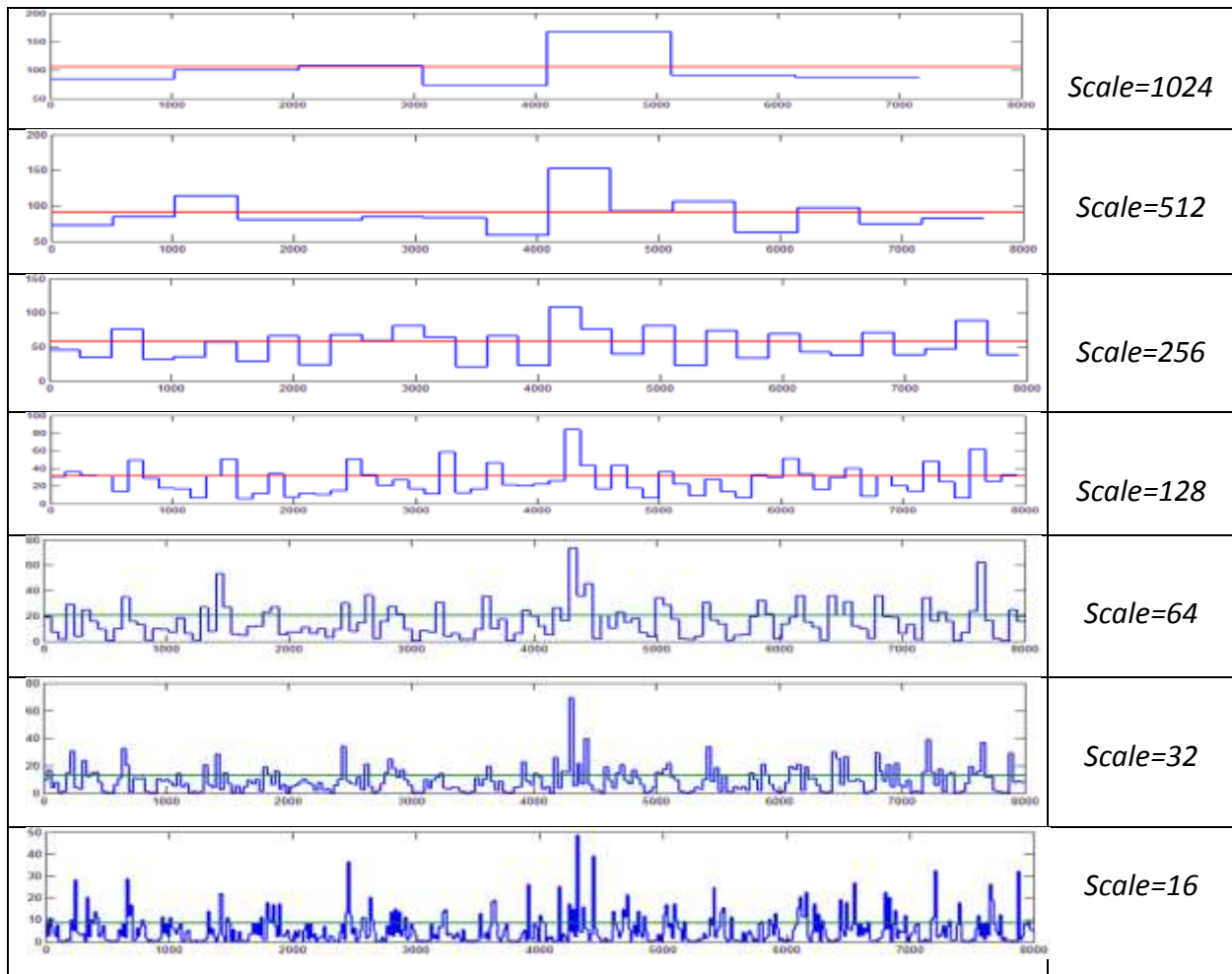


Fig.III.20 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le  $RMS$  Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des pluies journalières à Bejaïa.

### III.4.5 Exposant de Hurst :

Le graphique de la figure III.21 montre que le RMS global en fonction des échelles représentées en coordonnées log-log, présente une relation d'invariance d'échelle indiquée par la pente (H) des droites de régression. La pente(H) représente l'exposant de Hurst.

Les résultats des traitements des séries de pluies (Bejaïa, DEB, SEG) sont représentés par la figure III.21. La figure montre que les pluies présentent une structure indépendante du temps, car la pente (H) qui représente l'exposant de Hurst a des valeurs qui varient de 0.61 à 0.64. Ces valeurs de H nous indiquent une persistance assez faible assez proche d'un processus aléatoire, c'est à dire que les pluies présentent une faible corrélation entre les valeurs présentes et les valeurs futures de la série. Sachant qu'un processus à mémoire courte sera caractérisé par une fonction d'autocorrélation tendant très rapidement vers zéro (Larroussi, 2017 ; Belmahdi, 2016).

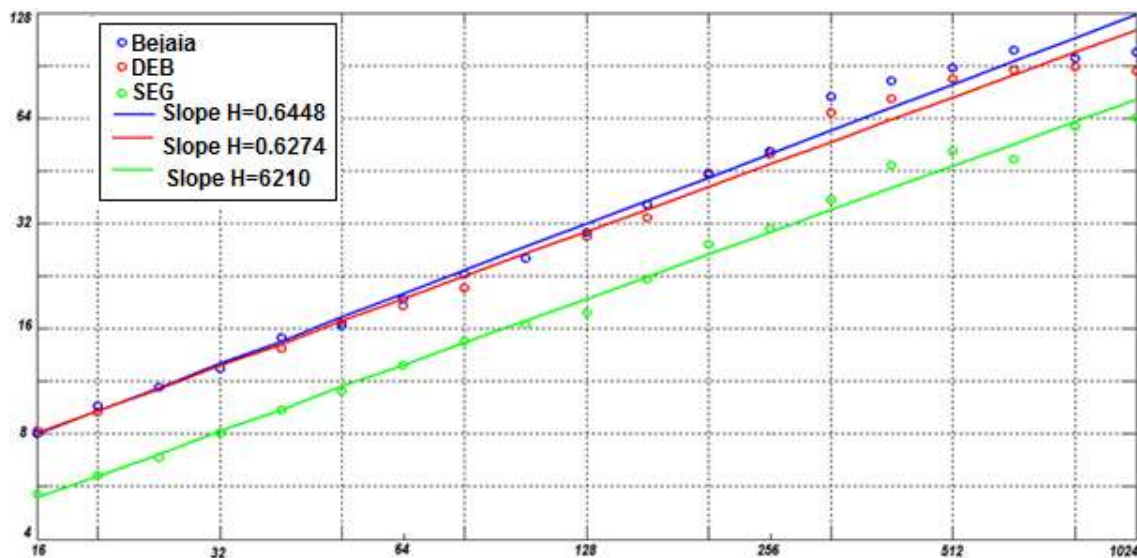


Fig.III.21 : - Le RMS Global ( $F$ ), en fonction des échelles des pluies (Bejaïa, Dar El Beida et Sour El Ghozlane).

Cependant, pour les débits, les résultats sont différents (Fig.III.22). On remarque que pour les séries des débits de l'Oued Soummam et l'Oued Seybouse ont une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst compris entre 0,78 et 0,81 ce qui permet de prédire les réalisations futures à partir d'observations passées est très forte. Les deux séries temporelles de débits possèdent une propriété de persistance. Des conséquences directes de cette propriété de mémoire longue d'un processus stochastique, est que la fonction d'autocorrélation du processus décroît assez lentement vers zéro.

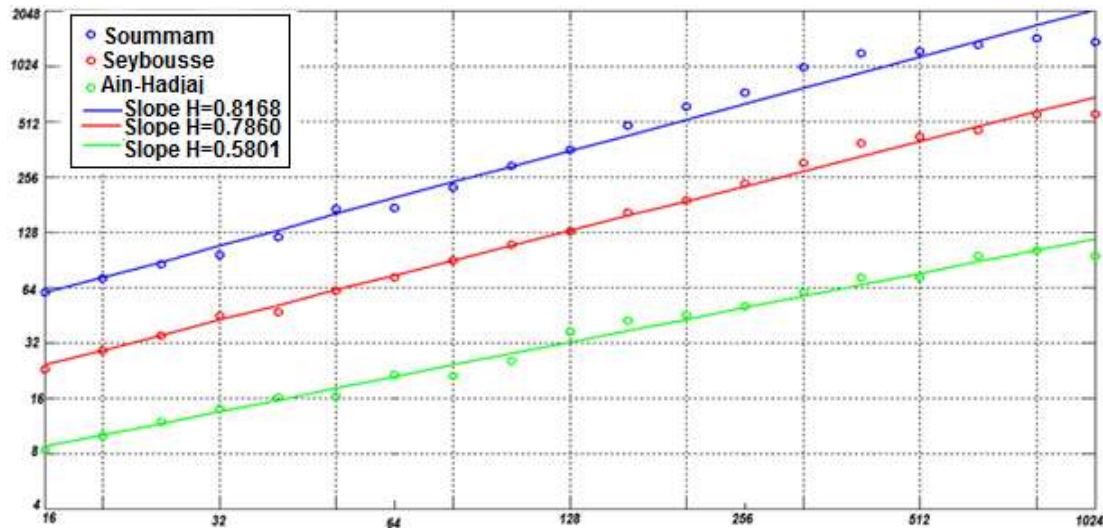


Fig.III.22 : - Le  $RMS$  Global ( $F$ ), en fonction des échelles des débits (Soummam, Seybousse et Rhouiba).

Par contre, pour les débits de l'Oued Rhouiba mesurés à la station de Ain-Hadjaj, la figure III.22 montre que l'Exposant de Hurst  $H$  est égal à 0.58, ce qui suggère une structure indépendante du temps, c'est-à-dire présentant une mémoire presque nulle, chaque observation est totalement indépendante l'une de l'autre. On peut dire que les débits dans ce bassin ont un comportement aléatoire.

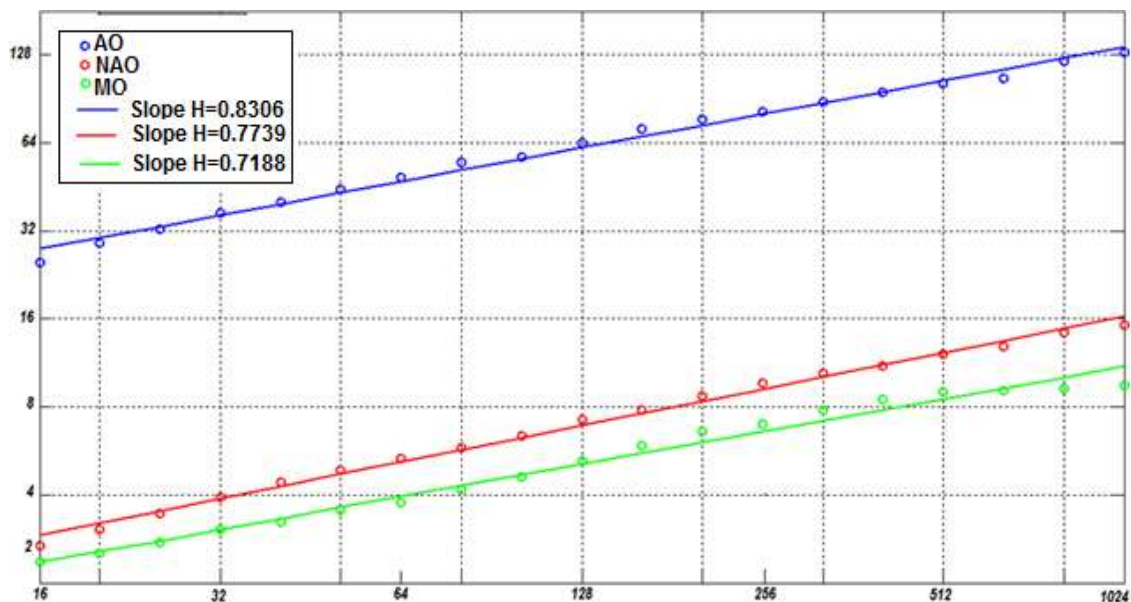


Fig.III.23 : - Le  $RMS$  Global ( $F$ ), en fonction des échelles des indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO).

Les séries des indices climatiques analysées montrent une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst compris entre 0.71 et 0.83, ceci permet de prédire les réalisations futures à partir d'observations passées avec une assez forte probabilité. Ces séries temporelles d'indices possèdent une propriété de persistance. Une

conséquence directe de cette propriété de mémoire longue d'un processus stochastique, est que la fonction d'autocorrélation du processus décroît lentement vers zéro (Larroussi, 2017 ; Belmahdi, 2016).

### III.4.6 Analyse multifractale

Afin de visualiser les différences entre les séries, nous avons choisi la série de Dar El Beida (DEB) comme série de référence pour comparer. Les figures de cette étape représentent  $qRMS\{1\}$  pour les séries temporelles DEB (en vert) et Bejaia (en bleu). L'ordre  $q$  négatif ( $q = -3$  et  $-1$ ) amplifie les segments de la série temporelle avec un  $RMS$  extrêmement petit  $\{1\}(v)$  alors que l'ordre  $q$  positif ( $q = 3$  et  $1$ ) amplifie les segments avec un  $RMS$  extrêmement grand  $\{1\}(v)$ .

Par contre pour les ( $q = -3$  et  $q = 3$ ) amplifient respectivement la variation plus ou moins grande, plus que ( $q = -1$  et  $q = 1$ ). La série temporelle DEB ne contient pas de segments avec des fluctuations extrêmes, grandes ou petites, et par conséquent, aucun pic dans  $qRMS\{1\}$ .

Les séries chronologiques Bejaia présentent des fluctuations locales d'extrême magnitude qui sont absentes dans la série chronologique DEB. L'absence de fluctuations est décrite par le moment statistique de second ordre (c'est-à-dire la variance) uniquement.

Dans la série chronologique Bejaia la fluctuation locale,  $RMS\{ns\}(v)$ , sera extrêmement grande pour les segments  $v$  avec des périodes de fortes fluctuations et extrêmement petite pour les segments  $v$  avec des périodes de petites fluctuations.

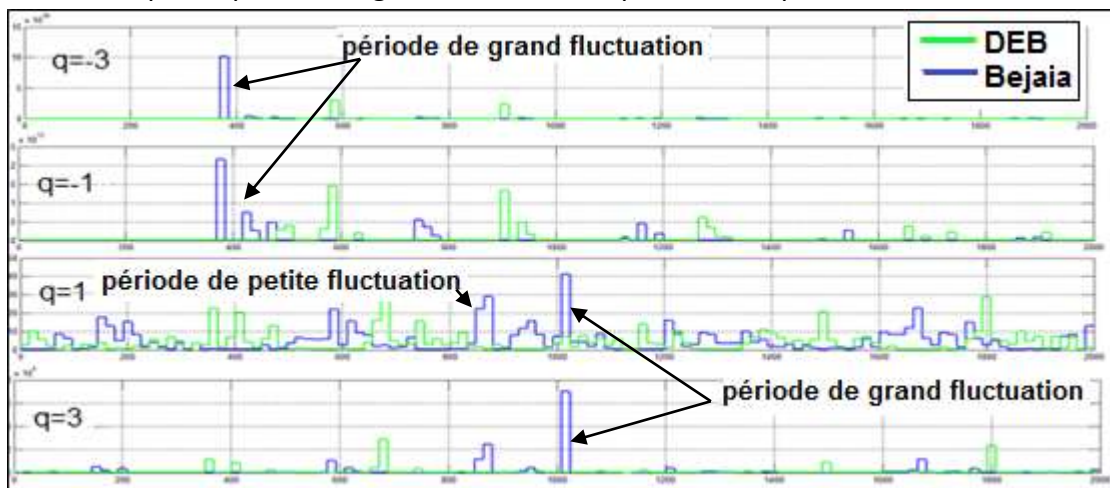


Fig.III.24 :- Visualisation de  $qRMS\{1\}$  (où  $qRMS\{1\}$  est l'ordre  $q$  des fluctuations locales des pluies journalières à DEB et à Bejaia).

La figure.III.25 représentent  $qRMS\{1\}$  pour les séries temporelles DEB et Soummam (en bleu). L'ordre  $q$  négatif ( $q = -3$  et  $-1$ ) amplifie les segments de la série temporelle avec un  $RMS$  extrêmement petit  $\{1\}(v)$  alors que l'ordre  $q$  positif ( $q = 3$  et  $1$ ) amplifie les segments avec un  $RMS$  extrêmement grand  $\{1\}(v)$

Pour les ( $q = -3$  et  $q = 3$ ) amplifient respectivement la variation plus ou moins grande pour la série temporelle de la Soummam par un pic dans  $qRMS \{1\}$ , par contre pour ( $q = -1$  et  $q = 1$ ) amplifient respectivement la variation plus ou moins grande pour la série temporelle DEB et des pic dans  $qRMS \{1\}$ . La série temporelle DEB ne contient pas de segments avec des fluctuations extrêmes, grandes ou petites, et par conséquent, aucun pic dans  $qRMS \{1\}(v)$ .

