

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ammar Telidji Laghouat

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de magister en Génie Mécanique

Option : Systèmes thermiques et Energétiques

Thème

**Effets Des Propriétés Thermique Sur Le Transfert De Chaleur
Dans Un Milieu Poreux (Application pour le stockage de
l'énergie thermique solaire dans le sol)**

Réalisé par : SEGHIR Nouredine

Devant le jury composé de :

Noms et Prénoms	Grade	Lieu d'exercice	Qualité
Mr. BENCHATTI Ahmed	Professeur	Université Laghouat	Encadreur
Mr. BELHADJ Mohammed	Maitre Assistant A	Université Laghouat	Co- Encadreur
Mr. BENHORMA Hadj Aissa	Maître de conférences A	Université Laghouat	Président
Mr. MEDJELLED Ahmed	Maître de conférences A	Université Laghouat	Examineur
Mr. BOUABDALLAH Said	Maître de conférences A	Université Laghouat	Examineur

Soutenue le : 01 / 07 / 2013

PROMOTION 2013

Dédicaces

Au nom de l'amour qui j'éprouve à chacune des personnes qui m'entourent et qui m'ont toujours solidement soutenu le long de ce long parcours.

A mes **chers parents** qui m'ont toujours éclairé le chemin de la vie en me tendant la main tout au long de mes années d'études «que dieu me les garde ».

A toute ma **famille**.

A tous mes **amis**.

A tous ceux qui m'ont aimé, m'aiment et m'aimeront pour moi même, je dédie ce modeste travail.

Remerciements

Je remercie toute personne m'ayant aidé de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Je cite en particulier :

Mon encadreur monsieur **Benchatti Ahmed**, professeur au département de Mécanique et Directeur du Laboratoire Mécanique Université de Laghouat, qui a accepté de diriger mon travail, a toujours répondu présent pour tout problème rencontré, pour ses précieux conseils et ses encouragements.

Je tiens à remercier vivement Mon Co-encadreur, Monsieur **Belhadj Mohammed**, Maître de conférences au département de mécanique, pour son suivi de mon mémoire, l'attention qu'il y a portée et sa disponibilité. Ses remarques, ses conseils et ses qualités scientifiques m'ont permis d'améliorer la qualité de ce mémoire.

Que monsieur **BENHORMA Hadj Aissa**, professeur à l'Université Laghouat, trouve dans ce modeste travail, l'expression de mon profond respect et soit remercié d'avoir accepté de présider le jury.

Je remercie en particulier monsieur **MEDJELLED Ahmed**, Maître de conférences au département de mécanique à l'Université Laghouat, pour s'être intéresser à mon travail et m'a honoré de sa présence au jury.

Monsieur **S. BOUABDALLAH**, Maître de conférences au département de mécanique à l'Université Laghouat, qui m'honore en acceptant d'examiner ce travail et être membre du jury.

Je tiens à exprimer ma gratitude à :

Monsieur **SEGHIR Tahar**, Maître de conférences au département d'électrotechnique à l'Université Laghouat, pour son soutien pédagogique et moral.

Mademoiselle **Bahlouli Marwa** et **Regue Hanane maria**, Monsieur **Meguenni Kouider** et **Benadjila Mouad**, **Zaitri Nouredine** et **Benaissa Houssam/Imad**, **Abdou Mekhanet**, **Chabira Aissa**, **Souillah Zohir**, **Chatta Med Amine**, **Bourannane Houssin**, Des étudiantes à l'Université Laghouat, pour son aide durant la réalisation de ce travail.

Nomenclature

Symboles :

A	: Boite A
A'	: Plaque A'
B	: Boite B
B'	: Plaque B'
c	: Capacité calorifique du thermocouple résistance
C_1	: Constante de la méthode des boites
C_p	: Capacité thermique ($J \cdot Kg^{-1} \cdot K$)
C_S	: Capacité thermique du solide ($J \cdot Kg^{-1} \cdot K$)
C_e	: Capacité thermique de l'eau ($J \cdot Kg^{-1} \cdot K$)
e'	: Indice des vides (% , pourcentage)
e	: Épaisseur (m)
E	: Effusivité thermique
erf	: Fonction d'erreur
$erfc$	: Fonction d'erreur complémentaire
G	: Gradients moyens de température (K/m)
I_0, I_1, K_0, K_1	: Fonctions de Bessel
K	: Conductivité hydraulique (m^3/s)
k	: Perméabilité (m^2)
L	: Longueur (m)
l	: Largeur (m)
m	: Masse (Kg)
m_e	: Masse de l'eau contenue dans l'échantillon ($\frac{Kg}{m^3}$)
n_{kr}	: Disposition en parallèle pour modèle de Krischer
n_w	: Disposition en parallèle Modèle de Willy et Soutwik

Nomenclature

$\vec{n}_{sf}$	: Vecteur unitaire normal à l'interface solide-fluide
p	: Variable de Laplace
Q	: Débit (m ³ /s)
q	: Débit spécifique ou vitesse de Darcy (m/s ²)
r	: Rayon (m)
R_c	: résistance de contact à l'interface sonde /échantillon (Ohm)
$\emptyset$	: Saturation (% , pourcentage)
S	: Surface (m ²)
S_{sf}, S_{fs}	: L'aire de la surface interfaciale solide-fluide (m ²)
t	: Temps (s)
T	: Température (K)
T_{atm}	: Température atmosphérique (K)
T_i	: Température initiale (K)
$T_0(t)$	: Température du fil chaud (K)
T_B	: Température à l'intérieur de la boîte (K)
$T_s(t)$	: Température échantillon (K)
T_{s1}	: Température moyenne du solide à l'instant t (K)
T_{s0}	: Température initiale du solide (échantillon) (K)
T_e	: Température maximale de l'eau (K)
T_{e0}	: Température initiale de l'eau (K)
T_{em}	: Température moyenne de l'eau (K)
T_a	: Température de la salle d'expérience (K)
U	: Coefficient global de pertes thermiques
V	: Volumes (m ³)
V_s	: Représente le volume occupé par la phase solide (m ³)
V_f	: Représente le volume occupé par la phase fluide (m ³)
v	: Tension (volt)

Nomenclateur

V.E.R : Volume élémentaire représentatif

x,y,z : Direction (m)

w : Teneur en eau massique (% , pourcentage)

Indice :

A : Air

app : Apparente

min : Valeur maximum

max : Valeur maximum

ini : Initial

i : Les nœuds selon l'axe x

j : Les nœuds selon l'axe y

0 : Valeur de référence ou valeur initiale

C : Faces chaude

F : Faces froide

σ : Phase

f : Phase fluide

S : Phase solide

V : Vide

T : Total

w : Eau

Lettres grecques :

λ : Conductivité thermique ($W . m^{-1} . K^{-1}$)

λ_{app} : Conductivité thermique apparente ($W . m^{-1} . K^{-1}$)

$\lambda_{série}$: Conductivité thermique pour modèle série ($W . m^{-1} . K^{-1}$)

$\lambda_{parallèle}$: Conductivité thermique pour modèle parallèle ($W . m^{-1} . K^{-1}$)

λ_{app} : Conductivité thermique de la phase solide ($W . m^{-1} . K^{-1}$)

λ_s : Conductivité thermique de la phase solide ($W . m^{-1} . K^{-1}$)

Nomenclature

λ_f	: Conductivité thermique de la phase fluide ($W . m^{-1} . K^{-1}$)
ϵ	: Porosité (% , pourcentage)
β	: Compacité (% , pourcentage)
α	: Diffusivité thermique ($m^2 . s^{-1}$)
α_s	: Diffusivité thermique de phase solide ($m^2 . s^{-1}$)
α_f	: Diffusivité thermique de phase fluide ($m^2 . s^{-1}$)
ρ	: Masse volumique ($\frac{Kg}{m^3}$)
ρ_s	: Masse volumique de la phase solide ($\frac{Kg}{m^3}$)
ρ_f	: Masse volumique de la phase fluide ($\frac{Kg}{m^3}$)
ρ_w	: Masse volumique de la phase liquide ($\frac{Kg}{m^3}$)
ρ_b	: Masse volumique globale ($\frac{Kg}{m^3}$)
θ_s	: Transformée de Laplace de la différence $T_s(t)-T_s(t=0)$
θ	: Transformée de Laplace de la différence $T(t)-T(t=0)$
θ	: Transformée de Laplace de la différence $T(t)-T(t=0)$
χ	: Teneur en fluide (% , pourcentage)
μ	: viscosité dynamique (m^2/s)
τ	: Tortuosité
φ	: Densité de flux de chaleur ($W . m^{-2}$)
φ_0	: Puissance dissipée dans la résistance chauffante (W)
ϕ	: Flux de chaleur du fil chauffant (W)
Φ	: Flux de chaleur (W)
Φ_j	: Flux de chaleur produit par l'élément chauffant (W)
Φ_d	: Déperditions thermiques à travers la boîte B (W)
Φ_c	: Flux conductif à travers l'échantillon (W)
ΔT	: Différence de température (K)

Liste des figures :

Figure N ⁰	Nom de Figure.	Page
Figure 1.1.	Description d milieu poreux.	04
Figure 1.2.	Triangle des textures.	08
Figure 1.2.	Illustration de la notion d'élément de volume représentatif d'un milieu poreux	09
Figure 1.3.	Conductivité thermique de quelques sols en fonction de la teneur en eau (musy et soutter ,1991).	13
Figure 1.4.	Exemple de la relation entre la profondeur et les températures annuelles du sol - (exemple)	18
Figure 1.5.	Variation annuelle des températures du sol - (exemple).	19
Figure 1.6.	Illustration de la notion d'élément de volume représentatif d'un milieu poreux.	22
Figure 1.7.	Représentations schématique des volumes dans un matériel Partiellement saturé.	23
Figure 1.8.	Les différentes échelles d'observation.	27
Figure 1.9.	Montage expérimental de Darcy.	29
Figure 1.10.	Relations entre le débit et les paramètres du montage.	29
Figure 1.11.	La conductivité hydraulique K en tant que pente de la relation entre le flux q et le gradient hydraulique i .	31
Figure 2.1.	Schéma de principe de mesure de la conductivité thermique par la méthode de la plaque chaude gardée.	36
Figure 2.2.	Coupe du dispositif "des boîtes".	37
Figure 2.3.	Vue d'une sonde de type fil chaud	39
Figure 2.4.	Schéma de principe de la mesure de conductivité thermique par la méthode du fil chaud.	39
Figure 2.5.	Une vue en coupe du fil chaud et de l'échantillon.	40
Figure 2.6.	Schéma du principe de la mesure de la conductivité thermique par la méthode du plan chaud.	43
Figure 2.7.	Schématisation d'un plan chaud et notations.	44
Figure 2.8.	Schéma de principe de la méthode Impulsionnelle.	47

Figure 2.9.	Thermogramme face avant d'un échantillon adiabatique.	48
Figure 2.10.	Courbe théorique du thermogramme de la face non irradiée.	50
Figure 2.11.	Principe de la méthode de mesure de la chaleur spécifique. Le système (Formé de la substance étudiée et du calorimètre la contenant) reçoit la chaleur Q_1 etcède simultanément la chaleur Q_2 à son environnement.	53
Figure 3.1.	Valeurs limites de la conductivité thermique d'un milieu biphasique.	58
Figure 3.2.	Modèle série.	58
Figure 3.3.	Modèle parallèle.	58
Figure 3.4.	Conductivité thermique apparente en fonction du rapport conductivité thermique de la phase solide/fluide.	59
Figure 3.5.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon Krischer.	60
Figure 3.6.	Modèle de Maxwell avec inclusions sphériques.	61
Figure 3.7.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon Willy et Soutwick.	62
Figure 3.8.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon P.L.Chaurasia et al.	63
Figure 3.9.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon Russel.	64
Figure 3.10.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon Frey.	64
Figure 3.11.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon Crane et Vachon (borne inférieure).	65
Figure 3.12.	Représentation schématique d'un milieu poreux selon Crane et Vachon (borne supérieure).	66
Figure 3.13.	Cellule unitaire selon Kunii-Smith.	68
Figure 3.14.	Résistances de contact pour le calcul de la conductivité thermique apparente.	69
Figure 3.15.	Sensibilité réduite à la porosité.	71
Figure 3.16.	Sensibilité à la conductivité thermique de la phase solide du milieu.	71
Figure 3.17.	Sensibilité à la conductivité thermique du fluide.	72
Figure 3.18.	Sensibilité réduite à la taille des particules.	73
Figure 3.19.	Représentation des chemins d'analyse de la conduction thermique en fonction des contraintes mécaniques.	76

Figure 3.20.	Variation de la conductivité thermique en fonction de la porosité.	77
Figure 4.1.	Schéma du Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R) d'un milieu poreux utilisée par la prise de moyenne.	80
Figure4.2.	Volume de prise de moyenne.	82
Figure 4.3.	Variation cyclique de température en fonction du temps à la surface du sol et à deux profondeurs dans le sol.	85
Figure 5.1.	Schémas de différences finies en avant.	91
Figure 5.2.	Maillage de domaine régulier et irrégulier.	94
Figure 5.3.	Molécule aux noeuds internes et de frontières selon le type domaine.	94
Figure 5.4.	Modélisation du sol.	95
Figure 5.5.	Maillage.	96
Figure 5.6.	Couche poreuse soumise à des températures aux frontières.	98
Figure 5.7.	Maillage du domaine.	99
Figure 5.8.	Molécule de l'équation de Laplace pour des pas différents selon x et y.	100
Figure 6.1.	Organigramme de calcul.	106
Figure 6.2.	Variation cyclique de température en fonction du temps à la surface du sol et à deux profondeurs dans le sol.	106
Figure 6.3.	Variation de température dans le sol liée à la variation cyclique de la surface (Profils de température à tous les 45 jours pour une période de variation de 360 jours).	107
Figure 6.4.	Conductivité thermique apparente/Conductivité thermique fluide en fonction de la porosité.	110
Figure 6.5.	Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=1.	111
Figure 6.6.	Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.2.	112
Figure 6.7.	Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.4.	112

Figure 6.8.	Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.6.	113
Figure 6.9.	Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.8.	113
Figure 6.10.	Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=1.	114
Figure 6.11.	Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=2.	115
Figure 6.12.	Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=3.	115
Figure 6.13.	Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=4.	116
Figure 6.14.	Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=5.	116
Figure 6.15.	Evolution de température en fonction du Profondeur à t=1s pour différentes porosité.	117
Figure 6.16.	Evolution de température en fonction du Profondeur à t=10s pour différentes porosité.	118
Figure 6.17.	Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds i=2,i=1.	119
Figure 6.18.	Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds i=3,i=1.	119
Figure 6.19.	Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds i=4,i=1.	120
Figure 6.20.	Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds i=5,i=1.	120
Figure 6.21.	Comparaison entre la solution numérique et la solution analytique.	121
Figure 6.22.	Courbe de convergence.	122
Figure 6.23.	Evolution de température en fonction du temps (s) pour différentes porosité au nœud i=2, j=2.	123
Figure 6.24.	Evolution de température en fonction du temps (s) pour différentes porosité au nœud i=5, j=5.	123
Figure 6.25.	Evolution de température en fonction du temps (s) pour différentes porosité au nœud i=8, j=8.	124
Figure 6.27.	Les isothermes à t=3s pour différentes valeurs de porosité.	125
Figure 6.28.	Les isothermes à t=6s pour différentes valeurs de porosité.	125

Liste des tableaux :

Tableau N ⁰	Nom du Tableau	Page
Tableau 1.1.	Propriétés thermiques des principaux constituants d'un sol (musy et soutter ,1991).	13
Tableau 1.2.	Quelques caractéristiques de sédiments meubles, d'après l'U.S. Geological Survey.	27
Tableau 3.1.	Modèles de prédiction de la conductivité thermique effective.	57
Tableau 6.1.	Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du problème 1D.	103
Tableau 6.2.	Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du problème 2D.	103

Résumé - La présente étude apporte une contribution à l'étude des transferts de chaleur simultanée dans une zone destinée au stockage de la chaleur. En particulier c'est de faire une analyse sur les différents paramètres qui influent sur le processus (notamment la porosité).

Les modèles macroscopiques de transfert de chaleur par conduction dans les des systèmes comprenant deux phases solides et fluide, en utilisant le procédé de calcul de la moyenne en volume. La présentation de cette technique provient en grande partie de son travail Quintard et Whitaker. Les équations de conservation macroscopiques sont mise en place sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, ce qui conduit à un modèle régi par une seule équation. La conductivité thermique effective du milieu équivalent est obtenue en résolvant les problèmes de fermeture associés.

Le but de cette thèse est d'étudier et de comprendre l'influence que peut avoir une porosité sur le transfert de chaleur en milieux poreux. L'objectif principal est de déterminer les coefficients effectifs modélisant les transferts de chaleur en milieux poreux, et en particulier le coefficient de la conductivité thermique effectif.

Nous avons étudié en particulier l'influence de la conductivité thermique sur la le transfert. Cela permet de conforter l'influence de la porosité des milieux poreux sur les mécanismes de transfert.

Cette étude vise à:

- Etablir un modèle physique du milieu dans une géométrie 1D et 2D dans lequel des équations différentielles et des variables sont introduites en tenant compte de la combinaison des deux modes de transfert.
- Élaborer des méthodes de résolution qui permettent une meilleure évaluation de la température minimale et maximale du sol à la profondeur de l'échangeur de chaleur avec le sol. La température du sol sert pour le dimensionnement de l'échangeur de chaleur avec le sol. Elle est également utilisée dans le modèle pour évaluer les pertes de chaleur du sous-sol des bâtiments résidentiels.
- Dédire une relation optimale entre la puissance thermique (chaleur stockée) et le volume nécessaire du sol autour de la conduite où circule le fluide pour le stockage et le déstockage de la chaleur.

Mots clés : milieux poreux ; porosité ; conductivité thermique effective ; prise de moyenne volumique ; stockage de l'énergie thermique dans le sol.

Abstract - This study contributes to the study of heat transfer simultaneously in a storage area for heat. In particular it is to make an analysis of the different parameters that influence the process (including porosity).

Macroscopic models of heat transfer by conduction in the system comprising two fluid and solid phases, using the method of calculating the average volume. The presentation of this technique is largely due to his work Quintard and Whitaker. Macroscopic conservation equations are developed under the assumption of local thermodynamic equilibrium, which leads to a model governed by a single equation. The effective thermal conductivity of the equivalent medium is obtained by solving the associated closure problems.

The purpose of this thesis is to study and understand the impact that may have a porosity of heat transfer in porous media. The main objective is to determine the effective coefficients modeling heat transfer in porous media, and in particular the coefficient of the effective thermal conductivity.

We studied in particular the influence of thermal conductivity on the transfer. This helps to strengthen the influence of the porosity of porous media on the transfer mechanisms.

This study aims to:

- Establishing a physical model of the environment in 1D and 2D geometry wherein the differential equations and variables are introduced taking into account the combination of the two transfer modes.
 - Develop methods of resolution allow a better assessment of the minimum and maximum temperature of the soil to the depth of the heat exchanger with the ground. The soil temperature is used for the sizing of the heat exchanger with the ground. It is also used in the model to evaluate the heat loss from the basement of residential buildings.
 - Deduct an optimal relationship between the thermal power (heat storage) and the required volume of soil around the pipe and the fluid flows to the storage and retrieval of heat.
-

Keywords: porous media; porosity; effective thermal conductivity; volume averaging, storage of heat energy into the ground.

ملخص - تساهم هذه الدراسة لدراسة انتقال الحرارة في وقت واحد في منطقة لتخزين الحرارة. وبصفة خاصة، هو جعل تحليلًا للمعلومات المختلفة التي تؤثر على عملية (بما في ذلك المسامية). النماذج عيانية من نقل الحرارة عن طريق التوصيل في نظام السوائل وتضم اثنين من مراحل الصلبة، وذلك باستخدام طريقة حساب حجم المتوسط. عرض هذه التقنية يرجع إلى حد كبير إلى Quintard و Whitaker. يتم تطوير المعادلات حفظ العيانية على افتراض التوازن الحرارية المحلية، الأمر الذي يؤدي إلى نموذج تحكمها معادلة واحدة. يتم الحصول على الموصلية الحرارية فعالة من المتوسط أي ما يعادل من خلال حل المشاكل المرتبطة إغلاق.

والغرض من هذه الرسالة هو دراسة وفهم التأثير الذي قد يكون لها مسامية على نقل الحرارة في وسط مسامي. والهدف الرئيسي هو تحديد معاملات نمذجة فعالة انتقال الحرارة في وسط مسامي، وعلى وجه الخصوص في معامل التوصيل الحراري للفعالية.

درسنا على وجه الخصوص تأثير الموصلية الحرارية على نقل. هذا يساعد على تعزيز تأثير مسامية في الأوساط المسامية على آليات النقل.

تهدف هذه الدراسة إلى:

- إنشاء النموذج المادي للبيئة في هندسة D1 و D2 فيها يتم عرض المعادلات التفاضلية والمتغيرات مع مراعاة مجموعة من وسائط نقل اثنين.
- تطوير أساليب تسمح قرار إجراء تقييم أفضل للحرارة الدنيا والقصى للتربة على عمق المبادل الحراري على سطح الأرض. يتم استخدام درجة حرارة التربة لتغيير الحجم من المبادلات الحرارية على سطح الأرض. كما انها تستخدم في نموذج لتقييم خسارة الحرارة من الطابق السفلي من المباني السكنية.
- خصم علاقة المثلى بين الطاقة الحرارية (الحرارة التخزين) وحجم المطلوب من التربة حول الأنابيب والتدفقات السائل لتخزين واسترجاع الحرارة.

كلمات البحث: وسط مسامي؛ المسامية؛ التوصيل الحراري الفعال؛ أخذ متوسط كثافة، وتخزين الطاقة الحرارية في باطن الأرض.



Introduction

Introduction Générale :

Une énergie non renouvelable est une source d'énergie qui ne se renouvelle pas assez rapidement pour être considérée comme inépuisable à l'échelle de l'Homme, ou même qui ne se renouvelle pas du tout, par opposition aux énergies renouvelables.

Les principales sources d'énergies non renouvelables sont dérivées des hydrocarbures, tels que le pétrole, le gaz naturel, et les huiles.

On peut classer les énergies non renouvelables en deux grandes familles :

1. Énergie fossile : notamment le charbon, le gaz naturel et le pétrole. Leur vitesse de régénération est extrêmement lente à l'échelle humaine, et la consommation intensive, d'où les risques d'épuisement actuels.
2. Énergie nucléaire, les gisements d'uranium étant limités. Seule la fusion nucléaire pourrait, à condition d'être industriellement maîtrisée, produire de l'énergie sur le très long terme.

Les énergies renouvelables sont des sources d'énergie qui utilisent des ressources naturelles considérées comme inépuisables : vent, soleil, marées, chutes d'eau, terre, végétaux. Ces énergies ne produisent pas de gaz à effet de serre, de rejets polluants, et n'engendrent pas ou peu de déchets. Ils n'utilisent pas les ressources fossiles de la planète, comme le gaz naturel ou le pétrole, dont les réserves s'amoinissent.

Les énergies renouvelables exploitées à ce jour sont les suivantes :

- Énergie solaire
- Énergie éolienne
- Énergie hydraulique
- Énergie Biomasse
- Énergie géothermique

Utilisation l'énergie solaire directe ou stockée pour chauffer ou refroidir un bâtiment est une idée qui paraît d'une logique implacable. Le principe est simple et la technique est aujourd'hui fiable et éprouvée. L'énergie solaire permet de respecter l'environnement et de préserver la santé. Elle permet de préserver les ressources énergétiques, sans produire de déchets ni d'émissions polluantes, notamment du gaz carbonique.

Les matériaux poreux (sol) sont l'objet de nombreuses études pour leur extraordinaire capacité de stockage thermique. Cette très grande capacité de stockage thermique des matériaux poreux trouve son explication dans la microstructure (porosité) de ces matériaux. Un système efficace et fiable pour le stockage d'énergie permet la collection et le stockage de l'énergie solaire pour l'utilisation alors quand celle-ci est indisponible. Le chauffage solaire des bâtiments et le séchage de la nourriture, tire profit de l'accumulation et du stockage de l'énergie solaire pendant des jours ensoleillés pour fournir la chaleur pendant les nuits et les jours nuageux.

On désigne communément par milieu poreux un solide de forme complexe renfermant des cavités appelées pores. On trouve de nombreux exemples de milieux poreux dans la vie courante : textiles, cuirs, papiers, tissus, matériaux de construction, matériaux plastiques, sols, filtres, revêtements d'échangeurs, plats, etc.

Le sol est le siège de multiples phénomènes physico-chimiques et de transport. L'étude de ces phénomènes nécessite la connaissance des propriétés de stockage de chaleur thermique (soit sous forme adsorbée sur le solide, soit remplissant les pores), des propriétés de transferts (masse, quantité de mouvement, énergie). Comme pour tous les systèmes hétérogènes polyphasiques, ces propriétés sont évidemment fonction de la morphologie de la matrice et des phénomènes qui se développent et interagissent dans les différentes phases, ce qui rend le champ d'études des transferts de chaleur sol particulièrement vaste. De ce fait, les éléments développés ici qui traitent des transferts de chaleur avec changement de phase n'ont pas la prétention d'épuiser le sujet. Ils tentent simplement, après l'introduction des notions indispensables concernant la caractérisation des milieux poreux, de constituer une synthèse et une initiation à des ouvrages plus spécialisés.

Ce travail s'inscrit consiste à l'élaboration d'un outil d'aide à l'étude des transferts thermiques intervenant dans un milieu poreux (sol).

La présente étude apporte une contribution à l'étude des transferts de chaleur simultanés dans une zone destinée au stockage de la chaleur. En particulier c'est de faire une analyse sur les différents paramètres qui influent sur le processus (notamment la porosité).

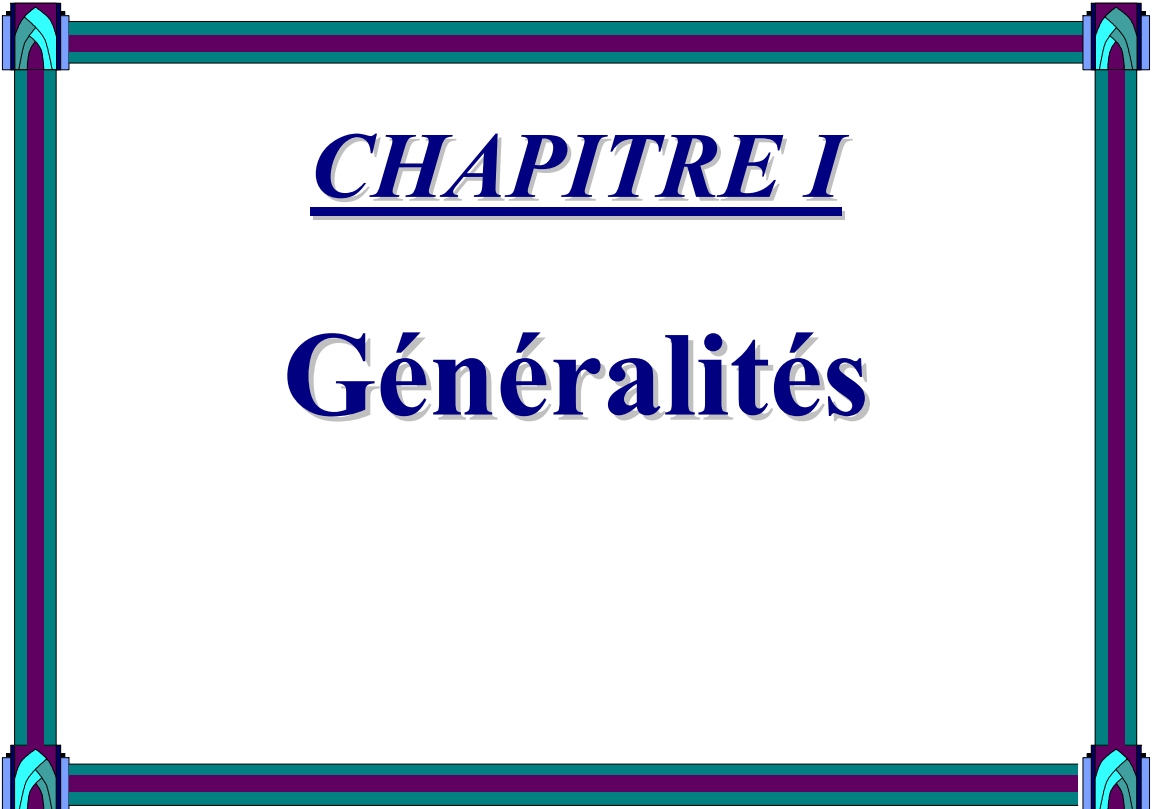
Pour réaliser cet objectif, on se propose de développer un modèle mathématique se basant sur l'approche de WHITAKER qui a employé la technique des moyennes de volumes. Whitaker propose une façon d'écrire les équations de transfert de chaleur dans les milieux

poreux. Il démarre avec un système d'équations de conservation (chaleur) pour les deux phases contenues dans le milieu (solide, fluide) et ensuite il applique pour chacune des phases la prise de moyenne en prenant un volume élémentaire représentatif (V.E.R) à l'échelle du pore; ces paramètres moyennés permettent de considérer le milieu poreux comme un milieu continu équivalent. Le modèle développé par Whitaker est considéré comme rigoureux le plus avancé.

Le présent mémoire est structuré en cinq principaux chapitres en plus de l'introduction générale et de la conclusion générale.

- Dans le premier chapitre, une introduction courte dans laquelle nous donnerons quelques généralités de base au sujet du sol. La partie principale de ce chapitre est consacré à la définition des principales caractéristiques. Nous allons discuter des matériaux géologiques poreux en résumant les paramètres qui permettent la description quantitative de cette propriété et en faisant le lien entre ces paramètres à la fois pour des matériaux saturés en eau et non saturés (dont les pores contiennent de l'air et de l'eau).
- Dans Le deuxième chapitre nous allons présenter les outils et les méthodes utilisées par la suite dans les différents dispositifs de caractérisation thermique présentés. Nous illustrerons d'abord sur un exemple l'intérêt de l'utilisation d'un modèle complet établi dans le cas traité par application de la méthode des quadripôles thermiques. Nous présenterons ensuite les avantages de la réalisation préalable d'une étude de sensibilité des grandeurs mesurées aux paramètres inconnus avant de décrire brièvement les méthodes utilisées pour l'estimation des paramètres et l'évaluation de la précision des estimations.
- Dans Le troisième chapitre, sont exposées plusieurs approches, prise de moyenne, pour prévoir la valeur de la conductivité thermique. D'autre part, le chapitre est aussi consacré à un panel de modèles de calculs de la conductivité thermique des milieux poreux, et définir les cas d'application de ces modèles pour les milieux granulaires.
- Le quatrième chapitre présente le modèle mathématique des transferts de chaleur qui décrit le sol en supposant quelques hypothèses simplificatrices.
- Le cinquième Chapitre Nous donnons les outils numériques nécessaires à la discrétisation et à la résolution numérique des équations. Nous discrétisons au premier lieu nos équations par la méthode de différence finis puis pour résoudre ce système. Et par la suite nous donnons un algorithme de calcul afin de le résoudre ensuite sous le Code de Calcul MATLAB. Nous terminerons par une interprétation des l'ensemble des résultats obtenus numériquement.

Enfin nous terminerons par une conclusion générale et les perspectives à venir.



CHAPITRE I

Généralités

Introduction :

Un milieu poreux se compose d'une matrice solide et de son complément géométrique, l'espace poreux. La matrice solide peut être granulaire ou consolidée.

- **non consolidée** : la phase solide est alors formée de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sables, limons, billes de verre et d'acier, matériaux divers...) ; les billes de verre sont notamment très utilisées en laboratoire pour étudier les phénomènes de transfert en milieu poreux ;
- **consolidée** : dans ce cas, la matrice solide compacte ne peut pas se diviser en grains ou fibres (roches calcaires, grès, argiles, bois, céramiques, poudres frittées, tissus végétaux et animaux...).

L'espace poreux est occupable par un ou des fluides pouvant s'écouler ou encore, échanger de l'énergie entre elles et/ou avec la matrice solide.

Le sol est un milieu poreux considéré généralement, comme un système triphasique mettant en jeu des interactions entre les phases solides (particules du sol), liquide (eau) et gazeuse (air).

1.1. Définition d'un milieu poreux : [1]

La théorie de la mécanique des milieux poreux, initialement établie par Biot, consiste à considérer non plus un milieu continu mais un milieu composé de deux phases continues qui sont la phase solide (matrice) et la phase poreuse saturée par un fluide. La Figure 1.1 Schématise le principe de superposition nécessaire à la définition d'un milieu poreux assimilé à un milieu continu équivalent.

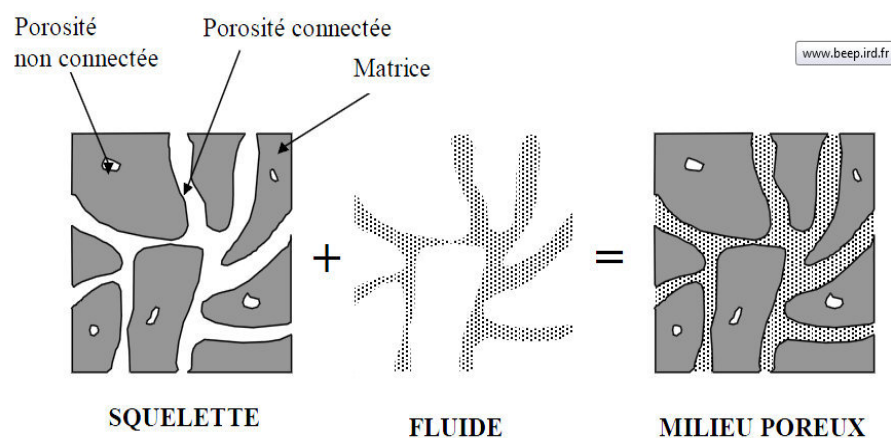


Figure 1.1. Description d'un milieu poreux. [1]

La théorie de Biot permet donc de décomposer les comportements de chaque phase pour étudier le comportement global du matériau. Le matériau dans son ensemble est défini par le squelette qui ne va pas réagir de la même façon selon que le fluide saturant est sous pression ou non. En effet, un milieu poreux saturé peut se définir comme un milieu continu ouvert, c'est-à-dire qu'il peut y avoir échange de matière avec l'extérieur. C'est justement cette condition « nouvelle », par opposition à la théorie classique des milieux continus définissant le milieu comme un système fermé, qui fait que le comportement du milieu poreux dépend des échanges ou des non échanges avec l'extérieur. Par exemple on peut considérer deux comportements différents d'un milieu poreux lors d'une sollicitation extérieure : un premier où la pression du fluide saturant reste constante (système ouvert) et un deuxième où le fluide saturant n'a pas la possibilité de dissiper les surpressions interstitielles engendrées (système fermé). Ces exemples distinguent deux cas extrêmes qui permettent de déterminer l'interaction entre la phase fluide et le squelette :

- le cas drainé : le milieu est un système ouvert qui permet l'échange de matière avec l'extérieur et donc la dissipation des surpressions interstitielles.
- le cas non drainé : le milieu est un système fermé qui ne permet pas l'échange de matière avec l'extérieur. Il en résulte la création de surpressions interstitielles qui influencent le comportement du squelette.

1.2. Caractéristiques physiques des sols : [2]

1.2.1. Origine du sol :

Les sols peuvent être définis de manière générale comme le produit, remanié et organisé, de l'altération de la couche superficielle de la croûte terrestre, essentiellement sous l'action d'agents climatiques et biologiques. Les processus physiques qu'y participent sont : le gel, le dégel, l'humidification et dessèchement, les écoulements d'eau, le mouvement des glaces et l'abrasion par des particules de sable entraînées par le vent ou l'eau. Les petits morceaux de roches qui résultent des processus physiques deviennent le matériau parental du sol. La solubilisation, l'hydratation, l'oxydation, la réduction, la précipitation, le lessivage et autres processus physico-chimiques, décomposent encore les minéraux qui forment les particules de roche. À cause de la présence de microbes et autre faune, la décomposition biochimique de quelques éléments du matériau parental se transforme en matière organique, à laquelle s'ajoute le matériau de la décomposition des plantes et des animaux. C'est alors

que les roches originales deviennent le sol d'aujourd'hui".

1.2.2. Représentation physique d'un sol : [2]

La zone non saturée des sols, siège des transferts que nous étudions, est un milieu poreux triphasique, composé de:

- d'une matrice solide formée par l'assemblage des particules minérales (appelées graviers, sables, limons et argiles en fonction de leur dimension). Les mouvements de fluide ont lieu à l'intérieur de cette trame dans les interstices laissés vides : pores.
- d'un mélange gazeux (essentiellement air et vapeur d'eau) occupant une fraction des pores. Ce mélange gazeux se trouve soit sous forme d'une phase continue qui s'écoule dans le milieu poreux et transporte des espèces volatiles, soit sous forme de bulles occluses piégées dans la matrice poreuse.
- d'eau occupant le reste de l'espace vide laissé dans les pores.

1.2.3. Classification et caractères principaux des sols : [2]

Nous distinguons fréquemment 2 notions importantes: la texture et la structure d'un sol.

La texture représente la distribution de taille des particules constituant le sol. Elle est une caractéristique statique du sol, facilement accessible. Il est commode de classer les sols dans des groupes texturaux, en fonction de la distribution de tailles des particules qui le composent.

La structure d'un sol représente l'arrangement relatif des particules qui le composent. La structure, par opposition à la texture, est une caractéristique dynamique du sol. La structure varie dans le temps et fortement dans l'espace. La structure du sol impose notamment la géométrie du réseau poral. Cette notion ne permet pas de distinguer des catégories de sols.

Les grains d'un sol ne sont pas liés par un ciment comme c'est le cas du béton, mais ils peuvent être soumis à des forces d'attraction intergranulaires diverses : des forces électriques, des forces de Van der Waals,... Ces forces sont en général faibles et diminuent rapidement lorsque la distance entre les grains augmente. Elles n'influencent que le comportement des sols à dimensions très faibles. Dans ce cas le sol est doté d'une cohésion.

Cette constatation va amener le géotechnicien à définir deux grandes familles de sol :

- les sols grenus qui sont de dimension supérieure à $20\ \mu$ (0,02 mm),
- et les sols fins de dimensions inférieures à $20\ \mu$.

1.2.3.1. Les sols grenus :

Les sols grenus sont ceux pour lesquels les caractéristiques géotechniques sont déterminées par des forces de volume ou de pesanteur. Ils sont en général pulvérulents. Ils sont surtout définis granulométriquement.

On distingue principalement deux sous-familles :

- Sables : 50% des grains au moins sont compris entre 0,02 et 2 mm
- Graviers : 50% des grains au moins sont compris entre 2 et 20 mm

A noter : Les dimensions extrêmes varient légèrement suivant le système de classement.

On peut ajouter pour préciser ces sols, d'autres caractères :

- Nature minéralogique (composition chimique même de la roche mère),
- Forme des grains (liée à la genèse de l'altération mécanique),
- Gisement et tri (ségrégation ou non).

1.2.3.2. Les limons (ou Silts) :

La définition la plus admise est celle d'un sol dont la majeure partie des grains est comprise entre $2\ \mu$ et $20\ \mu$ (définition purement descriptive).

Ils sont en grande partie formés de quartz. On distingue suivant leurs origines :

- Les limons éluviaux formés par altération sur place d'un substratum favorables (à l'altération).

1.2.3.3. Les argiles :

On peut les définir granulométriquement comme une roche dont les grains sont compris entre $0,2\ \mu$ et $2\ \mu$.

C'est une roche sédimentaire terreuse faisant pâte avec l'eau. On la dit plastique. La plasticité d'un matériau est caractérisée par le fait qu'il peut être déformé d'une façon permanente, à volume constant, sans perdre sa cohésion interne.

On distingue suivant leur origine :

- Les argiles d'altération : formées principalement par l'altération des calcaires en climat tempérés ou l'altération des latérites en climat chaud et humide,
- Les argiles fluviatiles : Elles se déposent surtout dans le lit majeur des fleuves, lors des décrues,
- Les argiles lacustres : déposées dans les lacs et étangs,
- Les argiles marines : Ce sont des argiles d'origine continentale déposées en milieu marin, et généralement modifiées par la diagenèse.

Le sol est aussi classé en fonction de la proportion des grains appartenant aux trois classes principales qui sont représentées sous forme de triangle (Figure 1.2)

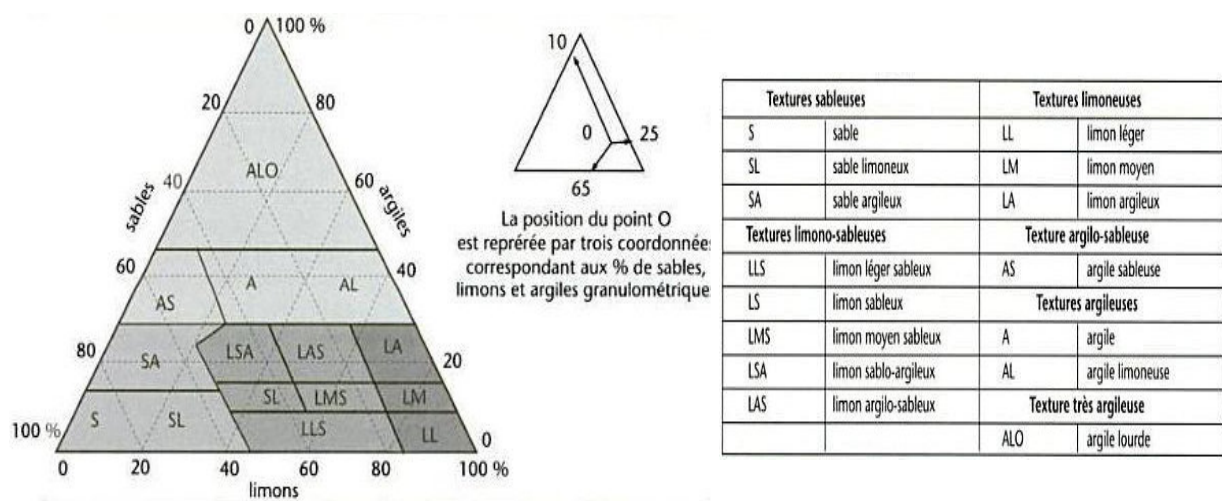


Figure 1.2. Triangle des textures. [2]

1.3. Système de stockage thermique : [3]

Le stockage de l'énergie est l'action qui consiste à placer une quantité d'énergie en un lieu donné pour permettre son utilisation ultérieure. Par extension, le terme "stockage d'énergie" est souvent employé pour désigner le stockage de matière qui contient cette énergie.

Le stockage de l'énergie captée permet de pallier le caractère discontinu de l'énergie solaire. L'accumulation de l'énergie dans le stockage se traduit par une élévation de sa température.

Pour apprécier l'efficacité d'un système de stockage, il faut rappeler que le rendement d'un capteur dépend essentiellement de la température moyenne du fluide qui le traverse, donc de la température du fluide au retour du stockage. L'une de caractéristiques essentielles de l'aptitude à l'emploi du stockage sera de fournir, à l'entrée des capteurs, un fluide dont la température sera la plus basse possible.

Le transfert de chaleur des capteurs vers le ballon s'effectue de deux façons différentes : par circulation forcée avec une pompe commandée par un dispositif de régulation, par circulation naturelle ou thermosiphon.

Les systèmes fonctionnant par thermosiphon présentent l'avantage par rapport aux systèmes habituels avec circulateur de ne nécessiter aucun dispositif de régulation des apports solaires, ni des pompes de mise en circulation du fluide caloporteur. Cependant, dans les faits, les installations en thermosiphon ne concernent généralement que certaines fabrications de chauffe-eau individuels et restent l'exception pour les installations collectives.

En raison des problèmes hydrauliques posés par les champs de capteurs de grandes dimensions, et des contraintes architecturales posées par la disposition des capteurs sous le stockage, la circulation du fluide caloporteur par thermosiphon est, sauf cas particulier, mal adaptée aux installations collectives.

Le stockage de chaleur peut être réalisé à travers deux phénomènes différents associés aux matériaux qui assurent le stockage. On parle alors de stockage par chaleur sensible et de stockage par chaleur latente.

1.3.1. Le stockage par chaleur sensible : [3]

Dans le stockage par chaleur sensible, l'énergie est stockée sous la forme d'une élévation de température du matériau de stockage. La quantité d'énergie stockée est alors directement proportionnelle au volume, à l'élévation de température et à la capacité calorifique du matériau de stockage. Ce type de stockage n'est limité que par la différence de température disponible, les déperditions thermiques du stockage (liées à son isolation thermique).

Quelques exemples de stockage de chaleur sensible :

- Dans les systèmes de chauffage domestiques, on utilise parfois la grande inertie thermique de certains matériaux (briques, huile) pour restituer lentement la chaleur accumulée au cours de périodes où la chaleur a été produite ou captée. Mais le plus souvent, le stockage est assuré par un ballon d'eau chaude isolé.
- Dans les fours à feu de bois, en brique et terre réfractaire, la capacité de la voûte du four à emmagasiner la chaleur est utilisée pour la cuisson d'objets (poterie, émaux, etc.) ou de plats (pain, pizza, etc.).

1.3.2. Le stockage par chaleur latente : [3]

Dans le stockage par chaleur latente, l'énergie est stockée sous la forme d'un changement d'état du matériau de stockage (fusion ou vaporisation). L'énergie stockée dépend alors de la chaleur latente et de la quantité du matériau de stockage qui change d'état. Contrairement au stockage sensible, ce type de stockage peut être efficace pour des différences de températures très faibles.

Dans le cas du changement de phase solide/liquide, et pour une quantité d'énergie stockée et un matériau de stockage donnés, le stockage latent nécessite moins de volume que le stockage par chaleur sensible du fait que la chaleur latente est généralement beaucoup plus élevée que la capacité calorifique.

Quelques exemples de stockage de chaleur latente :

- Des matériaux à changement de phase (MCP) sont actuellement étudiés pour améliorer l'inertie thermique des parois des bâtiments.
- Les pompes à chaleur, notamment les réfrigérateurs, congélateurs et climatiseurs, utilisent des fluides changeant de phase comme caloporteurs. Ceux-ci ne stockent pas proprement parler de la chaleur, mais l'emmagent uniquement le temps du transport.

1.4. Avantage du stockage thermique dans le sol : [3]

Le stockage thermique souterrain utilise la température du sol ou de l'eau afin de rafraîchir ou de chauffer des bâtiments (cas du chauffage ou de la climatisation). Par exemple, une pompe à chaleur peut extraire de la chaleur se trouvant sous terre afin de chauffer un bâtiment. En été, la pompe peut être inversée et servir de système de climatisation en expulsant l'air chaud hors de l'immeuble et en l'envoyant dans le sol.

Il est plus efficace d'utiliser le stockage thermique souterrain qu'un appareil de chauffage à combustion, parce que le transport de la chaleur d'un endroit à un autre nécessite moins d'appareillages qu'une installation mécanique ou énergétique. Au Canada par exemple, plus de 30 000 installations d'énergie du sol sont utilisées à des fins résidentielles, commerciales, institutionnelles et industrielles. Le stockage thermique souterrain est largement utilisé dans le nord de l'Europe, notamment dans les pays scandinaves, qui ont adopté rapidement cette technologie. Le stockage thermique souterrain devient de plus en plus courant dans le sud des États-Unis, où l'on s'en sert pour la climatisation des bâtiments. Les systèmes de stockage thermique souterrain peuvent aussi réduire l'émission de gaz à effet de serre.

Les systèmes de stockage thermique souterrain offrent les avantages suivants :

- Les couts de fonctionnement des systèmes de stockage thermique souterrain sont beaucoup plus faibles que ceux d'un appareil de chauffage à combustion muni d'un climatiseur d'air. Toutefois, en moyenne, un système du stockage thermique souterrain peut permettre de réaliser des économies correspondant aux deux tiers des couts de chauffage de climatisation à l'électricité. Climatisation à l'électricité.
- Le stockage thermique souterrain peut fournir de la chaleur en hiver et de l'air frais en été, ainsi que de l'eau chaude pour une utilisation domestique durant toute l'année,
- Un système de stockage thermique souterrain peut réduire les émissions de gaz à effet de serre dans une proportion pouvant atteindre plus des deux tiers de ceux produits par les systèmes semblables qui utilisent un combustible a base de charbon. Les réductions dépendent toutefois de la source d'électricité employée afin de faire fonctionner les éléments du système. Il est plus que jamais important de réduire les gaz à effet de serre en raison des efforts internationaux visant à la réduction du réchauffement du globe et de la modification climatique.
- Les systèmes de stockage thermique souterrain ne produisent pas d'odeur que l'on a constatée avec les appareils de chauffage au gaz naturel, au mazout au propane. Cette technique peut être ainsi parfaite pour les bâtiments hautement isolés ou pour les personnes allergiques ou sensibles aux gaz nocifs et à l'air de mauvaise qualité.
- Le stockage thermique souterrain, en raison de l'absence de combustion, ne peut exploser et le dispositif du stockage de combustible (la réserve de combustible) n'est donc pas nécessaire.

1.5. Caractéristiques thermique du sol : [4]

Le sol est un milieu non homogène constitué de différents matériaux solides contenant parfois des gaz et de l'eau tandis que les couches souterraines peuvent contenir des matériaux de nature organique. La composition spécifique du sol dépend généralement de la position géographique et de la profondeur considérée.

