

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE AMAR TELIDJI de LAGHOUAT

كلية الهندسة المدنية والهندسة المعمارية

FACULTE DE GENIE CIVIL ET D'ARCHITECTURE
Département de Génie Civil



Mémoire pour l'Obtention du Diplôme
de Master en Génie Civil

Option : Conception et Calcul des Structures en Génie Civil

Thème :

**ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DE L'EFFET DES MAINTIENS LATÉRAUX SUR
LE DÉVERSEMENT DES POUTRES MÉTALLIQUES**

Présenté en MAI 2017 par :

CHELLAMA KAOUTHER

DJLIKH SIHAM

Devant le jury composé de :

Mr.	ZAIDI	ALI	Pr	Président
M ^{me} .	KOUIDRI	ZOHRA	M.A.A	Examinatrice
Mr.	AMARA	SALAH	M.C.A	Rapporteur

ANNEE UNIVERSITAIRE 2016 - 2017

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciement

Tout d'abord nous remercions Dieu le tout puissant qui nous a donné le courage et la volonté pour atteindre notre objectif et tous les enseignants qui ont contribué à notre formation durant tous les cycles.

*Nous remercions vivement, notre promoteur Mr : **AMARA SALAH** de nous avoir pris en charge, pour sa disponibilité, son aide et ses précieux conseils.*

Nous portons avec gratitude de reconnaissance pour l'ensemble des professeurs du département de Génie Civil qui ont contribué à notre formation de Master en Génie Civil.

*Nous ne saurons oublier de remercier les honorables Membres de Jury Mr. **Zaidi Ali** et Mme **Kouidri zohra** qui nous ont fait l'immense honneur de Présider et d'examiner ce Modeste travail.*

A tous ceux et celles qui nous ont apporté leur soutien, trouvent ici, l'expression de nos vive et sincère reconnaissance.



DÉDICACES

{ وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ }

Je remercie Dieu de m'avoir donné santé, courage tout au long de mes études. Avec beaucoup de bonheur et d'amour je dédie ce modeste travail, fruits de mes longues années d'études :

A la plus chère au monde :

Ma mère, celle qui est la plus chère au monde, la joie de ma vie, qui a été toujours là pour moi, qui donne un sens à mon existence, à la lumière de mes yeux en témoignage de son affection et son soutien pendant tous les durs moments que j'ai traversé, j'espère que j'ai pu réaliser son rêve

À mon très cher père, Qui est le meilleur père dans ce monde, grâce à son encouragement, sa confiance et son soutien moral et matériel que Dieu garde mes parents et les protège.

À mes chères Sœurs Sondousse, Imane, Romaila.

À mes chères Frères Abderrahmane, Mohamed.

À mes amies.

A tous mes enseignants qui durant mon parcours d'études m'ont donné le savoir et m'ont éclairée de leurs conseils.



Kaouthier

DÉDICACES

{ وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ }

Je dédie ce travail à :

- *A Allah la lumière mon chemin dans cet univers.*
- *Mes chers parents, qui m'ont toujours encouragé et soutenu dans mes études.*
- *Mes sœurs et Mes frères.*
- *mes anges yassine aya isra Mohamed Racha Meriem.*
- *Mes amies.*
- *A toute la Promotion 2017.*



Siham

الملخص

الالتواء الجانبي ظاهرة عدم استقرار محدد لروافد حيث تتعرض للانحناء ويتعلق ذلك بالمحور الرئيسي للمقطع العرضي. إن البحوث التحليلية والتجارب والحسابات العددية باستخدام تقنيات الحساب "العناصر المنتهية" تؤكد ذلك كما أنه يحدث غالبا خلال مرحلة التثبيت أو التركيب.

اضافه لكونه يعطي تأثيرات سلبية على قدرة تحمل العوارض والهياكل اذا فالالتواء الجانبي يتطلب الكثير من الاهتمام في عملية التصميم.

هذا العمل يهدف الى التحليل من الدرجة الاولى من التأثيرات الوضعية وعدد العوارض الجانبية الوسطية على العزم الحرج والالتواء الجانبي المرن. وقد اعتبرت تأثيرات الشروط والقيود على الانحناء الجانبي والدوران والتشويه ينتج الصلابة في المخطط ويثبت على استقرار العوارض وهذا ما أخذ بعين الاعتبار هذا العمل. كما ان تأثيرات بعض المعايير الهندسية لقسم العارضة أي الحجم ونطاقها والعزم وعدم التناظر و نقطة تطبيق الحملات هدف اساسي في دراستنا. والنتائج المحصل عليها في نهاية هذا العمل من البحث تظهر التأثيرات الكبيرة جدا للعوامل على العزم الحرج للالتواء الجانبي المرن.

Résumé

Le déversement est un phénomène d'instabilité spécifique aux poutres soumises à une flexion par rapport à l'axe fort de leur section transversale. Les recherches analytiques, les expériences ou les simulations numériques font appel aux techniques de calcul par éléments finis ainsi que le déversement survient au cours de la phase de montage.

Étant donné qu'il a des effets néfastes sur la capacité portante des barres et des structures, le déversement nécessite beaucoup d'attention dans le processus de dimensionnement.

Ce travail a pour objet d'analyser dans un premier lieu les degrés d'influence de la position et du nombre des maintiens latéraux intermédiaires sur le moment critique de déversement élastique. Les effets des conditions de restraints à la flexion latérale, à la torsion et au gauchissement ainsi que la rigidité dans le plan de l'attache sur la stabilité des poutres, ont été considérés dans ce travail. L'influence de certains paramètres géométriques de la section de la poutre, à savoir les dimensions, la portée, les inerties, la dissymétrie, ainsi que le point d'application de la charge font également l'objet de notre étude paramétrique. Les résultats obtenus à l'issue de ce travail de recherche montrent des effets très considérables de ces paramètres analysés sur le moment critique de déversement élastique.

Abstract

Buckling is a phenomenon of instability specific to beams subjected to bending with respect to the cross-sectional major axis. Analytical research, experiments and numerical simulations use finite element calculation techniques, as well as accidents which occurred almost always during the assembly phase.

Since it has adverse effects on the bearing capacity of the bars and structures, lateral torsional buckling requires great attention in the designing process.

The purpose of this work is to analyze firstly the degrees of influence of the position and the number of intermediate lateral restraints on the elastic critical moment. The effects of lateral bending, torsion and warping restraint conditions as well as the rigidity in the plane of the connection, on the stability of the beams have been considered in this work. The influence of certain geometrical parameters of the beam cross section, such as dimensions, span, moments of inertia, asymmetry, and the point of application of the load are also the subject of our parametric study. The results obtained from this research show very considerable effects of these analyzed parameters on the elastic critical moment of LTB (latéral torsional buckling).

SOMMAIRE

Introduction Générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre I : Aspects réglementaire et théorique sur le déversement.

I-1) Introduction.....	4
I-2) Le phénomène de déversement	5
I-2-1) Le phénomène fondamental.....	5
I-2-2) Le phénomène de déversement expérimentalement	8
I-3) Les dangers du déversement.....	9
I-4) Aspects théorique.....	10
I-4-1) Théorie linéaire de déversement élastique	10
I-4-2) Moment critique de déversement élastique.....	14
I-5) Aspects réglementaire.....	16
I-5-1) Déversement réglementaire selon CM66.....	16
I-5-2) Déversement réglementaire selon l'Eurocode3	17
I-6) Exemple d'application	29

Chapitre II : Effet des maintiens latéraux sur le moment critique.

II-1) Introduction	30
II-2) Les différents types des poutres	30
II-3) Les poutres non maintenues latéralement	31
II-4) Poutres maintenues latéralement	31
II-5) Résistance des poutres maintenues latéralement en flexion	33
II-6) Effet des maintiens latéraux sur le moment critique M_{cr}	35
II-6-1) Rigidité et résistance des maintiens latéraux	36

II-6-2) Recherche de la meilleure position des contraintes discrètes	39	
II-9) Conclusion	42	
 <i>Chapitre III : L'étude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.</i>		
III-1) Introduction	43	
II-2) Effets des imperfections géométriques	43	
III-3) L'influence de la longueur de déversement	44	
III-4) L'influence des dimensions de la section	45	
III-5) L'influence des propriétés géométriques de la section	46	
III-6) L'influence de la dissymétrie de la section	46	
III-7) L'influence du point d'application de la charge	47	
III-8) Influence des conditions de contraintes sur le déversement	49	
III-9) L'influence du mode de sollicitation	52	
III-10) Conclusion	54	
 <i>Conclusion générales et perspectives.</i>		55
<i>Bibliographie.</i>		56
<i>ANNEXE A.</i>		57
<i>ANNEXE B.</i>		61

Notations et symboles

Notations et symboles

B :

b_f : Epaisseur de la semelle.

C :

C : Centre de cisaillement.

C_b : Le facteur de gradient de moment.

C_1 : Coefficient dépendant du type de chargement.

C_2 : Coefficient dépendant du niveau d'application des charges.

C_3 : Coefficient dépendant de la dissymétrie de la section.

E :

E : module d'élasticité longitudinal.

F :

F : Force.

G :

G : Module de glissement.

H :

h_s : La distance entre les centres de cisaillements des semelles.

h : hauteur de profilé.

I :

I_z : Moment d'inertie de flexion par rapport à l'axe faible z-z.

I_t : Inertie de torsion de la section.

Notations et symboles

I_w : Inertie de gauchissement de la section (inertie sectorielle).

I_{fc} : Moment quadratique de la surface de compression pour la flexion autour de l'axe le plus faible de la section.

I_{ft} : Moment quadratique de la surface de traction pour la flexion autour de l'axe le plus faible de la section.

K :

K_d : Coefficient de déversement.

K : Constante de torsion uniforme.

K_z, k_w : Coefficients d'encastres aux appuis.

K_v : La rigidité axiale des maintiens latéraux.

k_v : La restrainte à la flexion latérale.

k_{PL} : La restrainte flexionnelle dans le plan.

k_θ : La rigidité au gauchissement.

L :

L_D : longueur de déversement.

M :

$M_{y,Ed}$: La valeur de calcul du moment sollicitant dans l'axe principal de flexion.

$M_{b,Rd}$: Le moment résistant au déversement.

M_{cr} : Le moment critique pour le déversement élastique.

M_{cr0} : Le moment critique pour le déversement élastique initial.

M_{max} : Le moment maximal.

M_{pl} : Le moment plastique.

Notations et symboles

Q :

Q : Action variable.

Q_D : Charge de déversement.

Q_{pl} : Charge correspondant à la plastification.

q : Action (charge répartie).

S :

S : Section.

T :

t_w : Epaisseur d'âme.

t_f : Epaisseur de semelle.

V :

V : Déplacement latéral.

V' : Rotation latéral.

W :

W_y : Module de section approprié, selon la section transversale.

$W_{pl,y}$: (Module plastique) pour les sections transversales de classes 1 et 2.

$W_{el,y}$: (Module élastique) pour une section transversale de classe 3.

$W_{eff,y}$: (Module élastique de la section efficace) pour une section transversale de classe 4.

X :

Notations et symboles

X : axe longitudinal.

Y : axe de forte inertie.

Z :

Z : axe de faible inertie.

Z_C : Distance entre le centre de gravité G et le centre de cisaillement C.

Z_j : Distance entre le centre de cisaillement S et le point d'application de charge.

Z_V : Position verticale de la charge.

Z_C : distance entre le centre de gravité et le centre de cisaillement S.

AUTRES SYMBOLES

φ : Angle de rotation autour de l'axe x.

ξ : Axe x de la section d'un élément fléchi.

χ_{IT} : Facteur de réduction au déversement.

ϕ_{LT} : Valeur pour déterminer le coefficient de réduction χ_{IT} .

α_{LT} : Facteur d'imperfection.

λ_{LT} : Elancement réduit de déversement.

$\overline{\lambda_{LT}}$: Elancement réduit.

$\mu_{cr,0}$: Coefficient d'amplification critique.

γ_{M1} : Facteur de sécurité partiel. Dont la valeur recommandée est égale 1,1.

Notations et symboles

Ψ : Rapport de moments d'extrémité.

μ : Facteur due de la charge transversale.

θ : Déformation de torsion.

θ' : Déformation de gauchissement.

$\bar{b}$: La distance au-dessus du centre du cisaillement de section de la poutre.

ν : Coefficient de poisson.

σ_f : Contrainte de flexion.

f_y : Contrainte limite d'élasticité.

Fonction

d : dérivée.

cos : Cosinus.

Sin : Sinus.

Liste des figures

Liste des figures

	Page
Figure I-1 : Déformée de déversement d'une poutre en général	4
Figure I-2 : Mise en évidence du déversement d'une poutre en console.	5
Figure I-3 : Poutre sur appuis à fourches soumise à des moments aux extrémités....	6
Figure I-4 : Déplacement interdépendants v' et θ	7
Figure I-5 : poutre d'essai	8
Figure I-6 : L'essai de déversement	9
Figure I-7 : Effondrement des poutres de portique par le déversement.	10
Figure I-8 : Comportement d'un élément fléchi	11
Figure I-9 : Translation et rotation d'un élément de poutre sujet au déversement	11
Figure I-10 : Déversement d'une poutre constituée d'une section en I bi symétrique.....	12
Figure I-11 : Condition d'appui, charge et types de section transversale.....	14
Figure I-12 : Définitions des grandeurs caractéristiques du section Mono symétrique	16
Figure I-13 : Courbes de flambement	19
Figure I-14 : Les valeurs des coefficients d'encastrement aux appuis.....	22
Figure I-15 : Conservation de signe pour le Z_j	22
Figure I-16 : Les combinaisons entre les différentes charges.....	25
Figure I-17 : Les caractéristiques géométriques de la poutre PRS1500.	27
Figure II-1 : Les différents types des poutres	31
Figure II- 2 : Poutres maintenues latéralement (un plancher)	32
Figure II-3 : Poutres maintenues latéralement (type tôles nervurées)	32

Liste des figures

Figure II-4: Des poutres maintenues latéralement (poutres transversales)	32
Figure II- 5: Poutres en I sensible ou déversement et des poutres en caisson Peu sensible.....	33
Figure II-6 : Le comportement de la poutre en flexion.....	34
Figure II-7 : Le comportement en flexion d'une structure hyperstatique	34
Figure II-8 : Les différentes restraints.....	35
Figure II-9 : Modélisation des restraints.....	36
Figure II-10 : Relation entre la charge de déversement et la rigidité du maintien latéral.....	37
Figure II-11 : Influence de la position verticale et de la valeur de la rigidité axiale des restraints.....	38
Figure II-12 : Influence de la position verticale de la restrainte latérale centrale.....	39
Figure II-13 : Influence de la position d'une seule restrainte intermédiaire Parfaite (v et Θ) cas d'un IPE100	40
Figure II-14 : Influence de la position longitudinale d'une seule restrainte intermédiaire parfaite (v et Θ) cas d'un IPE300	40
Figure II-15 : Influence de paramètre de torsion χ sur le moment critique.....	41
Figure II-16: Influence de la position longitudinale de deux restraints Symétriques parfaite (v et Θ).....	42
Figure III-1 : Réponse d'une poutre élastique géométriquement parfait	44
Figure III-2 : Réponse d'une poutre élastique géométriquement imparfaite	44
Figure III-3 : Influence de la portée sur la stabilité de la poutre	44
Figure III-4 : Influence des proportions de la section	45
Figure III-5 : L'influence des propriétés géométrique de la section	46
Figure III-6 : L'influence de la mono symétrie de la section	47
Figure III-7 : Différente niveaux d'application de la charge	48
Figure III-8 : L'influence du niveau d'application des charges transversales	49
Figure III-9 : Phénomène de gauchissement	49

Liste des figures

Figure III-10 : L'influence des contraintes au gauchissement (θ' à une extrémité et aux deux extrémités)	50
Figure III-11: L'influence des contraintes à la flexion latérale (v' à une extrémité et aux deux extrémités)	51
Figure III-12 : Influence des contraintes à la flexion latérale et au gauchissement (θ' et v' à une extrémité et aux deux extrémités).....	51
Figure III-13 : L'influence de la libération de la rotation θ à l'une des extrémités de la poutre.	52
Figure III-14 : Rapport de moments d'extrémités	53
Figure III-15 : Influence de la forme du diagramme des moments	54

Liste des tableaux

Chap.I : Aspects réglementaire et théorique sur le déversement.

	Page
Tab .I.1 : Sélection de la courbe de flambement	18
Tab .I. 2 : Facteurs d'imperfection	19
Tab .I.3 : Facteur de correction.....	20
Tab .I.4 : Valeurs de C_1 et C_2 distribution du moment linéaire	24
Tab .I.5 : Valeurs de C_1 , C_2 , C_3 d'une charge transversale	25

Introduction générale

Avec l'industrialisation au début du **XIX^e** siècle, qui a permis la fabrication de plaques laminées, suivi de l'utilisation du fer puis de l'acier, la construction métallique s'est dotée des moyens nécessaires pour fabriquer des poutres avec des sections optimisées pour la construction des bâtiments. Ces sections peuvent avoir des formes standardisées comme les profilés laminés en I, L, tubulaires, et U largement utilisés dans le bâtiment, ou des formes sur mesures comme les profilés composés soudés en caisson ou à âme pleine (en forme de I) plus adaptées pour les constructions.

En fonction des sollicitations dominantes dans un élément, l'ingénieur choisira une forme de section plutôt qu'une autre. Lorsqu'il s'agit d'un effort de flexion, les sections âme-semelles (I ou H) sont particulièrement efficaces puisque qu'elles possèdent une grande inertie (selon l'axe fort) pour un minimum de matière. Cet avantage se fait au détriment d'une inertie moindre selon l'axe faible favorisant ainsi le phénomène d'instabilité en flexion de la poutre que l'on appelle déversement.

La position déformée générée par l'instabilité se caractérise par un mouvement de la partie comprimée qui entraîne toute la section. Pour cette raison, le déversement est également appelé flambement latéral en flexion notamment pour les profilés de grande hauteur.

Dans le domaine des constructions en acier, la tendance actuelle est d'aller vers des structures toujours plus élancées, toujours plus légères, en utilisant des nuances d'acier de plus en plus élevées. Cela a pour conséquence d'augmenter le risque de ruine par instabilité, et de rendre relativement plus complexe le dimensionnement de ces structures. Dans un souci d'optimisation, il devient alors nécessaire de disposer de méthodes de calcul adaptées, performantes, permettant d'analyser de façon précise le comportement des éléments structuraux.

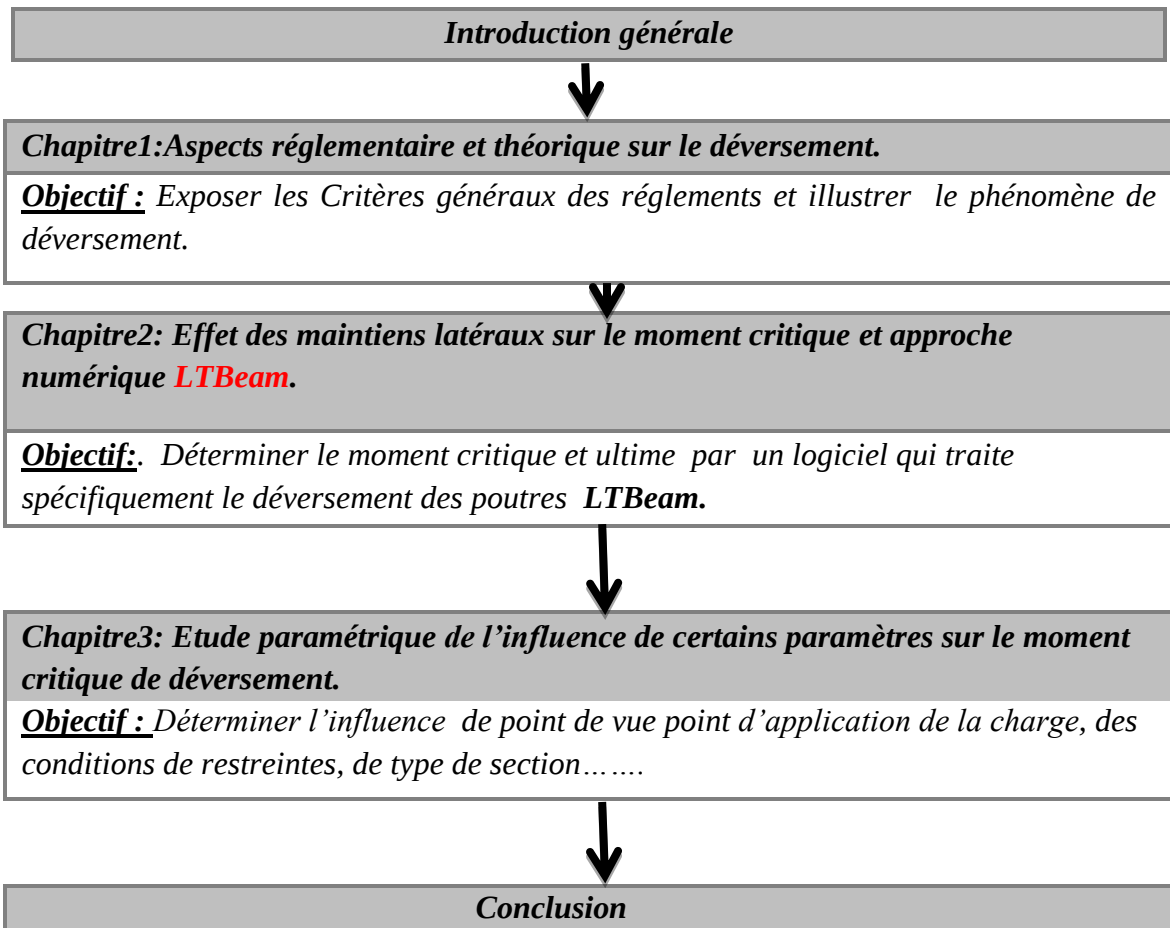
L'objectif de notre mémoire de fin d'études est d'une part d'améliorer et d'appliquer les connaissances dans le domaine du déversement des poutres, et d'une autre part de réaliser un travail de recherche analytique détaillé sur les effets des maintiens latéraux et l'influence de certains paramètres sur le moment critique de déversement.

Après une introduction générale, le mémoire comporte essentiellement trois chapitres :

- ✚ Le premier chapitre est consacré à la présentation de la problématique et à une synthèse d'une étude bibliographique sur l'aspect réglementaire et théorique sur le déversement.
- ✚ Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des effets du nombre et de la position des maintiens latéraux sur le moment critique de déversement.
- ✚ Le troisième chapitre est consacré à l'étude paramétrique de l'influence de certains paramètres (point d'application de la charge, conditions de restraints à la flexion latérale, torsion et gauchissement, type de section,) sur la stabilité au déversement.

Enfin, le mémoire se termine par une conclusion générale sur les résultats trouvés à l'issue de notre étude et des recommandations pour les futurs travaux de recherche.

Plan général du mémoire



Chapitre I

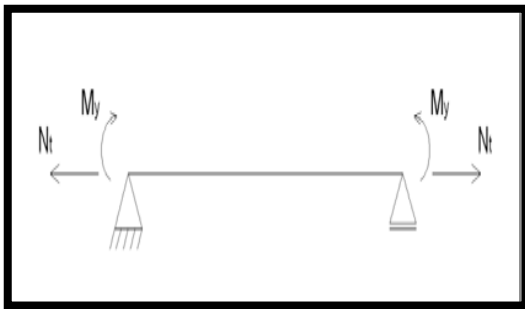
Aspects réglementaire et théorique sur le déversement.

I.1. Introduction :

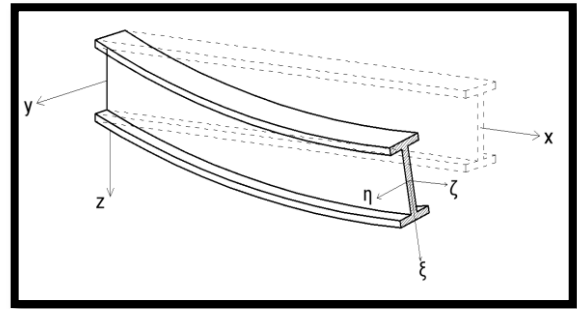
Le déversement est un phénomène d'instabilité qui se manifeste par une déformation latérale des parties comprimées des sections, ce chapitre présente l'état actuel de la littérature en ce qui concerne le déversement des poutres métalliques et la situation des normes européennes (EC3[10], CM66[1]), en établissant le principe de vérification, et en faisant un bilan sur les courbes de déversement. On présente aussi les approches analytiques qui permettent de déterminer le moment critique de déversement selon la théorie linéaire élastique.

I.2. Phénomène de déversement :

Le déversement est lié à la flexion et il s'agit d'un flambement de l'aile comprimée qui présente des analogies certaines avec les phénomènes de flambement. La poutre, pour un moment critique entre en flexion et en torsion par rapport à son plan de plus faible inertie (figure .I.1). Ce phénomène se produit en général pour des poutres ayant une faible inertie à la flexion transversale et à la torsion.



(a) Vue générale d'une poutre sollicitée en flexion composée.



(b) Configuration déformée associée à l'apparition de déversement.

Figure .I.1. Déformée de déversement d'une poutre en général. [13]

I-2-1-Phénomène fondamental :

I-2-1-1-Poutre de référence :

Le phénomène de déversement élastique est abordé tout d'abord dans le cas d'une poutre de référence faite d'un matériau idéal, et d'un cas de charge de référence.

-La poutre de référence est caractérisée de la façon suivante :

- ✚ Géométrie de la section : section en **I** ou **H** uniforme non déformable à double symétrie.
- ✚ Géométrie globale : poutre parfaite c'est-à-dire sans déformation initiale de torsion et avec un axe longitudinale parfaitement rectiligne avant application du chargement.
- ✚ Appui : poutre à portée unique sur appuis simples, c'est-à-dire reposant sur un appui simple à chaque extrémité.
- ✚ Le comportement dans le plan de flexion (bloqué en translation verticale ($W=0$), libre en rotation par rapport à l'axe fort (w')).
- ✚ Le comportement hors plan (bloqué en translation horizontale hors du plan ($v=0$) et en rotation par rapport à l'axe longitudinal de la poutre ($\theta = 0$)), mais libre en rotation par rapport à l'axe faible (v') et en déformation axiale due au gauchissement de la section θ' . Ces conditions d'appuis sont habituellement appelées conditions d'appuis à fourche.

✓ Le matériau idéal est supposé linéairement élastique sur toute la plage de chargement.