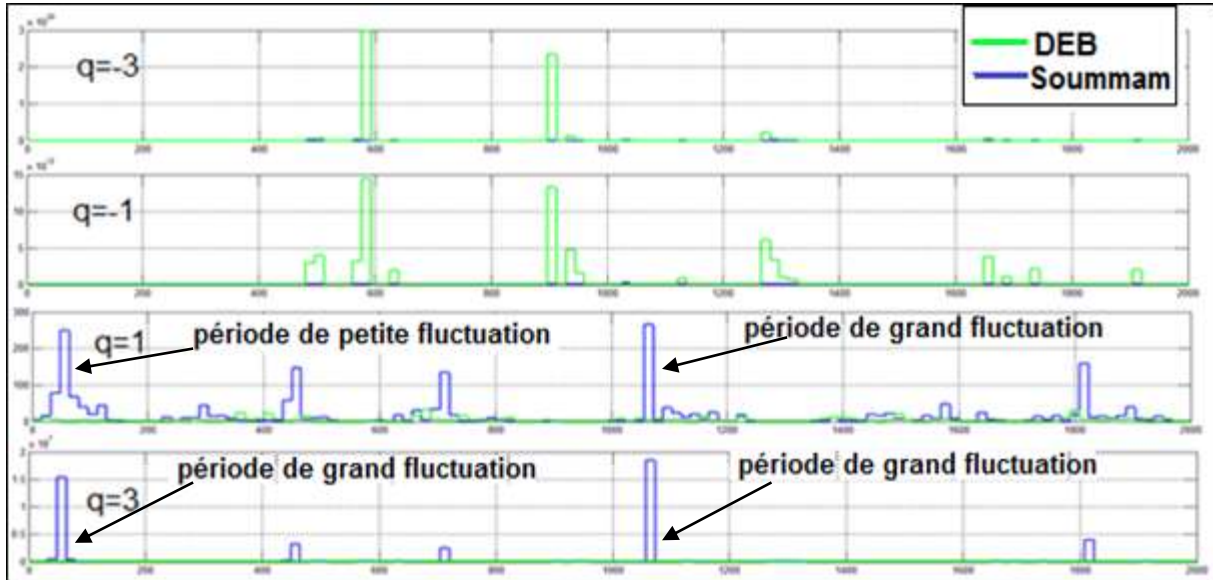


Fig.III.25 :- Visualisation de  $qRMS\{1\}$  (où  $qRMS \{1\}$  est l'ordre  $q$  des fluctuations locales des pluies journalières à DEB et des débits de l'Oued Soummam).

La figure.III.26 représente  $qRMS \{1\}$  pour les séries temporelles DEB(en vert) et AO (en bleu).

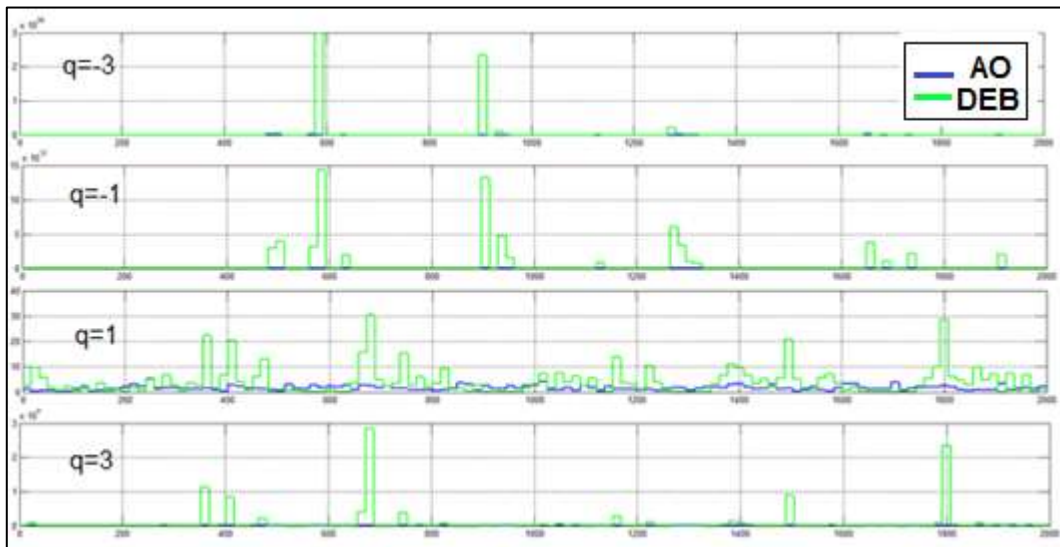


Fig. III.26 :- Visualisation de  $qRMS\{1\}$  (où  $qRMS \{1\}$  est l'ordre  $q$  des fluctuations locales des pluies journalières à DEB et de l'indice d'Oscillation Arctique (AO)).

Les  $qRMS \{1\}$  de la série temporelle AO ne montrent pas de segments avec des fluctuations extrêmes, grandes ou petites, et par conséquent, aucun pic des fluctuations locales n'est vraiment observable. Cependant, pour  $qRMS \{1\}$  avec ( $q = 3$  et  $q = 1$ ) on constate qu'ils ont nettement amplifié des segments avec un  $RMS$  extrêmement grand  $\{1\}(v)$  pour la série AO.

#### II.4.7 Spectre multifractal de la série à partir de l'exposant de Hurst d'ordre $q$

Dans l'étape suivante, l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  peut maintenant être défini comme étant les pentes ( $Hq$ ) des lignes de régression ( $qRegLine$ ) pour chaque ordre  $q - RMS (Fq)$ . Ensuite,  $Hq (nq)$  et  $qRegLine \{nq\}$  sont calculés en bouclant pour chaque ordre  $q$ . Les figures ci-dessous (Fig. III.27 A, B, C) montrent que les pentes  $Hq$  des droites de régression pour  $q = 3$  et  $q = 1$  ( $q$  positif) sont dépendantes pour les séries de pluies de Bejaia, Dar El Beida et Sour El Ghozlane. Par contre, pour  $q = -3$  et  $q = -1$  ( $q$  négatif), la droite de régression ne s'ajuste pas convenablement pour les petites échelles.

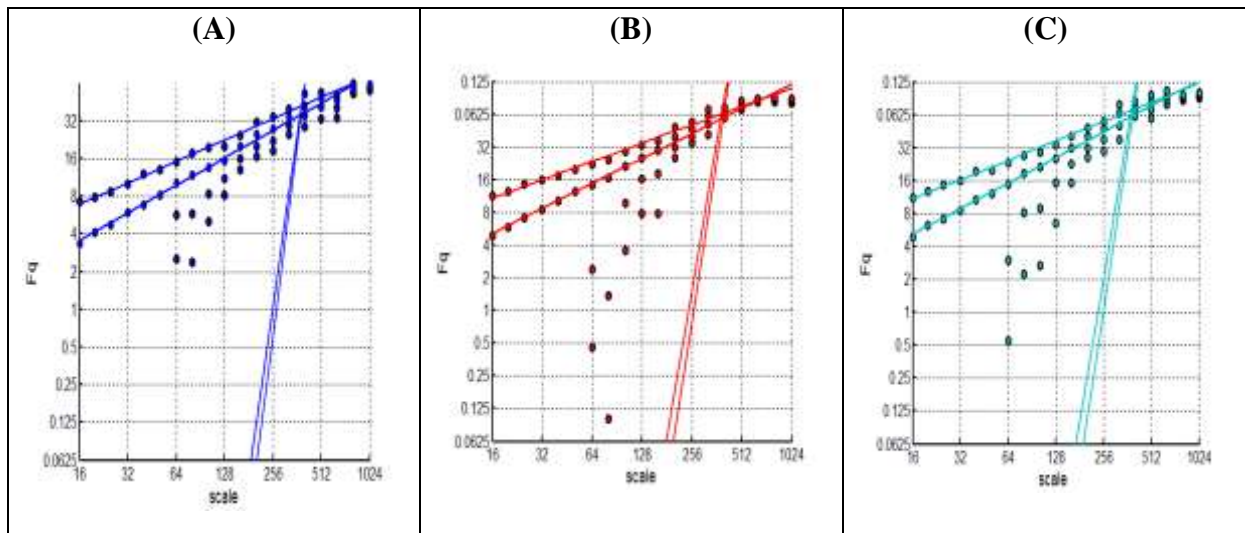


Fig. III.27 : -  $RMS q - order Fq(nq)$  et lignes de régression correspondantes  $qRegLine \{nq\}$  calculées pour les séries de pluies à Bejaia (A), Dar El Beida (B) et Sour El Ghozlane (C).

La figure III.28 montre nettement la décroissance de l'exposant de Hurst d'ordre  $q Hq$  en fonction  $q$  pour les séries de pluies, ce qui confirme déjà la multifractalité des pluies journalières.

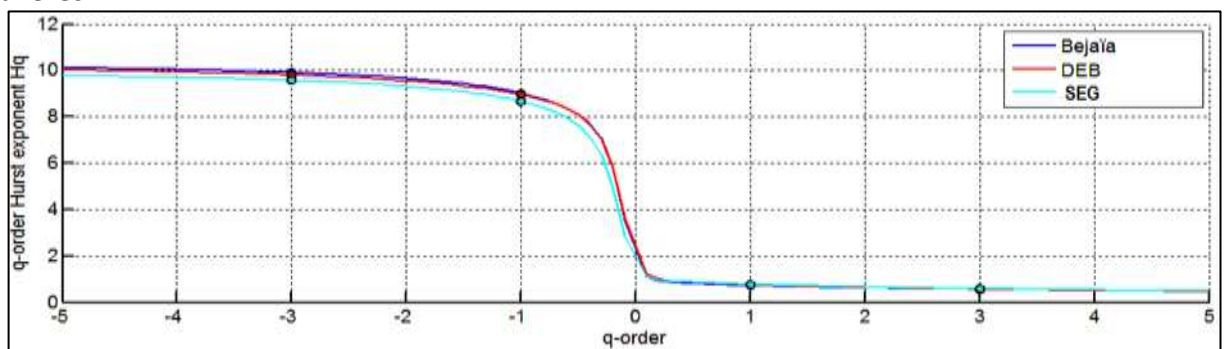


Fig. III.28 :- Exposant de Hurst d'ordre  $q Hq$  pour les trois séries pluviométriques (Bejaia, Dar El Beida, et Sour El Ghozlane).

Pour les débits, les figures ci-dessous (Fig.III.29. A, B, C) montrent que les pentes  $Hq$  des droites de régression pour  $q = 3$  et  $q = 1$  ( $q$  positif) sont dépendantes pour les séries de débits de l'Oued Soummam, Seybouse et Rhouiba. Par contre, pour  $q = -3$  et  $q = -1$  ( $q$  négatif), la droite de régression ne s'ajuste pas convenablement pour la Soummam et ne s'ajuste pas pour Seybouse et Rhouiba.

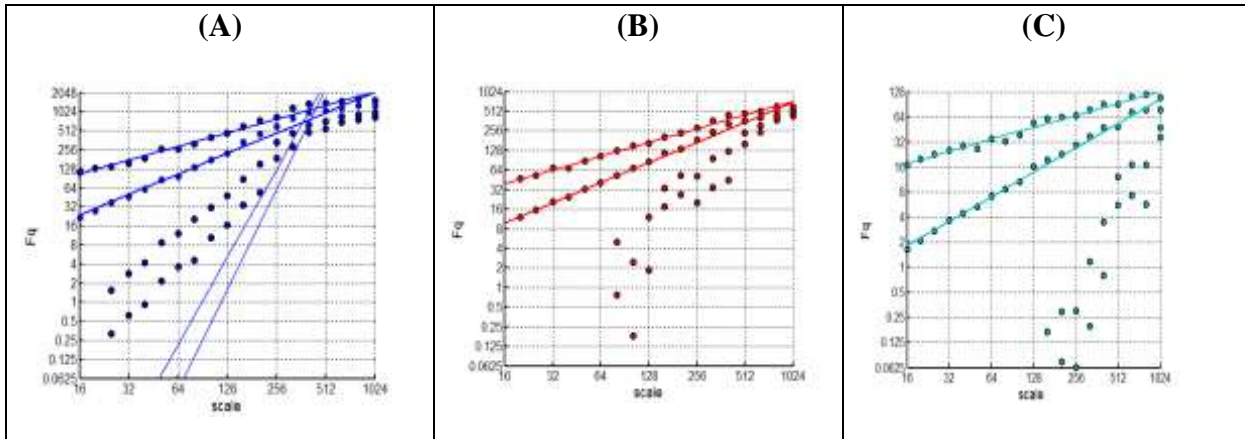


Fig. III.29 : - RMS  $q$  – order  $Fq(nq)$  et lignes de régression correspondantes  $qRegLine \{nq\}$  calculées pour les séries de Débits de la Soummam (A), Seybouse (B) et Rhouiba (C).

La figure.III.30 montre la décroissance de l'exposant de Hurst d'ordre  $q$   $Hq$  en fonction  $q$  uniquement pour la série de débits de la Soummam. Par contre pour Seybouse et Rhouiba, la décroissance est visible seulement pour les  $q$  positifs (1 et 3). Cependant, on peut conclure que la multifractalité est également mise en évidence tout au moins pour certaines échelles.

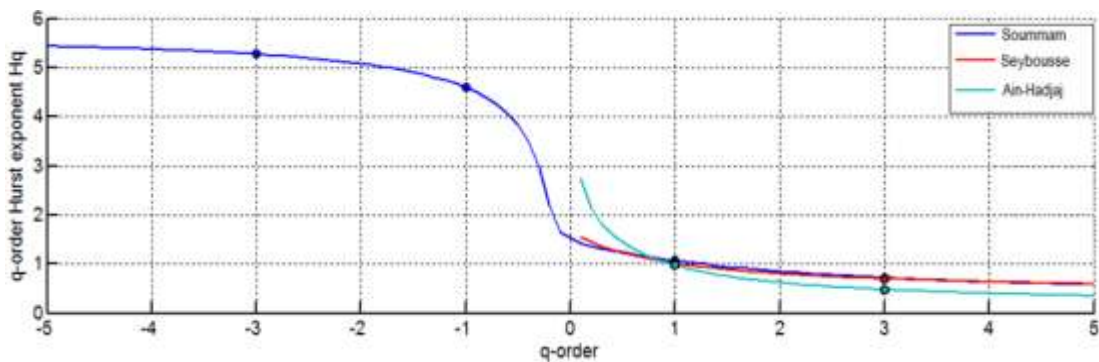


Fig. III.30 : -Exposant de Hurst d'ordre  $q$   $Hq$  pour les trois séries Hydrométriques (Soummam, Seybouse, et Rhouiba).

Pour les indices d'oscillation climatique, les figures ci-dessous (Fig.III.31. A, B, C) montrent que les pentes  $Hq$  des droites de régression pour sont dépendantes pour les séries chronologiques des indices NAO, AO et MO. Par contre, pour  $q = -3$  et  $q = -1$  ( $q$  négatif), les droites de régression ne s'ajustent convenablement pour tous les indices d'une façon très satisfaisante.

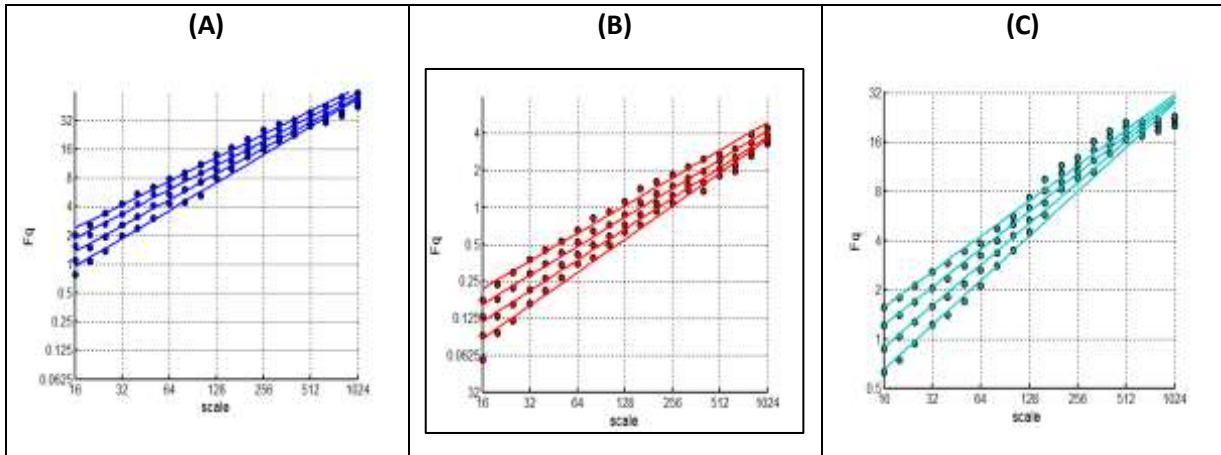


Fig. III.31 : -  $RMS q$  – order  $Fq(nq)$  et lignes de régression correspondantes  $qRegLine \{nq\}$  calculées pour les séries des indices d'oscillation climatique : AO (A), NAO(B) et MO (C).

Là aussi, la figure.III.32 montre nettement la décroissance de l'exposant de Hurst d'ordre  $q$   $Hq$  en fonction  $q$  pour les séries d'indices d'oscillation climatique et confirme ainsi la multifractalité du processus.