L'évaluation des caractéristiques thermiques du sol est très complexe partie reste insaisissable jusqu'à présent car elles ne sont pas constantes et changent avec la variation des différents paramètres (humidité, température, composition chimique, propriétés physiques du milieu, profondeur, etc.). Le stockage de la chaleur dans le sol dépend généralement de sa capacité

thermique, et la propagation de la chaleur dans ce milieu dépend de sa conductivité thermique. Il est souvent difficile de trouver le coefficient de transfert de chaleur dans la littérature. Un recours à l'expérience pour l'évaluer s'impose à chaque fois (après la variation d'un paramètre quelconque).

1.5.1 Capacité calorifique :

La capacité thermique C_s d'un sol s'exprime par une moyenne pondérée des capacités calorifiques respectives de ses constituants (minéraux, matière, organique, air, eau) :

$$C = \sum_k (\chi \rho c)_k \quad [I.1]$$

Où χ, ρ, c représentent respectivement la teneur (en m^3/m^3 total), la masse volumique et la capacité calorifique d'un des constituants.

Ainsi, comme l'eau et la matière organique se distinguent par une capacité calorifique supérieure à celle des éléments minéraux, un sol humide emmagasinerait mieux la chaleur qu'un sol sec, effet parfois utilisé pour accroître la performance d'échangeurs air/sol.

Soit dit en passant, ce phénomène a également son importance en agriculture, où le réchauffement printanier d'un sol sera d'autant plus lent que sa teneur en eau et sa teneur en matière organique seront élevées. Par ailleurs, pour un sol sec, ce réchauffement sera d'autant plus rapide que sa porosité est grande. Ces quelques considérations soulignent l'intérêt d'un drainage efficace à la sortie de l'hiver, un réchauffement accéléré du sol permettant en effet un démarrage plus précoce des cultures et allongeant d'autant la période végétative, ce qui favorise le développement des plantes.

1.5.2. Conductivité thermique :

Par ailleurs, la conductivité thermique d'un sol dépend non seulement de sa composition (teneur en matières minérales et organiques, dont on trouve les coefficients de conductivité dans le Tableau 1.1), mais également de l'arrangement et de la forme de ses particules constitutives, des liaisons entre ces particules (ponts d'eau), ainsi que de sa teneur en air (faiblement conducteur). Le sol apparaît ainsi comme conducteur de chaleur d'autant meilleur qu'il est humide (Figure 1.3), effet qui se cumule au précédent et milite, lorsque c'est possible, pour l'humidification d'un sol utilise donc un échangeur air/sol.

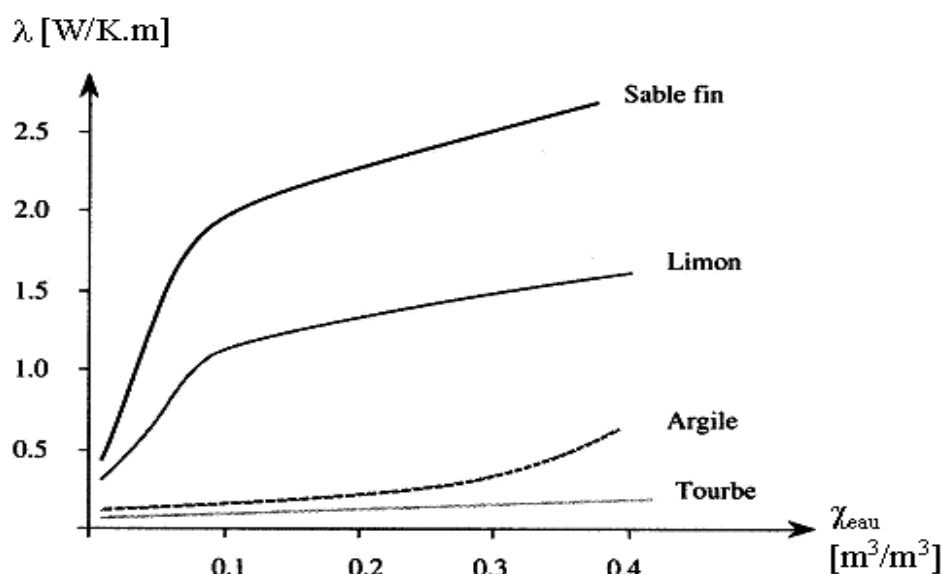


Figure 1.3. Conductivité thermique de quelques sols en fonction de la teneur en eau (musy et soutter ,1991). [4]

matière	masse volumique ρ , kg/m^3	cap. calorifique c , kJ/K.kg	cap. calor. vol. ρc , MJ/K.m^3	conductivité λ , W/K.m
minéraux (moyenne)	$2.65 \cdot 10^3$	0.80	2.10	2.90
matière organique	$1.30 \cdot 10^3$	1.90	2.47	0.25
eau	$1.00 \cdot 10^3$	4.20	4.20	0.585
glace	$0.92 \cdot 10^3$	2.10	1.93	2.20
air	$1.25 \cdot 10^3$	1.00	1.25	0.023

Tableau 1.1 Propriétés thermiques des principaux constituants d'un sol (musy et soutter ,1991). [4]

1.6. Température du sol : [4]

D.Aston, 1973, montre que la connaissance de la répartition des températures dans les couches intérieures du sol a une grande importance pratique. Cette connaissance est utile non seulement aux chercheurs qui étudient les plantes au sol, mais encore aux hydrologues, aux climatologues et aux ingénieurs de la construction. Les températures du sol ont même des répercussions en météorologie, car elles reflètent les phénomènes de transfert de chaleur qui surviennent à la surface terrestre et qui jouent un rôle important dans la formation des mouvements atmosphériques.

Le sol récupère de petites quantités de chaleur des phénomènes internes biologiques et chimiques, de la radioactivité naturelle et de la conduction du noyau terrestre; cependant, presque partout dans

la couche supérieure de l'écorce terrestre de quelques dizaines de mètres d'épaisseur, la plus grande partie de la chaleur provient du rayonnement et de l'échange de chaleur à la surface terrestre; c'est le rayonnement solaire qui représente la principale source d'énergie. Cet apport d'énergie peut varier considérablement selon l'emplacement, la saison, la nébulosité, la couverture végétale et la nature ou la couleur de surface du sol.

Le besoin de connaître avec précision et exactitude les températures du sol est évident si l'on considère le grand nombre de problèmes auquel ces données peuvent s'appliquer. Il serait utile qu'un observateur vérifie les données lors de leur rassemblement afin de s'assurer que les indications sont cohérentes et compatibles avec les principes physiques qui régissent le flux de chaleur du sol.

1.7. Transfert de chaleur dans le sol : [4]

Dans le sol, la transmission de la chaleur dépend des propriétés physiques des particules du sol, de leur degré de compacité et de la teneur en turbidité, Le sol étant poreux et contenant des quantités variables d'air et d'eau, l'analyse du flux de chaleur dans le sol est beaucoup plus compliquée que dans un corps solide homogène dont la conductivité thermique et la capacité calorifique sont des paramètres établis et bien définis, Le sol se compose de particules minérales, de matières organiques et de pores qui peuvent contenir soit de l'eau, soit de l'air. Ces éléments ont tous des caractéristiques thermiques très différentes, Ainsi, la conductivité thermique des particules minérales est cinq fois plus élevée que celle des matières organiques et cent fois plus élevée que celle de l'air. Par conséquent, la conductivité thermique du sol peut varier considérablement selon la proportion de ces éléments. Même si le sol présente une teneur uniforme en matières minérales et organiques et une porosité constante, sa conductivité dépend de façon marquée de la teneur en eau, à cause de la grande différence entre la conductivité thermique de l'eau et celle de l'air. Pour un sol donné, la conductivité thermique tend à augmenter en fonction de la profondeur, à cause de l'accroissement de la compacité du sol et de la diminution de la teneur en air.

Pour une description théorique du transfert de chaleur dans un sol que l'on considère comme un milieu non homogène et anisotrope, une approche macroscopique doit être adoptée, Toutes les quantités physiques se rapportent à une moyenne spéciale sur une cellule unité du sol. La dimension linéaire d'une telle cellule unité est importante comparée aux dimensions des grains et des pores, et petite en la comparant à l'échelle typique de la variation de la température et de la composition.

Les mécanismes de transfert de chaleur dans le sol sont, suivant l'ordre d'importance: la conduction, la convection et le rayonnement. La conduction se produit à travers le sol, mais le principal flux de

chaleur se fait à travers les parties solides et liquides. La convection est négligeable la plupart du temps, sauf en cas d'infiltrations rapides d'eau. Ce qui n'est pas le cas pour le transport de la chaleur latente par la vapeur d'eau qui peut contribuer considérablement au transfert de chaleur dans les pores pleins de gaz. Le transfert de chaleur du au mécanisme de radiation n'a d'importance uniquement dans le sol sec à haute température à l'intérieur des grands pores.

1.8. Profil de température du sol : [4]

Le profil de la température du sol révèle les phénomènes de transfert de chaleur dans le sol. C'est une fonction du rapport de chaleur à la surface, de la conductivité thermique, de la capacité calorifique du sol et de l'évolution thermique du sol. La capacité calorifique du sol a pour effet d'emmagasiner la chaleur dans le sol, diminuant de ce fait les fluctuations de température imposées à la surface au fur et à mesure que s'accroît la profondeur.

Du fait que le profit de température produit par un apport de chaleur variable à la surface dépend a la fois de la conductivité thermique et de la capacité calorifique du sol, on réunit souvent ces deux valeurs en un seul paramètre que l'on appelle diffusivité thermique. Si l'on connaît la diffusivité thermique, on peut calculer la réduction d'amplitude et le retard de phase, lorsqu'une onde de température imposée à la surface du sol descend dans une colonne étudiée de ce sol. L'amortissement de l'onde de température avec l'accroissement de la profondeur dépend de la période de l'onde ; les fluctuations à courte période sont plus touchées que celles à longue période.

Dans un sol typique, l'amplitude des ondes de température du cycle diurne ne vaut plus, à une trentaine de centimètres de profondeur, que le dixième de sa valeur à la surface; en revanche, l'onde représentant le cycle annuel de ne subit pareille diminution qu'à une profondeur d'environ six mètres. On pourrait utiliser les diminutions et les changements de phase observés dans les ondes de température selon la profondeur pour estimer la diffusivité thermique en des endroits particuliers. On pourrait se servir de cette diffusivité déduite pour calculer certaines données relatives à l'emplacement choisi, notamment le bilan thermique, la tendance au gel, la profondeur de pénétration du gel selon les différentes couvertures végétates et la teneur en humidité du sol.

1.9. Propriétés du sol et variations de température de la surface : [5]

Les propriétés du sol déterminant sa réponse aux variations de température en surface sont les suivantes:

1. La capacité de chaleur volumétrique C_p .
2. La conductivité thermique λ .

3. La chaleur latente (chaleur nécessaire au gel ou au dégel d'une unité volumique de sol gelé).
4. La teneur en eau, La porosité.
5. La diffusivité thermique, aspect important pour le calcul du taux de transmission de la chaleur dans le sol.

La teneur en eau est une variable et agit directement sur les valeurs de la capacité thermique, de la conductivité thermique et de la chaleur latente. Ainsi, plus la teneur en eau est élevée, plus les propriétés précédentes sont élevées, La réponse du sol aux variations de la température devient plus complexe a cause des changements qui se produisent lors du chauffage au du refroidissement.

1.10. Influence des différents paramètres sur la température du sol : [5]

Le sol est souvent soumis à l'influence de différents paramètres qui peuvent être classés selon trois grandes catégories comme donne par Gold, L. W. 1967 :

- Les variables météorologiques.
- Les variables du terrain.
- Les variables du sous-sol.

Les différences régionales importantes de température du sol sont principalement déterminées par les variables météorologiques tels le rayonnement solaire, la température de l'air et les précipitations; par ailleurs, les variations de températures locales résultent des différences des sols, des caractéristiques de surface et des propriétés thermiques des sols.

Les facteurs météorologiques, plus particulièrement le rayonnement solaire et la température de l'air, influent sur la température de la surface du sol et sur celle du sous-sol en agissant sur le taux de transmission des échanges de chaleur entre l'atmosphère et le sol. Le rayonnement solaire constitue cependant le facteur le plus important. La température moyenne annuelle du sol diffère entre le nord et le sud dans notre pays, cette variation étant fonction de la quantité d'énergie solaire absorbée par la surface du sol tout au cours de l'année. Une variation cyclique des températures de l'air et de la surface du sol se produit à la suite des changements saisonniers et quotidiens dans le rayonnement solaire. D'autres facteurs météorologiques tels ou la pluie peuvent causer des variations locales assez importantes.

La neige constitue le deuxième facteur en importance qui influe sur la température du sol, non seulement a cause de ses propriétés d'isolant bien connues mais aussi a cause de l'humidité qu'elle dégage dans le sol au dégel, La végétation peut aussi agir comme isolant en protégeant le sol des

températures extrêmes qui produisent des taux élevés de transmission de la chaleur. D'autres caractéristiques relatives au terrain, telle l'orientation des pentes, peuvent avoir des effets importants.

1.11. Comportement général des températures du sol : [5]

Les principales caractéristiques des variations entre la température de l'air et celle de la surface du sol peuvent généralement s'exprimer par l'équation suivante:

$$T_s = \bar{T} + A \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{t_0}\right) \quad [I.2]$$

Où :

T_s : est la température à un moment précis.

$\bar{T}$: est température moyenne pour la période donnée, qui comprend un ou plusieurs cycles complets de variations.

A : est la différence entre les températures maximale et minimale pour la période donnée.

t : est la durée.

t_0 : la durée d'un cycle complet.

Si les propriétés thermiques du sol sont constantes, la température produite dans le sol par la variation cyclique peut être obtenue par l'équation suivante:

$$T(x, t) = \bar{T} + A \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}}\right) \left(\frac{2\pi \cdot t}{t_0} - x \sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}}\right) \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{t_0} - x \sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}}\right) \quad [I.3]$$

Avec : x représente la profondeur sous la surface .

L'amplitude d'une variation de température à la surface du sol correspond généralement à l'amplitude d'une variation correspondante de la température de l'air. L'équation [I.3] indique que l'amplitude diminue de façon exponentielle en fonction de l'éloignement de la surface, à un taux prescrit par le temps nécessaire à un cycle complet. Ceci est représenté à la figure 1.4, dans le cas des variations annuelles. Les températures du sol sont généralement constantes au cours de l'année pour des profondeurs supérieures à 5 et 6 m. La température moyenne

annuelle du sol est presque constante avec la profondeur; elle augmente toutefois d'environ 1°C par 50 m à cause de la chaleur géothermique provenant du centre de la terre.

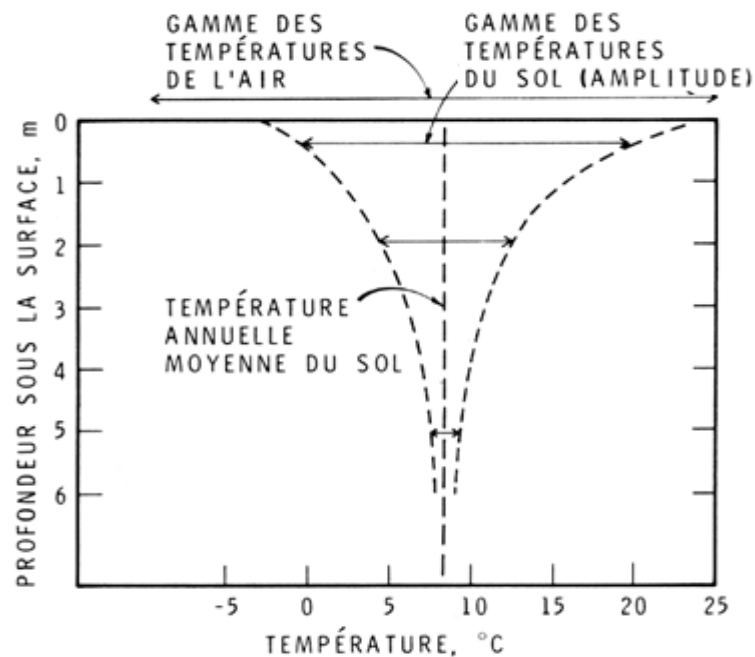


Figure 1.4. Exemple de la relation entre la profondeur et les températures annuelles du sol - (exemple) [5]

La température de la surface du sol demeure presque en phase avec celle de l'air. Toutefois, les valeurs maximale ou minimale des couches sous la surface sont atteintes plus tard qu'en surface, le retard augmentant linéairement selon la profondeur, comme l'indique le cosinus de l'équation [I.2]. La figure 1.5 représente ce comportement. A une profondeur de 5 à 6 m, la température maximale du sol est atteinte environ 6 mois après la température maximale moyenne de la surface qui a lieu en été.

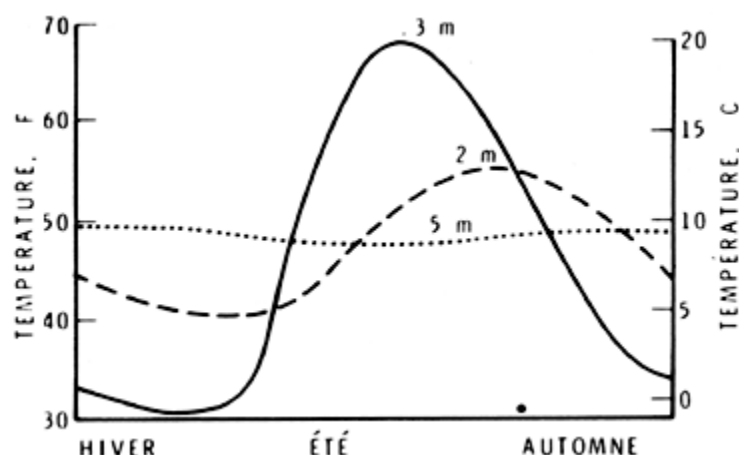


Figure I.5. Variation annuelle des températures du sol - (exemple) [5]

La température du sol subit un cycle quotidien et un cycle associé aux variations météorologiques en plus d'un cycle annuel. Ces variations se limitent aux couches près de la surface, les cycles quotidiens se faisant sentir à une profondeur de pénétration d'environ 0.5 m sous la surface et les cycles météorologiques, d'environ 1 m. Les variations quotidiennes constituent un aspect intéressant en ce qui a trait aux problèmes de construction, mais elles sont encore plus utiles pour les agriculteurs. Elles ont d'ailleurs fait l'objet d'études très poussées.

1.12. Calcul et variation de la température du sol : [4] [7]

L'analyse de Fourier peut être utilisée pour le calcul des températures du sol dans les cas où la variation de température en surface ne peut être bien exprimée par l'équation [I.3]. Si les propriétés thermiques du sol varient avec le temps, cette méthode peut ne pas être assez précise ou pratique, particulièrement si le gel de l'eau est notable lors de la période de pénétration du gel dans le sol. Des programmes de calcul de la température du sol par ordinateur ont donc été prévus pour les cas les plus complexes. Les méthodes de simulation par ordinateur peuvent être très efficaces pour l'étude de problèmes complexes, par exemple ceux qui portent sur les sols stratifiés, les sous-sols chauffés, les patinoires artificielles, les couches de neige, etc. Dans la plupart des cas cependant, il n'est pas nécessaire d'utiliser une méthode aussi détaillée, et de simples méthodes graphiques peuvent suffire. Si les températures du sol sont déjà connues, on peut utiliser l'équation [I.3] pour déterminer la température moyenne annuelle du sol et la diffusivité thermique.

Presque tous les changements autres que ceux naturels apportés au terrain, modifient les températures du sol en surface et en profondeur, bien que dans la plupart des cas ces modifications

ne soient pas effectuées uniquement dans le but de changer le régime thermique du sol. Il peut toutefois être souhaitable de modifier délibérément la température du sol dans certaines situations, par exemple pour augmenter la capacité thermique du sol en vue de l'utilisation de la chaleur solaire ou de modifier des propriétés thermiques du sol pour réduire les pertes thermiques dans les sous-sols des habitations. Il ne faut pas oublier que ces températures ne peuvent être limitées que dans une certaine mesure car l'homme ne maîtrise pas le climat qui est responsable des différences régionales. Les températures du sol peuvent généralement être modifiées en changeant soit les conditions de la surface du sol soit les propriétés thermiques de ce dernier. Une couche isolante en surface ou à proximité de celle-ci permet de modifier la condition de la surface, d'où l'utilisation d'isolant sous les chaussées en vue de réduire l'effet du gel. L'augmentation de l'épaisseur de la couche de neige au moyen de clôtures à neige constitue aussi une autre application de ce principe. La meilleure méthode pour modifier la capacité thermique du sol consiste à modifier sa teneur en eau, par exemple en l'inondant. Diverses méthodes de modification des températures du sol ont été mises en application avec succès en agriculture mais leur utilisation ne s'est toutefois pas étendue au domaine de la construction.

1.13. Modification de la température du sol : [8]

Presque tous les changements autres que les changements naturels apportés au terrain modifient les températures du sol en surface et en profondeur, bien que dans la plupart des cas ces modifications ne soient pas effectuées uniquement dans le but de changer le régime thermique du sol. Il peut toutefois être souhaitable de modifier délibérément la température du sol dans certaines situations, par exemple pour augmenter la capacité thermique du sol en vue de l'utilisation de la chaleur solaire ou modifier des propriétés thermiques du sol pour réduire les pertes thermiques dans les sous-sols des habitations. Il ne faut pas oublier que ces températures ne peuvent être limitées que dans une certaine mesure car l'homme ne maîtrise pas le climat qui est responsable des différences régionales.

Les températures du sol peuvent généralement être modifiées en changeant soit les conditions de la surface du sol, soit les propriétés thermiques du sol. Une couche isolante en surface ou à proximité de celle-ci permet de modifier la condition de la surface, d'où l'utilisation d'isolant sous les chaussées en vue de réduire l'effet du gel. L'augmentation de l'épaisseur de la couche de neige au moyen de clôtures à neige constitue aussi une autre application de ce principe. La meilleure méthode pour modifier la capacité thermique du sol consiste à modifier sa teneur en

eau, par exemple en l'inondant. Diverses méthodes de modification des températures du sol ont été mises en application avec succès en agriculture mais leur utilisation ne s'est toutefois pas étendue au domaine de la construction.

1.14. Intégration spatiale des propriétés : [2]

Les propriétés que nous venons de rappeler s'appliquent de façon générale à une échelle macroscopique, l'échelle à laquelle on veut appliquer la théorie de l'écoulement et du transport. Or, les équations servant de base à ces théories sont des équations à l'échelle microscopique appliquées au fluide considéré comme un continuum. Il est donc nécessaire d'effectuer un changement d'échelle en moyennant ces équations sur des volumes suffisamment grands pour pouvoir considérer un milieu continu. Deux approches sont pour cela possible : l'une, déterministe, fait intervenir la notion de Volume Élémentaire Représentatif (VER) et l'autre, statistique, est établie par l'intermédiaire des Fonctions Aléatoires (FA).

1.15. Volume élémentaire représentatif : [2]

Le concept du volume élémentaire représentatif V.E.R, introduit par Bear (1972), correspond à un volume assez grand pour contenir un nombre de pores suffisamment important ce qui est nécessaire à une analyse statistique de ceux-ci. Cependant, ce volume doit aussi être suffisamment petit, relativement à l'étendue du domaine étudié, pour que les variations des paramètres de ce V.E.R restent du second ordre lorsque celui-ci subit un déplacement élémentaire.

Le milieu poreux est alors assimilé à un milieu continu fictif équivalent où les différentes phases (solide, liquide et gaz), occupant tout l'espace géométrique se superposent et sont caractérisées par des champs continus de variables qui représentent une valeur moyenne sur un V.E.R. Les paramètres de transfert définis à partir de grandeurs macroscopiques (par exemple la Température), sont par conséquent aussi des paramètres macroscopiques.

Il faut se placer à l'échelle macroscopique pour pouvoir considérer le milieu poreux comme un milieu continu.

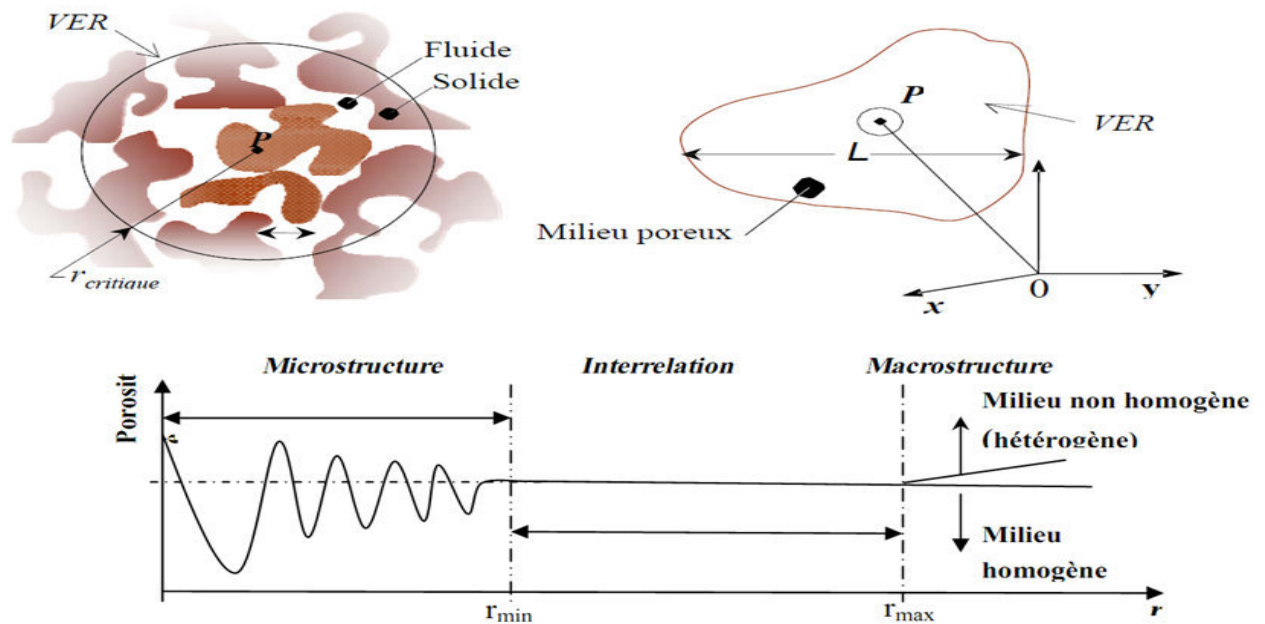


Figure 1.6. Illustration de la notion d'élément de volume représentatif d'un milieu poreux. [2]

Dans la suite, les symboles m et V font référence à une masse (kg) et à un volume (m^3). Les indices $()_w$, $()_s$, $()_g$ désignent respectivement des quantités relatives à la phase liquide, solide, gazeuse et à l'ensemble des 3 phases. Les variables sont définies à l'échelle du V.E.R.

1.16. Variables descriptives fondamentales : [9]

Nous allons discuter des matériaux géologiques poreux en résumant les paramètres qui permettent la description quantitative de cette propriété et en faisant le lien entre ces paramètres à la fois pour des matériaux saturés en eau et non saturés (dont les pores contiennent de l'air et de l'eau). Nous référons le lecteur à des textes standard d'hydrogéologie pour une discussion géologique de l'origine et de la morphologie de la porosité qui peut être présente dans différents matériaux géologiques (dépôts meubles ou roches).

Nous allons donner les relations définissant les paramètres qui caractérisent la présence de pores et de fluides dans les milieux poreux: la porosité ϵ , la saturation ϕ , la teneur en fluide χ . La figure 1.7 résume les relations de ces paramètres avec le volume total V_T et les volumes des solides V_S , des vides V_V et des fluides (air, V_A ; eau V_w) dans un milieu partiellement saturé.

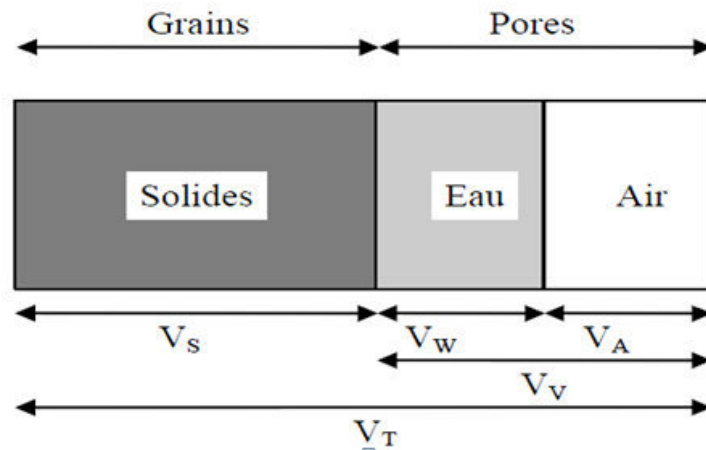


Figure 1.7. Représentations schématisées des volumes dans un matériel

Partiellement saturé. [9]

Le volume total V_T d'un matériel poreux est constitué de la somme du volume des solides V_S et du volume des pores (ou vides) V_V présents dans le volume total de matériel:

$$V_T = V_V + V_S \quad [I.4]$$

1.16.1. Notion de porosité : [9]

Lorsque le volume total considéré est unitaire, la somme ci-dessus est égale à 1. La porosité ϵ est définie comme étant le rapport du volume des pores (ou vides) V_V d'un matériel sur son volume total V_T :

La porosité d'un matériau caractérise l'importance des vides (pores) qu'il contient. Elle représente donc la fraction volumique de vide c'est à dire le rapport entre le volume de l'espace poreux précédemment défini V_{pores} et le volume total du milieu poreux V_{total} :

$$\epsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} = \frac{V_V}{V_T} \quad [I.5]$$

Les pores forment des réseaux de vides plus ou moins complexes ayant une influence directe sur les phénomènes hydriques et thermiques. On distingue deux types de pores : les pores connectés ou interconnectés, reliés entre eux par des canaux qui permettent le transfert de fluide et les pores isolés, connectés à aucun autre pore.

Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unités et elle est

souvent exprimée en pourcentage. Un autre paramètre caractérisant la proportion de pores dans un matériel est l'indice des vides e' qui est défini par le rapport du volume des vides V_V sur celui des solides V_S :

$$e' = \frac{V_V}{V_S} \quad [I.6]$$

Ce paramètre est d'usage courant en géotechnique car il a l'avantage d'utiliser un volume de référence (celui des solides) qui demeure constant contrairement au volume total qui peut varier considérablement dans des matériaux fortement compressibles tels que les silts et argiles.

Le lien entre la porosité et l'indice des vides est exprimé par:

$$\epsilon = \frac{e'}{e'+1} \quad [I.7]$$

La porosité d'un matériel est reliée à sa densité globale ("bulk") ρ_b (kg/m^3). Cette propriété représente la masse totale du matériel sur le volume total (avec eau, air et solides):

$$\rho_b = \frac{\text{masse totale}}{\text{volume total}} \quad [I.8]$$

Mentionnons qu'il faut distinguer la densité globale de celle du fluide définie précédemment (généralement la densité de l'eau et de celle des solides constituant les grains du matériel poreux définie comme étant le rapport de la masse de solide sur le volume uniquement de solide :

$$\rho_s = \frac{\text{masse de solides}}{\text{volume de solides}} \quad [I.9]$$

La densité des solides pour des minéraux courants est de 2650 kg/m^3 pour le quartz, de 2710 kg/m^3 pour le calcaire, et de 2680 kg/m^3 comme valeur couramment utilisée pour des matériaux meubles contenant des minéraux divers. Nous allons dériver les relations entre la densité et la porosité pour différentes conditions de saturation d'un matériel poreux.

1.16.2. La tortuosité : [9]

La description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de connectivité, correspondant à la complexité du chemin continu à travers l'espace des pores. Il faut aussi tenir compte des "bras morts", qui sont nombreux dans les milieux peu poreux et très hétérogènes. Pour décrire ces différents aspects, on introduit un paramètre τ appelé tortuosité, que l'on définit de la manière suivante :

$$\tau = \left(\frac{L_e}{L} \right)^2 \quad [I.10]$$

Où L_e est la longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant un échantillon de longueur L d'un milieu poreux modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires ou ondulés. Ce rapport joue un rôle important dans les problèmes de diffusion.

1.16.3. Saturation : [9]

La saturation d'une phase k est définie comme étant le rapport entre le volume de la phase fluide, notée V_k et le volume des pores connectés :

$$\phi_k = \frac{V_k}{V_{pores}} \quad 0 \leq \phi_k \leq 1 \quad \sum_k \phi_k = 1 \quad [\text{I.11}]$$

1.16.3.1. Matériel saturé en eau : [9]

Dérivons d'abord le lien entre la porosité et la densité globale pour un matériel saturé en eau. Dans ce cas, la masse totale M_{totale} présente dans le volume considéré dépendra de la proportion du volume total occupée par les pores saturés en eau et les solides:

$$M_{totale} = V_s \rho_s + V_w \rho_w \quad [\text{I.12}]$$

Si on considère un volume total unitaire, on peut substituer $1 - V_v$ pour V_s . Après avoir divisé par le volume total, on obtient une expression reliant la densité globale à la porosité et à la densité des solides et de l'eau:

$$\rho_b = (1 - \epsilon) \rho_s + \epsilon \rho_w \quad [\text{I.13}]$$

Cette expression est utile puisqu'elle permet de déterminer la porosité à partir d'une mesure de la densité globale pour un matériel saturé en eau (si la densité des solides est connue):

$$\epsilon = \frac{\rho_s - \rho_b}{\rho_s - \rho_w} \quad [\text{I.14}]$$

1.16.3.2. Matériel sec : [9]

Dans le cas d'un matériel sec, les pores sont occupés par de l'air dont la masse est négligeable. Dans ce cas, les relations [I.13] et [I.14] sont réduites à:

$$\rho_{b\ sec} = (1 - \epsilon) \rho_s \quad \text{et} \quad \epsilon = 1 - \frac{\rho_{b\ sec}}{\rho_s} \quad [\text{I.15}]$$

1.16.3.3.. Matériel partiellement saturé : [9]

Puisque le volume total des pores est égal à la somme du volume d'eau et du volume d'air contenu dans les pores, la somme de la saturation en eau et en air sera égale à 1:

$$\phi_A + \phi_W = 1 \quad \text{Ou} \quad V_A + V_W = V_V \quad [I.16]$$

Avec la définition de la saturation en eau, nous pouvons modifier la relation [I.13] pour tenir compte de la saturation partielle en eau et dériver une relation entre la densité globale, la porosité et la saturation en eau (en négligeant encore une fois la masse d'air):

$$\rho_b = (1 - \varepsilon) \rho_s + \varepsilon \rho_w \phi_W \quad [I.17]$$

1.16.4. La teneur en eau : [9]

On distingue la teneur en eau massique w , définie comme le rapport entre la masse d'eau et la masse de solide contenues dans le V.E.R.

$$w = \frac{m_w}{m_s} \quad [I.18]$$

Cette propriété est pratique à déterminer dans des échantillons remaniés dont le volume initial (donc la densité et la porosité) n'est pas connu. Pour un matériel partiellement saturé en eau, la teneur en eau massique est reliée à la porosité du matériel par:

$$w = \frac{\varepsilon \rho_w \phi_W}{(1 - \varepsilon) \rho_s} \quad [I.19]$$

Un paramètre intermédiaire entre la porosité et la saturation en eau est la teneur en eau volumétrique χ qui est définie comme le volume d'eau sur le volume total du matériel:

$$\chi = \frac{V_w}{V_t} \quad [I.20]$$

La teneur en eau volumétrique est égale au produit de la saturation et de la porosité:

$$\chi = \phi_w \varepsilon \quad [I.21]$$

Lorsque le matériel est saturé en eau, la teneur en eau volumétrique est donc égale à la porosité.

1.16.4. Saturation en fonction de la teneur en eau : [9]

Ces deux dernières propriétés, w et χ , sont nommées de façon courante simplement "teneur en eau" sans spécifier s'il s'agit de valeur sur une base de masse ou de volume. Les symboles utilisés pour ces propriétés sont aussi quelque peu variables. Il faut donc s'assurer de leur signification avant de les utiliser. La teneur en eau massique w est utilisée plus souvent en géotechnique tandis que la teneur en eau volumétrique θ est employée en

science du sol. Ces deux propriétés sont liées par la relation suivante:

$$w = \frac{\rho_w}{(1-\epsilon) \rho_s} \chi \quad [I.22]$$

Sol	Diamètre (mm)	Porosité	Porosité effective	Teneur en eau	Masse volumique sèche ρ_d	Masse Volumique humide ρ_d'	Perméabilité (m^2)
Sable homogène	0,250- 0,005	46 – 34	30	32 - 19	1430 - 1750	1890 – 2090	10^{-14}
limon		40 – 35	25	25 – 16	1590 - 1860	2160 - 1770	10^{-16}
Argile	0,0002	55 – 37	15	45 – 22	1600-1940	1770 – 2070	10^{-19}

Tableau 1.2. Quelques caractéristiques de sédiments meubles, d'après l'U.S. Geological Survey. [9]

1.17. Les différentes échelles d'observation : [2]

Le milieu poreux, ainsi que divers phénomènes tels que les écoulements de fluides et le transport de polluant, peuvent être observés à plusieurs échelles :

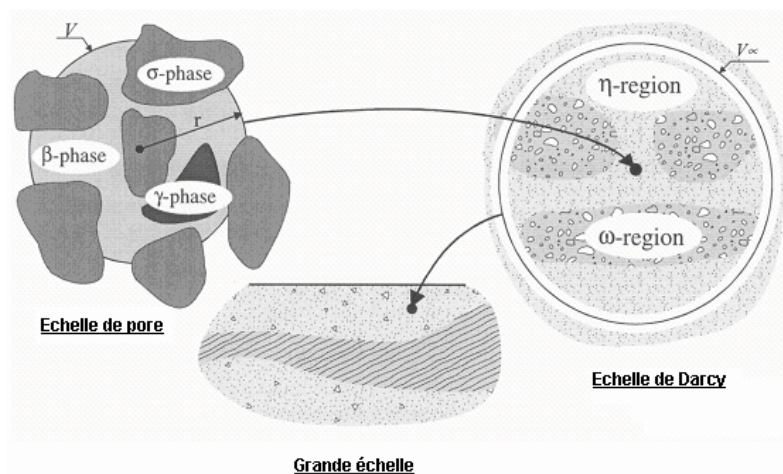


Figure 1.8. Les différentes échelles d'observation. [2]

➤ L'échelle du pore dite microscopique :

À cette échelle, les grandeurs caractéristiques sont celles du diamètre moyen du pore dans le cas d'un milieu consolidé et celles du diamètre du grain dans un milieu non consolidé. A titre d'exemple, le comportement mécanique des fluides newtoniens à cette échelle est décrit par les équations de Navier-Stokes.

➤ **L'échelle locale dite macroscopique:**

Elle décrit les phénomènes pour des éléments de volume suffisamment grands par rapport au volume moyen du pore (ou des grains). L'échelle de Darcy est basée sur l'existence d'un Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R) qui permet la définition de quantités macroscopiques comme la moyenne sur ce V.E.R de la même quantité prise à l'échelle microscopique. La taille de ce V.E.R doit être suffisamment grande pour que les hétérogénéités présentes à l'échelle microscopique ne soient plus apparentes à l'échelle macroscopique. La description des phénomènes est faite en terme de milieu continu équivalent et les paramètres observés sont des valeurs moyennes.

➤ **L'échelle globale dite grande échelle :**

C'est l'échelle considérant des mécanismes décrits pour des distances métriques ou kilométriques.

Le passage d'une échelle à l'autre se fait à l'aide de différentes méthodes de changement d'échelle. Outre la méthode d'homogénéisation, on peut citer la prise de moyenne volumique en particulier utilisée pour prévoir les propriétés macroscopiques du transport à partir d'informations sur la microstructure du milieu. Dans cette étude, l'échelle d'observation est l'échelle de Darcy. Les notions de saturation et de porosité sont définies à cette même échelle.

1.18. La loi de Darcy et la conductivité hydraulique : [9]

La figure I.9 montre le type de montage utilisé par Henri Darcy en 1856 pour évaluer la capacité d'écoulement à travers des filtres de sable. Le débit Q (volume/temps) à la sortie du montage est observé pour différentes conditions. Il est possible de modifier la différence de charge $h_1 - h_2$ (longueur) en changeant l'élévation relative des réservoirs d'eau à l'entrée et à la sortie de la colonne de sable.

La valeur de la charge est déterminée par l'élévation du niveau d'eau relativement à une référence d'élévation arbitraire. Différentes colonnes avec des sections d'écoulement S (surface) ou des longueurs L (longueur) sont aussi utilisées.

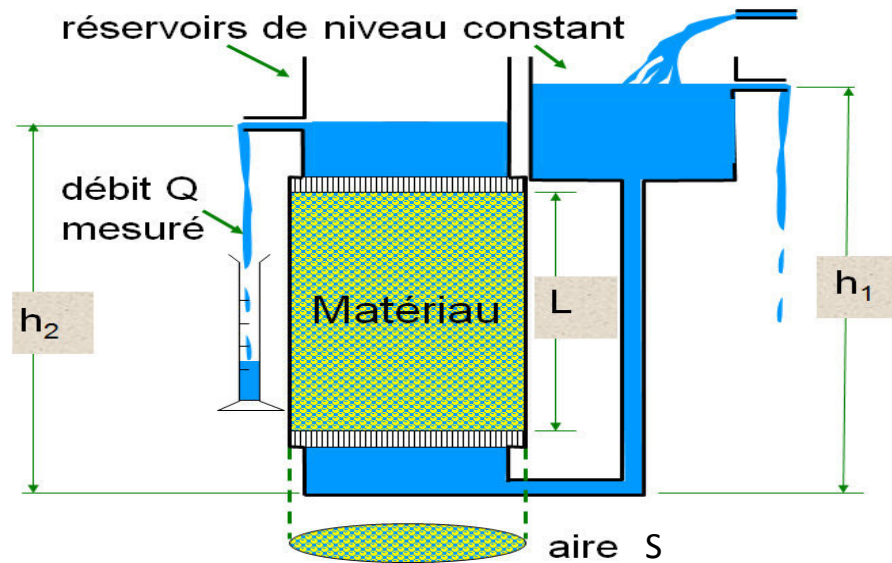


Figure 1.9. Montage expérimental de Darcy. [9]

La figure 1.10 montre les relations observées pour des essais à des conditions différentes:

- a) le débit est proportionnel à la section d'écoulement S : $Q \propto S$
- b) le débit est proportionnel à la différence de charge hydraulique $(h_1 - h_2)$: $Q \propto (h_1 - h_2)$
- c) le débit est inversement proportionnel à la longueur de la colonne L : $Q \propto 1/L$

De ces relations, on obtient l'équation suivante avec un coefficient de proportionnalité K :

$$Q = K \frac{S (h_1 - h_2)}{L} \quad [I.23]$$

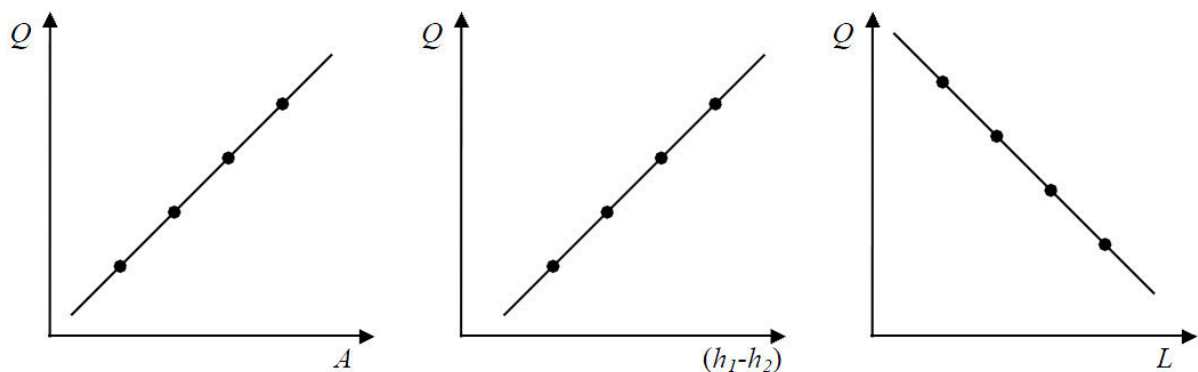


Figure 1.10. Relations entre le débit et les paramètres du montage. [9]

La relation [I.23] est appelée formule de Darcy ou loi de Darcy. Le coefficient de proportionnalité K est appelé conductivité hydraulique. Le coefficient de proportionnalité doit avoir des unités de m/s [longueur / temps]:

L'expression utilisée pour la loi de Darcy peut être généralisée. D'abord, on peut l'exprimer de façon à ce qu'elle soit indépendante de la section d'écoulement en remplaçant le débit Q (m^3/s) et la section d'écoulement S (m^2) par le flux q (m/s), le débit par unité de surface:

$$q = \frac{Q}{S} \quad [\text{I.24}]$$

Le flux est aussi appelé *débit spécifique* ou *vitesse de Darcy*. L'usage de cette dernière expression est à proscrire puisque même si le flux possède des unités de vitesse, il représente un débit et non la vitesse d'écoulement dont nous discuterons plus loin. D'autres symboles sont couramment utilisés pour le flux tels que J , U ou même v . Dans ce dernier cas, souvent rencontré en génie pétrolier, il ne faut surtout pas confondre le flux avec la vitesse. Une autre généralisation peut être faite en substituant le gradient hydraulique i défini dans la section précédente pour la perte de charge $h_1 - h_2$ (m) observée sur la longueur L (m) de la colonne. Le gradient est négatif si on utilise comme convention que la direction d'écoulement l est positive:

$$i = \frac{h_2 - h_1}{L} = \frac{dh}{dl} = \text{grad}h \quad [\text{I.25}]$$

En substituant les relations [I.24] et [I.25] dans la formule de Darcy [I.23], on obtient une expression plus générale de la loi de Darcy:

$$q = -K i \quad [\text{I.26}]$$

Le signe négatif dans [I.26] indique que le flux est positif dans la direction d'écoulement. Ainsi exprimée, la signification de la loi de Darcy se résume aux faits que :

- Le flux est proportionnel au gradient hydraulique
- Et que l'écoulement se fait dans la direction de charge hydraulique décroissante.

Quelle est la signification physique du coefficient de proportionnalité dans la loi de Darcy appelé conductivité hydraulique K (ou coefficient de perméabilité de Darcy ou coefficient de perméabilité) ? En fait, tel qu'illustré à la figure 1.11, K n'est à l'origine qu'un coefficient arbitraire représentant la pente de la relation linéaire entre le flux et le gradient hydraulique. En effectuant l'expérience de Darcy avec des matériaux granulaires de granulométrie différente, on constate que les matériaux grossiers sont marqués par une pente plus grande que les matériaux plus fins, donc leur "conductivité hydraulique" est supérieure.

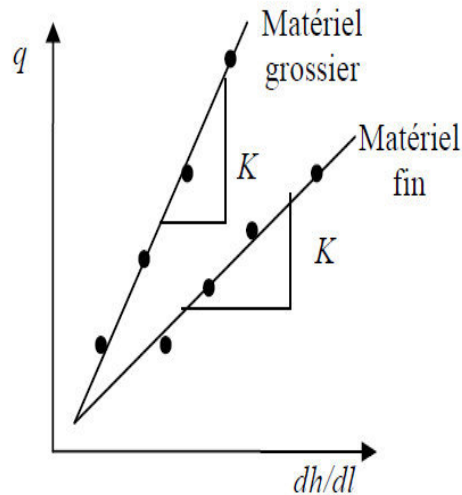


Figure 1.11. La conductivité hydraulique K en tant que pente de la relation entre le flux q et le gradient hydraulique i . [9]

Il est plus pratique de définir une autre propriété ne dépendant que des propriétés du milieu poreux pour caractériser sa capacité à permettre l'écoulement des fluides. Cette propriété est la perméabilité k (m^2), aussi appelée perméabilité intrinsèque ou coefficient de perméabilité intrinsèque définie théoriquement par :

$$K = (N d^2) \frac{\rho g}{\mu} \quad [I.27]$$

Cette dernière relation permet de tenir compte de la variation de la viscosité ou de la densité, par exemple sous l'effet de la température ou de la salinité pour l'eau. Aussi, on peut ainsi déterminer la valeur qu'aurait la conductivité hydraulique dans un matériel lors de l'écoulement d'un fluide dont les propriétés sont différentes de celles de l'eau (gaz, hydrocarbure, solution de polymères, ...). Cependant, il est plus pratique de définir une autre propriété ne dépendant que des propriétés du milieu poreux pour caractériser sa capacité à permettre l'écoulement des fluides. Cette propriété est la perméabilité k (m^2), aussi appelée perméabilité intrinsèque ou coefficient de perméabilité intrinsèque définie théoriquement par:

Le lien entre la conductivité hydraulique et la perméabilité intrinsèque est exprimé par:

$$K = k \frac{\rho g}{\mu} \quad [I.28]$$

À partir de cette définition, on peut obtenir la loi de Darcy généralisée décrivant l'écoulement dans les milieux poreux en fonction des propriétés du milieu poreux et du fluide.

En une dimension, cette loi s'exprime par:

$$q = -k \frac{\rho g}{\mu} \quad [I.29]$$

Conclusion :

Bien que l'étude des transferts de chaleur en milieu poreux soit encore en pleine évolution, l'ingénieur dispose, dès à présent, d'un ensemble de connaissances (résultats et modèles) permettant des prédictions satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes.

