



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULTE : GENIE CIVIL ET ARCHITECTURE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

MEMOIRE DE MASTER

Présenté par

BABAALI Smail & BENDINE Imane

DOMAINE : Sciences et Technologies

FILIERE : Génie Civil

OPTION : Structures

Thème

ANALYSE DU COMPORTEMENT FLEXIONNEL DES POUTRES EN BETON ARME SELON LES GUIDES ACI -EUROCODE – CBA

Soutenu le: 19/09/2018

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	Qualité
Mr. Merah. A	M.C.A	Président
Mme. Bellakehal. H	M.C.A	Examinatrice
Mr. Zaidi. A	Pr.	Encadreur
Mme. Benmiloud. M	M.A.A	Co-Encadreur

Promotion : septembre-2018

REMERCIEMENTS

Au premier lieu nos remerciements vont pour le Dieu tout puissant
Et tout d'abord, nous tenons à remercier nos chers parents pour leurs soutiens et leurs sacrifices.

Nous tenons à remercier vivement tous ceux qui nous ont aidés à élaborer ce travail et en particulier notre encadreur **Mr Ali ZAIDI** et bien sur notre Co-encadreur **Mme Meriem BENMILOUD** pour leurs aides et leurs orientations précieuses.

Nous tenons également à remercier les membres du jury, pour l'honneur qu'ils nous ont accordé, en acceptant de juger notre travail.

Nous remercions aussi l'ensemble des enseignants de département de Génie Civil qui ont contribué à notre formation.

Que tous ceux au celles qui nous ont apportés leur soutien et qui nous ont aidés de près ou de loin pour l'achèvement de ce projet trouvent ici l'expression de notre vive et sincère reconnaissance, en particulier nos familles et nos amis.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- *Mes chers parents, qui m'ont toujours encouragé e à soutenu dans mes études.*
- *À mes chers frère et sœurs : Je vous remercie pour l'encouragement que vous m'avez accordé. Je vous souhaite tout le bonheur que vous méritez.*
- *Tous les enseignants qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite.*
- *Mes chers amis l'équipe FARRAH.*

Smail

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- *À mes chers parents : Que nulle dédicace ne puisse exprimer ce que je leurs dois, pour leur bienveillance, leur affection et leur soutien trésors de bonté, de générosité et de tendresse, en témoignage de mon profond amour et ma grande reconnaissance « Que Dieu vous garde ». Tous les enseignants qui m'ont dirigé vers la porte de la réussite.*
- *À mes chers frère et sœurs : Je vous remercie pour l'encouragement que vous m'avez accordé. Je vous souhaite tout le bonheur que vous méritez.*
- *À mon marie et mon fils : Vous occupez une place particulière dans mon cœur, je vous dirais tous simplement « je vous aime ».*
- *À tous ma famille : En témoignage de respect et de l'affection que je porte envers vous, je passés ensemble, je vous souhaitant un brillant avenir.*
- *À mon binôme : Pour ton aide et ton soutien moral durant l'élaboration du travail de fin d'études.*

Imane

RESUME

- les propriétés des matériaux utilisées et les conditions climatiques du milieu environnant qui sont différents d'un pays à un autre, peuvent modifier certains paramètres qui ils vont être celles qui ils vont créer la différence dans les calculs à la flexion.

C'est pour ça, on entame cette étude comparative de calculs à la flexion en considérant les trois règlements :

- Les guides américains ACI 318-08.
- Les normes européennes EUROCODE (NF EN 1992-1-1).
- Le code Algérien CBA.93.

Dans cette étude comparative on analyse en profondeur les différents paramètres de calculs justificatifs de résistance en flexion tout en mettant en relief les points concordants entre les trois codes considérés et les différences marquantes dans leur approche respective.

Les résultats obtenus permettent de conclure par des propositions comme contribution pour une éventuelle révision du code algérien CBA.

Mots clés : ACI, CBA, EUROCODES, comparative, flexion, résistance.

ABSTRACT

- The properties of materials used and the environmental conditions which are different from one country to another can change certain parameters influencing the flexural strength of reinforced concrete structures.

For these reasons this comparative study is carried out on flexural behavior of concrete structures reinforced with steel bars considering the three codes:

- American ACI 318-08.
- European EUROCODE (NF EN 1992-1-1).
- Algerian CBA.93.

In this comparative study we analyze in depth the different parameters of flexural design of steel bars reinforced concrete structures with highlighting the concordance points between the three codes considered and the difference in their approach respectively.

The results obtained permit to conclude with proposed suggestions as a contribution for an eventual revision of the Algerian code CBA.

Keys words: ACI, CBA, EUROCODES, comparative, flexural, strength.

ملخص

- إن خصائص المواد المستخدمة والظروف المناخية للوسط المحيط و المتغيرة من دولة إلى أخرى، من الممكن أن تحدث عدة تغيرات في بعض العوامل التي تعد السبب في إحداث الفارق في الحسابات عند الانحناء. ولهذا نقوم بدراسة مقارنة للحسابات عند الانحناء حسب القوانين الثلاثة التالية:

- القانون الأمريكي (ACI 318-08).

- القانون الأوروبي (EUROCODENF EN 1992-1-1).

- القانون الجزائري (CBA.93).

في دراسة المقارنة هذه نقوم بتحليل معمق لمختلف العوامل الخاصة بحساب الانحناء في الهياكل الخرسانية المسلحة بالحديد (الاجهادات، الانحناء، والتسليح... الخ) مع إبراز نقاط التشابه و الاختلاف بين الثلاث قوانين. هذه النتائج تسمح بالخروج باقتراحات كمساهمة لمراجعة القانون الجزائري في هذا المجال (CBA).

الكلمات المفتاح: الإجهاد، الانحناء، ACI، EUROCODE، CBA ، مقارنة.

LISTE DES FIGURES

Figure	Titre de figure	Page
CHAPITRE II MATERIAUX ET LEURS CARACTERISTIQUES		
Figure II.1	Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon ACI	12
Figure II.2	Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon EUROCODE	12
Figure II.3	Diagramme contraintes- déformations d'acier	20
Figure II.4	Diagrammes contrainte-déformation d'aciers de béton armé Type Acier laminé à chaud	19
Figure II.5	Diagrammes contrainte-déformation d'aciers de béton armé Type Acier profilé à froid	20
Figure II.6	Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier	20
Figure II.7	Diagramme contrainte – déformation de béton à ELU	23
CHAPITRE IV RESISTANCE DES SECTIONS A LA FLEXION SIMPLE		
Figure IV.1	Méthode de calcul au états limite ultime	33
Figure IV.2	Méthode de calcul au états limite de service	33
Figure IV.3	Une poutre soumise à une force concentrée avant sa déformation	34
Figure IV.4	Une poutre soumise à une force après déformation	35
Figure IV.5	Un élément de poutre fléchié	35
Figure IV.6	Diagramme de contraintes normales	36
Figure IV.7	Diagramme de distribution des contraintes	37
Figure IV.8	Diagramme de déformations	37
Figure IV.9	Diagramme de contrainte et déformation à l'état de déformations équilibrées	38

Figure IV.10	La distribution des déformations selon les 3 modes	39
Figure IV.11	La variation de ϕ en fonction de c/d	41
Figure IV.12	Section rectangulaire avec armatures comprimées	42
Figure IV.13	Diagramme des déformations d'une section passe par l'un des trois pivots A, B ou C	43
Figure IV.14	Diagramme contrainte-déformation rectangulaire simplifié	44
Figure IV.15	Valeurs de d , en fonction de déformation	45
Figure IV.16	Section avec armatures comprimées	47
Figure IV.17	Diagramme des déformations de la section passe par le pivot B	47
Figure IV.18	Etat-limite ultime au pivot A	49
Figure IV.19	Etat-limite ultime au pivot B	49
Figure IV.20	Etat-limite ultime avec $\epsilon_{bc} = 3,5\%$ et $\epsilon_s = \epsilon_{se}$	50
Figure IV.21	Positions particulières de l'axe neutre	51
Figure IV.22	Diagrammes contrainte-déformation parabole-rectangle et rectangulaire simplifié	52
Figure IV.23	Section en béton armé à l'équilibre	52
Figure IV.24	Section avec armatures comprimées	54
Figure IV.25	Disposition des armatures de peau pour les poutres de $h > 91$ cm	55
Figure IV.26	Section avec armatures tendues (EUROCODE)	59
Figure IV.27	Section avec armatures comprimées	60
Figure IV.28	Diagramme des déformations à l'état limite de service	60
Figure IV.29	Section avec armatures tendues	65

Figure IV.30	Diagramme de contraintes limites d'acier et de béton à l'ELS	67
--------------	--	----

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Titre de tableau	Page
CHAPITRE II MATERIAUX ET LEURS CARACTERISTIQUES		
Tableau II.1	Facteur de modification pour l'écart-type de l'échantillon lorsque moins de 30 tests sont disponibles	9
Tableau II.2	Force de compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un échantillon écart-type	9
Tableau II.3	Force de compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un échantillon écart-type	15
CHAPITRE III ACTIONS ET SOLLICITATION		
Tableau III.1	Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi}	27
Tableau III.2	Valeurs des coefficients de réduction ψ en fonction des catégories	31
CHAPITRE IV RESISTANCE DES SECTIONS A LA FLEXION SIMPLE		
Tableau IV.1	Caractéristiques des aciers, valeurs α_{limite} et μ_{limite}	50
Tableau IV.2	Valeurs du coefficient α	50
Tableau IV.3	Hauteur minimale des poutres en béton armé, pour être dispensé de la vérification de la flèche	55
Tableau IV.4	Valeurs limites des flèches	57
Tableau IV.5	Valeurs recommandées de w_{max} (mm)	61
Tableau IV.6	Diamètre maximal ϕ_s : des barres pour la maîtrise de la fissuration	61
CHAPITRE V COMPARAISON DES CALCULS JUSTIFICATIFS D'ELEMENTS FLECHIS		
Tableau V.1	Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques de béton	69