✓ Le gauchissement est une forme de déformation associée à la torsion selon laquelle les semelles d'une section en **H** ou en **I** fléchissent en sens contraires, c'est-à-dire par rapport à un axe passant par l'âme. Une telle déformation n'est normalement pas totalement libre de sorte que des contraintes normales de gauchissement additionnelles (agissant ainsi dans la direction x) se produisent dans les semelles et augmentent la résistance en torsion de la section. La figure .I.2 montre le déversement d'une poutre console. [3]

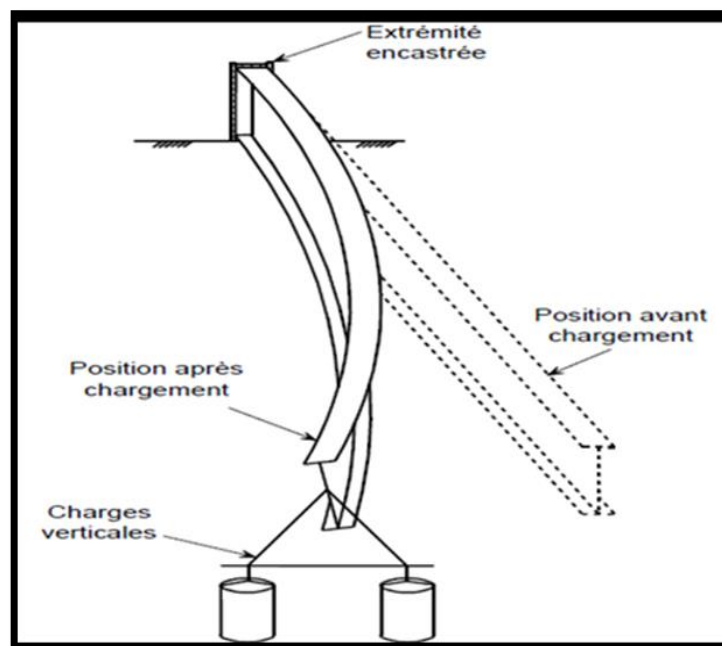


Figure .I.2. Mise en évidence du déversement d'une poutre en console.

1.2.1.2. Chargement de référence :

Le chargement de référence consiste en une flexion produite par des moments d'extrémité égaux et opposés M_y appliqués dans le plan le plus rigide de la section de la poutre non déformée (figure. I.3) provoquant par conséquent une répartition uniforme du moment fléchissant de sorte que chaque section de la poutre uniforme subisse des contraintes égales.

On suppose que le plan chargement ne change pas au cours du déversement, c'est-à-dire lorsque la section transversale se déplace. [3]

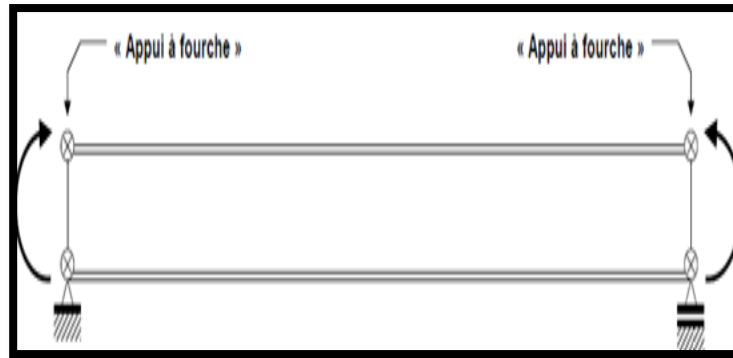


Figure I.3. Poutre sur appuis à fourches soumise à des moments aux extrémités.

1.2.1.3. Cinématique du phénomène de déversement et coefficient d'amplification du moment critique:

Sous l'effet d'un chargement croissant, la poutre fléchit tout d'abord strictement dans le plan de chargement et présente une flèche w dans ce plan. Lorsque le chargement atteint un certain niveau $M_{cr,y,0}$, appelé moment critique élastique, la poutre subira un phénomène d'instabilité connu sous le nom de déversement, étant donné qu'elle peut fléchir hors du plan de chargement de façon très soudaine. On dit que le déversement se produit par bifurcation d'équilibre. La poutre subit alors simultanément un déplacement latéral v dans la direction y (flexion par rapport à l'axe faible de la section transversale) et une rotation de torsion θ par rapport à son axe longitudinal x . Ces deux déplacements v et θ ne sont pas indépendants, une rotation de torsion θ de la section transversale de la poutre crée avec le moment fléchissant (primaire) M_y , dans le plan, un moment hors du plan (secondaire) égale à θM_y qui, à son tour provoque une flèche latérale v . Inversement, la flèche latérale v crée avec le M_y une composante de moment $v' M_y$ qui, à son tour, engendre une rotation de torsion θ . [2]

D'après la figure. I.4, il apparaît clairement qu'une combinaison de flexion latérale $E I_z \frac{d^2 v}{dx^2}$ et de torsion $G I_t \frac{d^2 \theta}{dx^2}$ et de gauchissement $E I_w \frac{d^3 \theta}{dx^3}$ s'oppose au déversement, avec :

E : module d'élasticité longitudinal.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{Eq. I.1})$$

G : module d'élasticité transversal.

ν : Coefficient de poisson.

I_z : moment d'inertie de flexion par rapport à l'axe faible z-z.

I_t : inertie de torsion de section.

I_w : inertie de gauchissement de la section (inertie sectorielle).

Ainsi, une barre est particulièrement sensible au déversement lorsque sa rigidité à la torsion GI_t ainsi que sa rigidité de gauchissement EI_w / L^2 sont faibles par rapport à sa rigidité dans le plan de chargement (par rapport à l'axe fort de la section). [3]

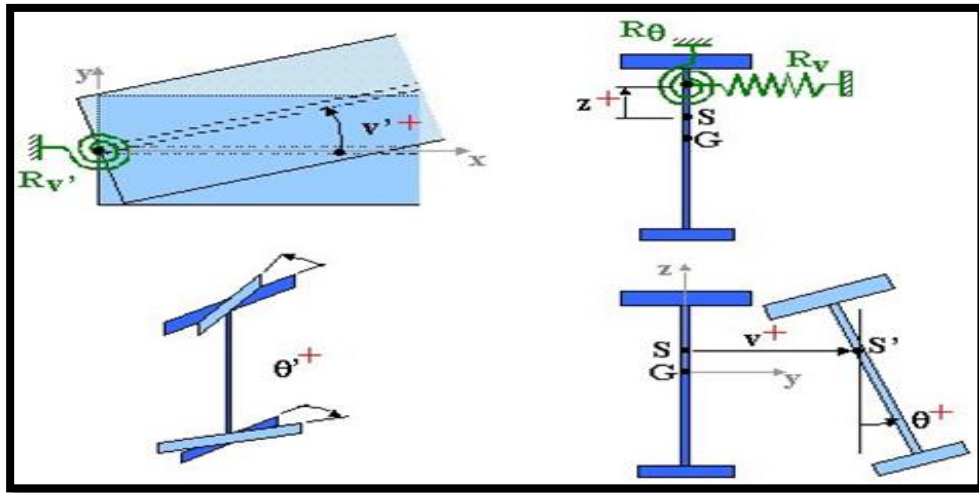


Figure I.4. Déplacements interdépendants v' et θ .

Le paramètre appelé paramètre de torsion χ également appelé paramètre de Timoshenko dans certains ouvrages, mesure la capacité de la poutre à s'opposer à une torsion non-uniforme via sa rigidité de gauchissement. Ce paramètre est défini dans l'équation .I.2 :

$$\chi = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} \quad (\text{Eq .I.2})$$

Ce coefficient est normalement compris entre $\chi = 0$ (poutre rectangulaire étroite) et $\chi = 3$ (poutre en I massive). Le moment critique de déversement élastique $M_{cr,y,0}$ se rapportant à la poutre de référence est connu exactement et il est exprimé d'après l'équation I.3:

$$M_{cr,y,0} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (\text{Eq .I .3})$$

Cette expression peut être obtenue soit en résolvant l'équation différentielle gouvernant le phénomène de déversement, soit en utilisant la méthode de l'énergie en exprimant le principe du minium de l'énergie potentielle totale. Il est utile d'introduire la notation de coefficient d'amplification critique $\mu_{cr,0}$ et il s'agit simplement du rapport entre le moment critique élastique $M_{y,cr,0}$ et le moment uniforme $M_{y,0}$ utilisé comme référence de chargement.

$$\mu_{cr,0} = \frac{M_{y,cr,0}}{M_{y,0}} \quad (\text{Eq .I.4})$$

Le déversement est parfois présenté comme le flambement latéral de la seule partie comprimée de la poutre agissant ainsi comme une simple barre comprimée, bien que cette simplification soit utile pour mieux faire comprendre le déversement, elle ne peut être extrapolée de manière générale pour le calcul car elle est incapable de refléter complètement et de façon satisfaisante la complexité du phénomène. L'hypothèse de non déformabilité de la section implique qu'à l'apparition du déversement, toute flèche latérale v de la barre comprimée soit nécessairement accompagnée d'une rotation θ de la partie tendue ainsi que de la partie comprimée de sorte à satisfaire aux exigences de compatibilité entre ces parties. Le déversement élastique peut également se développer dans toute poutre parfaite, c'est-à-dire exempte d'imperfection, mais présentant des différences par rapport à la poutre de référence, pour ce qui concerne plus particulièrement du type de section ou des conditions de chargement ou des conditions d'appuis ou de la hauteur variable de l'âme. Il convient de bien noter que le déversement ne se limite pas à des barres isolées. Il peut également se produire dans des structures. [3]

I.2.2. Le phénomène de déversement expérimentalement :

Considérons une poutre mince (fer plat) dont les appuis sont encastrés vis-à-vis de la torsion et quelconques vis-à-vis de la flexion (figure. I.5): [14]

H=320 mm; b=8mm; l=5m ; Acier S 235

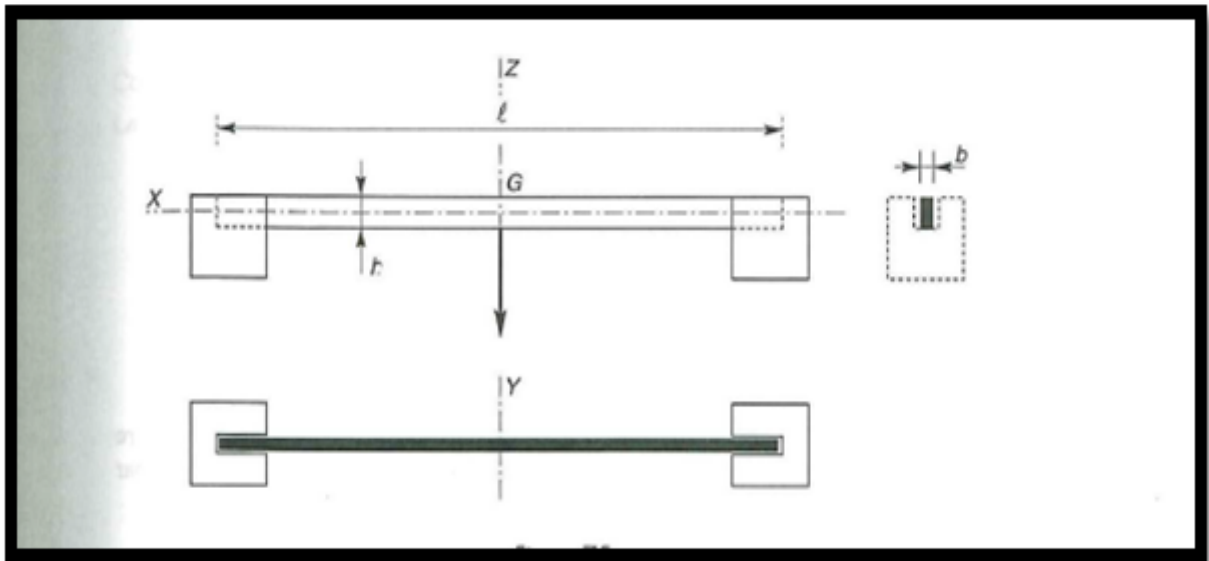


Figure I.5. Poutre d'essai.

Appliquons une charge concentrée verticale F en son centre de gravité. L'essai réalisé sous presse en laboratoire, montre que la poutre s'effondre brutalement sous une charge $F_k = 5.2 \text{ kN}$ (figure. I.6). À l'instant de l'effondrement, le moment vertical maximal au milieu de travée, vaut :

$$M_f = \frac{F_k l}{4} + \frac{g l^2}{8} \quad (\text{Eq. I.5})$$

(g : poids propre de la poutre)

$M_f = 7,13 \text{ KN.m}$. Ce qui correspond à une contrainte de flexion:

$$\sigma_f = \frac{M_f v}{I} = \frac{6M_f}{bH^2} \quad (\text{Eq. I.6})$$

$\sigma_f = 52 \text{ MPa}$. Qui est très nettement inférieure à la contrainte limite d'élasticité :

$f_y = 235 \text{ MPa}$.

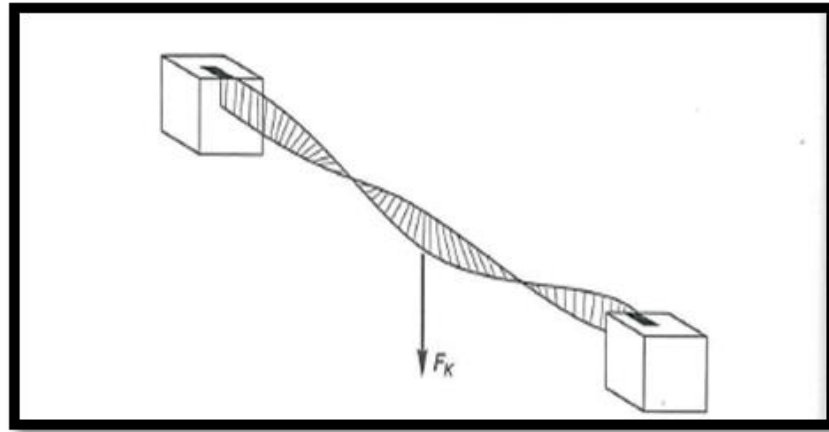


Figure I.6. L'essai de déversement.

On constate donc, que pour une faible valeur de la contrainte de flexion, la poutre prend brutalement une flèche latérale, qui provoque la rotation de la poutre et par la suite sa ruine, alors que nous sommes encore loin de la limite élastique. Le phénomène d'instabilité élastique se produit d'une façon générale, lorsqu'une poutre fléchie présente une faible inertie à la flexion transversale et à la torsion. La partie supérieure de la poutre comprimée flambe latéralement et il existe une valeur critique du moment de flexion (selon le plan de plus grande raideur), comme il existe un effort normal critique provoquant le flambement pour une barre comprimée pour lequel la poutre fléchit dans le plan de sa plus faible raideur et entre en rotation. La flexion n'est alors plus plane, mais déviée et s'accompagne d'une torsion et d'un gauchissement de la section (bi moment).

I.3. Dangers du déversement :

Dans la pratique les entreprises et bureaux d'études sont très avertis des dangers du flambement, et chaque pièce comprimée est calculée en conséquence. En revanche, concernant les pièces fléchies, les calculs très souvent se limitent à un simple dimensionnement en flexion (simple ou déviée), sans vérification du risque de déversement. Cela explique par le fait que tout calculateur perçoit bien (consciemment ou non) les risques de flambement (un poteau qui s'effondre entraîne le restant de la structure au sol), alors qu'il « apprécie mal le risque de déversement », (une poutrelle qui déverse se vrille, mais reste en place, du fait de ses liaisons avec d'autres éléments pense-t-on généralement). En fait, les désordres provoqués par le déversement peuvent être légers (poutre déformée, bacs acier déchirés) mais également graves (effondrements partiels ou totaux). Actuellement, il semble que de tels désordres aient tendance à se multiplier, avec le développement sur le marché des profilés minces (tôles pliées de faible épaisseur) qui tendent à supplanter les profilés laminés habituels pour ce qui concerne les pannes, les lisses et certaines poutres. Les profilés minces, de sections diverses, sont plus légers et donc plus

économiques, que les laminés usuels (*IPe* par exemple), mais ce gain de poids est obtenu au détriment de l'inertie, principalement l'inertie transversale, la faible rigidité de torsion est ainsi à l'origine de nombreux incidents, en particulier lors de chutes de neige abondantes. La Figure .I.7 montre un bâtiment qui s'est effondré en totalité sous une charge de neige minime (*40 daN/m²*), du fait du déversement des poutres de portique, qui, en basculant, ont entraîné toute la structure au sol. La construction avait été dimensionnée en considérant les poutres de portique en flexion simple, sur la base de $F_y=235 \text{ MPa}$ alors que le déversement généralisé s'est produit pour une contrainte nettement plus faible, d'environ *70 MPa*. [12]



Figure .I.7.Effondrement des poutres de portique par le déversement.

I.4. Aspects théoriques :

I.4.1. Théorie linéaire de déversement élastique:

I.4.1.1. Principe du déversement:

D'une façon générale, on peut dire que la résistance ultime d'une poutre fléchie qui déverse est atteinte pour une charge Q_d inférieure à la charge Q_{pl} correspondant à la plastification totale de la section (figure .I.8). Une fois que le déversement s'est produit, la poutre montre un comportement instable similaire à celui correspondant au flambage par divergence. [14]

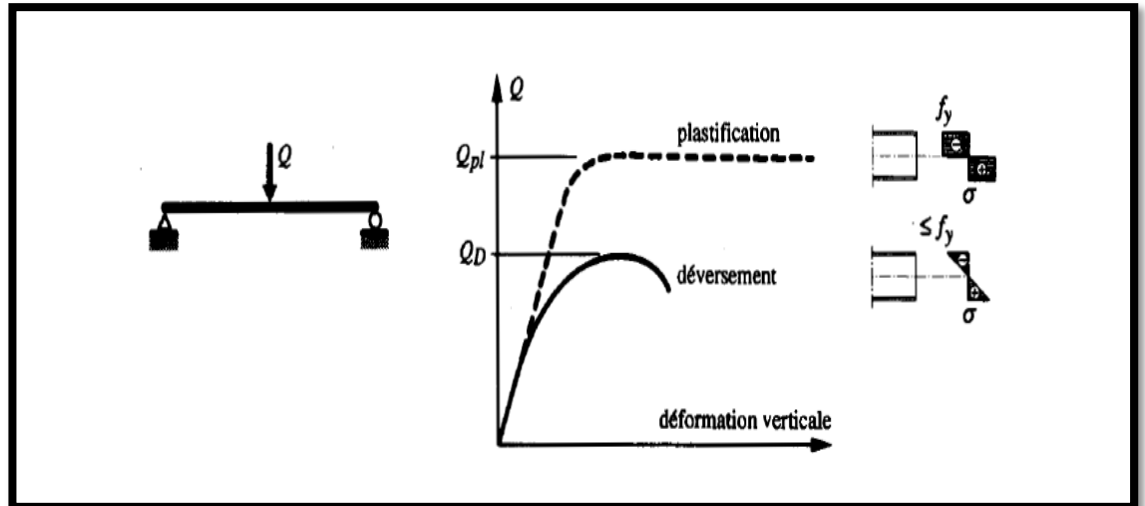


Figure. I.8. Comportement d'un élément fléchi.

On pourrait considérer le déversement comme un flambage latéral de la membrure comprimée de la poutre dans le plan horizontal qui est cependant une hypothèse simpliste et conservatrice. En effet, supposons que la moitié comprimée de la poutre montrée à la figure.I.9.flambe latéralement et qu'elle subisse de ce fait un déplacement latéral v ; on voit que cette partie ne peut flamber seule. La continuité avec la moitié tendue du profilé exige que les deux parties de la section subissent une rotation d'un même angle φ . Ce raisonnement simple montre que l'on doit tenir compte, dans l'étude du déversement, non seulement de la rigidité de flexion latérale, mais aussi de la rigidité torsionnelle de la section. [14]

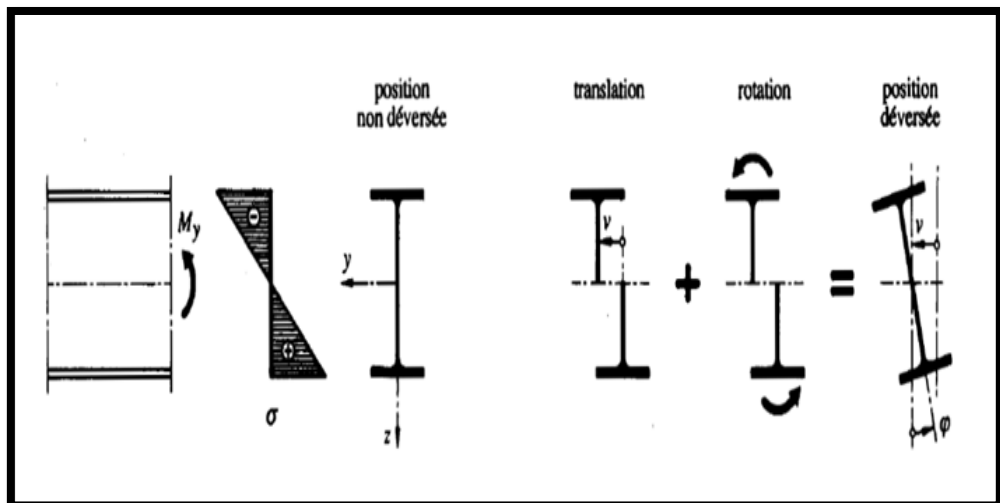


Figure .I.9.Translation et rotation d'un élément de poutre sujet au déversement.

I.4.1.2. Déversement d'une poutre simple en flexion pure:

Considérons le cas fondamental utilisé pour l'étude du déversement, à savoir la poutre simple de la figure I.10, sollicitée en flexion pure. En partant de l'état déformé de la barre, on peut calculer la valeur de la charge critique pour laquelle le système est en équilibre métastable. Ce cas fondamental de la poutre simple a été résolu par **Timoshenko** en considérant les hypothèses suivantes :

- Barre parfaitement rectiligne de section bisymétrique constante sur toute sa longueur,
- Barre idéale sans imperfections (déformation initiale, contraintes résiduelles, etc.),
- Section de la barre indéformable,
- Appuis de type «appuis à fourche»,
- Matériau infiniment élastique linéaire,
- Inertie I_z de la section faible vis-à-vis de l'inertie I_y ,
- Petites déformations ($\sin \varphi = \varphi$, $\cos \varphi = 1$).

IL faut préciser ici qu'un appui à fourche correspond à un appui simple à la flexion où la rotation φ de la section autour de l'axe x ainsi que le déplacement latéral v sont empêchés.

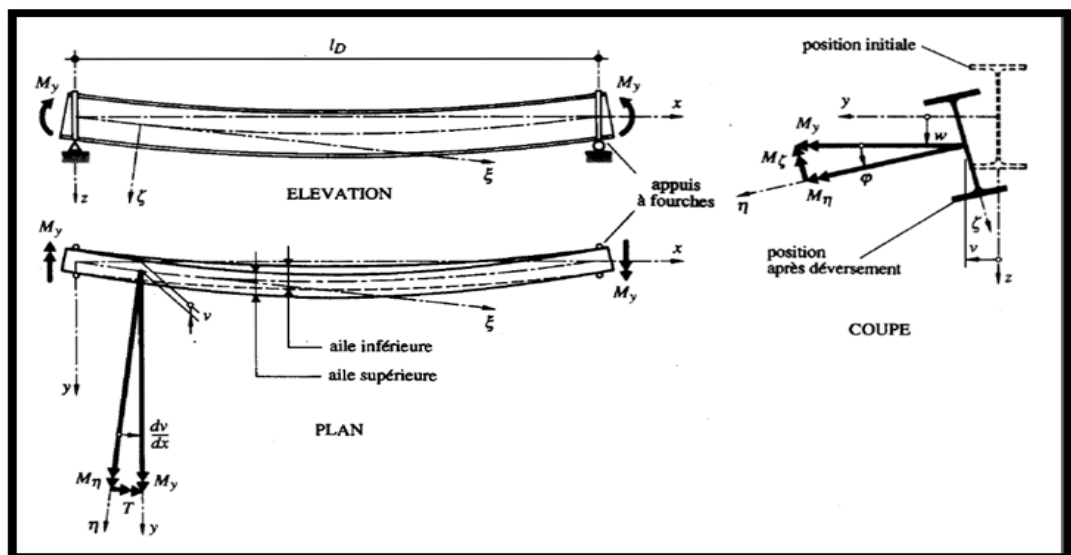


Figure. I.10. Déversement d'une poutre avec une section en I bi symétrique.

On peut dès lors établir les équations différentielles relatives à cette poutre en écrivant les conditions d'équilibre par rapport au système de coordonnées à l'état déformé, ce qui représente un système de trois équations à trois inconnues (v , w et φ):

Flexion selon l'axe η :

En tenant compte du fait que :

$$M_{\eta} = M_y \cos \varphi \approx M_y \quad (\text{Eq. I.7})$$

$$E I_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + M_y = 0 \quad (\text{Eq .I.8})$$

Où :

W : déplacement horizontal.

I_y : moment d'inertie par rapport l'axe y.

Flexion selon l'axe ζ :

En tenant compte du fait que :

$$M_\zeta = M_y \sin \varphi = M_y \varphi \quad (\text{Eq .I.9})$$

$$E I_z \frac{d^2 v}{dx^2} + \varphi M_y = 0 \quad (\text{Eq .I.10})$$

Où :

V : déplacement latéral.

Torsion autour de l'axe ξ :

En tenant compte du fait que:

$$T = M_y \sin \frac{dv}{dx} \approx M_y \frac{dv}{dx} \quad (\text{Eq .I.11})$$

$$E I_w \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} - G K \frac{d\varphi(x)}{dx} + M_y \frac{dv(x)}{dx} = 0 \quad (\text{Eq .I.12})$$

Où:

I_w : moment d'inertie sectoriel de la section.

$G K$: rigidité de torsion.

La relation (Eq. I.8) est indépendante des deux suivantes: c'est l'équation d'une barre sollicitée en flexion pure. En dérivant une fois (Eq. I.10) et en remplaçant $\frac{d^2 v(x)}{dx^2}$ par sa valeur tirée de (Eq. I.12), on obtient l'équation différentielle suivante:

$$E I_w \frac{d^4 \varphi(x)}{dx^4} - G K \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} - \frac{M_y^2}{E I_z} \varphi(x) = 0 \quad (\text{Eq .I.13})$$

Sa solution est du type :

$$\varphi(x) = A \cosh(\alpha x) + B \sinh(\alpha x) + C \sin(\beta x) + D \cos(\beta x) \quad (\text{Eq .I.14})$$

Pour déterminer les quatre constantes d'intégration, on dispose de quatre conditions aux Limites, à savoir $\varphi = \varphi'' = 0$ pour $x = 0$ et L_D .

Le moment critique de déversement élastique M_{crD} pour lequel le système est en équilibre métastable, se formule finalement de l'équation. I.15. Ci-après (on remarquera que cette relation est indépendante de la limite d'élasticité f_y de l'acier):

$$M_{crD} = \frac{\pi}{L_D} \sqrt{GKEI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L_D^2 GK}\right)} \quad (\text{Eq .I.15})$$

L_D : longueur de déversement
(distance entre deux appuis latéraux empêchant le déversement)

G : module de glissement

K : constant de torsion uniforme

GK : rigidité de torsion

E : module d'élasticité.

I_z : moment d'inertie par rapport à l'axe z .

EI_z : rigidité de flexion latérale.

I_w : moment d'inertie sectoriel de la section.

EI_w : rigidité de torsion non uniforme

Les équations différentielles (Eq.I.11 jusqu'à I.14) sont valables à condition qu'aucune des déformations v , w ou φ ne soit entravée entre appuis. Si cela était le cas (aile supérieure de la poutre tenue latéralement, par exemple), elles s'exprimeraient différemment et le moment critique de déversement élastique ne pourrait pas être établi avec l'équation. I.15. [14]

I.4.2.Moment critique de déversement élastique:

Le cas particulier de la poutre simple en flexion pure ne se rencontre pratiquement jamais dans une structure. De plus, les appuis, d'une poutre sont souvent des encastrement élastiques à la flexion et à la torsion. Les charges extérieures ne se réduisent pas à un simple moment de flexion et la section de la barre peut être dissymétrique (figure I.11).