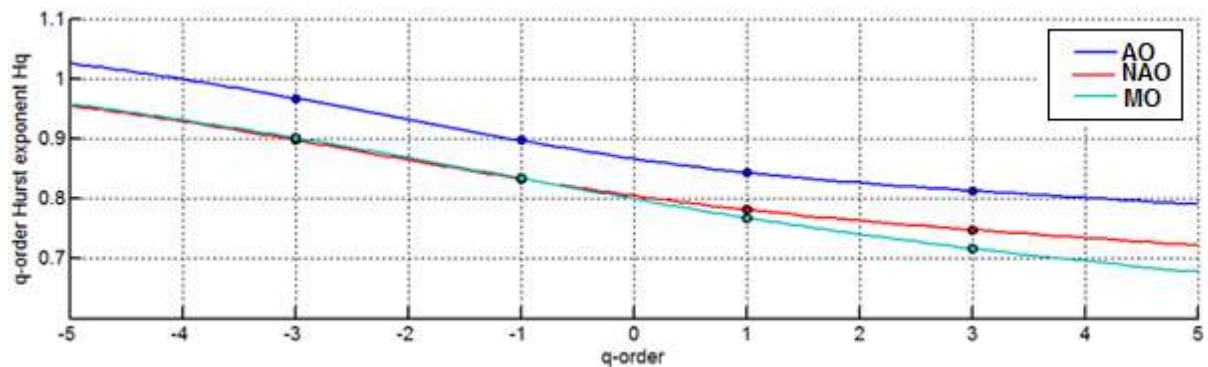


Fig. III.32 :- Exposant de Hurst d'ordre  $q$   $Hq$  pour les trois séries d'indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO).

### III.4.8 Spectre multifractal

Comme décrit dans le chapitre II, l'exposant de Hurst  $Hq$  d'ordre  $q$  n'est qu'un des nombreux types d'exposants d'échelle utilisés pour paramétrer la structure multifractale. La procédure typique dans la littérature de la MDFA consiste à convertir d'abord  $Hq$  en Exposant de masse ( $tq$ ) d'ordre  $q$ , et ensuite à convertir  $tq$  en exposant de la singularité d'ordre  $q$  ( $hq$ ) et en dimension de singularité d'ordre  $q$  ( $Dq$ ) (Kantelhardt et al., 2002).

La figure.III.33 montre des représentations multiples du spectre multifractal pour les séries temporelles pluviométriques (Bejaia, DEB et SEG. Les graphiques des différentes fonctions montrent la parfaite ressemblance comportementale des pluies. Le spectre multifractal ( $Dq$  en fonction de  $hq$ ) résultant est un grand arc où la différence entre le maximum et le minimum  $hq$  correspondant à la largeur du spectre multifractal est assez importante.

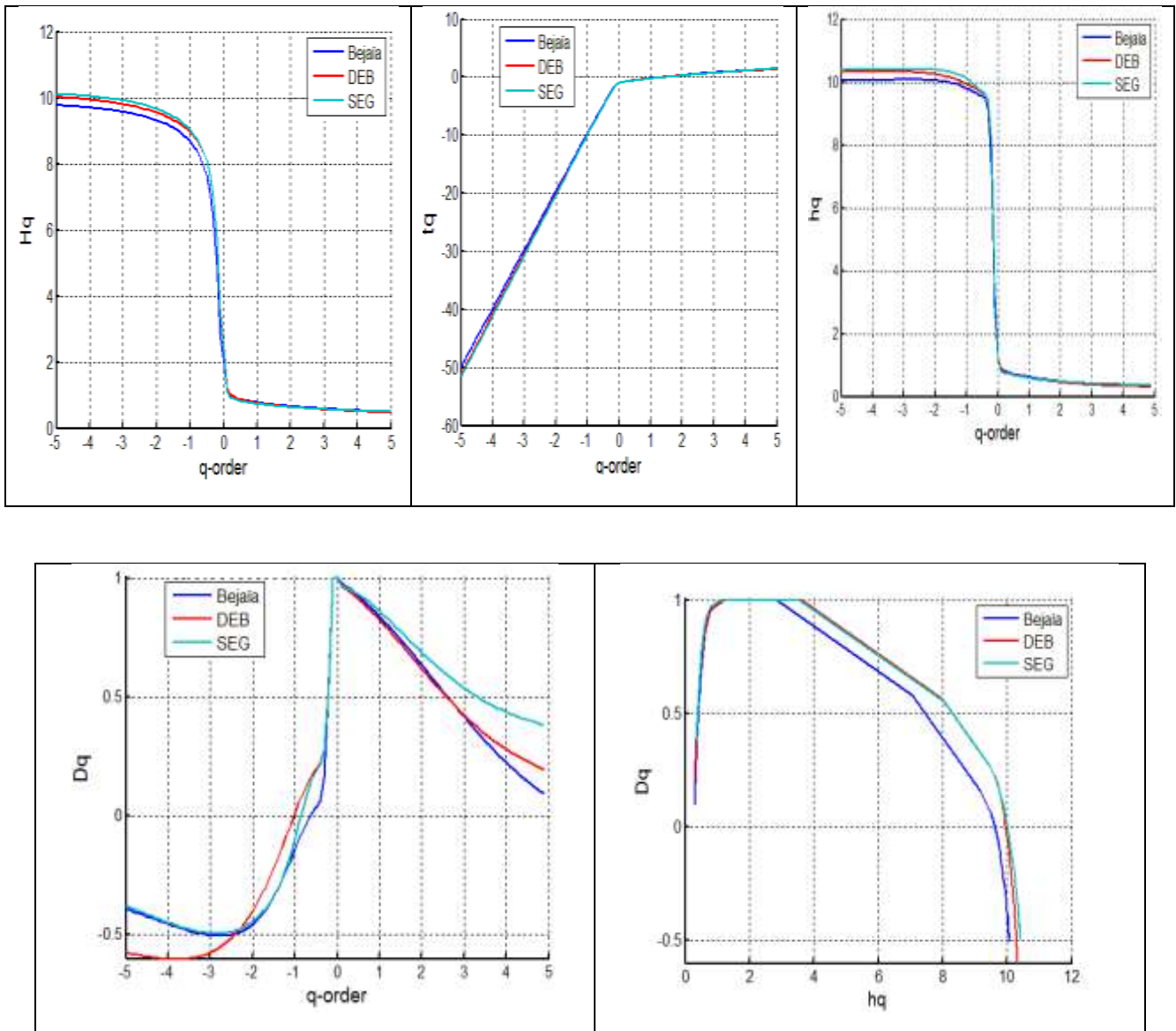


Fig.III.33 :- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries de pluies journalières (Bejaïa, Dar El Beida et Sour El Ghozlane).

Pour les débits, la figure.III.34 montre des représentations multiples du spectre multifractal pour les séries temporelles Hydrométriques (Soummam, Seybousse et Rhouiba). Les graphiques des différentes fonctions montrent une certaine ressemblance comportementale partielle des débits. Le spectre multifractal ( $Dq$  en fonction de  $hq$ ) résultant est uniquement celui de la Soummam. Il montre un grand arc typique d'un comportement multifractal, où la différence entre le maximum et le minimum  $hq$  correspondant à la largeur du spectre multifractal est assez appréciable.

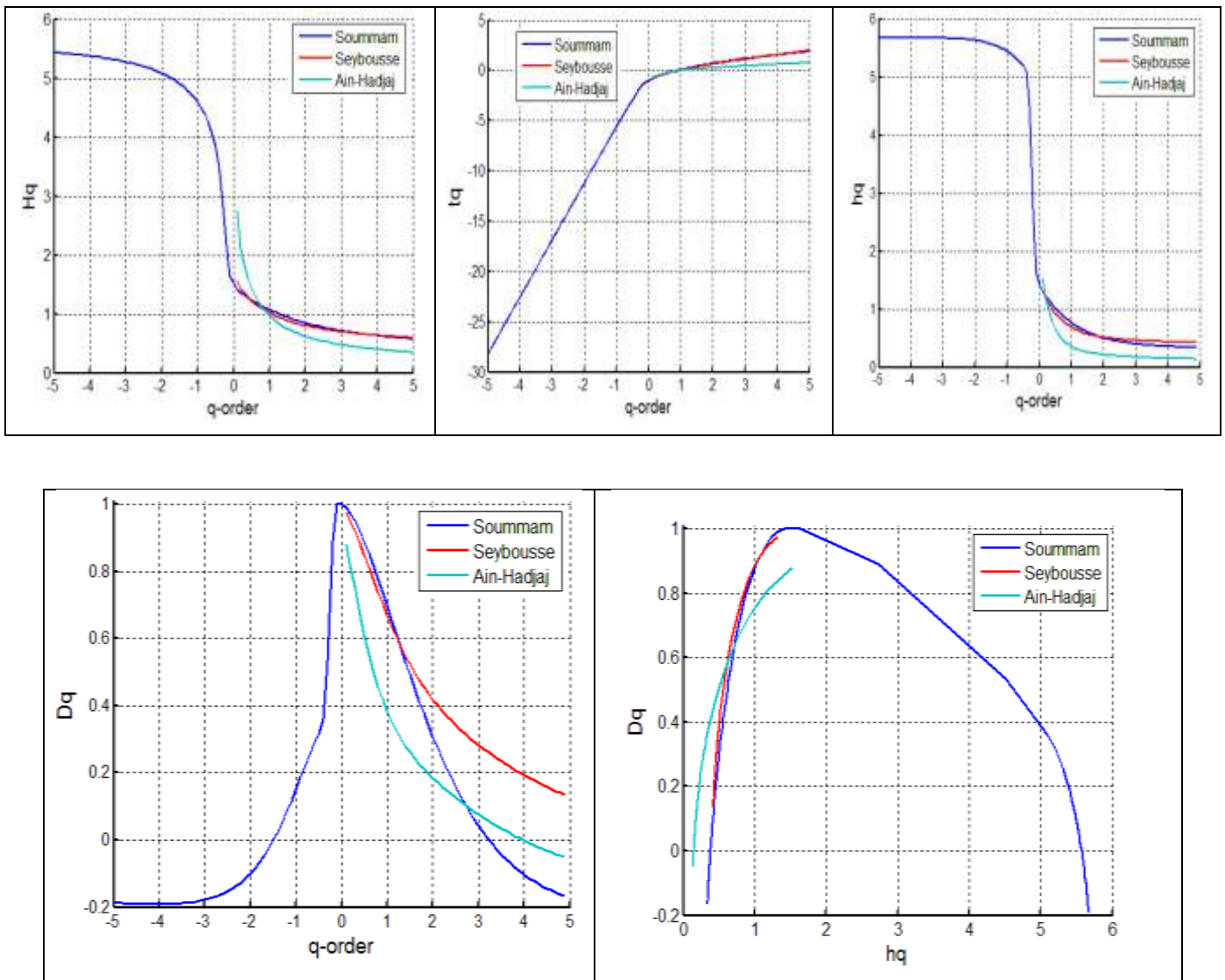


Fig.III.34 :- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries de Débits (Soummam, Seybousse et Rhouiba)

Pour les indices d'oscillation climatique, la figure.III.35 montre des représentations multiples du spectre multifractal pour les séries temporelles d'indices climatiques (AO, NAO et MO). Les graphiques des différentes fonctions montrent le parfait comportement de processus multifractal. Les spectres multifractals résultant des indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO) montrent de grands arcs typiques d'un comportement multifractal. Les largeurs des spectres multifractals sont assez considérables.

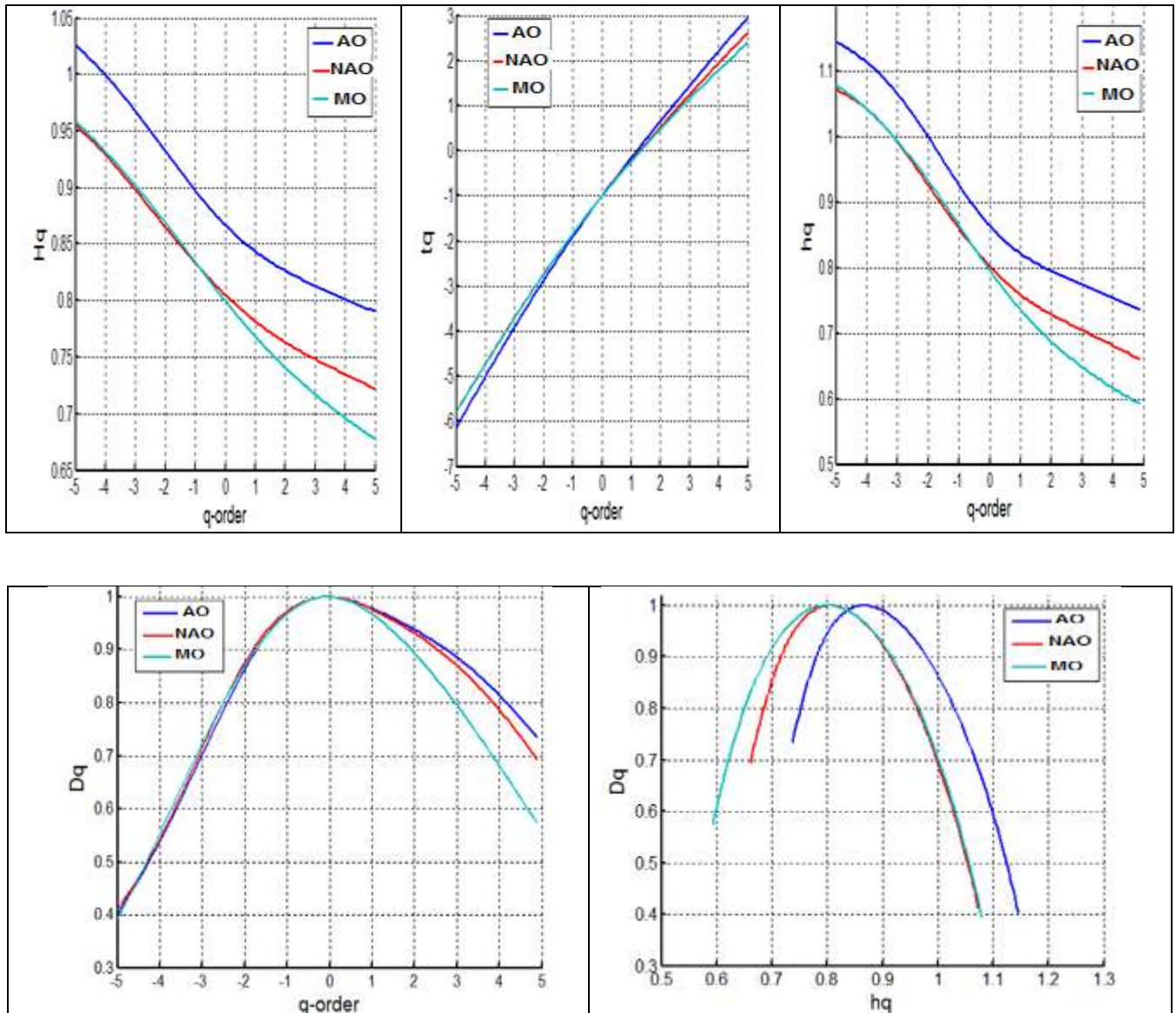


Fig. III.35 :- Représentations multiples du spectre multifractal pour les séries d'indices d'oscillation climatique (AO, NAO et MO)

-L'exposant local minimum et maximum de Hurst  $H_t(5, :)$

Ces figures des indices climatiques utilisés pour estimer les exposants de Hurst locaux  $H_t(ns, :)$ .

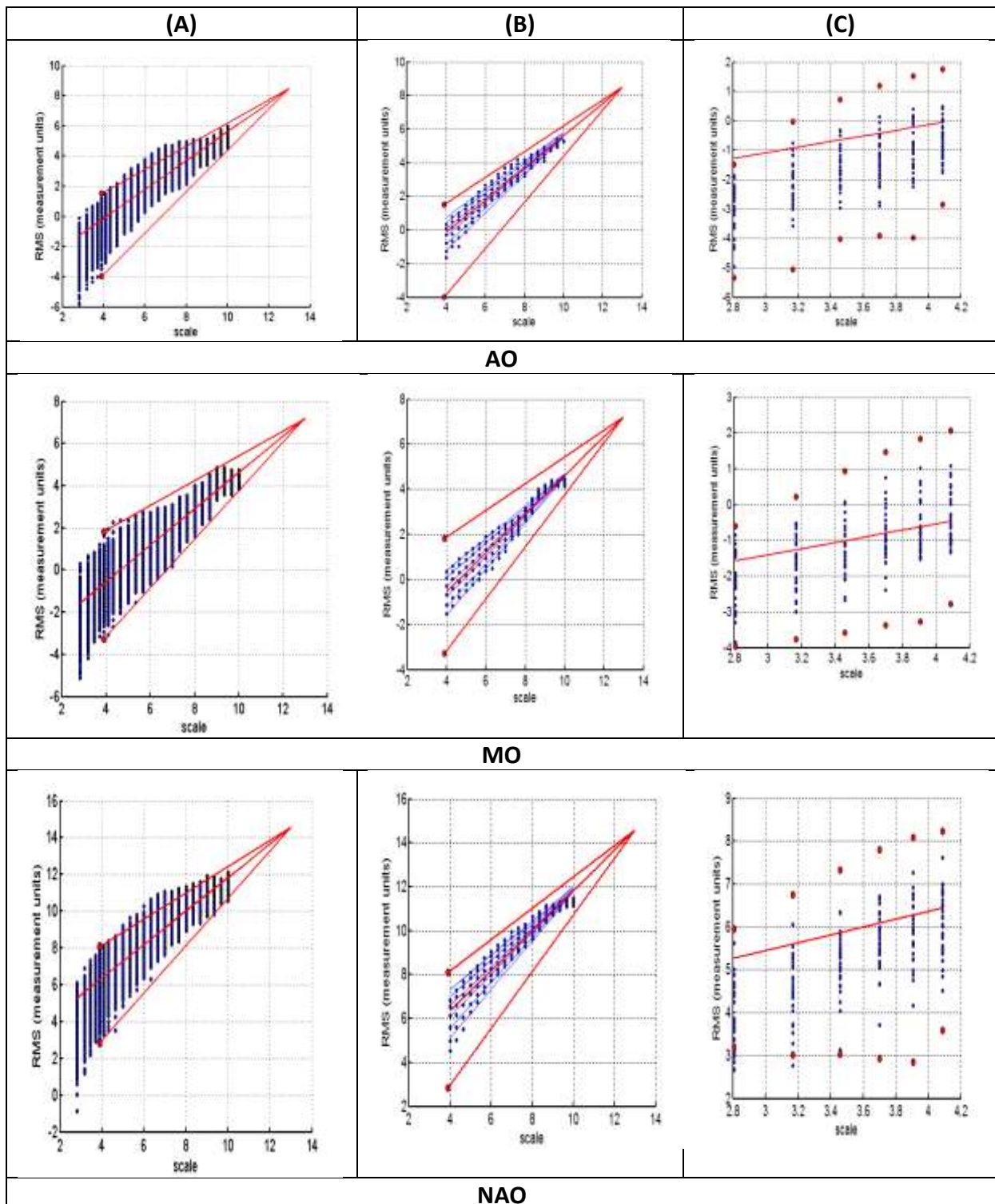


Fig.III.37 :-l'estimation de l'exposant de Hurst local minimum et maximum  $Ht(5, :)$

Les lignes rouges supérieure et inférieure, qui convergent du maximum et du minimum de  $RMS \{5\}$  sur la ligne de régression à l'échelle maximale et la fonction de mise à l'échelle  $Fq$  qui présenté par les points bleus et les lignes de régression  $qRegLine \{nq\}$  sont indiqué par lignes bleues.