Il s'agit principalement des connaissances acquises sur les transferts conductifs et convectifs incluant éventuellement certains phénomènes de changement de phase dans les milieux poreux homogènes.

Le transfert radiatif a été comparativement moins étudié, en dépit des développements récents, offrant quelques perspectives raisonnables de modélisation. Aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental, l'exploitation de ces connaissances se heurte cependant encore, non seulement aux difficultés de détermination des propriétés de transfert effectives et des coefficients optiques, mais également aux difficultés associées à la mesure locale d'un grand nombre de variables d'état.



CHAPITRE II

Les Méthodes De Mesure Des Propriétés Thermophysiques

Introduction :

Les mesures de propriétés thermiques des matériaux sont un domaine d'activité scientifique en évolution permanente. Les raisons sont multiples et essentiellement liées aux domaines d'applications : spatial, aéronautique, micro et nano électronique, matériaux composites, thermomécanique.... Les techniques expérimentales se sont adaptées au fil du temps afin de générer des sollicitations transitoires ultra courtes (de la picoseconde à la seconde) ou bien de couvrir un domaine de caractérisation thermique étendu (de quelques Kelvins à plusieurs milliers de Kelvin). D'autre part, les applications mettent de plus en plus en jeu des phénomènes physiques couplés (mécanique - thermique, électrique – thermique, chimique – thermique) qui doivent être pris en compte dans la modélisation des transferts. L'objectif de cette journée est de présenter quelques exemples d'application mettant en jeu des dispositifs expérimentaux innovants associés à des modèles théoriques adaptés aux échelles de temps et d'espace.

Les caractéristiques thermophysiques des matériaux représentent la faculté qu'a la chaleur de se propager dans un corps ou d'y être stockée. Pour introduire les caractéristiques thermophysiques internes des matériaux, nous allons rappeler quelques notions de base sur la propagation de la chaleur dans les solides et nous exposerons ensuite quelques méthodologies de mesure qui permettent d'obtenir les coefficients.

Les grandeurs thermophysiques que nous allons examiner pour les matériaux poreux de terre stabilisées étudiées sont :

- La conductivité thermique
- La diffusivité thermique
- La chaleur massique

- **La conductivité thermique :**

La conductivité thermique est la grandeur qui caractérise la diffusion de la chaleur dans les milieux sans mouvement macroscopique de matière. La diffusion de la chaleur s'effectue des parties chaudes vers les parties froides.

La conductivité thermique est l'une des propriétés thermophysiques la plus recherchée pour les matériaux de construction. En régime permanent, dans le cas le plus simple de l'écoulement unidimensionnel de chaleur à travers un mur homogène d'épaisseur et de températures uniformes T_1 et T_2 , ce flux de chaleur Φ en W s'exprime sous la forme :

$$\Phi = \frac{\lambda S}{e} (T_1 - T_2) \quad \text{[II.1]}$$

Où S est l'aire des faces latérales en m^2 .

La conductivité thermique mesure donc la faculté qu'a la chaleur de traverser plus ou moins aisément un corps en régime permanent. Elle dépend de la nature du corps et de sa température. Le processus de transfert de l'énergie thermique est un phénomène statistique.

En réalité, l'énergie n'entre pas simplement par un bout pour atteindre l'autre bout en suivant une ligne droite, mais l'énergie diffuse dans l'échantillon en se transmettant par des collisions successives. C'est la nature statistique du processus qui introduit le gradient thermique et un libre parcours moyen dans l'expression du flux de chaleur. Dans le cas de l'isolation thermique, il s'agit de minimiser ce transfert.

- **Diffusivité thermique :**

Lorsque la température du milieu est fonction du temps et que la conductivité dépend de la température et des coordonnées spatiales, l'équation de Fourier s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}) \quad [\text{II.2}]$$

Lorsque les paramètres thermiques sont indépendants de la température, la relation ci-dessus devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \Delta T \quad \text{Avec, } \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad [\text{II.3}]$$

Cette relation fait apparaître le rapport $\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ qui représente la diffusivité thermique du milieu. On peut donc écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \Delta T \quad [\text{II.4}]$$

La diffusivité thermique, lorsqu'elle est définie est donc liée à la conductivité thermique, à la chaleur massique et à la masse volumique. Elle caractérise la vitesse de propagation d'une onde dans un corps et intéresse tous les problèmes d'inertie thermique des matériaux.

- **Chaleur massique :**

L'équation calorimétrique classique : $\Phi = m C_p (T_1 - T_2)$ montre que la quantité de chaleur absorbée par un corps de masse m quand sa température augmente de T_1 à T_2 est proportionnelle à la chaleur massique C_p du solide considéré. Pratiquement, la chaleur massique C_p d'un corps correspond à la quantité de chaleur dont il a besoin pour que la température d'une unité de sa masse s'élève d'un degré. Ceci met en évidence l'importance de la chaleur massique pour tous les calculs de stockage de chaleur ou de transport de chaleur. D'autre part, la chaleur massique intervenant dans la diffusivité thermique α , sa mesure est souvent nécessaire.

2.1. Les principales méthodes de mesure des propriétés thermophysiques : [10]

La conductivité thermique λ , la chaleur spécifique C_p , l'effusivité thermique E et la diffusivité thermique α sont des paramètres thermophysiques importants dans l'étude des transferts de chaleur dans les matériaux ; c'est ainsi qu'ils sont essentiels au niveau des procédés de séchage, de chauffage, de refroidissement et en thermique du bâtiment.

Ces paramètres peuvent être mesurés par diverses méthodes, mais la connaissance de deux quelconques d'entre eux entraîne la détermination des autres à l'aide des relations :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad \text{et} \quad E = \sqrt{\rho C_p \lambda} \quad [\text{II.5}]$$

La mesure de la conductivité thermique est d'une grande importance quand on désire étudier les échanges de chaleur dans un système. Un grand nombre de méthodes ont été déjà utilisées pour déterminer la conductivité thermique de différents matériaux. Quelques-unes d'entre elles développent des théories basées sur les équations de conduction de la chaleur.

Les méthodes de mesure de la conductivité thermique peuvent être classées en deux grandes catégories : les méthodes à état stable et les méthodes à état transitoires.

2.1.1. Les méthodes en régime permanent :

Ces méthodes nécessitent un long temps de manipulation et la variation de l'humidité au cours du temps entraîne ainsi des résultats entachés d'erreurs. Cependant parmi celles-ci, la méthode de Lee donne des résultats satisfaisants, mais elle exige plus de temps surtout pour des matériaux à faible conductivité thermique.

Les mesures statiques supposent l'utilisation des équations de Fourier dans l'état stationnaire. Il est nécessaire de déterminer la densité de flux de chaleur et le gradient de température le long de la normale à l'échantillon. Le régime permanent permet d'obtenir des mesures d'une grande précision mais le temps qu'il faut pour atteindre l'équilibre peut constituer un long processus si la conductivité est très faible.

2.1.1.1. Méthode de la plaque chaude gardée :

Le principe du montage expérimental consiste à maintenir une différence de température ΔT entre deux plaques, A' et B' , planes, parallèles et portées respectivement aux températures constantes $T_{A'}$ et $T_{B'}$. Un échantillon du matériau à étudier, solide faiblement conducteur, est placé entre les deux plaques (figure 2.1). La méthode de la plaque chaude gardée a été développée pour la mesure de faibles conductivités thermiques.

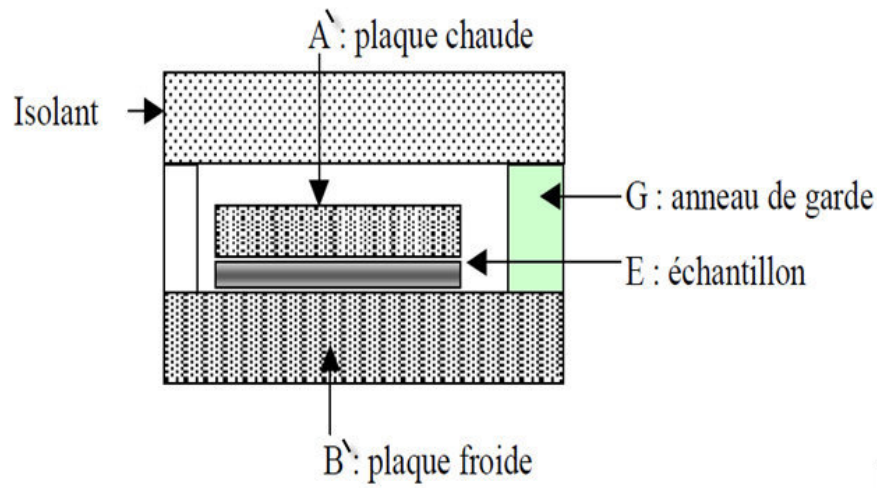


Figure 2.1. Schéma de principe de mesure de la conductivité thermique par la méthode de la plaque chaude gardée. [4]

Soit e l'épaisseur de l'échantillon et ϕ le flux thermique en régime stationnaire par unité de surface, transféré d'une plaque à l'autre. La conductivité thermique λ du matériau est donnée par :

$$\lambda = \frac{\phi e}{\Delta T} \quad \text{Avec,} \quad \Delta T = T_{A'} - T_{B'} \quad [\text{II.5}]$$

La résistance thermique est d'autant plus élevée que la conductivité λ est petite.

Afin d'éviter les phénomènes de bord, la plaque A' est entourée d'un anneau porté à la même température $T_{A'}$. L'intervalle qui sépare l'anneau de garde de la plaque A' est suffisamment petit pour éviter une perturbation trop importante du flux thermique sur les bords de la plaque. La précision de la mesure dépendra de celles des quantités figurant dans l'équation [II.5] ainsi que des corrections à apporter à cette relation qui néglige plusieurs phénomènes thermiques. Pour les matériaux nécessitant des échantillons représentatifs de surface relativement importante, tels que les isolants utilisés dans le bâtiment, cette technique est le plus souvent utilisée.

La conductivité thermique des matériaux sous forme de plaques peut être mesurée par la méthode fluxmétrique, dite secondaire ou relative, ou par la méthode absolue, autrement appelée « Méthode de la plaque chaude gardée », dont le principe est défini par les normes ISO 8301 et 8302. Cette méthode permet d'obtenir la précision maximale de mesure de la conductivité thermique ($\pm 1\%$), mais nécessite un temps de mesure de 1 à 3 jours par essai et le montage technique est délicat.

Le principe de la méthode du flux radial est celui de la plaque chaude gardée mais il est utilisé pour la mesure de la conductivité de matériaux granulaires ou pulvérulents. Le matériau est placé entre deux cylindres, à bases circulaires, concentriques de rayons r_1 et r_2 et de hauteur h .

Le flux de chaleur est créé par effet Joule dans le cylindre intérieur ; le cylindre extérieur est refroidi par une circulation d'eau. En régime permanent on a :

$$\lambda = \frac{\varphi}{2\pi \Delta T} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad [\text{II.6}]$$

ΔT : différence de température entre les deux faces.

Comme pour la méthode précédente, le temps d'expérimentation est long et le montage technique délicat.

La méthode fluxmétrique permet des temps de mesure beaucoup plus court (15 minutes à deux heures) pour une précision allant de $\pm 3\%$ à $\pm 5\%$ selon les performances des appareils présents sur le marché.

2.1.1.2. Méthode des boîtes : [11]

Le principe de cette méthode, mise au point par le Laboratoire d'Etudes Thermiques et Solaires de l'Université Claude Bernard de Lyon, est schématisé sur la figure 2.2.

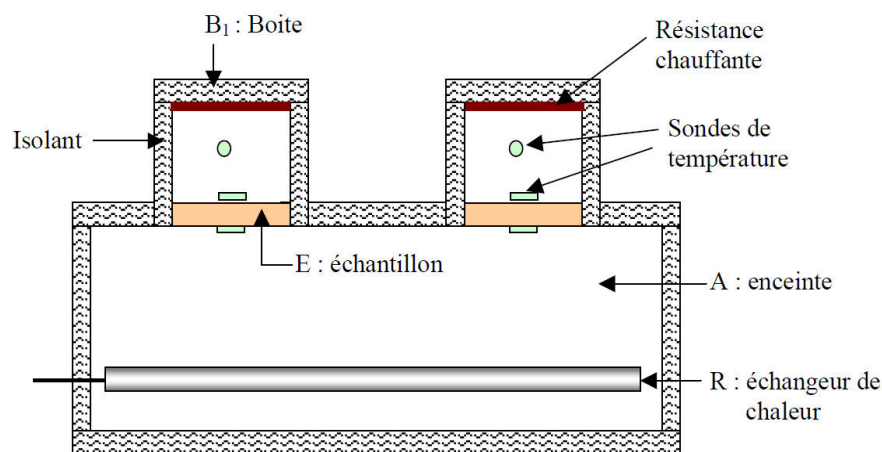


Figure 2.2. Coupe du dispositif "des boîtes". [5]

- Le volume A est maintenu à une température plus basse que les deux boîtes grâce à un échangeur basse température R relié à un cryostat. Les plaques chauffantes C situées dans les boîtes créent un gradient de température à travers l'échantillon E.
- En régime permanent, les mesures du flux de chaleur émis par Les plaques chauffantes C et des températures sur les faces supérieure et inférieure de l'échantillon E permettent de calculer les caractéristiques thermiques de l'échantillon.

Le système de chauffage est maintenu pendant une certaine durée. On observe l'évolution des températures T_C et T_F des faces chaude et froide de l'échantillon. Lorsque ces températures se stabilisent (variation de l'ordre du 1/10 de degré en une heure) on considère que l'on a atteint le régime permanent. Ceci intervient généralement 4 à 7 heures après le montage de

l'échantillon, si le système de refroidissement n'a pas été arrêté après l'essai précédent. A ce moment, le bilan énergétique du "local boîte" permet de considérer les trois flux suivants :

- l'effet Joule produit par l'élément chauffant C :

$$\Phi_j = \frac{v^2}{R} \quad [\text{II.7}]$$

- les déperditions thermiques à travers la boîte B :

$$\Phi_d = C_1(T_B - T_{atm}) \quad [\text{II.8}]$$

- et le flux conductif à travers l'échantillon :

$$\Phi_c = \frac{\lambda S}{e}(T_C - T_F) \quad [\text{II.9}]$$

Le flux Φ_j compensant les déperditions Φ_d et la conduction Φ_c ($\Phi_j = \Phi_d + \Phi_c$), les équations ([II.7]), ([II.8]) et ([II.9]) conduisent à la conductivité thermique sous la forme :

$$\lambda = \frac{e}{S(T_C - T_F)} \left[\frac{v^2}{R} - C_1(T_B - T_{atm}) \right] \quad [\text{II.10}]$$

2.1.2. Les méthodes en régime transitoire : [11]

Ces méthodes sont le plus souvent utilisées pour des matériaux biologiques qui sont généralement hétérogènes et ont un taux d'humidité élevé. La méthode du Fil Chaud est l'une des méthodes à état transitoire la plus utilisée. La méthode transitoire suppose l'équation différentielle complète de l'écoulement de chaleur. La méthode dynamique ne donne pas en général une grande précision.

Nous présentons ci-dessous quelques méthodes de mesure de la conductivité thermique dont nous exposons rapidement les principes.

Nous allons, en nous appuyant sur les travaux de Jannot (2003), présenter les différentes méthodes de mesure des propriétés thermophysiques par le fil chaud et le plan chaud.

2.1.2.1. Mesure de la conductivité thermique par la méthode du fil chaud : [11]

- **Principe de la méthode :**

La méthode du fil chaud est une technique classique de mesure de la conductivité thermique en régime transitoire. Elle a été utilisée ces dernières années pour caractériser de nombreux matériaux. On peut noter cependant que cette méthode n'est pas théoriquement applicable aux matériaux ayant une faible densité.



Figure 2.3. Vue d'une sonde de type fil chaud. [11]

Le principe de la mesure consiste à placer un fil chaud entre les surfaces de deux échantillons du matériau à caractériser comme l'indique le schéma de la figure 2.4. Lorsqu'un flux de chaleur lui est appliqué, on peut considérer que la direction de la propagation de la chaleur est radiale pendant le temps que la perturbation n'a pas encore atteint les autres faces de l'échantillon (hypothèse du milieu semi-infini).

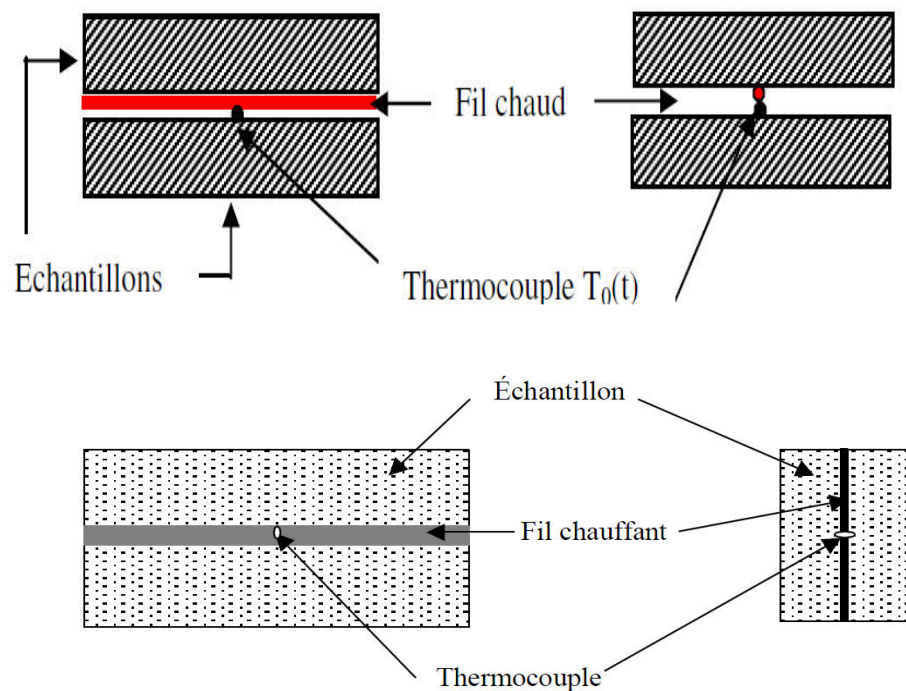


Figure 2.4. Schéma de principe de la mesure de conductivité thermique par la méthode du fil chaud. [11]

On place un fil chauffant entre les surfaces de deux échantillons du matériau à caractériser. Un flux de chaleur constant ($\varphi = 0$ si $t < t_0$; $\varphi = \varphi_0$ si $t > t_0$) est appliqué au fil chauffant. Un thermocouple nous permet de relever l'évolution au cours du temps de la température $T_0(t)$ de ce fil. Pendant le temps où la perturbation n'a pas atteint les autres faces c'est-à-dire lorsque l'hypothèse du milieu infini est valide, on peut supposer que le transfert dans l'échantillon

autour du fil est radial. La modélisation de ce transfert de chaleur permet de calculer l'évolution de la température au centre de l'échantillon.

Une méthode d'estimation judicieusement choisie de façon à minimiser l'écart entre les courbes théoriques et expérimentales nous permet d'évaluer la conductivité thermique λ , la capacitance thermique (mc) de l'ensemble sonde + résistance chauffante et la résistance de contact R_c à l'interface sonde /échantillon.

- **Modélisation du fil chaud :**

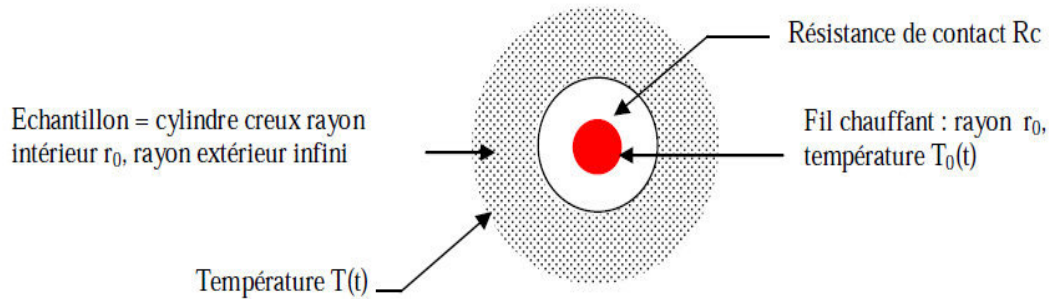


Figure 2.5. Une vue en coupe du fil chaud et de l'échantillon. [11]

La modélisation du système à l'aide du formalisme des quadripôles permet d'écrire :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{II.15}]$$

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} T(x, 0) = T_0(0) = T_i \\ T(\infty, t) = T_i \\ h[T_0(t) - T(0, t)] = -\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial t} \\ \varphi_0 = mc \frac{dT_0(t)}{dt} + hS[T_0(t) - T(0, t)] \end{cases}$$

La résolution de ce système à l'aide du formalisme des quadripôles permet d'écrire l'expression de la transformée de Laplace de $T_0(t)$ sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \theta_0 \\ \frac{\varphi_0}{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2\pi\lambda L q_0} \frac{I_0(qr_0)}{I_1(qr_0)} - \frac{1}{\rho c \pi r_0^2 L p} \\ \rho c \pi r_0^2 L p & \frac{q r_0}{2} \frac{I_0(qr_0)}{I_1(qr_0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ 2\pi\lambda L q r_0 \frac{K_1(qr_0)}{K_0(qr_0)} \theta \end{bmatrix} \text{ Avec : } q = \sqrt{\frac{p}{\alpha}} \quad [\text{II.16}]$$

Où :

θ_0 Transformée de Laplace de la différence $T_0(t) - T_0(t=0)$.

θ Transformée de Laplace de la différence $T(t) - T(t=0)$.

R_c Résistance de contact à l'interface résistance chauffante/échantillon.

c	Capacité calorifique du thermocouple résistance.
λ	Conductivité thermique de l'échantillon.
α	Diffusivité thermique de l'échantillon.
p	Variable de Laplace.
r_0	Rayon du fil chauffant.
L	Longueur du fil chauffant.
φ_0	Puissance dissipée dans la résistance chauffante.
I_0, I_1, K_0, K_1	Fonctions de Bessel.

On en déduit θ_0 :

$$\theta_0 = \frac{\varphi_0}{p} \frac{A_0 + (A_0 R_c + B_0)/Z}{C_0 + (C_0 R_c + D_0)/Z} \quad [\text{II.17}]$$

$$A_0 = 1 ; \quad B_0 = \frac{1}{2\pi\lambda L q r_0} \frac{I_0(q r_0)}{I_1(q r_0)} - \frac{1}{\rho\pi r_0^2 L p} ; \quad \frac{1}{Z} = 2\pi\lambda L q r_0 \frac{K_1(q r_0)}{K_0(q r_0)}$$

$$C_0 = \rho c \pi r_0^2 L p ; \quad D_0 = \frac{q r_0}{2} \frac{I_0(q r_0)}{I_1(q r_0)} \quad [\text{II.18}]$$

Les paramètres inconnus à déterminer sont la conductivité thermique λ de l'échantillon, la résistance thermique de contact R_c entre la sonde et l'échantillon et la capacité thermique (mc) de la sonde.

Dans l'exploitation classique de la méthode du fil chaud, En considérant r_0 petit (fil fin) et aux temps très longs $p \rightarrow 0$. Ce qui permet d'utiliser les développements limités des fonctions de Bessel au voisinage de 0 suivants :

$$K_0(x) \cong -\ln(x), \quad K_1(x) \cong \frac{1}{x} \quad [\text{II.19}]$$

$$I_0(x) \cong 1, \quad I_1(x) \cong \frac{x}{2}$$

Ce qui conduit à :

$$A_0 = 1 ; \quad B_0 = 0 ; \quad C_0 = \rho c \pi r_0^2 L p ; \quad D_0 = 1 ; \quad \frac{1}{Z} = \frac{-2\pi\lambda L}{\ln(q r_0)} \quad [\text{II.20}]$$

On en déduit :

$$\theta_0 = \frac{\varphi_0}{p} \frac{Z + R_c}{\text{mcp}(R_c + Z) + 1} \approx \frac{\varphi_0}{p} (Z + R_c) \approx \frac{\varphi_0}{p} \left[-\frac{\ln(r_0 \sqrt{\frac{p}{\alpha}})}{2\pi} + R_c \right] \approx \frac{\varphi_0}{p} \left[\frac{-\ln(p)}{4\pi\lambda L} + \frac{\ln(\frac{r_0}{\sqrt{\alpha}})}{4\pi\lambda L} + R_c \right] \quad [\text{II.21}]$$

L'utilisation des tables de la transformée inverse, permet de calculer la température $T_0(t)$ aux temps longs :

$$T_0(t) - T_0(0) = \frac{\varphi_0}{2\pi\lambda L} \ln(t) + R_c \varphi_0 - \frac{\gamma \varphi_0}{2\pi\lambda L} - \frac{\varphi_0 \ln(\frac{r_0}{\sqrt{\alpha}})}{2\pi\lambda L} \quad [\text{II.22}]$$

Avec $\gamma = 0.57721$ la constante d'Euler.

On obtient finalement :

$$T_0(t) - T_0(0) = \frac{\varphi_0}{2\pi\lambda L} \ln(t) + \varphi_0 \left[R_c - \frac{\gamma}{2\pi\lambda L} - \frac{\ln\left(\frac{r_0}{\sqrt{\alpha}}\right)}{2\pi\lambda L} \right] \quad [\text{II.23}]$$

On calcule les valeurs de la conductivité thermique λ , de la capacitance sonde mc et de la résistance de contact R_c qui minimisent l'écart entre les courbes de température $T_0(t)$ théoriques et expérimentales par une méthode d'estimation appropriée.

Le tracé de $T_0(t) - T_0(t = 0)$ en fonction de $\ln(t)$ est une droite de pente $\frac{\varphi_0}{2\pi\lambda L}$ ce qui nous permet de déduire la conductivité thermique λ .

L'avantage de cette méthode réside dans le fait que l'inertie de la sonde et de la résistance de contact n'influent pas sur le calcul de la température aux temps longs.

Le principal inconvénient est que ce modèle n'est valable que si le milieu est semi infini, il ne conviendrait donc pas pour la mesure de matériaux de faibles épaisseurs.

En conclusion, on peut dire que cette méthode est une technique qui permet de mesurer la conductivité thermique, λ en un temps très court, environ 120 secondes. Compte tenu du caractère épais des matériaux sur lesquels nous travaillons et des valeurs de conductivité, nous pourrions envisager de l'utiliser.

2.1.2.2. Mesure de l'effusivité thermique par la méthode du plan chaud : [12]

- **Principe de la méthode :**

La méthode du plan chaud est initialement une technique de mesure de l'effusivité thermique des matériaux en régime transitoire.

Le dispositif proposé représenté sur la figure 2.6 consiste à utiliser une simple résistance électrique mince insérée entre deux échantillons de surface plane du matériau à caractériser.

La sonde chauffante et l'échantillon ont de préférence la même surface pour pouvoir faire l'hypothèse que le transfert est unidirectionnel pendant le temps où les pertes latérales convectives sont négligeables.

Un premier thermocouple est placé sur la face de la résistance en contact avec l'isolant (face avant). Un deuxième thermocouple peut être placé sur la face non chauffée de l'échantillon en contact l'isolant (face arrière). L'épaisseur de l'échantillon est choisie de manière à ce que l'hypothèse du milieu semi-infini pour l'échantillon soit vérifiée pendant au moins 30s.

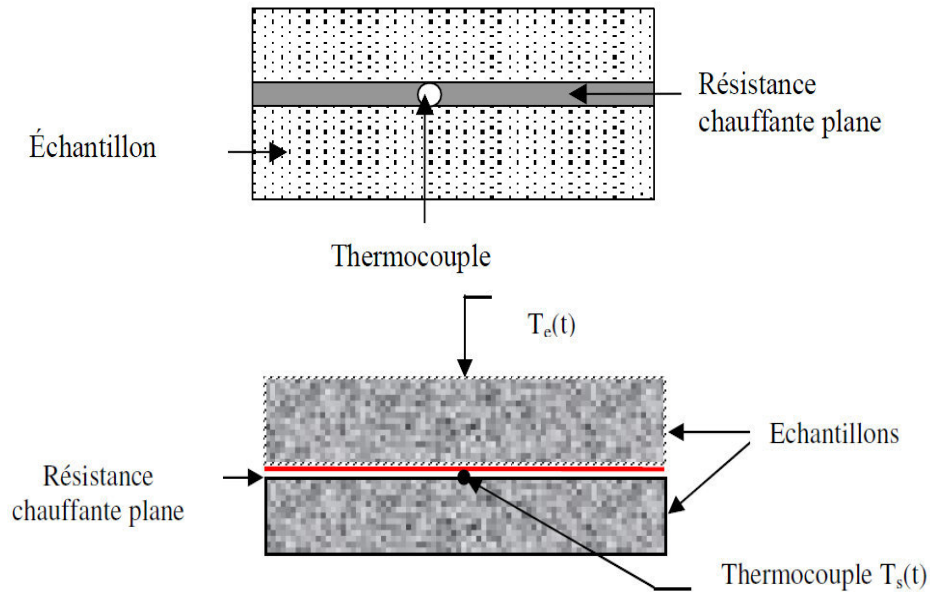


Figure 2.6. Schéma du principe de la mesure de la conductivité thermique par la méthode du plan chaud. [12]

Un flux de chaleur constant ($\varphi=0$ si $t < t_0$ et $\varphi=\varphi_0$ si $t > t_0$) est appliqué à la résistance chauffante et on relève l'évolution de la température $T_0(t)$ au centre de cette même résistance dans ou sur laquelle est placé un thermocouple. Nous supposons le transfert au centre de l'échantillon unidirectionnel lorsque la perturbation n'a pas encore atteint les autres faces (validité du milieu semi-infini). Une méthode d'estimation des paramètres judicieusement choisie permet d'évaluer à la fois l'effusivité thermique E , la capacitance thermique $(mc)_s$ de l'ensemble (sonde + résistance chauffante) et la résistance de contact R_c entre la sonde et l'échantillon. Le choix de la méthode d'estimation est fait de façon à minimiser l'écart entre les courbes $T_0(t)$ théoriques et expérimentales.

- **Modélisation du plan chaud semi-infini a l'aide du formalisme des quadripôles :**

Considérons maintenant le dispositif du plan chaud où une résistance électrique de faible épaisseur, de masse m_s , de capacité calorifique c_s , soumise à une densité de flux de chaleur et de température supposée uniforme T_0 est placée entre deux échantillons du matériau à caractériser

L'équation de la chaleur s'écrit dans l'échantillon :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{II.24}]$$

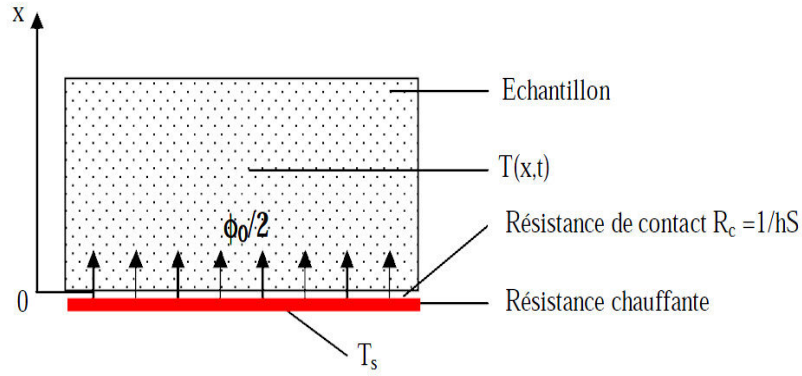


Figure 2.7. Schématisation d'un plan chaud et notations. [12]

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} T(x, 0) = T_0(0) = T_i \\ T(\infty, t) = T_i \\ h[T_0(t) - T(0, t)] = -\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial t} * \\ \frac{\phi_0 S}{2} = (mc)_s \frac{dT_0(t)}{dt} + h[T_0(t) - T(0, t)] ** \end{cases} \quad [\text{II.25}]$$

La relation (*) traduit la conservation du flux de chaleur au niveau de la surface du milieu semi-infini et la relation (**) traduit la conservation du flux de chaleur au niveau de la résistance électrique.

On effectue le changement de variable suivant : $\bar{T} = T - T_i$

L'équation [II.24] peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}$$

Et les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{cases} \bar{T}(x, 0) = 0 \\ \bar{T}(\infty, t) = 0 \\ h[\bar{T}_0(t) - \bar{T}(0, t)] = -\lambda \frac{\partial \bar{T}(0, t)}{\partial t} * \\ \frac{\phi_0 S}{2} = (mc)_s \frac{d\bar{T}_0(t)}{dt} + h[\bar{T}_0(t) - \bar{T}(0, t)] ** \end{cases} \quad [\text{II.26}]$$

La transformée de Laplace de l'équation [II.26] conduit à :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{1}{\alpha} [p\theta - \bar{T}(x, 0)] = 0 \quad \text{Avec} \quad \bar{T}(x, 0) = 0 \quad [\text{II.27}]$$

Les transformées de Laplace des équations (*) et (**) s'écrivent :

$$\begin{cases} h[\theta_0(p) - \theta(0, p)] = -\lambda \frac{\partial \theta(0, p)}{\partial x} = -\lambda \sqrt{\frac{p}{\alpha}} \theta(0, p) = E\sqrt{p} \theta(0, p) \\ \frac{\phi_0 S}{2p} = \frac{(mc)_s}{2} p \theta_0(p) + hS[\theta_0(p) - \theta(0, p)] \end{cases}$$

La modélisation du système à l'aide du formalisme des quadripôles permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \theta_0 \\ \frac{\varphi_0 s}{2p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{(mc)_s}{2} p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ ES\sqrt{p}\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta + R_c ES\sqrt{p}\theta \\ \frac{(mc)_s}{2} p\theta + \left[R_c \frac{(mc)_s}{2} p + 1 \right] ES\sqrt{p}\theta \end{bmatrix} \quad [\text{II.28}]$$

on en déduit la transformée de Laplace θ_0 . En éliminant $\theta(0, p)$ entre ces deux équations, on aboutit au résultat suivant :

$$\theta_0 = \frac{\varphi_0 s}{2p} \frac{1 + R_c ES\sqrt{p}}{\frac{(mc)_s}{2} p + \left[R_c \frac{(mc)_s}{2} p + 1 \right] ES\sqrt{p}} \quad [\text{II.29}]$$

Où :

θ_0 : Transformée de Laplace de la différence $T_0(t) - T_0(t=0)$.

θ : Transformée de Laplace de la différence $T(t) - T(t=0)$.

R_c : Résistance de contact à l'interface résistance chauffante/échantillon.

m : Masse thermocouple +résistance chauffante.

c : Capacité calorifique du thermocouple résistance.

E : Effusivité thermique de l'échantillon.

p : Variable de Laplace.

S : Surface de la résistance chauffante.

φ_0 : Puissance dissipée dans la résistance chauffante.

Les paramètres inconnus à déterminer sont :

- l'effusivité thermique.
- la résistance thermique de contact R_c entre la sonde et l'échantillon.
- La capacitance thermique $(mc)_s$ de la sonde.

• **Estimation du temps pendant lequel l'hypothèse de milieu semi long est valide :**

On se fixe un temps t arbitraire et on détermine l'évolution de la température $T_e(t)$ à une distance égale à l'épaisseur e . Si elle diffère de plus de 0.1°C de $T_e(t=0)$, on reprend les calculs sur un temps plus court jusqu'à ce que cette condition soit vérifiée. En utilisant le formalisme des quadripôles et en supposant la résistance de contact R_c et la capacitance $(mc)_s$, nulles, on obtient :

$$T_0(e, t) = T_0(e, 0) + \frac{2\varphi_0}{\lambda} \sqrt{\alpha t} \operatorname{ierfc}\left(\frac{e}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad [\text{II.30}]$$

Où :

$$\operatorname{ierfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) - x[1 - \operatorname{erf}(x)]$$

Cette méthode d'estimation présente toutefois l'inconvénient majeur suivant : il faut connaître la valeur de la diffusivité thermique pour estimer le temps pendant lequel l'hypothèse du milieu semi-infini reste valable.

Une deuxième méthode plus simple à utiliser mais nécessitant une certaine pratique est l'analyse des résidus, à savoir des différences entre les valeurs expérimentales de la température et les valeurs calculées à partir du modèle avec les paramètres estimés. Les résidus doivent être « plats » (centrés sur 0) tout le temps que les hypothèses d'établissement du modèle sont vérifiées, une dérive des résidus à partir d'un certain temps est le signe que l'une des hypothèses du modèle n'est plus vérifiée. On restreindra alors a posteriori l'intervalle d'estimation à la zone sur laquelle les résidus sont « plats ». Cette méthode est générale et peut être appliquée à toutes les méthodes de mesure en régime transitoire.

Une troisième méthode consiste à vérifier expérimentalement les hypothèses. Dans le cas du plan chaud infini on peut par exemple placer un thermocouple sur la face non chauffée de l'échantillon.

- **Estimation simplifiée au temps long :**

Aux temps très longs ($p \rightarrow 0$), l'expression θ_0 devient :

$$\theta_0 = \frac{\varphi_0}{2 E p^{2/3}} + \frac{\varphi_0}{2 p} \left(R_c - \frac{(mc)_s}{2(ES)^2} \right) \quad [\text{II.31}]$$

Sa transformée inverse donne :

$$T_0(t) - T_0(0) = \varphi_0 S \left[R_c - \frac{(mc)_s}{2(ES)^2} \right] + \frac{\varphi_0}{E\sqrt{\pi}} \sqrt{t} \quad [\text{II.32}]$$

La relation [II.28], montre que le graphe de $T_0(t) - T_0(0)$ en fonction de $\sqrt{t}$ est une droite de pente $\frac{2\varphi_0}{E\sqrt{\pi}}$ ce qui permet de déterminer l'effusivité thermique E.

La température $T_e(t)$ de la résistance chauffante peut se calculer autrement en appliquant la méthode Stehfest à la relation. On utilise ensuite la méthode de Newton pour estimer les valeurs des paramètres E, R_c et mc qui minimisent la somme des écarts quadratiques entre courbe théorique et les points expérimentaux. Cette méthode d'estimation basée sur un modèle complet est plus précise que celle aux temps longs.

En conclusion, on peut dire que cette méthode de caractérisation en régime transitoire est assez simple de mise en œuvre et de faible coût permet d'avoir des mesures fiables.

2.1.2.3. Mesure de la diffusivité thermique par la méthode flash : [12]

Parmi les méthodes transitoires, la méthode impulsioneille, dite flash, proposée par Parker en 1961 est une des plus répandues dans la détermination des propriétés thermophysiques

matériaux. Cette méthode ne s'applique pas dans des bonnes conditions aux matériaux isolants légers, de haute porosité, où le transfert de chaleur par rayonnement est important, mais elle a été appliquée avec succès aux matériaux composites, aux matériaux poreux de faible porosité et assez lourds, comme les bétons cellulaires, les granulats, etc. La méthode a été adaptée aussi aux matériaux semi-transparents compacts, comme la silice et le verre, donnant accès à une détermination directe à la diffusivité ou conductivité phonique du matériau.

- **Principe de la méthode flash :**

Le principe de la méthode consiste à appliquer une perturbation thermique plus ou moins localisée dans le temps et dans l'espace (bref flux de chaleur fourni par un tube à éclat, un laser, etc.) sur la face avant d'une éprouvette cylindrique et à relever, sur la face arrière, l'évolution de température en fonction du temps. On établit ainsi le thermogramme du matériau. À partir de ce thermogramme, on détermine la diffusivité thermique de l'éprouvette (ou du matériau).

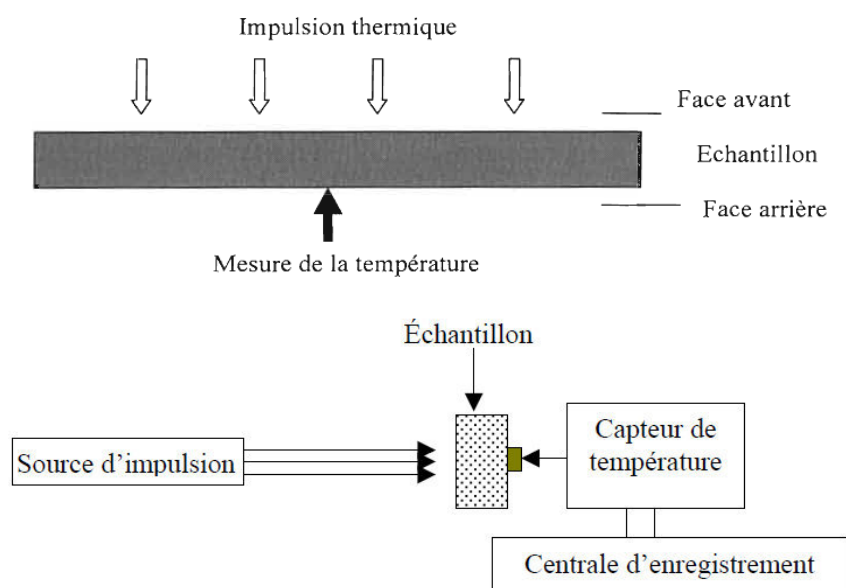


Figure 2.8. Schéma de principe de la méthode Impulsionnelle. [12]

Cette méthode unidirectionnelle consiste à soumettre la face avant d'un échantillon plan à une impulsion de flux de chaleur de courte durée et à observer l'évolution temporelle de la température (appelée thermogramme) en un ou plusieurs points de l'échantillon. Elle a fait l'objet de nombreux développements liés aux méthodes de calcul et d'estimation des paramètres, aux capteurs, aux dispositifs d'acquisition et de traitement des données. Dans le premier modèle de Parker, les fuites thermiques sont négligées sur les différentes faces de

The graph shows the relationship between the logarithm of temperature, $\text{Log}(T)$, and the logarithm of the Fourier number, $\text{Log}(Fo)$. The x-axis is labeled $\text{Log}(Fo)$ and has major ticks at 0.01, 0.1, and 10. The y-axis is labeled $\text{Log}(T)$. The plot is divided into three regions by vertical dashed lines at $Fo = 0.1$ and $Fo = 1$, labeled 1, 2, and 3 from left to right. A solid line represents the temperature profile, which starts as a straight line with a negative slope in region 1 and then curves to become horizontal in region 3. The region between $Fo = 0.1$ and $Fo = 1$ is labeled "milieu sémi-infini", and the region for $Fo > 1$ is labeled "milieu fini".

Key equations and parameters shown in the graph:

- Region 1: $T(t) = \frac{\dot{Q}}{b\sqrt{\pi t}}$
- Region 2: $a = \frac{l^2}{\pi t_c}$
- Region 3: $\rho c = \frac{\dot{Q}}{T(t)l}$
- Transition parameter: $F_{oc} = \frac{at_c}{l^2}$

Dans la zone (1) la loi de comportement de l'échantillon s'apparente à celle d'un mur semi-infini. L'évolution de l'élévation de température de la face irradiée suit la loi :

Où

E : Effusivité thermique du matériau donné par :

La connaissance du flux de chaleur échangé par unité de surface et l'évolution de sa température permet de déterminer E.

Page 48

$$t_c = \frac{l^2}{\pi \alpha} \quad [\text{II.35}]$$

Où α est la diffusivité thermique. La connaissance expérimentale de t_c et de l'épaisseur l de l'échantillon permet d'accéder à la diffusivité thermique du matériau :

$$\alpha = \frac{l^2}{\pi t_c} \quad [\text{II.36}]$$

Dans la zone (3) l'échantillon devient isotherme, l'énergie absorbée est répartie de manière uniforme dans le matériau. La température atteinte est alors :

$$T(t) = \frac{Q'}{\rho C l} \quad [\text{II.37}]$$

Si l'énergie absorbée est connue, la mesure de l'élévation de température que le spécimen atteint dans cette zone permet de connaître la chaleur massique du matériau par la relation :

$$C = \frac{Q'}{T(t) \rho l} \quad [\text{II.38}]$$

Les mesures de la diffusivité, de l'effusivité et de la chaleur massique permettent de calculer dans cette configuration exempte de toute perturbation, la conductivité thermique par trois voies différentes

- Zone 1 et 2 $\lambda = E \sqrt{\alpha}$
 - Zone 2 et 3 $\lambda = \alpha \rho C_p$
 - Zone 3 et 1 $\lambda = \frac{b^2}{\rho C_p}$
- [II.39]

Cette possibilité de mesure reste théorique et n'est pas applicable dans la pratique. Pour obtenir les résultats on est obligé d'analyser plutôt le thermogramme de la face non irradiée.

Lors de l'application expérimentale, deux facteurs vont perturber les thermogrammes :

- la durée d'impulsion
- les pertes thermiques par rayonnement et par convection.

La perturbation la plus importante du thermogramme est due aux pertes thermiques. En effet, elle est d'autant plus importante que le niveau de température de l'échantillon est élevé (pertes radiatives), le spécimen faiblement diffusant ou son épaisseur élevée.

Le principe de la méthode consiste à produire une impulsion de très courte durée sur l'une des faces de l'échantillon et à noter l'évolution de la température sur l'autre face.

L'analyse du thermogramme expérimental enregistré sur la face non irradiée permet de déterminer, en utilisant des techniques de dépouillement déjà existantes, la diffusivité thermique de l'échantillon. Une technique de dépouillement des thermogrammes proposée par

Degiovani et Laurent (1986) permet d'estimer la diffusivité des matériaux en s'affranchissant des pertes thermiques. Son principe est fondé sur une méthode d'identification de paramètres qui utilise les moments temporels de la température d'ordre 0 et -1 (figure 2.10).

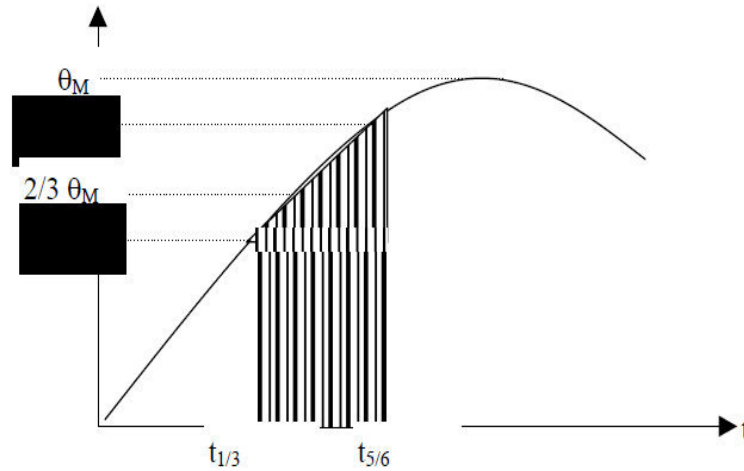


Figure 2.10. Courbe théorique du thermogramme de la face non irradiée. [12]

Elle présente l'avantage de prendre en compte la partie du thermogramme où l'influence de la diffusivité est prépondérante par rapport à celle des pertes. A partir des thermogrammes, il est possible de calculer les moments temporels M_0 et M_{-1} de la température. Pour les coefficients d'échange réduits inférieurs à 1 (ce qui est souvent le cas en pratique), la diffusivité thermique peut être obtenue par les formules ci-dessous :

$$\alpha_{2/3} = \frac{e^2}{t_{5/6}} \left(1.15 - 1.25 \frac{t_{2/3}}{t_{5/6}} \right)$$

$$\alpha_{1/2} = \frac{e^2}{t_{5/6}} \left(0.761 - 0.926 \frac{t_{1/2}}{t_{5/6}} \right) \quad [\text{II.40}]$$

$$\alpha_{1/3} = \frac{e^2}{t_{5/6}} \left(0.617 - 0.9626 \frac{t_{1/3}}{t_{5/6}} \right)$$

Où :

e : est l'épaisseur de l'échantillon en m

t_p : est le temps écoulé depuis l'excitation pour que la température de la face arrière 'élève de p fois son élévation maximale au cours de l'expérience.

Dans la pratique on retiendra la valeur :

$$\alpha = \alpha_{2/3} + \alpha_{1/2} + \alpha_{1/3} \quad [\text{II.41}]$$

2.1.3. Méthode de mesure de la chaleur spécifique : [12]

Lorsqu'une quantité d'énergie est échangée entre un système et son environnement, la température T du système peut varier ou non selon la transformation effectuée. Par exemple, lors d'une transformation isotherme, la température reste constante alors que de la chaleur et du travail sont échangés.

La capacité calorifique C d'un système pour une transformation donnée est définie par la quantité de chaleur qui produit une augmentation de température de 1 degré:

$$C = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{II.42}]$$

On appelle *chaleur* spécifique C ou chaleur massique la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène:

$$C = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dt} \quad [\text{II.43}]$$

La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de masse de substance de 1 K lors de la transformation considérée. La chaleur spécifique est caractéristique d'une substance donnée.

On définit de même la chaleur spécifique molaire c^* comme la chaleur nécessaire pour élever la température de 1 mole de substance de 1 K lors de la transformation considérée:

$$C = \frac{M}{m} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dt} \quad [\text{II.44}]$$

M : est la masse molaire.

n : le nombre de moles de la substance chauffée.