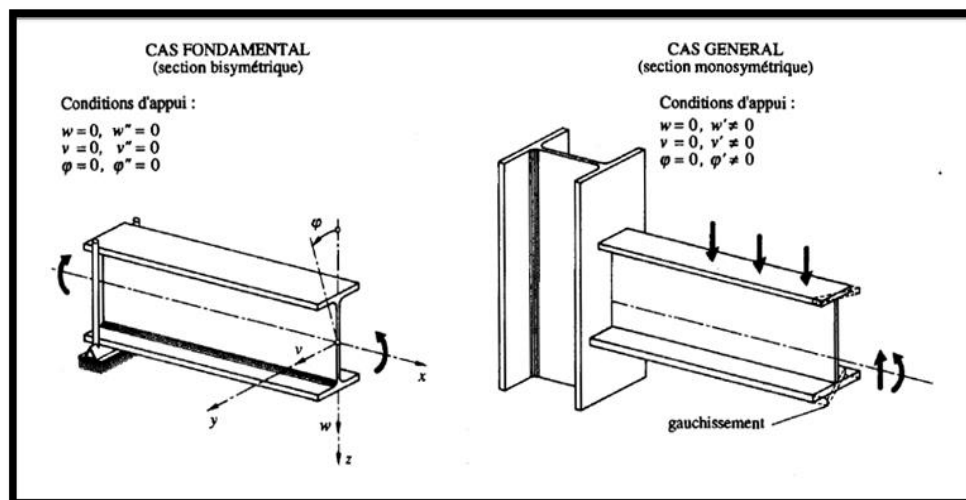


Figure .I.11. Condition d'appui, charge et types de sections transversales.

Plusieurs chercheurs ont étudié le déversement afin de trouver une méthode de calcul plus générale, applicable à de nombreux cas pratiques. Clark et Hill [3] ainsi que Djalaly [4] ont proposé sur une base empirique la formule généralisée (Eq. I.16) qui tient compte de manière plus détaillée du type de chargement de la barre et de ses conditions d'appui. Les hypothèses de calcul sont identiques à celles énoncées dans la théorie de **Timoshenko** au paragraphe I.4.1.2, à la différence près que la section peut-être mono symétrique, qu'elle peut être chargée entre les appuis et que les conditions d'appuis sont plus générales. [14]

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{K_V K_\phi L_D^2} \left[\sqrt{(C_2 Z_a + C_3 \beta)^2 + \frac{I_W}{I_z} \left(\frac{G K K_\phi^2 L_D^2}{\pi^2 E I_W} + 1 \right)} + (C_2 Z_a + C_3 \beta) \right] \quad (\text{Eq. I.16})$$

C_1, C_2 , et C_3 : facteurs dépendant du type de chargement et des conditions d'appui.

k_V, k_ϕ : coefficients d'encastrement aux appuis.

Z_a : distance entre le centre de cisaillement C et le point d'application de la charge (figure I.12). (Positive si ce dernier est situé entre le centre de cisaillement et la semelle tendue)

- avec la caractéristique sectorielle de la section β ($\beta = 0$ pour une section bisymétrique) définie Par:

$$\beta = Z_c + \frac{1}{2I_y} \int Z(y^2 + z^2) dA \quad (\text{Eq. I.17})$$

Z_c : distance entre le centre de gravité G et le centre de cisaillement C.

(Positive si le centre de cisaillement se trouve entre le centre de gravité et la semelle comprimée)
Pour une section mono symétrique (figure I.12), les grandeurs caractéristiques suivantes se définissent ainsi:

$$\beta = Z_c + \frac{1}{2I_y} \left[b_2 \left(\frac{8c_2^3 t_2}{12} + 2C_2 t_2 b_2^2 + \frac{b_2^3 d}{4} \right) - b_1 \left(\frac{8c_1^3 b_1}{12} + 2C_1 t_1 b_1^2 + \frac{b_1^3 d}{4} \right) \right] \quad (\text{Eq. I.18})$$

$$Z_c = \frac{b_1 c_1^3 t_1 - b_2 c_2^3 t_2}{c_1^3 t_1 + c_2^3 t_2} \quad (\text{Eq. I.19})$$

$$I_W = \frac{2(b_1 + b_2)^2 c_1^3 t_1 c_2^3 t_2}{3(c_1^3 t_1 + c_2^3 t_2)} \quad (\text{Eq. I.20})$$

$$K = \frac{1}{3} [2C_1 t_1^3 + 2C_2 t_2^3 + (b_1 + b_2) d^3] \quad (\text{Eq. I.21})$$

Où:

b_1 : est la distance entre les centres de gravité et la semelle comprimée.

b_2 : est la distance entre les centres de gravité et la semelle tendue.

$2C_1$: est la largeur de la semelle comprimée.

$2C_2$: est la largeur de la semelle tendue.

t_1 : l'épaisseur de la semelle.

t_2 : l'épaisseur de l'âme.

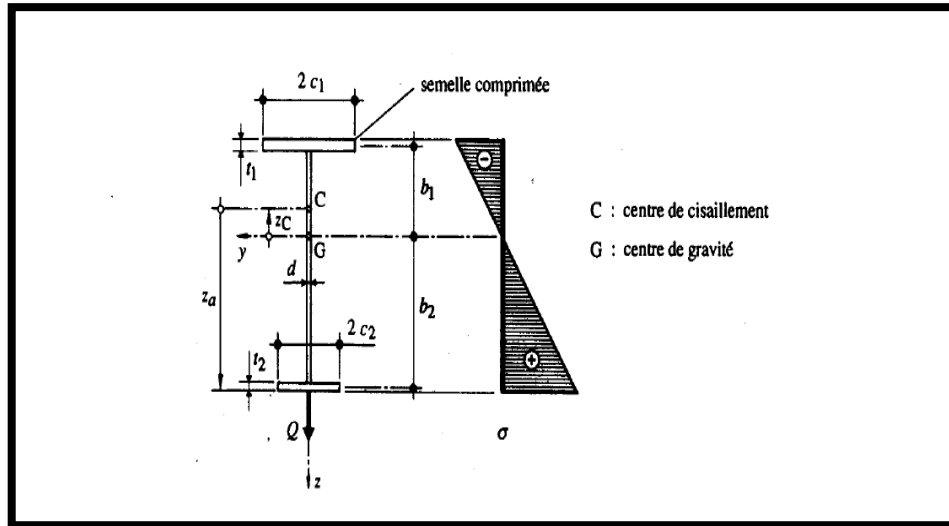


Figure .I.12. Définitions des grandeurs caractéristiques de la section mono symétrique.

I.5. Aspects réglementaire:

I.5.1. Déversement selon le réglementaire CM66 :

Les règles CM66 précisent que pour les poutres à âmes pleines, la condition de non-déversement est:

$$K_{dy} \frac{\sigma_{fy}}{\sigma_e} \leq 1 \quad (\text{Eq .I.22})$$

Avec:

K_d : Coefficient de déversement

La contrainte σ_{fy} est provoquée par une flexion autour de l'axe (y) correspondant à la plus grande inertie ($I_{yy} > I_{zz}$). Le coefficient k_d est défini comme suit:

$$\begin{aligned} \diamond K_{dy} &= 1 & \text{si} & \sigma_{dy} \geq \sigma_e \\ \diamond K_{dy} &= \frac{K_0}{1 + \frac{\sigma_{dy}}{\sigma_e}(K_0 - 1)} & \text{si} & \sigma_{dy} < \sigma_e \end{aligned} \quad (\text{Eq .I.23})$$

Avec:

$$\sigma_{dy} = \frac{\pi E I_{zz} h_z^2}{5.2 I_{yy} L_{Dy}^2} (D - 1) BC \quad (\text{Eq .I.24})$$

$$K_0 = \left(0.5 + 0.65 \frac{\sigma_e}{\sigma_{K0}} \right) + \sqrt{\left(0.5 + 0.65 \frac{\sigma_e}{\sigma_{K0}} \right)^2 - \frac{\sigma_e}{\sigma_{K0}}} \quad (\text{Eq .I.25})$$

$$\sigma_{K0} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_0^2} \quad (\text{Eq .I.26})$$

Où :

$$\lambda_0 = \frac{L_{Dy}}{h_z} \sqrt{\frac{4}{BC} \frac{I_{yy}}{I_{zz}} \left(1 - \frac{\sigma_{dy}}{\sigma_e} \right)} \quad (\text{Eq .I.27})$$

Les coefficients B, C, D sont utilisés pour tenir compte du niveau d'application des charges, de la répartition longitudinale des charges et des dimensions de la pièce.

$$B = \sqrt{1 + \left(\frac{Z_a}{h_z} \frac{8\beta C}{\pi^2 D}\right)^2} - \frac{Z_a}{h_z} \frac{8\beta C}{\pi^2 D} \quad (\text{Eq .I.28})$$

$$C = \sqrt{\frac{3}{1 + \frac{M_e}{M_w} + \left(\frac{M_e}{M_w}\right)^2 - 0.152 \left(1 - \frac{M_e}{M_w}\right)^2}} \quad (\text{Eq .I.29})$$

$$D = \sqrt{1 + \frac{4}{\pi^2} \frac{GJ}{EI_{zz}} \frac{l_k^2}{h_z^2}} \quad (\text{Eq .I.30})$$

Le calcul de C n'est rigoureux que pour des poutres soumises à deux moments au droit des appuis avec des semelles libres de tourner par rapport à l'axe (z); M_w et M_e sont ces deux moments, M_w étant le plus élevé. Le coefficient $\beta = 3$ correspond à une charge uniformément répartie sur une poutre libre de tourner aux extrémités autour de l'axe (z).

❖ Formule enveloppe, réglementaire **CM66** :

Lorsqu'une poutre est soumise simultanément à une compression et une flexion déviée L'équation (Eq. I.31) enveloppe issue des règles CM66 à vérifier est:

$$\frac{\sigma_{Nx}k + \sigma_{fy}k_{fy}k_{dy} + \sigma_{fz}k_{fz}k_{dz}}{\sigma_e} \leq 1 \quad (\text{Eq .I.31})$$

La contrainte σ_{Nx} n'est prise en compte que si la poutre est en compression.

I.5.2.Déversement réglementaire selon l'Eurocode3:

Selon l'Eurocode 3-Part. 1.1, une poutre latéralement non soumise au déversement doit vérifier l'équation (Eq .I.32).

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad (\text{Eq .I.32})$$

Où:

M_{Ed} : est la valeur du moment de déversement.

$M_{b, Rd}$: est le moment de résistance au déversement.

I.5.2.1.le moment de résistance $M_{b, Rd}$:

Le moment de résistance au déversement d'une poutre non maintenue latéralement est donné par l'équation (Eq. I.33). [10]

$$M_{b, Rd} = \chi_{lt} w_y f_y / \gamma_{M1} \quad (\text{Eq .I.33})$$

Où :

χ_{lt} : Facteur de réduction du déversement.

w_y : Module de section approprié, selon la section transversale.

f_y : La limite élastique de l'acier.

γ_{M1} : Facteur de sécurité partiel, dont la valeur recommandée est égale 1,1. [7]

✓ w_y En fonction de la classe de la section transversale:[15]

- $w_y = W_{pl,y}$ Module plastique pour les sections de classe 1 ou 2.
- $w_y = W_{el,y}$ Module d'élasticité pour les sections de classe 3.
- $w_y = W_{eff,y}$ Module efficace pour les sections transversales de classe 4.

✓ Le facteur de réduction du déversement χ_{lt} :

χ_{lt} est le coefficient de réduction au déversement pour la valeur appropriée de l'élancement réduit de déversement λ_{lt} . Le facteur de réduction est déterminé à partir des courbes de flambement européennes. Cela dépend de l'élancement non dimensionnel:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad (\text{Eq .I.34})$$

Avec:

$\chi_{LT} \leq 1,0$: Le facteur de réduction peut alors être obtenu à partir de la figure I.13, en se référant à la courbe de déversement appropriée conformément au tableau I.1. [7]

Tableau .I.1. Sélection de la courbe de flambement.

Coupe transversale	Limites	Courbe
Profilé en I laminé	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Section I soudée	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Autre type de section	-	d

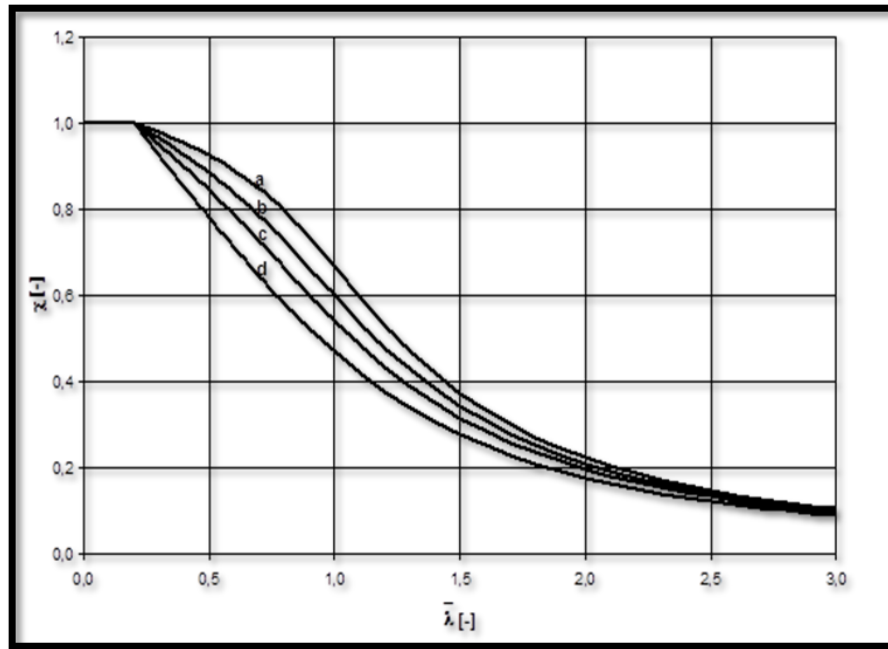


Figure .I.13. Courbes de flambement.

Le facteur de réduction qui dépend de l'élancement non dimensionnel $\overline{\lambda}_{LT}$, est déterminé à partir des courbes de flambement européennes.

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (\text{Eq. I.35})$$

Où:

M_{cr} : Le Moment critique.

$$\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\overline{\lambda}_{LT} - 0.2) + \overline{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (\text{Eq. I.36})$$

La valeur du facteur d'imperfection α_{LT} est tirée du tableau .I.2 , Selon les courbes de flambement en torsion.

Tableau. I.2. Facteurs d'imperfection.

Courbe de flambement	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Facteur d'imperfection α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Une variante du facteur de réduction est donnée dans l'Eurocode 3 pour les sections en **I** laminées ou les sections soudées équivalentes (Eurocode 3 et l'Annexe Nationale). **[5]**
 Cependant, afin de mieux prendre en compte la distribution des moments et lorsque l'élancement λ_{LT} non dimensionnel est inférieur à 1.5, le facteur de réduction peut être modifié comme suit: **[7]**

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad (\text{Eq .I.37})$$

Avec:

$$\chi_{LT,mod} \leq 1$$

Où:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0 \left(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8 \right)^2 \right] \quad (\text{Eq .I.38})$$

K_c : Facteur de correction selon le tableau .I.3.

Tableau .I.3 .Facteur de correction.

Moment distribution	Class 1, 2, 3 sections	Class 4 sections
 $\psi = 1$  $-1 \leq \psi \leq 1$	1,0 $\frac{1}{1,33-0,33\psi}$	1,0 $\frac{1}{1,33-0,33\psi}$
  	0,94 0,90 0,91	1,0 1,0 1,0
  	0,86 0,77 0,82	1,0 1,0 1,0

1.5.2.2.le moment critique de déversement élastique d'une poutre non maintenue latéralement :

1.5.2.2.1. Le moment critique d'une poutre de référence :

Le moment critique de déversement élastique d'une poutre simple en flexion pure avec des appuis à fourche s'exprime dans l'équation (Eq.I.15).

1.5.2.2.2. Formulation générale selon l'Eurocode 3:

Il existe des cas pratiques qui présentent des chargements (figure. I.15), des conditions d'appuis (figure. I.14) et des sections différentes. Beaucoup d'études ont été menées dans ce domaine par différents chercheurs, ainsi une expression plus générale et valable également pour les sections mono- symétriques. Le moment critique de déversement élastique peut être considéré comme la valeur critique du moment maximum dans la poutre et peut généralement être évalué par l'équation (Eq .I.39): **[6]**

$$M_{cr}=C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(K_z L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{K_z}{K_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \left(\frac{(K_z L)^2 G I_t}{\pi^2 EI_w}\right)} + (c_2 Z_j - c_3 Z_j)^2 + (C_2 Z_j - C_3 Z_j) \right] \quad (\text{Eq. I.39})$$

C_1, C_2, C_3 : facteur dépendant du type de chargement et des conditions d'appui.

K_z, K_w : Coefficients d'encastresments aux appuis.

$K_z=0.5$ Pour encastrement latéral aux 2 extrémités.

=0.7 Pour encastrement latéral à 1 extrémité.

= 1 Pour absence d'encastrement latéral.

$K_w= 0.5$ Pour gauchissement empêché aux 2 extrémités.

= 0.7 Pour gauchissement empêché à 1 extrémité.

= 1 Pour absence de mesures anti-gauchissement.

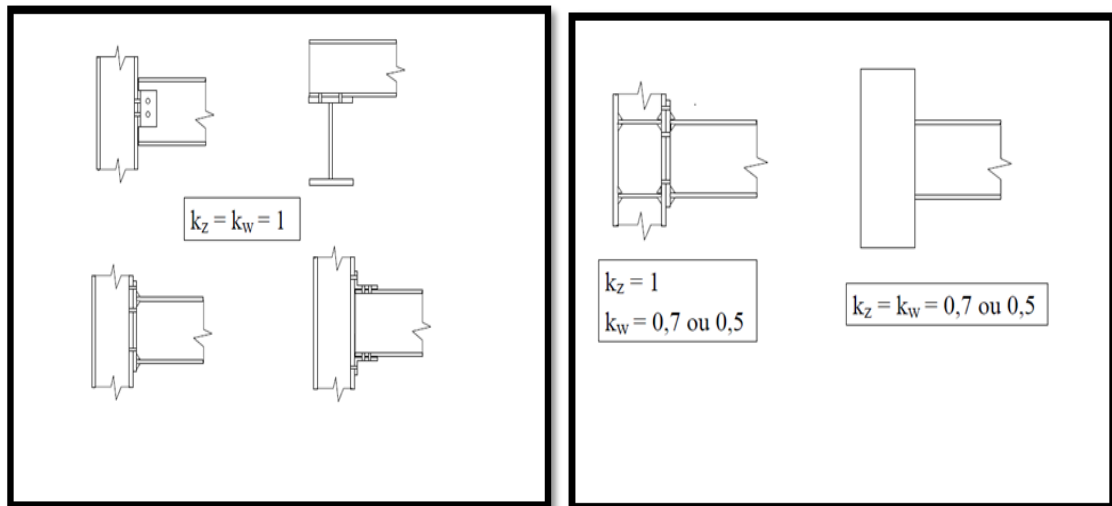


Figure.I.14. Valeurs des coefficients d'encastres aux appuis.

Z_j : Distance entre le centre de cisaillement S et le point d'application de charge.

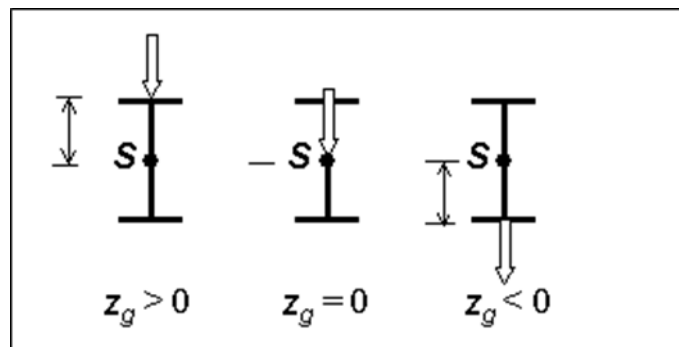


Figure .I.15. Convention de signe pour le Z_j . [6]

Z_c : distance entre le centre de gravité et le centre de cisaillement S.

I.5.2.3. Valeurs approximatives et conservatrices des facteurs C_1 , C_2 et C_3 :

Les valeurs pour les facteurs C_1 , C_2 et C_3 sont données dans le tableau. I.4 et le tableau. I.5 pour divers cas de charges, comme il est indiqué par la forme de la distribution du moment de flexion sur la longueur L entre appuis latéraux. [5]

Les valeurs indiquées ci-après sont celles extraites de l'annexe C de l'Eurocode 3 1993-1-1:

$$-0,9 \leq \psi_f \leq 0,9$$

$$\psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}} \quad (\text{Eq .I.40})$$

Avec:

I_{fc} Moment quadratique de la surface de compression pour la flexion autour de l'axe d'inertie le plus faible de la section.

I_{ft} Moment quadratique de la surface de traction pour la flexion autour de l'axe d'inertie le plus faible de la section.

$\psi_f = 0$ pour des sections doublement symétriques.

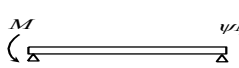
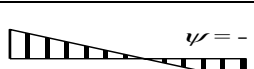
$\psi_f > 0$ pour des sections mono - symétriques lorsque la section de la plus grande semelle est en compression.

$\psi_f < 0$ pour des sections mono - symétriques lorsque la section de la plus petite est en compression.



Cas d'un moment linéaire :

Tableau .I.4. Valeurs de C_1 et C_2 pour une distribution linéaire du moment. [6]

Condition de chargement et appui ($k_w = 1$)	Diagrammes des moments	La valeur de k_z	La valeur des facteurs		
			C_1	C_3	
				$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
	 $\psi = +1$	1,0 0,5	1,00 1,05	1,000 1,019	
	 $\psi = +3$	1,0 0,5	1,14 1,19	1,000 1,017	
	 $\psi = +1$	1,0 0,5	1,31 1,37	1,000 1,000	
	 $\psi = +1$	1,0 0,5	1,52 1,60	1,000 1,000	
	 $\psi = 0$	1,0 0,5	1,77 1,86	1,000 1,000	
	 $\psi = -1$	1,0 0,5	2,06 2,15	1,000 1,000	0,850 0,650
	 $\psi = -1$	1,0 0,5	2,35 2,42	1,000 0,950	$1,3 - 1,2\psi_f$ $0,77 - \psi_f$
	 $\psi = -3$	1,0 0,5	2,60 2,57	1,000 0,850	$0,55 - \psi_f$ $0,35 - \psi_f$
	 $\psi = -1$	1,0 0,5	2,60 2,45	$-\psi_f$ $0,125 - 0,7\psi_f$	$-\psi_f$ $-0,125 - 0,7\psi_f$
NOTE: $C_2=0$ pour la poutre a des moments d'extrémités.					



Cas d'une charge transversale

Tableau .I.5. Valeurs de C_1 , C_2 , C_3 d'une charge transversale. [6]

Condition des charges et des appuis ($k_w = 1$)	Diagramme de moment	La valeur de k_z	La valeur des facteurs		
			C_1	C_2	C_3
		1,0 0,5	1,12 0,97	0,45 0,36	0,525 0,478
		1,0 0,5	1,35 1,05	0,59 0,48	0,411 0,338
		1,0 0,5	1,04 0,95	0,42 0,31	0,562 0,539



Cas des charges différentes :

Nous faisons les combinaisons entre les différentes charges.

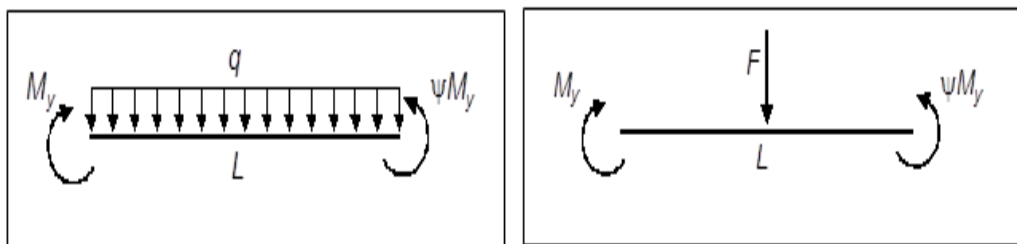


Figure .I.16. Combinaisons entre les différentes charges. [6]

Le moment à gauche est multiplié par un coefficient Ψ $-1 \leq \Psi \leq 1$

μ Facteur due à la charge transversale.

Dans le cas de combinaison de charges (figure. I.16).

Cas (1) $M + q$ $\mu = \frac{qL^2}{8M_y}$,

Cas(2) $M + F$ $\mu = \frac{FL}{4M_y}$

Conservation des signes de μ :

$\mu > 0$ Si la charge transversale et le moment dans le même sens.

$\mu < 0$, dans les autres situations. Les valeurs des coefficients C_1 et C_2 sont déterminées à partir des abaques données dans l'annexe A. [6]

1.5.2.4.Cas pratiques :

On peut constater aisément que les formules et tableaux précédents ne permettent de calculer le moment critique que dans des cas simples ou idéalisés, or dans la réalité (figure. I.11), il peut y avoir :

- Des appuis d'extrémité élastique (en translation et en rotation)
- Des appuis transversaux continus ou ponctuels à différents niveaux de la section (pouvant être aussi élastiques) ;
- Des mises en charge complexes (entraînant des efforts de compression, tantôt dans la semelle supérieure, tantôt dans la semelle tendue) ;.....etc.

Lorsqu'il est nécessaire de serrer la réalité de près, il existe un logiciel appelé LTBeam, développé par CTICM (centre technique industriel de la construction), qui permet un calcul numérique du moment critique élastique d'une poutre pour différentes mises en charges et conditions de supports (d'extrémités et intermédiaires, rigidités ou élastiques, à n'importe quel niveau de la section).

Pour d'autres formes de section, on peut appliquer les simplifications suivantes :

- Négliger la rigidité de torsion non uniforme pour les sections tubulaires et en caisson.
 - Négliger la rigidité de torsion uniforme pour les sections en double T soudées de faible longueur de déversement.
- Etendre les formules du moment critique aux sections en U, à condition que la mise en charge agisse, ou puisse être considérée comme agissant, au centre de cisaillement. [3]

Dans ce cas il convient d'utiliser les valeurs suivantes :

$$I_t = \frac{1}{3} (2bt_f^3 + (h - t_f)t_w^3). \quad (\text{Eq. I.39})$$

$$I_w = \frac{b^3(h-t_f)^2 t_f}{12} \left[\frac{2F+3}{F+6} \right] \quad (\text{Eq. I.40})$$

Où:

$$F = \frac{(h-t_f)t_w}{bt_f} \quad (\text{Eq. I.41})$$

Pour ce qui est des sections ne présentant aucun axe de symétrie, elles ne déversent pas réellement mais se déforment par torsion et flexion autour des deux axes principaux d'inertie dès le début du chargement, elles doivent alors être étudiées comme des sections symétriques soumises à une flexion bi axiale.

I.6. Exemple d'application :

Déversement d'une poutre au levage (figure I.17), sous son seul poids propre. Une passerelle pour piétons, de 40 mètres de portée, est constituée de poutre P.R.S 1500(acier S.235) La mise en place de ces poutres à lieu par levage à la grue, au moyen d'élingues verticales, disposées aux deux extrémités des poutres.