Tableau V.2	Comparaison des diagrammes contraintes - déformations réel de béton	71
Tableau V.3	Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques d'acier	73
Tableau V.4	Comparaison des diagrammes contraintes - déformations de l'acier	74
Tableau V.5	Comparaison des contraintes admissibles de béton	75
Tableau V.6	Comparaison des contraintes admissibles d'acier	76
Tableau V.7	Comparaison des Combinaisons à l'ELU	77
Tableau V.8	Comparaison des Combinaisons à l'ELS	78
Tableau V.9	Comparaison des hypothèses du calcul	79
Tableau V.10	Comparaison des sections d'armatures minimales	80
Tableau V.11	Comparaison des résultats d'exemple de section d'armatures minimales	80
Tableau V.12	Comparaison des formules de calcul des armatures des sections en béton sans armatures comprimées	81
Tableau V.13	Comparaison des formules de calcul des armatures des sections de béton avec armatures comprimées	82
Tableau V.14	Comparaison des formules de vérification des contraintes et Fissures	82
Tableau V.15	Comparaison des formules de la flèche	83
Tableau V.16	Comparaison de la flèche limite	84
CHAPITRE VI EXEMPLE D'APPLICATION		
Tableau VI.1	Comparaison des résultats d'exemple	93

Notation

1) Notation relative au code ACI :

A_c	: aire d'une section de béton.
A_s	: aire de l'armature tendue.
A'_s	: aire de l'armature comprimée.
$A_{s,min}$	: aire minimale de l'armature tendue.
D	: Actions dues au charges permanentes.
b	: largeur de la section de la poutre.
d	: distance entre la fibre extrême comprimée et le centre de gravité de l'armature longitudinal tendue.
E	: Actions dues au séisme
E_c	: module d'élasticité du béton.
E_s	: module d'élasticité de l'armature.
F	: Charge variable due Pression d'un liquide.
f'_c	: résistance à la compression spécifiée du béton.
f_r	: module de rupture du béton.
f_s	: la contrainte ou armatures le plus près de la face tendue à l'état limite de service.
f_y	: limite d'élasticité spécifiée de l'armature.
H	: Charge variable due poussée des terres.
h	: hauteur ou épaisseur la section de la poutre.
I	: moment d'inertie de la section autour du centre de gravité.
I_{cr}	: moment d'inertie de la section homogène réduit.
I_e	: moment d'inertie efficace.
I_g	: moment d'inertie de la section de béton seul .
L	: Charge variable d'exploitation
L_r	Charge variable due au toiture

M_a	: moment maximal auquel l'élément est soumis à la phase de chargement pour lequel on calcul la flèche en service.
M_{cr}	: moment de fissuration.
M_R	: résistance au moment pondérée.
R	: charges variables de la pluie.
S	: charges variables de la neige.
W	: charges variables due au vent.
β_1	: rapport de la profondeur d'un bloc comprimé à la profondeur de l'axe neutre.
γ_c	: masse volumique du béton.
ε_s	: déformation de l'armature.
λ	: coefficient tenant compte du béton léger.
ρ	: taux d'armature tendue non précontrainte, égal à A_s / bd .
ρ'	: taux d'armature comprimée, égal à A'_s / bd .
σ	: contrainte normale efficace.
ϕ	: facteur qui dépend de type d'acier et la valeur de c et d .

2) Notation relative au code EUROCODE :

A_s	: Aire d'une section d'acier.
B	: Aire d'une section de béton.
$E_{c, eff}$	: Module d'élasticité effectif du béton.
E_{cd}	: Valeur de calcul du module d'élasticité du béton
E_s	: Valeur de calcul du module d'élasticité de l'acier de béton armé.
E_b	: Module de déformation longitudinale du béton.
E_{fl}	: Module de déformation sous fluage.
E_i	: Module de déformation instantanée (E_{ij} à l'âge de j jours).
E_v	: Module de déformation différée (E_{ij} pour chargement appliqué à l'âge de j jours).
E_q	: Séisme.
F	: Force ou action en général.
G_k	: Valeur caractéristique d'une action permanente
I	: Moment d'inertie

L	: Longueur ou portée.
M	: Moment en général ; moment fléchissant en l'absence de l'indice T ou d'un double indice dissymétrique spécifiant la torsion.
M_f	: Moment de fissuration.
M_{ed}	: Valeur de calcul du moment fléchissant agissant
M_{ser}	: Moment de calcul de service ou d'utilisation.
M_T	: Moment de torsion (éventuellement) ou moment dû à la température.
Q_k	: Valeur caractéristique d'une action variable
b	: largeur ou épaisseur d'une section.
d	: Distances du barycentre d'armatures respectivement tendues (et comprimées) à la fibre extrême la plus comprimée.
f_{cd}	: Valeur de calcul de la résistance en compression du béton
f_{ck}	: Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours.
f_{cm}	: Valeur moyenne de la résistance en compression du béton, mesurée sur cylindre
f_{tk}	: Résistance caractéristique en traction de l'acier de béton armé.
f_y	: Limite d'élasticité de l'acier de béton armé.
f_{yd}	: Limite d'élasticité de calcul de l'acier de béton armé.
f_{yk}	: Limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé.
H	: Hauteur totale d'une section de béton armé.
i	: Initial ou instantané.
j	: âge de j jours.
k	: Coefficient en général.
$s_{r,max}$	: l'espacement maximal des fissures.
η	: Coefficient d'équivalence acier-béton
u	: Ultime.
v	: A long terme.
α_e	: est le rapport E_s/E_{cm}
γ	: Coefficient partiel de sécurité défini dans les Directives Communes.
ε	: Déformation relative (ε_b pour le béton, ε_r pour le retrait de béton, ε_s pour l'acier)
ε_{c1}	: Déformation relative en compression du béton au pic de contrainte f_c .

ε_{cu}	: Déformation relative ultime du béton en compression.
ε_{cd}	: Déformation due au retrait de dessiccation.
ε_{ca}	: Déformation due au retrait endogène.
η	: Coefficient de fissuration relatif à une armature.
θ	: Température déviation angulaire ; coefficient sans dimension.
λ	: Elancement mécanique d'une pièce comprimée.
ν	: Coefficient de Poisson d'une structure en béton, coefficient sans dimension.
σ	: Contrainte normale en général ; indicée quand il y a lieu.
σ_c	: Contrainte de compression du béton.
σ_{s1}	: Contrainte de traction de l'acier.
σ_{s2}	: Contrainte de compression de l'acier.
φ	: Coefficient de fluage.

3) Notation relative au code CBA :

A_s	: Aire d'une section d'acier.
B	: Aire d'une section de béton.
E	: Module d'élasticité longitudinale.
E_s	: Module d'élasticité de l'acier.
E_b	: Module de déformation longitudinale du béton.
E_{fl}	: Module de déformation sous fluage.
E_i	: Module de déformation instantanée (E_{ij} à l'âge de j jours).
E_v	: Module de déformation différée (E_{ij} pour chargement appliqué à l'âge de j jours).
E_q	: Séisme.
F	: Force ou action en général.
G	: charges permanentes.
I	: Moment d'inertie
L	: Longueur ou portée.
M	: Moment en général ; moment fléchissant en l'absence de l'indice T ou d'un double indice dissymétrique spécifiant la torsion.
M_f	: Moment de fissuration.

M_G	: Moment fléchissant développé par les charges permanentes.
M_Q	: Moment fléchissant développé par une charge ou action variable.
M_u	: Moment de calcul ultime.
M_{ser}	: Moment de calcul de service ou d'utilisation.
M_T	: Moment de torsion (éventuellement) ou moment dû à la température.
Q	: Action ou charge variable.
Q_B	: Charge d'exploitation sur planchers de bâtiment.
S	: Moment statique, sollicitation quelconque (avec indices).
S_n	: Actions dues au neige.
W	: Actions dues au vent.
b	: béton, désigne une dimension transversale (largeur ou épaisseur d'une section).
b_o	: Epaisseur brute de l'âme d'une poutre.
b_n	: Epaisseur nette de l'âme d'une poutre.
d	: Distances du barycentre d'armatures respectivement tendues (et comprimées) à la fibre extrême la plus comprimée.
f	: Résistance d'un matériau, indicée quand il y a lieu ; flèche.
f_{cj}	: Résistance caractéristique à la compression du béton âgé de j jours.
f_{tj}	: Résistance caractéristique à la traction du béton âgé de j jours.
h	: Hauteur totale d'une section de béton armé.
i	: Initial ou instantané.
j	: âge de j jours.
k	: Coefficient en général.
n	: Coefficient d'équivalence acier-béton
u	: Ultime.
v	: A long terme.
α	: Angle d'une armature avec la fibre moyenne d'une pièce linéaire
γ	: Coefficient partiel de sécurité défini dans les Directives Communes.
ε	: Déformation relative (ε_b pour le béton, ε_r pour le retrait de béton, ε_s pour l'acier)
η	: Coefficient de fissuration relatif à une armature.
θ	: Température déviation angulaire ; coefficient sans dimension.