(A) : ne couvre pas l'ensemble de la plage de la même manière que le serveur RMS local  $\{5\}$ .

(B) : les différences entre les valeurs globales  $RMS, Fq$ , d'ordre  $q$ , convergent les unes vers les autres avec une ampleur croissante. Cette convergence est inévitable pour la variation multifractale par la relation linéaire entre  $Fq$  pour tout l'ordre  $q$  et les hypothèses de l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  décroissant monotone ( $Hq$ )

(C) : Les plus petites échelles utilisées pour calculer les exposants de Hurst locaux et le spectre multifractal illustré à l'étape suivant. Les points rouges représentent le  $RMS$  maximum  $\{ns\}$  et le minimum  $RMS \{ns\}$  pour plusieurs segments. Les points bleus représentent les fluctuations locales.

#### - Distribution des probabilités (Ph) de l'Exposant Local de Hurst (Ht) et Spectre Multifractal (Dh)

Cette étape présente :

L'exposant de Hurst local  $Ht$  dans les périodes de fluctuations faibles et importantes est donc cohérent avec l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  pour les valeurs de  $q$  négatives et positives, respectivement. L'avantage de l'exposant de Hurst local  $Ht$  par rapport à l'exposant de Hurst d'ordre  $q$  est la capacité de  $Ht$  à identifier l'instant des changements structurels dans la série temporelle. Dans les études où le phénomène physiologique est perturbé à un instant  $v$ , l'exposant de Hurst local  $Ht (ns, v)$  peut identifier l'effet de cette perturbation sur la structure invariante à l'échelle locale de la série chronologique. La variation temporelle de l'exposant de Hurst local  $Ht$  peut être résumée dans un histogramme qu'on représentant dans (B) et (C).

(A) : Séries chronologiques AO, NAO et MO et leurs exposants de Hurst locaux  $Ht (: 5)$ . Les séries temporelles AO présentent une plus grande variation des exposants de Hurst locaux  $Ht (5 :)$  comparés aux séries temporelles NAO et à MO. La période avec la fluctuation locale de la plus petite magnitude dans la série temporelle AO contient le  $Ht$  maximum  $(5, :)$ , tandis que la période avec la fluctuation locale des plus grandes magnitudes contient le plus petit  $Ht (5, :)$ .

(B) : La distribution de probabilité  $Ph$  des exposants de Hurst locaux  $Ht$  estimée sous forme d'histogrammes pour les séries temporelles AO, NAO et MO.

(C) : Le spectre multifractal  $Dh$  estimé à partir de la distribution  $Ph$  pour la même série temporelle. La distribution  $Ph$  et le spectre  $Dh$  ont une largeur pour les séries chronologiques.

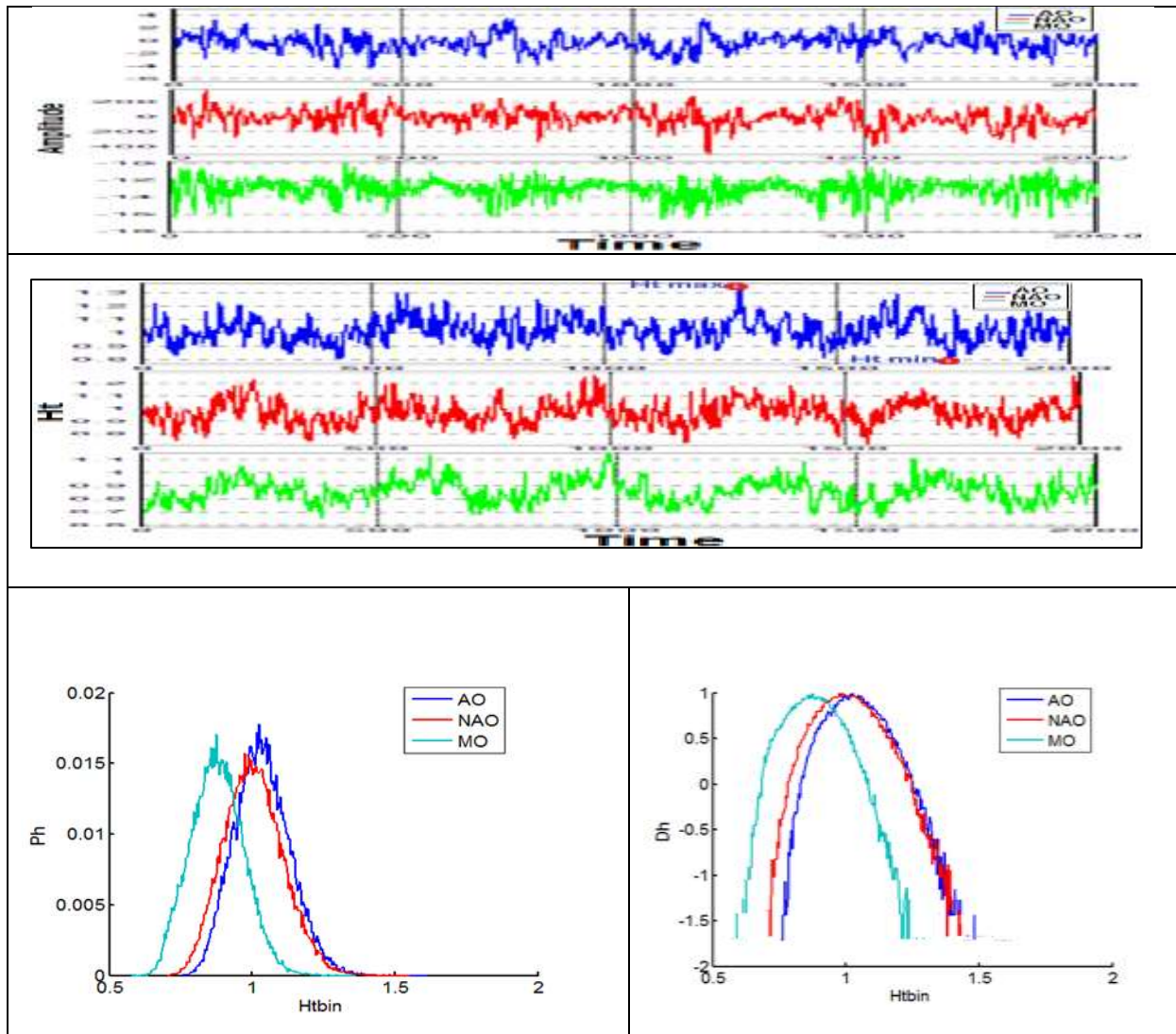


Fig.III.38 : - Séries chronologiques et leurs exposants de Hurst locaux, B : La distribution de probabilité  $Ph$  des exposants de Hurst locaux  $Ht$  estimée sous forme d'histogrammes pour les séries temporelles, C : Le spectre multifractal  $Dh$  estimé à partir de la distribution  $Ph$  pour la même série temporelle.

### III.5 Conclusion

La méthode MDFA a été appliquée sur les données pluviométriques, hydrométriques et sur les données des indices d'oscillation climatique. La méthode a permis de dégager une première estimation de l'exposant de Hurst des séries étudiées et la détermination des spectres multifractals. Pour les séries des pluies, l'exposant de Hurst donne des valeurs qui varient de 0.61 à 0.64, ces valeurs indiquent une persistance assez faible et un comportement assez proche d'un processus aléatoire. En général, les débits ont une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst compris entre 0,78 et 0,81 où les séries possèdent une propriété de persistance. Les séries des indices climatiques ont montré une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst compris entre 0.71 et 0.83 possédant une propriété de persistance. Les spectres multifractals résultant des indices d'oscillation climatique ont montré de grands arcs typiques d'un comportement multifractal. Cependant, les spectres multifractals des pluies et des débits n'été visiblement claire et complet que pour quelques séries d'observation. Les largeurs des spectres multifractals sont assez considérables.



## Conclusion Générale

Ce mémoire a eu pour objectif la caractérisation des pluies, des débits et des indices climatiques à l'aide de la méthode multifractale des fluctuations redressées.

Les nombreuses applications de la MDFA dans des domaines forts différents ont permis de la considérer comme un outil prometteur et très puissant pour le traitement des signaux non-stationnaires pour dévoiler leurs structures d'invariance d'échelle.

Ainsi, la méthode a permis de convertir les séries chronologiques de pluies, de débits et des indices climatiques en marche aléatoire sans pour autant perdre la tendance générale des séries. Par la suite la méthode a permis de calculer la variation de la moyenne quadratique des séries, puis un detrending local permettant le calcul des fluctuations locales avec des ajustements linéaires, quadratiques et cubiques. Après cette phase, un moyennage sur tous les segments pour obtenir la fonction de fluctuation d'ordre  $q$  a été effectué. Après cette étape on a procédé à la détermination du comportement de mise à l'échelle des fonctions de fluctuation. Ainsi le comportement de la mise à l'échelle a pu être déterminé avec précision pour l'ensemble des séries.

A ce titre, la MDFA a permis de dégager une première estimation de l'exposant de Hurst des séries étudiées où l'exposant de Hurst donne des valeurs qui varient de 0.61 à 0.64 pour les séries de pluies, ces valeurs indiquent une persistance assez faible. En général, les débits ont montré une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst compris entre 0,78 et 0,81 ce qui prouve que les séries possèdent une propriété de persistance. Les séries des indices climatiques ont montré également une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst compris entre 0.71 et 0.83 possédant une propriété de persistance.

Les spectres multifractals résultant des indices d'oscillation climatique ont montré de grands arcs typiques d'un comportement multifractal. Cependant, les spectres multifractals des pluies et des débits n'ont été visiblement clairs et complets que pour quelques séries d'observation. La multifractalité pour les pluies et les débits n'est réellement existante que pour une certaine gamme d'échelle.



## Bibliographie

- Alados, C.; & Huffman, M. (2000). Fractal Long-Range Correlations in Behavioural Sequences of Wild Chimpanzees: a Non-Invasive Analytical Tool for the Evaluation of Health. *Ethology*, *106*(2), 105-116.
- Alessio, E.; Carbone, A.; Castelli, G.; & Frappietro, V. (2002). Second-order moving average and scaling of stochastic time series. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, *27*(2), 197–200.
- Bacry, E.; Delour, J.; & Muzy, J. (2001). Multifractal random walk. *Physical Review E*, *64*(2), 026103.
- Bahar, S.; Kantelhardt, J. W.; Neiman, A.; Rego, H.; Russell, D. F., Wilkens, L.; & Moss, F. (2001). Long-range temporal anti-correlations in paddlefish electroreceptors. *EPL (Europhysics Letters)*, *56*(3), 454.
- Barabási, A. L.; & Vicsek, T. (1991). Multifractality of self-affine fractals. *Physical Review A*, *44*(4), 2730.
- Barndorff-Nielsen, O.; & Shephard, N. (2002). Estimating quadratic variation using realized variance. *Journal of Applied econometrics*, *17*(5), 457–477.
- Benmehdi, S. (2016). Estimation bayésienne de l'exposant de Hurst. UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF- M'SILA.
- Beran, J. (1994). Statistics for long-memory processes. *Chapman & Hall New York*.
- Blesić, S.; Milošević, S.; Stratimirović, D.; & Ljubisavljević, M. (1999). Detrended fluctuation analysis of time series of a firing fusimotor neuron. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *268*(3-4), 275-282.
- Buldyrev, S. V.; Goldberger, A. L.; Havlin, S.; Mantegna, R. N.; Malsa, M. E.; Peng, C. -K.; & Stanley, H. E. (1995). Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis. *Physical Review E*, *51*(5), 5084.
- Buldyrev, S.; Dokholyan, N.; Goldberger, A.; Havlin, S.; Peng, C.-K.; Stanley, H.; & Viswanathan, G. (1998). Analysis of DNA sequences using methods of statistical physics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *249*(1-4), 430-438.
- Bunde, A.; Havlin, S.; Kantelhardt, J.w.; Penzel, T.; Peter, J.; & Voigt, K. (2000). Correlated and uncorrelated regions in heart-rate fluctuations during sleep. *Physical Review Letters*, *85*(17), 3736.
- Carbone, A.; Castelli, G.; & Stanley, H. E. (2004). Time-dependent Hurst exponent in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *344*(1-2), 267–271.
- Chen, Z.; Ivanova, P.; Hu, K.; & Stanley, H. (2002). Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis. *Physical review E*, *65*(4), 041107.
- Coeurjolly, J. F. (2000). Inférence statistique pour les mouvements browniens fractionnaires. *PhD thesis*. Université de Joseph Fourier.

- Delignières, D. (2001). Performance et démocratisation. In *Education Physique et Sportive: Quelle activité professionnelle pour la réussite de tous?* Paris: SNEP, 89-94.
- Eke, A.; Herman, P.; Bassingthwaite, J.; Raymond, G.; Percival, D.; Cannon, M.; & Ikrényi, C. (2000). Physiological time series: distinguish fractal noises from motions. *Pflügers Archiv*, 439(4), 403-415.
- Feder, J. (1988). Fractal Structure of Hydrodynamic Dispersion in Porous Media. *Phys. Rev. Lett.*
- Hausdorff, J.; Mitchell, S.; Firtion, R.; Peng, C.-K.; Cudkowicz, M.; Wei, J.; & Goldberger, A. (1997). Altered fractal dynamics of gait: reduced stride-interval correlations with aging and Huntington's disease. *Journal of applied physiology*, 82(1), 262-269.
- Hu, K.; Ivanova, P.; Chen, Z.; Carpena, P.; & Stanley, H. (2001). Effect of trends on detrended fluctuation analysis. *Physical Review E*, 64(1), 011114.
- Hurst, H. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 770-799.
- Ihlen, E. A.; & Vereijken, B. (2010). Interaction-dominant dynamics in human cognition: Beyond  $1/f\alpha$  fluctuation. *Journal of Experimental Psychology: General*, 139(3), 436.
- Ivanova, P. C.; Amaral, L. A.; Goldberger, A. L.; Havlin, S.; Rosenblum, M. G.; Struzik, Z. R.; & Stanley, H. E. (1999). Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 399(6735), 461.
- Ivanova, K.; Ausloos, M.; Clothiaux, E.; & Ackerman, T. P. (2000). Break-up of stratus cloud structure predicted from non-Brownian motion liquid water and brightness temperature fluctuations. *EPL (Europhysics Letters)*, 52(1), 40.
- Kantelhardt, J. W.; Bunde, A.; & Schweitzer, L. (1999). Level statistics for vibrational eigenstates of percolation clusters. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 266(1-4), 76-80.
- Kantelhardt, J.; Koscielny-Bunde, E.; Rego, H.; Havlin, S.; & Bunde, A. (2001). Detecting Long-range Correlations with Detrended Fluctuation Analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 295(3-4), 441-454.
- Kolmogorov, A. N. (1940). Wiener'sche spiralen und einige andere interessante kurven in hilbertsraum, cr (doklady) . *Acad. Sci. URSS (NS)*, 26, 115- 118.
- Koscielny-Bunde, E.; Bunde, A.; Havlin, S.; Roman, H. E.; Goldreich, Y.; & Schellnhuber, H. J. (1998). Indication of a Universal Persistence Law Governing Atmospheric Variability. *Physical Review Letters*, 81(3), 729.
- Liu, Y.; Gopikrishnan, P.; Cizeau, P.; & Meyer, M.; (1999). Peng, C.-K.; Stanley, H. E. *Phys. Rev. E*, 60, 1390.
- Lobato, I.; & Robinson, P. (1998). A nonparametric test for  $I(0)$ . *The review of economic studies*, 65(3), 475-495.
- Valérie, M.; (1998). Méthodes d'estimation de l'exposant de Hurst. Application aux rentabilités boursières. *Économie & prévision*, 193-214.