Le coefficient de majoration dynamique sera pris égal à 1.3 (pour tenir compte des à-coups de levage, des oscillations dues au vent et des difficultés de coordination des deux grutiers). Les poutres risquent – elles, sous leur seul poids propre, de déverser lors du levage ?

-Caractéristiques géométriques PRS :

$$H=1500\text{mm}$$

$$h=1420\text{mm}$$

$$b=400\text{mm}$$

$$t_w=15\text{mm}$$

$$t_f=40\text{mm}$$

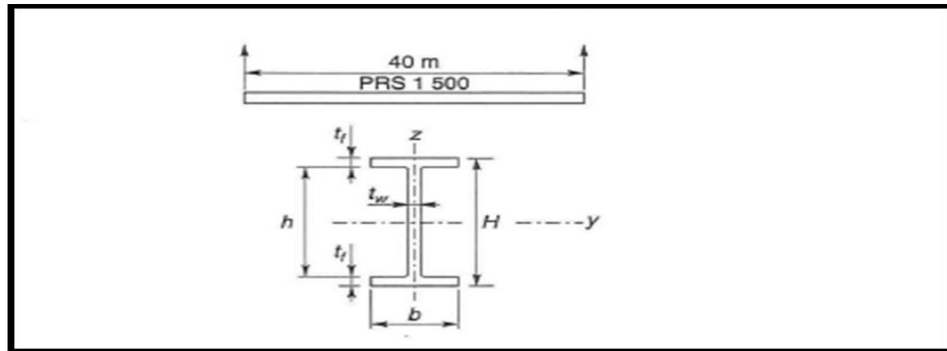


Figure I-17- Les caractéristiques géométriques de la poutre PRS1500.

-Section transversale :

$$A=h t_w+2 b t_f=533 \text{ cm}^2$$

-Inertie de flexion :

$$I_y=\frac{b H^3-(b-t_w) h^3}{12}=2063620 \text{ cm}^4$$

$$I_z=\frac{2 t_f b^3+h t_w^3}{12}=42707 \text{ cm}^4$$

Inertie de torsion:

$$I_t=\frac{1}{3}\left(h t_w^3+2 b t_f^3\right)=1867 \text{ cm}^4$$

-Facteur de gauchissement :

$$I_w=I_z\left(\frac{H-t_f}{2}\right)^2=2276.10^5 \text{ cm}^6$$

-moment statique :

$$M_y = b \cdot t_f \left(\frac{H - t_f}{2} \right) + t_w \frac{h^2}{8} = 15460 \text{ cm}^3$$

-Module de résistance élastique :

$$W_{el, y} = \frac{2 I_y}{H} = 27515 \text{ cm}^3$$

-Module de résistance plastique :

$$W_{pl, y} = 2 M_y = 30920 \text{ cm}^3$$

-Poids propre de la poutre :

$$g = \rho \cdot A = 4.18 \text{ KN /ml}$$

-Moment maximal de flexion, à mi- portée, non pondéré, mais affecté du coefficient de majoration dynamique :

$$M_y = 1.13 \frac{g l^2}{8} = 1087 \text{ KN.m}$$

D'où l'on tire :

$$M_D = C_1 \frac{\pi^2 E I_y h'}{2 l_D^2} \sqrt{\xi + (Z_j C_2)^2 + \frac{I_G}{E I_y} \left(\frac{2 l_D}{\pi h'} \right)^2} + Z_j C_2$$

Avec :

$\xi = 1$ pour les sections en I

h' = Distance entre les centres de gravité et les semelles.

C_1 et C_2 = Coefficient dépendant des conditions d'appuis et du mode de chargement.

l_D = longueur de déversement généralement égale à la longueur de flambement dans le plan perpendiculaire au plan de flexion de la membrure comprimée de la poutre.

Z_j = Rapport de la distance entre le centre de gravité de la section et le point d'application de la charge.

-Selon l'additif 80

$$C_1 = 1.13 \quad C_2 = 0.46 \quad \xi = 1 \quad \eta = 0$$

$$M_D = 1.13 \frac{\pi \times 2.1 \times 10 \times 42707 \times 146}{2 \times 4000} \sqrt{1 + \frac{1867 \times 81}{42707 \times 210} \left(\frac{2 \times 4000}{\pi \times 146} \right)^2}$$

$$M_D = 1150 \text{ KN.m}$$

$$M_{pl, y} = w_{pl} \cdot f_y = 30920 \times 23.5 \times 10^{-2} = 7266 \text{ KN.m}$$

$$K_d = \eta \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{M_p}{M_D} \right)^\eta}}$$

$\eta = 2$ Pour les profilés laminés.

$\eta = 1,2$ Pour les profilés reconstitués.

$$K_d = \frac{1}{1.5 \sqrt{1 + \left(\frac{7266}{1150} \right)^{1.5}}} = \frac{1}{6.75} = 0.15$$

Il faut vérifier que $M_f \leq K_D M_{pl}$ soit

$$1087 \leq 0.15 \cdot 7266 = 1090 \text{ KN.m}$$

Vérifié mais limite

-Selon l'Eurocode 3:

$$K=1 \quad K_w = 1 \quad C_1 = 1.132 \quad C_2 = 0.459 \\ C_3 = 0.525$$

Poutre doublement symétrique, donc :

$$Z_j=0$$

Poutre chargée au niveau de son centre de gravité donc :

$$Z_a = 0$$

D'où le moment critique :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(K_z L)^2} \left[\sqrt{\left(\frac{K_z}{K_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \left(\frac{(K_z L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_w} \right)} + (C_2 Z_j - C_3 Z_j)^2 + (C_2 Z_j - C_3 Z_j) \right] \\ M_{cr} = 1.132 \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \times 42707}{4000^2} \sqrt{\left(\frac{146}{2} \right)^2 + \frac{4000^2 \times 0.4 \times 1867}{\pi^2 \times 42707}} \\ M_{cr} = 1150 \text{ kN.m}$$

(à noter que la valeur de M_{cr} est identique à la valeur de M_D précédemment établie)

L'élancement sera calculée avec $w_{el,y}$ car la section du PRS est de classe 3, du fait du fort élancement de son âme ($h/t_w = 95$).

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{w_{el,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{27515 \times 23,5}{1150 \times 10^2}} = 2.37$$

D'où $\chi_{LT} = 0.146$ (courbe C car PRS)

Il faut vérifier que :

$$M_f \leq \chi_{LT} \cdot w_{el,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \\ 1087 \text{ kN.m} \leq 858 \text{ kN.m}$$

La poutre n'est pas stable au déversement (alors qu'elle l'était selon l'additif 80, qui ressort une nouvelle fois mais contraignant).

Pour pallier à cela nous pouvons :

-soit poser les poutres par deux (poutres jumelées, provisoirement entretoisées).

-soit positionner les élinguer de levage aux quarts de la portée (chacune à 10m de l'extrémité).

Dans ce cas le moment de flexion en milieu de travée sera nul, ce seront les encorbellements qui risquent les calculs, cette fois-ci pour des poutres en console, on vérifie qu'il n'y a aucun risque de déversement.

Chapitre II

Effet des maintiens latéraux sur le moment critique

II.1.Introduction :

Les poutres fléchies sont les éléments fondamentaux et les plus courants en construction métallique, toute une variété de formes de profilés et de type de poutres peut être utilisée selon la portée de l'élément et l'importance de son chargement. Les poutres en acier qui sont empêchées de se déplacer latéralement sont dites « *maintenues latéralement* » et ne sont pas affectées par le phénomène d'instabilité par flexion latérale et torsion appelé « *déversement* » (flambement latéral de la semelle comprimée, hors du plan principal de flexion. De telles poutres doivent simplement faire l'objet, à l'état limite ultime **l'ELU** d'une vérification de la résistance au(x) moment(s) de flexion et à au(x) l'effort(s) tranchant(s) de leur section transversale. Il est donc particulièrement important d'identifier de telle poutre. [2]

Dans ce chapitre on essaie de comprendre l'effet des différents maintiens latéraux sur le moment critique.

II.2.Les différents types des poutres :

Ce chapitre concerne des types particuliers d'éléments structuraux (figure. II.1) pour lesquels il n'existe à ce jour aucune solution satisfaisante.

Poutre en I de section non uniforme :

Les poutres de ce type surtout utilisées dans les bâtiments industriels. Elles possèdent une section reconstituée par soudage (**PRS**). Ce qui facilite toute variation continue de la hauteur de l'âme ainsi que de variation par tronçons de la largeur et de l'épaisseur des semelles et /ou de l'épaisseur de l'âme ; la présente étude se concentre sur semelles poutres possédant des semelles uniformes bien qu'éventuellement différentes ainsi qu'une épaisseur constante de leur âme à hauteur linéairement variable.

Poutres cellulaires(ou poutres à âme ajourée) :

Les poutres cellulaires sont utilisées en raison de leur intérêt architectural et pratique, il s'agit de poutres composant des ouvertures circulaires dans l'âme, ces ouvertures étant régulièrement espacées, elles sont obtenues par oxycoupage des deux parties par soudage. Cette procédure donne une poutre de hauteur constante mais supérieure à celle de la poutrelle de base.

L'assemblage de deux parties provenant de poutrelles de différentes dimensions permet la fabrication de poutres cellulaires en **I** à semelles inégales.

Poutre mixtes partiellement enrobées :

Remplir avec béton l'espace compris entre les semelles d'une section en **I** et solidariser le béton et la section en aciers au moyen d'étriers ou de connecteurs appropriés permet d'améliorer le comportement structural. Le béton empêche dans une large mesure le voilement local des parois comprimées de la section et apporte une augmentation significative de certaines caractéristiques

de section en particulier la rigidité en torsion qui constitue un paramètre prépondérant pour le déversement. [3]

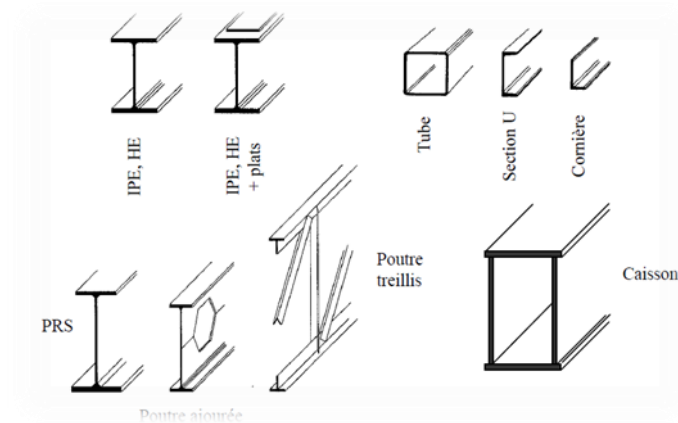


Figure II.1. Différents types des poutres. [11]

II.3. Les poutres non maintenues latéralement :

Les poutres fléchies sont souvent constituées de profilés en double **Té**, dont l'inertie transversale (axe faible **Z-Z**) est largement inférieure à celle relative à l'axe (**Y-Y**) cette situation est souvent la cause d'un phénomène d'instabilité appelée déversement si la poutre n'est pas maintenue latéralement (La figure I.2 illustre ce phénomène). [11]

Il s'agit d'une poutre parfaitement encastree chargée verticalement à son extrémité libre. Pour une charge faible, la poutre se déforme verticalement tout en restant dans le plan principal de flexion autour de son axe fort **Y-Y**. au fur et à mesure que la charge augmente, la compression dans la semelle inférieure augmente et la partie comprimée du profilé finira par se dérober latéralement, la poutre déverse, ce qui fait subir à chaque section (en plus de la déformée verticale) une translation horizontale accompagnée d'une rotation de son centre de rotation.

Ce mode de ruine se produit pour une charge (appelée charge ultime) généralement inférieure à celle qui produirait la plastification de la section au droit de l'encastrement.

II.4. Poutres maintenues latéralement :

Les poutres empêchées de se déplacer latéralement sont dites : « **Maintenues latéralement** ». Ces poutres ne sont pas affectées par le flambement hors du plan de leur semelle comprimée appelé : « **Phénomène de déversement** ».

Les poutres peuvent être considérées comme maintenues latéralement si :

✚ Un blocage latéral total de la semelle comprimée est assuré, par exemple un plancher en béton (figure II.2) ou des tôles nervurées (figure II.3).

(Un blocage latéral de la semelle tendue est pratiquement inutile). [3]

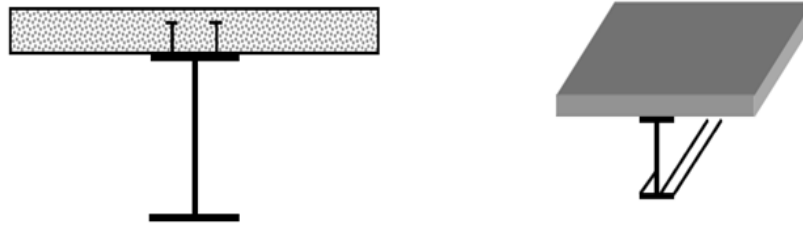


Figure II.2. Poutres maintenues latéralement (un plancher).

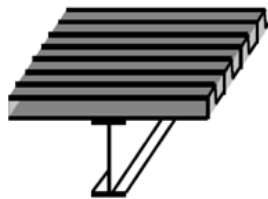


Figure II.3. Poutres maintenues latéralement (type tôles nervurées). [14]

✚ Il existe des dispositifs de support latéraux (figure II.4) de la membrure comprimée ou des deux membrures ou de la section, suffisamment rapprochés (panne, poutres transversales, bracons) pouvant être considérés comme point fixes.



Figure II.4. Poutres maintenues latéralement (poutres transversales). [14]

Il faut signaler, en outre, que les profils fléchis selon leur axe faible ne peuvent présenter une ruine par déversement et il est peu probable que les profils offrant des rigidités et de torsion élevées.

(Par exemple les caissons et sections creuse rectangulaires) présentent également ce mode de ruine.(figure II.5).

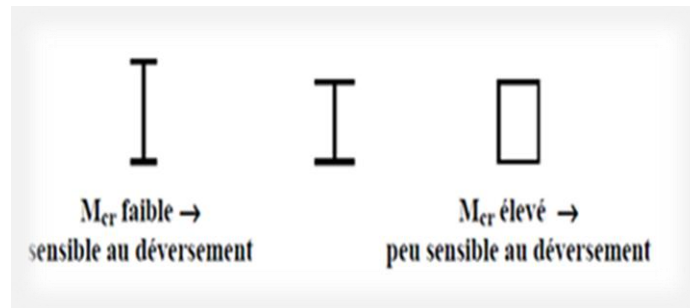


Figure II.5. Poutres en I sensible ou déversement et des poutres en caisson Peu sensible. [14]

Dans la pratique, il est de la responsabilité du concepteur de s'assurer que les dispositions constructives sont conformes à l'hypothèse de maintien latéral ou en rotation, notamment en ce qui concerne la raideur, le blocage et l'entretoisement propres des éléments sur lesquels on compte. Dans bon nombre de cas, les conditions de maintiens latéraux le long des poutres fléchies sont difficiles à interpréter et il est malaisé pour le concepteur d'évaluer leur réelle efficacité. Par exemple, lorsque :

- une traverse à mi- longueur de plusieurs poutres fléchies parallèles n'est pas, elle-même reliée à un contreventement qui assure son propre blocage.
- une couverture en tôles n'est pas fixée fermement aux poutres (points de soudure ou clous tirés par exemple).
- les pièces de bois posent sur la poutre sans liaison ferme,.....etc.

Par sécurité, toutes ces situations seront considérées comme des cas de poutres non maintenues latéralement à moins que l'on ne puisse estimer (prudemment), pour une tenir compte, la rigidité de ces supports (ressorts élastiques). Une attention toute particulière sera également accordée aux différentes phases de construction des ouvrages, phases durant lesquelles, tous les supports ne sont pas nécessairement en place. [14]

II.5. Résistance des poutres maintenues latéralement en flexion :

Dans une poutre simple à travée unique (figure II.6), la ruine survient lorsque la valeur du moment fléchissant M_{Ed} dépasse le moment de résistance de la section transversale dont la grandeur dépend de la forme du profil de la résistance du matériau et de la classification de la section. On est donc ramené à un problème de vérification de section avec interaction possible avec l'effort tranchant par exemple. [14]

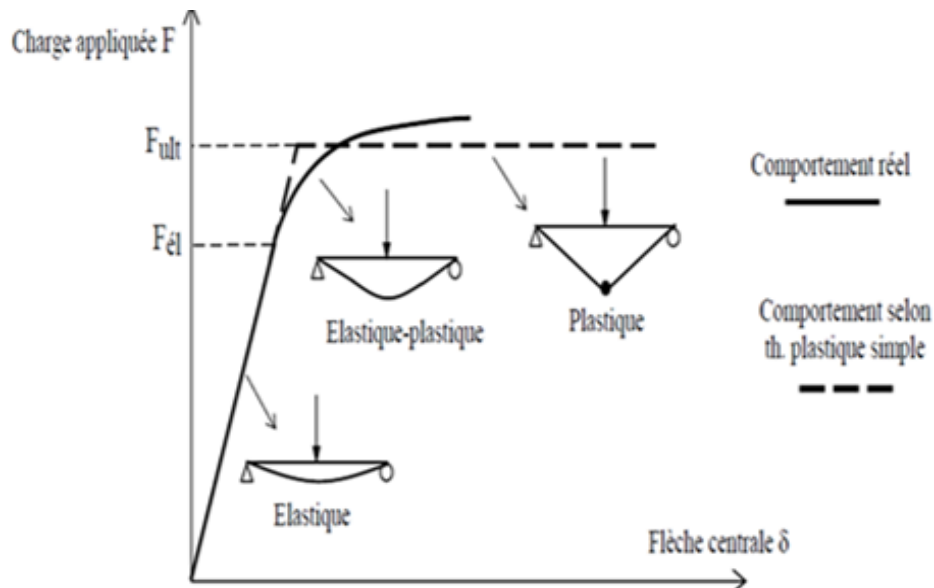


Figure II.6. Le comportement de la poutre en flexion.

Dans le cas de structures continues (hyperstatiques) (figure II.7) l'atteinte du moment de résistance de section transversale au point de moment maximum obtenu par une analyse élastique, ne conduit généralement pas à l'effondrement, en effet la section transversale se comporte à ce point comme une rotule plastique et, à condition qu'elle possède la capacité de rotation requise, le schéma de répartition élastique originale des moments dans la structure se modifie au fur et à mesure que se forment des rotules plastiques successives. La redistribution des moments permet à la structure de supporter des charges au-delà de celle qui a provoqué la première rotule, jusqu'à ce qu'il se forme un nombre suffisant de rotules pour transformer la structure en mécanisme. Un dimensionnement plastique prend ce comportement en tenant compte dans ce cas on exige une section transversale de classe 1 capable de subir la rotation tout en transmettant le moment de résistance plastique.

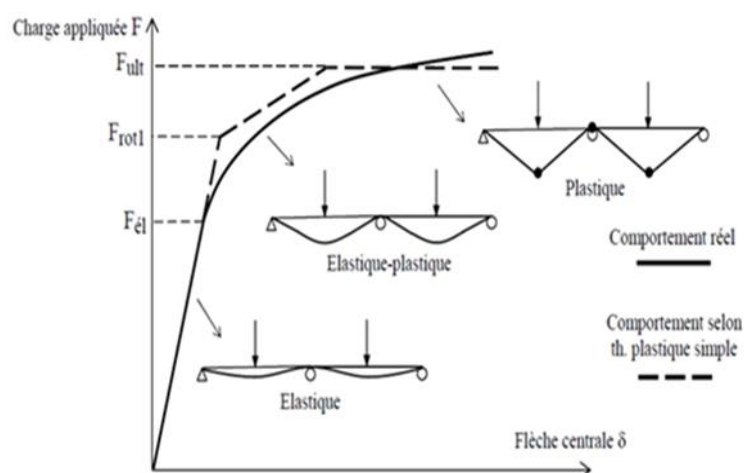


Figure II.7. Le comportement en flexion d'une structure hyperstatique.

II.6.Effet des maintiens latéraux sur le moment critique M_{cr} :

Les maintiens latéraux sont considérés comme des appuis verticaux intermédiaires pour la flexion dans le plan vertical comme dans les Poutres continues, chaque travée pourra être considérée isolément sur deux appuis à fourche (car les travées voisines peuvent aussi déverser), en prenant en compte, sur la dite travée, la forme du diagramme des moments résultant de la continuité. S'il s'agit d'un ou de plusieurs appuis latéraux intermédiaires, la présence de ces appuis ne modifie pas la flexion dans le plan principale de chargement mais réduit la longueur de déversement, donc augmente le moment critique. Théoriquement, ces appuis doivent être conçus de manière à empêcher tout déplacement latéral outorsion de la section correspondante, en pratique, on se contentera souvent d'empêcher le déplacement latéral de la semelle comprimée. Lorsqu'une poutre comporte de tels maintiens latéraux, disposés à intervalles le long de sa portée, une méthode simplifiée consiste à traiter séparément les différents segments de poutre situés entre les maintiens. Ils feront l'objet, chacun d'un calcul de moment critique et le dimensionnement de la poutre sera fondé sur le segment le plus dangereux. Dans ce cas, il y a de fortes chances pour que les formes des diagrammes des moments des différents tronçons ne figurent pas dans les tableaux des coefficients C_1 et C_2 . Il faudra donc les assimiler à d'autres cas ; plus simple ; qui placeront en sécurité. Il conviendra également de toujours prendre un coefficient K_z égal à 1,0 et non 0,5 ou 0,7, car dans la déformée de déversement la longueur non maintenue adjacente déverse également. Les appuis intermédiaires doivent être dimensionnés pour reprendre un effort de stabilisation de l'ordre d'un à deux pourcents de l'effort dans la semelle comprimée de la poutre. Une poutre est souvent assemblée à d'autres éléments structuraux figure II.8. qui participent à l'action du déversement et influencent de manière significative le moment critique élastique. Ces, comme d'autres restraints intermédiaires hors plan, limitent la déformée de déversement de la poutre et intermédiaires hors plan, limitent la déformée de déversement de la poutre et réduisent l'élancement de cette dernière. Bien que ces éléments sont initialement conçus pour jouer d'autres rôles, ils constituent des restraints intermédiaires hors plan de la poutre. [15]

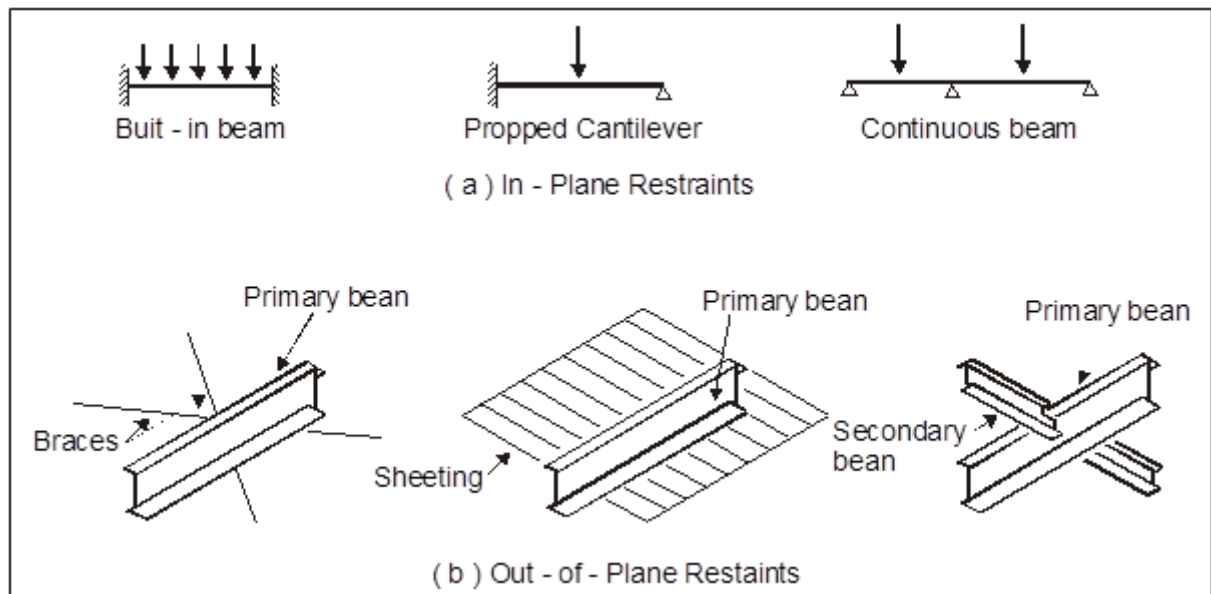


Figure II.8. Les différentes restraints.

Deux types de restraints intermédiaires existent, à savoir des restraints continues qui sont celles fournies par les toitures, le bardage et les planchers assemblés aux poutres à poutre à des intervalles très serrés pour la stabiliser, et des restraints discrètes qui sont fournies par un ou plusieurs maintiens latéraux ou par des poutres secondaires.

La majorité des cas peuvent être modélisées par un système idéalisé qui comprend (Figure II.9)

- Une restrainte latérale élastique qui agit à une distance $\bar{b}$ au-dessus du centre du cisaillement de section de la poutre.
- Une restrainte rotationnelle qui agit au centre du cisaillement de section S.

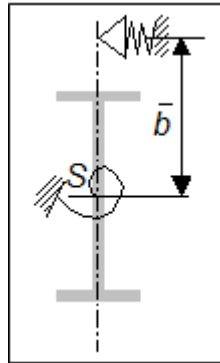


Figure II .9.Modélisation des restraints.

Une restrainte parfaite empêche la déflexion latérale v et rotation Θ au droit de la section où la restrainte est placée, alors que la restrainte partielle permet une certaine déflexion latérale limitée v et/ou une rotation Θ . La définition de la restrainte latérale est utilisée pour décrire la restrainte qui empêche la déflexion latérale au point où l'attache est localisée alors que la restrainte rotationnelle est utilisée pour décrire la torsion uniquement. Une restrainte discrète est souvent associée à un maintien latéral. Quand la déflexion latérale v et la rotation Θ sont toutes deux empêchées au niveau d'une section, la poutre est dite contreventée ; alors il s'agira de traiter les tronçons de la poutre entre ces points de restraints discrètes. Principalement, un maintien latéral résulte en une restrainte latérale uniquement, et la restrainte tensionnelle du maintien est souvent négligée à cause de rigidité flexionnelle assez faible. À condition qu'elle soit convenablement et rigidement assemblée à une poutre maîtresse, une poutre secondaire fournit les deux restraints, latérale et tensionnelle. Les rigidités membranaires, de cisaillement en plan et de flexion fournies par les planchers et les toitures contribuent essentiellement au développement de ces restraints latérale et tensionnelle.

II.6.1.Rigidité et résistance des maintiens latéraux :

La présence des maintiens latéraux résulte en une augmentation du moment critique élastique de la poutre. L'augmentation dépend de la valeur de la rigidité de la restrainte. Tout maintien latéral doit répondre à deux exigences essentielles :

- ✓ Une raideur suffisante pour limiter les déformations de flambement et par conséquent augmenter la charge critique de la poutre maintenue latéralement, jusqu'au niveau désiré.
- ✓ Une résistance suffisante pour pouvoir reprendre les efforts transmis résultants du maintien de ces déformations de flambement.