On définit habituellement les chaleurs spécifiques pour les transformations isobare et isochore. Pour une transformation isobare, la chaleur spécifique C_p est définie par :

$$C_p = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dt} \right)_p \quad [\text{II.45}]$$

L'indice p dans $\left(\frac{dQ}{dt} \right)_p$ indique que la pression est maintenue constante au cours de la transformation. De façon analogue, la chaleur spécifique à volume constant C_v est définie par :

$$C_v = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dt} \right)_v \quad [\text{II.46}]$$

Dans cette relation, l'indice v de $\left(\frac{dQ}{dt} \right)_v$ indique que le volume est maintenu constant au cours de la transformation.

Les chaleurs spécifiques C_p et C_v sont différentes; C_p est plus grande que C_v car, dans une transformation isochore, aucun travail n'est échangé (variation de volume nulle) et l'apport de chaleur sert uniquement à augmenter l'énergie interne et, par là même, la température:

$$C_p > C_v \quad [\text{II.47}]$$

Pour la mesure de la chaleur spécifique des matériaux dont des propriétés thermophysiques sont déterminées dans ce travail, nous avons utilisé la méthode calorimétrique.

- **Principe de la méthode :** [12]

On plonge dans un calorimètre contenant de l'eau froide un solide préalablement chauffé pendant au moins 24 heures dans une étuve dont la température est fixée à 100°C. On relève la température maximale atteinte par l'eau du calorimètre.

Le bilan thermique entre l'instant initial $t_0 = 0$ (introduction du solide dans le calorimètre) et l'instant t (température maximale atteinte par l'eau du calorimètre) s'écrit :

$$m_s C_s (T_{s0} - T_{s1}) = m_e C_e (T_e - T_{e0}) + \int_0^t U S (T_{em} - T_a) dt \quad [\text{II.48}]$$

Avec :

T_{s1} : Température moyenne du solide à l'instant t ,

T_{s0} : Température initiale du solide (échantillon),

T_e : Température maximale de l'eau,

T_{e0} : Température initiale de l'eau,

T_{em} : Température moyenne de l'eau,

T_a : Température de la salle d'expérience.

On déduit la chaleur spécifique du solide C_s en J/kg.°C:

$$C_s = \frac{m_e}{m_s} \frac{T_e - T_{e0}}{T_{s0} - T_{s1}} C_e + \int_0^t \frac{U S}{m_s} \frac{T_{em} - T_a}{T_{s0} - T_{s1}} dt \quad [\text{II.49}]$$

Dans la relation [II.49] donnant C_s , m_e représente la masse de l'eau et la valeur en eau du calorimètre et ses accessoires. U désigne le coefficient global de pertes thermiques.

- **Principe de la méthode :** [13]

Les mesures précises de chaleur spécifique ou de chaleur transférée sont, en général, difficiles à effectuer. Plusieurs méthodes de mesure existent, que ce soit pour les gaz, les liquides ou les solides.

Le principe de la méthode utilisée ici est représenté dans la figure 2.11. Le système dont on veut mesurer la capacité calorifique reçoit une quantité de chaleur Q_1 fournie par un

chauffage électrique et perd, à travers ses parois, une quantité de chaleur Q_2 . Seule la différence $Q = Q_1 - Q_2$ accroît l'énergie interne U du système.

On détermine la chaleur Q_1 fournie par le chauffage en mesurant la puissance U dissipée par effet Joule dans la résistance électrique durant un intervalle de temps Δt :

$$Q_1 = U \cdot \Delta t \quad [\text{II.50}]$$

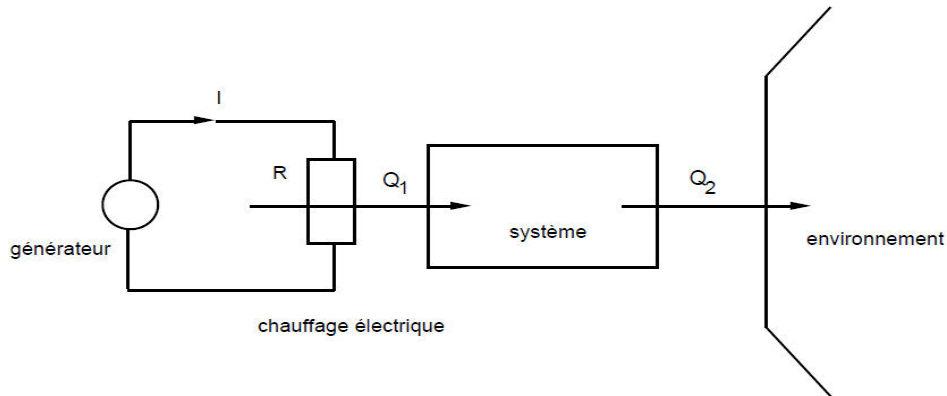


Figure 2.11. Principe de la méthode de mesure de la chaleur spécifique. Le système (Formé de la substance étudiée et du calorimètre la contenant) reçoit la chaleur Q_1 et cède simultanément la chaleur Q_2 à son environnement. [13]

Cette puissance dissipée dans la résistance est transférée au système que l'on étudie. D'autre part, il est raisonnable d'admettre que la chaleur Q_2 perdue par le système est proportionnelle au temps Δt et à la différence entre les températures T du système et T_a de l'environnement:

$$Q_2 = U \cdot (T - T_a) \Delta t = U \cdot \Delta t \quad [\text{II.51}]$$

Le coefficient k dépend de la qualité de l'isolation du système. On peut réduire la puissance perdue p en diminuant k par l'usage d'un calorimètre bien isolé et en gardant T_e proche de T . La méthode utilisée ci-dessous pour déterminer une chaleur spécifique est une application directe des définitions de la capacité calorifique et de la chaleur spécifique. La substance, de masse m déterminée par pesée, est placée dans un calorimètre de capacité calorifique C . Bien que les chaleurs spécifiques et les capacités calorifiques soient fonction de la température, il est possible cependant de les considérer comme constantes dans de petits intervalles de température. C'est ce que nous ferons dans cette manipulation en mesurant des quantités de chaleur Q et des écarts de température Δt non infinitésimaux mais petits. Le système de capacité calorifique C_{tot} est chauffé pendant un intervalle de temps Δt par l'apport net de chaleur Q .

La mesure des températures initiale T_i et finale T_f du système à l'équilibre avant et après chauffage permet de déterminer l'augmentation de température $\Delta T = T_f - T_i$.

Le bilan des transferts de chaleur, en tenant compte des relations [II.42], [II.50] et [II.51], permet d'écrire:

$$Q = Q_1 - Q_2 \rightarrow (U - p)\Delta t = C_{tot} \cdot \Delta T \quad [\text{II.52}]$$

La capacité calorifique totale du système C_{tot} est égale à la capacité calorifique du calorimètre augmentée de la capacité calorifique de son contenu. Si le calorimètre contient une masse m , on peut écrire, en tenant compte de la définition:

$$C_{tot} = C + mc \quad [\text{II.53}]$$

Le bilan des transferts de chaleur devient ainsi:

$$(U - p)\Delta t = (C + mc) \cdot \Delta T \quad [\text{II.54}]$$

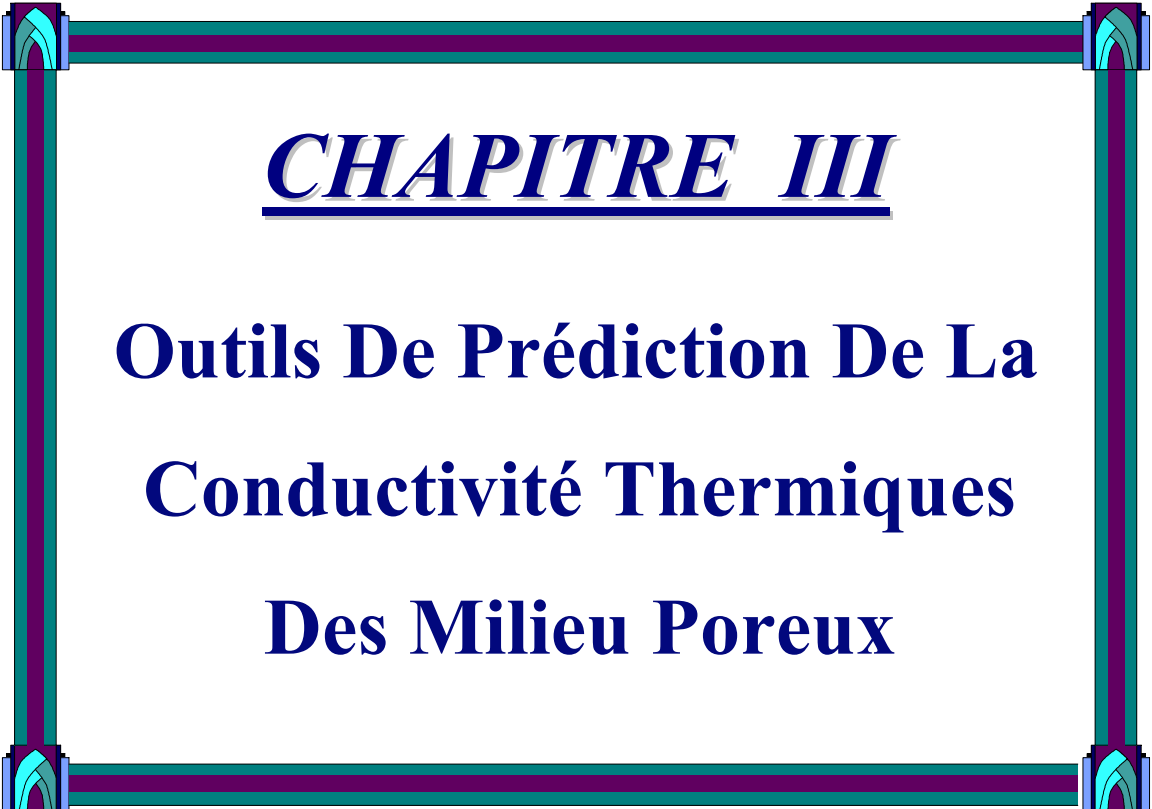
Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présentés d'une manière générale les différentes méthodes de mesures des propriétés thermophysiques, notamment de la conductivité thermique. En régime stationnaire, la méthode de la plaque chaude gardée et la méthode des boîtes, on peut encore citer d'autres méthodes comme la méthode de la barre, et la méthode du flux radial. Pour le régime instationnaires, on a cités : la méthode du fil chaud, et la méthode flash, mais d'autres méthodes peuvent être mentionnées comme celle du plan chaud, Hot Disk, et ruban chaud, et pastille chaude.

L'objectif à atteindre lorsqu'on veut réaliser une mesure expérimentale est la précision et la fiabilité des résultats. Le choix d'une méthode de mesure va dépendre de plusieurs facteurs dont les plus importants sont :

- la fiabilité des résultats et la durée de mesure.
- le coût d'acquisition et d'entretien du matériel ainsi que sa robustesse.
- la disponibilité du matériel.
- L'aspect physique du milieu.
- Milieux granulaires → méthodes en régime instationnaire.
- Milieux sous forme compactes → méthodes en régime stationnaire.

Pour un gain de temps appréciable et une facilité de mise en œuvre de l'échantillon, les méthodes instationnaires sont de loin les plus conseillées.



CHAPITRE III

Outils De Prédiction De La Conductivité Thermiques Des Milieu Poreux

Introduction :

La conductivité thermique apparente d'un matériau poreux dépend de nombreux paramètres. Les conductivités thermiques du solide et du fluide, le taux de porosité, la taille, la forme et la distribution des pores. L'étude thermique d'un échantillon de matériaux poreux, exige de bonnes connaissances sur la microstructure d'une part et d'un autre côté avoir les outils analytiques ou numériques nécessaires pour le traitement des informations requises.

Il existe un panel important de modèles de calcul de la conductivité thermique apparente dans un milieu granulaire. Notre objectif étant ici de présenter succinctement quelques-uns. Cette famille de modèles recouvre en réalité deux grands types d'approches d'une part par analogie électrique, d'autre part par une résolution exacte de l'équation de chaleur.

Il paraît nécessaire de préciser que les modèles que nous proposerons ne concernent que les milieux granulaires diphasiques. La phase solide est constituée d'une seule phase représentée par des particules solides. Par ailleurs, le fluide est représentée par des pores remplis exclusivement avec de l'air.

3. 1. Influence de la porosité sur les propriétés thermophysiques : [14]

La conductivité thermique est plus difficile à obtenir pour un corps poreux à cause de l'hétérogénéité que présente le milieu poreux et de la multiplicité des phases en présence. Sur le plan structural, la conductivité thermique des pores dépend de leur taille et de leur nombre, à cause des effets du rayonnement à prendre en compte à l'intérieur de ces pores. La conductivité thermique des corps poreux obtenue par l'expérience est dite apparente à cause de la diversité des mécanismes de transfert de chaleur dont ces corps sont le siège. La notion de conductivité vraie est réservée à λ qui provient directement de l'écriture de la loi de Fourier pour un milieu continu homogène équivalent à un milieu poreux.

La caractérisation d'un solide est liée à la taille des pores, cette taille aura une influence sur les caractéristiques mécaniques et thermophysiques du matériau. La porosité est un paramètre important à prendre en compte lors de l'étude de caractérisation d'un produit. La taille des pores de dimensions variables dans un même matériau, influence en partie le caractère hygroscopique du matériau. Un autre phénomène qui dépend de la taille des pores, se traduit par la quantité d'eau liée présente dans le matériau.

3. 2. Mécanismes de transfert de chaleur dans les matériaux poreux : [14]

Les différents mécanismes de transfert de chaleur pouvant entré en jeu sont :

- la convection. Une mise en mouvement de l'air ou de tout autre gaz présent dans la cellule peut intervenir. Mais l'expérience montre que le gradient de température est tel que le mouvement de convection dans les cellules est négligeable. Dans la gamme de taille de pores ($< 100 \mu\text{m}$) la convection est négligeable. La convection devient importante lorsque le nombre de Grashof, traduisant le rapport de la force dirigeant la convection sur la force de viscosité s'y opposant, est supérieur à 1000 [Holman].
- la conduction. La transmission de chaleur par conduction pure s'effectue dans les gaz inclus dans les pores et dans la structure solide.
- le rayonnement. L'épaisseur des matériaux utilisés dans le bâtiment est suffisante pour admettre que le corps est non transparent c'est-à-dire que la fraction du rayonnement transmise est nulle. Le seul transfert par rayonnement qui intervient se fait au sein des cellules dont les parois possèdent un gradient de température. Comme les températures des parois sont en général voisines de la température ambiante, ce phénomène est souvent très faible vis-à-vis de la valeur correspondant à la conduction pure.
- Evaporation-condensation. Ce mécanisme s'apparente au transfert de masse. Il intervient lors de l'évaporation sur la face chaude et de la condensation sur la face froide du matériau. L'évaporation condensation est favorisée par une porosité ouverte importante. Ce phénomène peut être négligé dans le cas de matériaux secs.

3.3. Conductivité thermique des milieux poreux: [14]

A partir de la résolution de l'équation de l'énergie, beaucoup de modèles de calculs de la conductivité thermique ont été développés. L'intérêt de ce paragraphe consiste à exposer une liste exhaustive des modèles de la littérature qui peuvent donner de bons résultats pour le calcul de la conductivité thermique apparente des milieux granulaires.

Ces modèles recouvrent en réalité deux grands types d'approches :

- Par analogie électrique
- Par une résolution exacte de l'équation de chaleur.

Dans le cas d'un milieu polyphasique, la conductivité thermique est fonction de.

1. La conductivité thermique de chaque composant.
2. Leur fraction massique.
3. La manière dont les différentes phases sont distribuées ; notamment,
 - La continuité ou la discontinuité des phases dans la direction du flux de chaleur.
 - Le caractère ordonné ou aléatoire de la distribution des constituants.
 - La taille, la forme et l'orientation des éléments de chaque phase.
4. La nature des contacts entre les différentes phases.
5. Les propriétés d'absorption et d'émission des composants, dans le cas où les transferts de chaleur par rayonnement à travers ces phases seraient non négligeables.

Les modèles proposés dans ce chapitre ne concernent que les milieux granulaires diphasiques. La phase solide est constituée d'une seule phase représentée par des particules solides. Par ailleurs, le fluide est représentée par des pores remplis exclusivement avec de l'air.

3.3.1. Modèles analytiques : [15]

De nombreux modèles analytiques permettent de calculer la conductivité thermique apparente λ_{app} de matériaux biphasés en fonction des conductivités thermiques λ_s et λ_f des deux phases présentes et de leur porosité, ainsi que leur compacité $\beta = 1 - \epsilon$

Les approches classiquement utilisées pour prédire le comportement de systèmes multiphasés sont les méthodes dites "déterministes périodiques" comme la prise de moyenne ou l'homogénéisation.

3.3.2. Modèles série et parallèle (Limites des valeurs de la conductivité thermique apparente du milieu) :

La conductivité thermique λ réelle du milieu et quel que soit le modèle utilisé, est toujours comprise entre deux valeurs extrêmes (figure 3.1), la borne inférieure (modèle série, figure 3.2) correspond à un milieu où le vecteur densité de flux de chaleur est perpendiculaire aux strates. et La borne supérieure (modèle parallèle, figure 3.3) correspond à une disposition des strates parallèlement à la direction de la densité du flux de chaleur.

$$\lambda_{série} < \lambda < \lambda_{parallèle}$$

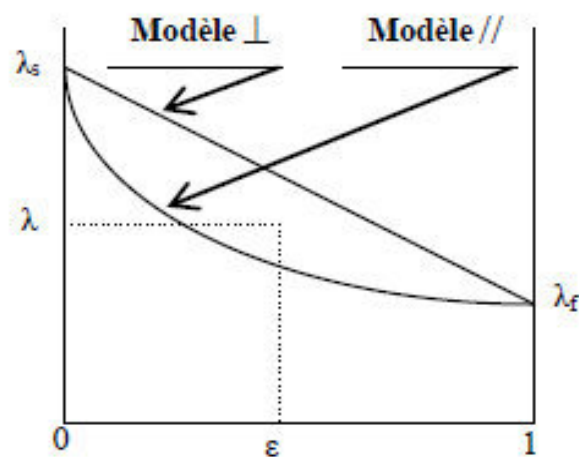


Figure 3.1. Valeurs limites de la conductivité thermique d'un milieu biphasique. [15]



Figure 3.2. Modèle série. [15]

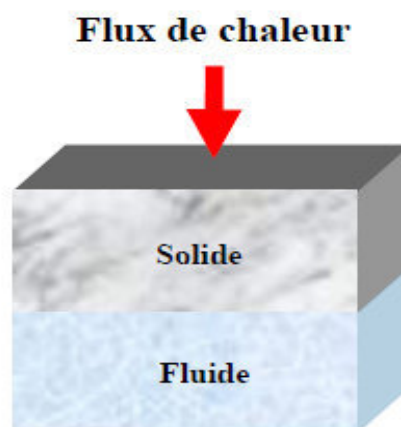


Figure 3.3. Modèle parallèle. [15]

La conductivité thermique apparente du milieu s'écrit :

$$\lambda_{\text{série}} = \frac{1}{\frac{\varepsilon}{\lambda_f} + \frac{\beta}{\lambda_s}} \quad [\text{III.1}]$$

$$\lambda_{\text{parallèle}} = \beta \lambda_s + \varepsilon \lambda_f \quad [\text{III.2}]$$

λ_f : La conductivité thermique de la phase fluide.

λ_s : La conductivité thermique de la phase solide.

ε : La porosité du milieu (fraction volumique de la phase fluide).

La conductivité thermique apparente dépend étroitement du rapport entre λ_s et λ_f (Figure 3.4). Pour $\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \rightarrow \infty$ l'équation [III.2] donne $\lambda_{app} \rightarrow \beta \lambda_s$ pour le modèle parallèle, ainsi pour le modèle série, contrairement lorsque $\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \rightarrow 0$ nous trouverons $\lambda_{app} \rightarrow \varepsilon \lambda_f$ pour le modèle parallèle, et $\lambda_{app} \rightarrow \frac{\lambda_s}{1-\varepsilon}$ L'analyse de ces résultats nous permet de conclure que la conductivité thermique apparente est gouvernée par la phase solide pour le modèle parallèle, et par la phase fluide pour le modèle série. [15]

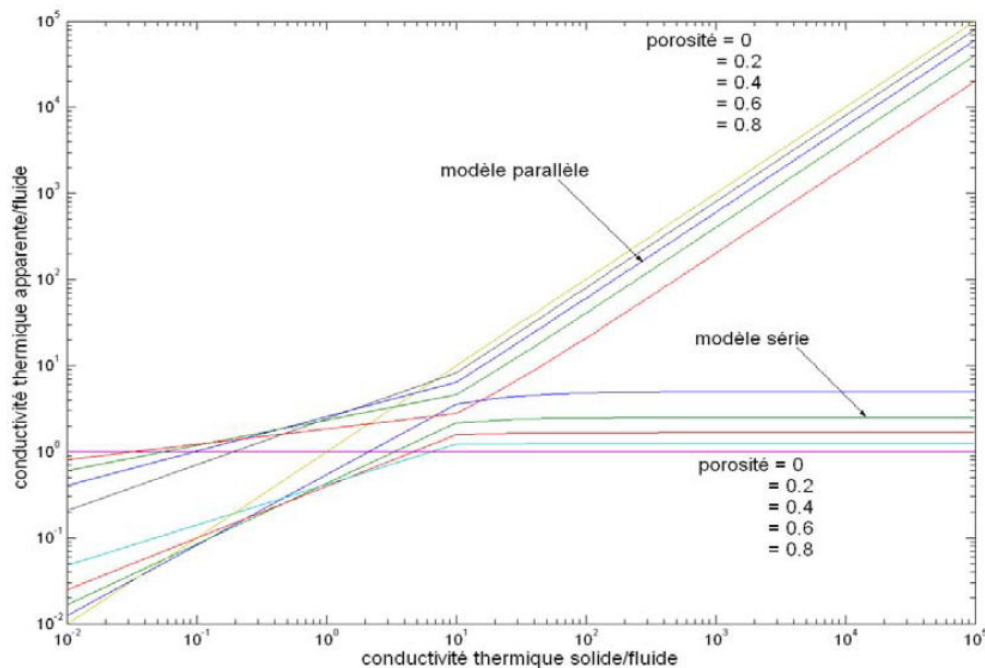


Figure 3.4. Conductivité thermique apparente en fonction du rapport conductivité thermique de la phase solide/fluide.

3.3.3. Modèle de Hashin-Shtrikman : [16]

Hashin et Shtrikman proposent quant à eux un modèle donnant un encadrement des valeurs de conductivité thermique de matériaux multiphasés. De manière générale, la borne inférieure de la conductivité correspond au cas où l'inclusion possède des propriétés thermiques supérieures à celles de la matrice (inversement pour la borne supérieure). Ces bornes sont valables quelle que soit la morphologie de la phase inclusionnaire du matériau.

Comme les modèles série et parallèle ce modèle calcul les bornes inférieure et supérieure de la conductivité thermique apparente d'un matériau biphasé. Il considère que le champ de température est uniforme dans chaque inclusion représentée sous la forme d'une sphère. Les équations ([III.3] et [III.4]) donnent respectivement les bornes inférieure et supérieure de la conductivité.

$$\frac{\lambda_{app.min}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + \frac{\varepsilon}{\frac{1}{\frac{\lambda_s}{\lambda_f} + \frac{\beta}{3\lambda_f}}} \quad [III.3]$$

$$\frac{\lambda_{app.max}}{\lambda_f} = 1 + \frac{\beta}{\frac{1}{\frac{\lambda_s}{\lambda_f} - 1} + \frac{\varepsilon}{3\lambda_f}} \quad [III.4]$$

3.3.4. Modèle de Krischer : [17]

Dans ce modèle, figure 3.5, le matériau sera formé de trois strates : deux ensembles de plaques en série et en parallèle. Le premier ensemble, de conductivité thermique $\lambda_{série}$, le second ayant pour conductivité thermique $\lambda_{parallèle}$, en plus les sont en série par rapport à la direction du flux thermique. La conductivité thermique est une fonction de deux conductivités série et parallèle.

n_{kr} : représente la part de disposition en parallèle et $(1 - n_{kr})$ celle de la disposition en série.

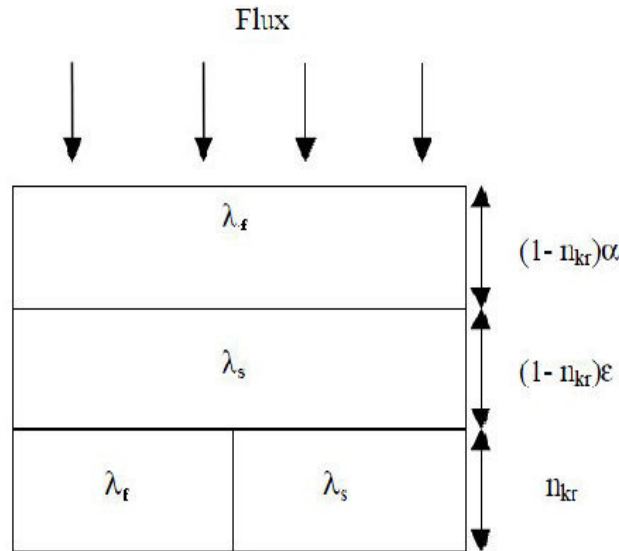


Figure 3.5. Représentation schématique d'un milieu poreux selon Krischer. [17]

La conductivité thermique apparente du milieu s'écrit :

$$\lambda_{app} = \frac{\lambda_{série} \lambda_{parallèle}}{n_{kr} \lambda_{série} + (1 - n_{kr}) \lambda_{parallèle}} \quad [III.5]$$

3.3.5. Modèle de Maxwell : [18]

Maxwell fait parti des premiers chercheurs qui se sont intéressé au calcul de la conductivité thermique des milieux poreux. Pour aboutir à l'estimation de cette dernière, il a supposé que le milieu granulaire est constitué de plusieurs particules sphériques de même diamètre (figure 3.6). Ce modèle de calcul concerne les milieux granulaires de forte porosité. Les particules sont séparées d'une distance, et il n'y pas d'interaction mutuelle entre deux particules, par conséquent le milieu est fortement dilaté (pas de contact entre les particules).

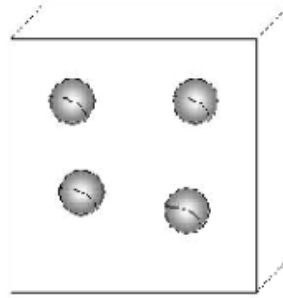


Figure 3.6. Modèle de Maxwell avec inclusions sphériques. [18]

La densité de flux de chaleur dans le milieu s'écrit :

$$\langle \Phi \rangle = \varepsilon \langle \Phi_f \rangle^f + \beta \langle \Phi_s \rangle^s \quad [\text{III.6}]$$

Avec :

$\langle \Phi_f \rangle^f$ et $\langle \Phi_s \rangle^s$ étant respectivement les moyennes intrinsèques des densités de flux de chaleur dans les phases continues (phase fluide) et discontinues (phase solide):

$$\langle \Phi_s \rangle^s = \frac{1}{V_s} \int_{V_s} -(\lambda_s \nabla T_s) dV = -\lambda_s \langle \nabla T_s \rangle^s \quad [\text{III.7}]$$

$$\langle \Phi_f \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} -(\lambda_f \nabla T_f) dV = -\lambda_f \langle \nabla T_f \rangle^f \quad [\text{III.8}]$$

La densité de flux de chaleur moyenne peut être exprimée en fonction de la conductivité thermique apparente du milieu :

$$\langle \Phi \rangle = -\lambda_{\text{app}} [\varepsilon \langle \nabla T_f \rangle^f + \beta \langle \nabla T_s \rangle^s] \quad [\text{III.10}]$$

Dans le cas d'une sphère unique placée dans un milieu où le gradient de température à l'infini donc $\langle \nabla T_f \rangle_\infty^f$ est constant, on démontre que le gradient de température à l'intérieur de la sphère est constant et vaut :

$$\langle \nabla T_s \rangle^s = \frac{3\lambda_f}{2\lambda_f + \lambda_s} \langle \nabla T_f \rangle_\infty^f \quad [\text{III.11}]$$

En confondant, $\langle \nabla T_f \rangle^f$ et $\langle \nabla T_f \rangle_\infty^f$ l'application des relations précédentes conduit à l'expression de la conductivité thermique du milieu donnée par Maxwell :

$$\lambda_{app} = \frac{\varepsilon\lambda_f (2\lambda_f + \lambda_s) + 3\beta\lambda_s \lambda_f}{\varepsilon(2\lambda_f + \lambda_s) + 3\beta\lambda_f} \quad [III.12]$$

3.3.6. Modèle de Willy et Soutwik : [19]

Le modèle sera formé de deux ensembles de plaques en parallèle et en série par rapport à la direction du flux de chaleur. Le premier ensemble de conductivité thermique $\lambda_{série}$ est constitué de plaques en série ; le second ayant pour conductivité thermique $\lambda_{parallèle}$, est formé de plaques en parallèle. La part de disposition en série sera notée n_w et celle de la disposition en parallèle $(1 - n_w)$.

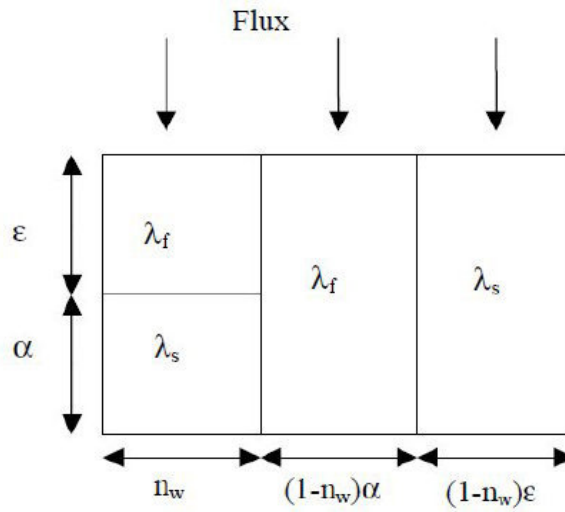


Figure 3.7. Représentation schématique d'un milieu poreux selon Willy et Soutwick. [19]

La conductivité thermique apparente du milieu s'écrit :

$$\lambda_{app} = \frac{n_w \lambda_s}{\frac{\lambda_s}{\lambda_f}} + (1 - n_w)(\beta \lambda_s + \varepsilon \lambda_f) \quad [III.13]$$

3.3.7. Modèle de De Vries : [20]

Ce modèle a été mis au point pour le calcul de la conductivité thermique des sols humides. Basé sur le même principe que le modèle de Maxwell, De Vries considère un milieu (sol) saturé avec un seul fluide, et la phase solide est supposée formée de particules ellipsoïdales, dispersées dans un milieu fluide continue. La conductivité thermique du milieu est donnée par l'expression suivante :

$$\lambda_{app} = \frac{\varepsilon\lambda_f + \beta G \lambda_f}{\varepsilon + \beta G} \quad [III.14]$$

Avec :

$$G = 1/3 \sum_{i=1}^3 \left[1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_f} - 1 \right) g_i \right]^{-1} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^3 g_i = 1 \quad [III.15]$$

Le facteur G représente le rapport des gradients moyens de température dans la matrice fluide et dans les particules solides et g_i le facteur de forme des particules. Pour $g_1=g_2=g_3$, l'expression de la conductivité thermique se réduit à celle de Maxwell.

3.3.8. Modèle de P.L.Chaurasia, D.R.Chaudary et R.C.Bhnadari : [21]

Dans ce modèle, la conductivité thermique apparente est une fonction de la conductivité thermique calculée avec modèle série et parallèle, autrement dit, la conductivité apparente n'est qu'une moyenne géométrique des conductivités thermiques calculées par ces derniers modèles (figure 3.8).

La conductivité thermique s'exprime par :

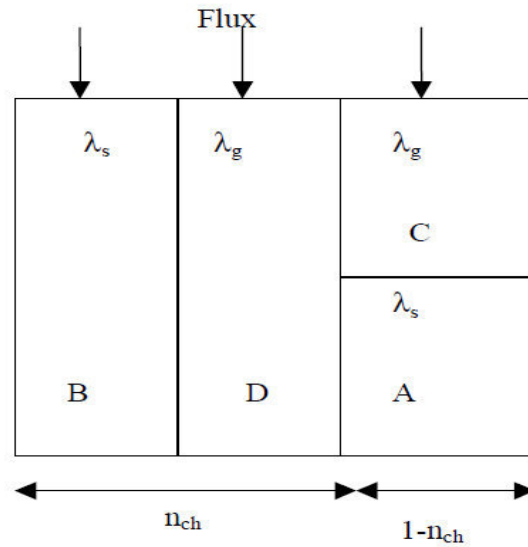


Figure 3.8. Représentation schématique d'un milieu poreux selon P.L.Chaurasia et al. [21]

$$\lambda_{app} = (D \cdot \lambda_f + \beta \cdot \lambda_s) n_{ch} \left(\frac{\lambda_s \cdot \lambda_f}{A \cdot \lambda_s + C \cdot \lambda_f} \right) (1 - n_{ch}) \quad [III.16]$$

$$\begin{cases} A + B + C + D = 1 \\ C + D = \varepsilon \\ B + D = n_{ch} \\ D = \varepsilon^{\frac{1}{3}} \\ B = \frac{1}{\psi} \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^3 \end{cases} \quad [III.17]$$

Où ψ est la sphéricité des particules.

A, B, C, D, n_{ch} fractions volumiques qui dépendent de la porosité du milieu.

3.3.9. Modèle de Russel et S.Frey : [22,23]

Le milieu est représenté par des empilements cubiques régulièrement espacés et sans contact. L'approche utilisée est similaire à l'approche du modèle de Maxwell. Dans cette structure, nous pouvons distinguer deux types de cellules possibles :

Cellule de Russel : découpage en isothermes parallèles :

La conductivité thermique apparente est :

$$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \frac{\beta^{\frac{2}{3}} + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} (1 - \beta^{\frac{2}{3}})}{\beta^{\frac{2}{3}} - \varepsilon_d + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} (1 - \beta^{\frac{2}{3}} + \beta)} \quad [III.18]$$

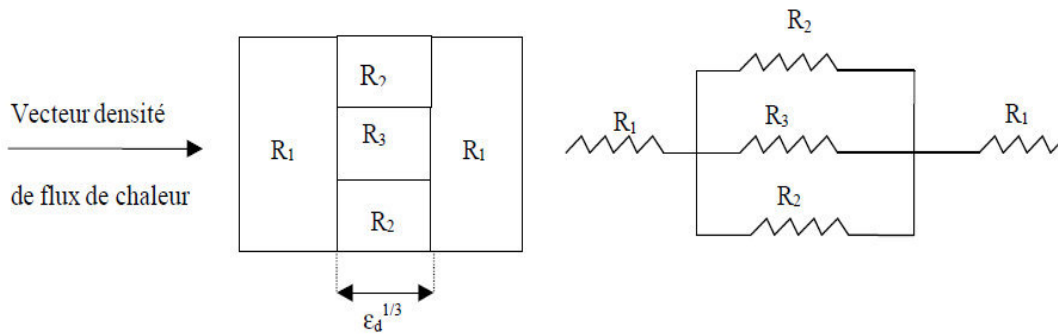


Figure 3.9. Représentation schématique d'un milieu poreux selon Russel. [22]

Cellule de S.Frey : découpage en tube de flux

La conductivité thermique apparente s'écrit:

$$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \frac{(1 - \beta^{\frac{1}{3}} + \beta) + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} (\beta^{\frac{1}{3}} - \beta)}{(1 - \beta^{\frac{1}{3}}) + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} \beta^{\frac{1}{3}}} \quad [III.19]$$

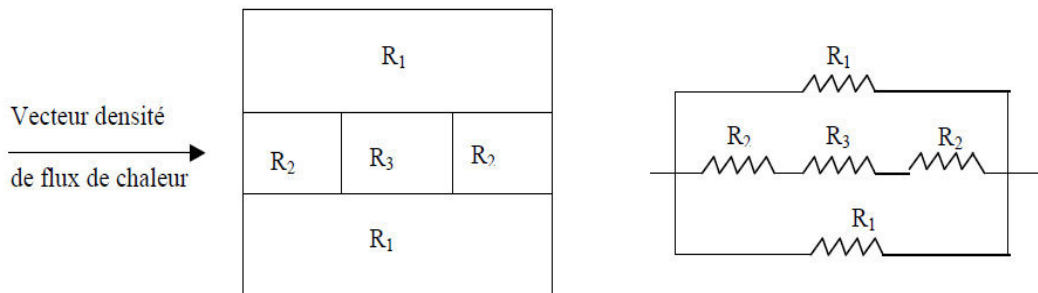


Figure 3.10. Représentation schématique d'un milieu poreux selon Frey. [23]

3.3.10. Modèle de Crane et Vachon : [24]

Dans ce modèle, Crane et Vachon supposent que la conductivité thermique est comprise entre deux bornes inférieure et supérieure. Ces bornes sont définies en

découpant le milieu en des tranches parallèles, d'épaisseur inférieure à celle des particules. Pour décomposer une cellule-unité en résistances, nous procédons de deux façons :

- **Borne inférieure :**

Nous décomposons le milieu en plaques perpendiculaire au flux de chaleur, considéré comme monodimensionnel. Les phases solides et gazeuses contenues dans chaque tube, sont considérées comme étant en parallèle, alors que les tubes sont en série (voir figure 3.11). En faisant tendre l'épaisseur des plaques vers zéro, la conductivité thermique peut être exprimée par :

$$\lambda_{app \text{ inf}} = \int_0^1 \frac{\lambda_f \lambda_s}{\lambda_s + (1-\varepsilon)(\lambda_f - \lambda_s)} dx \quad [\text{III.20}]$$

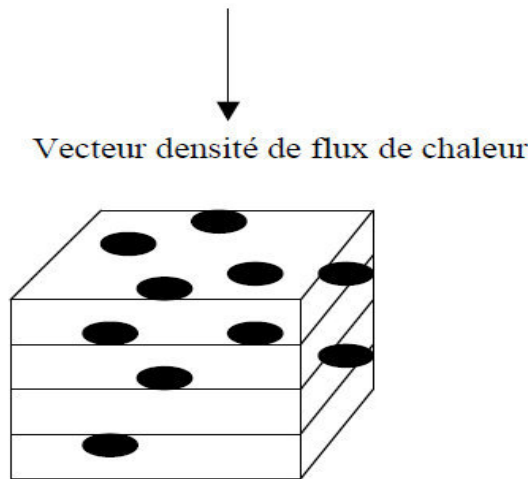


Figure 3.11. Représentation schématisée d'un milieu poreux selon Crane et Vachon (borne inférieure). [24]

- **Borne supérieure :**

Nous décomposons le milieu en plaque de même épaisseur parallèlement à la direction du vecteur de la densité de flux de chaleur. Nous supposons que chaque plaque est un tube de flux et sa résistance thermique est équivalente à un système de deux résistances parallèles, ainsi le milieu sera décomposé en n résistance en parallèle.

La conductivité thermique apparente est :

$$\lambda_{app \text{ sup}} = \int_0^1 \frac{1}{\frac{dx}{\lambda_f + (1-\varepsilon)(\lambda_s - \lambda_f)}} \quad [\text{III.21}]$$

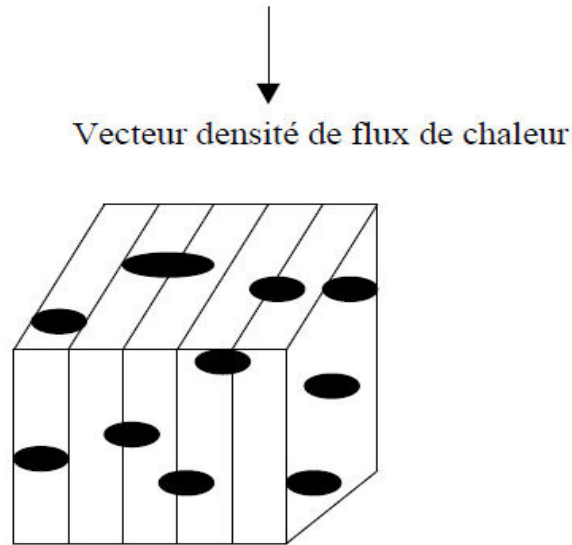


Figure 3.12. Représentation schématique d'un milieu poreux selon Crane et Vachon (borne supérieure). [24]

Pour évaluer ces deux intégrales (équation [III.20] et [III.21]), il faut déterminer la fonction de distribution de fraction solide $f(1 - \varepsilon)$, car $dx = -f(1 - \varepsilon)d(1 - \varepsilon)$. Crane et Vachon établissent cette fonction en la supposant une fonction gaussienne.

La difficulté pour connaître cette fonction réside dans la détermination expérimentale de la moyenne m et de l'écart type s .

3.3.11. Modèle de Zarichniak et Novikov : [25]

Le milieu est présenté par un empilement aléatoire de tubes de flux. Nous supposons que chaque colonne est formée d'un empilement de n cubes en série entre eux, et un tube de flux. Les tubes de flux sont parallèles entre eux. Pour une couche contenant n cube, la conductivité thermique apparente est :

$$\lambda_{app} = \sum_{p=0}^n C_n^p \varepsilon^p (1 - \varepsilon)^{n-p} \frac{n}{\frac{p}{\lambda_g} + \frac{n-p}{\lambda_s}} \quad [III.22]$$

La conductivité thermique dépend du nombre n . Pour n tendant vers l'infini, nous obtenons le modèle série, et pour $n=1$, nous obtenons le modèle parallèle.

3.3.12. Modèle de Jinh Huie : [26]

Jinh suppose que dans un milieu poreux granulaire, le transfert à travers le milieu s'effectue selon les modes suivant :

- Transfert thermique entièrement dans la phase solide
- Transfert thermique entièrement dans la phase fluide
- Transfert thermique dans les deux phases en série

La résolution du problème repose sur une approche probabiliste, par exemple, pour le passage du flux dans la phase solide, le modèle calcule la probabilité pour qu'une ligne de flux ne rencontre que la phase solide sur une longueur. La conductivité thermique apparente est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \beta_{jin} \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + \zeta \quad [III.23]$$

$$\beta = \beta_{jin} \exp\left(-\frac{n}{\beta}\right) \quad [III.24]$$

$$\beta = \beta_{jin} \exp\left(-\frac{n}{\beta}\right) \quad [III.25]$$

$$\zeta = \varepsilon \exp\left(-\frac{n}{\beta}\right) \frac{H^2(\varepsilon)}{\varepsilon[1 - \exp\left(-\frac{n}{\beta}\right)]} \quad [III.26]$$

$$H(\varepsilon) = 1 - \exp\left(-\frac{n}{\varepsilon}\right) - \beta \exp\left(-\frac{n}{\beta}\right) \quad [III.27]$$

n : est un paramètre empirique caractérisant la géométrie des pores.

Remarque : L'intérêt général de la liste des modèles citée plus haut ne peut être que limité étant donné qu'ils ne prennent pas en compte le transfert thermique à travers les zones de contact entre les particules, qui joue un rôle principal pour le transfert thermique à travers un milieu granulaire.

3.3.13. Modèle Yagi et Kunii : [27]

Le premier modèle de calcul de la conductivité thermique apparente des milieux poreux qui repose sur l'implication des zones de contact est dû à Disseler et Eian. Beaucoup de chercheurs se sont inspirés de ce modèle pour développer des nouveaux modèles qui s'appuient sur le même principe de Disseler à savoir l'implication des zones de contact.

Dans ce modèle, Yagi suppose que le transfert thermique au sein du milieu s'effectue par conduction dans le fluide situé dans les pores ainsi que dans la couche fluide entourant les points de contact entre les particules. La conductivité thermique apparente s'écrit comme suivant :

$$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \varepsilon_1 + \frac{(1-\varepsilon_1)\lambda_s}{(1-\beta_1)\lambda_f + \beta_1\lambda_s} \quad [III.28]$$

β_1 représente le rapport entre l'épaisseur de la couche stagnante de fluide en série avec le solide et la dimension de la cellule élémentaire, et ε_1 est donné par l'expression suivante :

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon - \beta_1}{1 - \beta_1} \quad [\text{III.29}]$$

Les valeurs de β_1 et ε_1 sont proposées dans la littérature.

3.3.14. Modèle de Kunii et Smith : [28]

Le milieu d'étude est sous forme d'un empilement de sphères de même diamètre, où n est le nombre de contact de chaque particule. Kunii et Smith supposent que le transfert s'effectue dans la couche fluide et dans le solide au voisinage des points de contact (figure 3.13).

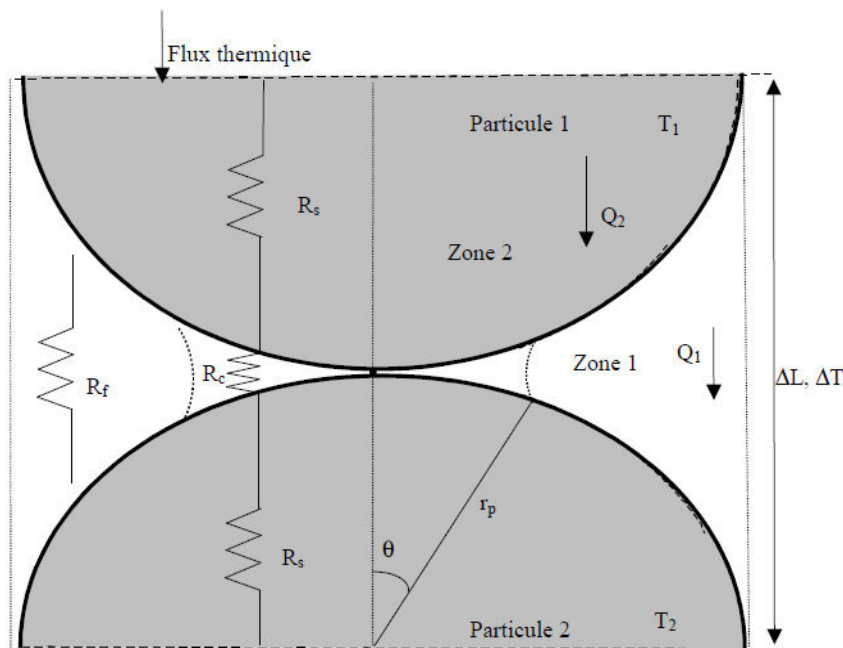


Figure 3.13. Cellule unitaire selon Kunii-Smith. [28]

T_1 , et T_2 sont respectivement la température au centre des particules 1 et 2. Dans le modèle de Kunii-Smith, la surface de contact est ponctuelle. Par analogie électrique, le milieu peut être représenté sous forme de résistances thermique (figure 3.14).

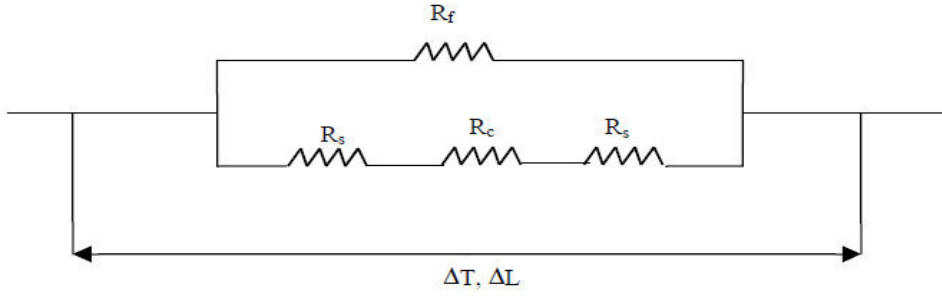


Figure 3.14. Résistances de contact pour le calcul de la conductivité thermique apparente. [28]

Les paramètres de calcul de la conductivité thermique sont :

$$R_f = \frac{\Delta L}{\varepsilon \lambda_f} \quad [\text{III.30}]$$

$$R_s = \frac{l_s}{\lambda_s} \frac{1}{1-\varepsilon} \quad [\text{III.31}]$$

$$R_c = \frac{l_f}{\lambda_f} \frac{1}{1-\varepsilon} \quad [\text{III.32}]$$

R_f : Résistance thermique au sein du fluide.

R_s : Résistance thermique au sein du solide.

R_c : Résistance thermique au sein du fluide qui entoure la surface de contact ponctuelle.

l_f : étant l'épaisseur d'une couche fluide offrant la même résistance thermique que le fluide entourant le point de contact, et l_s celle du cylindre ayant le même volume que la particule sphérique :

$$l_s = \frac{2}{3} D_p \quad [\text{III.34}]$$

L'équation de la conductivité thermique apparente s'écrit :

$$\frac{\lambda_{\text{app}}}{\lambda_f} = \varepsilon + \frac{\beta \eta}{\frac{\lambda_f}{\lambda_s} \Theta + \delta} \quad [\text{III.35}]$$

Avec :

$$\eta = \frac{\Delta L}{D_p}, \quad \Theta = \frac{l_s}{D_p}, \quad \delta = \frac{l_f}{D_p} \quad [\text{III.36}]$$

Pour les empilements denses de particules sphériques, la valeur de η est de 0.895.

Pour les milieux dilatés, η est de l'ordre de l'unité. Le paramètre δ est une fonction de la porosité et du rapport $\frac{\lambda_f}{\lambda_s}$.