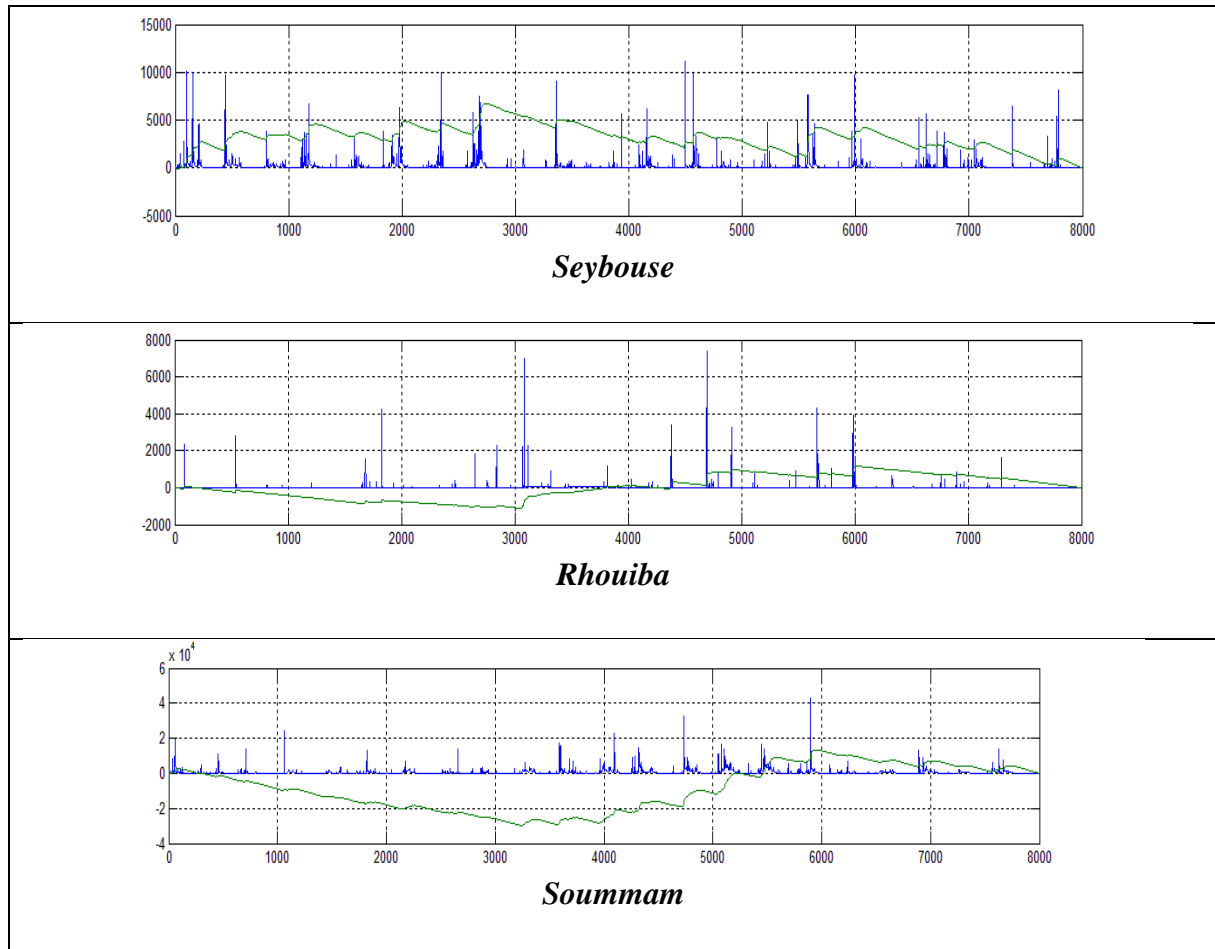
- Malamud, B. D.; & Turcotte, D. L. (1999). Self-affine time series: measures of weak and strong persistence. *Journal of statistical planning and inference*, 80(1-2), 173-196.
- Mandelbrot, B. (1975). Les objets fractals: forme, hasard et dimension, champs flammariens. [*Ordre de citation: 74*].
- Mandelbrot, B. (1985). Self-Affine Fractals and Fractal Dimension. *Physica Scripta*, vol. 32, 257-260.
- Mandelbrot, B.; & Van Ness, J. W. (1968). Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM review*, 10(4), 422-437.
- Mignon, V. (1998). Méthode d'estimation de l'exposant de Hurst. application aux rentabilités. *Economie & prévision*, 193-214.
- Millen, S.; & Beard, R. (2003). Estimation of the Hurst exponent for the Burdekin river using the Hurst-Mandelbrot rescaled range statistic.
- Ossadnik, S.; Buldyrev, S.; Goldberger, A.; Havlin, S.; Mantegna, R.; Peng, C.-K.; & Stanley, H. (1994). Correlation approach to identify coding regions in DNA sequences. *Biophysical Journal*, 67(1), 64-67.
- Peitgen, J.; & Jurgens, H. (1992). Saupe. Chaos and Fractals. *New York*.
- Peng, C.-K. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 5(1), 82-87.
- Peng, C.-K., Buldyrev, S. V.; Havlin, S.; Simons, M.; Stanley, H. E.; & Goldberger, A. L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical review e*, 49(2), 1685.
- Peng, C.-K., Buldyrev, S. V.; Havlin, S.; Simons, M.; Stanley, H. E.; & Goldberger, A. L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical review e*, 49(2), 1685.
- Cleeg, R.G. (2006). A practical guide to measuring the Hurst parameter. *International Journal of Simulation*, 3-14.
- Stanley, H.; & Mantegna, R. (2000). *An Introduction to Econophysics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Talkner, P.; & Weber, R. O. (2000). Power spectrum and detrended fluctuation analysis: Application to daily temperatures. *Physical Review E*, 62(1), 150.
- Taqqu, M.; Teverovsky, V.; & Willinger, W. (1995). Estimating long-range dependence in the presence of periodicity: An empirical study. *Mathematical and Computer Modelling*, 785-798.
- Taqqu, M.; Teverovsky, V.; & Willinger, W. (1995). Estimators for long-range dependence: an empirical study. *Fractals*, 3(04), 785-798.
- Vandewalle, N.; Ausloos, M.; & Boveroux, P. (1999). The moving averages demystified. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 269(1), 170-176.

Vandewalle, N.; Ausloos, M.; Houssa, M.; Mertens, P. W.; & Heyns, M. (1999). Non-Gaussian behavior and anticorrelations in ultrathin gate oxides after soft breakdown. *Applied physics letters*, 74(11), 1579-1581.

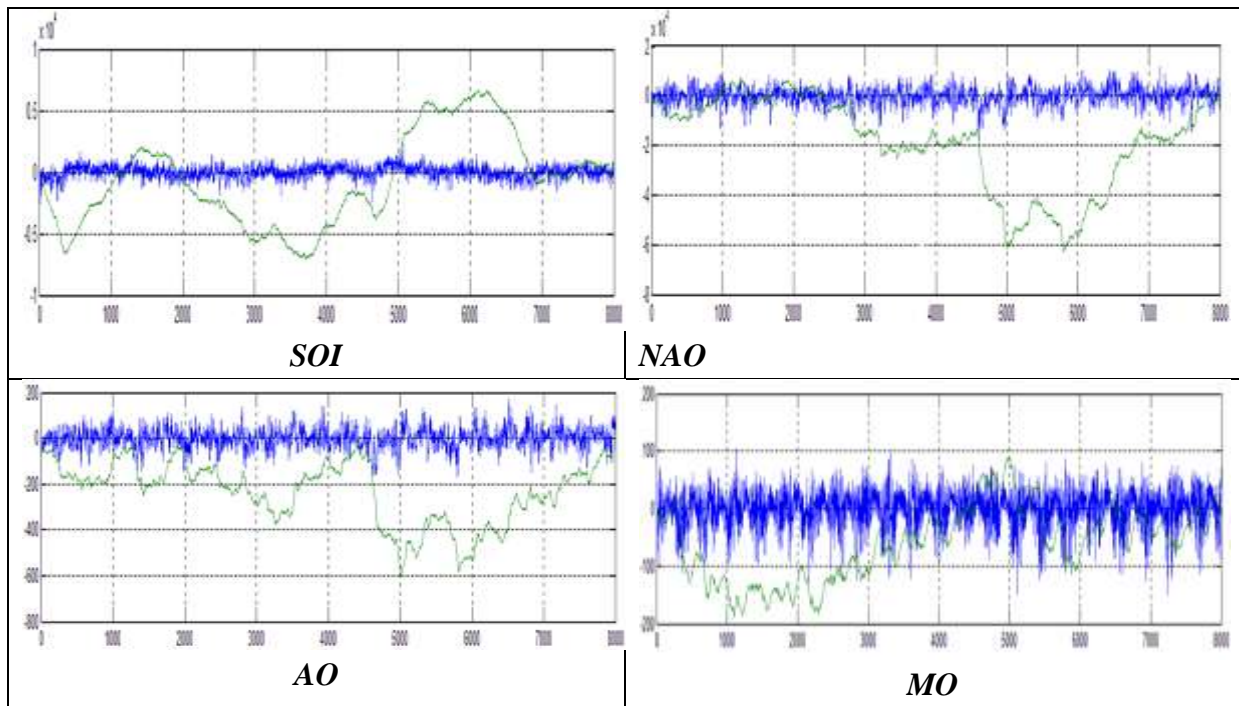
Veitch, D.; & Abry, P. (1999). A wavelet-based joint estimator of the parameters of long-range dependence. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(3), 878-897.

West, B. J.; & Scafetta, N. (2003). Nonlinear dynamical model of human gait. *Physical review E*, 67(5), 051917.

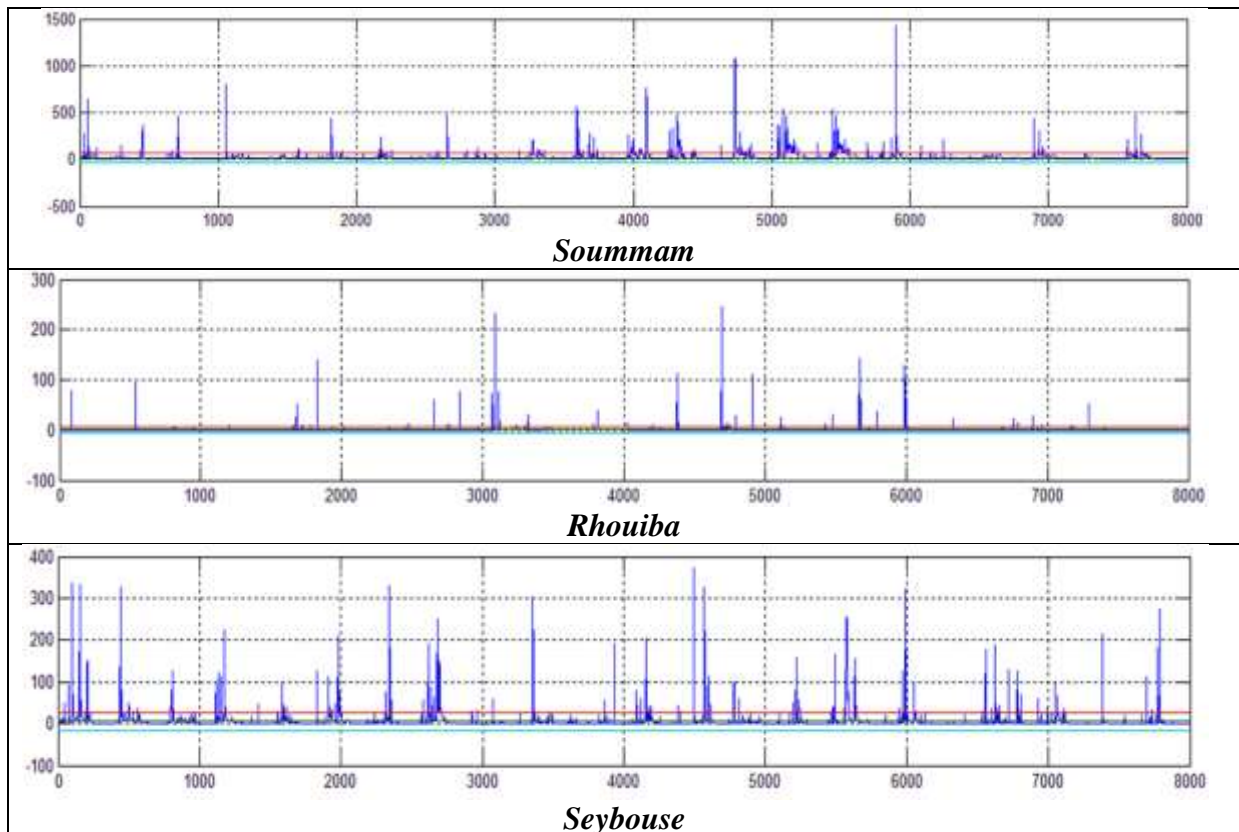
# Annexes



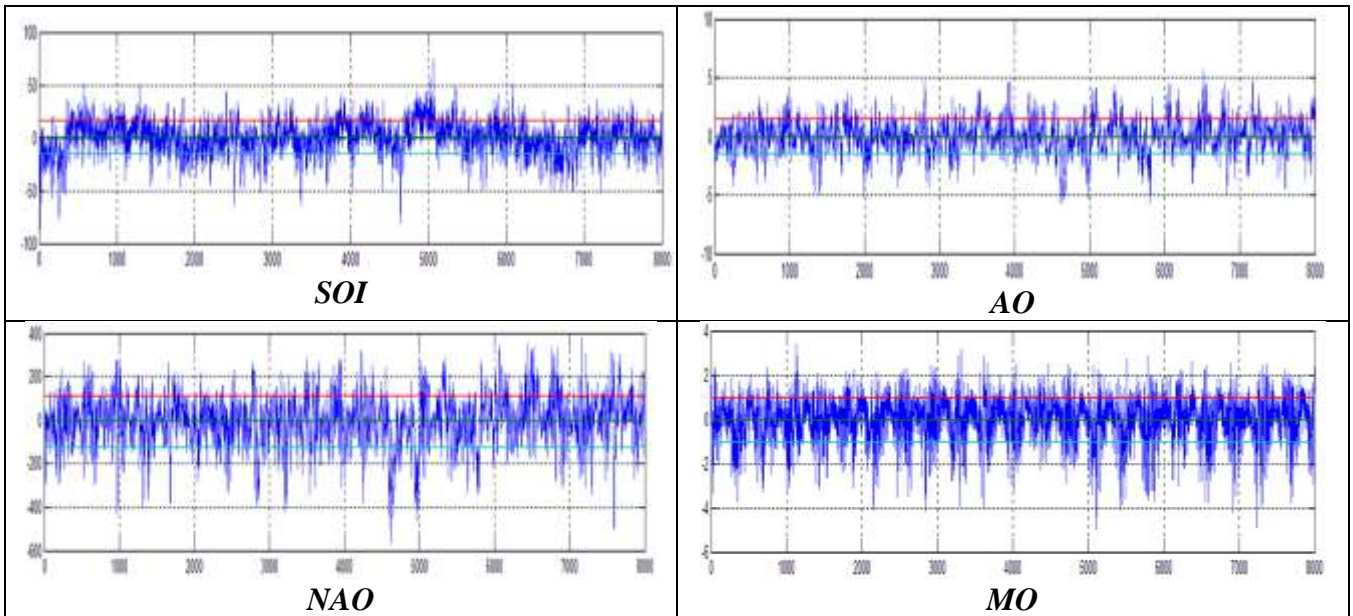
Annexe 1.1 : Séries chronologiques des débits (Soummam, Seybouse, Rhouiba) et séries des marches aléatoires.



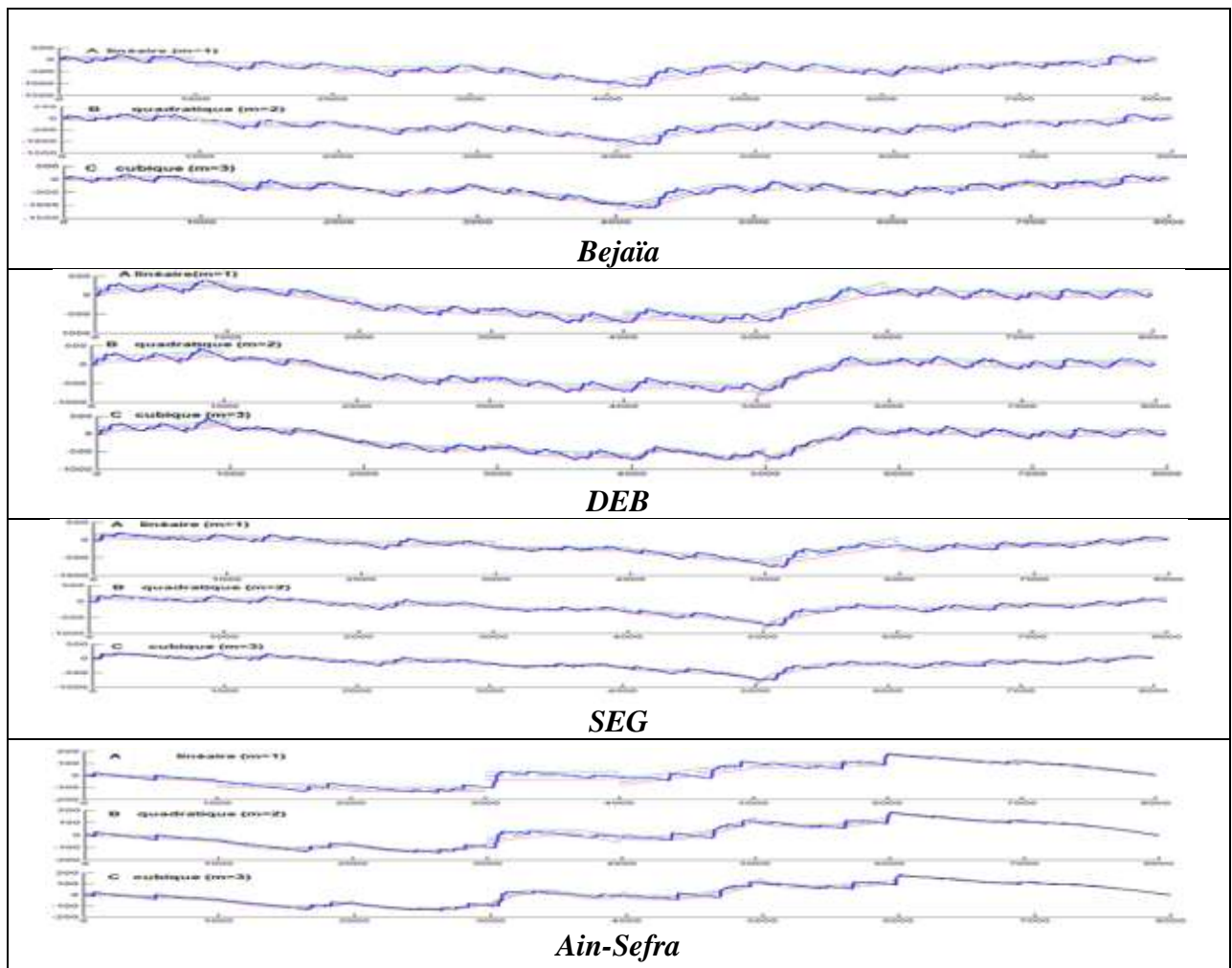
Annexe 1.2 : Séries chronologiques des indices climatiques (SOI, NAO, AO, MO) et séries des marches aléatoires.