- λ : Elancement mécanique d'une pièce comprimée.
- ν : Coefficient de Poisson d'une structure en béton, coefficient sans dimension.
- σ : Contrainte normale en général ; indiquée quand il y a lieu.
- σ_{bc} : Contrainte de compression du béton.
- σ_{st} : Contrainte de traction de l'acier.
- σ_{sc} : Contrainte de compression de l'acier.
- φ : Coefficient de fluage.
- ψ : (avec indices) coefficients définis dans les Directives Communes.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I. INTRODUCTION GENERALE

I .1 Généralités.....	1
I.2 Objectif du mémoire	5
I.3 Organisation du mémoire.....	5

CHAPITRE II. MATERIAUX ET LEURS CARACTERISTIQUES

II.1 Béton.....	7
II.1.1 Composition de béton.....	7
II.1.2 Caractéristiques physiques et mécaniques.....	7
II.1.2.1 Densité.....	7
II.1.2.2 Coefficient d'expansion thermique.....	8
II.1.2.3 Résistance caractéristique à la compression.....	9
II.1.2.4 Résistance caractéristique à la traction.....	11
II.1.2.5 Diagramme de contrainte de déformation réel... ..	11
II.1.2.6 Module de déformation longitudinal.....	12
II.1.2.7 Déformation différés.....	13
II.1.2.8 Coefficient de poisson.....	16
II.2 Acier.....	17
II.2.1 Types d'aciers.....	17
II.2.2 Caractéristiques physiques et mécaniques	18
II.2.2.1 Densité.....	18
II.2.2.2 Coefficient d'expansion thermique.....	18
II.2.2.3 Diagramme contraintes– déformations réel.....	19
II.2.2.4 Module d'élasticité.....	21
II.2.2.5 Coefficient de Poisson.....	21
II.3 Contraintes admissibles	21
II.3.1 Contraintes admissibles de béton	21
II.3.2 Contraintes admissibles de l'acier	23

CHAPITRE III ACTIONS ET SOLLICITATIONS

III.1 Actions	25
III.2 Calcul des sollicitations	25
III.3 Combinaisons d'actions	26

III.3.1 Aux états limites ultimes (ELU)	26
III.3.1 Aux états limites de Service (ELS)	30
CHAPITRE IV. RESISTANCE DES SECTIONS A LA FLEXION SIMPLE	
IV.1 Philosophie d'états limites.....	32
IV.1.1 Théorie de l'élasticité "calcul aux contraintes admissibles" :.....	32
IV.1.2 Calcul au Etats limites	32
IV.1.2.1 Etat limite ultime (ELU)	33
IV.1.2.2 Etat limite de service (ELS)	34
IV.2 Introduction à la résistance des sections à la flexion simple.....	34
IV.2.1 Résistances des sections à la flexion simple aux états limites ultime (ELU).....	36
IV.2.1.1 Selon le code ACI.....	36
IV.2.1.2 Selon le code EUROCODE	43
IV.2.1.3 Selon le code CBA.....	48
IV.2.2 Résistances des sections à la flexion simple aux états limites de service (ELS).....	54
IV.2.2.1 Selon le code ACI.....	54
IV.2.2.2 Selon le code EUROCODE	58
IV.2.2.3 Selon le code CBA.....	64
CHAPITRE V. COMPARAISON DES CALCULS JUSTIFICATIFS D'ELEMENTS FLECHIS	
V.1 Introduction.....	69
V.2 Caractéristiques physiques et mécaniques.....	69
V.3 Contraintes admissibles.....	75
V.4 Action et sollicitations.....	76
V.5 Résistance des sections a la flexion simple.....	79
V.5.1 hypothèses du calcul.....	79
V.5.2 Armature minimale	80
V.5.3 Ferrailage des sections rectangulaires fléchis.....	81
V.5.4 Vérifications requises à l'E.L.S	82
V.5.4.1 Vérification des contraintes et fissurations	82
V.5.4.2 Contrôle de la flèche	83
V.5.4.3 Limite de la flèche.....	83
CHAPITRE VI. EXEMPLE D'APPLICATION	
VI.1 Le calcul selon le code ACI.....	85
VI.1 Le calcul selon le code EUROCODE.....	87

VI.1 Le calcul selon le code CBA.....	90
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	95
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	98
ANNEXE I	99
ANNEXE II	100
ANNEXE III	101
ANNEXE IV.....	102
ANNEXE V	102
ANNEXE VI	103
ANNEXE VII	103
ANNEXE VIII	104
ANNEXE IX	105
ANNEXE X	107
ANNEXE XI	108
ANNEXE XII	109
ANNEXE XIII	110
ANNEXE XIV	111
ANNEXE XV	112
ANNEXE XVI	113

I. INTRODUCTION GENERALE :

I.1 Généralités :

Le béton armé correspond à un mariage judicieux de matériaux aux caractéristiques complémentaires : l'acier pour sa capacité à résister aux contraintes de traction et le béton pour sa capacité à résister à la compression. Le béton étant lui-même un mélange intelligent de granulats (sable et gravier), de ciment (liant hydraulique) et d'eau et l'adjuvant (s'il 'est nécessaire).

I.1.2 Structures en béton armé :

Les structures en béton se rencontrent dans des applications très diverses, plusieurs sont en béton armé ou en béton précontraint alors que certaines sont en béton non armé.

Les structures en béton armé sont constituées de plusieurs éléments qui interagissent entre eux, particulièrement dû au monolithisme des structures de béton. Toutefois, même si la théorie les traite séparément, il faut tenir compte de leur interaction, il faut également assurer la ductilité de l'ensemble et tirer profit de l'hyperstaticité de la structure. Il importe d'éviter les ruptures fragiles et en cascade, on doit porter une attention particulière aux assemblages et au cheminement des efforts, tant dans la structure que d'un élément à l'autre. Les principaux types d'éléments que l'on trouve dans les bâtiments en béton sont : soit des éléments horizontaux comme les dalles et les poutres, soit des éléments verticaux comme les poteaux et les murs.

I.1.3 Choix d'une structure en béton armé :

Le choix du matériau, à savoir acier ou béton armé, précontraint ou non armé, ainsi que celui du système structural, relève généralement du concepteur, celui-ci choisit selon un ensemble de critères dont les principaux sont énumérés ci-après.

a- Avantages :

Les structures en béton possèdent de nombreux avantages dont les principaux peuvent se résumer ainsi :

- Facilite d'emploi, et de le mettre en place.
- Disponibilité des matériaux et de la main-d'œuvre.
- Grande variété de formes possible.
- Économies dues à l'emploi d'une main-d'œuvre non spécialisée pour plusieurs étapes de sa mise en œuvre.

- Résistance au feu : Les structures en béton armé offrent une protection de 1 à 3 heures sans ajout de matériaux de protection additionnels.
- La flexibilité : le haut degré d'élasticité en béton armé permet au matériau de se déformer sans se soucier des conséquences graves.
- Solidité et durabilité.

b- Inconvénients :

Malgré les nombreux avantages du béton, le choix de ce matériau s'accompagne de certains inconvénients tels que :

- Le poids élevé.
- Par rapport à l'acier, le béton armé a un taux de résistance à la compression faible. Le taux de résistance à la compression faible peut provoquer des fissures.
- La préparation du coffrage et de l'armature est chronophage.
- La modification de l'ouvrage une fois terminé est compliquée.

I.1.4 L'évolution des normes ACI, EUROCODE et CBA :**A) ACI (American Concrete Institute):**

En 1908 la convention inaugurale de l'Association nationale des utilisateurs de ciment (National Association of Cement Users) (NACU) fut fondée et Richard L. Humphey a été élu comme premier président. Entre 1910 et 1914 le premier "code du bâtiment" est apparu et le nom de l'association est changée en "American Concrete Institute".

Entre 1945 et 1949, le premier code ACI fut délivré, en 1983 les règles et les commentaires du code ACI apparurent côte à côte pour la première fois.

Evolution du code depuis son apparition est comme suit :

- 1908 NACU Report of the Committee on Laws and Ordinances
- 1910 NACU Standard No. 4 Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete
- 1920 American Concrete Institute Standard Specifications No. 23
- 1927 Reinforced Concrete Building Design and Specifications
- 1936 Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 501-36T)
- 1941 Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 318-41)
- 1947,1951,1956 Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-47) (ACI 318-51), (ACI 318-56)

- 1963,1971 Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63) (ACI 318-71)
- 1973-1974-1975-1976 Supplement to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)
- 1977- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77), his Commentary (ACI 318R-77)
- 1980- Supplement to: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77)
- 1983- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83), his Commentary (ACI 318R-83)
- 1986- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83) (Revised 1986)
- 1989- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89)
- 1992- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89) (Revised 1992)
- 1995-1999-2002-2005-2008 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95) (ACI 318R-99) (ACI 318R-02) (ACI 318R-05) (ACI 318R-08)

-Domaine d'application :

Le code est destiné à couvrir tous les bâtiments des types habituels, et les types d'ouvrages en béton armé.

B) EUROCODE (Norme Européenne) :

En 1975, la Commission des Communautés Européennes arrêta un programme d'actions dans le domaine de la construction. L'objectif du programme était l'élimination d'obstacles aux échanges et l'harmonisation des spécifications techniques.

Dans le cadre de ce programme d'actions, la Commission prit l'initiative d'établir un ensemble de règles techniques harmonisées pour le dimensionnement des ouvrages.

En 1989, la Commission et les États Membres de l'Union Européenne et de l'AELE (L'Association Européenne de Libre-Echange) décidèrent, sur la base d'un accord entre la Commission et le CEN (Comité Européen de Normalisation), de transférer au CEN, par une

série de Mandats, la préparation et la publication des Eurocodes, afin de leur donner par la suite un statut de normes européennes (EN).

Le programme des Eurocodes Structuraux comprend les normes suivantes, chacune étant, en général, constituée d'un certain nombre de Parties :

- EN 1990 Eurocode 0 : Bases de calcul des structures
- EN 1991 Eurocode 1 : Actions sur les structures
- EN 1992 Eurocode 2 : Calcul des structures en béton
- EN 1993 Eurocode 3 : Calcul des structures en acier
- EN 1994 Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton
- EN 1995 Eurocode 5 : Calcul des structures en bois
- EN 1996 Eurocode 6 : Calcul des structures en maçonnerie
- EN 1997 Eurocode 7 : Calcul géotechnique
- EN 1998 Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes
- EN 1999 Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium

Les normes Eurocodes reconnaissent la responsabilité des autorités réglementaires dans chaque État Membre et ont sauvegardé le droit de celles-ci de déterminer, au niveau national, des valeurs relatives aux questions réglementaires de sécurité, là où ces valeurs continuent à différer d'un État à l'autre.

-Domaine d'application des Eurocodes 2 :

L'Eurocode 2 s'applique au calcul des bâtiments et des ouvrages de génie civil en béton non armé, en béton armé ou en béton précontraint. Il est conforme aux principes et exigences de sécurité et d'aptitude au service des ouvrages et aux bases de calcul et de vérification données dans l'EN 1990 : Bases de calcul des structures.