Comme la théorie classique du flambement élastique est développée pour une poutre idéale, c'est-à-dire une poutre sans imperfections géométriques, elle ne peut fournir des renseignements ni sur la valeur de la flèche de flambement ni sur la valeur de la force développée par les maintiens latéraux. Souvent, il n'est pas économique de prévoir pour un élément un maintien offrant une restrainte inférieure à celle d'une restrainte parfaite (maintien rigide). Pour atteindre la condition d'un maintien rigide, le maintien doit posséder une certaine rigidité minimale. Une relation typique entre la charge de déversement et rigidité du maintien latéral est montrée dans la figure II.10. Pour les poutres avec deux moments égaux au droit des appuis et en présence d'un seul maintien au milieu, une valeur limite de la rigidité du maintien existe. Généralement la courbe représentative de la charge critique augmente progressivement avec l'augmentation de la rigidité, et il n'y a aucune discontinuité dans la courbe. Cependant, la rigidité limite peut être définie comme celle qui correspond à une rigidité très proche d'un maintien rigide. Dans la pratique, il n'est pas difficile d'atteindre une rigidité adéquate du maintien. Les codes de calcul permettant d'établir ces critères, sont disponibles.

La détermination des forces dans les maintiens latéraux exige que la réponse élastique complexe de la poutre soit investiguée avec prise en compte des imperfections géométriques. La valeur des imperfections. Cependant, seulement des valeurs notionnelles correspondantes aux conditions réelles présumées peuvent être données. Pour cet objectif, il est exigé que le maintien latéral doive pouvoir résister à une force égale à 1% de l'effort de compression résultant dans la poutre maintenue latéralement. [15]

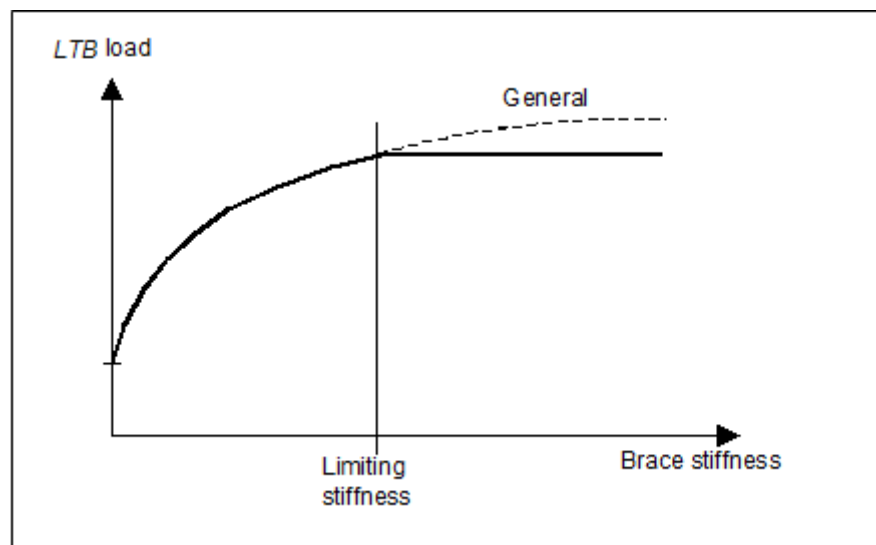


Figure II.10. Relation entre la charge de déversement et la rigidité du maintien latéral.

Bien que la majorité des restraints réelles possèdent une rigidité adéquate, il y a une possibilité que les maintiens flexibles soient surchargés, conduisant potentiellement à la rupture de ces éléments de maintien. En vue de reconnaître cette interaction entre la rigidité de la restrainte et la force induite, une bonne pratique recommande de baser le calcul sur les forces maximales reprises par le maintien latéral. Il est souvent exigé que les forces minimales dans les restraints exprimées en pourcentage de la force de compression dans la semelle comprimée de la poutre soient évaluées comme suit :

- 1)- Cas d'une seule restrainte le long de la longueur de l'élément $\approx 2,5\%$ quel que soit la position de la restrainte.
- 2)- Cas de plusieurs restraints le long de la longueur de l'élément $\approx 2,5\%$ répartie sur toutes les restraints intermédiaires, mais pas moins que 1% par restrainte.
- 3)- Cas de restrainte continue $\approx 2,5\%$ distribuée uniformément sur la longueur de l'élément.
- 4)- Cas d'une même restrainte sur plusieurs élément (cas ou une série d'éléments parallèle partagent la même restrainte) : jusqu'à $\approx 7,5\%$ (somme des trois plus grandes forces de restraints pour les éléments individuels).

Ces forces de restraints devront être transmises vers une certaine zone de la construction plus rigide tel qu'une poutre au vent ou un noyau en béton armé. Si on se concentre sur les effets de la rigidité axiale K_v des maintiens latéraux, l'augmentation de cette rigidité axiale K_v permet d'approcher le moment critique élastique à celui correspondant à un support latéral rigide. Ceci est illustré dans la figure II.11. Pour le cas d'une poutre simplement appuyée et uniformément chargée avec la présence de deux restraints latérales localisées à $1/3$ et $2/3$ de la portée et agissant respectivement au niveau de la semelle comprimée, centre de cisaillement et semelle tendue.

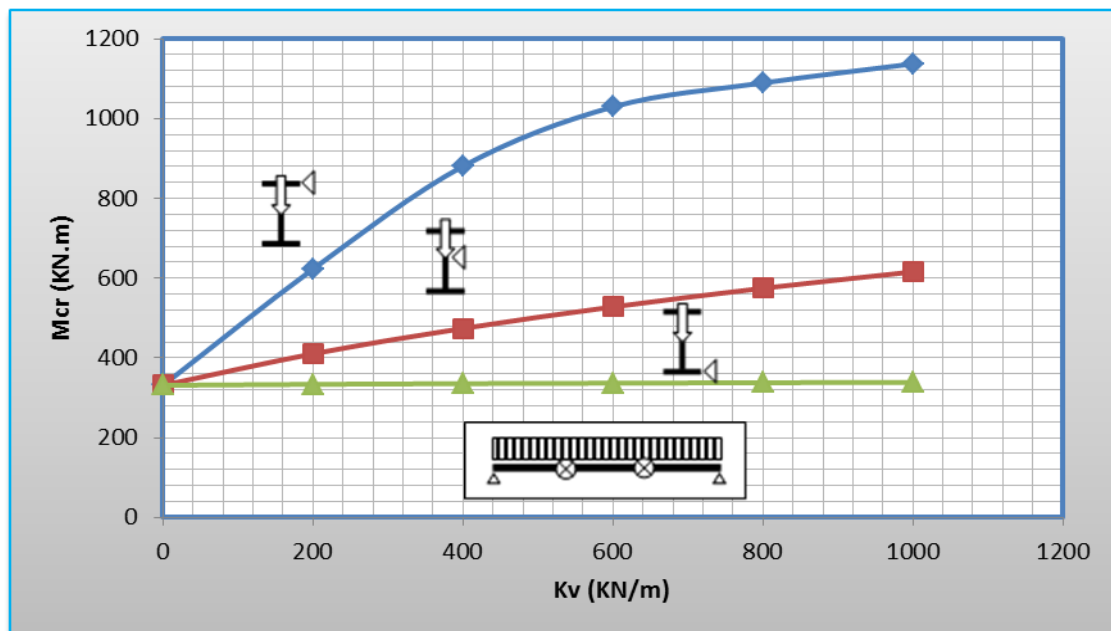


Figure II.11. Influence de la position verticale et de la valeur de la rigidité axiale des restraints.

Cas étudié : Poutre simplement appuyée ; charge uniformément répartie agissant au centre de cisaillement ; IPE500 ; $L=10m$; 2 restraints discrètes situées à $1/3$ et $2/3$ de la portée

II.6.2. Recherche de la meilleure position des restraints discrètes :

Pour les restraints discrètes, La meilleure position peut être considérée selon deux aspects :

- ✓ La position verticale du maintien latéral le long de la hauteur de la section.
 - ✓ La position longitudinale du maintien latéral le long de la longueur de la poutre.
- Ces deux aspects sont examinés brièvement au-dessous.

II.6.2.1. Meilleure position le long de la hauteur de la section :

Pour une poutre simplement appuyée et soumise à une charge uniformément répartie, le maintien le plus efficace est obtenu soit lorsque la restrainte latérale agit au niveau de la semelle comprimée soit lorsque la restrainte torsionnelle autour de l'axe du centre de cisaillement est assez grande de sorte qu'elle empêche tout déplacement latéral de la semelle comprimée. Parfois la restrainte latérale agit au niveau de la semelle tendue. Dans ce cas les effets de la restrainte peuvent être considérablement réduites, même lorsque la rigidité de cette restrainte est suffisamment élevée, par conséquent la poutre deviendra instable en subissant une rotation autour de l'axe longitudinal. Toute augmentation supplémentaire de la rigidité de la restrainte latérale, n'entraînera aucun effet sur le comportement de la poutre.

La position verticale de la restrainte est mesurée par le rapport entre la distance Z_v à partir du centre du cisaillement et la hauteur de la section h . L'effet de la position verticale d'une restrainte latérale rigide localisé à mi-longueur d'une poutre simplement appuyée est montré dans la figure II.12.

Il est clair que la meilleure position de la restrainte latérale est celle de la zone comprimée, et que le moment critique diminue brusquement et considérablement tout en s'éloignant du centre de cisaillement et en s'approchant de la semelle tendue.

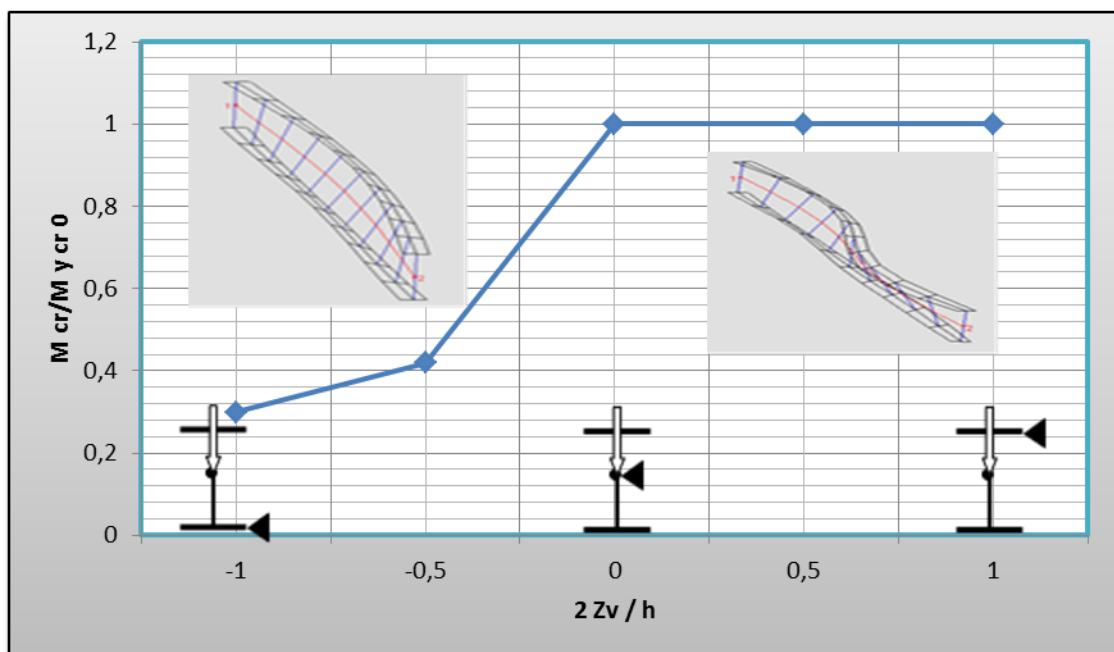


Figure II.12. Influence de la position verticale de la restrainte latérale centrale.

Cas étudié : Poutre simplement appuyée; section en I ; $L=10\text{m}$; $h=600\text{mm}$; $b_f=220\text{mm}$; $t_w=8\text{mm}$; $t_f=16\text{mm}$; charge uniformément répartie sur la ligne du centre de cisaillement

Z_v = positive verticale (> 0 au-dessus de centre de cisaillement).

$M_{cr} = M_{cr0}$ pour $Z_v = 0$ (au centre de cisaillement).

II.6.2.2. Position optimale le long de la portée de la poutre :

La meilleure position dans le cas d'une seule restreinte le long de la longueur de la poutre est celle qui donne un rapport maximal entre les moments critiques de la poutre maintenue latéralement et celle d'une poutre similaire non maintenue latéralement. Il est clair que cette position coïncide avec la section où les déformations hors plan sont les plus grandes.

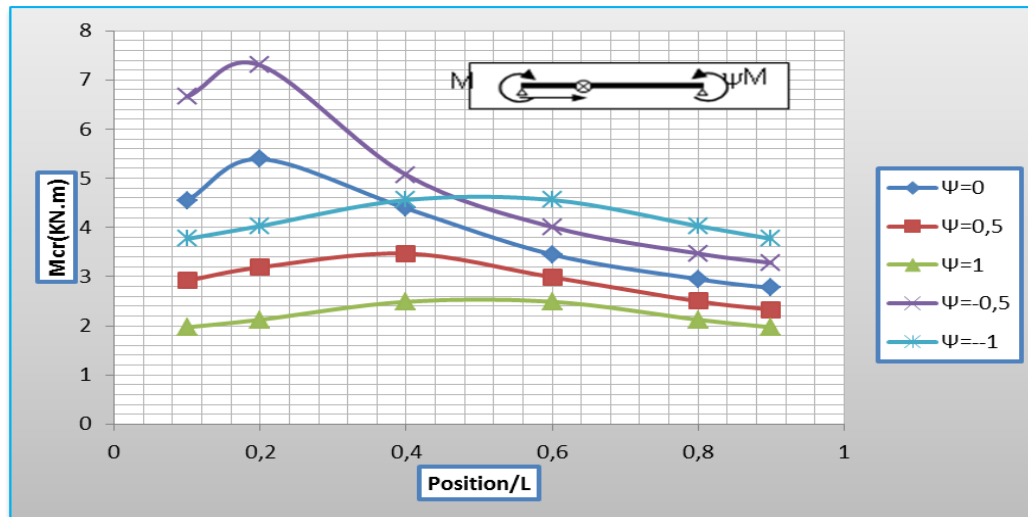


Figure II.13. Influence de la position d'une seule restreinte intermédiaire parfaite (v et Θ) cas d'un IPE100.

Cas étudié : Moment d'extrémités ; IPE100 ; $L=10m$.

Pour une poutre simplement appuyée et soumise à un diagramme uniforme des moments fléchissant (moment d'extrémités égaux), la restreinte latérale la plus efficace est celle qui est placée à mi-portée de la poutre. Ceci correspond au pic des courbes correspondant à $\Psi=1$, montrées dans les figures II.13. et II.14.

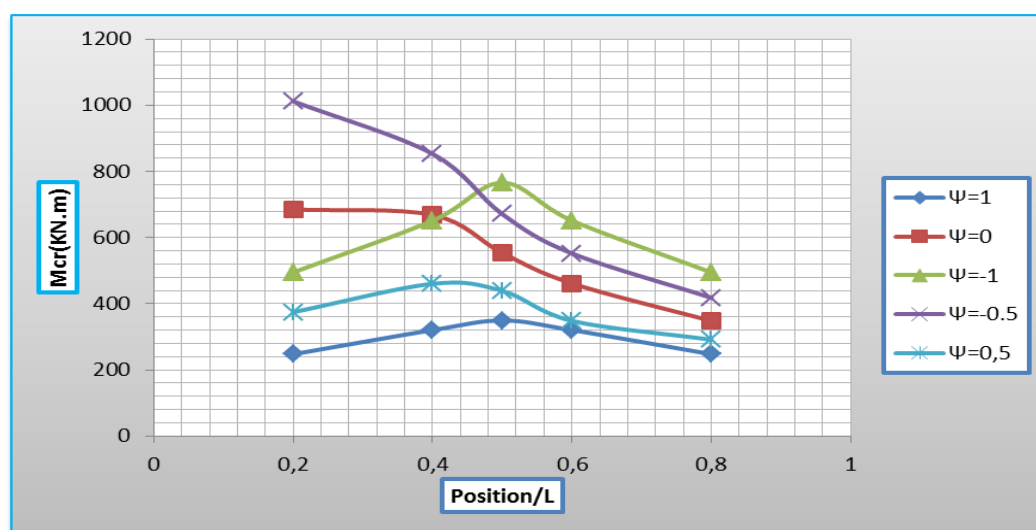


Figure II.14. Influence de la position longitudinale d'une seule restreinte intermédiaire parfaite (v et Θ) cas d'un IPE300.

Cas étudié : Moment d'extrémités ; IPE300 ; L=5m.

Pour la même poutre soumise aux moments d'extrémités inégaux, la meilleure position de maintien latéral se trouve entre le maintien et l'une d'extrémités de la poutre cela est illustré dans les figures II.14 et II.15.

-Effet de paramètre de torsion du moment critique M_{cr} :

Le paramètre de torsion χ a un effet considérable sur la stabilité au déversement des poutres fléchies.

$$\chi = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} \quad (\text{Eq. II.1})$$

Ceci est illustré la figure II.16. montre l'effet de paramètre de torsion χ sur le moment critique de déversement, et ce pour quartes section de poutres différentes ayant des valeurs de χ égale à 0.1, 0.5, 1, 2.

Les poutres sont simplement appuyées aux extrémités et soumise à des charges uniformément répartie avec présence d'un seul maintien latéral.

On peut constater d'après la figure II-16, que la poutre ayant le paramètre de torsion le plus élevé correspond à la poutre la plus stable

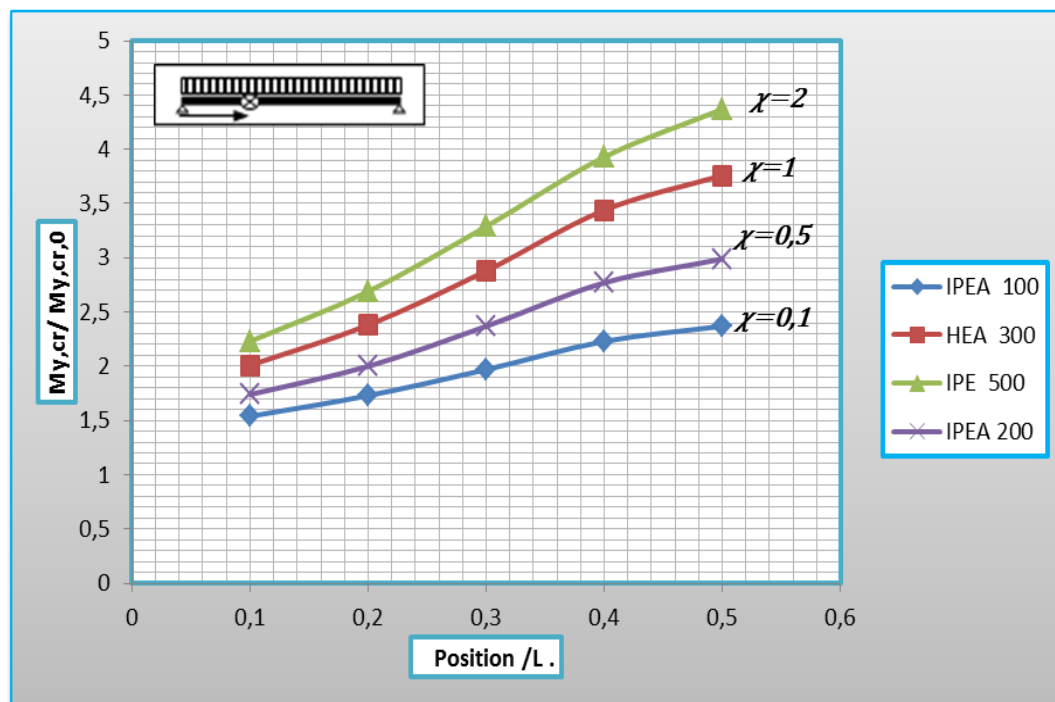


Figure II.15. Influence de paramètre de torsion χ sur le moment critique.

Cas étudié : $\chi=0.1$; IPEA 100 ; L=9.7 m ; $\chi=1$; HEA 300 ; L=6m ; $\chi=0.5$; IPEA 200 ; $\chi=2$; L= 5.2 m ; IPE 500 ; L=3m.

La figure II.16. Correspond à une poutre similaire avec une paire de restraints parfaites symétriquement positionnées. Contrairement à la pratique courante, les restraints parfaites placées respectivement à 1/3 et 2/3 de la portée ne semblent pas correspondre à la solution la plus efficace, et les positions : 4/10 et 6/10 de la portée semblent donner l'optimum.

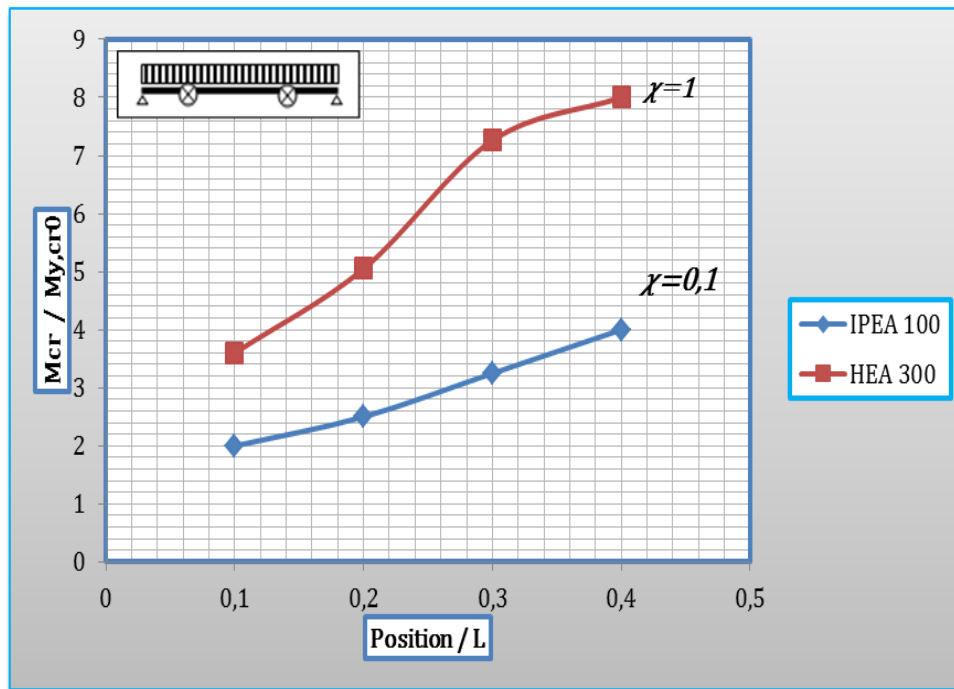


Figure II.16. Influence de la position longitudinale de deux restraints symétriques parfaite (ν et Θ).

Cas étudié : $\chi = 0.1$; IPEA 100 ; $L = 9.7\text{m}$; $\chi = 1$; HEA 300 ; $L = 6\text{m}$.

II.9.Conclusion :

D'après les résultats trouvée à partir de **LTBeam**, la position de maintien latéral la plus favorable pour que la poutre résiste au déversement et sera plus stable est au milieu de la poutre (à $L/2$) et au niveau de la semelle comprimée. Les restraints parfaites placées respectivement à $4/10$ et $6/10$ de la portée donnent l'optimum (moment critique maximal). On conclue aussi que la présence des maintiens latéraux ne modifie pas la flexion dans le plan principal de chargement, mais réduit la longueur de déversement, donc augmente le moment critique M_{cr} .

Chapitre III
Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

III.1.Introduction :

L'influence de certains paramètres sur le moment critique de déversement est présentée dans ce chapitre. Les mesures dans lesquelles certaines caractéristiques de la poutre sont susceptibles d'influencer sur le moment critique de déversement élastique sont également étudiées. Selon l'équation .I.16, La valeur du moment critique de déversement est influencée par les conditions d'appuis, le type et le niveau de chargement, la longueur de la poutre.....etc.

Une approche de dimensionnement des poutres sensibles à la ruine par déversement doit nécessairement prendre en compte un grand nombre de facteurs qui influent sur le moment critique de déversement élastique (des propriétés du matériau tel que le module d'élasticité E , le module de cisaillement G , des propriétés géométriques de la section, tel que le moment d'inertie de torsion I_t , le moment d'inertie de gauchissement I_w et le moment d'inertie par rapport à l'axe faible de la section I_z , des propriétés de la poutre tel que la longueur L de la poutre et les restraints à la flexion latérale et au gauchissement au niveau des appuis et finalement des conditions de chargement, du moment où le flambement latéral est sévèrement affecté du diagramme des moments et de la position du chargement vis-à-vis du centre de cisaillement de la section) et elle est donc relativement complexe.

Les résultats dans ce chapitre sont illustrés par logiciel *LTBeam*. Ces derniers doivent être considérés comme donnant des informations plus qualitatives que quantitatives.

III .2.Effets des imperfections géométriques :

Le moment critique élastique M_{cr} représente la résistance d'une poutre parfaitement rectiligne, parfaitement chargée dans le plan rigide de la section et composée d'un matériau infiniment élastique. Une telle poutre fléchit strictement dans le plan de sollicitation dès le début du chargement. Une fois M_{cr} est atteint, la poutre est susceptible de déverser, elle subira un déplacement latéral v et une rotation φ . Le flambement latéral se produit par une rupture d'équilibre et la réponse structurale présentée à la figure III.1. en fonction du déplacement latéral, est représentée par une droite horizontale d'ordonnée M_{cr} . Une poutre réelle est une poutre de nature géométriquement imparfaite qui présente généralement une déformation initiale de flèche v_0 et une torsion initiale φ_0 . Par conséquent, elle se comporte différemment d'une poutre parfaite. Dès le début du chargement, la poutre fléchit dans le plan de chargement et dans le plan latéral et subit une rotation autour de l'axe longitudinal. Le flambement latéral se produit par divergence d'équilibre et le moment critique de déversement élastique $M_{y,cr}$ est atteint par approche asymptotique à la courbe (figure III.2). [9]

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

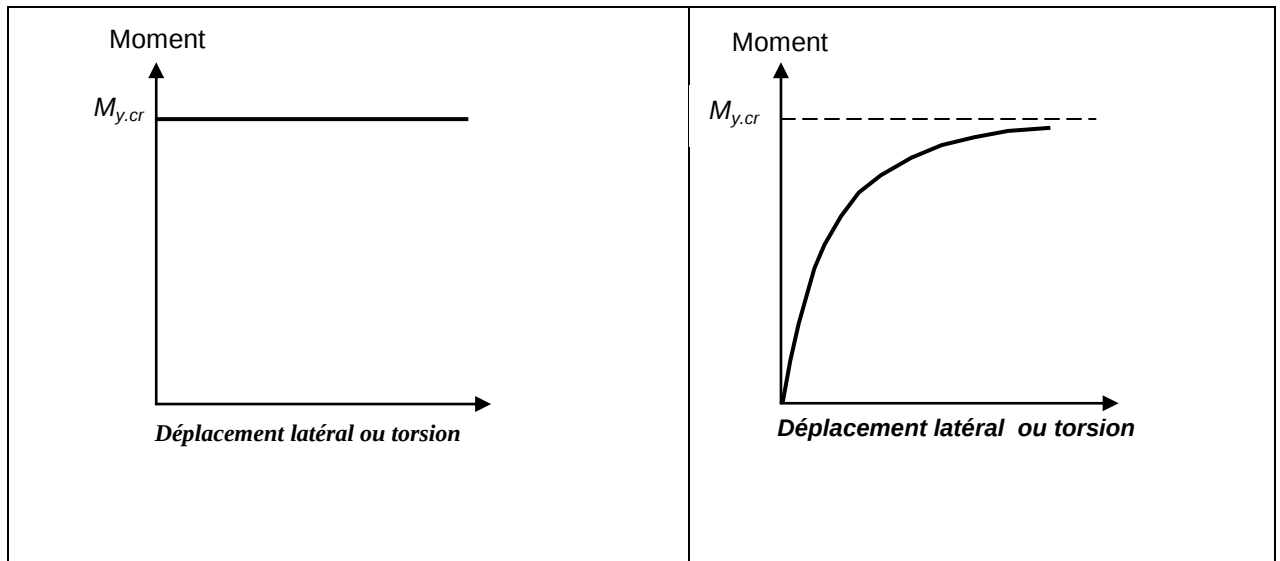


Figure III.1. Réponse d'une poutre élastique géométriquement parfaite.