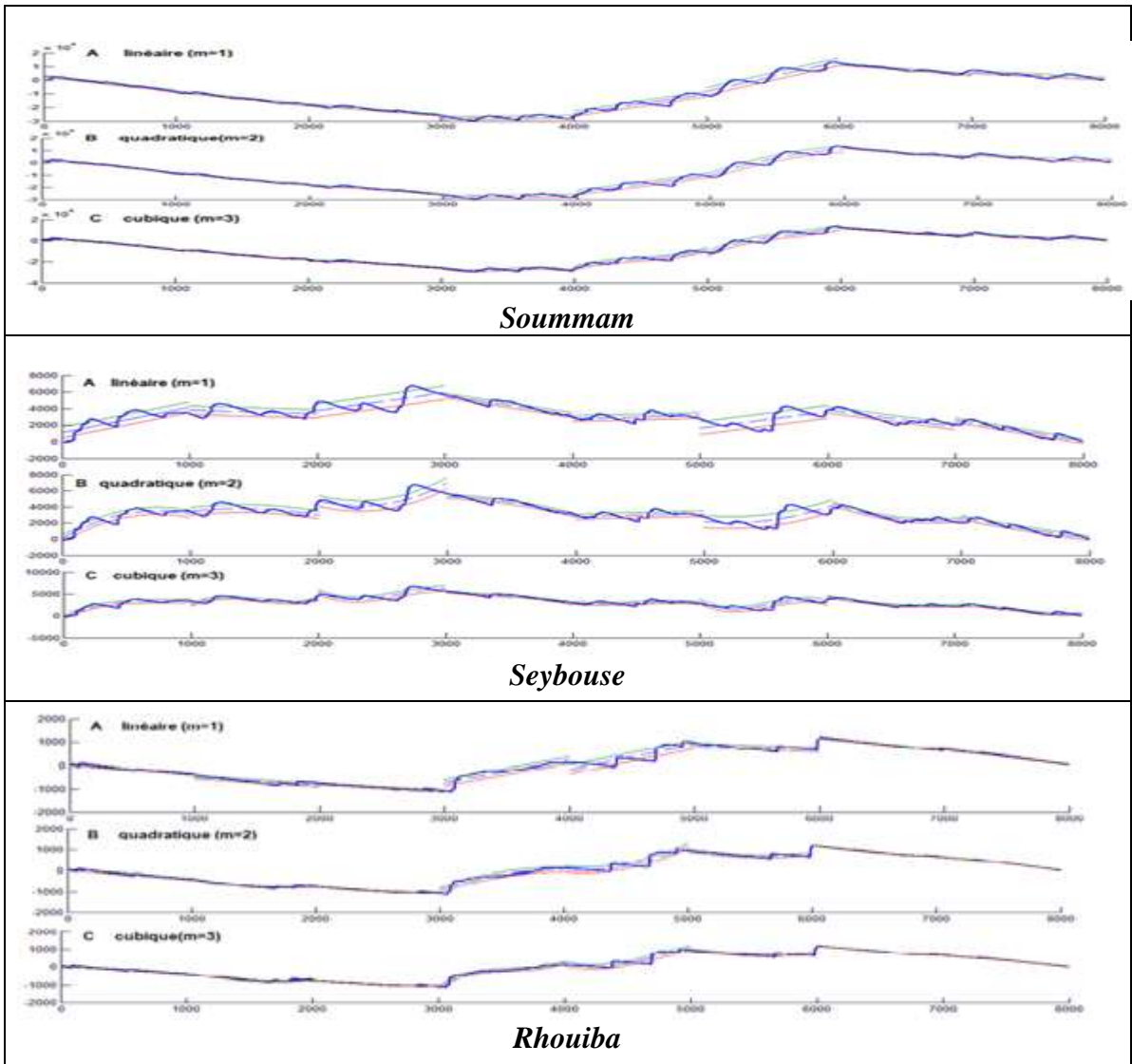
Annexe 2.1 : Séries chronologiques des Débits journaliers des bassins : Soummam, Rhouiba et Seybouse, moyenne et variation de la moyenne quadratique.



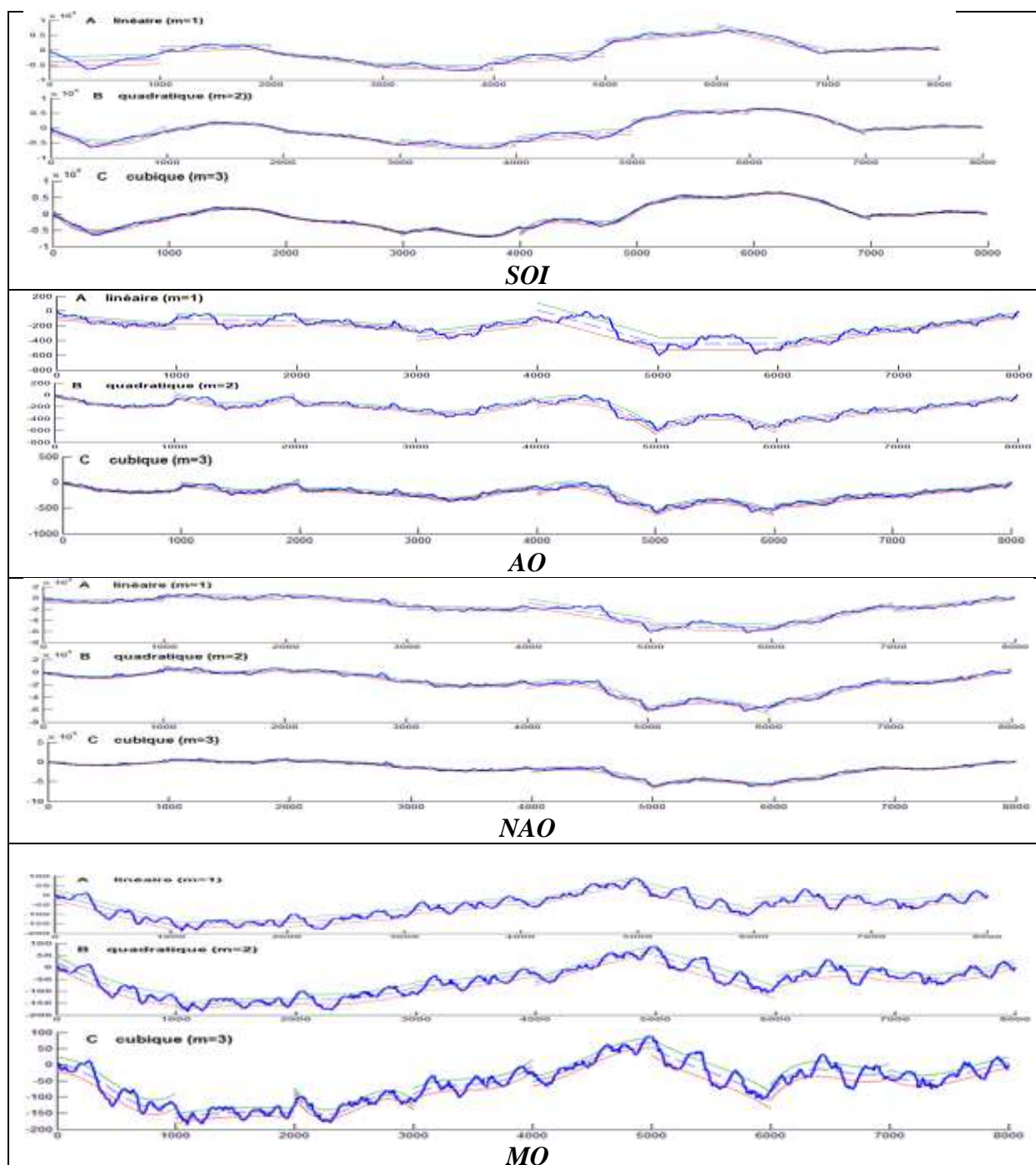
Annexe 2.2 : Séries chronologiques des indices climatiques au pas journalier du SOI, AO, NAO et MO, moyenne et variation de la moyenne quadratique.



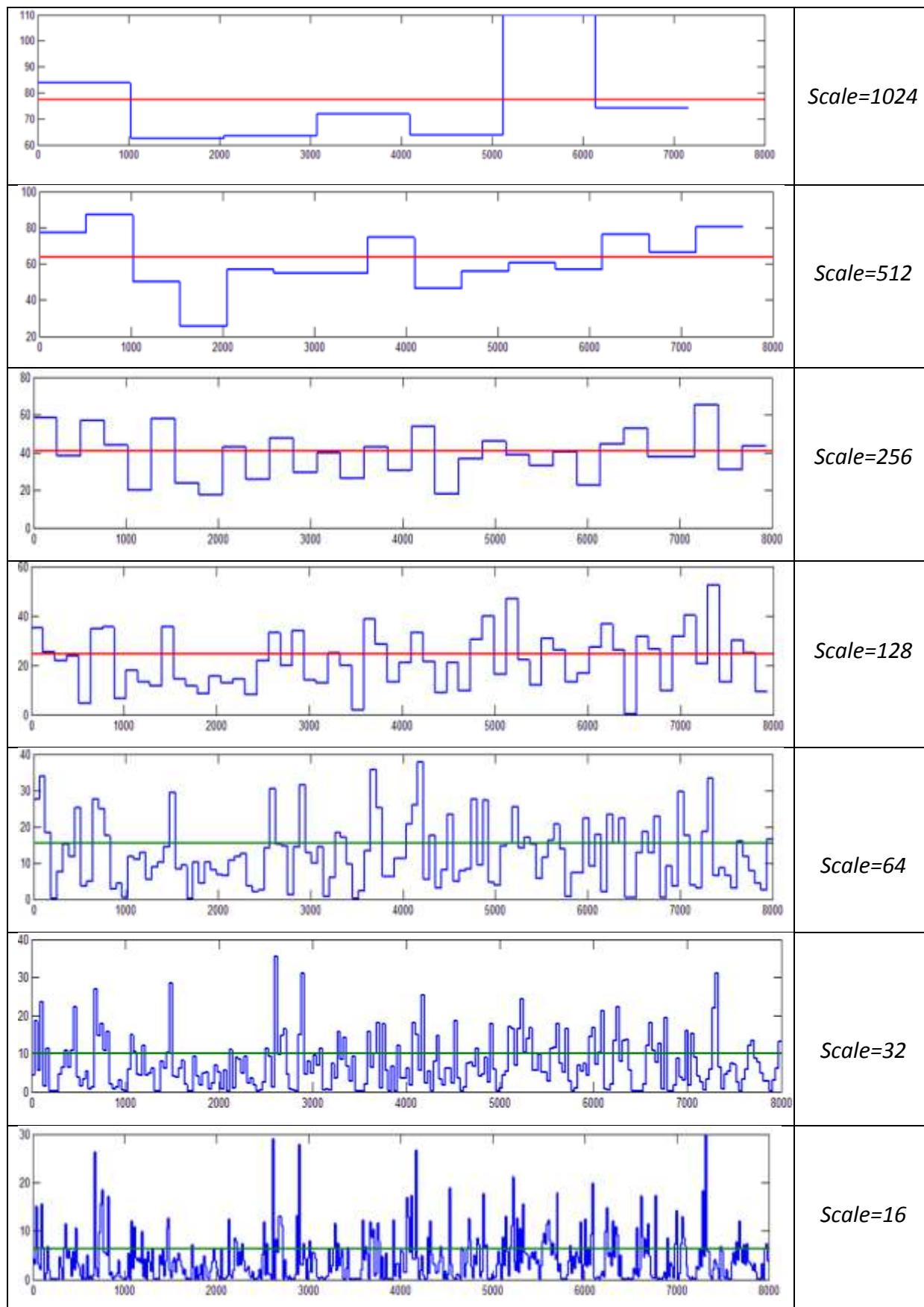
Annexe 3.1 : Calcul des fluctuations locales (linéaire, quadratique, cubique) pour les pluies : Bejaïa, DEB, SEH et Aïn Sefra.



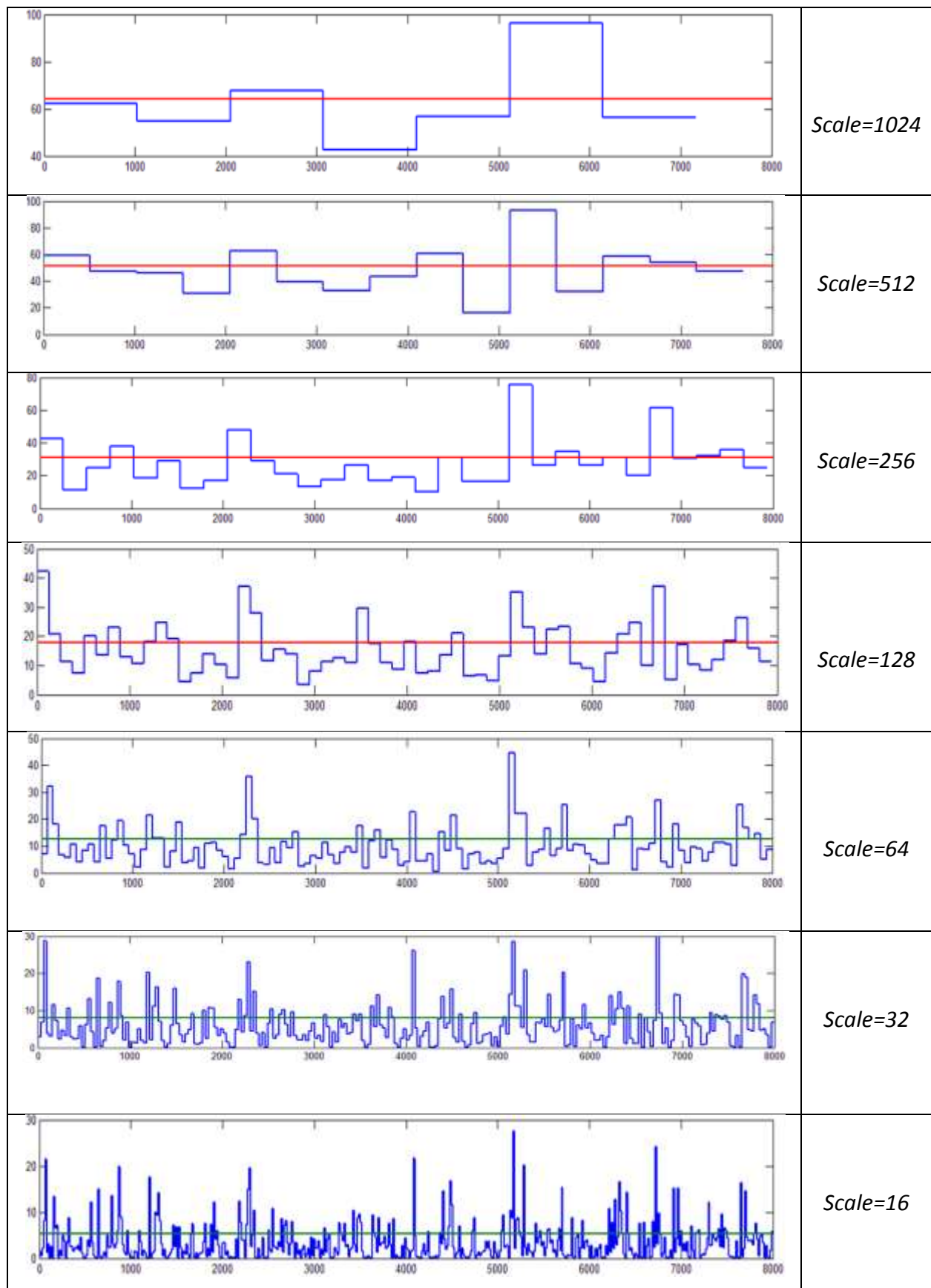
Annexe 3.2 : Calcul des fluctuations locales (linéaire, quadratique, cubique) pour les Débits : Soummam, Seybouse et Rhouiba