L'Eurocode 2 ne traite que ce qui concerne les exigences de résistance mécanique, d'aptitude au service, de durabilité et de résistance au feu des structures en béton. Les autres exigences, celles relatives aux isolations thermiques et acoustiques, par exemple, ne sont pas abordées.

C) CBA (Règle de Conception et de Calcul des Structures en Béton Armé) :

Le CBA93 est inspiré également de l'EUROCODE dont il reprend les prescriptions essentielles concernant le béton armé.

C'est le premier règlement technique national en la matière et qui vient se substituer officiellement et définitivement à une pratique admise jusqu'à présent et qui consistait à

utiliser les règlements français existants à savoir le "C.C.B.A. 68" basé sur la théorie des "contraintes admissibles" (domaine élastique), et "le B.A.E.L 80, puis 83' qui était enseigné depuis une dizaine d'années dans les instituts de génie civil.

Dans une période de transition allant jusqu'au 31 Décembre 1996. Le C.B.A. 93 pourra concurremment être utilisé avec les autres règlements étrangers.

-Domaine d'application :

Les calculs sont applicables à tous les ouvrages et constructions en béton armé, soumis à des ambiances s'écartant peu des seules influences climatiques, et dont le béton est constitué de granulats naturels normaux, avec un dosage en ciment au moins égal à 300 kg/m³ de béton mis en œuvre.

Restent en dehors du domaine des présentes régies :

- les constructions en béton non armé.
- les constructions en béton constitué de granulats légers.
- les constructions en béton caverneux ou cellulaire ou mixtes acier- béton.
- les éléments soumis en service à des températures s'écartant sensiblement de celles qui résultent des seules influences climatiques.

I.2 Objectif du mémoire :

L'objectif principal de cette étude consiste à analyser le comportement à la flexion des poutres en béton armé selon les guides américains ACI, les normes européennes EUROCODES et le code Algérien CBA. Cette étude permet de mettre en relief les différences et les concordances éventuelles entre ces trois codes en termes de calculs justificatifs de résistance à la flexion des poutres en béton armé de barres d'acier. Les résultats de cette comparaison permettent d'enrichir la banque de données établie contribuant à la révision du code de béton Algérien CBA93.

I.3 Organisation du mémoire :

- Chapitre I :

Ce chapitre comprend des généralités sur le béton armé et des définitions des trois codes ACI, EUROCODE et CBA 93.

- Chapitre II :

Ce chapitre comporte l'étude des caractéristiques des matériaux, acier et béton, établies par les trois codes ACI, EUROCODE et CBA 93.

- Chapitre III :

Ce chapitre comprend une définition de Philosophie des états limites

- Chapitre IV :

Ce chapitre comporte l'étude des contraintes admissibles établis par les trois codes ACI, EUROCODE et CBA 93.

- Chapitre V :

Dans ce chapitre on analyse les actions et calcul des sollicitations et les combinaisons d'actions aux états limites ultimes (ELU) et aux états limites de service (ELS) selon les trois codes.

- Chapitre VI :

Ce chapitre est consacré à étudier les résistances des sections à la flexion et les calculs des ferraillages à l'ELU et à l'ELS selon les trois codes ACI, EUROCODE et CBA 93.

- Chapitre VII :

Ce chapitre présente une étude comparative entre les prescriptions réglementaires des codes considérés ACI, EUROCODE et CBA 93 pour les calculs à la flexion.

- Chapitre VIII :

Ce chapitre présente un exemple numérique suivi par les principales conclusions obtenues de cette étude, clôturées par des propositions et recommandations générales comme contribution pour une éventuelle révision du code Algérien (CBA).

II. MATERIAUX ET LEURS CARACTERISTIQUES

Ce chapitre comporte l'étude des caractéristiques des matériaux, acier et béton, établies par les trois codes ACI – EUROCODE et CBA.

II.1 Béton :

II.1.1 Composition de Béton :

L'étude de la composition d'un béton consiste à définir le mélange optimal de ces constituants (gravier, sable, ciment, l'eau, l'adjuvant (si nécessaire) afin de réaliser un béton dont les qualités soient celles recherchées.

Les méthodes actuellement connues aboutissent à des dosages volumétriques ou, de préférence, pondéraux. Le passage de l'un à l'autre pouvant se faire, si nécessaire, par la connaissance de la densité apparente des granulats en vrac, ces méthodes sont dites à « Granularité continue » Lorsque les granulats du plus petit grain de ciment de petit diamètre au plus gros grain des graviers, toutes les grosseurs intermédiaires sont représentées. Elle permet d'obtenir des bétons plus plastiques et de bonne ouvrabilité.

On dit par contre que l'on a une « Granularité discontinue » Lorsqu'on a un manque d'éléments intermédiaires. Elle conduit à des résistances en compression un peu supérieures grâce au maximum de gros éléments et minimum de sable présentant dans le béton.

II.1.1.1 Critères en fonction de la destination des bétons :

Les facteurs que sont à prendre en compte dans l'étude de la composition d'un béton sont nombreux. On peut distinguer quatre critères principaux qui doivent être retenus :

- ✓ Dimension maximale des granulats.
- ✓ Ouvrabilité.
- ✓ Résistance souhaitée.
- ✓ Agressivité du milieu ambiant.

II.1.2 Caractéristiques physiques et mécaniques :

II.1.2.1 Densité :

A) Selon le code ACI :

Le béton normal a une densité entre 2155 kg/m³ et 2555 kg/m³, et qui peut être prise comme 2315 jusqu'à 2400 kg/m³. (Article R2.2 ; Page 318-31 ACI 318-08).

B) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur pour la masse volumique des bétons normaux, mais juste pour les bétons de granulats légers dont la masse volumique est inférieure ou égale à 2200 kg/m³ et qui est constitué ou qui contient une certaine proportion de granulats légers naturels ou artificiels dont la masse volumique est inférieure à 2000 kg/m³. (Article 11.1.1, (4) Page 168 EN 1992-1-1:2004).

C) Selon le code CBA :

Selon le code CBA la densité de béton est prise égale à 2500 kg/m³. (Article A.3.1.2.1, CBA93).

II.1.2.2 Coefficient d'expansion thermique :

Une fluctuation de température peut provoquer des contraintes dans le béton qui finiront par fissurer le béton.

Pour calculer la dilatation d'un corps, on utilise les grandeurs suivantes :

$$\alpha = \left(\frac{\Delta L}{L} \right) \cdot \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{II.1})$$

ΔL = augmentation de la longueur de l'élément en m.

L = longueur de l'élément qui se dilate en m.

Δt = différence de température en °C.

α = coefficient de dilatation linéaire exprimé en 1/°C.

A) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de coefficient de dilatation.

B) Selon le code EUROCODE :

À défaut d'informations plus précises, le coefficient linéaire de dilatation thermique peut être pris égal à 10·10⁻⁶/°C. (Article 3.1.3, (5) Page 28 EN 1992-1-1:2004).

C) Selon le code CBA :

Les déformations linéaires à considérer entre les températures initiales moyennes au moment de la réalisation de l'ouvrage (généralement comprises entre +10°C et +25°C) et les températures extrêmes peuvent être évaluées en admettant forfaitairement un coefficient de dilatation du béton armé égale à 10·10⁻⁶/°C. (Article A.3.1.3.3, CBA93).

II.1.2.3. Résistance caractéristique à la compression :

A) Selon le code ACI :

Le béton est défini par sa résistance à la compression spécifiée f_c' et que ne doit pas être inférieur à 17.2 MPa, cette résistance est déduite d'essais effectuée à 28 jours d'âge sur des cylindres d'environ 15 x 30 cm (article 5.3.3.2. (d)); Page 318-69 ACI 318-08).

Lorsqu'on dispose d'une expérience antérieure portant sur les mêmes matériaux constitutifs et les mêmes conditions de fabrication que celle prévues, la résistance moyenne requise f_{cr}' est déterminée par des essais d'au moins 30 éprouvettes consécutives, de manière à respecter la condition. (article 5.5; Page 318-69 ACI 318-08).

$$f_c' \leq 34.5 \text{ MPa} \implies \max (f_{cr}' = f_c' + 1.34s_s ; f_{cr}' = f_c' + 2.33s_s - 3.45) \quad (\text{II.2})$$

$$f_c' > 34.5 \text{ MPa} \implies \max (f_{cr}' = f_c' + 1.34s_s ; f_{cr}' = 0.90f_c' + 2.33s_s) \quad (\text{II.3})$$

s_s = l'écart-type en [MPa]

Tableau II.1 L'écart-type de l'échantillon lorsque moins de 30 tests sont disponibles

Nombre des essais	S_s [Mpa]
15	$8 \cdot 10^{-3}$
20	$7.45 \cdot 10^{-3}$
25	$7.10 \cdot 10^{-3}$
30 et plus	$6.90 \cdot 10^{-3}$

Tableau II.2 Force de compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un échantillon écart-type

Nombre des essais
Moins de 15
$f_c' < 21 \text{ MPa} \quad f_{cr}' = f_c' + 6.90$ $21 \text{ MPa} \leq f_c' \leq 35 \text{ MPa} \quad f_{cr}' = f_c' + 8.27$ $f_c' > 35 \text{ MPa} \quad f_{cr}' = 1.10f_c' + 4.83$

B) Selon le code EUROCODE :

La résistance de calcul en compression est définie comme (article 3.1.2 , (1) Page 27 EN 1992-1-1:2004) :

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\beta_{cc} = \exp \{ s [1 - (28 / t)^{1/2}] \} \quad (\text{II.5})$$

$f_{cm}(t)$: est la résistance moyenne en compression du béton à l'âge de t jours.

f_{cm} : est la résistance moyenne en compression du béton à 28 jours, conformément au (voir le tableau d'annexe I)

β_{cc} : est un coefficient qui dépend de l'âge t du béton

t : est l'âge du béton, en jours

s : est un coefficient qui dépend du type de ciment :

= 0,20 pour les ciments de classe de résistance CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R (Classe R).

= 0,25 pour les ciments de classe de résistance CEM 32,5 R, CEM 42,5 N (Classe N).