3.4. Sensibilité du modèle aux des différents paramètres :

Cette partie est destinée à déterminer le domaine de définition de certains paramètres pour lesquels le modèle a une plus grande sensibilité au paramètre à estimer, et qui est la conductivité thermique. Dans le modèle développé, nous avons trouvé une formulation de la conductivité thermique en fonction des contraintes mécaniques et des autres paramètres comme la porosité, la taille des particules...L'objectif de cette étude de sensibilité est de déterminer une marge de contraintes mécaniques idéale avec laquelle, nous devons exciter le modèle pour obtenir une meilleure estimation de la conductivité thermique en faisant varier les paramètres d'entrée (porosité). Pour accomplir cette tâche, il est nécessaire d'effectuer une analyse de sensibilité, avec une marge de contraintes mécaniques comprise entre 0 et 150 MPa. Pour comparer l'influence de chaque paramètre, nous nous intéresserons au calcul de la sensibilité réduite. Les valeurs des paramètres utilisés pour cette étude sont choisies soigneusement qu'ils représentent les propriétés thermomécaniques d'un milieu granulaire, et représentées dans le tableau Annexe.

3.4.1. Sensibilité à la porosité initiale :

La porosité initiale de l'assemblage a une influence importante sur le calcul de la conductivité thermique apparente. Les résultats de sensibilité réduite obtenus en fonction de la porosité initiale sont représentés sur la figure 3.15. Sur cette figure, nous pouvons observer que pour de fortes valeurs de porosité, il existe une grande sensibilité de la conductivité thermique apparente à la porosité initiale. Une petite variation de la porosité initiale affecte directement la conductivité thermique. Cela est vérifié que si le milieu est isolant, car le transfert se fait à travers les pores, et surtout pour des faibles contraintes.

Lorsque les contraintes mécaniques augmentent, la porosité commence à diminuer. A partir d'une valeur de contraintes et de porosité initiale correspondante, la sensibilité réduite s'annule. A partir d'une contrainte dite seuil (contrainte supérieure à 100 MPa), quelle que soit la porosité initiale, la sensibilité réduite garde le même état. Dans cette marge de contraintes, la porosité n'intervient pas, d'où, on peut simplifier le modèle établi sans prendre en considération l'effet de la porosité.

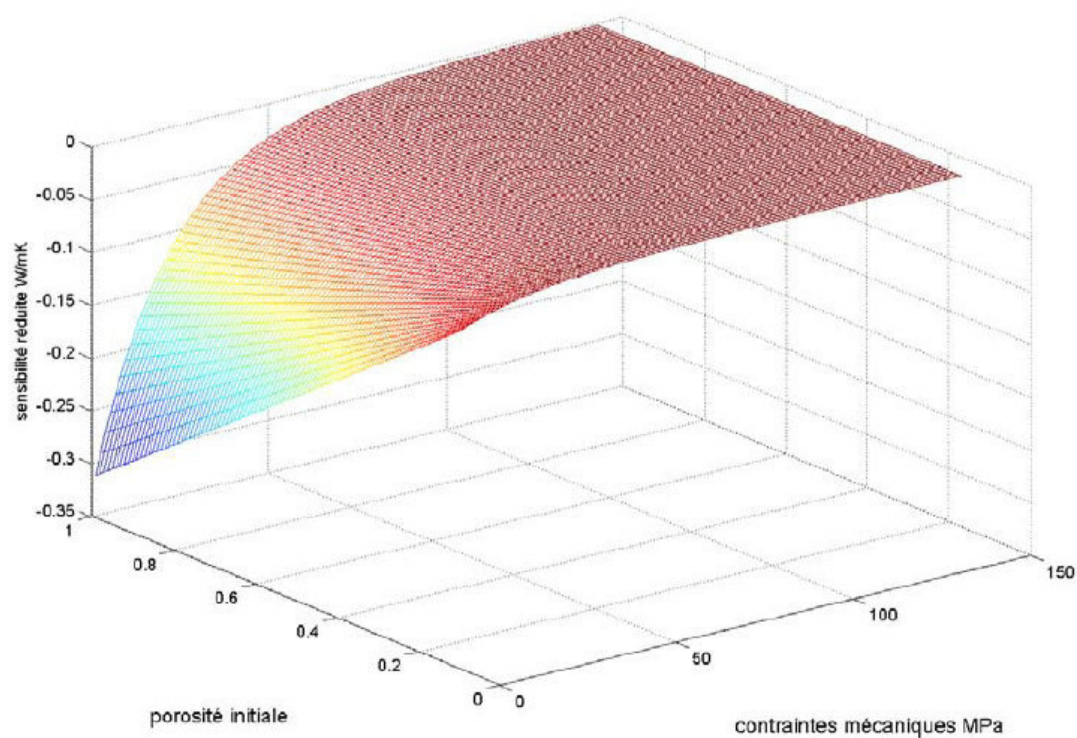


Figure 3.15. Sensibilité réduite à la porosité.

3.4.2. Sensibilité à la conductivité thermique de la phase solide :

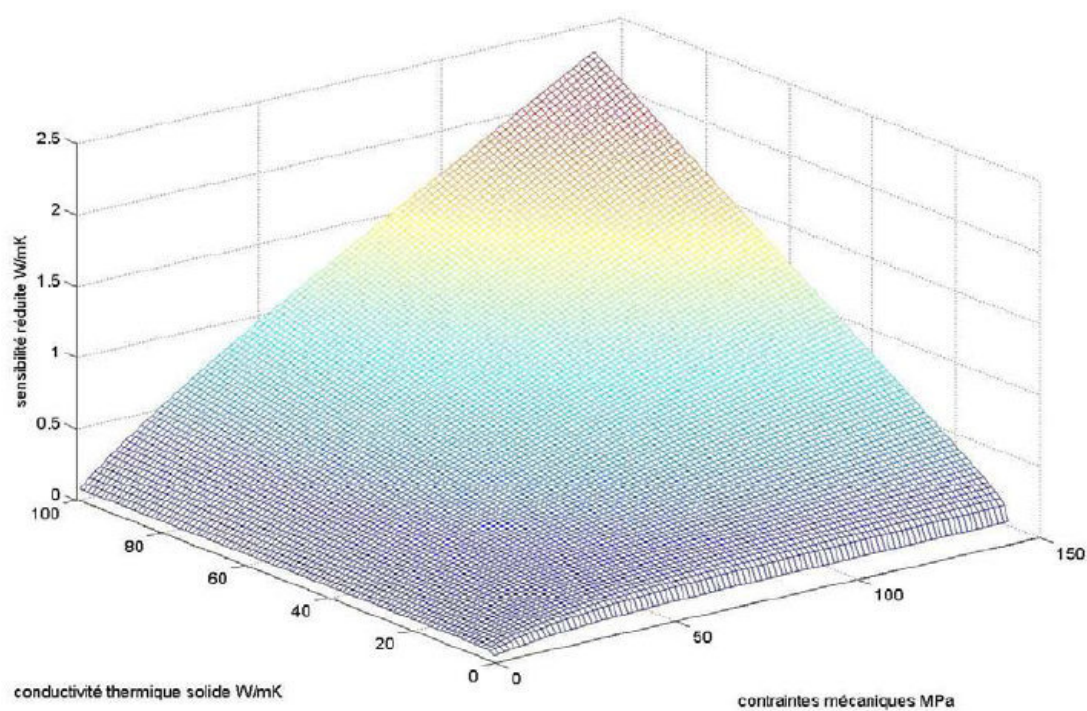


Figure 3.16. Sensibilité à la conductivité thermique de la phase solide du milieu.

Nous pouvons observer sur la figure 3.16, qu'il existe une forte sensibilité du modèle à la conductivité thermique solide du milieu, pour de fortes contraintes qui varient de 35 MPa à 150 MPa. Une petite variation de la conductivité thermique de la phase solide du milieu entraîne une forte augmentation de la conductivité thermique apparente du milieu.

A l'échelle microscopique d'une cellule, la surface de contact augmente avec les contraintes mécaniques. Par conséquent, pour de fortes valeurs de la conductivité thermique de la phase solide, et de fortes contraintes mécaniques, le transfert thermique dans le milieu s'effectue essentiellement dans la phase solide. La surface de contact joue un rôle primordial pour le transfert thermique, car le flux se concentre autour de la surface de contact. C'est l'inverse qui se produit pour les milieux isolants, où les transferts sont prépondérants dans le fluide.

3.4.3. Sensibilité à la conductivité thermique du fluide :

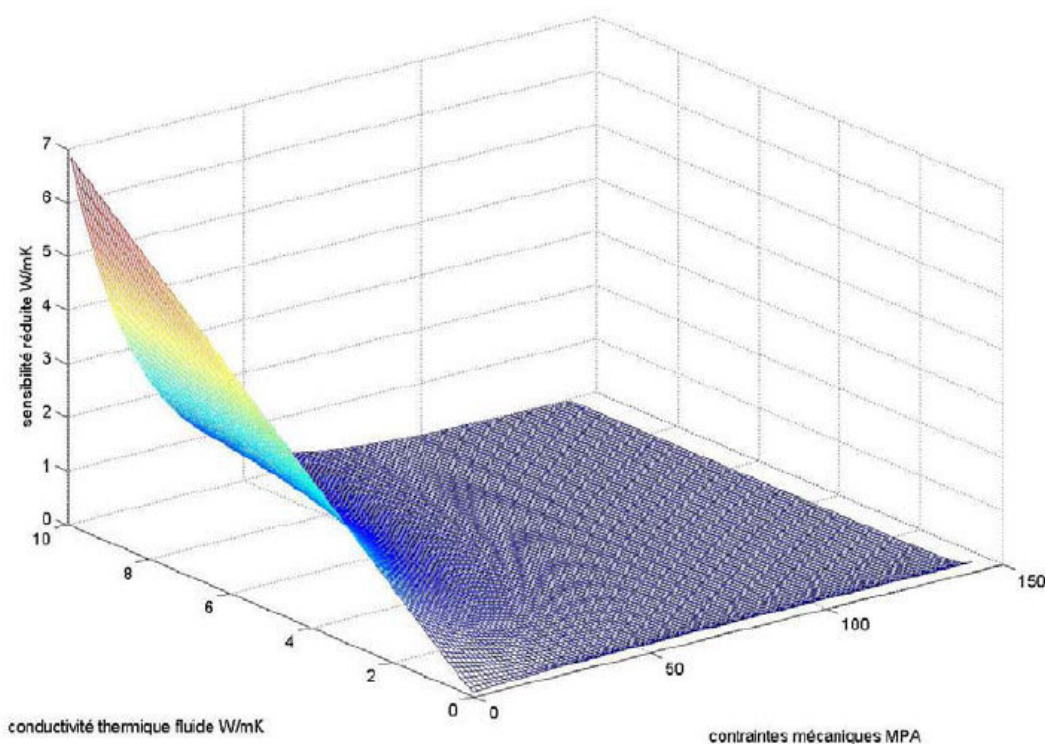


Figure 3.17. Sensibilité à la conductivité thermique du fluide.

En suivant le même schéma d'analyse que pour la sensibilité à la porosité initiale, nous pouvons observer sur le graphique qu'il existe une forte sensibilité du modèle à la conductivité thermique du fluide pour des fortes valeurs de la conductivité thermique de la phase fluide et des faibles contraintes mécaniques. Pour des fortes

contraintes mécaniques, la porosité du milieu commence à diminuer, et le transfert dans le fluide devient négligeable.

3.4.4. Sensibilité au rayon de la particule :

L'évolution macroscopique du milieu en fonction des contraintes mécaniques ne dépend pas de la taille des particules. Pour rejoindre à ce qui est dit, nous avons fait des expériences en fonction de la taille des particules, qui montrent que la valeur de la conductivité thermique apparente ne dépend pas de la taille des particules. .

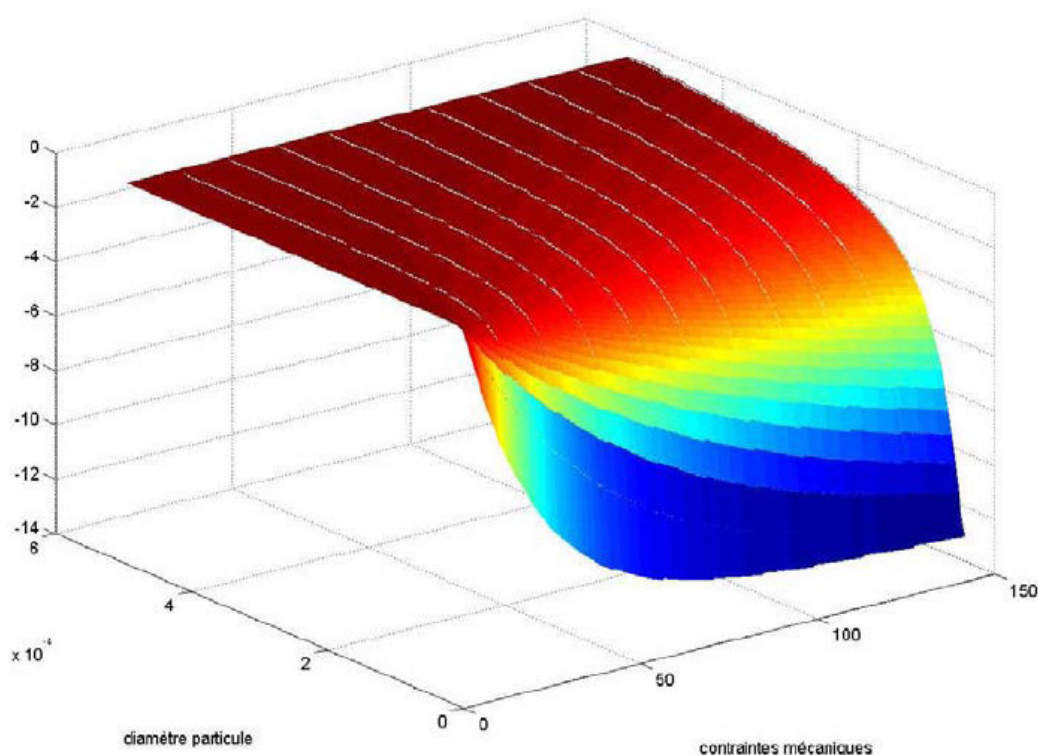


Figure 3.18. Sensibilité réduite à la taille des particules.

Si les matériaux devaient se déformer dans le domaine plastique, la taille initiale des poudres influencerait nettement la rugosité (zone de contact) extérieure du compact où de plus grandes particules fourniraient une surface plus approximative. En revanche, pour les matériaux fragiles où la rupture de particules est susceptible de se produire, la rugosité extérieure peut ne pas avoir une dépendance forte à l'égard de la dimension particulaire initiale.

Dans le but d'établir un modèle général de calcul de la conductivité thermique apparente d'un milieu granulaire, beaucoup d'auteurs ont étendu ces modèles de contact au cas de lits de particules de diamètres différents, en passant toujours par une

homogénéisation du milieu (calcul d'un diamètre moyen). De même, certains auteurs ont inséré différentes types de surfaces de contacts entre deux particules.

Le tableau ci-dessous présente un récapitulatif de tous les modèles développés au cours de ce chapitre. [29]

Modèle	Formules	Remarques
Parallèle	$\lambda_{app} = \sum \varepsilon_i \lambda_i$	Milieu constitué en plusieurs strates parallèles entre elles
Série	$\lambda_{app} = (\sum \varepsilon_i / \lambda_i)^{-1}$	Milieu constitué en plusieurs strates en série entre elles
Hashin-Shtrikman	$\frac{\lambda_{min}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + \frac{\varepsilon}{\frac{1}{1 - \lambda_s / \lambda_f} + \frac{\alpha}{3 \lambda_s / \lambda_f}}$ $\frac{\lambda_{max}}{\lambda_f} = 1 + \frac{\alpha}{\frac{1}{\lambda_s / \lambda_f - 1} + \frac{\varepsilon}{3}}$	Le milieu est isotrope
Lichtencker	$\lambda^n = \varepsilon \lambda_f^n + \alpha \lambda_s^n$ $\lambda_{app} = \lambda_f^\varepsilon \lambda_s^\alpha$	Modèle empirique n : paramètre à déterminer expérimentalement
Maxwell	$\lambda_{app} = \frac{\varepsilon \lambda_f (2 \lambda_f + \lambda_s) + 3 \alpha \lambda_s \lambda_f}{\varepsilon (2 \lambda_f + \lambda_s) + 3 \alpha \lambda_f}$	Particules sont sphériques, et aucune interaction mutuelle entre les particules
Hamilton	$\frac{\lambda}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + (n-1)\lambda - (n-1)\varepsilon(\lambda_f - \lambda_s)}{\lambda_s + (n-1)\lambda_f + \rho(\lambda_f - \lambda_s)}$	Une extension du modèle Maxwell à diverses formes géométriques
De Vries	$\lambda_{app} = \frac{\varepsilon \lambda_f + \alpha G \lambda_s}{\varepsilon + \alpha G}$	Extension du modèle de Maxwell à des particules ellipsoïdales
Willey Southwick	$\lambda_{app} = \frac{n_w \lambda_s}{\varepsilon \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + \alpha} + (1 - n_w)(\alpha \lambda_s + \varepsilon \lambda_f)$	Combinaison du modèle série et parallèle
Russel	$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \frac{\alpha^{2/3} + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} (1 - \alpha^{2/3})}{\alpha^{2/3} - \varepsilon_d + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} (1 - \alpha^{2/3} + \alpha)}$	La phase discontinue est sous forme de cubes régulièrement espacés. -Hypothèse d'isothermes parallèles
Frey	$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \frac{(1 - \alpha^{1/3} + \alpha) + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} (\alpha^{1/3} - \alpha)}{(1 - \alpha^{1/3}) + \frac{\lambda_f}{\lambda_s} \alpha^{1/3}}$	La phase discontinue est sous forme de cubes régulièrement espacés. Hypothèse de flux uniforme

Krisher	$\lambda_{app} = \frac{\lambda_{série} \lambda_{parallèle}}{b \lambda_{série} + (1-b) \lambda_{parallèle}}$	Combinaison du modèle série et parallèle
P.L.Chaurasia, D.R.Chaudhary et R.C.Bhandaria	$\lambda_{app} = (D \lambda_f + B \lambda_s)^n \left(\frac{\lambda_f \lambda_s}{A \lambda_s + C \lambda_f} \right) (1-n)$	A+B+C+D=1 C+D=ε B+D=n D=ε ^{1.3} et $B = \frac{1}{\psi} \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)$
Crane et Vachon	$\lambda_{app,inf} = \int_0^1 \frac{\lambda_s \lambda_f}{\lambda_s + (1-\varepsilon)(\lambda_f - \lambda_s)} dx$ $\lambda_{app,sup} = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dx}{\lambda_f + (1-\varepsilon)(\lambda_s - \lambda_f)}}$	$\lambda_2 \leq \lambda_{app} \leq \lambda_1$ pour tous les mélanges stochastiques normalement distribués
Zarichniak et Novikov	$\lambda_{app} = \sum_{p=0}^n C_n^p \varepsilon^p (1-\varepsilon)^{n-p} \frac{n}{\frac{p}{\lambda_g} + \frac{n-p}{\lambda_s}}$	Arrangement aléatoire de cubes solides et fluides
Jinn Huie	$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \alpha_{jnn} \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + \beta$ $\alpha_{jnn} = \rho_{app} \text{Exp}\left(-\frac{n}{\rho_{app}}\right)$	n : paramètre empirique n=0 pour un solide, et n=1 pour un milieu poreux non consolidé n> 1 pour un milieu poreux non consolidé
Yagi et Kunii	$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \varepsilon_1 + \frac{(1-\varepsilon_1) \lambda_s}{(1-\alpha_1) \lambda_f + \alpha_1 \lambda_s}$	Le transfert s'effectue à travers les surfaces de contacts
Kunii-Smith	$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = \varepsilon + \frac{\alpha \beta}{\frac{\lambda_f}{\lambda_s} \gamma + \phi}$	γ=2/3 β=1
Bauer Schlünder	$\frac{\lambda_{app}}{\lambda_f} = (1-\sqrt{1-\varepsilon}) \left(\frac{\varepsilon}{(\varepsilon-1) + \frac{\lambda_f}{\lambda_s}} + \varepsilon \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right) + \sqrt{1-\varepsilon} \left(\phi \frac{\lambda_s^*}{\lambda_f} + (1-\phi) \frac{\lambda_s^*}{\lambda_f} \right)$	Le transfert s'effectue à travers les surfaces de contact
Hayashi et al	$\lambda_{app} = \frac{1}{2} (3\varepsilon-1) \lambda_s + \beta_1 D_p \cos \psi + \frac{3\beta_1 (1-\varepsilon)(1-\delta) \cos \psi}{2 \left(1 \left(\frac{\lambda_s^*}{\phi} + h_n D_p \right) + \frac{\cos \psi - \phi^*}{\lambda_s} \right)}$	Le transfert s'effectue à travers les surfaces de contact

Tableau 3.1. Modèles de prédiction de la conductivité thermique effective. [29]

3.5. Variation de la conductivité thermique en fonction de la porosité: [30,31]

L'objectif principal de cette thèse est d'identifier l'effet des contraintes mécaniques sur la conductivité thermique des milieux poreux (granulaires). Les modèles cités plus haut ne prennent pas en compte l'effet des contraintes mécaniques, puisqu'ils calculent la conductivité thermique apparente à partir des mesures directes de la

porosité finale. Par contre, nous savons qu'il y a une relation directe entre les contraintes mécaniques et la porosité.

Sous l'effet des contraintes mécaniques, la porosité du milieu diminue. Pour continuer à étudier l'effet des contraintes mécaniques sur les calculs de la conductivité thermique, nous sommes obligés de passer par le biais du paramètre intermédiaire de la porosité finale voir figure 3.19.

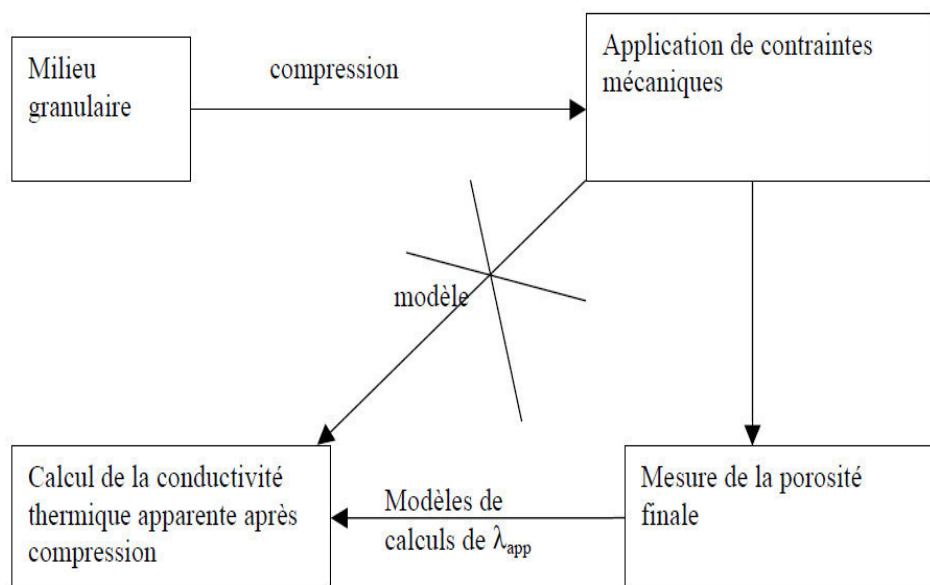


Figure 3.19. Représentation des chemins d'analyse de la conduction thermique en fonction des contraintes mécaniques. [30]

La courbe 3.20 traduit l'influence de la porosité finale sur la conductivité thermique apparente du milieu poreux, lorsque la phase solide a une conductivité thermique supérieure à celle de la phase fluide. [32]

La conductivité thermique apparente dépend étroitement du rapport conductivité solide/conductivité fluide. Pour des forts rapports, la conductivité thermique augmente lorsque les contraintes mécaniques sont appliquées sur le milieu. Par contre pour de faibles rapports (inférieur à l'unité) la conductivité thermique diminue en fonction des contraintes mécaniques. [33]

Nous avons reporté les résultats des modèles cités plus haut qui dépendent exclusivement de la porosité, et la conductivité thermique de la phase solide et fluide.

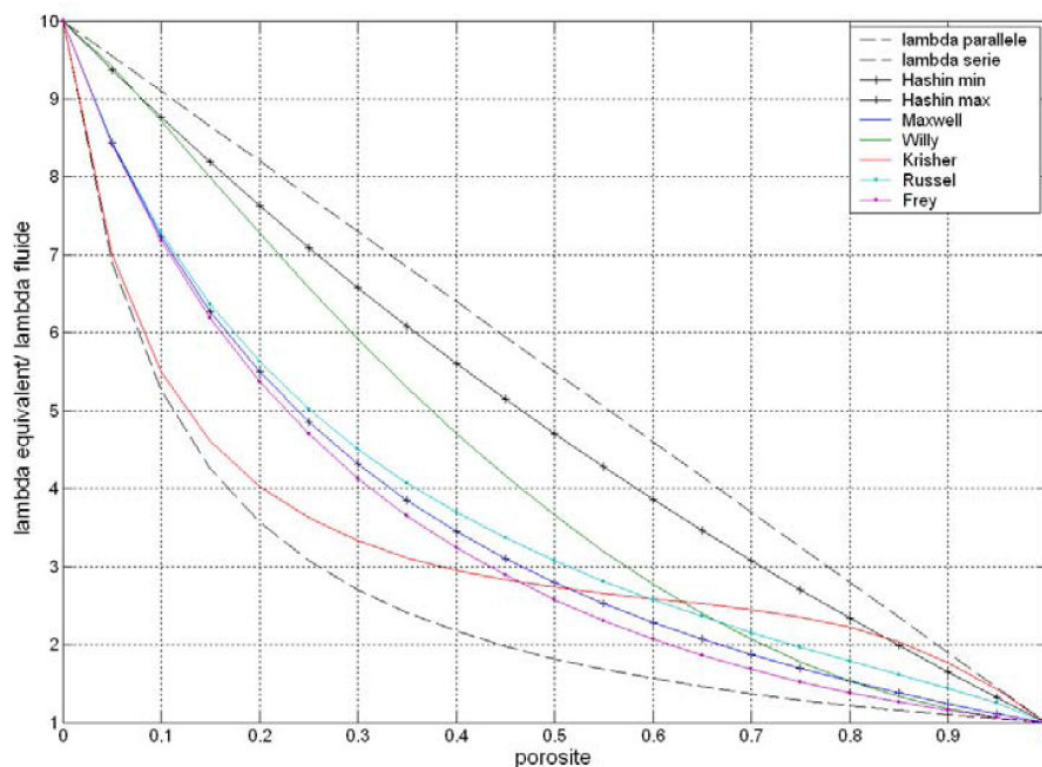
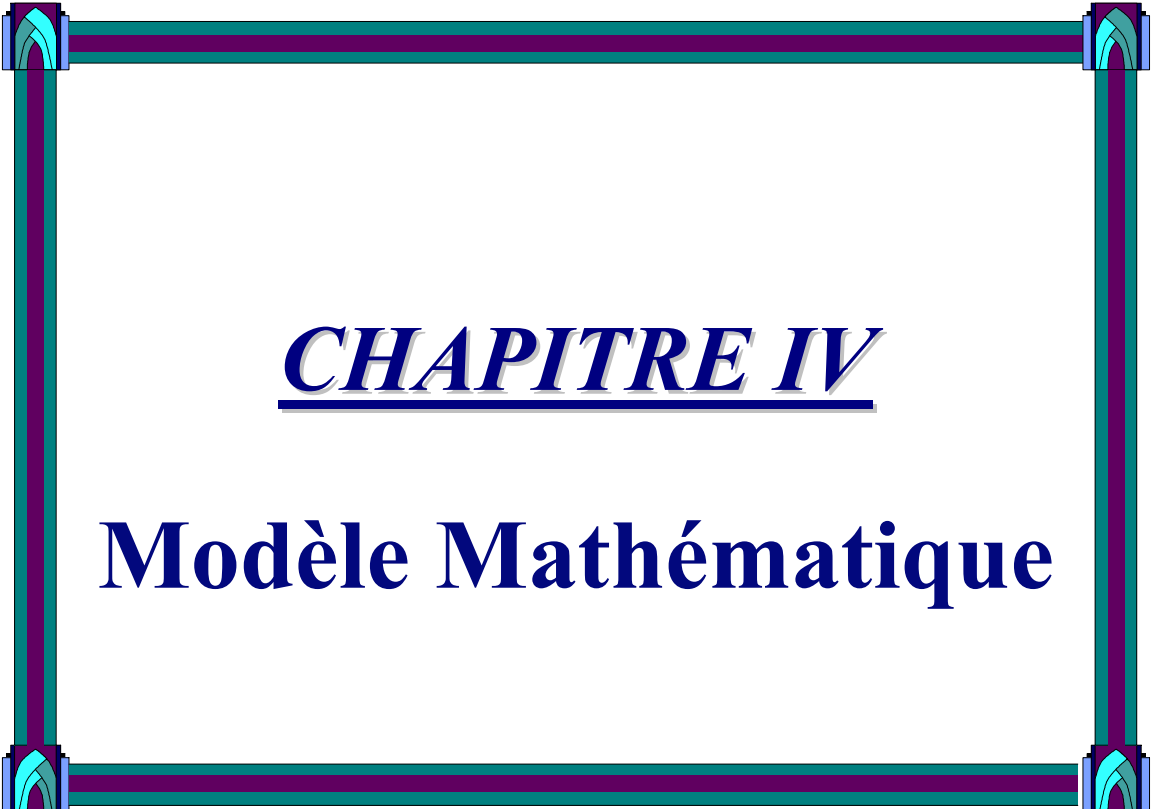


Figure 3.20. Variation de la conductivité thermique en fonction de la porosité.

Les évolutions calculées en modulant la variation de la conductivité thermique en fonction de la porosité sont reportées sur le graphe 3.20. Comme attendu, pour le cas des milieux poreux, la variation de la conductivité est décroissante en fonction de la porosité. Lorsque la porosité augmente, la conductivité thermique apparente diminue. Nous pouvons dire que cela est due à l'intervention de l'air qui représente un milieu isolant pour le passage de la chaleur entre particules. [33]

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons exposé une méthode utilisée pour prévoir la valeur de la conductivité thermique et qui est basée sur plusieurs approches, prise de moyenne, homogénéisation et analogie électrique. Les différents modèles alors établis font apparaître les propriétés intrinsèques des constituants et la structure géométrique du milieu étudié. Les modèles analytiques sont classés en deux catégories suivant que l'on considère des inclusions isolées dans une matrice ou un mélange de deux phases interconnectées et plus ou moins continues suivant leur fraction volumique.



CHAPITRE IV

Modèle Mathématique

Introduction :

Le transfert thermique dans les milieux poreux a été souvent abordé dans différents champs d'application tels que la science de sol, le génie civil, l'agronomie...etc. Il se distingue généralement par un transport lent dû essentiellement à la structure poreuse du milieu. La résolution d'un problème de transfert de chaleur dans un milieu poreux (sol) revient à déterminer en toute profondeur du sol et à tout instant la variation de la température sous l'influence de la porosité. Ce qui permet ensuite de calculer les flux de chaleur.

Pour calculer ces paramètres indiqués ci dessus, il est nécessaire d'établir ou de disposer des équations qui décrivent le transfert de chaleur par conduction au sein d'un volume poreux pour les deux phases contenues dans le milieu (solide, fluide) et en suite il applique pour chacune des phases la prise de moyenne en prenant un volume élémentaire représentatif (V.E.R) à l'échelle du pore.

Une fois les équations sont posées, nous aboutirons à un modèle qui est régi par un système d'équations que nous devrions résoudre par l'une des méthodes numérique, dans notre cas la résolution se fera par la méthode différence finis.

4.1. Changement d'échelle : [34]

La modélisation théorique des transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux est souvent faite en utilisant un changement d'échelle. Les changements d'échelles sont des méthodes mathématiques qui servent à simplifier la modélisation et la résolution de problèmes physiques. Les équations auxquelles obéissent les phénomènes en milieu poreux sont obtenues à partir des équations microscopiques de la thermodynamique et de la mécanique des milieux continus. Cependant, en raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, il faut passer à l'échelle macroscopique afin d'obtenir une équivalence entre le milieu réel dispersé et le milieu continu fictif équivalent. La procédure classiquement utilisée pour ce changement d'échelle consiste à faire des prises de moyenne volumique des équations microscopiques sur le volume élémentaire représentatif V.E.R.

Dans la méthode : « Prise de moyenne volumique » les valeurs macroscopiques moyennes T peuvent être définies par l'intégration volumique des variables ponctuelle T sur un volume V élémentaire du milieu poreux. Cette moyenne s'effectue donc sur des nombreux pores par l'intermédiaire d'un volume élémentaire représentatif V.E.R du milieu poreux.

4.2. Prise de moyenne : [34]**4.2.1 Définitions et théorèmes :**

Les changements d'échelles sont des méthodes mathématiques qui servent à simplifier la modélisation et résolution de problèmes physiques. Dans la littérature on peut trouver divers travaux qui font la comparaison entre les méthodes de changement 0. Cette bibliographie peut nous approcher de la réponse à la question suivante : quelle méthode choisir ?. Dans la plupart des cas, il est habituel que les résultats lors de l'utilisation d'une méthode ne varient pas beaucoup par rapport à une autre méthode ; le choix d'une méthode est alors souvent guidé, par une connaissance correcte de telle ou telle méthode.

4.2.2. Prise de moyenne appliquée aux équations de transfert : [35]

Nous allons présenter ici la méthode de la prise de moyenne (Whitaker, 1977) appliquée aux équations de transport, dans le but de préparer l'application de cette méthode qui est présente tout au long de notre travail.

Pour commencer, il faut d'abord avoir un volume élémentaire représentatif V.E.R (Figure 4.1). Il est généralement défini tels que l'échelle qu'il représente est assez petite pour capturer le mouvement global du fluide, du solide et le transfert thermique, mais assez grand pour lisser les complexités morphologiques. Le V.E.R doit respecter nécessairement les conditions suivantes:

- R_0 très petit devant la taille du milieu étudié.
- $l_f \ll R_0 \ll L$, où L est la dimension caractéristique de l'ensemble du matériau et l_f la taille caractéristique de la porosité.

En définitif, cette théorie nous permettra d'obtenir des équations reliant les variables moyennées à partir des équations de la thermodynamique et de la mécanique des milieux continus écrites à l'échelle du pore.

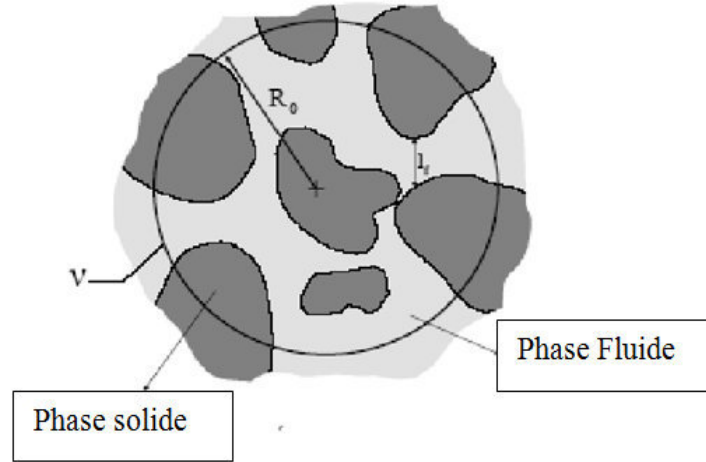


Figure 4.1. Schéma du Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R) d'un milieu poreux utilisée par la prise de moyenne. [35]

La notion de moyenne d'une fonction f_k à valeur dans une phase k est propre au problème que l'on souhaite étudier. Cependant, il est courant de la définir comme l'intégrale sur un volume V_k arbitrairement défini. Ce volume contient du solide (la structure poreuse) autour duquel s'écoule un fluide. Ce dernier peut être monophasique ou multiphasique. On définit la moyenne volumique par: [36]

$$\langle f_k \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_k} f_k \, dV$$

On définit également la moyenne intrinsèque à la phase k par :

$$\langle f_k \rangle^k = \frac{1}{V_k} \int_{V_k} f_k \, dV$$

Généralement, lorsque l'on cherche à créer un modèle macroscopique à partir d'un problème à l'échelle du pore, on cherche les équations différentielles qui régissent les moyennes intrinsèques à chaque phase. Ces deux moyennes sont reliées par la relation $\langle f_k \rangle = \varepsilon_k \langle f_k \rangle^k$ où $\varepsilon_k = \frac{V_k}{V}$. Dans le cas où la phase k est la seule phase qui s'écoule à travers le volume V , on peut identifier ε_k à la porosité du milieu. [36]

La prise de moyenne volumique n'est pas une opération évidente, notamment en ce qui concerne la moyenne d'une dérivée. En effet, la moyenne d'un gradient (opérateur au sens large de la dérivée) est dans la plupart des cas différente du gradient de la moyenne. Le théorème suivant nous permet de relier ces deux opérations: [36]

$$\langle \nabla f_k \rangle = \nabla \langle f_k \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{k\sigma}} f_k \cdot \vec{n}_{k\sigma} dS$$

Où $S_{k\sigma}$ est la frontière, à l'intérieur de V , entre k et les autres phases σ , et $\vec{n}_{k\sigma}$ est le vecteur normal unitaire à cette frontière, dirigé de k vers σ .

Les moyennes volumiques des opérateurs de dérivations temporelle appliqués à cette grandeur par :

$$\left\langle \frac{\partial f_k}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle f_k \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V} \int_{S_{k\sigma}} f_k \vec{W} \cdot \vec{n}_{k\sigma} dS$$

Avec :

$\vec{W}$, vecteur vitesse de déplacement des points de l'interface $S_{k\sigma}$

D'un point de vue macroscopique, tout champ de variable microscopique f_k peut-être vu comme la contribution d'un champ moyen $\langle f_k \rangle^k$ et d'une perturbation $\tilde{f}_k$ également appelée fluctuation. La décomposition de Gray (du nom du chercheur l'ayant proposée) stipule que :

$$f_k = \langle f_k \rangle^k + \tilde{f}_k$$

Cette définition est cohérente avec le fait que la moyenne volumique des fluctuations est nulle ($\langle \tilde{f}_k \rangle^k = 0$). [18]

4.3. Modélisation du transfert de chaleur par conduction : [37] [38]

Hypothèses simplificatrices :

Afin de nous limiter aux phénomènes que l'on estime dominants et de simplifier un certain nombre de calculs, on adopte les hypothèses suivantes :

H1 : La phase gazeuse est constituée d'un mélange gazeux d'air sec.

H2 : Le phénomène de changement de phase se produit aux interfaces solide-fluide.

H3 : La phase fluide est incompressible. Cette hypothèse nous permet de ne pas prendre en compte la variation de la masse volumique en fonction de la température. Cette hypothèse est très souvent admise.

H4 : Les déformations de la phase solide sont négligées, sa vitesse est donc nulle.

H5 : La phase fluide, qui occupe une partie de l'espace inter-granulaire, ne réagit pas chimiquement avec les autres constituants.

H6 : Il n'y a pas de prise en compte des forces de gravité.

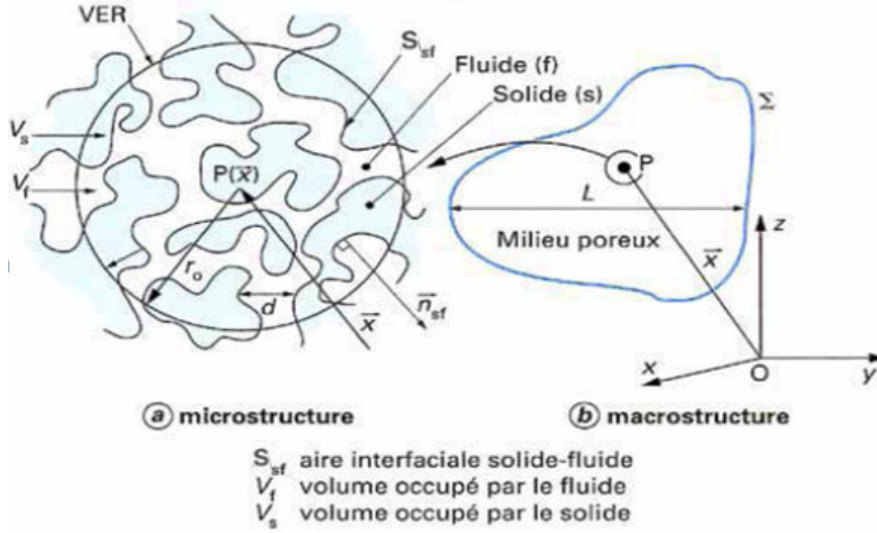


Figure 4.2. Volume de prise de moyenne. [37]

À l'échelle microscopique, les équations, qui rendent compte du transfert de chaleur par conduction au sein d'un volume poreux limité par la surface Σ , sont les suivantes :

$$(\rho C_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T_s) \quad \text{dans } V_s \quad [\text{IV.1}]$$

$$(\rho C_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_f \nabla T_f) \quad \text{dans } V_f \quad [\text{IV.2}]$$

$$T_s = T_f \quad \text{sur } S_{sf} \quad [\text{IV.3}]$$

$$\lambda_s \nabla T_s \cdot \vec{n}_{sf} = \lambda_f \nabla T_f \cdot \vec{n}_{sf} \quad \text{sur } S_{sf} \quad [\text{IV.4}]$$

Auxquelles il convient d'ajouter les conditions initiales et aux limites sur Σ . Dans ces expressions :

V_s : Représente le volume occupé par la phase solide.

V_f : Représente le volume occupé par la phase fluide.

$S_{sf} = S_{fs}$: L'aire de la surface interfaciale solide-fluide au sein du milieu poreux et le

$\vec{n}_{sf}$: vecteur unitaire normal à l'interface solide-fluide, orienté positivement du solide vers le fluide (Figure 4.2).

La prise de moyenne de l'équation [IV.1] sur le volume V Identifié au VER conduit dès lors, **pour la phase solide** :

$$(1 - \varepsilon)(\rho C_p)_s \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} = \nabla \cdot \left[(1 - \varepsilon) \lambda_s \nabla \langle T_s \rangle^s + \frac{\lambda_s}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} (T_s - \langle T_s \rangle^s) dS \right] + \frac{1}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} \lambda_s \nabla T_s dS \quad [\text{IV.5}]$$

Avec :

$\langle T_s \rangle^s$: Température moyenne intrinsèque de la phase solide définie par :

$$\langle T_s \rangle^s = \frac{1}{V_s} \int_{V_s} T_s \, dV \quad [IV.6]$$

$\langle T_s \rangle^s$ est liée à la moyenne volumique $\langle T_s \rangle = \frac{1}{V} \int_V T_s \, dV$ par la relation évidente :

$$\langle T_s \rangle = \langle T_s \rangle^s (1 - \varepsilon) \quad [IV.7]$$

On obtient de même **pour la phase fluide** après prise de moyenne de l'équation [IV.2] sur le VER :

$$\varepsilon(\rho C_p)_f \frac{\partial \langle T_f \rangle^f}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\varepsilon \lambda_f \nabla \langle T_f \rangle^f + \underbrace{\frac{\lambda_f}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} (T_f - \langle T_f \rangle^f) \, dS}_{(b)} \right] + \underbrace{\frac{1}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} \lambda_f \nabla T_f \, dS}_{(a)} \quad [IV.8]$$

Avec :

$$\langle T_f \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} T_f \, dV \quad \text{et} \quad \langle T_f \rangle = \varepsilon \langle T_f \rangle^f \quad [IV.9]$$

Comme le montrent ces résultats, le changement d'échelle qui consiste à substituer aux équations [IV.1] et [IV.2], décrivant le transfert de chaleur à l'échelle microscopique dans chacune des phases, les équations macroscopiques locales [IV.5] et [IV.8], décrivant le transfert de chaleur moyen dans le VER au sein de chaque phase, a pour conséquence l'apparition de termes supplémentaires traduisant les échanges conductifs entre phases [terme (a)] et les effets de structure [terme (b)].

Ces équations, qui distinguent, au sein du volume de prise de moyenne, les températures du fluide et du solide, sont très souvent simplifiées en admettant l'hypothèse de l'équilibre thermique local entre phases, soit :

$$\langle T_s \rangle^s = \langle T_f \rangle^f = T \quad [IV.10]$$

La mise en œuvre de l'hypothèse exprimée par [IV.10], associée à l'additivité des équations [IV.5] et [IV.8], conduit dès lors au modèle classique dit à une équation :

$$(\rho C_p)^* \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} = \nabla \cdot \left[[(1 - \varepsilon) \lambda_s + \varepsilon \lambda_f] \nabla T + \underbrace{\frac{\lambda_f - \lambda_s}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} (T_f - T) \, dS}_{(c)} \right] + \frac{1}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} \lambda_s \nabla T_s \, dS \quad [IV.11]$$

Avec :

$(\rho C_p)^*$: Capacité thermique volumique équivalente ou effective.

$$(\rho C_p)^* = \varepsilon(\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon)(\rho C_p)_s \quad [IV.12]$$

$$\lambda_{app} = [(1 - \varepsilon)\lambda_s + \varepsilon\lambda_f]\nabla T + \underbrace{\frac{\lambda_f - \lambda_s}{V} \int_{S_{sf}} \vec{n}_{sf} (T_f - T) dS}_{(C)} \quad [IV.13]$$

Compte tenu de cette expression l'équation [IV.11] se met alors sous la forme suivante qui décrit le transfert de chaleur par conduction :

$$(\rho C_p)^* \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{app} \cdot \nabla T) \quad [IV.14]$$

Comme évoqué précédemment, la conductivité thermique effective ou équivalente dépend des conductivités thermiques des phases solide λ_s et fluide λ_f constituant le milieu poreux, des fractions volumiques de ces phases (porosité) et de la structure de la matrice solide (continuité, état de surface,...). Ses valeurs sont évidemment comprises entre les valeurs des conductivités thermiques des phases en présence dans l'équation [IV.14] décrivant le transfert de chaleur par conduction, les caractéristiques thermiques du milieu poreux sont donc prises en compte par deux paramètres : la capacité thermique volumique équivalente $(\rho C_p)^*$ et la conductivité thermique équivalente λ_{app} .

Compte tenu de la propriété d'additivité de l'enthalpie, la capacité thermique volumique équivalente peut être facilement calculée par l'équation [IV.12]. Pour ce qui concerne la conductivité thermique équivalente λ_{app} , outre les données existantes, elle est généralement déterminée par voie expérimentale ou évaluée à l'aide de modèles (géométriques et statistiques) ou de corrélations empiriques.

4.4. Les variations cycliques de température à la surface du sol :[2]

Sous les climats tempérés, la surface du sol est soumise à des variations cycliques de température atmosphérique annuelles ou diurnes qui induit des changements de température dans le sol. Les variations de température à la surface du sol induisent la propagation "d'ondes thermiques" par conduction dans les sols. Ce comportement peut être décrit analytiquement par la solution que nous allons présenter. Cette solution permet de dériver les propriétés thermiques des sols à partir du suivi des températures dans les sols à diverses profondeurs. La dérivation que nous présentons suppose que seulement la conduction permet le transfert de chaleur, que les propriétés thermiques des matériaux sont uniformes, qu'il n'y a pas de changements de phases dans l'eau du sol et que le milieu est semi-infini verticalement et à température initiale constante.

La variation de température à la surface du sol $T_{\text{surf}}(^{\circ}\text{C})$ est supposée suivre une variation sinusoïdale en fonction du temps t (s ou j) avec une amplitude ΔT et une fréquence angulaire ω (rad/s ou rad/j) autour d'une valeur moyenne T_{surf} :

$$T_{\text{surf}} = T_m + \Delta T \cdot \sin(\omega t) \quad [\text{IV.15}]$$

La solution du problème permet d'obtenir la température du sol $T(x,t)$ en fonction du temps t et de la profondeur dans le sol x (m):

$$T(x,t) = T_m + \Delta T \exp\left(-x \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\right) \sin\left(\omega t - x \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\right) \quad [\text{IV.16}]$$

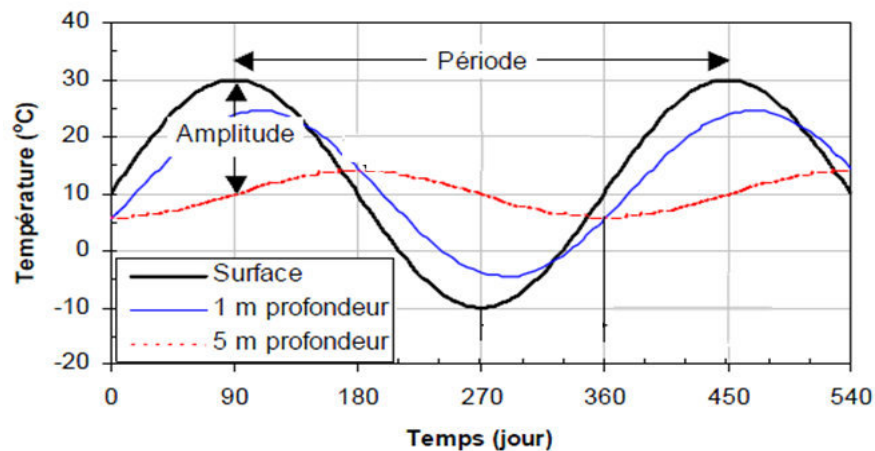


Figure 4.3. Variation cyclique de température en fonction du temps à la surface du sol et à deux profondeurs dans le sol.[2]

La nature de la solution analytique peut être observée en fonction du temps ou de la profondeur. La figure 4.3 montre une variation de température sinusoïdale à la surface du sol et à deux profondeurs. Noter que la période P (s ou j) d'une onde est liée à sa fréquence ω par $P = 2\pi / \omega$. Dans cet exemple, l'onde thermique de surface possède une période de 360 jours et une amplitude de 20°C autour d'une valeur moyenne de 10°C .