Figure III.2. Réponse d'une poutre élastique géométriquement imparfaite.

III.3. Influence de la longueur de la poutre

Considérons le cas fondamental d'une poutre de portée L , soumise à deux moments d'extrémités, égaux et de sens opposés. L'élancement de la poutre fléchie est un paramètre déterminant pour la stabilité au déversement. Pour une section donnée, il est clair d'après l'équation I-16 que si la longueur de la poutre augmente, la poutre devient de plus en plus instable et ceci se traduit par la diminution de la valeur du moment critique de déversement présenté à la figure III.3. Il faut noter que la rigidité au gauchissement $E I_w / L^2$ diminue quand la longueur de la poutre augmente.

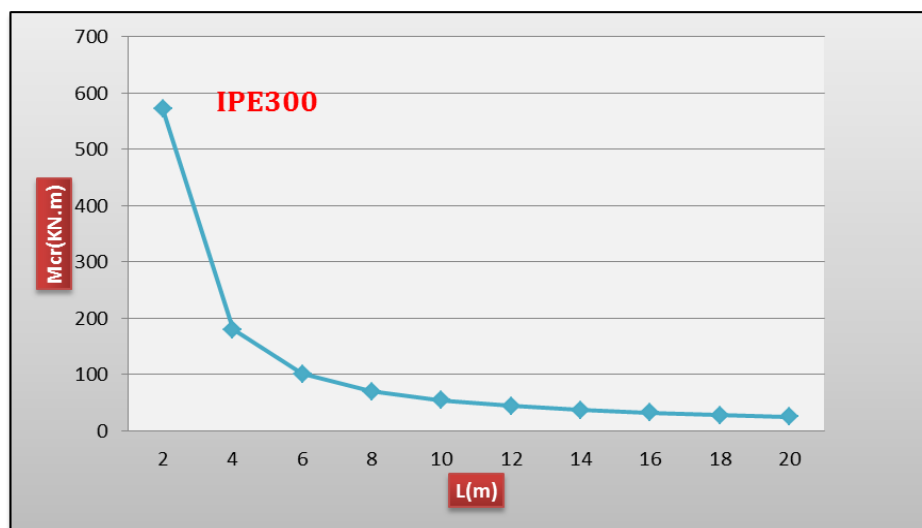


Figure III.3. Influence de la portée sur la stabilité de la poutre.

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

III.4. Influence des dimensions de la section :

Dans cette étude, les dimensions de la section sont mesurées par le rapport hauteur sur largeur h/b_f . Pour une section en double T, la hauteur de la section affecte légèrement les rigidités, flexionnelle latérale EI_z et torsionnelle GI_t . Par contre, elle influe considérablement sur la rigidité au gauchissement $E I_w / l^2$, comme $I_w = 0,5 I_f h_s^2 \cong 0,25 I_z h_s^2$, où I_f est le moment d'inertie d'une semelle par rapport à l'axe faible de la section et h_s est la distance entre les centres de cisaillement des semelles. Pour une poutre de longueur donnée et de section constante, la figure III.4 montre que le moment critique de déversement élastique M_{cr} diminue quand le rapport h/b_f augmente. On peut encore dire que la poutre devient de plus en plus stable lorsque le rapport h/b_f est de plus en plus faible.

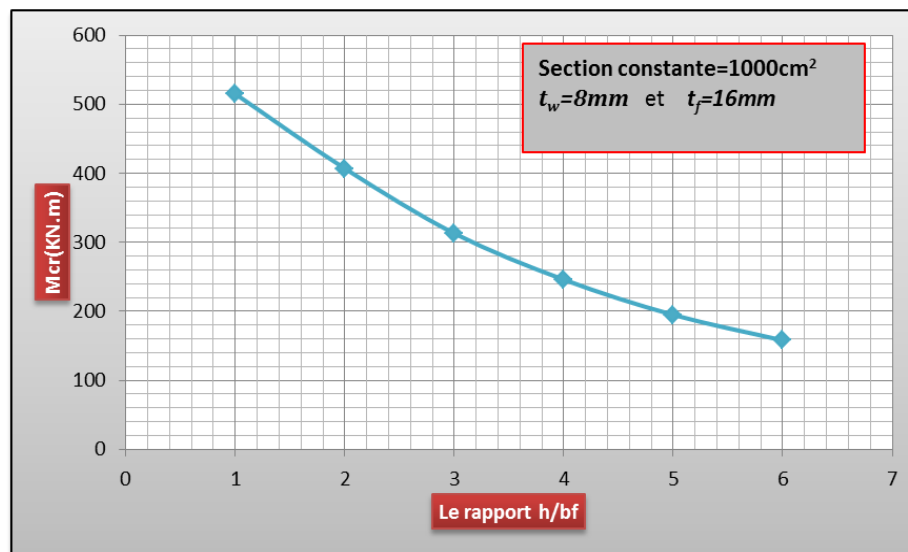


Figure III.4. Influence des proportions de la section.

III.5. Influence des propriétés géométriques de la section :

Les propriétés des sections qui régissent le moment critique de déversement élastique M_{cr} sont le moment d'inertie par rapport à l'axe faible I_z , le moment d'inertie de torsion I_t et le moment d'inertie de gauchissement I_w . Pour étudier l'influence des propriétés géométriques, on considère une poutre de section d'un IPE 300 qui a les moments d'inerties suivants : ($I_z = 603.78 \text{ cm}^4$, $I_t = 20.208 \text{ cm}^4$, $I_w = 126332 \text{ cm}^4$) et de longueur $L = 10 \text{ m}$. Les supports d'extrémités de la poutre sont supposés maintenus contre le déplacement latéral (v est bloqué) et la rotation autour de l'axe ($x-x$) (θ est bloquée), mais sont simples par rapport à la déflexion latérale (v' est libre) et au gauchissement (θ' est libre). Sur cette poutre on fait augmenter ces propriétés séparément et indépendamment. Malgré que ceci ne soit pas pratique, il est cependant adopté ici avec une idée de montrer quelques tendances générales (figure III.5).

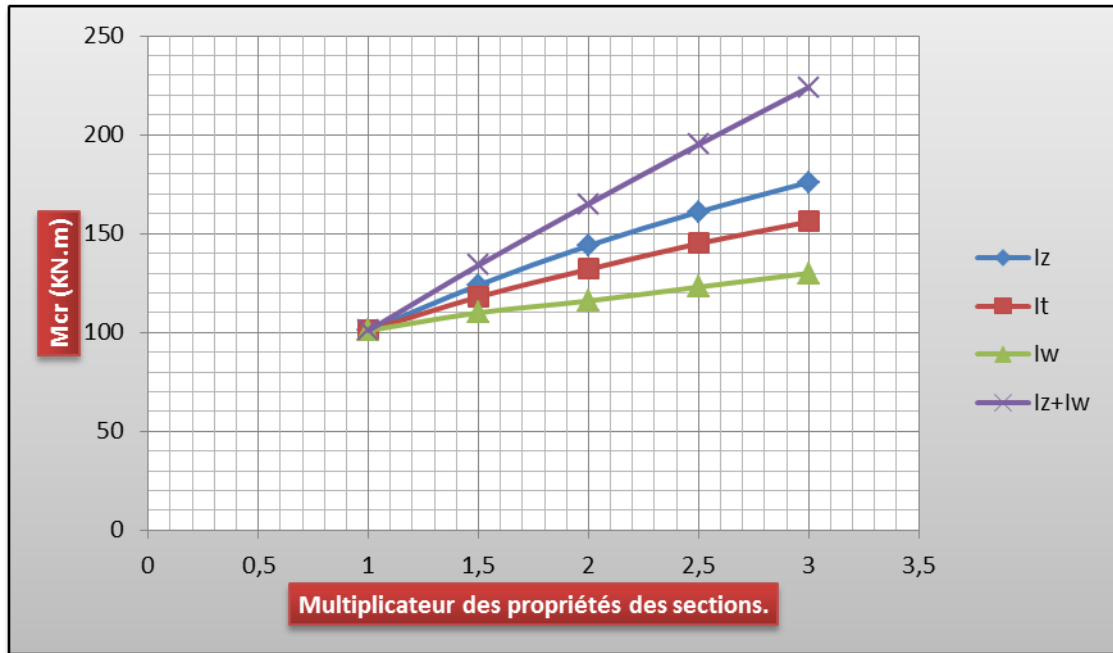


Figure III.5. Influence des propriétés géométriques de la section.

On peut constater d'après la figure III.5 que l'accroissement du moment M_{cr} est approximativement linéaire avec l'augmentation de l'une des propriétés de la section. L'effet du moment d'inertie de torsion I_t est légèrement plus faible de 20 % que celui du moment d'inertie de flexion I_z . L'augmentation du moment d'inertie de gauchissement I_w a un effet moins important de 40% que celui des deux autres moments d'inerties.

III.6. L'influence de la dissymétrie de la section :

Le centre de cisaillement coïncide avec le centre de gravité dans le cas des sections doublement symétriques. Par contre, pour le cas des sections mono symétriques soumises à la flexion dans le plan de symétrie, le centre de gravité et le centre de cisaillement ne coïncident pas. Cette inégalité se mesure par le rapport

$$\Psi_f = (I_{f,c} - I_{f,t}) / (I_{f,c} + I_{f,t}) \approx (I_{f,c} - I_{f,t}) / I_z$$

Où $I_{f,c}$ et $I_{f,t}$ sont les moments d'inertie des sections respectivement de la semelle comprimée et de la semelle tendue par rapport à l'axe faible de la section. Une section doublement symétrique est donc caractérisée par $\Psi_f = 0$.

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

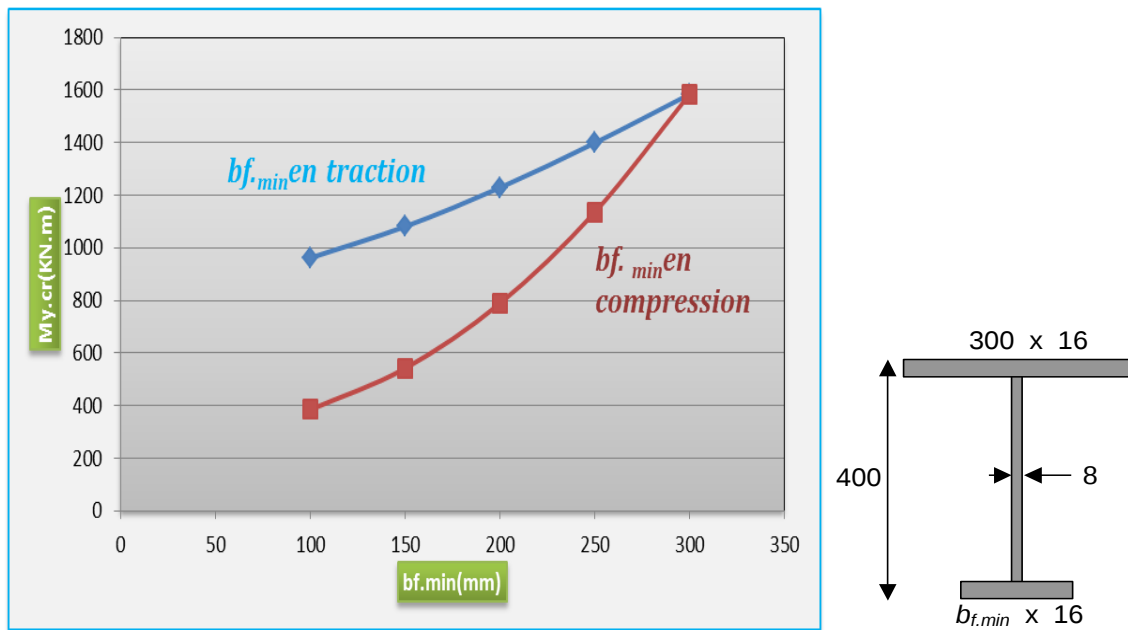


Figure III.6. L'influence de la mono symétrie de la section.

Si nous faisons diminuer la largeur de l'une des semelles d'une section doublement symétrique, on constate une réduction monotone du moment critique élastique M_{cr} . L'importance de la réduction de la valeur du moment critique dépend du fait que la diminution de la largeur s'applique à la semelle comprimée ou à la semelle tendue.

La figure III.6 montre que la diminution de la largeur de la semelle comprimée entraîne une plus grande réduction du moment critique élastique de 70 % par rapport à celle produite par la diminution de la largeur de la semelle tendue et ce, pour une poutre simplement appuyée aux extrémités, de longueur égale à dix mètres et soumise à un moment constant. Par conséquent, on peut conclure que parmi les deux semelles, la semelle comprimée est la semelle la plus sensible au déversement.

III.7. Influence du point d'application de la charge :

Si les charges transversales transmises par l'intermédiaire des poutres secondaires attachées à l'âme de la poutre peuvent généralement être supposées agir au centre de gravité de la section, il ne reste pas moins que les dites charges sont appliquées, dans plusieurs cas, sur la semelle supérieure, et dans quelques cas particuliers, sur la semelle inférieure. Ces divers points d'application de la charge présentent des effets sur le déversement assez différents puisque, pour une distribution donnée de charges transversales, un chargement appliqué sur la semelle comprimée accentue la tendance au déversement, tandis qu'un chargement sur la semelle tendue a, au contraire un effet stabilisant. En effet, dans le premier cas ; l'excentricité de la charge engendre, lorsque le déversement s'amorce, un moment de torsion qui agit dans le même sens que

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

le mouvement ainsi produit, tandis que, dans le second cas, le moment de torsion agit en sens inverse et joue le rôle de stabilisateur.

Parfois, il est peut être raisonnable de négliger l'effet du niveau d'application des charges lorsque celle-ci sont appliquées sur la semelle supérieure, du fait que de nombreuses membrures qui transmettent ces charges, assurent en même temps une certaine restrainte en torsion dont l'effet favorable s'avère souvent déterminant. Il importe surtout de tenir compte de l'éventuelle réduction du moment critique par une mise en charge sur la semelle supérieure, lorsqu'aucune disposition particulière ne permet de supporter la semelle comprimée. Pour illustrer cette influence, considérons le cas d'une poutre (IPE300) de portée $L = 6$ m, sollicitée par des charges gravitaires dans le plan rigide de la section. Il est supposé que le sens de chargement ne change pas lors du mouvement de la poutre. Le niveau neutre d'application de telles charges coïncide avec le centre de cisaillement et le moment critique de déversement correspondant à ce niveau neutre est désigné par $M_{y, cr}$. Tout autre niveau d'application (dans le plan rigide) autre que le niveau neutre, est caractérisé par sa distance algébrique Z_g à partir du centre de gravité, qui se trouve à Z_0 du centre de cisaillement.[4]

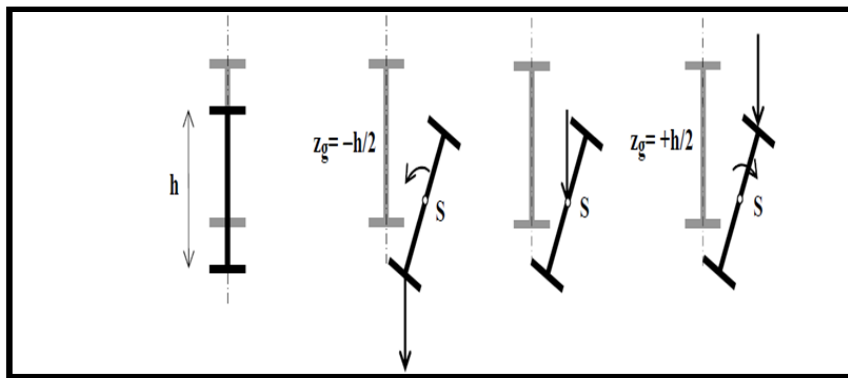


Figure III.7. Différents niveaux d'application de la charge.

La figure III.7 montre plusieurs variantes correspondant à des charges appliquées respectivement aux niveaux de centre de cisaillement, semelle supérieure et semelle inférieure. D'autres niveaux des points d'application de la charge peuvent être envisagés. L'intensité et le signe de la distance Z_g sont d'une grande importance pour la valeur de $M_{y, cr}$. Il est évident que les valeurs de $M_{y, cr}$ obtenues pour des charges agissant au niveau de la semelle supérieure sont inférieures par rapport à celle obtenues pour les mêmes charges appliquées au niveau du centre de cisaillement. De même, les valeurs de $M_{y, cr}$ obtenues pour des charges agissant au niveau de la semelle inférieure sont plus élevées par rapport à celles obtenues pour les mêmes charges appliquées au niveau du centre de cisaillement (figure III-8).

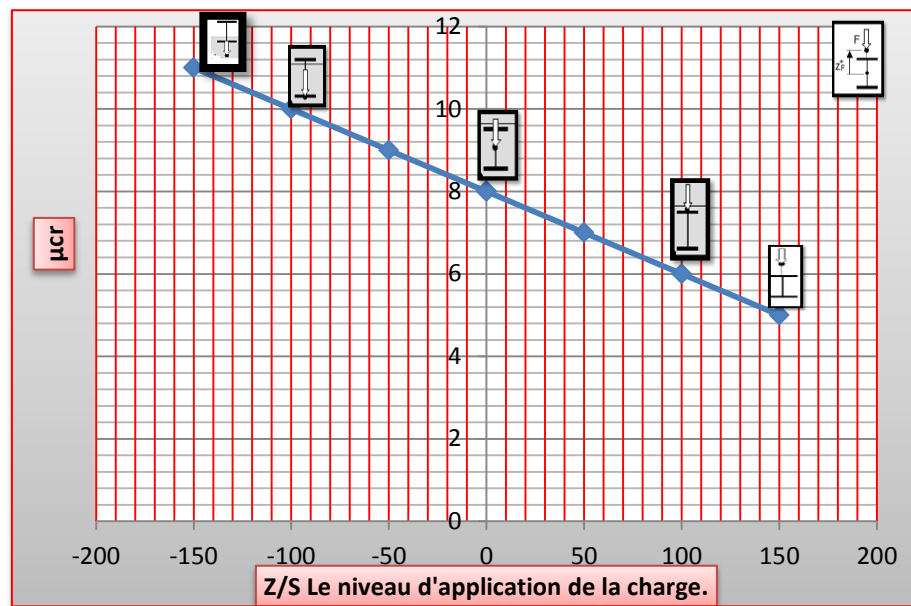


Figure III.8. L'influence du niveau d'application des charges transversales.

III.8. Influence des conditions de restraints sur le déversement :

La valeur du moment critique de déversement élastique dépend des conditions d'appui de la poutre en flexion latérale (déplacement latérale v du centre de cisaillement) et en rotation autour de l'axe longitudinal (angle φ), de même que de la possibilité de gauchissement (figure III.9).

Les conditions d'appuis en flexion latérale influencent directement sur le coefficient d'encastrement K_v , tandis que les conditions d'appui en rotation influencent le coefficient d'encastrement K_φ .

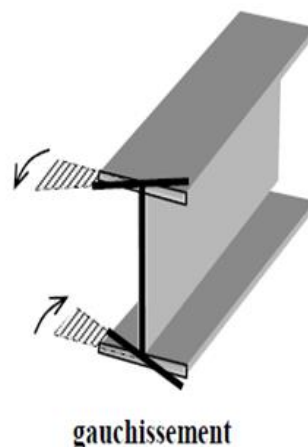


Figure III.9. Phénomène de gauchissement. [4]

Il y a lieu de distinguer d'une part, les conditions aux appuis de la poutre proprement dite, et d'autre part, les restraints assurées éventuellement à la semelle comprimée des poutres fléchies

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

par les liaisons avec divers éléments de planchers ou de toitures. Le premier type de condition est directement lié non seulement à la faculté de rotation de flexion (autour de l'axe fort) au droit des appuis, mais encore à la faculté de rotation de flexion transversale (autour de l'axe faible) autour de ses mêmes appuis. De manière analogue au caractère appui simple ou encastrement pour la flexion verticale dans le plan des charges extérieures, on aura à considérer le caractère d'appui simple (appui à fourche) ou d'encastrement dans le plan latéral (horizontal). En l'absence de tout support latéral de la membrure comprimée, la longueur du déversement représente la distance effective entre points supports. Si dans le cas d'une poutre autre que la poutre de référence, des restraints sont appliquées soit au niveau des appuis soit le long de la poutre, dans le plan de chargement ou perpendiculairement au plan de chargement, la stabilité de la poutre sera améliorée et le moment critique de déversement sera donc plus élevé. Les restraints d'extrémités peuvent être développées par les conditions de supports. Les conditions aux limites des extrémités de la poutre sont relatives à la flexion dans le plan de chargement, à la flexion dans le plan de flexion induisant des moments M_y qui influent sur la forme du diagramme des moments fléchissant, produisant des moments critiques élastiques plus élevés que ceux correspondant à la poutre de référence. Tout changement dont les conditions d'appuis pour un comportement hors plan de flexion (flexion latérale par rapport à l'axe faible, torsion uniforme et gauchissement), par rapport aux conditions de support de la poutre de référence, est susceptible d'avoir une influence sur le moment critique de déversement. Les moments critiques de déversement obtenus pour diverses conditions de restraints sont calculés en utilisant un logiciel aux éléments finis LTBeam, développé par CTICM.[9] On peut constater d'après les figures III.10, III.11 et III.12 que l'effet des restraints au gauchissement diminue en augmentant la portée de la poutre, tandis que les effets de restrainte à la flexion latérale sont faiblement influencés par la portée de la poutre. Par conséquent, on peut constater d'après la figure III.10. qu'une restrainte à la rotation et un gauchissement empêché possèdent des effets comparables pour les poutres courtes, tandis que les effets de restrainte à la rotation sont plus significatifs pour les poutres élancées.

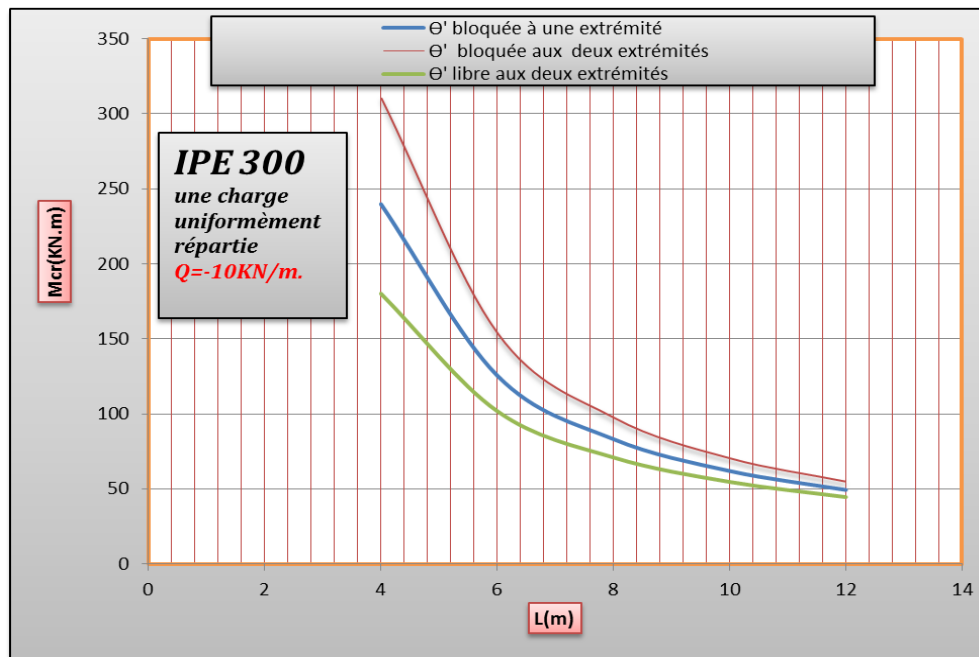


Figure III.10. L'influence des restraints au gauchissement (Θ' à une extrémité et aux deux extrémités).

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

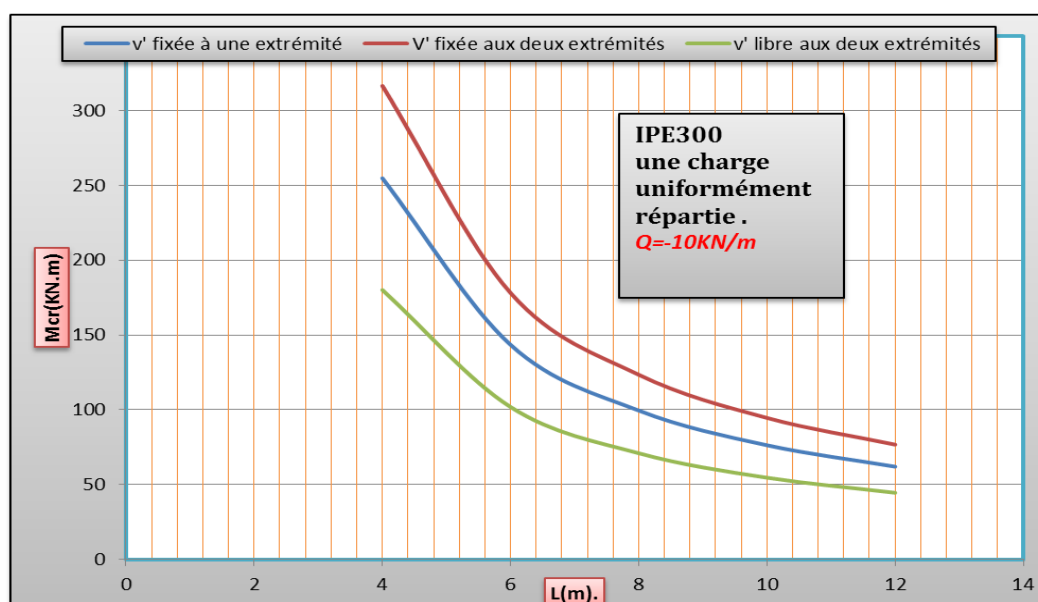


Figure III.11. L'influence des restraints à la flexion latérale v' (à une extrémité et aux deux extrémités).