= 0,38 pour les ciments de classe de résistance CEM 32,5 N (Classe S).

C) Selon le code CBA :

Pour l'établissement des projets, dans les cas courants, un béton est défini par une valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours, dite valeur caractéristique requise (ou spécifiée). Celle-ci, notée f_{c28} , est choisie a priori, compte tenu des possibilités locales et des règles de contrôle qui permettent de vérifier qu'elle est atteinte. Lorsque des sollicitations s'exercent sur un béton dont l'âge de j jours (en cours d'exécution) est inférieur à 28j on se réfère à la résistance caractéristique f_{cj} obtenue au jour considéré. On peut admettre que pour $j \leq 28$ jours la résistance f_{cj} des bétons non traités thermiquement suit approximativement les lois suivantes :

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} \quad \text{si} \quad f_{c28} \leq 40 \text{ MPa} \quad (\text{II.6})$$

$$f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95j} f_{c28} \quad \text{si} \quad f_{c28} > 40 \text{ MPa} \quad (\text{II.7})$$

Les bétons à haute résistance contenant des ultra-fines actives peuvent avoir une loi d'évolution intermédiaire entre les deux précédentes. Pour justifier la résistance des sections, la valeur f_{cj} est conventionnellement bornée supérieurement à f_{c28} . Pour d'autres types de vérification, on peut admettre une valeur au plus égale à $1.10 f_{c28}$ lorsque l'âge dépasse 28 jours, à condition que le béton ne soit pas traité thermiquement et que sa résistance f_{c28} atteigne au plus 40 MPa. On peut alors évaluer la valeur de f_{cj} par la première formule ci-dessus pour $28 > j > 60$ jours, et avec $f_{cj} = 1.1 f_{c28}$ pour $j \geq 60$ jours. Dans tous les cas la résistance à la compression est mesurée par compression axiale de cylindres droits de révolution de 200 cm^2 de section et d'une hauteur double de leur diamètre. (Article A.2.1.1.1, CBA93).

II.1.2.4 Résistance caractéristique à la traction :

La résistance à la traction dépend principalement de la résistance en compression du béton, elle est mesurée par l'un des trois types d'essais (Figures II.1) comme indiqué ci-dessous :

A) Selon le code ACI :

Le code note que la résistance caractéristique à la traction du béton f_{ct} dépend de $f_{c'}$ et λ via la relation suivante :

$$\lambda = f_{ct} / (6.7\sqrt{f_{c'}}) \leq 1 \quad (\text{II.8})$$

où f_{ct} et $f_{c'}$ en PSI

Avec : λ est un facteur qui reflète la résistance à la traction basse du béton léger.

Pour un béton léger sableux $\lambda = 0.85$, et $\lambda = 0.75$ pour tous les autres bétons légers. Mais pour les bétons normaux ($\lambda = 1$). f_{ct} est alors de (article 8.6; R8.6; Page 318-107 ACI 318-08) donnée par la relation suivante :

$$f_{ct} \approx 0.56\sqrt{f_{c'}} \quad (\text{II.9})$$

où f_{ct} et $f_{c'}$ en MPa

B) Selon le code EUROCODE :

L'évolution de la résistance en traction avec le temps dépend fortement des conditions de cure et de séchage ainsi que des dimensions des éléments structuraux considérés. En première approximation, on peut admettre que la résistance en traction $f_{ctm}(t)$ (article 3.1.2 , (9) Page 27 EN 1992-1-1:2004) :

$$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha \cdot f_{ctm} \quad (\text{II.10})$$

$\alpha = 1$ pour $t < 28$

$\alpha = 2/3$ pour $t \geq 28$.

Les valeurs de f_{ctm} sont données (voir le tableau d'annexe I).

C) Selon le code CBA :

La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours, notée f_{tj} est conventionnellement définie par la relation :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} \quad (\text{II.11})$$

Dans laquelle f_{cj} et f_{tj} sont exprimées en MPa

Cette formule est valable pour les valeurs de $f_{cj} < 60\text{MPa}$ (article A.2.1.1.2, CBA93).

II.1.2.5 Diagramme contraintes - déformations réel :

A) Selon le code ACI :

La forme générale de ce diagramme se compose d'une courbe ascendante culminant à une abscisse comprise entre $1.5 \cdot 10^{-3}$ et $2 \cdot 10^{-3}$ suivie d'une branche descendante s'étendant jusqu'à une déformation ultime pouvant aller de $3 \cdot 10^{-3}$ à plus de $8 \cdot 10^{-3}$. Dans les cas les plus courants, la valeur à retenir est comprise entre $3 \cdot 10^{-3}$ et $4 \cdot 10^{-3}$.

(article R10.2.6; Page 318-130 ACI 318-08)

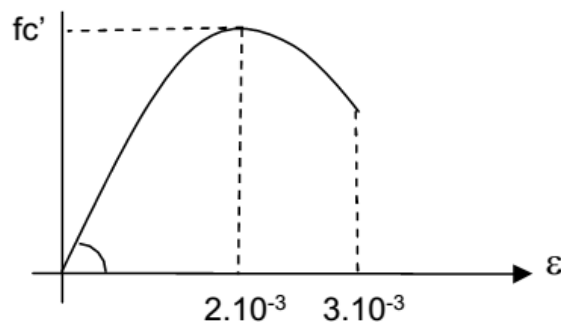


Figure II.1 Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon ACI

B) Selon le code EUROCODE :

L'EUROCODE présente le diagramme contraintes-déformation réel de béton dans la figure ci-dessous:

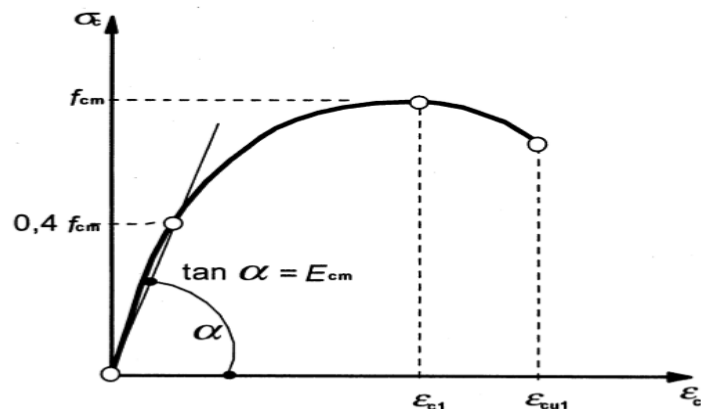


Figure II.2 Diagramme contraintes-déformations réel de béton selon EUROCODE

Les valeurs de ε_{c1} et ε_{cu1} , dépend des classes de résistance du béton (voir le tableau d'annexe D).

C) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.

II.1.2.6 Module de déformation longitudinal :**A) Selon le code ACI :**

Le module d'élasticité de béton, E_c en MPa, est donné par l'expression suivante (article 8.5.1; Page 318-107 ACI 318-08) :

$$E_c = \gamma_c^{1.5} \times 43\sqrt{f_c'} \cdot 10^{-3} \quad (\text{II.12})$$

γ_c : La masse volumique de béton comprise entre $1440 \div 2560 \text{ kg/m}^3$

f_c' : La résistance du béton à la compression, en [MPa].

Pour les bétons normaux (masse volumique : 2500 kg/m^3) :

$$E_c = 4700\sqrt{f_c'} \quad (\text{II.13})$$

B) Selon le code EUROCODE :

Le module d'élasticité du béton dépend du module d'élasticité de ses constituants.

Des valeurs approchées de E_{cm} , module sécant entre $\sigma_c = 0$ et $0,4f_{cm}$, sont données dans le tableau d'annexe I. (Article 3.1.3, Page 28 EN 1992-1-1:2004).

L'évolution du module d'élasticité avec le temps peut être estimée par :

$$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t) / f_{cm})^{0,3} E_{cm} \quad (\text{II.14})$$

D'où :

$E_{cm}(t)$ et $f_{cm}(t)$ sont les valeurs à l'âge t (jours) et E_{cm} et f_{cm} les valeurs déterminées à 28 jours.

C) Selon le code CBA :

Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 heures, on admet, à défaut de résultats expérimentaux, qu'à l'âge de j jours, le module de déformation longitudinale instantanée du béton E_{ij} en MPa est égal à : (article A.2.1.2.1, CBA93).

$$E_{ij} = 11000 f_{cj}^{1/3} \quad (\text{II.15})$$

f_{cj} : la résistance caractéristique du béton à la compression, en MPa.

II.1.2.7 Déformation différées :

a) Retrait :

A) Selon le code ACI :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait. (Article 9.2.3; Page 318-117 ACI 318-08)

B) Selon le code EUROCODE :

La déformation totale de retrait se compose de la déformation due au retrait de dessiccation et de la déformation due au retrait endogène. La déformation due au retrait de dessiccation évolue lentement, car elle est fonction de la migration de l'eau au travers du béton durci. La déformation due au retrait endogène se développe au cours du durcissement du béton : elle se produit par conséquent en majeure partie aux cours des premiers jours suivant le coulage. Le retrait endogène est une fonction linéaire de la résistance du béton. Il convient d'en tenir compte de manière spécifique lorsque du béton frais est coulé au contact de béton durci. (Article 3.1.4, (6) Page 30 EN 1992-1-1:2004).

Par conséquent, la déformation totale de retrait ϵ_{cs} est égale à :

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (II.16)$$

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \epsilon_{ca}(\infty) \quad (II.17)$$

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \epsilon_{cd0} \quad (II.18)$$

Expression dans laquelle :

$$\epsilon_{ca}(\infty) = 2.5 (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (II.19)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2 t^{0.5}) \quad (II.20)$$

et :

$$\beta_{ds}(t, t_s) = [(t - t_s) / ((t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3})] \quad (II.21)$$

où :

ϵ_{cs} : est la déformation totale de retrait.

ϵ_{cd} : est la déformation due au retrait de dessiccation.

ϵ_{ca} : est la déformation due au retrait endogène.