La forme de la solution permet de constater que la température dans le sol suivra également une variation sinusoïdale. Cependant, deux termes viennent modifier la température dans le sol par rapport à celle de la surface. Premièrement, l'amplitude du changement de température dans le sol est inférieure à celle de la surface. Ce comportement est représenté par un terme d'amortissement. Le deuxième effet qui affecte la variation de température dans le sol est son déphasage dans le temps par rapport à celle à la surface du sol. C'est-à-dire que les températures maximales et minimales ne seront pas atteintes à la même période en profondeur par rapport à la

surface. Le délai entre la variation cyclique en profondeur par rapport à la surface est représenté par un terme de retard introduit dans la fonction sinus de la solution. Il est à noter qu'à la fois l'amortissement et le déphasage des ondes thermiques dépendent de la profondeur et de la diffusivité thermique.

Conclusion :

Ce chapitre a permis d'explicitier le modèle mathématique utilisé pour représenter les processus de transfert thermique dans le sol et les modèles macroscopiques de transfert de chaleur par conduction dans les des systèmes comprenant deux phases solides et fluide, en utilisant le procédé de calcul de la moyenne en volume. La présentation de cette technique provient en grande partie de son travail Quintard et Whitaker. Les équations de conservation macroscopiques sont mise en place sous l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, ce qui conduit à un modèle régi par une seule équation.

En conclusion nous pouvons observer que nous avons une seule équation non linéaire, ne peut généralement pas être résolue analytiquement et doit faire l'objet d'une résolution numérique.

CHAPITRE V

Modèle Numérique

Introduction :

La modélisation mathématique des transferts en milieu poreux repose sur la résolution des équations différentielles assorties de conditions initiales et de conditions aux limites. Puisque l'obtention et l'utilisation d'une solution analytique s'avère impossible, la résolution numérique constitue la seule alternative. En plus de gagner en souplesse, les méthodes numériques permettent d'introduire des termes sources et de modifier les conditions aux limites et la représentation des échanges.

Nous donnons dans cette section les outils numériques nécessaires à la discrétisation et à la résolution numérique des équations couplées non linéaires décrites dans la section précédente.

Pour résoudre un problème de la physique il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Le modèle physique peut s'exprimer en mots et phrases qu'il est nécessaire de traduire en expressions mathématiques. Lorsque le problème est ainsi bien posé, il est alors possible de le résoudre soit mathématiquement (solution analytique) ou numériquement (solution numérique). Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (Equations aux Dérivées Partielles: « E.D.P. » associées aux conditions initiales et aux limites), ne peuvent être déterminées dans le cas général sauf dans certains cas classique connus depuis bien longtemps. Dans le cas général où il y'a des difficultés si l'on résoud les équations aux drivées partielles qui régissent les phénomènes étudiés, on fait appel aux méthodes numériques, le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques. Il y'a trois méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles régissant les écoulements. Ces méthodes sont :

- ✓ La méthode des différences finies
- ✓ La méthode des éléments finis
- ✓ La méthode des volumes finis.

Méthode des différences finies : est la plus ancienne des méthodes numériques, elle a été introduite en 18^{ème} siècle par Euler, elle s'avère la plus adaptée et la plus facile d'utilisation pour les problèmes à géométrie simple. Cette méthode est basée sur la technique du développement en séries de Taylor qui permet d'approximer la valeur d'une fonction en un point donné si on connaît la valeur de la dite fonction ainsi que

tous ces dérivés en un point voisin en espace ou en temps. A l'aide de la méthode des différences finies l'équation aux dérivées partielles sera transformée en équation algébrique. Cette équation algébrique est appliquée sur tous les nœuds de la grille de calcul, donc on obtient un système d'équation algébrique comportant autant d'équations que d'inconnues, résolu par une méthode appropriée.

Méthode des éléments finis : est une technique de calcul numérique qui consiste à discrétiser en sous-ensembles un objet (ou une partie d'un objet) dont on veut étudier certaines de ses propriétés. Ces sous-ensembles sont appelés éléments. Ces derniers sont connectés entre eux par des nœuds. La discrétisation de l'objet se nomme le maillage. La méthode des éléments finis permet donc de résoudre de manière discrète une EDP dont on cherche une solution approchée.

Méthode des volumes finis : a été adoptée dans notre étude. Cette méthode est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis mais, contrairement à la méthode de différence finies qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volume fini utilise comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales. Dans la méthode des volumes finis les lois de conservations (de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sous une forme intégrale. La clé de cette méthode réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface. L'un des principaux avantages de la méthode des volumes finis est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour raison qu'elle est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

5.1. La Méthode des différences finies :

La méthode des différences finies est une méthode d'approximation des équations différentielles ordinaires et des équations aux dérivées partielles. Sa formulation est basée sur le calcul approché de fonctions dérivées apparaissant dans les équations différentielles. Comme les fonctions dérivées sont exprimées par le développement

limité de Taylor, la méthode des différences finies est développée à partir de cette formule.

La méthode trouve son champ d'application principalement dans la résolution des différents types d'équations de type elliptique, parabolique et hyperbolique et qui constituent l'objet de ce chapitre.

5.1.1. Le développement limité de Taylor :

La série de Taylor est basée sur le résultat mathématique suivant : toute fonction $f(x)$ peut être exprimée à l'aide d'un polynôme ayant un nombre infini de termes. C'est le développement en série de cette fonction autour d'un point connu x_0 voisin de x :

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots \\ + \frac{(x - x_0)^n}{n!}f^{(n)}(x_0) + R_{n+1} \quad [V.1]$$

Où :

$f^{(n)}(x_0)$: est la dérivée $n^{\text{ième}}$ de la fonction au point $x = x_0$.

R_{n+1} : est le reste de la série.

En posant $h = x - x_0$, la série s'écrit :

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(x) + R_{n+1} \quad [V.2]$$

La fonction f doit être suffisamment régulière (on dit de classe C_∞) c'est à dire que ces dérivées de n'importe quel ordre existent et sont continues (définition d'une fonction analytique). Pratiquement on ne peut tenir compte que d'un nombre fini de termes de cette série: une erreur de troncation est introduite dans la série de Taylor qui devient par exemple si on tient compte uniquement du terme contenant la dérivée première.

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0) \pm \text{erreur}. \quad [V.3]$$

5.1.2. La méthode des différences finies :

La dérivée d'une fonction f en un point de coordonnées x , $f'(x)$ est définie par :

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad [V.4]$$

Elle est représentée par la pente de la tangente à la courbe f en ce point $(x, f(x))$. Le second membre de l'équation [V.4] sera une approximation raisonnable de $f'(x)$ pour un intervalle suffisamment petit mais fini. On utilise le développement de Taylor pour donner une approximation de la dérivée première définie sur un intervalle fini. La série de Taylor peut être écrite pour chaque point autour duquel le développement de la fonction a lieu.

5.2. Expression des dérivées premières par la méthode des différences finies :

5.2.1. Différences finies en avant :

On considère le développement de la fonction $f(x+h)$ en série de Taylor au point $x+h$:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(x) + \dots \quad [V.5]$$

soit :

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \frac{h}{2}f''(x) - \frac{h^2}{6}f^{(3)}(x) - \dots \quad [V.6]$$

Ou sous forme plus compacte :

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + O(h) \quad [V.7]$$

L'équation [V.7] représente l'expression de la dérivée première écrite par un schéma de différences finies en avant (ou progressives).

La notation $O(h)$ représente l'erreur de troncature entre la valeur exacte et la valeur calculée par différences finies de la dérivée première. Cette erreur est de l'ordre de h (de l'ordre de l'exposant le plus petit de h), h est le pas de discrétisation.

Pour un domaine discrétisé en un nombre m de points, l'équation [V.7] s'écrit sous forme indicielle :

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} + O(h) \quad i=1, m-1 \quad [V.8]$$

Avec les notations suivantes :

$$f'_i = f'(x)$$

$$x = ih$$

$$f_i = f(x)$$

$$f_{i+1} = f(x+h) \text{ etc...}$$

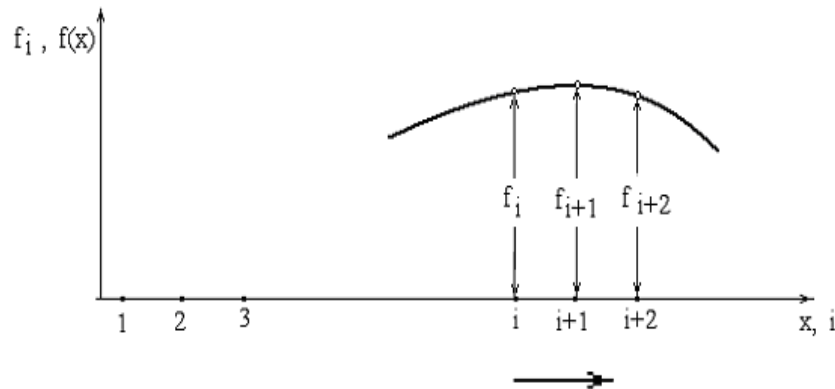


Figure 5.1. Schémas de différences finies en avant.

5.2.2. Différences finies en arrière :

On considère l'expansion de la série de Taylor de la fonction $f(x-h)$ au point $x-h$:

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(x) + \dots \quad [V.9]$$

L'équation [V.9] permet d'obtenir la dérivée première en utilisant un schéma de différences finies en arrière (ou régressives):

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h} + \frac{h}{2}f''(x) - \frac{h^2}{6}f^{(3)}(x) \quad [V.10]$$

Soit :

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h} + O(h) \quad [V.11]$$

Où l'erreur de troncature est :

$$O(h) = \frac{h}{2}f''(x) - \frac{h^2}{6}f^{(3)}(x) \quad [V.12]$$

5.2.3. Différences finies centrées :

L'élimination de $f(x)$ des équations [V.5] et [V.9] permet d'obtenir la dérivée première en utilisant un schéma de différences finies centrées:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} - \frac{h^2}{6} f^{(3)}(x) - \dots \quad [V.13]$$

Soit :

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2) \quad [V.14]$$

L'erreur $O(h)$ donnée par est de l'ordre de h^2 . Ainsi la dérivée première obtenue par différences finies centrées est plus précise que le résultat obtenu par les deux autres méthodes (en avant et en arrière).

5.3. Expression des dérivées secondes :

5.3.1. Différences finies en avant :

Nous allons maintenant procéder à la représentation par un schéma de différences finies en avant de la dérivée seconde $f''(x)$ de la fonction $f(x)$ autour du point x . On considère le développement en séries de Taylor des fonctions $f(x+h)$ et $f(x+2h)$ aux points $x+h$ et $x+2h$:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f^{(3)}(\xi) \quad [V.15]$$

$$f(x+2h) = f(x) + 2hf'(x) + 2h^2 f''(x) + \frac{4}{3} h^3 f^{(3)}(\xi) \quad [V.16]$$

Eliminant $f'(x)$ entre les deux équations on obtient

$$f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x+h) + f(x+2h)}{h^2} - hf^{(3)}(\xi) \quad [V.17]$$

Soit sous forme compacte

$$f_i'' = \frac{f_i - 2f_{i+1} + f_{i+2}}{h^2} + O(h) \quad [V.18]$$

5.3.2. Différences finies en arrière :

Pour l'expression de la dérivée seconde on considère le développement en séries de Taylor des fonctions $f(x-h)$ et $f(x-2h)$ aux points $x-h$ et $x-2h$:

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(\xi) \quad [V.19]$$

$$f(x-2h) = f(x) - 2hf'(x) + 2h^2f''(x) - \frac{4}{3}h^3f^{(3)}(\xi) \quad [V.20]$$

Eliminant $f'(x)$ entre les deux équations on obtient

$$f''(x) = \frac{f(x-2h) - 2f(x-h) + f(x)}{h^2} + hf^{(3)}(\xi) \quad [V.21]$$

Soit sous forme compacte :

$$f_i'' = \frac{f_{i-2} - 2f_{i-1} + f_i}{h^2} + O(h) \quad [V.22]$$

5.3.3. Différences finies centrées :

Le schéma de différences finies centrées de la dérivée seconde est obtenu en considérant le développement en séries de Taylor des fonctions $f(x+h)$ et $f(x-h)$ aux points $x+h$ et $x-h$:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(x) + \frac{h^4}{4!}f^{(4)}(\xi) \quad [V.23]$$

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(x) + \frac{h^4}{4!}f^{(4)}(\xi) \quad [V.24]$$

Eliminant $f'(x)$ entre les deux équations on obtient :

$$f''(x) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2} + \frac{1}{12}h^2f^{(4)}(\xi) \quad [V.25]$$

Soit sous forme compacte

$$f_i'' = \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{h^2} + O(h^2) \quad [V.26]$$

5.4. Principes généraux de la méthode :

La méthode des différences finies est basée sur l'approximation des fonctions dérivées apparaissant dans les équations de formulation du problème. Les fonctions dérivées sont écrites sous une forme approchée en utilisant le développement limité de

Taylor. L'équation aux dérivées partielles est ainsi approchée par une équation aux différences finies. Cette équation est écrite ou projetée en un point du maillage sous forme de schéma.

Plusieurs types de schémas aux différences finies sont utilisés ; différences finies en avant, en arrière et centrées. Ces schémas, ayant des précisions différentes, sont utilisés selon le problème rencontré. La méthode des différences finies utilise une discrétisation géométrique ou maillage du domaine Ω . Le domaine peut être aussi bien régulier qu'irrégulier.

L'équation aux dérivées partielles est approchée localement selon la formule choisie (différences finies, en avant ou en arrière) en tout point, ou nœud, du maillage du domaine Ω . On obtient alors une molécule donnant le schéma aux différences finies. La solution recherchée $T(i, j)$ est rattachée au nœud (i, j) en question (nœud central de la molécule).

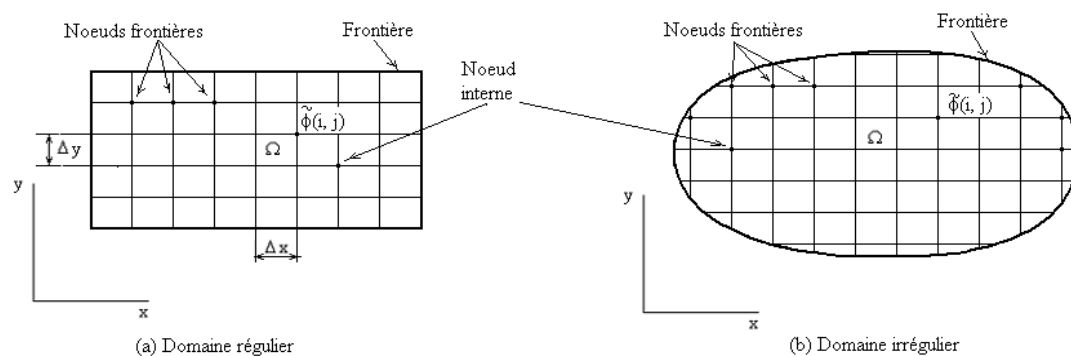


Figure 5.2. Maillage de domaine régulier et irrégulier.

A cause du changement des pas de discrétisation aux nœuds de frontières $\Delta x \rightarrow \alpha \Delta x$ et $\Delta y \rightarrow \beta \Delta y$, α et β étant des coefficients de correction du pas, connus, inférieurs à 1, la molécule est reformulée pour les nœuds aux frontières dans le cas où le domaine est irrégulier (Fig. 5.2).

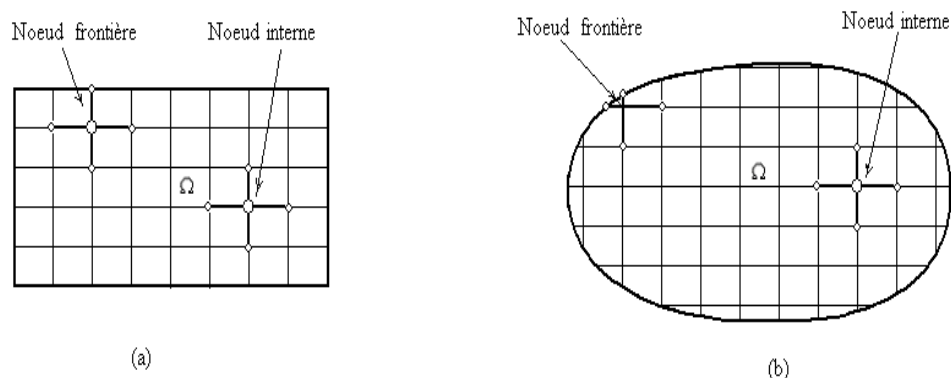


Figure 5.3. Molécule aux nœuds internes et de frontières selon le type domaine.

On obtient les équations algébriques aux nœuds internes et aux nœuds de frontières. La résolution du système d'équations algébriques donne la solution recherchée du problème, $T(i, j)$ en tout nœud (i, j) du maillage.

5.5. Principe de résolution numérique :

Le problème traité est limité à celui d'une géométrie plane ; les équations dépendent donc d'une seule variable d'espace x , dans le sens vertical. Par ailleurs, on suppose le milieu suffisamment grand dans les autres directions ce qui nous permet de négliger les effets des bords; on peut donc supposer que les phénomènes de transfert à étudier sont indépendants des variables y et z (largeur et longueur). En conclusion, les considérations précédentes nous permettent de nous ramener à un problème unidirectionnel. La seule variable spatiale que l'on retient est suivant la coordonnée x profondeur du sol.

5.6. Description du problème (1D) :

Nous avons choisi une représentation plane unidimensionnelle (1D) d'une couche poreuse (sol) avec une épaisseur de 2 m (épaisseur dans laquelle on peut obtenir une évolution significative des paramètres tels que la température sous influence de la porosité).

Le milieu est défini par :

- ✓ des paramètres (vecteur position x , temps t),
- ✓ des variables (température),
- ✓ caractéristiques du sol (masse volumique, chaleur massique, porosité, conductivité thermique des phases,...)

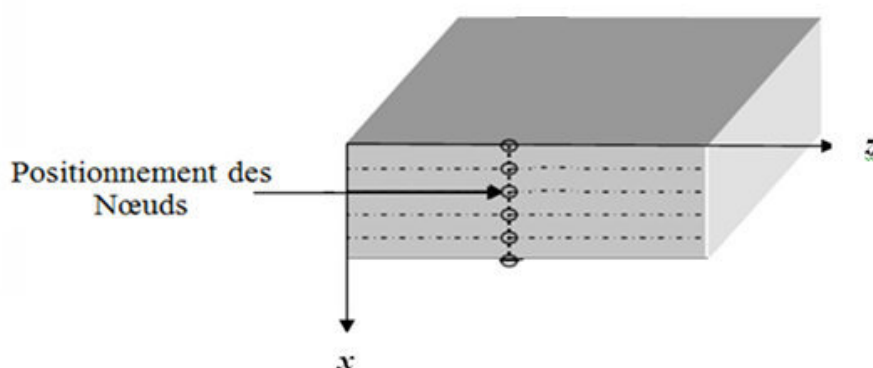


Figure 5.4. Modélisation du sol.

On considère le problème unidimensionnel de conduction instationnaire de la chaleur dans une couche de sol. Le domaine est composé d'un domaine spatial $\Omega_x = [0 \quad L]$ et d'un domaine temporel $\Omega_t = [0 \quad t]$ c'est-à-dire un domaine $\Omega_{x,t} = \Omega_x \otimes \Omega_t$ qui donne la position d'un point de la couche de sol à un instant donné, soit (x, t) .

La formulation est donnée par l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{app} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 0 < x < L, \quad t > 0, \quad [V.27]$$

5.6.1 Les conditions initiales : La position des points du domaine Ω_x à l'instant initial :

Il faut fournir au modèle numérique des conditions initiales qui représentent l'état du sol à l'instant où commence la simulation. Toutefois, ces conditions initiales ne constituent qu'une base de démarrage.

Initialement nous avons imposé un profil linéaire pour la température du sol.

$$T(x,0) = T_{ini} \quad [V.28]$$

5.6.2 Les conditions aux limites ou de frontières du domaine $\Omega_{x,t}$:

La variation de température à la surface du sol T_{surf} (°C) est supposée suivre une variation sinusoïdale en fonction du temps t avec une amplitude ΔT et une fréquence angulaire ω (rad/s ou rad/j) autour d'une valeur moyenne T_m .

$$T_{surf}(x = 0, t) = T_m + \Delta T \cdot \sin(\omega t) \quad t > 0, \quad [V.29]$$

5.6.3. Discrétisation des équations :

On note le domaine de calcul 1D représentant l'éprouvette. La discrétisation de ce domaine est représenté sur la figure (Fig. 5.4). Le domaine Ω comprend un nombre fini de segments P_i que nous appelons par la suite les nœuds. Les nœuds x_i sont les points où sont localisés les inconnues de notre problème. Le domaine est d'abord discrétisé à l'aide d'une grille unidimensionnelle orientée positivement vers la droite.

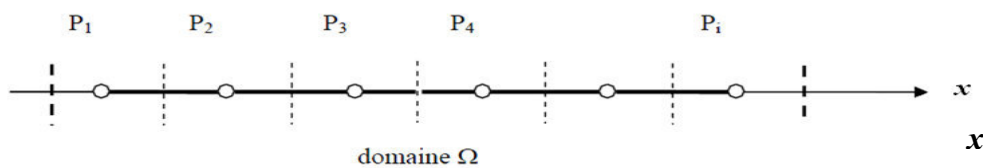


Figure 5.5. Maillage.

5.6.4. Schéma de différences finies :

En utilisant des différences finies progressives :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad [V.30]$$

Et des différences finies centrées :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x^2) \quad [V.31]$$

L'équation s'écrit :

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = \alpha_{app} \frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x^2) \quad [V.32]$$

Où :

$$T(x, t) = T(i\Delta x, j\Delta t) = T_{i,j}$$

Avec une troncature de l'ordre de $O[\Delta t, (\Delta x)^2]$ et en réarrangeant, l'équation s'écrit :

$$T_{i,j+1} = rT_{i-1,j} + (1-2r)T_{i,j} + rT_{i+1,j} \quad [V.33]$$

Où :

$$r = \frac{\alpha_{app}\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad [V.34]$$

La méthode explicite consiste à utiliser l'équation qui permet d'approcher l'EDP en chaque point du maillage de la figure 5.4. L'appellation explicite de la méthode se justifie par le fait que la température recherchée, soit $T_{i,j+1}$, est explicitement déterminée à partir des températures $T_{i-1,j}$, $T_{i,j}$ et $T_{i+1,j}$ connues à ce niveau.

5.7. Description du problème (2D) :

On résout le problème de la répartition des températures dans une couche poreuse. On établit la fonction de la température T qui satisfait à l'équation de conduction thermique. Comme exemple, on étudie la conduction thermique d'une couche poreuse sous forme plaque carrée (2x2 m), On détermine les isothermes dans la couche sous l'influence de la porosité.

Considérons le problème de conduction de chaleur instationnaire régi par l'équation de Laplace dans le domaine rectangulaire de la figure 5.5 et les conditions aux limites de type Dirichlet :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{app} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (x, y) \in \Omega \quad [\text{V.35}]$$

$$T(x, 0, t) = T_{\min} \quad 0 \leq x \leq L \quad [\text{V.36}]$$

$$T(L, y, t) = T_{\max} \quad 0 \leq y \leq \ell \quad [\text{V.37}]$$

$$T(x, \ell, t) = T_{\max} \quad 0 \leq x \leq L \quad [\text{V.38}]$$

$$T(0, y, t) = T_{\min} \quad 0 \leq y \leq \ell \quad [\text{V.39}]$$

$$T(x, \ell, t) = T_{\max} \quad 0 \leq x \leq L \quad [\text{V.40}]$$

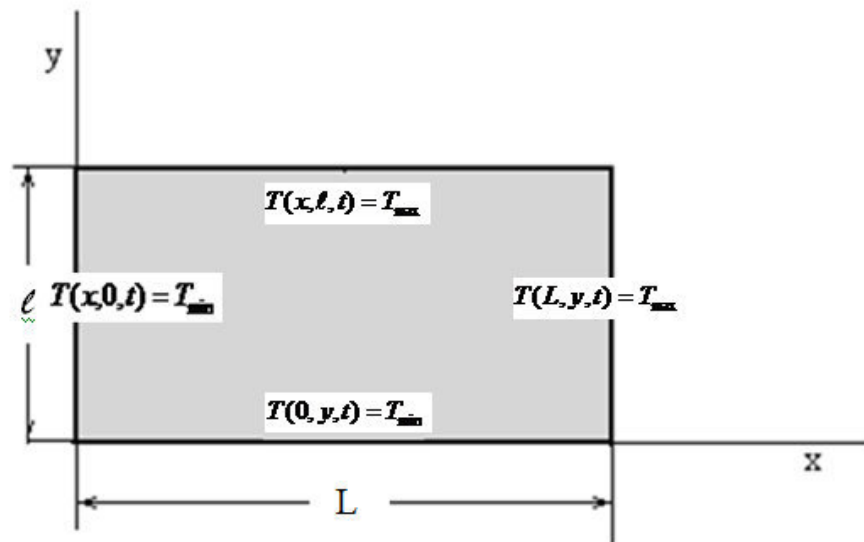


Figure 5.6. Couche poreuse soumise à des températures aux frontières.

La résolution du problème a pour but de déterminer la distribution de température $T(x, y)$ dans le domaine Ω sous l'influence de la porosité.

Pour atteindre ce but on passe par les principales étapes suivantes :

- Discrétisation géométrique du domaine Ω
- Déterminer la molécule donnant le schéma de différences finies de l'EDP
- Former le système d'équations algébrique $\{T\} = [K]\{T\}$

où :

$\{T\}$ = Le vecteur de température connu donné par les conditions de Dirichlet

$[K]$ = La matrice des coefficients

$\{T\} = T_{i,j}$ = Le champ de température inconnu

d) Résoudre le système précédent pour trouver les températures $\{T\}$

5.7.1. Discrétisation du domaine :

Le domaine Ω est discrétisé par des longueurs élémentaires Δx et Δy représentant les pas selon x et y. Il en résulte m et n points de discrétisation selon les directions x et y respectivement, données par :

$$m = \frac{L}{\Delta x} + 1 \quad [V.41]$$

$$n = \frac{\ell}{\Delta y} + 1 \quad [V.42]$$

Les équations constituent les relations principales qui permettent de déterminer le maillage du domaine Ω .

Le maillage comporte m x n points (i, j). Ainsi le champ continu de température $T(x, y)$ est remplacé par le champ discret $T_{i,j}$ (Fig. 5.6).

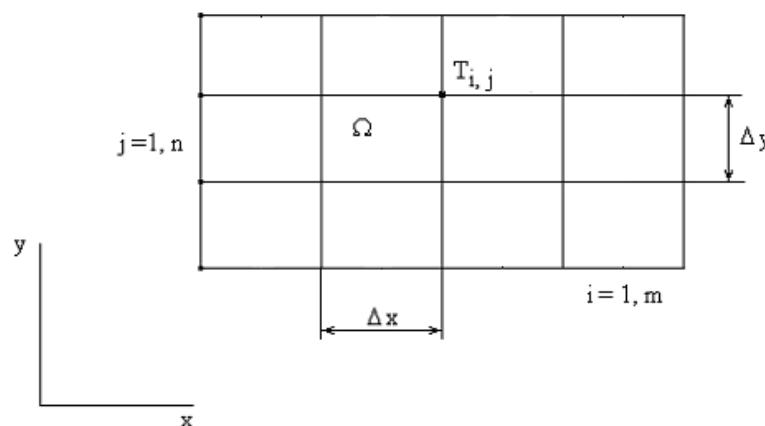


Figure 5.7. Maillage du domaine.

5.7.2. Schéma de différences finies :

Utilisant l'équation de différences finies centrées, les dérivées secondes apparaissant dans l'équation [V.10] s'écrivent :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T^n_{i-1,j} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i+1,j}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad [V.43]$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T^n_{i,j-1} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i,j+1}}{\Delta y^2} + O(\Delta y^2) \quad [V.44]$$

Substituant les équations [V.18] et [V.19] dans l'équation [V.10] on obtient :

$$\frac{T^{n+1}_{i,j+1} - T^n_{i,j+1}}{\Delta t} = \alpha_{app} \left(\frac{T^n_{i-1,j} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i+1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T^n_{i,j-1} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i,j+1}}{\Delta y^2} + O(\Delta y^2 + \Delta x^2) \right) \quad [V.45]$$

En posant :

$$z_1 = \frac{\alpha_{app} \Delta t}{\Delta x^2} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{\alpha_{app} \Delta t}{\Delta y^2} \quad [V.46]$$

L'équation devient :

$$T^{n+1}_{i,j} = z_1(T^n_{i-1,j} + T^n_{i+1,j}) + (1 - 2z_1 - 2z_2)T^n_{i,j} + z_2(T^n_{i,j-1} + T^n_{i,j+1}) \quad [V.47]$$

Qui s'écrit plus conventionnellement sous la forme compacte moléculaire

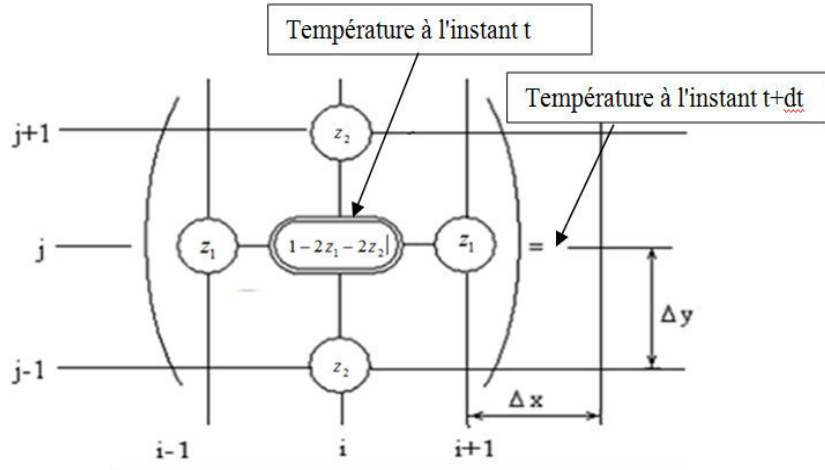


Figure 5.8. Molécule de l'équation de Laplace pour des pas différents selon x et y.

5.8. Logiciel utilisé :

Il s'agit du code de calcul scientifique MATLAB (qui est une abréviation de *Matrix Laboratory*). MATLAB est un environnement puissant, complet et facile à utiliser et est destiné aux calculs scientifiques. Il apporte aux ingénieurs, chercheurs et à tout

scientifique un système interactif intégrant le calcul numérique et la visualisation. C'est un environnement performant, ouvert et programmable qui permet de remarquables gains de productivité et de créativité.

MATLAB permet le travail interactif, soit en mode commande, soit en mode programmation, tout en ayant toujours la possibilité de faire des visualisations graphiques. Considéré comme un des meilleurs langages de programmations (C ou Fortran), MATLAB possède les particularités suivantes par rapport à ces langages :

- La programmation facile,
- La gamme étendue des nombres et leurs précisions,
- La bibliothèque mathématique très compréhensive,
- L'outil graphique qui inclut les fonctions d'interface graphique et les utilitaires,
- La possibilité de liaison avec les autres langages classiques de programmations.

Conclusion :

Le code numérique étant validé dans différentes situations en modèles 1D et 2D dans un milieu poreux, nous procédons par la suite à nos simulations numériques pour dégager l'influence des paramètres physiques caractérisant le problème.



Résultats et Discussions

6.1. Introduction:

Dans le cadre de ce travail de thèse, le matériau qui a fait l'objet de notre étude c'est le sol (milieu poreux). Dans cette partie, nous allons discuter l'influence des paramètres de contrôle (porosité) sur le mécanisme du transfert de chaleur par conduction instationnaire, dans deux types de configurations géométriques : 1D et 2D. Les étapes suivies dans ce chapitre sont :

- La validation du programme que nous avons élaboré pour résoudre les équations du transfert de chaleur avec les travaux de Quintard et Whitaker (1977), ensuite l'étude de l'influence des paramètres de contrôle (porosité) sur le mécanisme du transfert de chaleur par conduction dans une couche poreuse 1D.
- Deuxième validation à l'aide de l'étude de transfert thermique dans une couche poreuse rectangulaire 2D.

Nous avons développé un programme en MATLAB permettant de tracer, les isothermes, et les variations des différentes températures sous l'influence de la porosité au cours du temps. La méthode des différences finies, décrite par le développement limite de Taylor a été utilisé pour résoudre le système des équations différentielles obtenus, ce système d'équation est discrétisé et mis sous forme matricielle. Leur résolution se fait donc en utilisant l'algorithme. Nous avons considéré un maillage régulier et nous avons utilisé 10 nœuds dans la direction x pour le milieu poreux 1D, et 10 nœuds dans la direction x et 10 nœuds dans la direction y pour le milieu poreux 2D. Le calcul a été exécuté sur des étapes de temps de 8000 itérations. Le code de simulation a été développé et écrit en MATLAB et les résultats calculés avec une erreur relative de 10 - 4 %.

Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du matériau pour chaque configuration sont représentées ci-dessous :

Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du problème 1D :

$\lambda_s = 0.6 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$	Conductivité thermique de la phase solide
$\lambda_f = 0.0272 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$	Conductivité thermique de la phase fluide
$\varepsilon = [0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1]$	Vecteur de la porosité
$\rho_s = 1515 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$	Masse volumique de la phase solide
$C_p = 800 \text{ J Kg}^{-1}\text{K}$	Capacité thermique de la phase solide
$L = 2 \text{ m}$	Profondeur
$\Delta T = 17 \text{ }^\circ\text{C}$	Différence entre les températures Max et Min

Résultats et discussions

$T_0 = 25\text{ °C}$	Température initiale du sol
$T_m = 27\text{ °C}$	Température moyenne pour la période donnée
IMAX = 10	Nombre des nœuds
JMAX = 10	Nombre maximale d'itérations
$\Delta x = 0.22\text{ m}$	Pas de l'espace
$\Delta t = 0.01\text{ s}$	Pas du temps
$\omega = 2\pi/10\text{ rad/s}$	Fréquence angulaire

Tableau 6.1. Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du problème 1D.

Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du problème 2D :

$\lambda_s = 0.6\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$	Conductivité thermique de la phase solide
$\lambda_f = 0.0272\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$	Conductivité thermique de la phase fluide
$\varepsilon = [0\ 0.2\ 0.4\ 0.6\ 0.8\ 1]$	Vecteur de la porosité
$\rho_s = 1515\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$	Masse volumique de la phase solide
$C_p = 800\text{ J Kg}^{-1}\text{K}$	Capacité thermique de la phase solide
$L = 2\text{ m}$	Longueur
$H = 2\text{ m}$	Largeur
$T_{max} = 50\text{ °C}$	Température Max
$T_{min} = 20\text{ °C}$	Température Min
$T_0 = 25\text{ °C}$	Température initiale du sol
IMAX = 10	Nombre des nœuds suivant l'axe x
JMAX = 10	Nombre maximale d'itérations suivant l'axe y
NMAX = 8000	Nombre maximale d'itérations
$\Delta x = 0.22\text{ m}$	Pas de l'espace
$\Delta t = 0.01\text{ s}$	Pas du temps
$\omega = 2\pi/10\text{ rad/s}$	Fréquence angulaire

Tableau 6.2. Les caractéristiques géométriques et thermophysiques du problème 2D.

6.2. Algorithme :

Les équations aux dérivées partielles étant liées implicitement ou explicitement par la température, seul un processus itératif permet la résolution. On fixe donc à priori un champ de température initial, ce qui permet en particulier de déterminer la distribution de la température en tous points de la couche poreuse sous l'influence de la porosité.

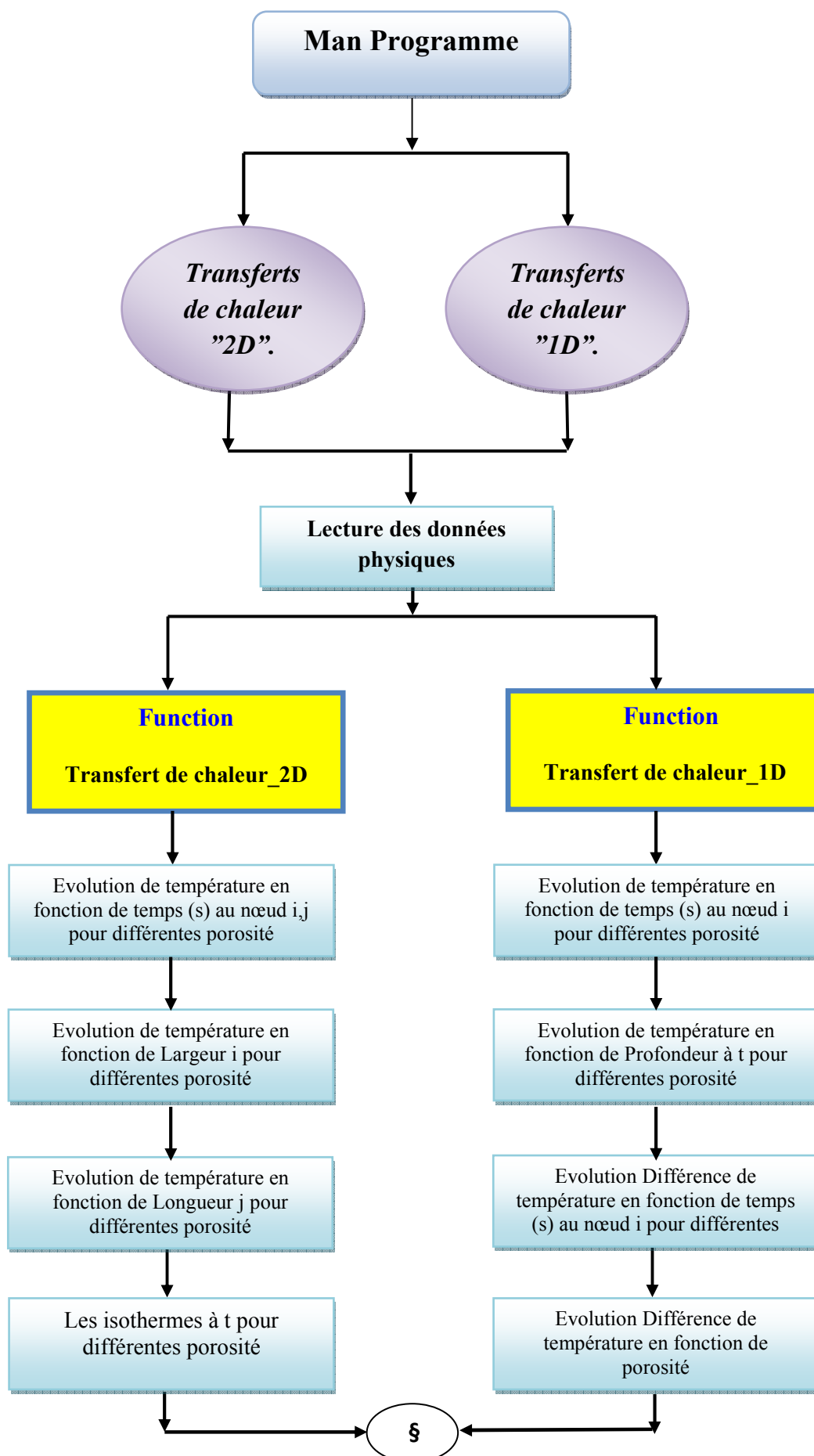
L'équation de transfert de chaleur généralisée peut alors être résolue à partir d'un champ de température initial et une condition aux limites. Un nouveau champ de

température est calculé par la résolution de l'équation de la chaleur. Ces nouvelles valeurs de la température sont alors utilisées pour l'itération suivante. Le processus est arrêté lorsque la différence entre les températures obtenues pour deux itérations successives est inférieure à 5 %. La convergence est assez rapide. L'organigramme schématique est donné par la figure 6.1.

L'algorithme de calcul se divise en deux grandes parties ;

La première consiste à calculer les profils des températures station par station pour chaque nœud sous l'influence de la porosité en fonction du temps ou profondeur, en utilisant le modèle Maxwell dans la première partie pour calculer la conductivité thermique apparente en fonction de la porosité et déterminer le profil de la température dans la couche.

Dans la deuxième partie nous allons déterminer le profil de la température dans une couche rectangulaire en utilisant le modèle Maxwell dans la première partie pour calculer la conductivité thermique apparente en fonction de la porosité et déterminer le profil de la température dans la couche en introduisant les isothermes. Un mode d'affichage sous forme d'interface informatique sous MATLAB permettant de traiter chaque cas de configuration séparément a été réalisé.



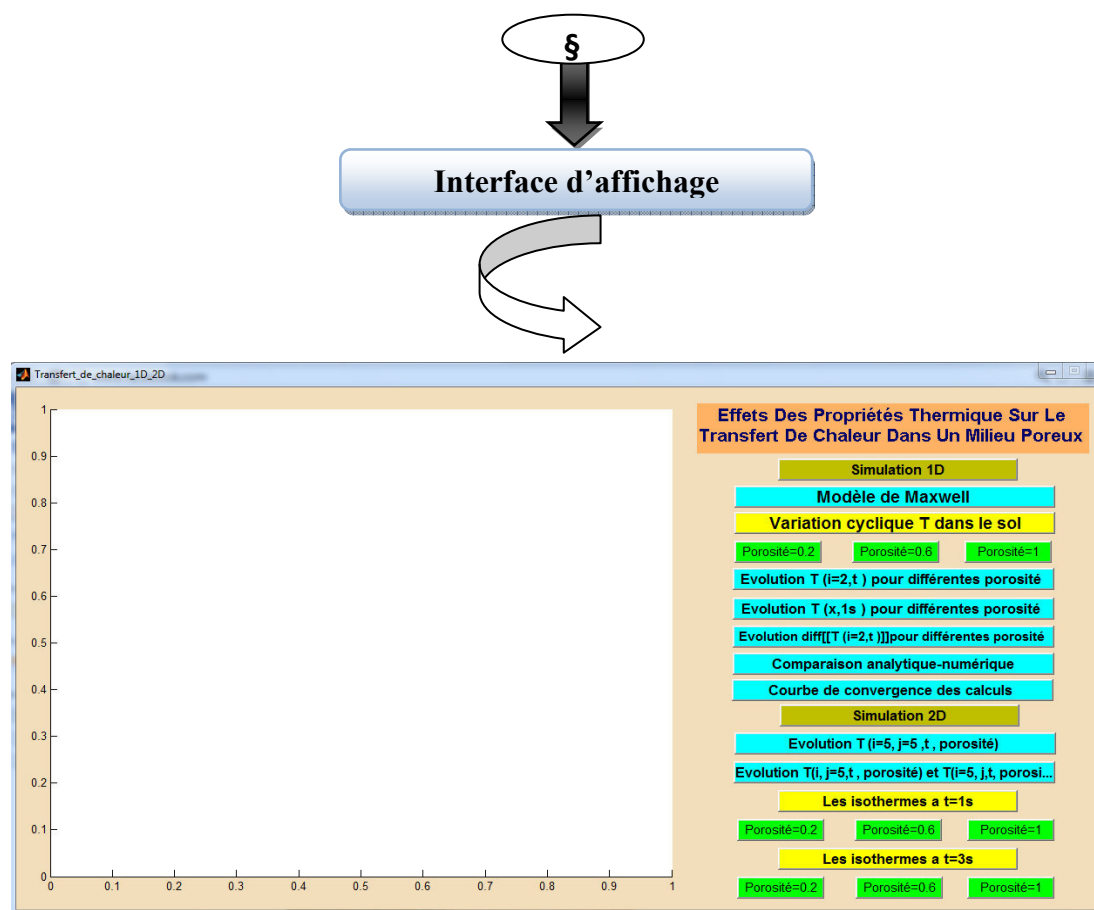


Figure 6.1. Organigramme de calcul.

6.3. Les variations cycliques de température à la surface du sol :

Sous les climats tempérés, la surface du sol est soumise à des variations cycliques de température atmosphérique annuelles ou diurnes qui induit des changements de température dans le sol. Ce comportement est illustré par la figure 6.2 montrant les mesures de température enregistrées en fonction du temps à deux profondeurs.

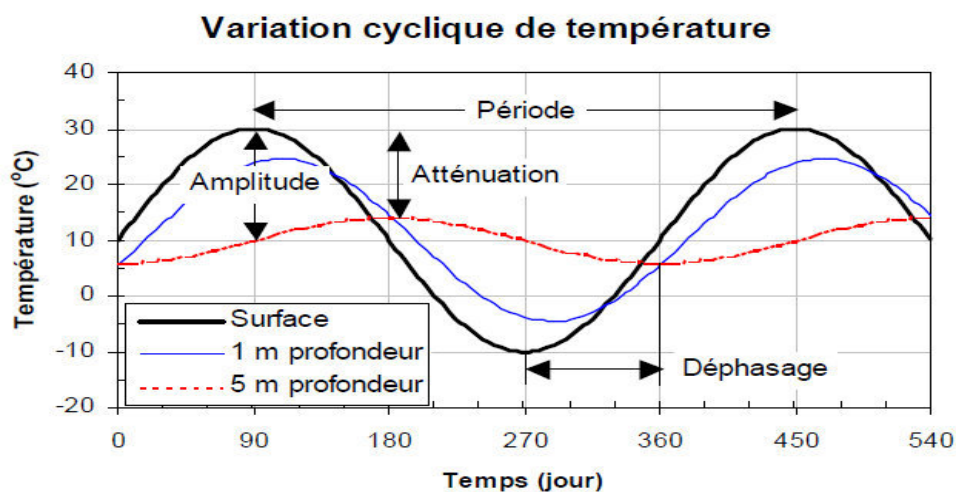


Figure 6.2. Variation cyclique de température en fonction du temps à la surface du sol et à deux profondeurs dans le sol. [9]

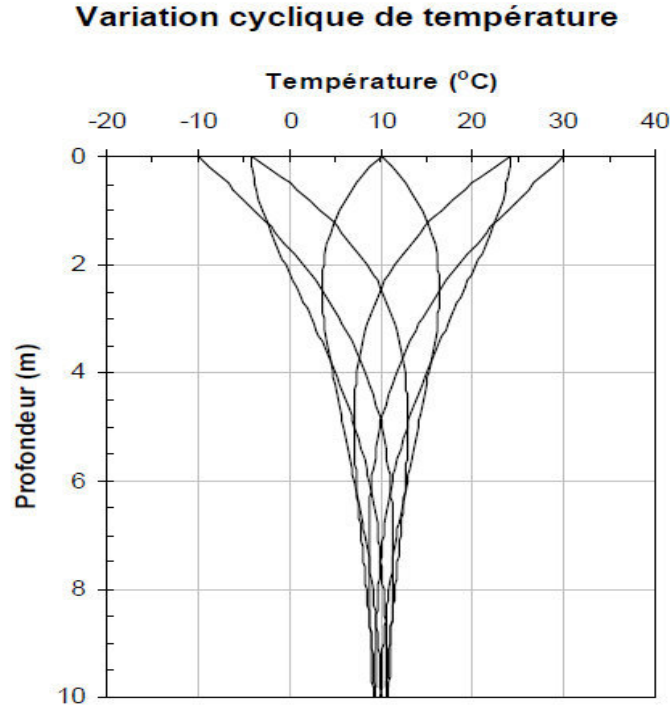


Figure 6.3. Variation de température dans le sol liée à la variation cyclique de la surface (Profils de température à tous les 45 jours pour une période de variation de 360 jours). [9]

Les variations de température à la surface du sol induisent la propagation "d'ondes thermiques" par conduction dans les sols. Ce comportement peut être décrit analytiquement par la solution que nous allons présenter. Cette solution permet de dériver les propriétés thermiques des sols à partir du suivi des températures dans les sols à diverses profondeurs. La dérivation que nous présentons suppose que seulement la conduction permet le transfert de chaleur, que les propriétés thermiques des matériaux sont uniformes, qu'il n'y a pas de changements de phases dans l'eau du sol et que le milieu est semi-infini verticalement et à température initiale constante. [9]

- **Solution analytique de l'équation de transfert de chaleur à diffusivité thermique constante (Carslaw et Jäger, 1957) : [38]**

On considère le problème unidimensionnel de conduction instationnaire de la chaleur dans une couche de sol. Le domaine est composé d'un domaine spatial $\Omega_x = [0 \quad L]$ et d'un domaine temporel $\Omega_t = [0 \quad t]$ c'est-à-dire un domaine $\Omega_{x,t} = \Omega_x \otimes \Omega_t$ qui donne la position d'un point de la couche de sol à un instant donné, soit (x, t) .