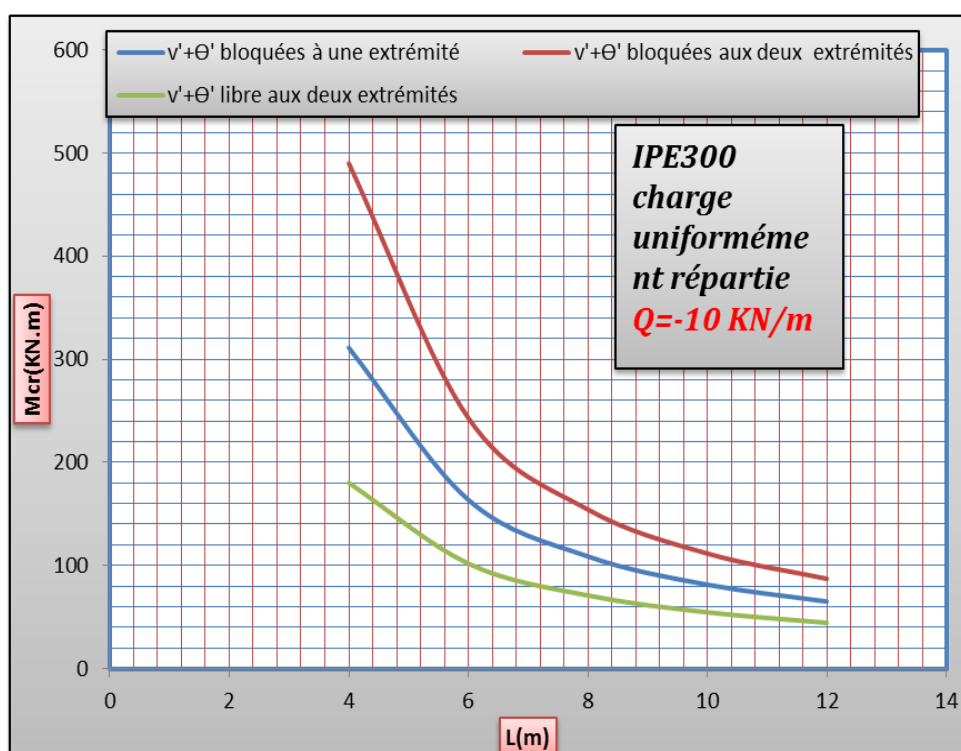


Figure III.12. Influence des restraints à la flexion latérale et au gauchissement θ' et v' (à une extrémité et aux deux extrémités).

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

D'après la figure III.13, on remarque que la libération de la rotation θ à l'une des extrémités de la poutre provoque des effets négatifs assez considérables et ce pour les moments d'extrémités caractérisés par $\Psi = 0$ et $\Psi = -0.5$. On peut également constater d'après la figure III.13 que la libération de la rotation de l'une des extrémités θ pour le cas de deux moments d'extrémités égaux ($\Psi = 1$) n'a aucun effet sur le moment critique de déversement. Le moment critique $M_{cr,0}$, correspond au cas où la rotation θ est bloquée aux deux extrémités.

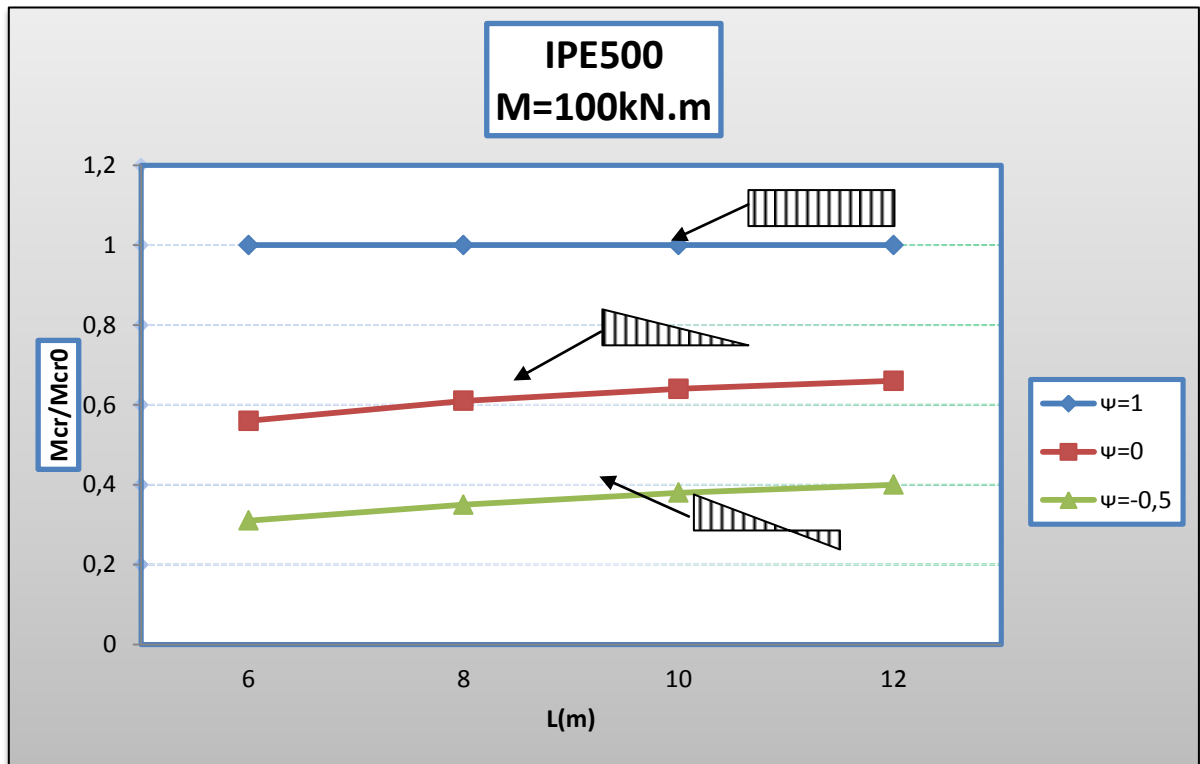


Figure III.13. L'influence de la libération de la rotation θ à l'une des extrémités de la poutre.

III.9. Influence du mode de sollicitation :

Le moment critique de déversement élastique est fonction du type de chargement de la poutre et de son système statique (condition d'appui). Le cas le plus défavorable est celui de la poutre simple sollicitée par un moment de flexion constant, puisque la semelle est comprimée avec un effort constant sur toute sa longueur (figure. III.14.). Dans le cas d'un moment linéairement variable ou de charges appliquées entre les appuis, un diagramme des moments constant qui correspond à une flexion pure n'est pas représentatif de la distribution habituelle rencontrée en pratique dans les poutres réelles. Par conséquent, les autres cas de chargements étudiés pour lesquels on admet que la charge agit dans le plan principal rigide et ne change pas de direction quand la poutre déverse sont : [10]

(i) Moments d'extrémités inégaux : Le diagramme des moments qui varie linéairement le long de la portée de la poutre (figure. III.15), est complètement déterminé par le rapport des moments d'appuis Ψ ($-1 \leq \Psi \leq 1$) ; qui est le cas de n'importe quelle poutre continue non chargée transversalement.

Chapitre III : Etude paramétrique de l'influence de certains paramètres sur le moment critique.

- (ii) Charge transversales : la forme du diagramme des moments n'est pas linéaire, elle dépend de l'intensité et de la position des charges transversales le long de l'axe longitudinal x de la poutre. Ceci est le cas de n'importe quelle travée isolée de poutre, soumise à des charges transversales supposées agir au niveau du centre de gravité de la section.
- (iii) Combinaison de charges transversales et de moments d'extrémités : Le diagramme des moments résultant est la superposition des diagrammes dû aux moments d'extrémités et celui dû aux charges transversales. Ce type de chargement qui est le plus général, est rencontré dans n'importe quelle travée de poutre continue chargée transversalement ou de segments individuels maintenus aux extrémités.

La variation du moment critique de déversement élastique $M_{y,cr}$ en fonction de la variation du diagramme des moments est représenté par la variation du multiplicateur du moment critique $M_{y,cr} / M_{y,cr,0}$ où $M_{y,cr,0}$ correspond à un moment uniforme ($\Psi=1$). La courbe de variation du multiplicateur du moment critique en fonction du rapport des moments d'extrémités est représentée à la figure III.15.

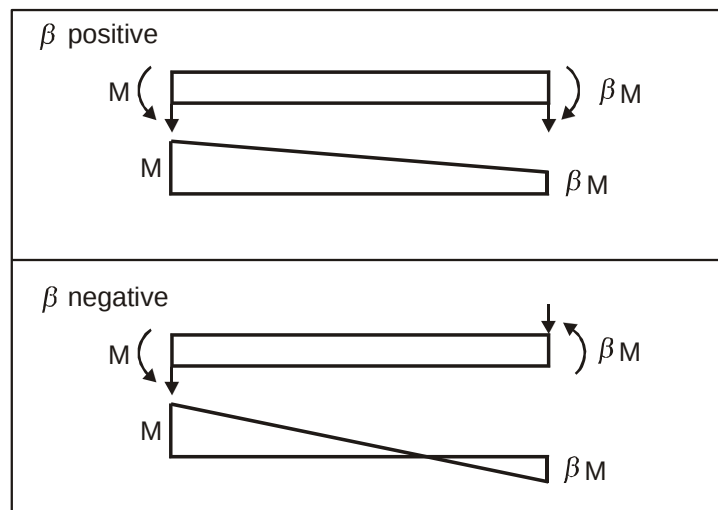


Figure III.14. Rapport de moments d'extrémités.

Pour un diagramme des moments non uniforme, le moment critique de déversement élastique augmente de façon non linéaire tout en diminuant Ψ à partir de l'unité. Ceci est dû aux changements de la forme déversée d'une demi-onde symétrique quand $\Psi=1$ vers une double demi-onde antisymétrique quand $\Psi \approx -0,8$. Des valeurs du multiplicateur du moment critique de déversement pour quelques autres formes de diagrammes des moments sont présentées à droite de la figure III.15

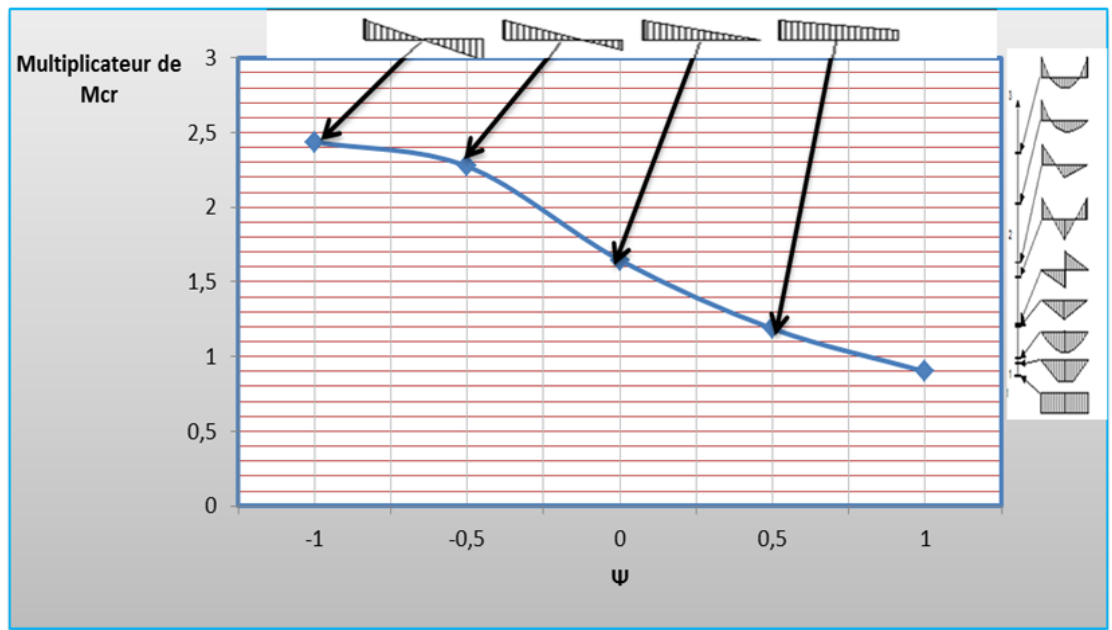


Figure III.15. Influence de la forme du diagramme des moments.

III.10. Conclusion :

A l'issue de l'étude paramétrique entamée sur les effets de certains facteurs sur la stabilité des poutres métalliques sollicitées en flexion simple par rapport à leurs axes de forte inertie, on peut conclure les points suivants :

- ✚ La sensibilité au déversement augmente avec la longueur L de la poutre. Il existe une autre influence indirecte de la longueur de la poutre : une augmentation de L entraîne une diminution de la rigidité au gauchissement $E I_w / L^2$.
- ✚ La section transversale de la poutre étant gardée constante, le moment critique élastique $M_{y,cr}$ diminue lorsque le rapport de la hauteur à la largeur (h / b_f) augmente.
- ✚ On peut observer que l'augmentation de $M_{y,cr}$ suit de façon à peu près linéaire l'augmentation d'une quelconque des caractéristique de section. Les effets de I_t et I_w sont presque similaires, mais inférieurs à ceux de I_z .
- ✚ Le moment critique de déversement élastique M_{cr} augmente en augmentant la restrainte à la flexion latérale qui est présentée par le coefficient K_ψ , ou la restrainte à la torsion qui est présentée par le coefficient K_θ . On peut encore dire que la stabilité de la poutre peut être améliorée en augmentant le degré de restrainte à la flexion latérale ou à la torsion.
- ✚ On peut conclure aussi que la variation du moment critique est très considérable vis-à-vis d'une restrainte à la flexion latérale ou à la torsion et ceci par rapport aux deux cas extrêmes des restraints, bloquées et libres.

Conclusions générales et perspectives

L'un des facteurs essentiels affectant considérablement la stabilité au flambement latéral des poutres fléchies et par conséquent le moment critique de déversement élastique et celui des maintiens à la flexion latérale et à la torsion.

Pour évaluer correctement le moment ultime de déversement élastique des poutres fléchies, la majorité des codes de calculs, exigent la détermination du moment critique de déversement élastique M_{cr} . *L'EUROCODE 3* présente une formule dite des trois facteurs qui permet d'évaluer le moment critique élastique d'une poutre soumise à n'importe quel type de sollicitation.

Ce travail a pour objet de présenter les degrés d'influence des maintiens latéraux intermédiaires, des restraints à la flexion latérale, à la torsion, au gauchissement ainsi que l'effet de certains paramètres sur la stabilité des poutres. Une étude des effets des propriétés géométriques de la section, de point de vue application de la charge et la dissymétrie de la section est incluse dans notre travail.

A l'issue de cette étude, on a pu divulguer les points suivants :

- ✓ Pour augmenter la valeur de la charge critique de déversement ; et par conséquent améliorer la stabilité de la poutre, on doit soit utiliser une section importante de la poutre, soit disposer des maintiens intermédiaires latéraux (solution en général économique). Théoriquement, ces appuis doivent être conçus de manière à empêcher tout déplacement latéral ou torsion de la section correspondante. En pratique, on se contentera souvent d'empêcher le déplacement latéral de la semelle comprimée.
- ✓ Les maintiens latéraux uniques les plus efficaces sont ceux qui sont placés à mi-portée de la poutre. Cependant, pour le cas de deux maintiens latéraux placés respectivement à $1/3$ et $2/3$ de la portée ne semblent pas correspondre à la solution la plus efficace, et les positions $4/10$ et $6/10$ de la portée sont avérées correspondre à la position optimale.

Conclusions générale et perspective

- ✓ Le moment critique de déversement élastique augmente en augmentant la restrainte à la flexion latérale qui est présentée par le coefficient K_v , ou la restrainte à la torsion qui est représentée par le coefficient K_θ . On peut encore dire que la stabilité de la poutre peut être améliorée en augmentant le degré de restrainte à la flexion latérale ou à la torsion.
- ✓ Une charge placée au-dessus du centre de cisaillement contribue à la déstabilisation de la poutre au cours du déversement, alors qu'une charge appliquée à un niveau au-dessous du centre de cisaillement possède un effet stabilisateur.
- ✓ La sensibilité au déversement augmente avec la longueur L de la poutre.

Nos perspectives pour des travaux futurs peuvent être résumées comme suite :

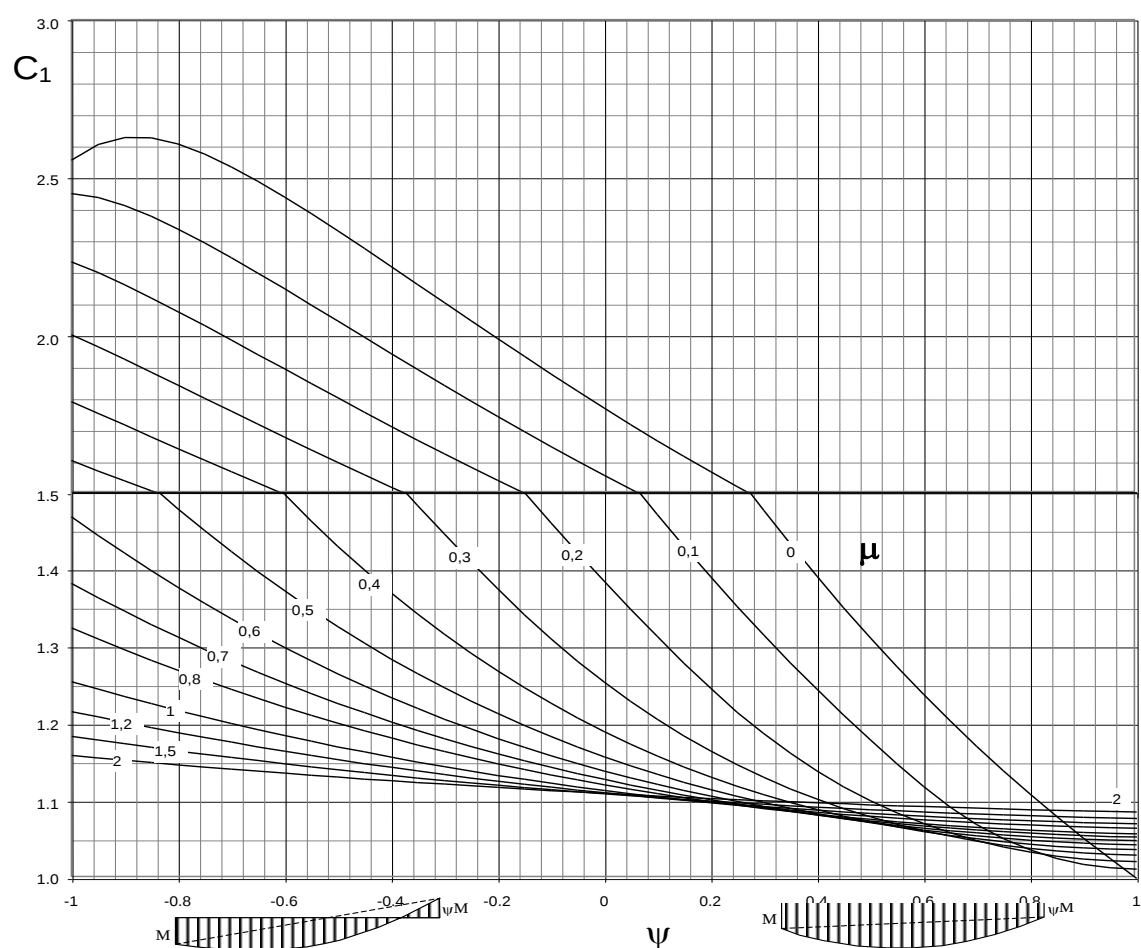
- ✚ Développement de modèles mathématiques pour l'évaluation des coefficients de maintiens latéraux. Ces coefficients qui seront introduits dans la formule de calcul du moment critique de déversement donnée par l'Eurocode 3 et doivent représenter de manière assez précise la réalité.
- ✚ Modélisation numérique d'un type d'attache bien précis correspondant à une restrainte partielle et validation du modèle analytique proposé.

Bibliographie

- [1] **AFNOR.P22-701-** (2010), « Règle de calcul des constructions en acier » CM66.
- [2] **Brozzetti.M.** ENV 1993-1-1, Eurocode3, « Calcul des structures en acier ». Décembre2005.
- [3] **CECA projet 7210-PR 183.** (1999-2002), « Déversement des poutres en acier ». Un partenariat international (Université de liège-département M & S.Belgique)
- [4] **Clack jw.and hill H.N.** (1960), « lateral buckling of beams », Vol.86, issue 7, Proceedings ASCE structural division.
- [5] **Djalaly H.** 1974, « Calcul de la résistance ultime au déversement ». Revue de la construction métallique.Vol.11, no.11 et 4, pp.58-77 et 54-61.
- [6] **Design Guide**, 7210-PR 183(1999-2002), FR-Book 2- Chapitre2 « The Phenomenon of Lateral Torsional Buckling». Projet de recherché Europeen.
- [7] **Design Guide**, 7210-PR 183(1999-2002), FR-Book 2- Chapitre3 « Determination of the Elastic Critical Lateral Torsional Buckling Moment». Projet de recherché Europeen.
- [8] **Design Guide**, 7210-PR 183(1999-2002), FR-Book 2- Chapitre4 « Moment Resistance to Lateral Torsional Buckling». Projet de recherché Europeen.
- [9] **ECSC Steel RTD Programme.** N° 7210-PR-183 (1999-2002). « Lateral Torsional Buckling In Steel And Composite Beams ». Rapport technique final.

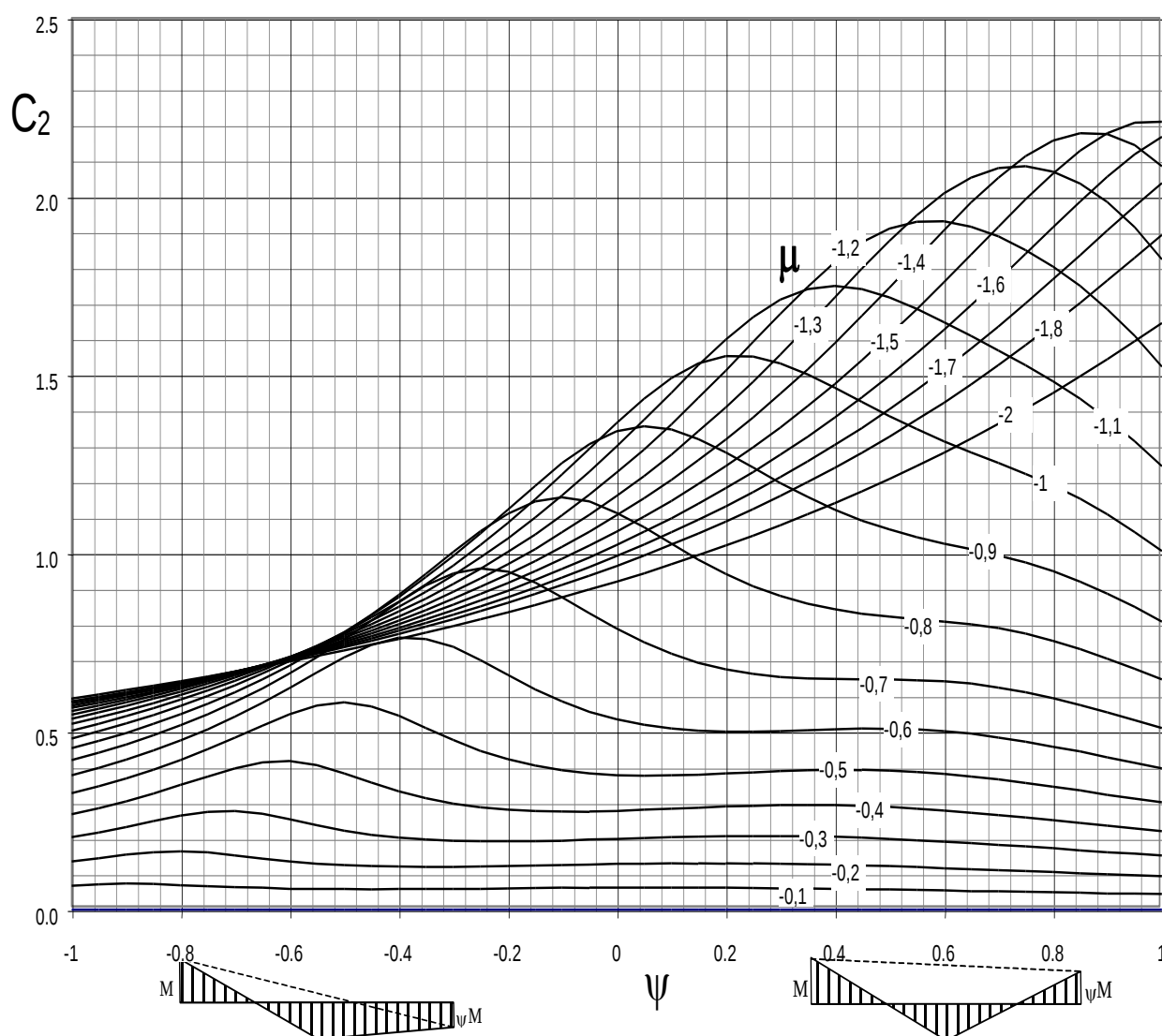
- [10] **Eurocode3, ENV 1993-1-1. (1992).** « Design of Steel Structures: General Rules and Rules for Buildings». European committee for standardization. Brussels.
- [11] **Jacques Dehord.Ir.** (2009), « MA1-Cours de charpentes métalliques, Les élément fléchis ». Deh 2009
- [12] **Jean moral. (2005),** « Calcul des structures métallique selon L'Eurocode 3 » Eyrolles.
- [13] **João Tomás Mello & Silva.**(October 2013), Master Thesis, « I-Steel beams under tension: Lateral torsional buckling, behaviour and design »Lisboa, Portugal.
- [14] **Manfred Hirt Rolf Bez.** (avril1994), « Construction métallique, Notation fondamentale et méthode de dimensionnement », Volume10, Traité de génie civil de l'école polytechnique de Lausanne, Suisse.
- [15] **D. Mateescu1, V. Ungureanu1.** (October 1989), « Lateral- torsional buckling of steel beams » Romania academy,Timisoara Branche, Laboratory of steel strustures, M. Viteazul24,Timisoara, Romania.
- [16] **Raphaël Thiébaud.** (2014), « Résistance au déversement des poutres métalliques de pont » école polytechnique fédérale de Lausanne présentée 2014. Mémoire de master.