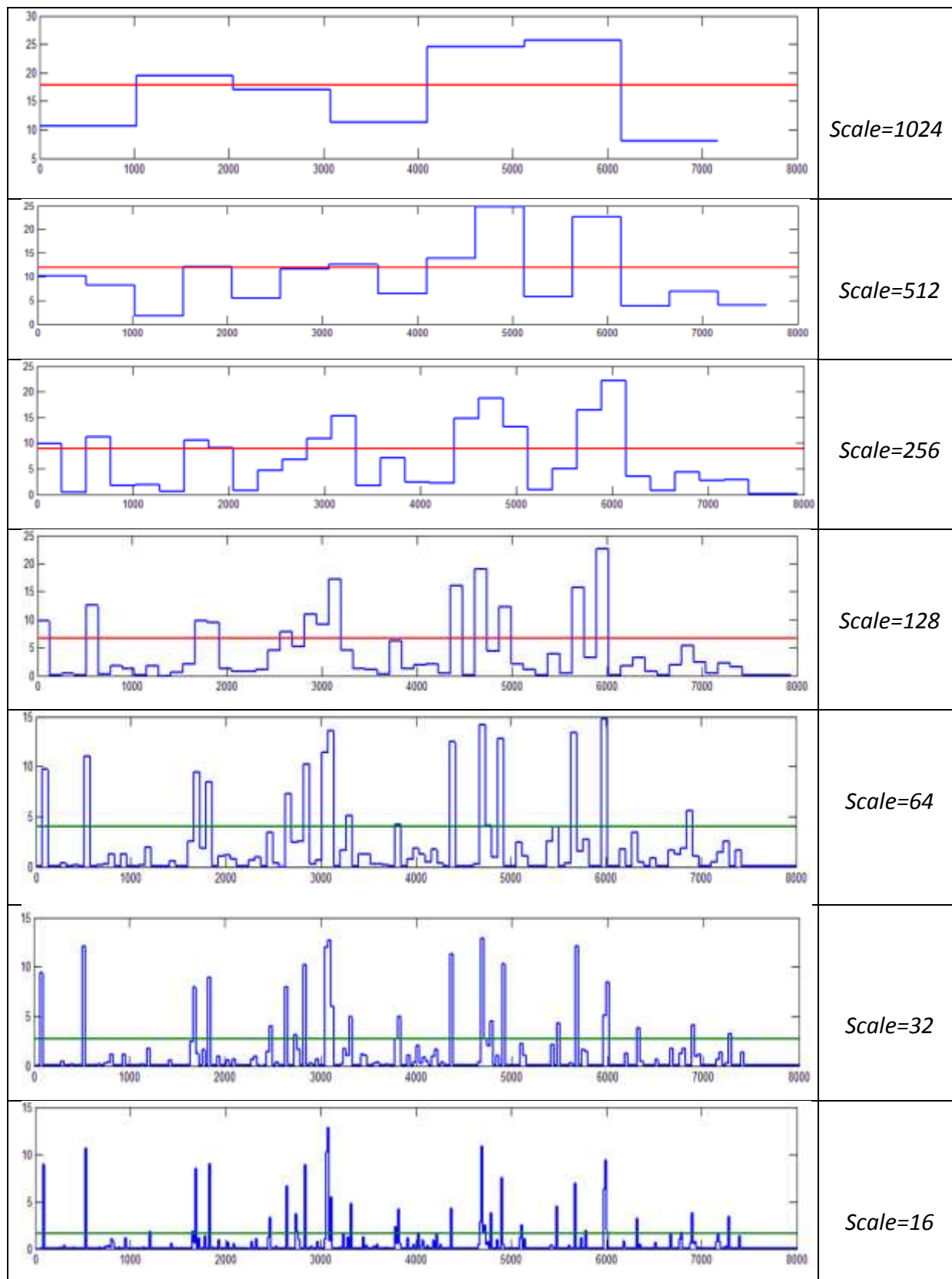
Annexe 3.3:- Calcul des fluctuations locales (linéaire, quadratique, cubique) pour les Indices climatiques : SOI, AO, NAO et MO.



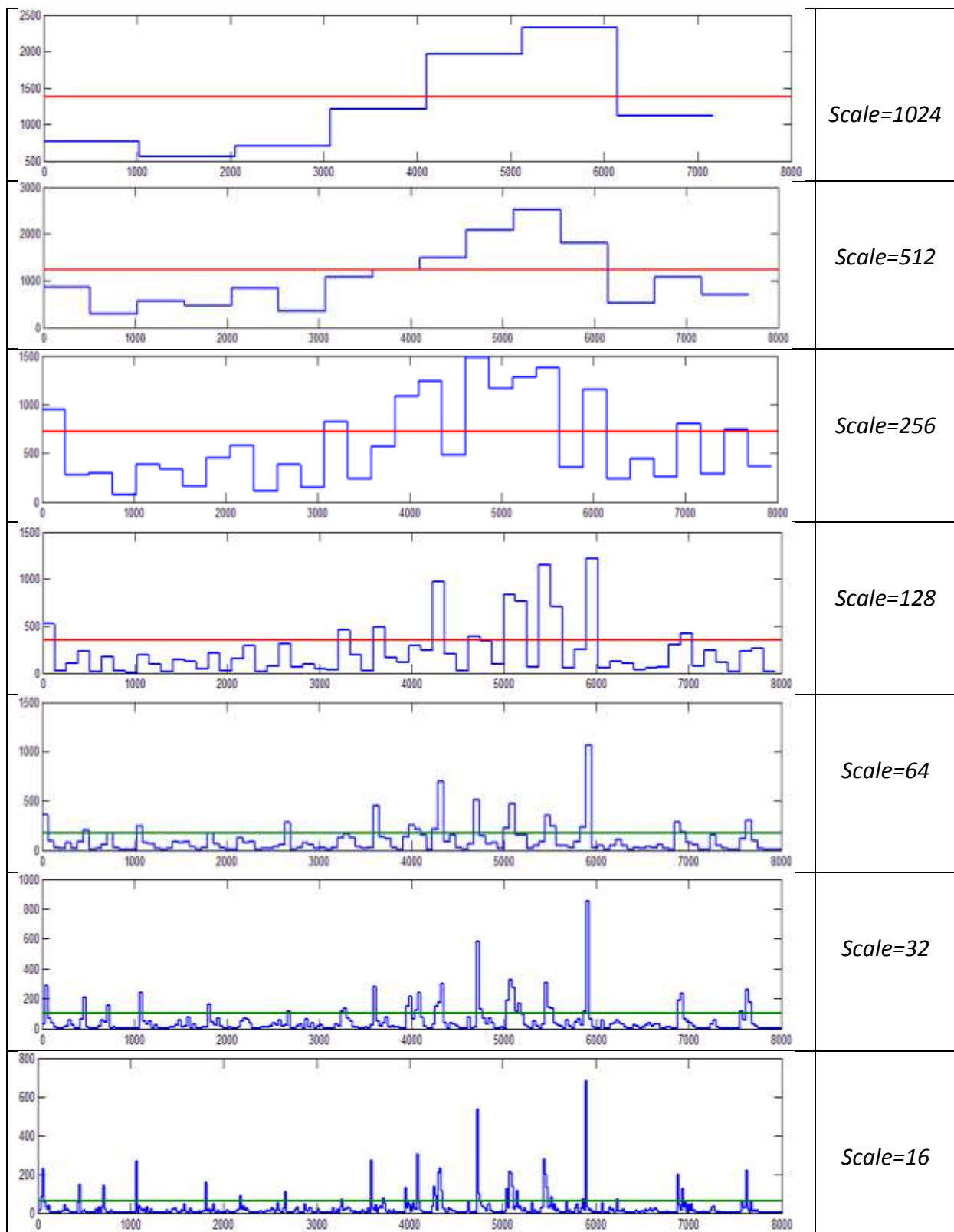
*Annexe 4.1* : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le *RMS* Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des pluies journalières à Dar El Beida.



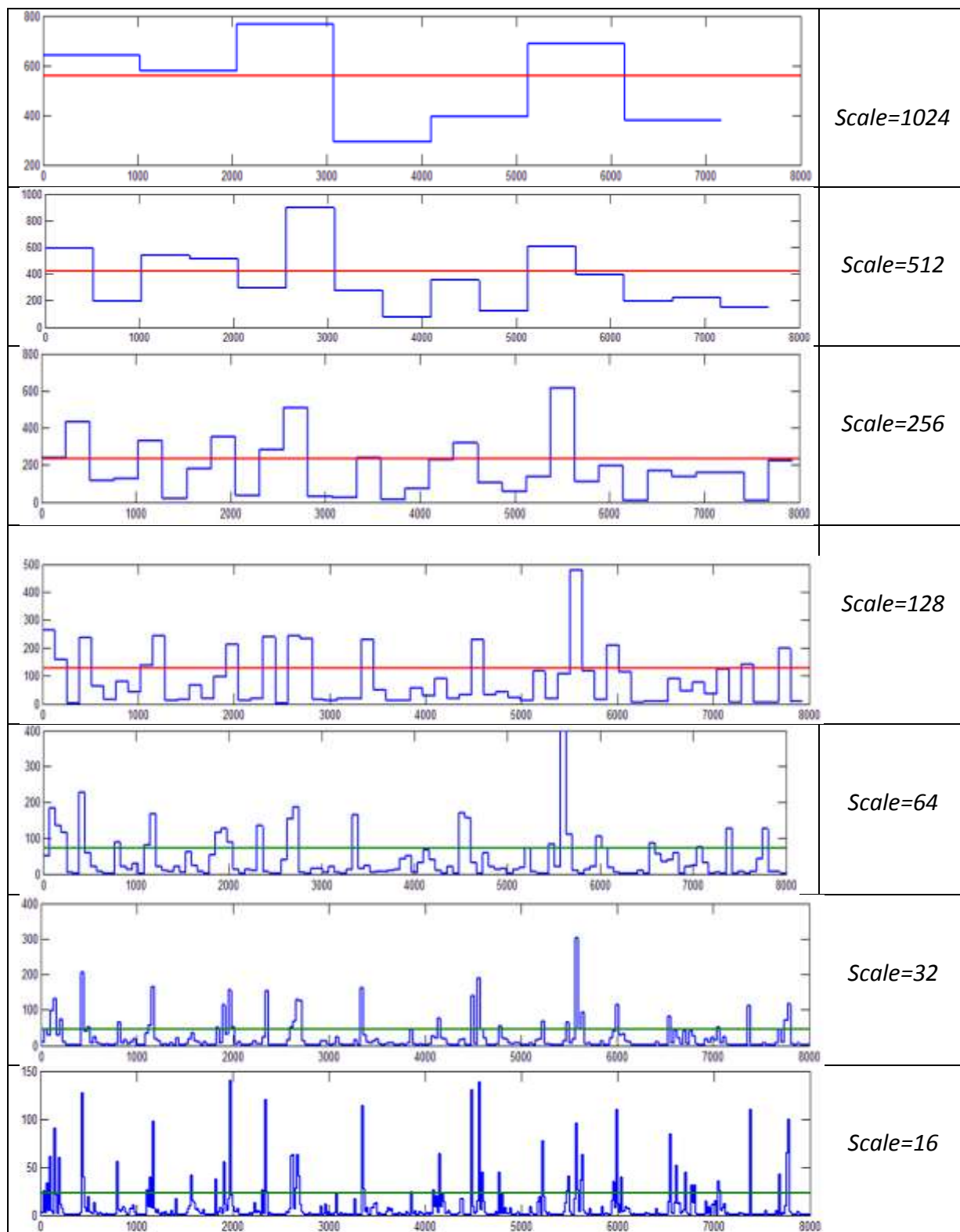
Annexe 4.2 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le *RMS* Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des pluies journalières à Sour El Ghozlane.



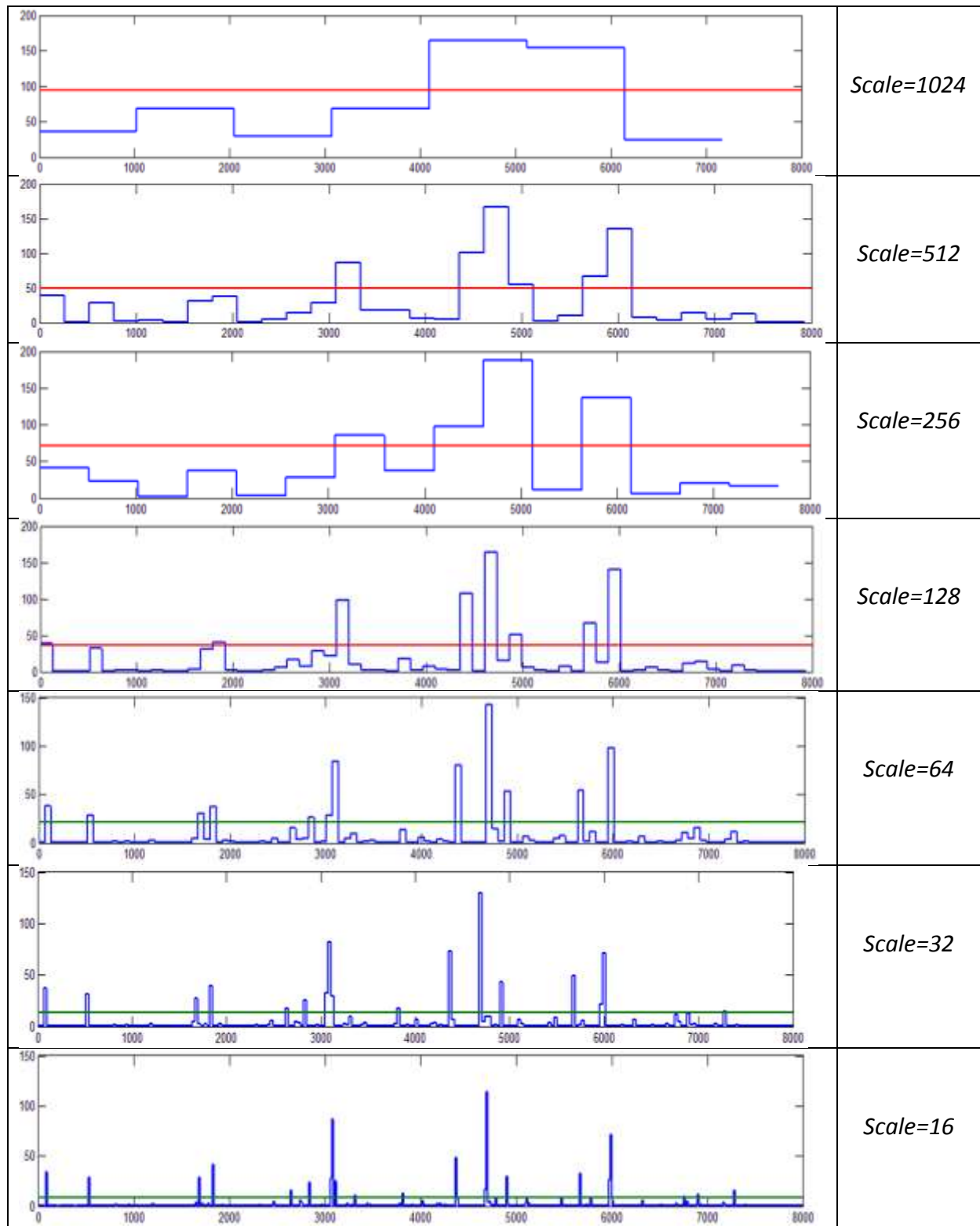
*Annexe 4.3 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le RMS Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des pluies journalières à Ain Sefra.*



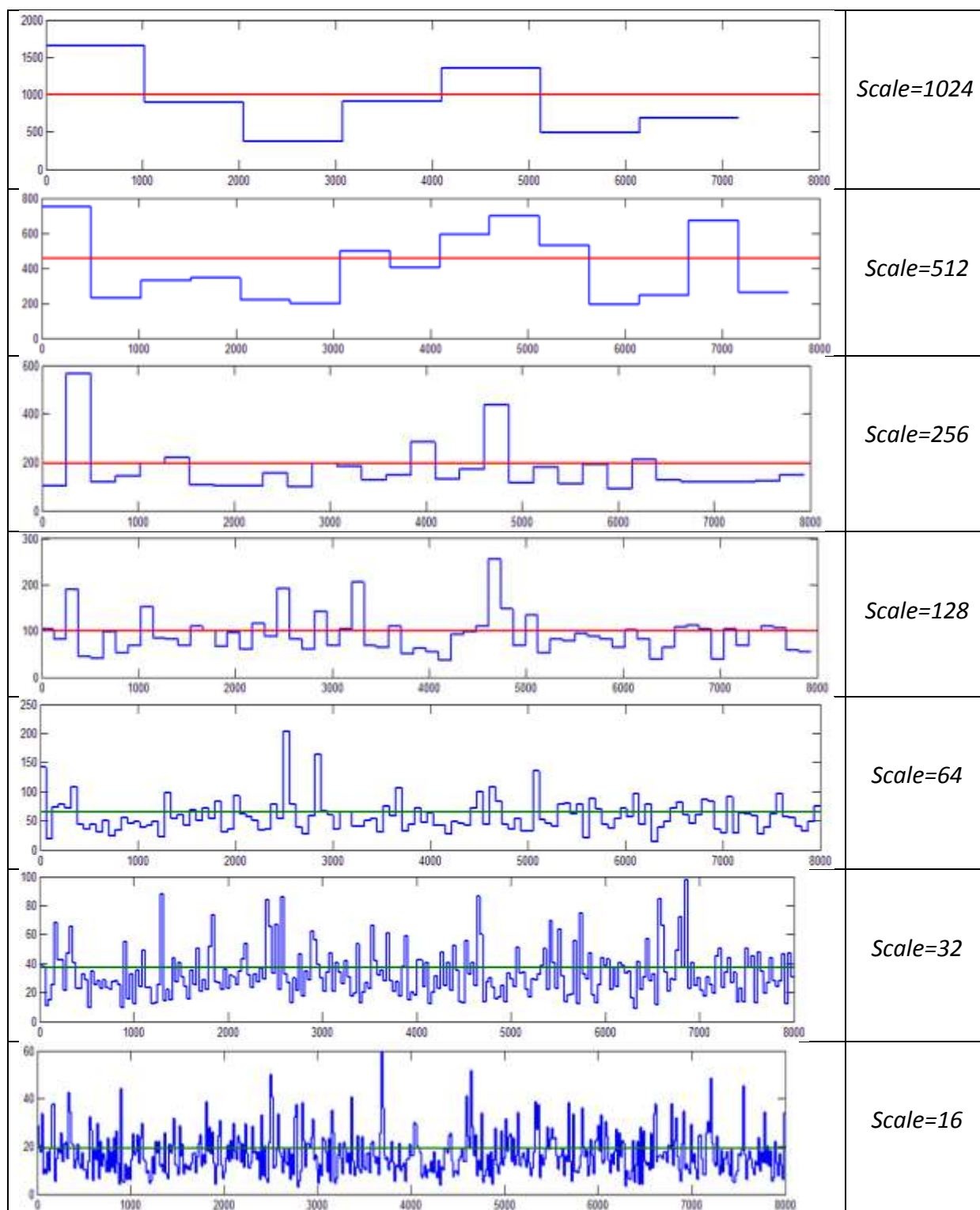
*Annexe 4.4* : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le *RMS* Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des débits journaliers de l'Oued Soummam.