La formulation est donnée par l'équation :

Résultats et discussions

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda_{app}}{\rho C_p} \Delta T \quad \text{Avec,} \quad \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{app} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 0 < x < L, \quad t > 0,$$

Cette relation fait apparaître le rapport $\alpha_{app} = \frac{\lambda_{app}}{\rho C_p}$ qui représente la diffusivité thermique apparente du milieu. On peut donc écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{app} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

La variation de température à la surface du sol T_{surf} (°C) est supposée suivre une variation sinusoïdale en fonction du temps t (s ou j) avec une amplitude ΔT et une fréquence angulaire ω (rad/s ou rad/j) autour d'une valeur moyenne T_{surf} : (on suppose $T_m \gg \Delta T$ afin d'éviter les phénomènes de saturation et de pouvoir considérer le coefficient de diffusivité thermique α comme constant).

$$T(x = 0, t) = T_m + \Delta T \cdot \cos(\omega t) \quad t > 0,$$

On pose :

$$\theta(x, t) = T(x, t) - T_m$$

On peut supposer la solution sinusoïdale en temps avec une amplitude variable en fonction de x (Hypothèse d'une séparation des variables). En représentation complexe on obtient :

$$\theta(x, t) = f(x) \cdot \exp(j \cdot \omega t)$$

et on reporte dans l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{app} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_{app} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} - j \frac{\omega}{\alpha_{app}} f(x) = 0$$

L'équation caractéristique est :

$$r^2 - j \frac{\omega}{\alpha_{app}} = 0 \quad \rightarrow \quad r^2 = j \frac{\omega}{\alpha_{app}} \quad \rightarrow \quad r_{\pm} = \pm \left[(1 + j) \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha_{app}}} \right]$$

La solution générale est donc :

$$f(x) = A \exp(r_+ \cdot x) + B \exp(r_- \cdot x)$$

Or si $x \rightarrow \infty$ on a $\exp(r_+ \cdot x) \rightarrow \infty$ ce qui physiquement n'est pas acceptable : on a donc : $A=0$

En $x = 0 \rightarrow f(0) = B = \Delta T$

La solution est donc en représentation complexe :

$$T(x, t) = T_m + \Delta T. \exp \left[-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha_{app}}} x \right] \exp \left[j. \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha_{app}}} x \right) \right]$$

Et donc en écriture réelle :

$$T(x, t) = T_m + \Delta T. \exp \left[-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha_{app}}} x \right] \cos \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha_{app}}} x \right)$$

Cette solution correspond à une propagation d'une onde thermique dont l'amplitude décroît exponentiellement en fonction de x . La nature de la solution analytique peut être observée en fonction du temps (figure 6.2) ou de la profondeur (figure 6.3). La figure 6.2 montre une variation de température sinusoïdale à la surface du sol et à deux profondeurs. Noter que la période P (s ou j) d'une onde est reliée à sa fréquence ω par $P=2\pi/\omega$. Dans cet exemple, l'onde thermique de surface possède une période de 360 jours et une amplitude de 20 °C autour d'une valeur moyenne de 10 °C.

Le déphasage entre la température à la surface et celle en profondeur est facilement remarquable en observant le temps auquel la température est maximale ou tout autre point singulier de l'onde. De même, il est évident que les ondes en profondeur sont soumises à des variations moindres de température qu'à la surface. Les ondes en profondeur sont donc atténuées par rapport à celle en surface. [9]

- **Commentaires sur la solution de l'équation de transfert de chaleur : [38]**

- ✓ à toutes profondeurs, La température suit une loi sinusoïdale.

- ✓ L'amplitude décroît avec la profondeur selon la loi: $\exp \left[-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha_{app}}} x \right]$

- ✓ L'onde est retardée et déphasée par rapport à la surface d'une valeur :

$$\Delta t = -\sqrt{\frac{1}{2 \cdot \omega \cdot \alpha_{app}}} x.$$

- ✓ à toutes les profondeurs, la période est la même: $P = 2\pi/\omega$.

- ✓ Toutes profondeurs présentent la même valeur de température moyenne T_{moy} .

- ✓ On suppose dans cette solution que la valeur de la diffusivité thermique est constante pour tous les types des milieux, Dans notre cas on va considérer que la diffusivité thermique et la conductivité thermique varie selon la relation suivante : $[\alpha_{app}, \lambda_{app}] = f(\lambda_s, \lambda_f, \varepsilon)$.

6.4. La conductivité thermique apparente :

Les modèles de calcul de la conductivité thermique des milieux poreux ou lâches sont développés depuis quelques décennies. La plupart des modèles proposés sont généralement des modèles simples de type série, parallèle, ou combinaison des deux, qui ne prennent pas en compte la constriction des lignes de flux. Nous avons développé un modèle théorique du calcul de la conductivité thermique. Le principe de ce modèle est la détermination des évolutions de la conductivité thermique apparente en fonction de la porosité de milieu. Cette évaluation est fondée sur l'obtention d'une solution analytique qui lie comportement thermique et mécanique.

Le modèle développé au cours de cette étude, est une extension du modèle maxwell pour des milieux poreux consolidés. Les modifications apportées au modèle consistent à la prise en compte du couplage entre conductivité thermique et densité relative du milieu (porosité). Les évolutions calculées en modulant la variation de la conductivité thermique en fonction de la porosité sont reportées sur le graphe 6.4. Comme attendu, pour le cas des milieux poreux, la variation de la conductivité est décroissante en fonction de la porosité. Lorsque la porosité augmente, la conductivité thermique apparente diminue. Nous pouvons dire que cela est due à l'intervention de l'air qui représente un milieu isolant pour le passage de la chaleur entre particules.

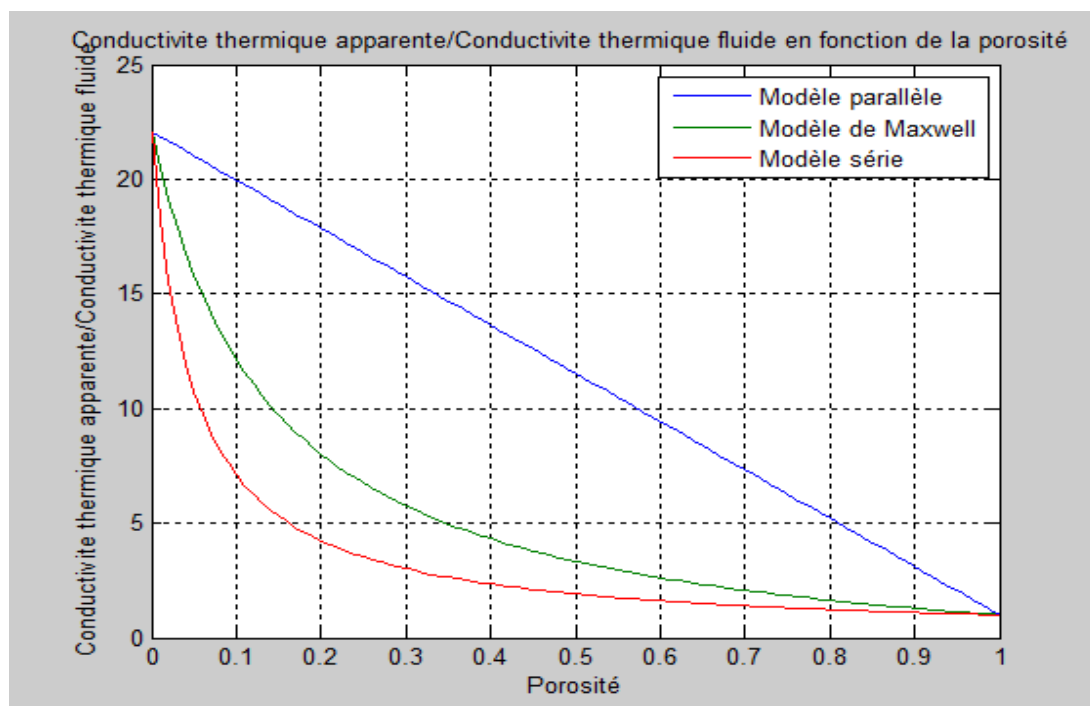


Figure 6.4. Conductivité thermique apparente/Conductivité thermique fluide en fonction de la porosité.

6.5. Présentation des résultats 1D :

L'ensemble des résultats présentés dans cette partie de notre travail se rapporte à l'étude des transferts de chaleur par conduction unidimensionnelle (1D) d'une couche poreuse (sol) avec une épaisseur de 2 m ayant des différentes valeurs de porosité (épaisseur dans laquelle on peut obtenir une évolution significative des paramètres tels que la température sous influence de la porosité). Initialement, les couches ont une température constante T_0 égale à 25 °C, La répartition des températures va changer dans cette couche ainsi que sur la face supérieure l'on impose une température sous forme sinusoïdale. Les propriétés thermophysiques pour le matériau étudié, telle que la conductivité thermique de la phase solide et fluide, la masse volumique, et la chaleur massique sont indiquées conformément à l'annexe. Les valeurs de la conductivité thermique apparente sont déduites de la littérature (chapitre 3).

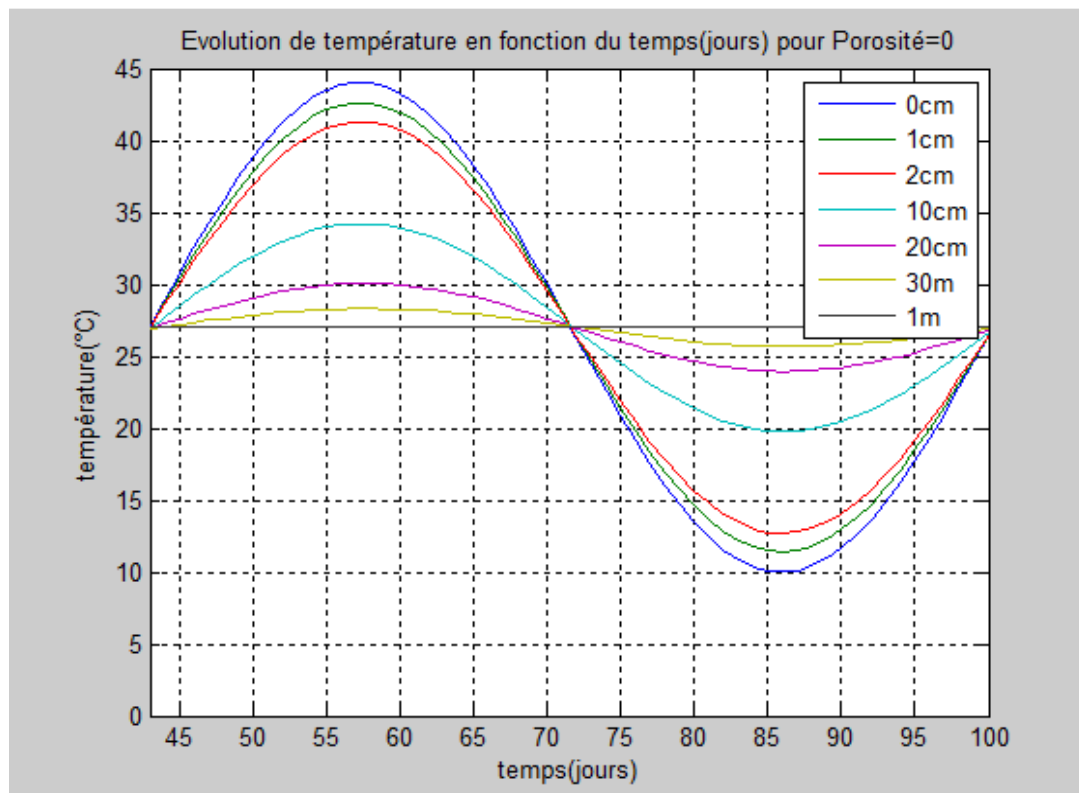


Figure 6.5. Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.

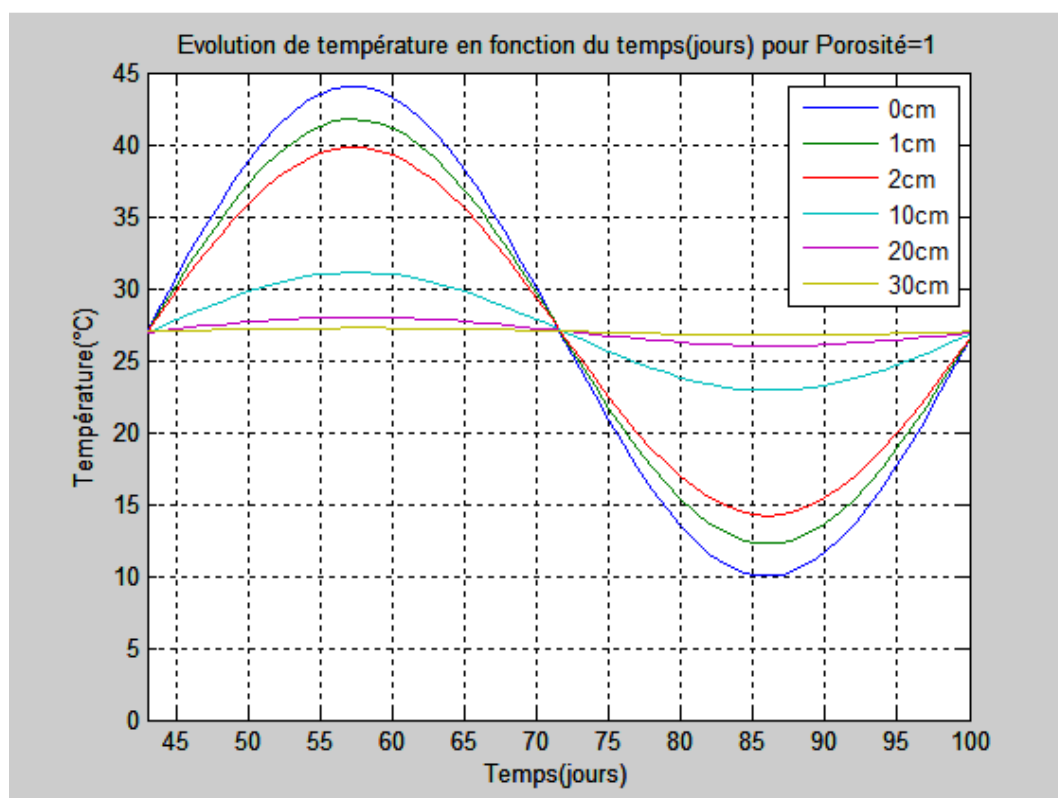


Figure 6.6. Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.2.

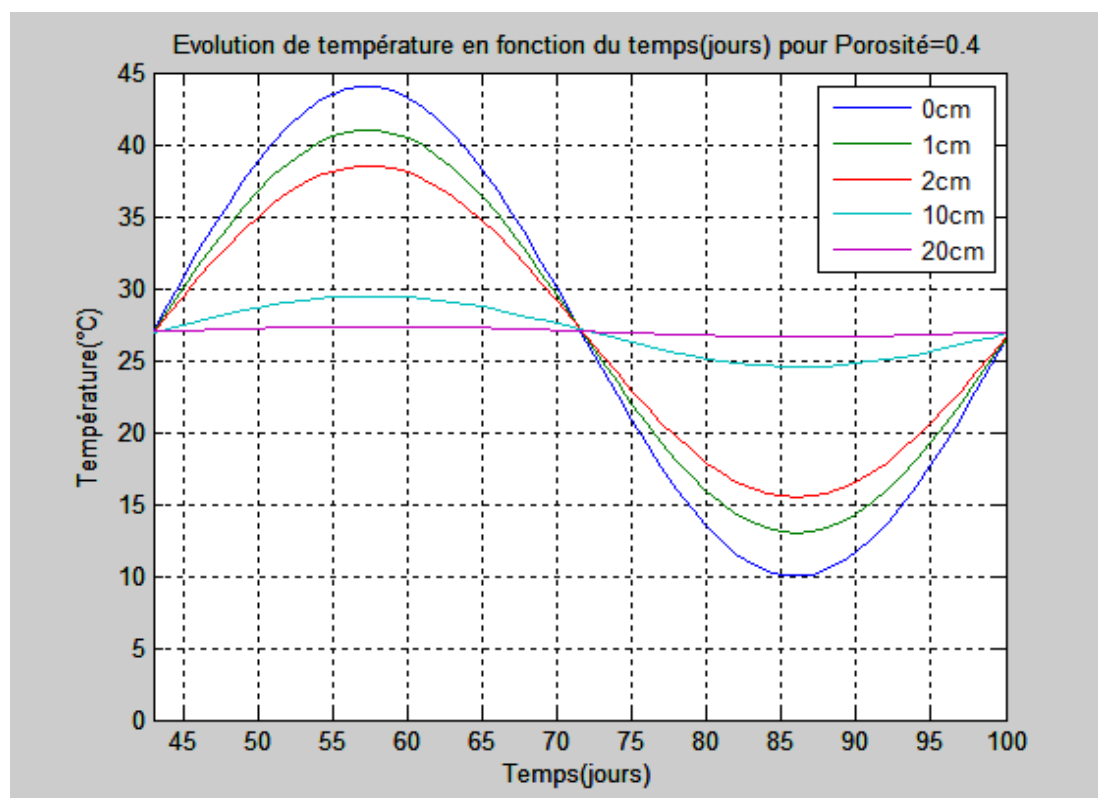


Figure 6.7. Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.4.

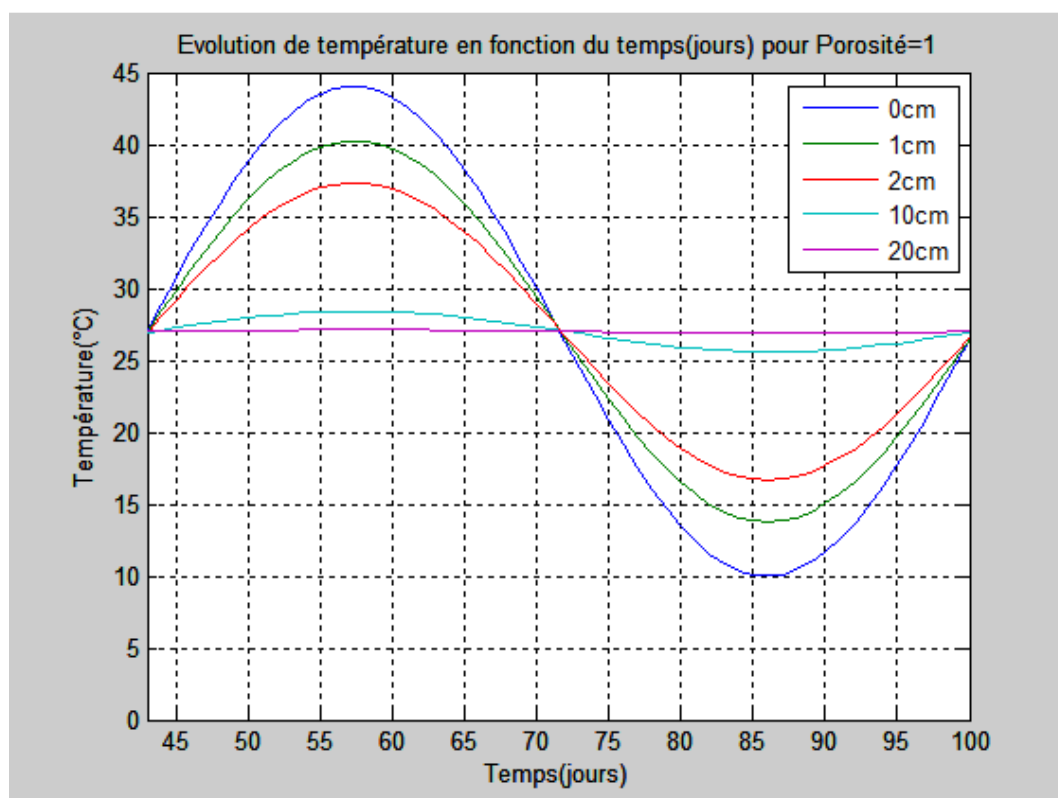


Figure 6.8. Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.6.

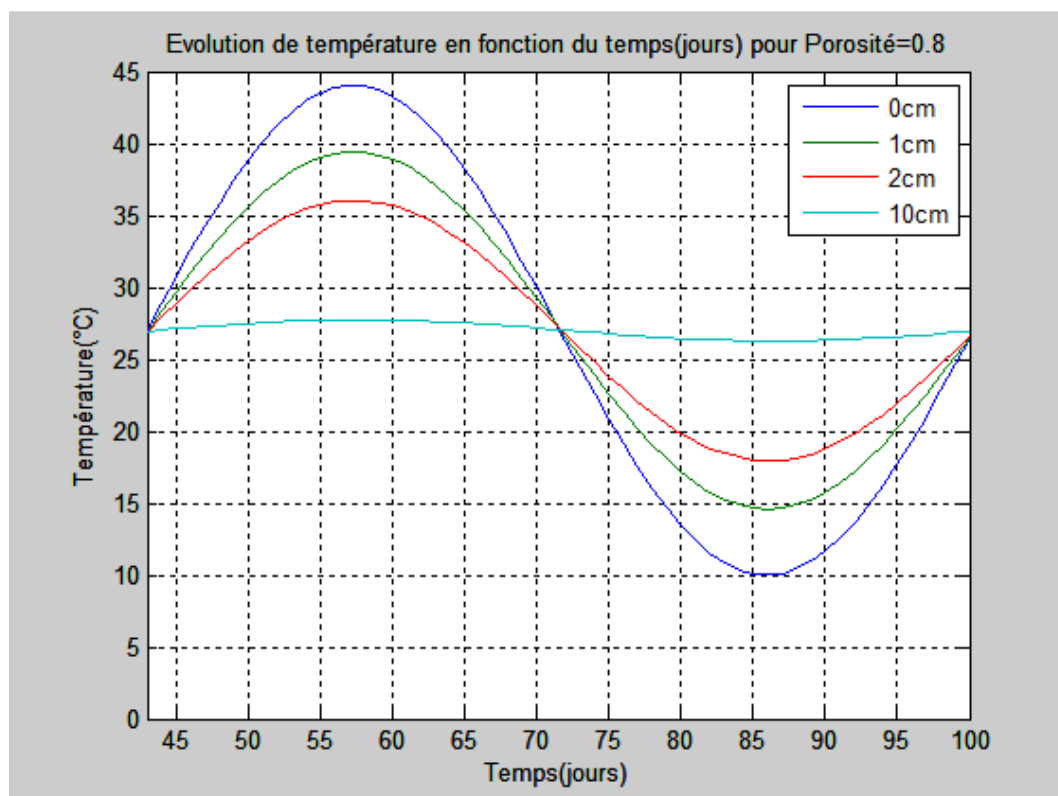


Figure 6.9. Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=0.8.

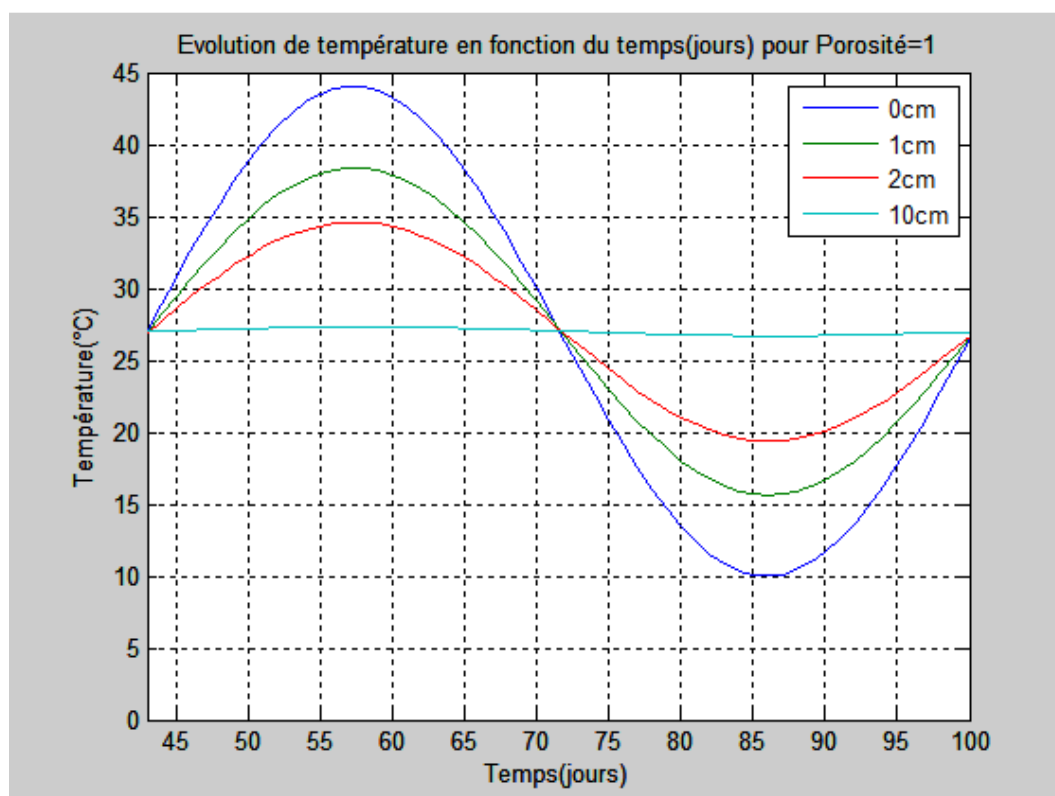


Figure 6.10. Evolution de température en fonction du temps (jours) pour Porosité=1.

Les distributions spatio-temporelles de la température pour chaque valeur de porosité sont représentées respectivement par les courbes des figures (6.5, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9, 6.10). On remarque que la nature de la solution peut être observée en fonction du temps et de la profondeur sous l'influence de la porosité. Les figures montrent les températures en surface et à différentes profondeurs pour un cycle annuel de température, de moyenne de 27°C et d'amplitude crête à crête de 17°C. Avec la profondeur, on observe bien une diminution de l'amplitude. On remarque aussi que l'augmentation de la valeur de porosité de matériau étudié entraîne une diminution de la température stable (pont thermique) avec la profondeur.

Les figures précédentes montrent les différences de température que provoque le pont thermique (température stable). Un retour de 1 m permet de limiter de façon très efficace l'effet du pont thermique pour une valeur de porosité $\varepsilon = 0$. Cependant, il peut gêner l'aménagement intérieur. Un retour de 30 cm sera plus facile à adapter lorsque la valeur de porosité atteint sa valeur $\varepsilon = 0.2$. On constate qu'avec un retour de 10 cm, Lorsque la valeur de porosité $\varepsilon = 1$ l'impact du pont thermique est déjà limité.

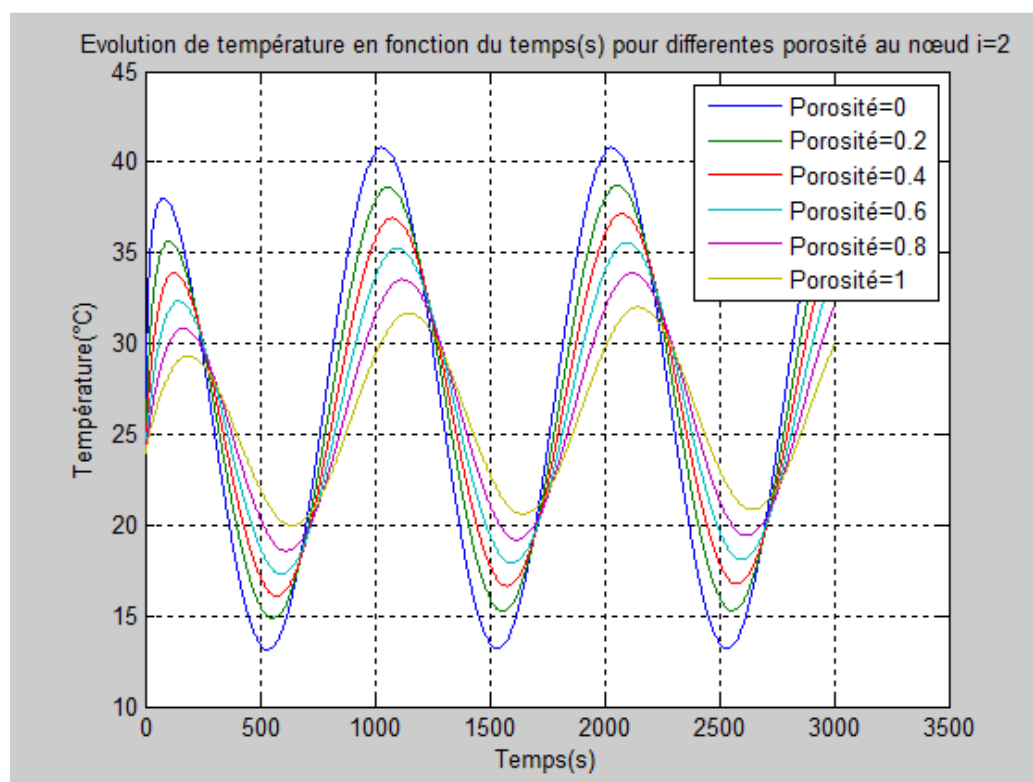


Figure 6.11. Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=2.

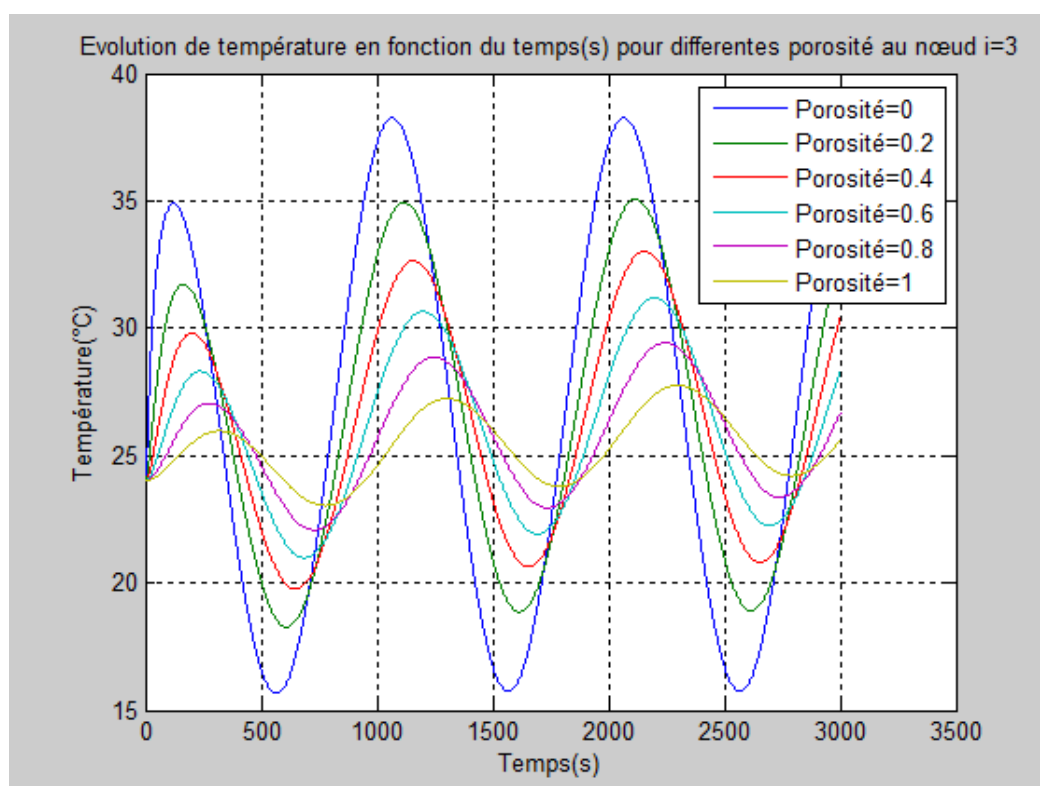


Figure 6.12. Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=3.

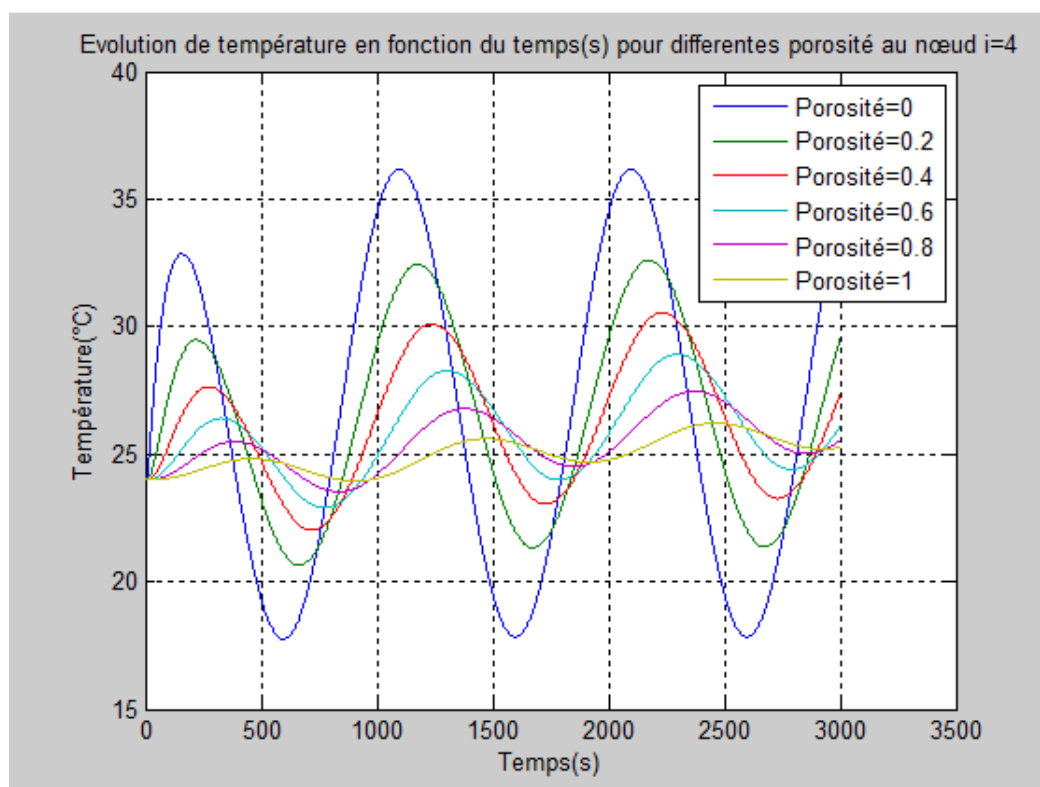


Figure 6.13. Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=4.

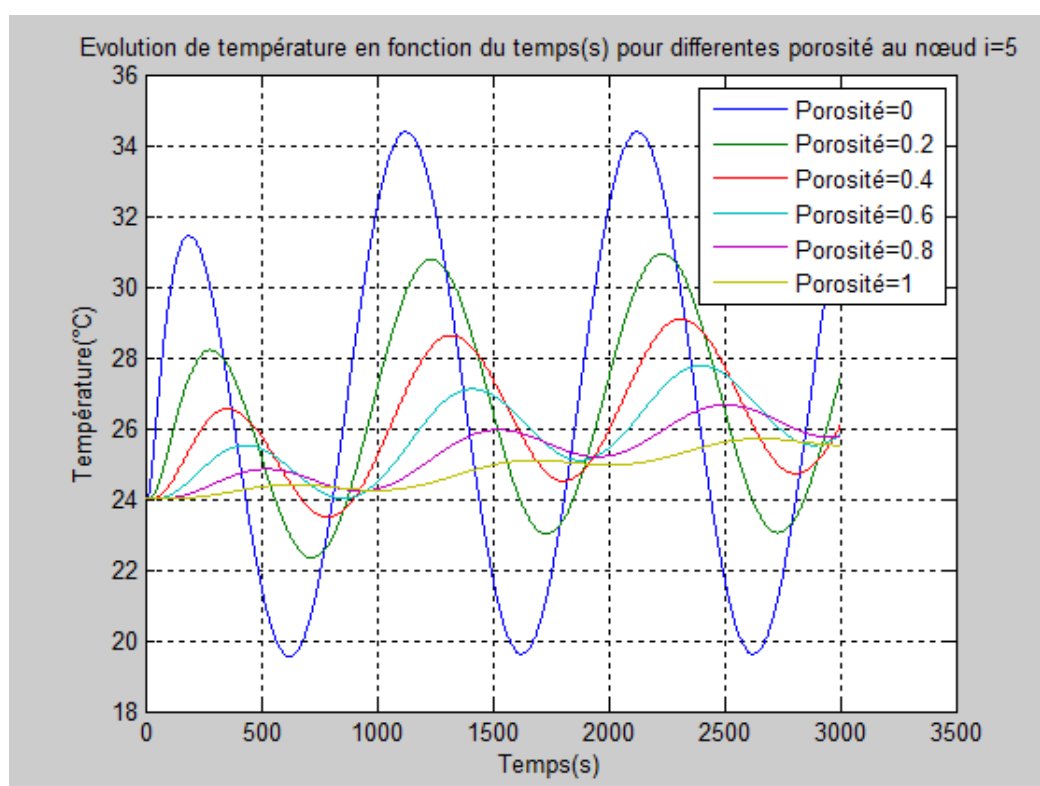


Figure 6.14. Evolution de température en fonction du temps(s) pour différentes porosité au nœud i=5.

Résultats et discussions

L'effet du pourcentage de porosité sur l'évolution de la température en un point de la couche poreuse est illustré sur la figure (6.11, 6.12, 6.13, 6.14). Il est évident que lorsque la porosité croît, la conductivité thermique effective diminue, donc le chauffe moins vite, et les valeurs maximales de températures atteintes diminuent avec l'augmentation de la porosité.

Dans un premier temps nous avons varié les valeurs de la porosité ε . Comme il est décrit sur le graphe 6.1, nous constatons que le profil des températures est décroissant lorsque la valeur la porosité ε augmente, et la réduction de l'amplitude des températures dépend de la valeur de cette dernière. Pour des faibles valeurs de porosité ε , l'amplitude des températures sont plus fortes que les valeurs grandes de la porosité. Par conséquent, le taux de transfert est élevé (flux de chaleur).

La remarque la plus importante que l'on puisse faire sur ces comparaisons pour ces figures est que pour certaines valeurs de porosité ε , il existe une porosité critique à partir de laquelle les températures sont constantes c'est-à-dire tend vers la température moyenne. Cette porosité est identique quelle que soit la valeur du nœud sélectionné.

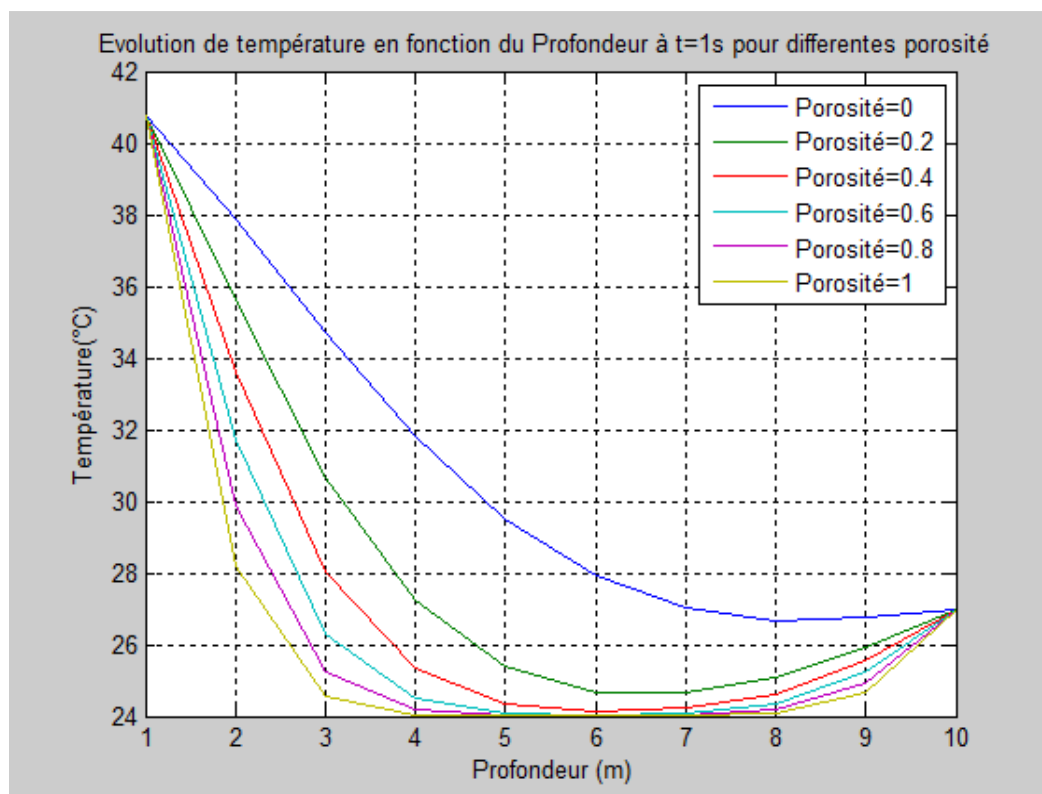


Figure 6.15. Evolution de température en fonction du Profondeur à t=1s pour différentes porosité.

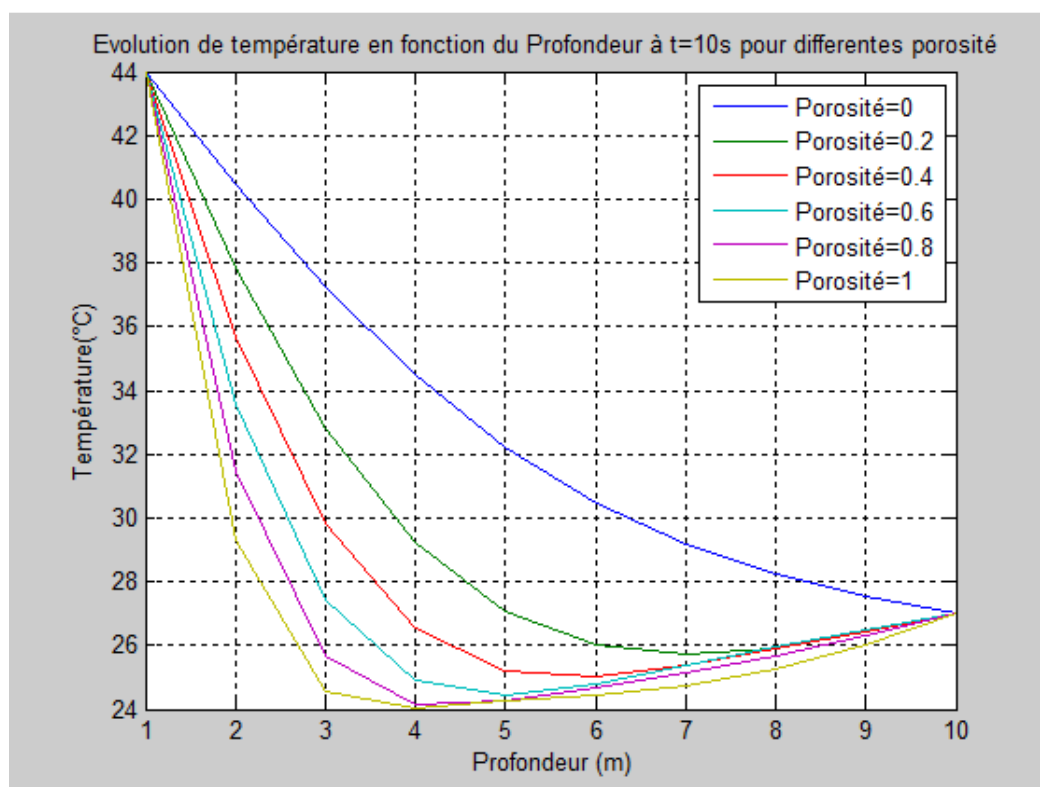


Figure 6.16. Evolution de température en fonction du Profondeur à $t=10s$ pour différentes porosité.

Notre intérêt a porté en outre sur l'influence de la porosité sur les évolutions temporelles de la température de la couche poreuse en fonction du nombre des nœuds. Les résultats concernant l'effet sur la température sont représentés respectivement sur les figures (6.15, 6.16). On observe que l'allure de tous les profils est la même et que pour un instant donné.

L'analyse des résultats de variation de la conductivité thermique apparente en fonction de la porosité, regroupés respectivement dans la figure 6.4, et illustrés par les figures 6.15 et 6.16, permet de constater une influence notable de cette grandeur (la porosité) sur la résistance thermique des matériaux, et donc sur leur pouvoir d'isolation thermique. Plus le matériau est poreux et plus sa résistance thermique augmente, C'est-à-dire que le taux transfert est faible. Il est clair que le facteur déterminant dans cette décroissance est la porosité du matériau.

On remarque que l'augmentation de la valeur de porosité de matériau étudié entraîne une diminution de la température, ce qui influe négativement sur le pouvoir isolant de ces matériaux. Ceci s'explique très facilement, par le fait que le solide est un excellent conducteur ($\varepsilon = 0$) induit une diminution de la résistance thermique du matériau en se substituant à l'air qui est un excellent isolant (augmentation de porosité $\varepsilon^{\wedge}$).

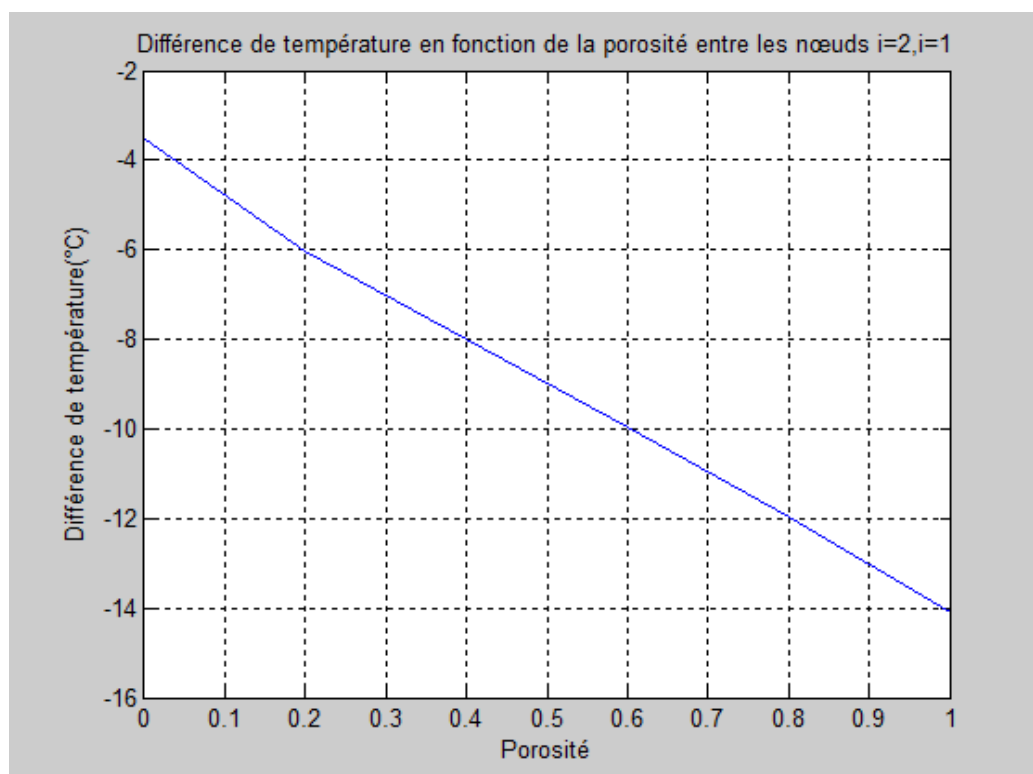


Figure 6.17. Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds i=2,i=1.

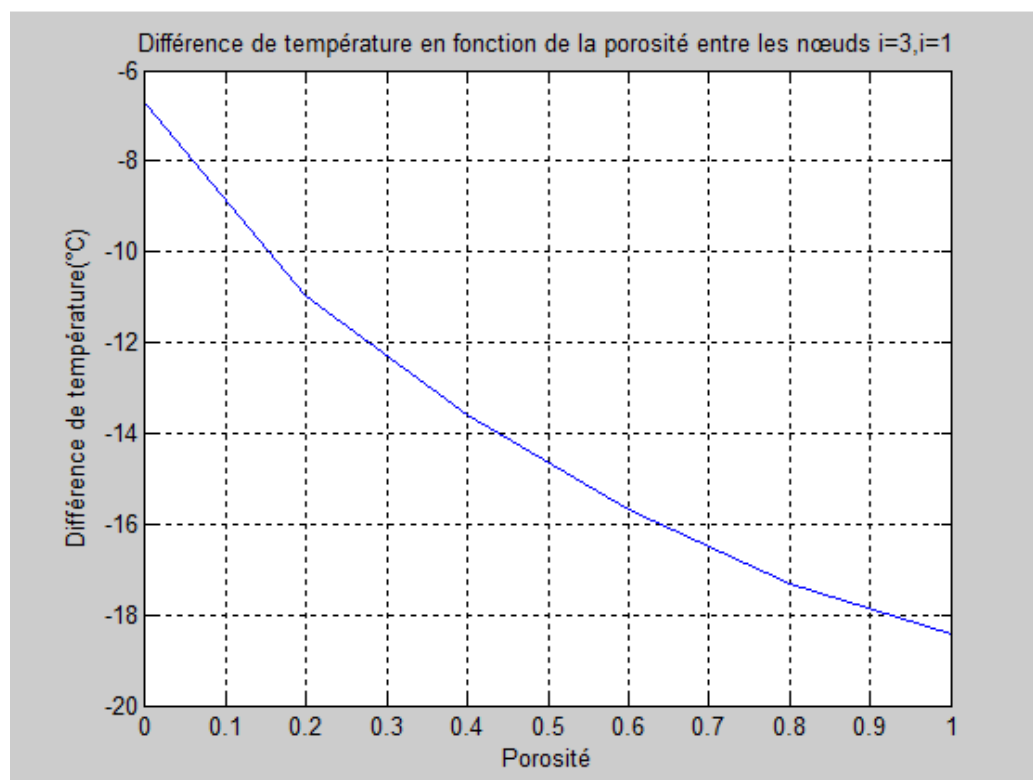


Figure 6.18. Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds i=3,i=1.