ANNEXE A



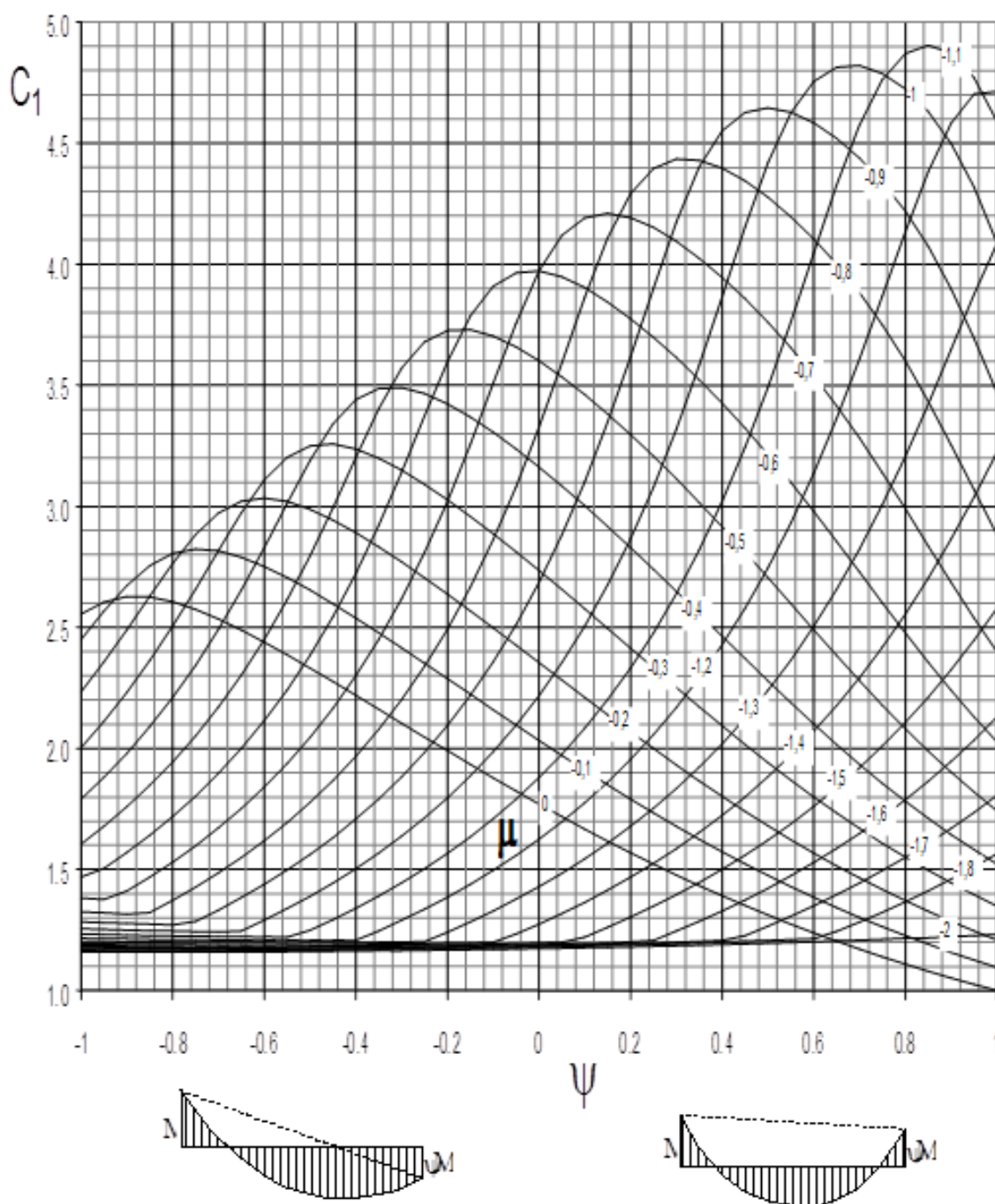
Abaque de facteur C_1 ($\mu > 0$) pour une charge uniformément répartie avec deux moments en extrémités.

ANNEXE A



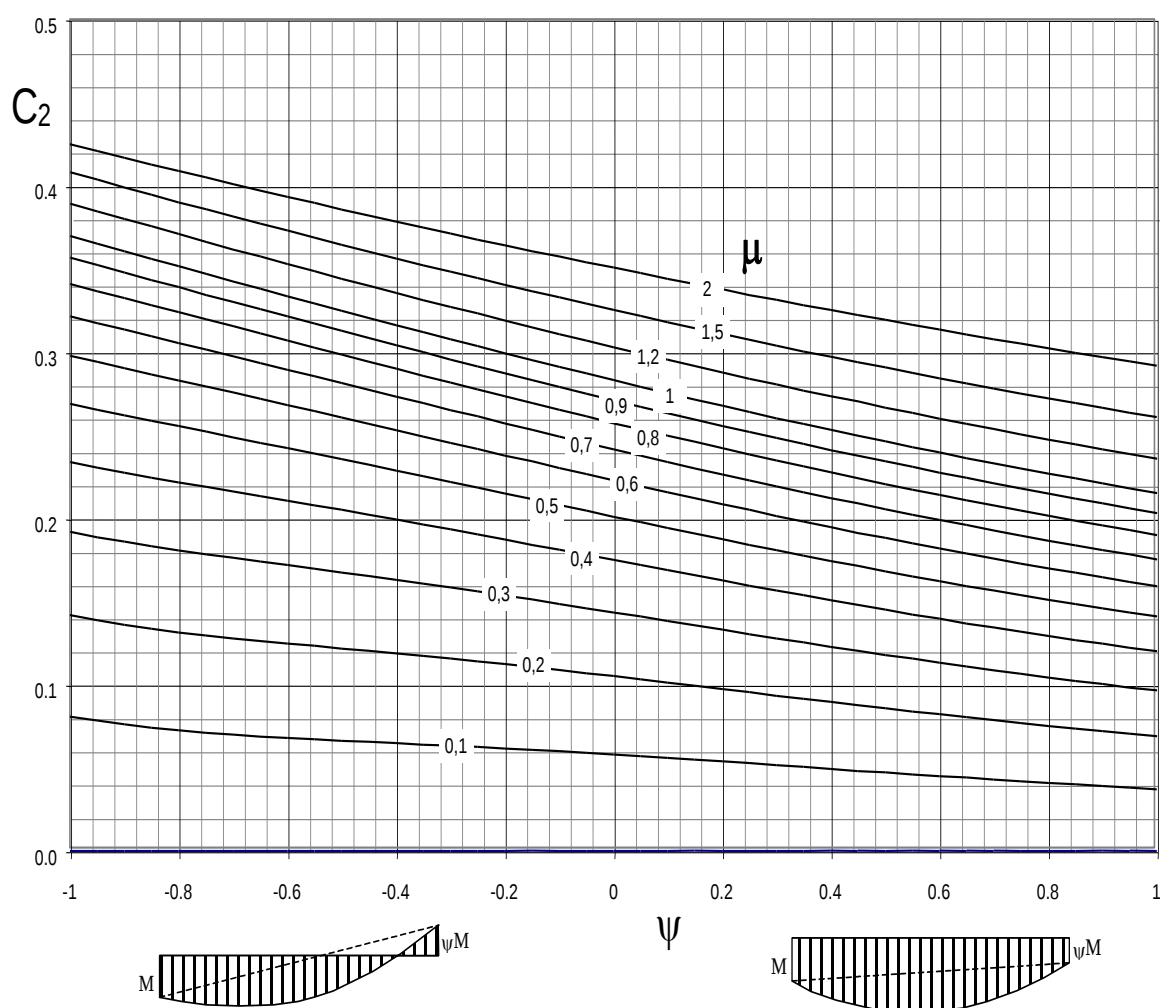
Abaque de facteur C_2 ($\mu < 0$) pour une charge uniformément répartie avec deux moments en extrémités.

ANNEXE A



Abaque de facteur C_1 ($\mu < 0$) pour une charge uniformément répartie avec deux moments en extrémités.

ANNEXE A



Abaque de facteur C_2 ($\mu > 0$) pour une charge uniformément répartie avec deux moments en extrémités.

Présentation de logiciel LTBeam version 1.0.11 :

Dans le cadre d'un récent projet de recherche européenne un logiciel dédié à la résolution de problème de déversement de poutre droit a été développé LTBeam ce logiciel utilise une technique de discrétisation éléments de poutres et résout le problème spécifique des valeurs probres.LTBeam rend possible l'étude de diverses condition d'appui aux extrémités de diverse conditions de maintien latéral intermédiaire (maintien ponctuel ou continu ; maintien total ou maintien élastique au niveau du centre de cisaillement ou non.....etc.) et de diverse conditions de chargement (s'appliquant au niveau du centre de cisaillement ou non). Bien que l'interface-utilisateur du logiciel soit davantage consacrée aux poutres uniformes, il est également possible d'étudier n'importe quelle section transversale. Ce logiciel permet de traiter un éventail très large de cas de supports en déversement (maintiens ponctuels ou répartis, au centre de gravité des sections ou en dehors, maintiens rigides ou élastiques,...) et de chargement (appliqué ou non au centre de gravité des sections). Ce logiciel a été validé avec succès par comparaison avec des résultats tirés de la littérature spécialisée ou obtenus par simulations numériques réalisées par divers partenaires européens sur différents codes par éléments finis (ANSYS, FINELG, ABAQUS, ...).Il n'est pas dans l'objet de cette note technique de détailler les bases du logiciel **LTBEAM** auxquelles un article spécifique pourrait être consacré, mais on précise ici que la modélisation du comportement de la poutre y fait appel à la technique des éléments finis de type «tronçon de poutre» (donc à 2 noeuds), ce qui impose une discrétisation de la poutre en un certain nombre de petits éléments. Les composantes de déplacement –les *degrés de liberté* – prises en compte à chaque noeud ainsi créé sont essentiellement :

-  le déplacement latéral
-  la rotation de torsion
-  la rotation de flexion latérale,
-  et le gauchissement.

ANNEXE B



Logiciel *LTBeam*.

LTBeam est un logiciel utilisé dans le domaine du calcul des structure en acier .il a été développé au CTICM dans le cadre d'un projet de recherche européen partiellement financé par le CECA communauté Européenne pour le charbon et l'acier , et achevé en 2002.il s'agit du projet « Déversement des poutres en acier et mixte acier-béton »

L'objectif de logiciel LTBeam :

LTBeam est un logiciel qui traite le déversement élastique des poutres (en anglais : lateral torsional buckling of beams) soumise à une flexion dans leur plan de forte inertie.

Le déversement est un phénomène d'instabilité qui apparait lorsque la flexion atteint un niveau critique. Il génère soudainement et simultanément une déformation latérale de flexion et une rotation longitudinale de torsion le long de la portion non maintenue latéralement de la poutre.

ANNEXE B

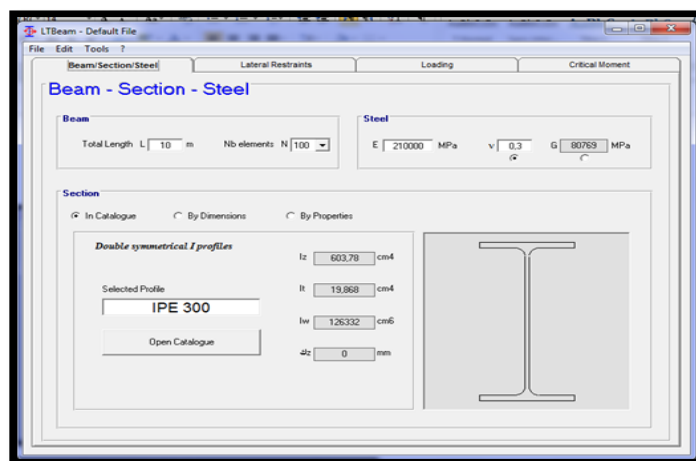
Le contenu :

LTBeam détermine le moment critique M_{cr} de déversement élastique et procure des informations utiles sur la déformée d'instabilité (mode propre de déversement) pour des conditions de chargement et de maintien latérale variée. M_{cr} est un paramètre généralement requis dans les règles de calcul pour la vérification de la résistance des barres de déversement. Le logiciel peut être utilisé dans le cas des poutres à simple travée ou continues sur plusieurs appuis, soumise à une flexion simple dans leur plan de forte inertie à sections transversales bi-symétriques ou mono-symétriques par rapport au plan de flexion.

Les maintiens latéraux vis-à-vis du déversement peuvent être ponctuels ou continus, rigides ou élastique, et peuvent concerner le déplacement latéral la rotation de torsion ; la rotation de flexion latérale et le gauchissement. Les charges peuvent être appliquées et les maintiens latéraux peuvent agir au –dessous au- dessus du centre de cisaillement des sections transversales. LTBeam a été conçu pour traiter des poutres en acier, mais d'autres matériaux peuvent être utilisés à condition que les propriétés appropriées soient introduites en données, et que le modèle leur soit applicable.

Les étapes de détermination du moment critique de déversement à partir du Logiciel LTBeam :

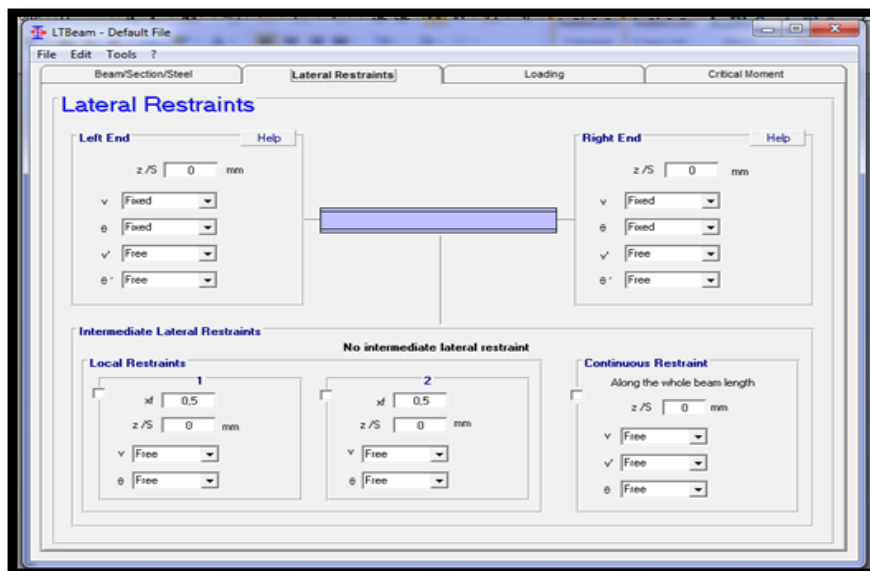
Définition de type du section :



Le profil (le type de section).

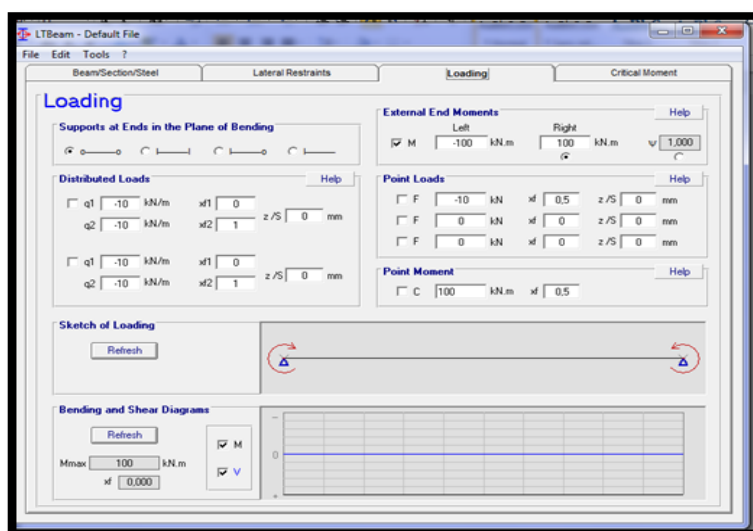
ANNEXE B

✚ Définition des maintiens latéraux :



La position du maintien latéral.

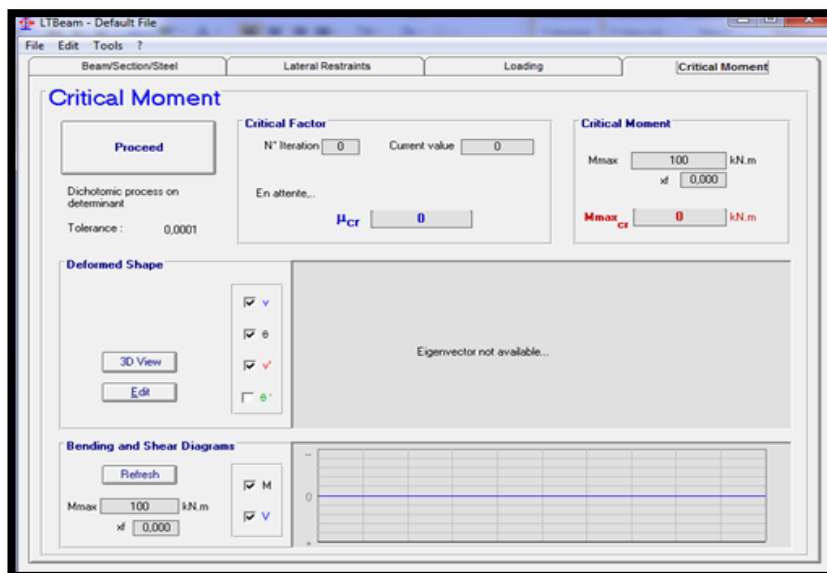
✚ Définition de chargement :



Le type de chargement.

ANNEXE B

Calcul du moment critique :

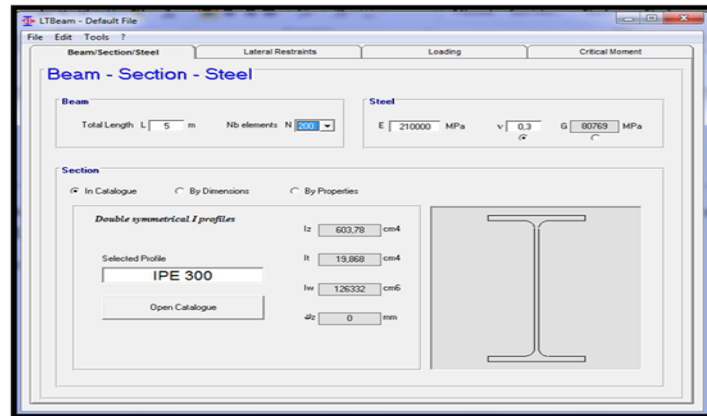


Le moment critique de déversement élastique.

*Exemple de l'évaluation du moment critique d'une poutre maintenue latéralement en utilisant **LTBeam**:*

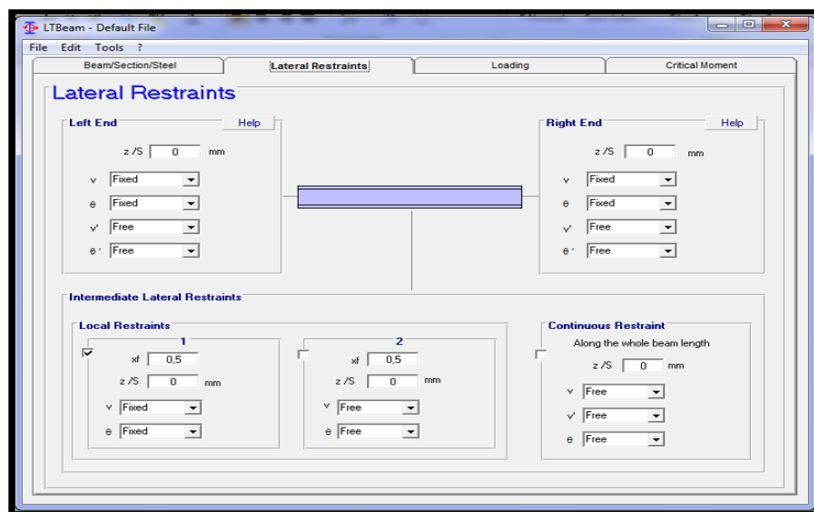
- Les données :
- ✓ Le profil
- La longueur 5m.
- Nombre d'élément 200.
- Le profil IPE300.

ANNEXE B



Le type de profil.

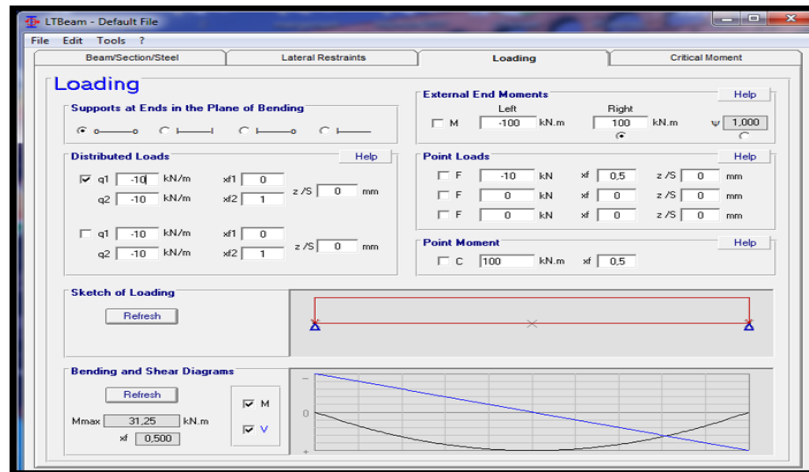
- ✓ Le type et la position des maintiens latéraux :
- Appuis à fourche.
- Un maintien latéral au milieu de la poutre.
- X_f est le rapport entre les distances de maintien latéral et la longueur de la poutre.
- Z/S est le rapport entre les distances de maintien latéral et le centre de cisaillement.



Le type de maintien latéral.

- ✓ Le type de chargement :
- Une charge uniformément répartie $Q = -10$ KN/m

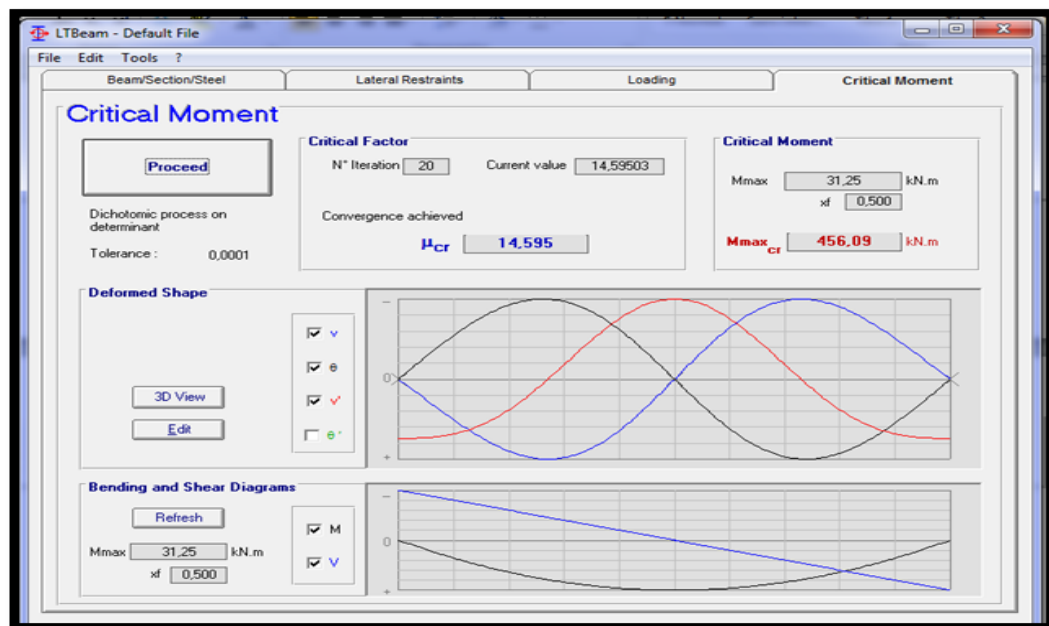
ANNEXE B



Le type de chargement.

✓ Le moment critique M_{cr} :

$$M_{cr} = 456.09 \text{ KN.m}$$

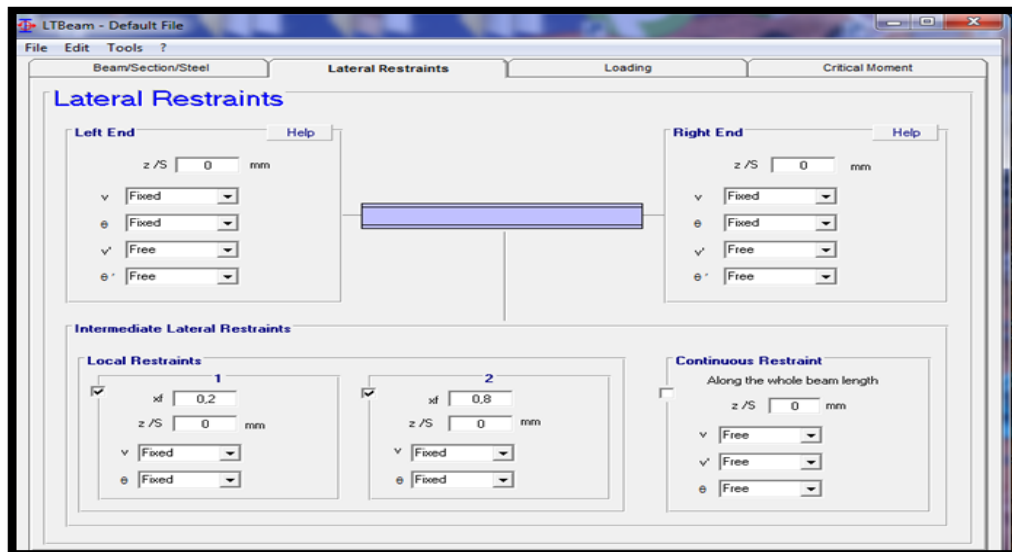


La valeur de moment critique de déversement élastique.

✓ Le même exemple avec des maintiens latéraux (deux maintiens latéraux

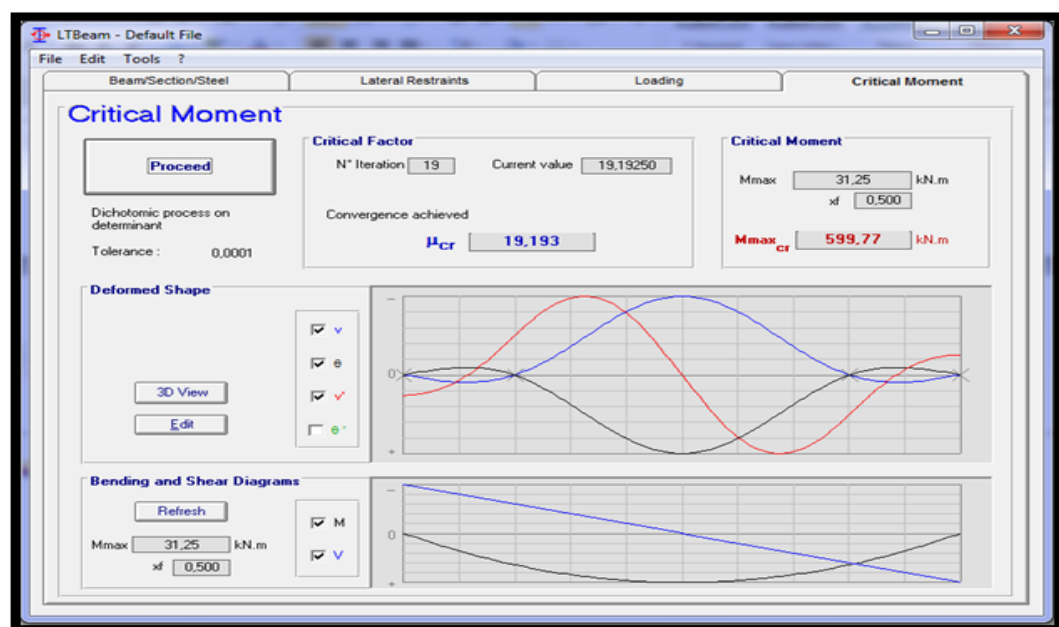
$$X=0.2\text{m} \text{ et } X=0.8\text{m}).$$

ANNEXE B



La position des maintiens latéraux.

✚ La valeur du moment critique $M_{cr} = 599.77 \text{ KN.m}$



valeur du moment critique de déversement élastique.