$\epsilon_{cd, \infty}$: La valeur finale du retrait de dessiccation.

f_{ck} : est la résistance caractéristique en compression du béton à 28 jours

t : étant exprimé en jours.

ϵ_{cd0} : peut être lu dans le tableau d'annexe II.

k_h : est un coefficient dépendant du rayon moyen h_0 , conformément au Tableau II.3

t_s : est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation (ou gonflement).

Normalement, ceci correspond à la fin de la cure.

Tableau II.3 Force de compression moyenne requise lorsque les données ne sont pas disponibles pour établir un échantillon écart-type

h_0	K_h
100	1.00
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

C) Selon le code CBA :

A défaut de mesures, on estime que le raccourcissement unitaire dû au retrait atteint les valeurs suivantes dans le cas de pièces non massives à l'air libre (article A.2.1.2.2, CBA93) :

$\varepsilon_r = 2 \cdot 10^{-4}$ climat humide zone A de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie,

$\varepsilon_r = 3 \cdot 10^{-4}$ climat tempéré sec zone B de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie,

$\varepsilon_r = 4 \cdot 10^{-4}$ climat chaud et sec zones B', C et D1 de la carte climatique provisoire de l'Algérie,

$\varepsilon_r = 5 \cdot 10^{-4}$ climat très sec ou désertique "zones D2 et D3" de la carte de zonage climatique provisoire de l'Algérie.

b) Fluage :

Lorsqu'il est soumis à l'action d'une charge de longue durée, le béton se comporte comme un matériau visco-élastique. La déformation instantanée qu'il subit au moment de l'application de la charge est suivie d'une déformation lente ou différée qui se stabilise après quelques années. C'est ce que l'on appelle le fluage.

A) Selon le code ACI :

Le code ACI ne donne aucune valeur numérique, et indique seulement qu'il convient de faire une estimation réaliste des effets en service du fluage et du retrait. (Article 9.2.3; Page 318-117 ACI 318-08)

B) Selon le code EUROCODE :

Le fluage et le retrait du béton dépendent de l'humidité ambiante, des dimensions de l'élément et de la composition du béton. Le fluage dépend également de la maturité du béton lors du premier chargement ainsi que de la durée et de l'intensité de la charge.

Le coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ est fonction de E_c , le module tangent, qui peut être pris égal à $1,05 E_{cm}$. Dans les cas où une grande précision n'est pas requise, la valeur obtenue à l'aide de la Figure d'annexe III peut être considérée comme le coefficient de fluage, sous réserve que le béton ne soit pas soumis à une contrainte de compression supérieure à $0,45 f_{ck}(t_0)$ à un âge t_0 qui est l'âge du béton au moment du chargement. (Article 3.1.4, (2), Page 28 EN 1992-1-1:2004)

La déformation de fluage du béton à l'instant $t = \infty$, $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$ sous une contrainte de compression constante σ_c appliquée à l'âge du béton t_0 , est donnée par :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c) \quad (\text{II.22})$$

C) Selon le code CBA :

A défaut de mesures, on admet que sous contraintes de longue durée d'application les déformations longitudinales complémentaires dues au fluage du béton sont doubles de celles dues aux mêmes contraintes supposées de courte durée et appliquées au même âge.

Dans ce cas le module de déformation longitudinale différée est donné par la formule (article A.2.1.2.2, CBA93):

$$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3} = 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{II.23})$$

D'où :

E_{ij} : le module de déformation longitudinale instantanée du béton

f_{cj} (exprimé en MPa)

II.1.2.8 Coefficient de Poisson :

A) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur pour le Coefficient de Poisson.

B) Selon le code EUROCODE :

Le coefficient de Poisson peut être pris égal à 0,2 pour le béton non fissuré et à 0 pour le béton fissuré. (Article 3.1.3, (4) Page 28 EN 1992-1-1:2004)

C) Selon le code CBA :

Le coefficient de Poisson est pris égal à 0,2 pour le calcul des déformations et à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations. (Article A.2.1.3, CBA93)

II.2 Acier :

Le matériau acier est un alliage fer et carbone en faible pourcentage. Les aciers utilisés en béton armé sont les aciers de nuance douce (0,15 à 0,25 % de carbone) et les aciers de nuance mi-dure et dure (0,25 à 0,40 % de carbone).

II.2.1 Types d'aciers :

Les aciers se présentent sous formes de barres de grande longueur (souvent 12 m) distinguant par leurs nuances et leurs états de surfaces soit (rond lisses " RL" ou haute adhérence " HA") ou de fils en couronnes dite (Les treillis soudés).

a- Acier rond lisse " RL" : Ce sont des aciers doux, laminés à chaud et de surface lisse, ne présentant aucune aspérité. Les diamètres généralement utilisés sont les suivants : 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 20 - 25 - 32 – 40 mm.

b- Acier haute adhérence" HA" : Les barres à haute adhérence ont une surface marquée par des crénelures de formes diverses suivant les marques commerciales, de façon à assurer une meilleure adhérence avec le béton. Les diamètres ou les barres à haute adhérence utilisés sont : 6- 8 - 10 - 12 - 14 - 16 -20 - 25 - 32 - 40 mm.

c- Les treillis soudés : Les treillis soudés sont constitués par des fils se croisant perpendiculairement et soudés électriquement à leurs croisements. Et sont soit en rouleaux, soit en panneaux et de dimensions normalisées. Leur largeur standard est de 2,40 m. La longueur des rouleaux est de 50 m et celle des panneaux est de 4,80 m ou 6 m. On distingue les treillis soudés à fils tréflés lisses dits TSL des treillis soudés à fils à haute adhérence dits TSHA.

a) Classe d'acier selon ACI :

D'après ACI les classes d'acier sont : (annexe A1.1, page 607 ; M. SETAREH et R. DARVAS Concrete Structures)

Grade 40 ($f_y = 276$ MPa)

Grade 50 ($f_y = 345$ MPa)

Grade 60 ($f_y = 414$ MPa)

Grade 75 ($f_y = 517$ MPa)

Grade 80 ($f_y = 552$ MPa)

Grade 100 ($f_y = 690$ MPa)

Grade 120 ($f_y = 827 \text{ MPa}$)

b) Classe d'acier selon EUROCODE :

Les dispositions constructives figurant dans le présent Eurocode sont valables pour une gamme de la limite d'élasticité spécifiée, telle que $f_{yk} = 400$ à 600 MPa , avec f_{yk} est la limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé. (article 3.2.2, (3), Page 36 EN 1992-1-1:2004)

c) Classe d'acier selon CBA :

1-Acier haute adhérence (HA) : on distingue généralement deux types d'acier HA

FeE400 de limite d'élasticité $f_e = 400 \text{ MPa}$.

FeE500 de limite d'élasticité $f_e = 500 \text{ MPa}$.

2- Acier rond lisse (RL) :

FeE215 dont la limite d'élasticité $f_e = 215 \text{ MPa}$.

FeE235 dont la limite d'élasticité $f_e = 235 \text{ MPa}$.

II.2.2 Caractéristiques physiques et mécaniques :

II.2.2.1 Densité :

A) Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

B) Selon le code EUROCODE :

La valeur moyenne de la masse volumique peut être supposée égale à 7850 kg/m^3 .

(article 3.2.7, (3), Page 38 EN 1992-1-1:2004)

C) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur de densité pour l'acier.

II.2.2.2 Coefficient d'expansion thermique :

A) Selon ACI :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

B) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

C) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur d'expansion thermique pour l'acier.

II.2.2.3 Diagramme contraintes– déformations réel :

A) Selon ACI :

La forme des diagrammes ($\sigma_s - \varepsilon_s$) n'est pas précisée dans le code ACI lui-même, le commentaire (article R10.2.4 ; Page 318-129 ACI 318-08) indique que l'on peut admettre un diagramme bilinéaire avec une droite issue de l'origine, de pente E_s et un palier horizontal d'ordonnée f_y .

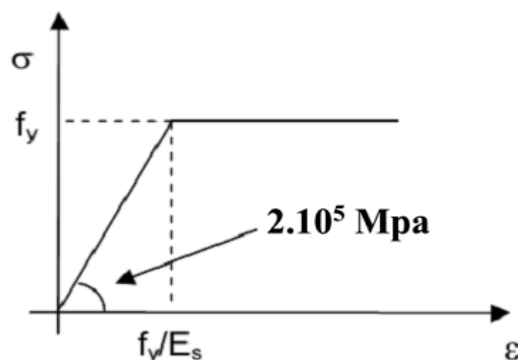


Figure II.3 Diagramme contraintes- déformations d'acier

B) Selon le code EUROCODE :

La figure présente des courbes contrainte-déformation pour des types d'aciers laminés à chaud et des types d'aciers profilés à froid. (article 3.2.4 ,(2) ,Page 36 EN 1992-1-1:2004)

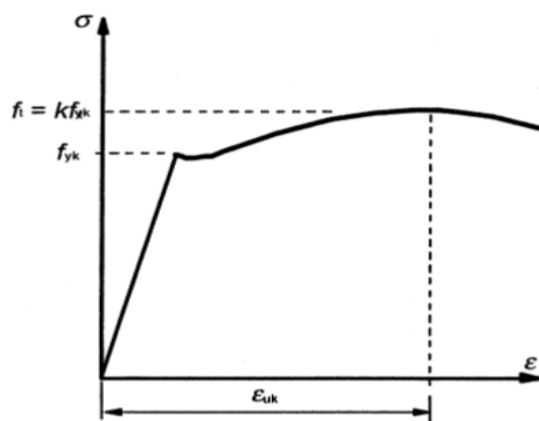


Figure II.4 Diagrammes contrainte-déformation d'aciers de béton armé

Type Acier laminé à chaud

(La contrainte de traction et la déformation apparaissent en valeurs absolues)

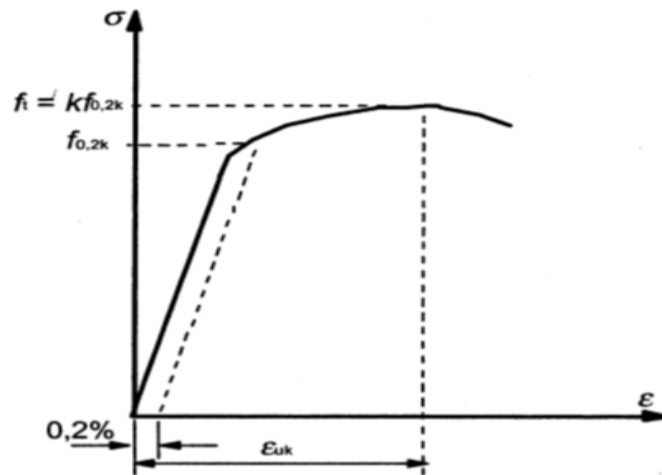


Figure II.5 Diagrammes contrainte-déformation d'aciers de béton armé

Type Acier profilé à froid

(La contrainte de traction et la déformation apparaissent en valeurs absolues)

C) Selon le code CBA :

Le diagramme déformations (ϵ_s) contraintes (σ_s) est conventionnellement défini ci-dessous.