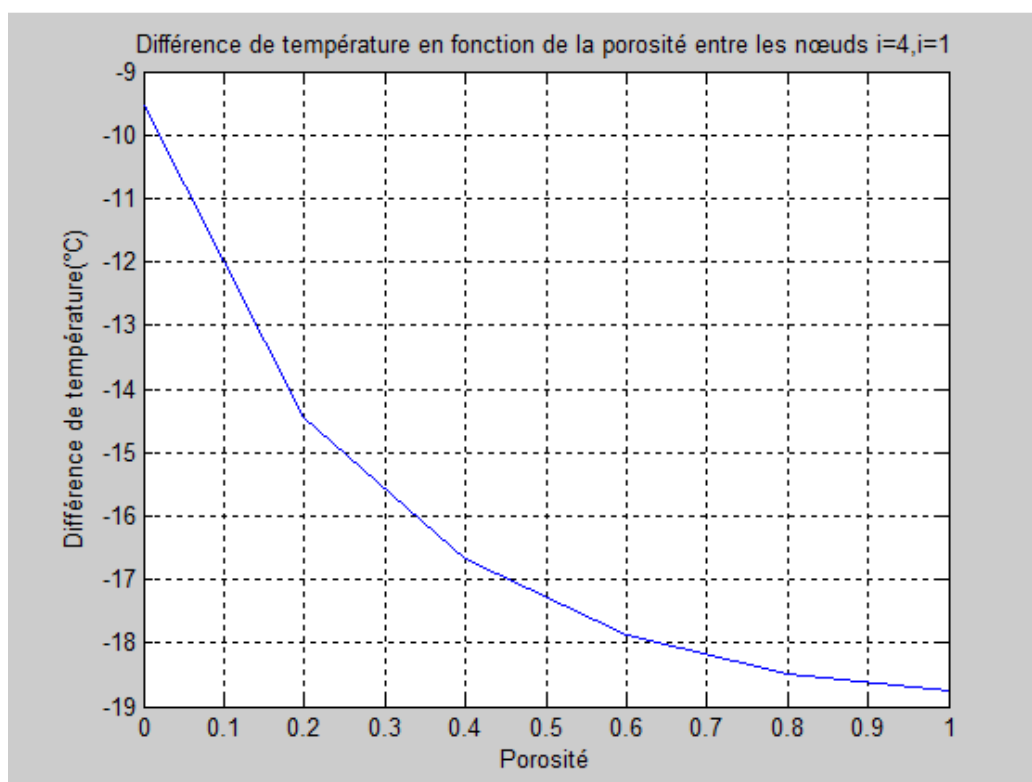


Figure 6.19. Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds $i=4,i=1$.

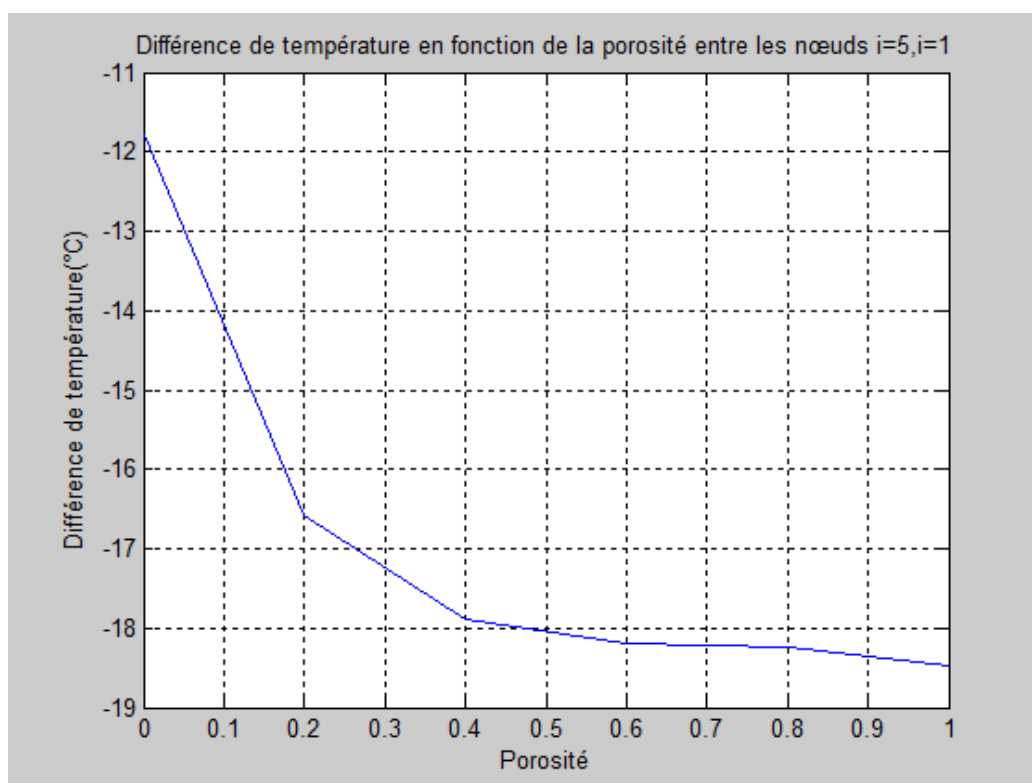


Figure 6.20. Différence de température en fonction de la porosité entre les nœuds $i=5,i=1$.

Pour mieux interpréter les résultats précédentes, nous les avons reportés Les graphes (6.17, 6.18, 6.19, 6.20), décrit de manière succincte la distribution des différences de température en fonction de la porosité. Dans un premier temps nous avons varié les paramètres de porosité. C'est-à-dire comme il est décrit sur le graphe 6.4, nous constatons que l'allure de tous les profils est la même, L'analyse des ces courbes, permet d'observer un accroissement de la porosité entraîne une diminution dans la différence de température quelle que soit la valeur du nœud considérée, la réduction de l'amplitude des températures dépend de la valeur de cette dernière.

6.6. Comparaison de la solution semi-analytique avec la solution numérique :

Maintenant que nous avons trouvé une solution semi- analytique à notre problème, nous allons la comparer dans un cas particulier avec les résultats issus de la résolution numérique de l'équation de la chaleur. On prend les valeurs suivantes pour la comparaison : La porosité $\varepsilon = 0$, Le nœud $i = 2$.

La figure 6.21 représente une comparaison de nos résultats numérique et analytique. On peut observer l'accord entre les valeurs prédites par le modèle analytique, et les résultats numérique avec une erreur de 5%.

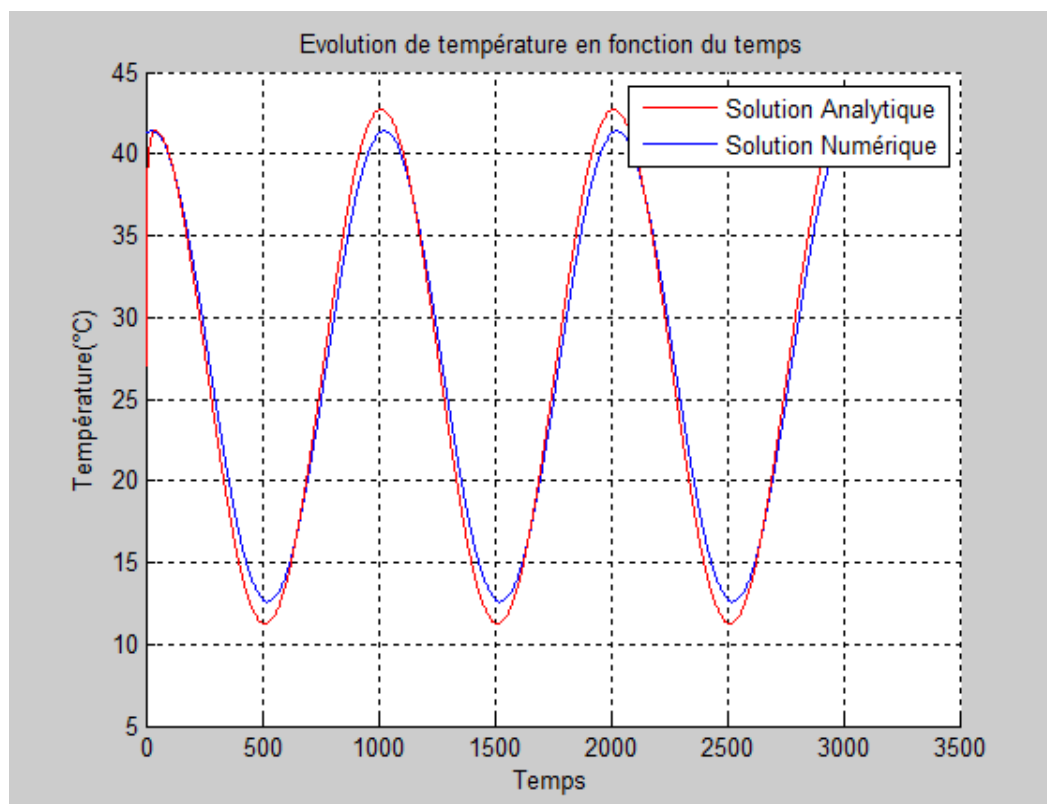


Figure 6.21. Comparaison entre la solution numérique et la solution analytique.

6.7. Courbe de convergence :

La convergence de la méthode de simulation (Méthode de différence finie), dont l'algorithme est décrit en fin de chapitre IV, est atteinte lorsque la condition :

$$F_{ij}(T_{\text{num}}, T_{\text{analy}}, \Delta t) < \text{Tol est satisfaite.}$$

F : Représente la matrice des résidus pour chaque équation du problème.

T : Le vecteur des variables (températures successives de chaque nœud).

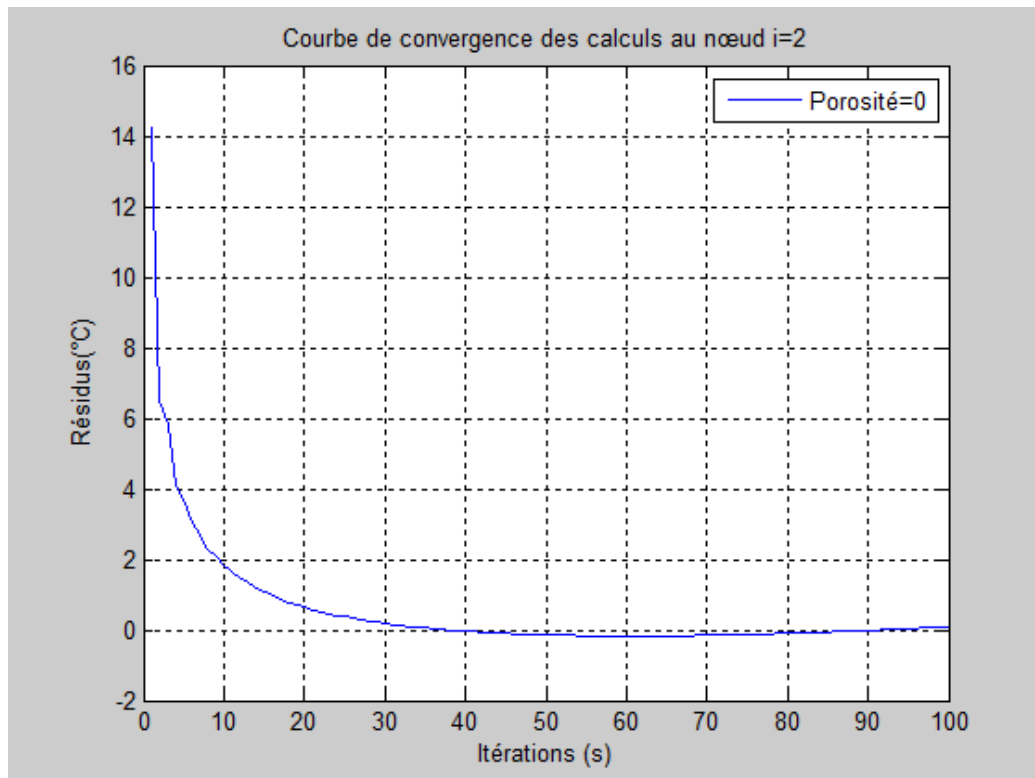


Figure 6.22. Courbe de convergence.

6.8. Présentation des résultats 2D :

L'ensemble des résultats présentés dans cette partie de notre travail se rapporte à l'étude des transferts de chaleur par conduction qui se produisent au sein de 6 types de couche poreuse sous forme plaque carrée (2x2 m) ayant une différente valeur de porosité. Initialement, les couches ont une température constante T_0 égale à 25 °C, la répartition des températures va changer dans cette plaque ainsi que sur les faces l'on impose des températures constantes T_{max} et T_{min} . Les propriétés thermophysiques pour le matériau étudié, telle que la conductivité thermique de la phase solide et fluide, la masse volumique, et la chaleur massique sont indiquées conformément à

l'annexe. Les valeurs de la conductivité thermique sont déduites de la littérature (chapitre 3).

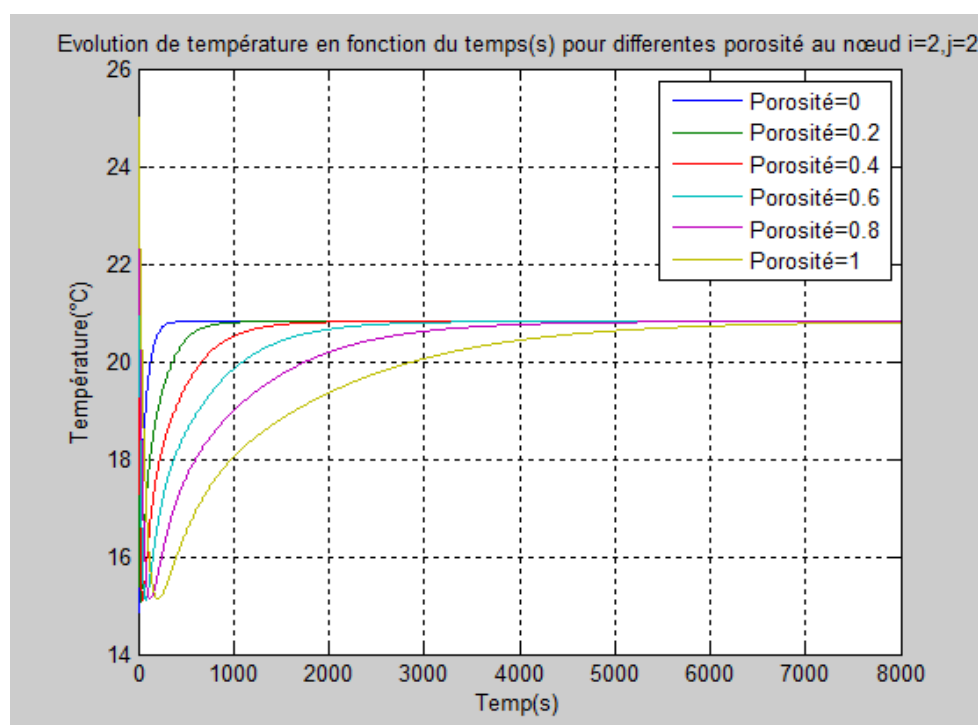


Figure 6.23. Evolution de température en fonction du temps (s) pour différentes porosité au nœud i=2, j=2.

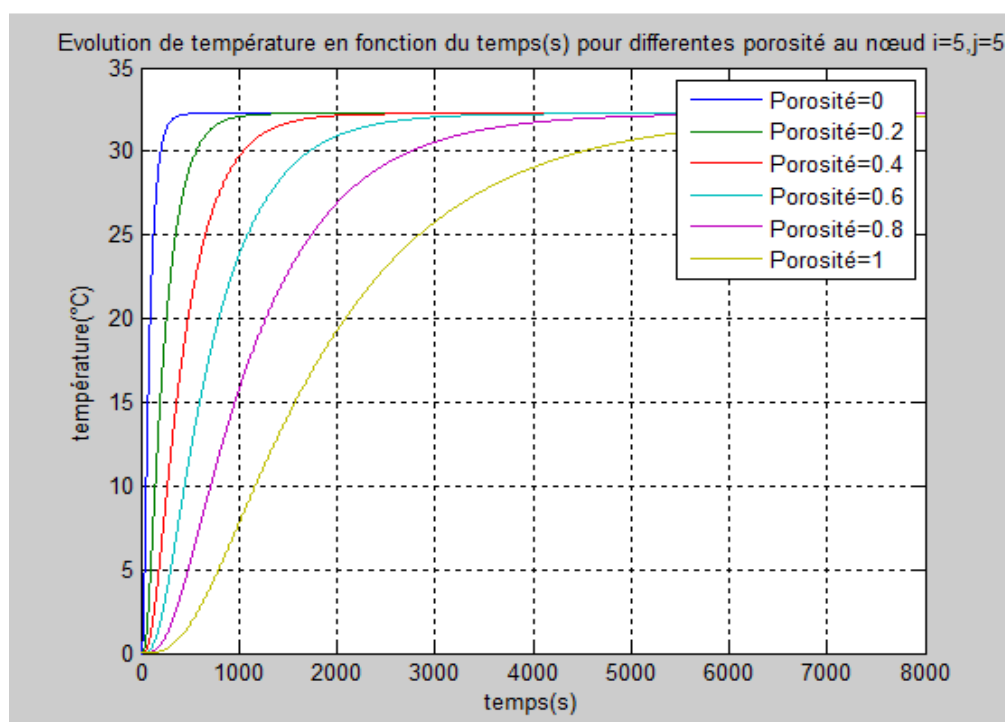


Figure 6.24. Evolution de température en fonction du temps (s) pour différentes porosité au nœud i=5, j=5.

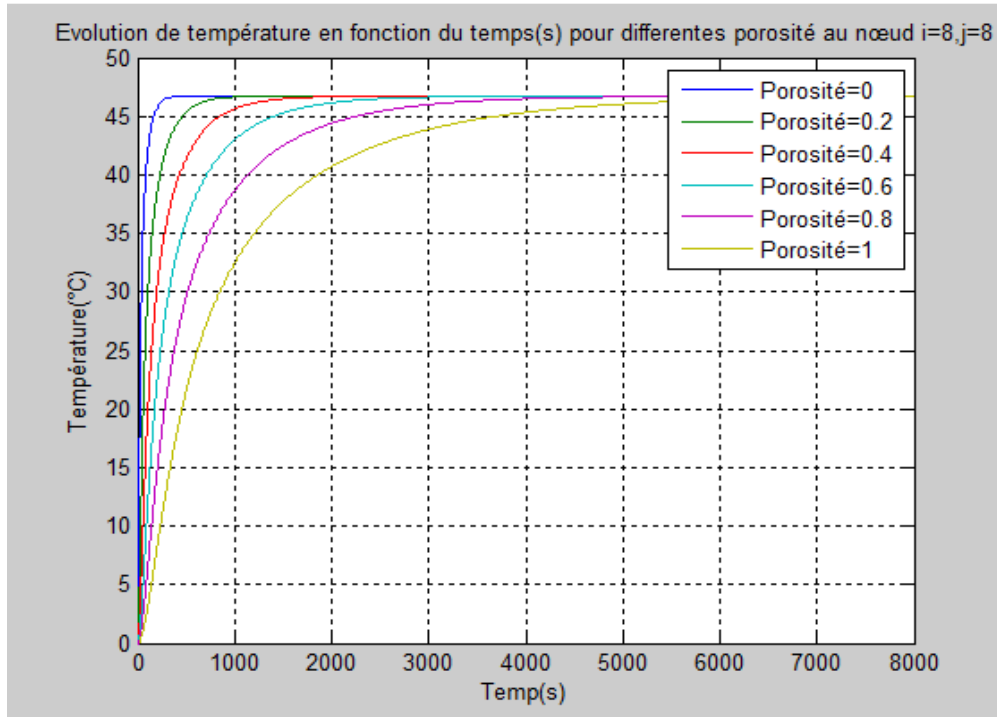


Figure 6.25. Evolution de température en fonction du temps (s) pour différentes porosité au nœud i=8, j=8.

Les distributions spatio-temporelle de la température sous l'influence de la porosité dans la couche poreuse sont représentées respectivement par les courbes des figures (6.23 6.24 et 6.25). Nous pouvons remarquer que toutes les courbes présentent une allure similaire pour chaque nœud. Pour analyser l'évolution de la température en fonction du temps sous l'influence de la porosité.

Les figures montre que dans l'intervalle de temps ($0 < t < 1000$ itérations) il se produit une rapide montée de la température moyenne de chaque nœud pour les valeurs de porosité $\varepsilon = 0$ et $\varepsilon = 0.2$, $\varepsilon = 0.4$, ce qui provoque une diffusion dans ces zones est plus rapide. Par contre pour les valeurs $\varepsilon = 0.6$ et $\varepsilon = 0.8$, $\varepsilon = 1$ se produit une lente montée de la température moyenne de chaque nœud.

Avant chaque itération, nous vérifions que la température du milieu est homogène et stable. Nous constatons que la variation de la température n'est pas homogène pour toutes les valeurs de porosité. Cette remarque prouve que le comportement thermophysique de chaque strate n'est pas identique. Comme nous l'avons vu précédemment, les simulations prévoient à partir d'un temps t_1 , et jusqu'à des temps inférieurs à 1000 itération, un comportement linéaire de la température en fonction du

Résultats et discussions

temps. la partie linéaire de la température est observée à partir de $t_1=1000$ itération. Cette remarque est vérifiée pour tous les graphes.

Au-delà de 1000 itération, on remarque que la température devient très faible et la température de chaque nœud devient quasi constante.

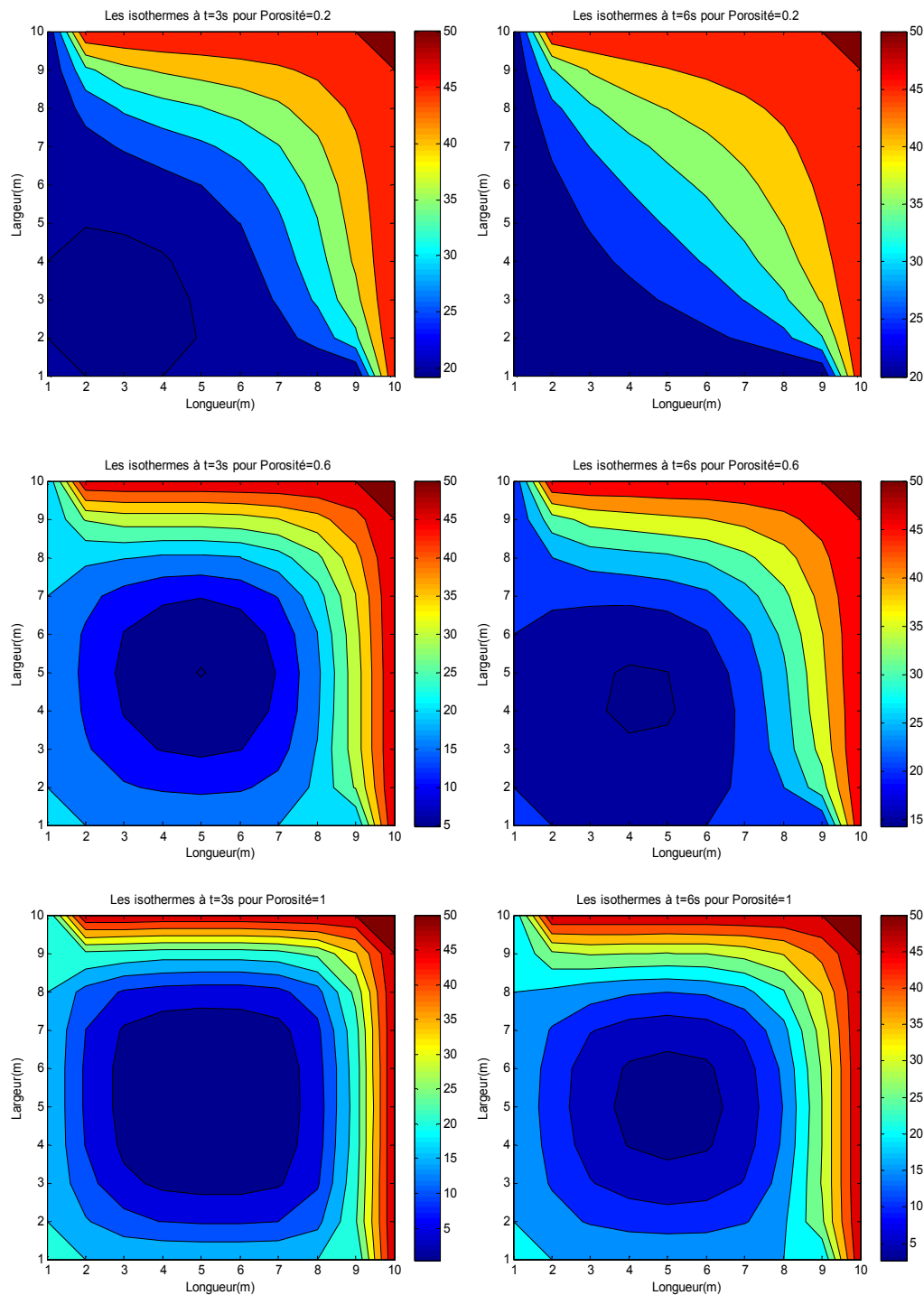
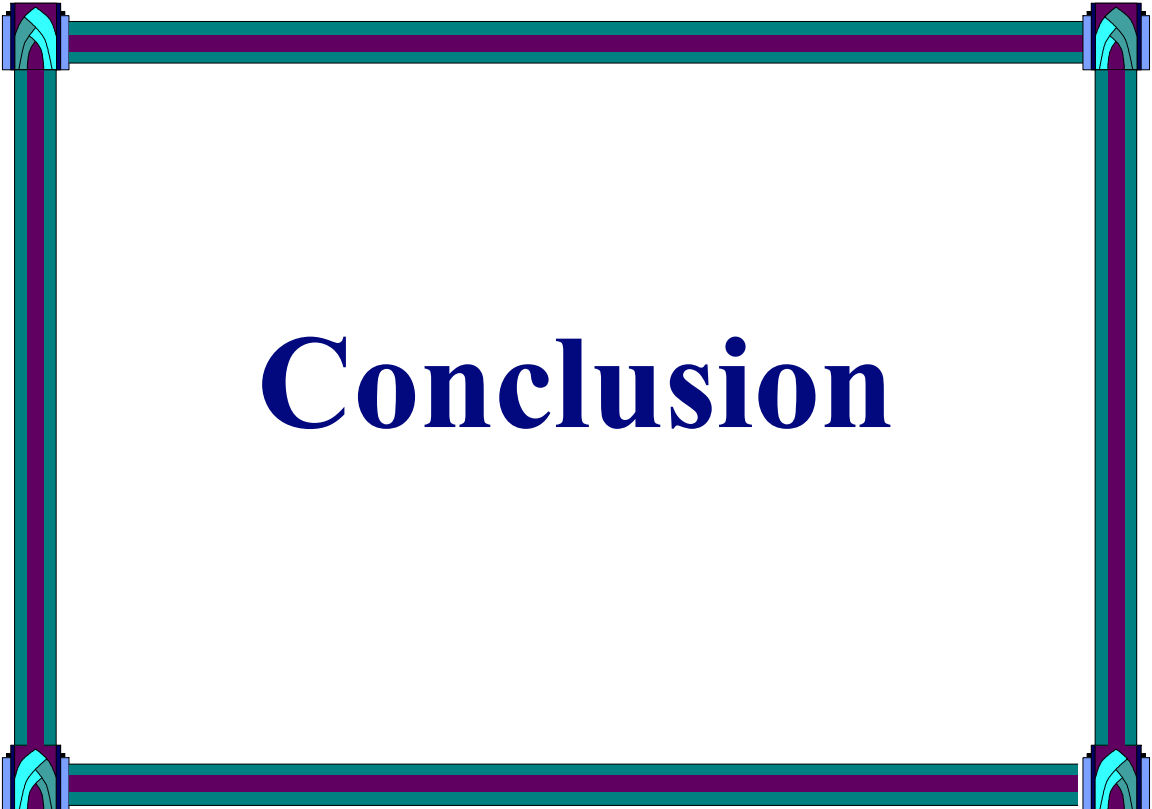


Figure 6.27. Les isothermes à $t=3s$ pour différentes valeurs de porosité.

Figure 6.28. Les isothermes à $t=6s$ pour différentes valeurs de porosité.

Dans le cadre d'une estimation de la conductivité thermique du milieu, la sensibilité à la conductivité thermique de la couche poreuse varie avec la porosité joue un rôle principal sur la diffusion de la chaleur dans ce milieu poreux. A l'examen des figures (6.27, 6.28), nous pouvons observer que la sensibilité à la température moyenne de la couche est maximale pour des porosités faibles. Pour des grandes valeurs de porosité, la sensibilité est minimale.



Conclusion

Conclusion générale

La modélisation des transports de chaleur reste encore l'une des problématiques à explorer, malgré la diversité des travaux et leurs multitudes. Dans le cadre du présent travail l'objectif est d'élaborer un modèle de transfert de chaleur dans milieu poreux (sol).

Cet objectif a été réalisé en cinq (05) phases développées dans les chapitres de ce mémoire ;

La modélisation nécessite une caractérisation du produit (le système) afin de déterminer ses diverses propriétés physiques notamment la conductivité thermique apparente, la résolution d'un problème de transfert de chaleur revient à déterminer alors les grandeurs caractéristiques à savoir, la température, ce qui permet le calcul des flux de chaleur. Un modèle numérique est développé en utilisant la méthode des différences finis qui est une méthode de discrétisation des équations de système développé précédemment, il sera question de les discrétiser dans l'espace et dans le temps.

La résolution du système s'est faite à l'aide de la méthode différences finis qui est une méthode itérative qui consiste à initialiser la valeur des paramètres et à définir une suite de système linéaire tangent, le schéma de la méthode différences est imbriqué dans la boucle de calcul d'intégration temporelle, à chaque pas de temps. On démarre les itérations avec les valeurs convergées aux pas précédent par la suite nous donnons l'algorithme de calcul afin de le résoudre sous le logiciel de calcul Matlab.

Ce programme nous a permis de simuler un sol et de montrer l'influence de la porosité ; sur les caractéristiques thermophysiques du sol et de la température.

Ces premiers résultats obtenus ont montré que l'objectif initial a été atteint, en effet le modèle simule le transport de chaleur dans un milieu poreux, il donne aussi des résultats généralement satisfaisants, en ce qui concerne l'évolution des températures dans le sol. Notre simulation s'est faite sur des valeurs moyennées de climat extérieur à savoir la température.

Les travaux réalisés dans le cadre de ce mémoire de fin d'étude de maîtrise avaient comme objectifs de développer un code de calcul en MATLAB permettant de déterminer l'évolution de la température au cours du temps pour différentes valeur de la porosité. Des simulations numériques ont d'abord été réalisées avec le logiciel pour tracer les courbes théoriques l'évolution du champ de température à chaque phase à

partir des modèles 1D et 2D à l'équilibre et à partir des équations de diffusion de la chaleur. Un mode d'affichage sous forme d'interface informatique permettant de traiter chaque cas de (1D, 2D) séparément a été réalisé.

Malheureusement, l'inconvénient majeur de ce travail se résulte, dans la non possibilité de comparer les résultats obtenus numériquement et analytiquement avec les modèles expérimentaux existés, et cela due que le thème traité représente un axe de recherche très récent et nous n'avons pas trouver des références disponibles afin d'atteindre cet objectif.

Enfin, notre travail est qu'une étude initiative basé sur un modèle de transfert de chaleur dans un milieu poreux, en espérant qu'elle soit une référence de base pour des études plus approfondies ultérieurement.

Références bibliographiques

[1] **Biot M.A** ; Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid
Journal of Applied Physics Vol. 26 ; (1955).

[2] **Raoul CALVET** ; le sol : propriétés et fonctions ; Volume2.

[3] **Document Internet** ; Google ; Stockage d'énergie ; wikipedia.

[4] **Benchatti. A** ; Développement d'une approche théorique d'un system de stockage de la chaleur dans le sol Comparaison avec un modèle expérimental ; Thèse de doctorat université des sciences et de la technologie Houari Boumediene ; (2007).

[5] **Gold, L.W** ; Influence of surface conditions on ground temperatures. Can. J; Apr. 1967.

[6] **Earth Sci., Vol. 4; Apr. 1967. Brown, W.G** ; The temperature under heated or cooled areas on the ground surface. Trans. Eng. Inst. Canada, Vol. 6; July 1963.

[7] **Brown, W.G** ; The temperature under heated or cooled areas on the ground surface. Trans. Eng. Inst. Canada, Vol. 6; July 1963.

[8] **Chang Jen-Hu** ; Ground temperature, Vol, 1. Harvard University, Blue Hill Meteorological Observatory; 21 June 1958.

[9] **René Lefebvre** ; Ecoulement multiphase en milieu poreux ; (2003).

[10] **JANNOT Yves and MEUKAM Pierre** ; Simplified estimation method for the determination of the thermal effusivity and thermal conductivity using a low cost hot strip. Measurement Sciences and Technology ; (2004).

[11] **Jannot Y.Meukam P** ; Simplified estimation method for the determination of thermal effusivity and thermal conductivity with a low cost hot strip, Measurement Science and Technology.

[12] **Jannot Y. Degiovanni A. Payet G** ; Thermal conductivity measurement of insulating materials with a three layers device, International Journal of Heat and Mass Transfer.

[13] **Renaud, Silhouette**, Fourme, Physique générale, tome 2.

- [14] **MENGUY G. et EZBAKHE H** ; Influence de la porosité sur les caractéristiques de matériaux de constructions. Materials science to construction materials engineering, de la science des matériaux au génie des matériaux de construction volume one, Paris ; (1987).
- [15] **P cheng, C Tsau Hsu** ; The effective stagnant thermal conductivity of porous Media with periodic structures, J.Porous Media ; vol 2, 1999.
- [16] **Z.Hashin, S.Shtrikman** ; A variationnel method of the theory of effective magnetic permeability of multiphases materials ; J.App.Phys, vol 33,1962.
- [17] **D.Krischer, K.Kroll** ; technique de séchage ; centre technique des industries aéraulitiques et termiques, traduction du springer-verlag, Berlin, 1963.
- [18] **D.C.Maxwell** ; A treatise on electricity and magnetism; 3rd edn, vol 1, et 2, chap, 9, vol 1, article 314, Dover, New York, 1954.
- [19] **M.R.J.Willey** ; A.R.Soutwick, J.Petrol.technol ; vol 6, pp 44-, 1954
- [20] **D.A.DE Vries** ; Heat transfer in soils, in heat and mass transfer in the biosphere ; John Wiley Halsted Press ; 1974.
- [21] **P.L.Chaurasia, D.R.Chaudary et R.C.Bhnadari** ; Effective thermal conductivity of two-phase system ; Ind.J.Pure, App.phy, vol 16 ; 1978.
- [22] **H.W.Russel** ; Principales of heat flow in porous insulators ;J.Am.Ceram.Society, vol 18 ; 1935.
- [23] **S.Frey**, Uber die elektrische leitfabrigketeit binaer aggregate, Z.Eleektrochem. Bd 38, n° 5 ; 1932.
- [24] **R.A.Crane and R.I.Vachon** ; A prediction of the bound on the effective thermal conductivity of granular materials ; Int.J.Heat Transfer, vol 20 ; 1974.
- [25] **Y.P.Zarichniak, V.V.Novikov** ; The effective conductivity of heteregeneous systems with a distorted structure ; Inszh.Fiz.Zh, vol 34 ; 1978.
- [26] **Jin Huie Huang** ; Effective thermal conductivity of porous rocks ; J.Geop.Res, Vol 76, n° 26 ; 1971.
- [27] **S.Yagi and D.Kunii** ; Studies on effective thermal conductivities in packed beds ; A.I.C.H.E.Journal, vol 3 ; 1957.
- [28] **C.T.Hsu, P.Cheng, H.W.Wong** ; Modified Zehner-Schlunder models for stagnant thermal conductivity of porous media ; Int.J.Heat Mass Transfer, vol 37, n° 17 ; 1994.
-

- [29] **K. Kawakita, K. Helmut Lüdde** ; some considerations on powder compression equations, Powder Techn, Vol 4 ; 1970/1971.
- [30] **Balshin, M.Yu.**, Vestnik Metallopram, (16), No.16 ; 1936.
- [31] **Elio E.Gonzo**, Estimating correlations for the effective thermal conductivity of granular materials, Chemical Engineering Journal, Vol 90 ; 2002.
- [32] **V.Kumar, D.R.Chaudhary**, Prediction of effective thermal conductivity of twophase porous materials unsing resistor model, Indian.J.Pure.Applied Phys, vol 18 ; 1980.
- [33] **F.Tehrani, M.Abdou, M.S.Tillack**, effects of external pressure on particle bed effective thermal conductivity, J.Nuclear Materials ; (1985).
- [34] **Whitaker S** ; Simultaneous heat, mass, and momentum transfer in porous media: a theory of drying. Advances in heat transfer ; (1977).
- [35] **Whitaker, S** ; The method of volume averaging, Kluwer academic Publishers.; (1999)
- [36] **Document Internet** ; Google ; Prise de moyenne ; wikipedia.
- [37] **Kaviany (M)** ; Principles of Heat Transfer in Porous Media, Edition Springer, Second Edition ; (1995).
- [38] **Prof. A. Mermoud** ; Cours de physique du sol 'REGIME THERMIQUE DU SOL'; (Janvier 2006).
-

Annexes

A.1 : porosité de quelques matériaux

Matériaux	Porosité
Matériau moussoux	0.98
Fibre de verre	0.88 – 0.93
Fil à tisser	0.68 – 0.76
Grains de silice	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57 – 0.66
Cuir	0.56 – 0.59
Catalyseur	0.45
Granulé de pierres	0.44 – 0.45
Terre	0.43 – 0.54
Sable	0.37 – 0.50
Poudre de silice	0.37 – 0.49
Sphère bien empilée	0.36 – 0.43
Filtre de cigarettes	0.17 – 0.49
Briques	0.12 – 0.34
Poudre de cuivre	0.09 – 0.34
Pierre à chaud, Dolomite	0.04 – 0.10
Houille	0.02 – 0.07

A.2 : Perméabilité de quelques matériaux

Matrice	Perméabilité[m ²]
Briques	$4.8.10^{-15} - 2.2.10^{-13}$
Pierre à chaud, Dolomite	$2.0.10^{-15} - 4.5.10^{-14}$
Cuir	$9.5.10^{-14} - 1.2.10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	$4.9.10^{-14} - 1.2.10^{-13}$
Terre	$2.9.10^{-13} - 1.4.10^{-11}$
Fibres de verre	$2.4.10^{-11} - 5.1.10^{-11}$
Sable	$2.0.10^{-11} - 1.8.10^{-10}$
Cheveux artificiels	$8.3.10^{-10} - 1.2.10^{-9}$
Plaque de liège	$3.3.10^{-10} - 1.5.10^{-9}$
Fils à tisser	$3.8.10^{-9} - 1.10^{-8}$
Cigarette	$1.1.10^{-9}$

A.3 : Propriétés physiques de certains corps

Nature	θ	ρ	c_p	λ	Nature	θ	ρ	c_p	λ
	$^{\circ}\text{C}$	kg m^{-3}	$\text{J kg}^{-1}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	$\text{W m}^{-1}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$		$^{\circ}\text{C}$	kg m^{-3}	$\text{J kg}^{-1}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	$\text{W m}^{-1}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
Métaux, alliages et céramiques					Matériaux de construction				
Acier au carbone	20	7833	465	54	Ardoise	20	2400	879	2,2
	200			48	Basalte	20	2850	881	1,6
	600			35	Béton caverneux	20	1900	879	1,4
Acier inox 15%Cr, 10%Ni	20	7864	460	20	Béton plein	20	2300	878	1,75
Acier inox 18%Cr, 8%Ni	20	7816	460	16,3	Bitume (cartonné)	20	1050	1305	0,23
	600			22	Bois feuillus légers	20	525	3143	0,15
Acier inox 25%Cr, 20%Ni	20	7864	460	13	Bois feuillus mi-lourds	20	675	3156	0,23
Alumine	20			29	Bois feuillus très légers	20	375	3147	0,12
Aluminium	20	2707	896	204	Bois résineux légers	20	375	3147	0,12
	400			249	Bois résineux mi-lourds	20	500	3160	0,15
Argent	20	10525	234	407	Bois résineux très légers	20	375	3147	0,12
Bronze 75%Cu, 25%Sn	20	8666	343	26	Brique terre cuite	20	1800	878	1,15
Carbone	20			147	Calcaire dur	20	2450	882	2,4
Carbure de silicium	20			13	Calcaire tendre	20	1650	879	1
Chrome	20	2118	7160	449	Carrelage	20	2400	875	2,4
Constantan 60% Cu, 40%Ni	20	8922	410	22,7	Contre-plaqué okoumé	20	400	3000	0,12
Cuivre	20	8964	383,1	386	Contre-plaqué pin	20	500	3000	0,15
	400			363	Granite	20	2600	881	3
Duralumin	20	2787	883	164	Gravier (vrac)	20	1800	889	0,7
Etain	20	7304	226	64	Grès	20	2500	880	2,6
Fer	20	7870	452	73	Lave	20	2350	881	1,1
Fonte	20	7849	460	59	Marbre	20	2700	881	2,9
Laiton 70%Cu, 30%Zn	20	8522	385	111	Parquet	20	700	3143	0,2
	400			147	Plâtre	20			0,48
Magnésie	38	270		0,067	Schiste	20	2400	879	2,2
Or	20	1336	19300	129	Matériaux isolants				
Platine	20			72	Balsa	20	85		0,064
Plomb	20	11373	130	35	Copeaux bois	23			0,069
Sodium liquide	100			81,5	Coton	20	80	1300	0,06
Titane	20			16	Kapok	30			0,035
Tungstène	20	19350	134	163	Laine de roche	20	20	880	0,047
Zinc	20	7144	384	112		20	55	880	0,038
Zircone	20			4		20	135	880	0,041
Matériaux divers					Laine de verre	20	8	875	0,061
Amiante	20			0,16		20	10	880	0,045
Asphalte	20	2115	920	0,062		20	15	880	0,041
Caoutchouc (naturel)	20	1150		0,28		20	40	880	0,035
Caoutchouc (vulcanisé)	20	1100	2010	0,13	Liège expansé	20	120	2100	0,044
Carton	20	86	2030	0,048	Moquette	20	200	1300	0,06
Cuir	20	998		0,159	Polyuréthane (mousse rigide)	20	32	1300	0,03
Glace	0	920	2040	1,88		20	50	1360	0,035
Papier	20			0,48		20	85	1300	0,045
Plexiglass	20	1190	1465	0,19	PVC (mousse rigide)	20	30	1300	0,031
Sable	20	1515	800	0,2-1,0		20	40	1300	0,041
Sciure	20				Polystyrène expansé	20	12	1300	0,047
Terre mouillée	20	1900	2000	2		20	14	1300	0,043
Terre sèche	20	1500	1900	1		20	18	1300	0,041
Verre	20	2700	840	0,78		20	28	1300	0,037

A.4 : Propriétés physiques de l'air et de l'eau

Propriétés de l'eau à saturation							Propriétés de l'air à 1 atm						
θ	ρ	c_p	λ	$10^4 \cdot \mu$	$10^7 \cdot \alpha$	Pr	θ	ρ	c_p	λ	$10^5 \cdot \mu$	$10^5 \cdot \alpha$	Pr
(°C)	(kg/m ³)	(J/kg.°C)	(W/m.°C)	(Pa.s)	(m ² /s)		(°C)	(kg/m ³)	(J/kg.°C)	(W/m.°C)	(Pa.s)	(m ² /s)	
0	1002	4218	0,552	17,90	1,31	13,06	0	1,292	1006	0,0242	1,72	1,86	0,72
20	1001	4182	0,597	10,10	1,43	7,02	20	1,204	1006	0,0257	1,81	2,12	0,71
40	995	4178	0,628	6,55	1,51	4,34	40	1,127	1007	0,0272	1,90	2,40	0,70
60	985	4184	0,651	4,71	1,55	3,02	60	1,059	1008	0,0287	1,99	2,69	0,70
80	974	4196	0,668	3,55	1,64	2,22	80	0,999	1010	0,0302	2,09	3,00	0,70
100	960	4216	0,680	2,82	1,68	1,74	100	0,946	1012	0,0318	2,18	3,32	0,69
120	945	4250	0,685	2,33	1,71	1,45	120	0,898	1014	0,0333	2,27	3,66	0,69
140	928	4283	0,684	1,99	1,72	1,24	140	0,854	1016	0,0345	2,34	3,98	0,69
160	910	4342	0,680	1,73	1,73	1,10	160	0,815	1019	0,0359	2,42	4,32	0,69
180	889	4417	0,675	1,54	1,72	1,00	180	0,779	1022	0,0372	2,50	4,67	0,69
200	867	4505	0,665	1,39	1,71	0,94	200	0,746	1025	0,0386	2,57	5,05	0,68
220	842	4610	0,652	1,26	1,68	0,89	220	0,700	1028	0,0399	2,64	5,43	0,68
240	816	4756	0,635	1,17	1,64	0,88	240	0,688	1032	0,0412	2,72	5,80	0,68
260	786	4949	0,611	1,08	1,58	0,87	260	0,662	1036	0,0425	2,79	6,20	0,68
280	753	5208	0,580	1,02	1,48	0,91	280	0,638	1040	0,0437	2,86	6,59	0,68
300	714	5728	0,540	0,96	1,32	1,02	300	0,616	1045	0,0450	2,93	6,99	0,68

A.5 : Les valeurs numériques des fonctions : Ei(x), erf(x), erfc(x)

x	erf x	erfc x	ierf x	x	erf x	erfc x	ierf x
0	0,000000	1,000000	0,564190	1,1	0,880205	0,11980	1,760
0,05	0,056372	0,943628	0,518421	1,2	0,910314	0,08969	2,274
0,1	0,112463	0,887537	0,481106	1,3	0,934008	0,06599	2,972
0,15	0,167996	0,832004	0,452227	1,4	0,952285	0,04772	3,939
0,2	0,222703	0,777297	0,431755	1,5	0,966105	0,03390	5,302
0,25	0,276326	0,723674	0,419658	1,6	0,976378	0,02362	7,260
0,3	0,328627	0,671373	0,415910	1,7	0,983790	0,01621	10,124
0,35	0,379382	0,620618	0,420498	1,8	0,989091	0,01091	14,386
0,4	0,428392	0,571608	0,433440	1,9	0,992790	0,00721	20,842
0,45	0,475482	0,524518	0,454795	2	0,995322	0,00468	30,794
0,5	0,520500	0,479500	0,484684	2,1	0,997021	0,00298	46,409
0,55	0,563323	0,436677	0,523311	2,2	0,998137	0,00186	71,349
0,6	0,603856	0,396144	0,570983	2,3	0,998857	0,00114	111,901
0,65	0,642029	0,357971	0,628143	2,4	0,999311	0,00069	179,043
0,7	0,677801	0,322199	0,695397	2,5	0,999593	0,00041	292,257
0,75	0,711156	0,288844	0,773551	2,6	0,999764	0,00024	486,693
0,8	0,742101	0,257899	0,863656	2,7	0,999866	0,00013	826,860
0,85	0,770668	0,229332	0,967059	2,8	0,999925	0,00008	1433,158
0,9	0,796908	0,203092	1,085464	2,9	0,999959	0,00004	2534,205
0,95	0,820891	0,179109	1,221003	3	0,999978	0,00002	4571,677
1	0,842701	0,157299	1,376328				

A.6 : Transformation de Laplace inverse

$$q = \sqrt{\frac{p}{\alpha}}$$

$\theta(p) = L\{T(t)\}$	$T(t)$	$\theta(p) = L\{T(t)\}$	$T(t)$
$\frac{1}{p}$	1	$\frac{\ln(p)}{p}$	$-\ln(t) - \gamma \quad ; \quad \gamma = 0,57721$
1	$\delta(t)$ Dirac	$\frac{1}{\sqrt{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
$\frac{1}{p + \beta}$	$e^{-\beta t}$	$\frac{1}{p\sqrt{p}}$	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{t}$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$	$\text{sh}(\omega t)$
$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$	$\text{ch}(\omega t)$
$\frac{b}{p(b + \sqrt{p})}$	$1 - \exp(b^2 t) \text{erfc}(b\sqrt{t})$	$\frac{1}{p^n} \quad n = 1, 2, 3 \dots$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$

$\theta(p) = L\{T(t)\}$	$T(t)$
e^{-qx}	$\frac{x}{2\sqrt{\pi \alpha t^3}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{q}$	$\left(\frac{\alpha}{\pi t}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p}$	$\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{pq}$	$2\left(\frac{\alpha t}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - x \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p^2}$	$\left(t + \frac{x^2}{2\alpha}\right) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - x \left(\frac{t}{\pi \alpha}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{q + h}$	$\left(\frac{\alpha}{\pi t}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - h \alpha \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{q(q + h)}$	$\alpha \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p(q + h)}$	$\frac{1}{h} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \frac{1}{h} \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p q (q + h)}$	$\frac{2}{h} \left(\frac{\alpha}{\pi t}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{1 + hx}{h^2} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) + \frac{1}{h^2} \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{(q + h)^2}$	$-2h \left(\frac{\alpha^3 t}{\pi}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha t}\right) + \alpha (1 + hx + 2h^2 \alpha t) \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$