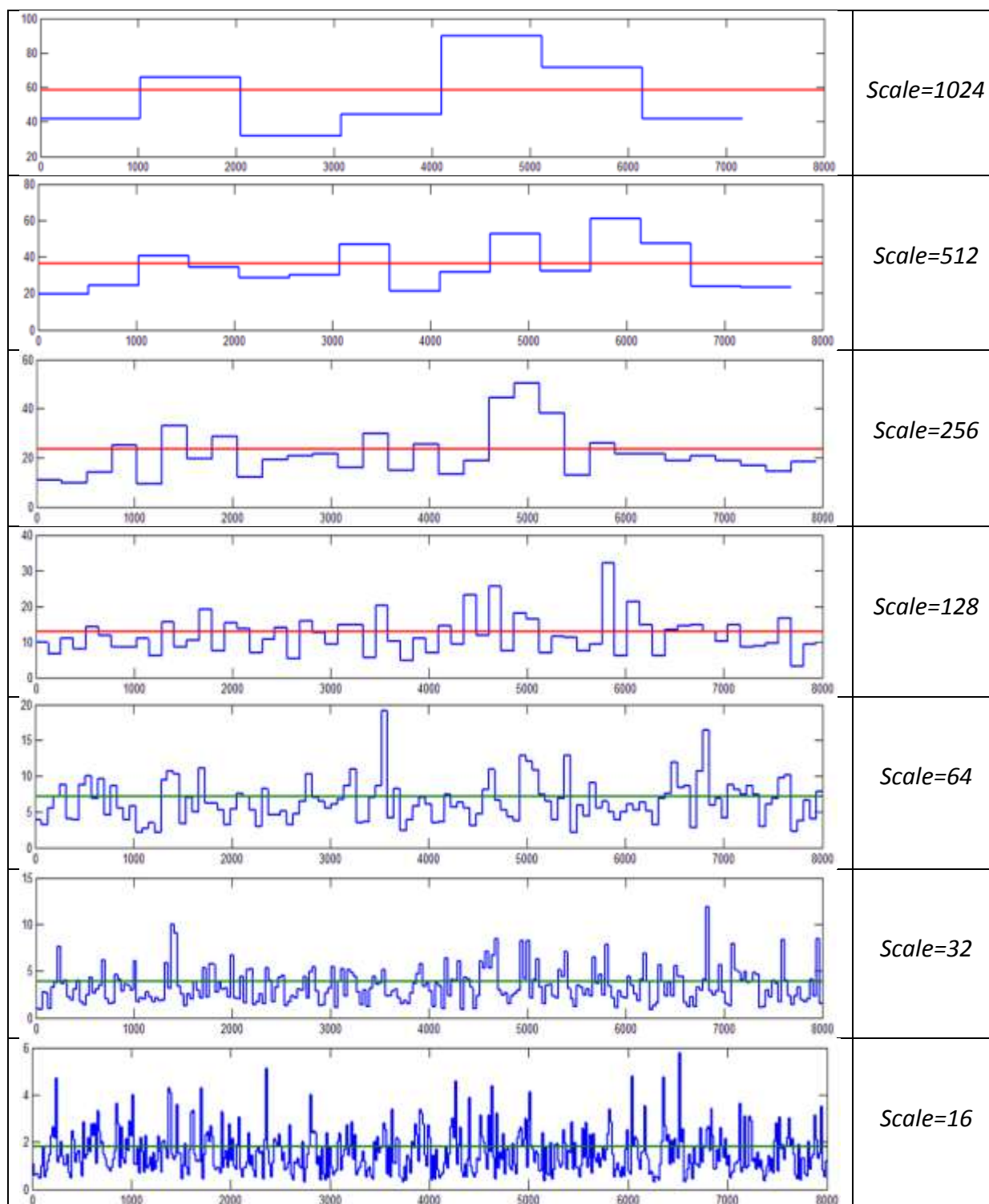
*Annexe 4.5 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le RMS Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des débits journaliers de l'Oued Seybouse.*



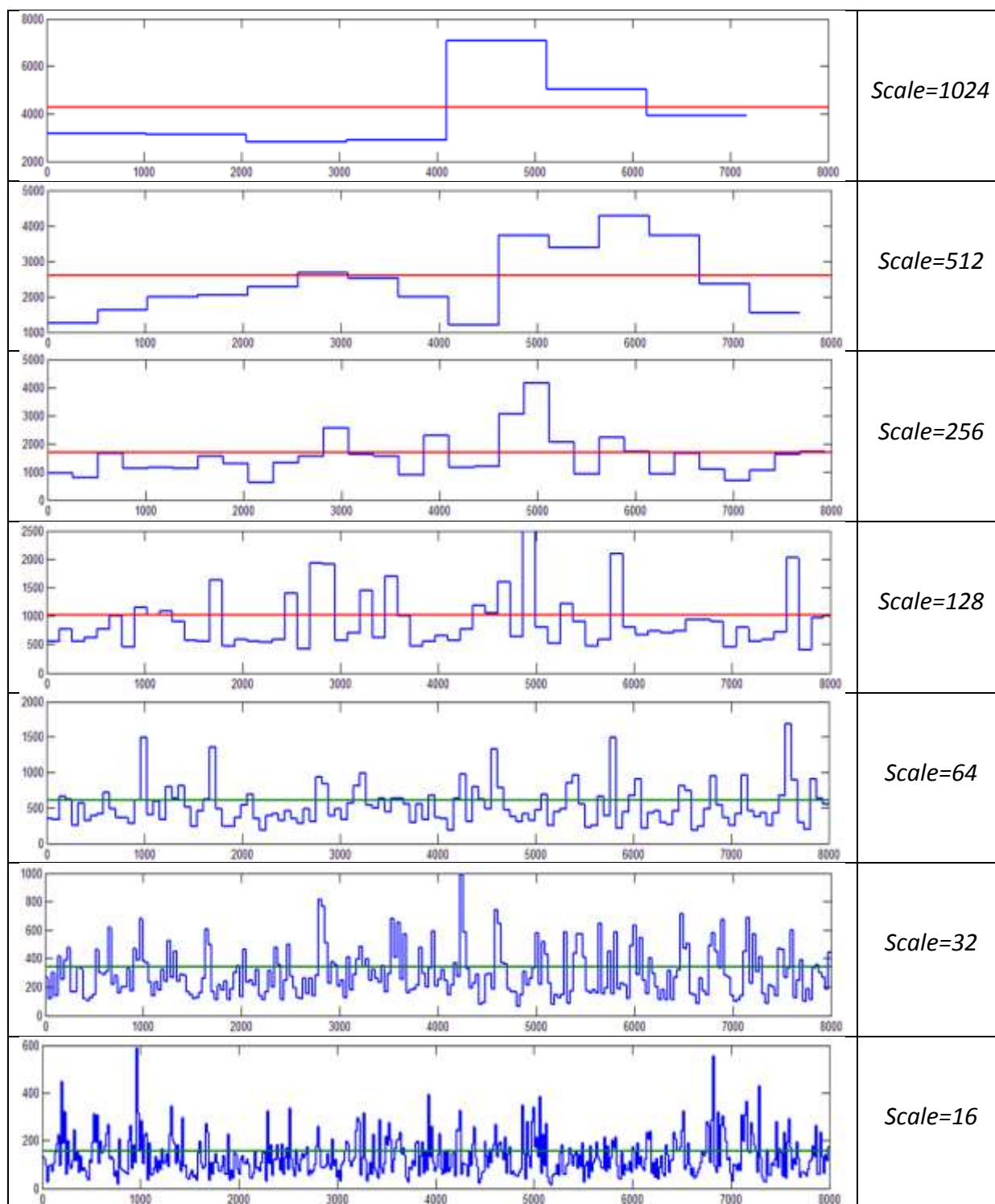
*Annexe 4.6* : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le *RMS* Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  des débits journaliers de l'Oued Rhouiba.



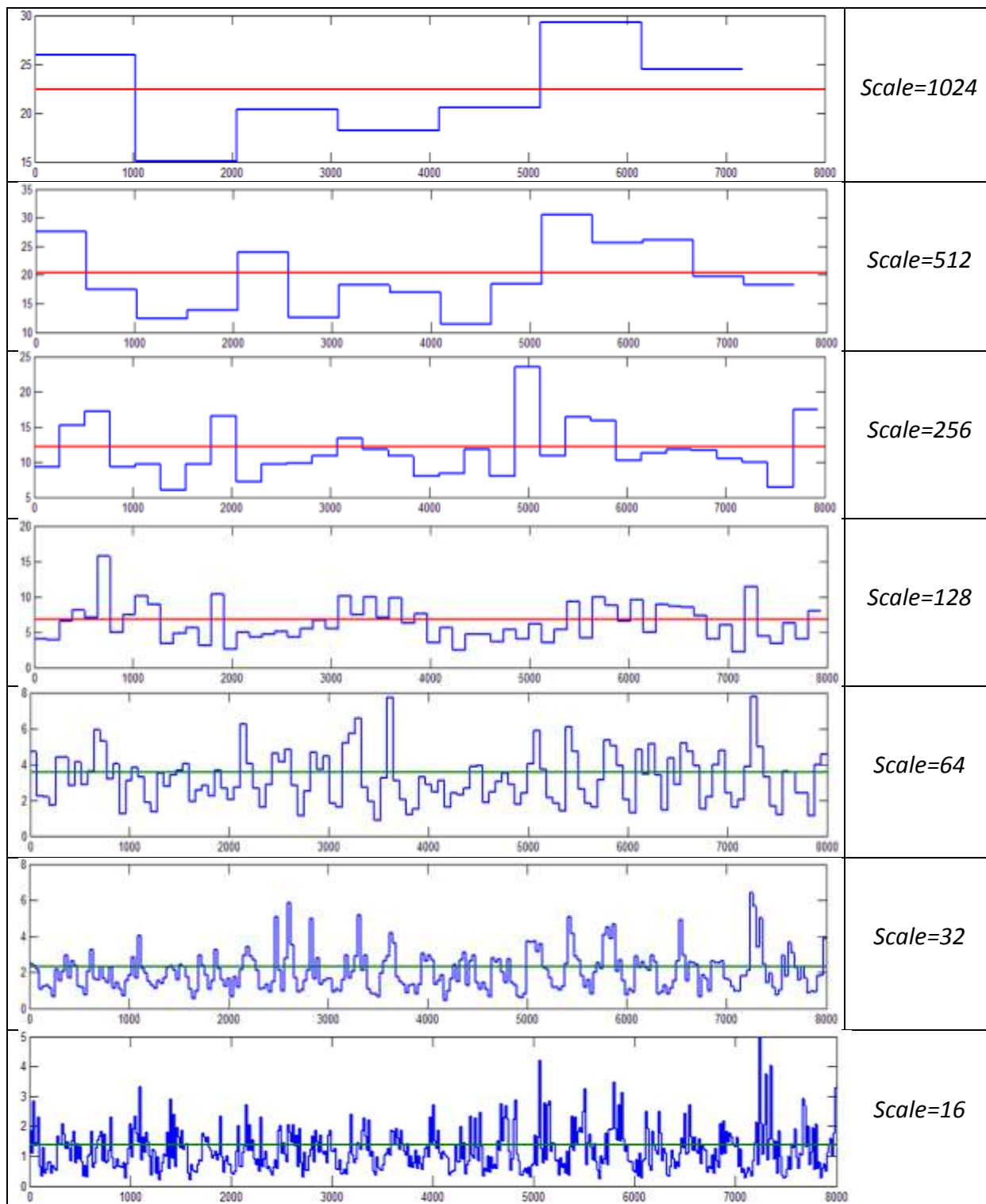
Annexe 4.7 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le RMS Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  de l'Indice climatique SOI.



Annexe 4.8 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le *RMS* Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  de l'Indice climatique AO.



Annexe 4.9 : - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le RMS Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  de l'Indice climatique NAO.



Annexe 4.10: - Fonction d'échelle  $F\{ns\}$  est le RMS Global des fluctuations locales  $RMS\{ns\}$  de l'Indice climatique MO.



## عنوان المذكرة: تحليل متعدد الكسوريات للتقلبات المصححة في السلاسل الهيدرولوجية للمناطق الشمالية في الجزائر

المؤطر: شتيح محمد

الإسم: عقيلة

اللقب: شريقي

### ملخص:

تحليل متعدد الكسوريات لتقلبات السلاسل الهيدرولوجية حيث مكنت هذه الطريقة من إصدار تقدير أولي لمعامل هيرست من السلسلة المدروسة. حيث أشارت أن الأمطار تتميز بثبات منخفض إلى حد ما، في حين أظهرت ان التدفقات بنية تعتمد على ذاكرة طويلة مع خاصية الثبات. وأظهرت سلسلة مؤشر المناخ أيضاً هيكلًا يعتمد على الذاكرة الطويلة مع الأسس هيرست المرتفعة إلى حد ما مما يشير إلى سلسلة من الثبات. وأظهرت أطيف متعددة الفصائل الناتجة عن مؤشرات التذبذب المناخ أقواس كبيرة نموذجية للسلوك متعدد الفصائل. ومع ذلك، فإن أطيف هطول الأمطار والتدفق المتعددة الفترات كانت واضحة وكاملة بشكل واضح لسلسلة رصدية قليلة. إن الانكسار المتعدد لتساقط الأمطار والتدفق موجود فقط بالفعل لمجموعة معينة من المقاييس.

**كلمات مفتاحية:** سلاسل زمنية، معامل هيرست، تحليل متعدد الكسوريات، ثبات المقياس، الجزائر.

---

### Memory title : Multifractal analysis of the rectified fluctuations of the hydrological series of the northregions of Algeria

Name: Cherigui

First name: Akila

Directed by: Chettih Mohamed

#### Abstract:

This work aims to characterize rainfall, flow and climate indices using the multifractal method of rectified fluctuations. As such, the MDFA made it possible to release a first estimate of the Hurst exponent of the studied series. The rains indicated a fairly low persistence, while the flows showed a long-memory dependent structure with a persistence property. The climate index series also showed a long-memory dependent structure with a fairly high Hurst exponent indicating a series of persistence. Multifractal spectra resulting from climate oscillation indices showed large arcs typical of multifractal behavior. However, the multifractal spectra of rainfall and discharge were only visibly clear and complete for a few observational series. Multifractality for rainfall and flow is only really present for a certain range of scale.

**Key words:** Time Series, MDFA, Hurst Exhibiting, Multifractal Analysis, Scaling Invariance, Algeria.

---

### Titre du mémoire : Analyse multifractale des fluctuations redressées des séries hydrologiques des régions Nord d'Algérie

Nom : Cherigui

Prénom : Akila

Encadreur : Chettih Mohamed

#### Résumé

Ce travail a pour objectif la caractérisation des pluies, des débits et des indices climatiques à l'aide de la méthode multifractale des fluctuations redressées. A ce titre, la MDFA a permis de dégager une première estimation de l'exposant de Hurst des séries étudiées. Les pluies ont indiqué une persistance assez faible, alors que les débits ont montré une structure dépendante à mémoire longue possédant une propriété de persistance. Les séries des indices climatiques ont montré également une structure dépendante à mémoire longue avec un exposant de Hurst assez élevé indiquant une série persistance. Les spectres multifractals résultant des indices d'oscillation climatique ont montré de grands arcs typiques d'un comportement multifractal. Cependant, les spectres multifractals des pluies et des débits n'été visiblement claire et complet que pour quelques séries d'observation. La multifractalité pour les pluies et les débits n'est réellement existante que pour une certaine gamme d'échelle.

**Mots clés :** Séries chronologiques, MDFA, Exposant de Hurst, Analyse Multifractale, Invariance d'échelle, Algérie.