- Il est cependant loisible d'utiliser une forme de courbe se rapprochant du diagramme réel de l'acier employé à condition de se référer à la valeur garantie de la limite d'élasticité f_e et de contrôler la résistance prise en compte pour l'allongement de 10‰ (article A.2.2.2, CBA93).

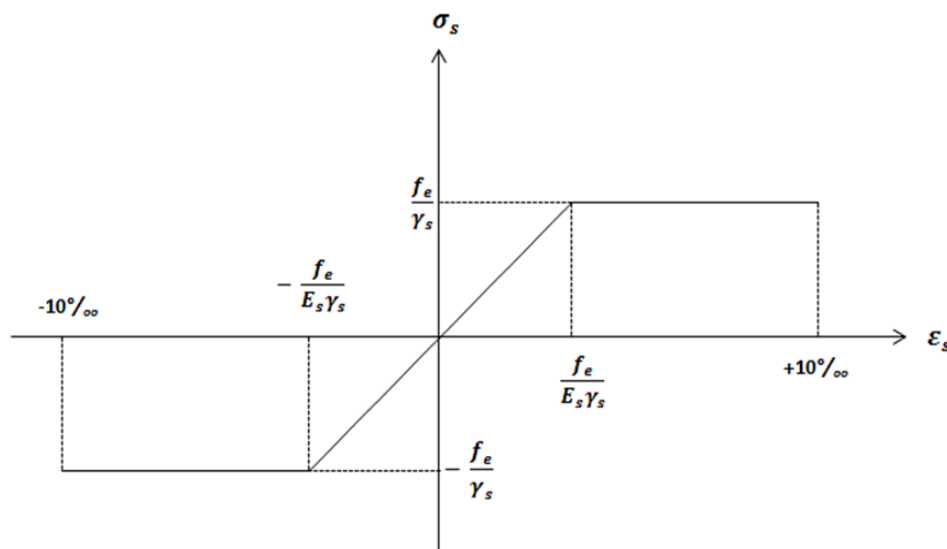


Figure II.6 Diagramme de calcul contraintes-déformations de l'acier

Avec :

$\overline{\sigma}_{st}$: Contrainte de traction admissible de l'acier

γ_s : coefficient de sécurité de l'acier :

$\gamma_s = 1,15$ pour les situations durables ou transitoire.

$\gamma_s = 1$ pour les situations accidentelles.

II.2.2.4 Module d'élasticité :

A) Selon ACI :

Le module d'élasticité est pris égale à : $E_s = 2.10^5$ MPa

B) Selon le code EUROCODE :

La valeur de calcul du module d'élasticité E_s peut-être supposée égale à 2.10^5 MPa.

(article 3.2.7 ,(4) ,Page 38 EN 1992-1-1:2004)

C) Selon le code CBA :

Le module d'élasticité longitudinale de l'acier E_s et pris égal à 2.10^5 MPa (article A.2.2.1, CBA93).

II.2.2.5 Coefficient de Poisson (ν_s) :

En compression comme en traction, la déformation longitudinale est aussi accompagnée d'une déformation transversale. Le coefficient de Poisson ν est défini comme suit :

$$\nu = \frac{\text{Déformation transversale}}{\text{Déformation longitudinale}}$$

A) Selon ACI :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

B) Selon le code EUROCODE :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

C) Selon le code CBA :

Le code n'indique aucune valeur de Coefficient de Poisson.

II.3 CONTRAINTES ADMISSIBLES :

II.3.1 Contraintes admissibles de béton :

II.3.1.1 Selon le code ACI :

La contrainte admissible du béton égalé a :

$$\sigma_c = 0.6 f_{c'} \quad (\text{II.24}) \quad (\text{page 3, TN331_ACI_floor_design_040509})$$

II.3.1.2 Selon le code EUROCODE :

A) Aux états limites ultimes (ELU) :

Le code n'indique aucune valeur de $\overline{\sigma}_c$, mais (article 5.2, Béton Armé Eurocode2 de S.Multon) indique que Le raccourcissement relatif du béton est limité à :

- En flexion à 3,5 ‰ et en compression à 2‰ et que la contrainte ultime de compression de béton est $\sigma_c = 0,85 f_{cj} / \theta \gamma_b$.

B) Aux états limites de service (ELS) :

Le code n'indique aucune valeur de $\overline{\sigma}_c$, mais (article 5.1, Béton Armé Eurocode2 de S.Multon) indique que la compression du béton est limitée à $0,6 f_{ck}$. Avec f_{ck} est la résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours.

II.3.1.3 Selon le code CBA :

A) Aux états limites ultimes (ELU) :

C'est états limite ultime correspond à la valeur maximale de la capacité portante de la construction et dont le déplacement entraîne la ruine de la construction.

Le diagramme déformations ϵ_b contraintes σ_{bc} du béton pouvant être utilisé dans tous les cas est le diagramme de calcul dit "parabole-rectangle".

Il comporte un arc de parabole du second degré d'axe parallèle à l'axe des contraintes de compression σ_{bc} suivi d'un segment de droite parallèle à l'axe des déformations ϵ_{bc} et tangent à la parabole en son sommet. Ce segment s'étend entre les valeurs 2‰ et 3,5‰ de la déformation ϵ_{bc} . L'arc de parabole s'étend de l'origine des coordonnées jusqu'à son sommet de coordonnées $\epsilon_{bc} = 2‰$ et $\sigma_{bc} = 0,85 f_{cj} / \theta \gamma_b$.

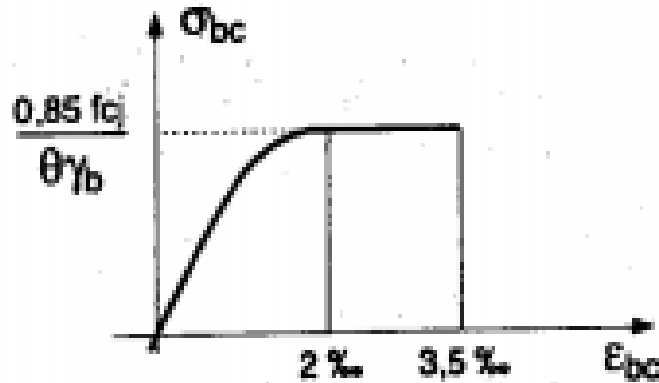


Figure II.7 Diagramme contrainte – déformation de béton à ELU

Où :

$$\sigma_{bc} = \frac{0,85 f_{cj}}{\theta \gamma_b} \quad (\text{II.25}) \quad (\text{article A.4.3.4.1, CBA93}).$$

Avec :

θ : Coefficient d'application des actions considérées :

$\theta = 1$ lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'actions considérée est supérieure à 24 h

$\theta = 0,9$ si cette durée est comprise entre 1 h et 24h.

$\theta = 0,85$ si elle est au plus égale à 1 h.

γ_b : coefficient de sécurité du béton.

$\gamma_b = 1,15$ pour les situations accidentelles.

$\gamma_b = 1,5$ pour les situations durables ou transitoire.

B) Aux états limites de service (ELS) :

La contrainte de compression du béton est limitée à $0,6 f_{cj}$ (article A.4.5.2., CBA93).

II.3.2 Contraintes admissibles de l'acier :

II.3.2.1 Selon le code ACI :

Le code n'indique aucune valeur de $\overline{\sigma}_{st}$ (page 4, TN331_ACI_floor_design_040509)

II.3.2.2 Selon le code EUROCODE :

$$\overline{\sigma}_s = 0.8 f_{yk} \quad (\text{II.26})$$

II.3.2.3 Selon le code CBA :

Il est nécessaire de réduire le risque des fissures. Pour limiter l'ouverture de ces dernières, on est amené à limiter les contraintes dans les armatures tendues sous l'action des sollicitations de service.

D'après les règles CBA (article A.4.5.3), on distingue trois cas de fissuration :

A) fissuration peu-préjudiciable : La fissuration est considérée comme peu-préjudiciable, lorsque l'élément à vérifier est situé dans les locaux couverts. Aucune vérification n'est demandée et la contrainte dans les aciers n'est pas limitée.

B) Fissuration préjudiciable : La fissuration est considérée comme préjudiciable lorsque les éléments en cause sont exposés aux intempéries ou à des condensations, ou peuvent être alternativement noyés et émergés en eau douce.

La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs suivantes (article A.4.5.3.3., CBA93) :

$$\overline{\sigma}_s = \min \left\{ (2/3) f_e ; \max (0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}) \right\}. \text{ (Mpa)} \quad (\text{II.27})$$

Avec :

f_e : limite élastique de l'acier.

η : coefficient de fissuration qui dépend de type d'acier :

$\eta = 1,3$ pour les aciers HA de diamètre $< 6\text{mm}$.

$\eta = 1,6$ pour les aciers HA de diamètre $> 6\text{mm}$.

$\eta = 1$ pour les aciers ronds lisses.

f_{tj} : la résistance caractéristique à la traction du béton exprimée en MPa.

C) Fissuration très préjudiciable : La fissuration est considérée comme très préjudiciable lorsque les éléments en cause sont exposés à un milieu agressif ou bien doivent assurer une étanchéité. La contrainte de traction des armatures est limitée à la plus basse des deux valeurs suivantes (article A.4.5.3.4., CBA93) :

$$\overline{\sigma}_s = 0,8 \min \left\{ (2/3) f_e ; \max (0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}) \right\} \quad (\text{II.28})$$

V. ACTIONS ET SOLLICITATIONS :

Ce chapitre analyse les actions et calcul des sollicitations et les combinaisons d'actions aux états limites ultimes (ELU) et aux états limites de service (ELS) selon les trois codes.

V.1 Actions :

Ce sont on générales tous les forces et les charges appliquées qui produisent un état de contrainte dans la construction.

On distingue trois types d'actions :

- actions permanentes.
- actions variables (d'exploitations).
- actions accidentelles.

a-Actions permanentes:

La charge permanent spécifiée pour un élément structural comprend le poids propre de l'élément, le poids de tous les matériaux de construction incorporées au bâtiment et destinés à être supportés de façon permanente par l'élément, le poids des cloisons permanente ou amovible, les efforts (poids, poussées, pressions) dus à des terres.

b-Actions variables :

Sont celles qui résultent de l'usage des locaux. Elles correspondent au mobilier, au matériel, aux matériels en dépôt, et aux personnes et pour un mode normal d'occupation. Les valeurs de ces charges d'exploitation sont fixées par le règlement, en fonction des conditions d'exploitation de la construction.

c- Actions accidentelles :

Ce sont des actions provenant d'un phénomène se produisant rarement avec une faible durée d'application. Exemple : séisme, explosion.

V.2 Calcul des sollicitations :

Les sollicitations sont les efforts (effort normal, effort tranchant) et les moments (moment de flexion, moment de torsion) produits à partir des actions dans les éléments d'une construction. D'une façon générale les sollicitations sont calculées en utilisant pour la structure un modèle élastique linéaire. On emploie les procédés de la résistance des matériaux dans la mesure où la forme des pièces le permet.

V.3 Combinaisons d'actions :

V.3.1 Aux états limites ultimes (ELU) :

V.3.1.1 Selon le code ACI :

D'après (article C9.2; Page 318-403 ACI 318-08) il existe sept types d'action :

- Charges permanentes (D).
- Charge variable d'exploitation (L).
- Charge de vent (W).
- Séisme (E).
- Neige (S).
- Pluie (R).
- Charge variable de toiture (L_r).
- Poussée des terres (H).
- Pression d'un liquide (F).
- Effet cumulé des déformations imposées (température, retrait, fluage, tassements différentiels des appuis) (T).

La force requise U doit être au moins égale aux effets des charges pondérées dans les équations de (V.1) à (V.10)

- Combinaisons tenant en compte de l'action pression d'un liquide et les déformations imposées :

$$U = 1.4 (D + F) \quad (V.1)$$

$$U = 1.2 (D + F + T) + 1.6 (L + H) + 0.5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (V.2)$$

- Combinaisons accidentelles :

$$U = 1.2D + 1.6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L.L \quad (V.3)$$

$$U = 1.2D + 1.6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + 0.8W \quad (V.4)$$

$$U = 1.2D + 0.5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L.L + \beta_W.W \quad (V.5)$$

$$U = 0.9D + \beta_W.W + 1.6H \quad (V.6)$$

$$U = 0.9D + \beta_W.W \quad (V.7)$$

$$U = 1.2D + 0.2 S + \gamma_L.L + \alpha_E.E \quad (V.8)$$

$$U = 0.9D + \alpha_E.E + 1.6H \quad (V.9)$$

$$U = 0.9D + \alpha_E.E \quad (V.10)$$

Avec:

$\gamma_L = 1$ dans le cas des parkings, d'une place de rassemblement public et les surfaces où $L > 490 \text{ Kg/m}^2$.

$\gamma_L = 0,5$ dans les autres cas.

$\beta_W = 1.6$ si W est réduit par un facteur de direction, si non $\beta_W = 1.3$

$\alpha_E = 1.4$ si E est basée sur le niveau de service de l'effort sismique, si non $\alpha_E = 1$.

V.3.1.2 Selon le code EUROCODE :

D'après (article 2.3; Page 8; Y.SIEFFERT "Le Béton armé selon L'Eurocode2") on a :

A- Combinaisons Fondamentales :

$$\sum \gamma_{Gj,\text{sup}} \cdot G_{Kj,\text{sup}} + \sum \gamma_{Gj,\text{inf}} \cdot G_{Kj,\text{inf}} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{K,1} + \sum \gamma_{Qi} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

$G_{Kj,\text{sup}}$ et $G_{Kj,\text{inf}}$ sont des actions permanentes d'origines différentes.

Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi} sont résumées dans le tableau (V.1).

Tableau V.1 Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi}

	Action Permanents (γ_{Gj})	Actions variables (γ_{Qi})	
		Dominante avec sa valeur caractéristique	Accompagnement avec leur valeur de combinaison
Effet favorable	$\gamma_{Gj,\text{inf}} = 1.00$	0	0
Effet Défavorable	$\gamma_{Gj,\text{sup}} = 1.35$	1.50	1.50

- Cas de bâtiment :

- Lorsqu'uniquement l'action variable la plus défavorable est considérée :

$$\sum 1.35 G_{Kj,\text{sup}} + \sum G_{Kj,\text{inf}} + 1.5 Q_{K,1}$$

- Lorsque toutes les actions variables sont considérées :

$$\sum 1.35 G_{Kj,\text{sup}} + \sum G_{Kj,\text{inf}} + 1.5 Q_{K,1} + \sum 1.5 \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

B- Combinaisons Accidentelles :

Ces combinaisons font intervenir les actions accidentelles. Un choc, la neige, le vent et les actions sismiques peuvent être des actions variables ou accidentelles.

Les actions accidentelles sont habituellement de courte durée mais de grandeur significative et dont la probabilité d'occurrence pendant la durée du projet est très faible.

- Pour les situations de projets accidentels :

$$\sum G_{K,j} + A_d + \begin{cases} \Psi_{1,1} \\ \text{ou} \\ \Psi_{2,1} \end{cases} \cdot Q_{K,1} + \sum \Psi_{2,i} \cdot Q_{K,i}$$

Le choix de $\Psi_{1,1}$ et $\Psi_{2,1}$ dépend de la situation accidentelle du projet.

- pour les situations de projets sismiques :

$$\sum G_{K,j} + A_{Ed} + \sum \Psi_{2,i} \cdot Q_{K,i}$$

Avec:

A_d : valeur représentative de l'action accidentelle.

A_{Ed} : valeur représentative de l'action sismique.

$G_{Kj} = G_{Kj,sup}$ ou $G_{Kj,inf}$: actions permanentes d'origines différentes.

$\Psi_{1,1} \cdot Q_{K,1}$: valeur fréquente de l'action variable dominante.

$\Psi_{2,i} \cdot Q_{K,i}$: valeur quasi-permanente des actions variables dominantes ou d'accompagnement.

V.3.1.3 Selon le code CBA :

Les sollicitations à considérer résultent des combinaisons d'actions ci-après dont on retient les plus défavorables.

A- Combinaisons Fondamentales :

D'après l'article A.3.3.2.1, lors des situations durables ou transitoires, il y a lieu de considérer la combinaison d'action suivante :

$$1,35G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3\Psi_{0i} Q_i \quad (V.11)$$

$G_{\max}$: représente l'ensemble des actions permanentes défavorables.

$G_{\min}$: l'ensemble des actions permanentes favorables.

Q_1 : l'action variable de base.

$\gamma_{Q1} = 1,5$ dans le cas général.

$\gamma_{Q1} = 1,35$ pour la température ; les charges d'exploitation étroitement bornées ou de caractère particulier ; les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine (et sans action humaine permanente).

Ψ_{0i} : Coefficient intervient dans les combinaisons fondamentales (ELU) et dans les combinaisons rares (ELS) .

- Cas de bâtiment :

$$1,35G_{\max} + G_{\min} + \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \left\{ \begin{array}{l} Q_B \\ W \\ S \end{array} \right. \\ 1,35 [T] \end{array} \right. + 1,3 \left\{ \begin{array}{l} 0,77 W \\ 0,77 S \\ \Psi_0 Q_B \\ 0,77 W + \Psi_0 Q_B \\ 0,77 W + \Psi_0 Q_B \\ 0,77 W + 0,77 S \end{array} \right. + 1,3 \times 1,35 \times 0,8 T$$

Avec :

Q_B : Charges d'exploitation du bâtiment.

W : Vent.

S : Neige.

T : Température.

Ψ_0 : les valeurs de Ψ_0 relatives aux charges d'exploitation sont définies dans l'annexe d'article C.2.1, CBA93.

- La valeur de Ψ_0 est égale à 0,77 (lorsque l'action de base est la neige, pour une altitude > 500.m, cette valeur est à majorer de 10 %) pour tous les locaux à l'exception des archives et des parcs de stationnement pour les quels sa valeur est de 0,9.

- Les effets de la température ne sont généralement pas pris en compte ; s'ils doivent intervenir en tant qu'action de base, ils sont introduits avec le coefficient 1.35.

B- Combinaisons Accidentelles :(Article A.3.3.2.2, CBA93)

Si elle n'est pas définie par des textes spécifiques (règles parasismiques), la combinaison d'actions à considérer est :

$$G_{\max} + G_{\min} + F_A + \psi_{11} \cdot Q_1 + \sum \Psi_{2i} \cdot Q_i \quad (V.12)$$

Avec :

Ψ_i : action variable dite d'accompagnement (avec $i > 1$) (Annexe IV).

F_A : valeur nominale de l'action accidentelle.

$\psi_{11} \cdot Q_1$: valeur fréquente d'une action variable.

$\psi_{2i} \cdot Q_i$: valeur quasi permanente d'une action variable.

V.3.2 Aux états limites de service (ELS) :**V.3.2.1 Selon le code ACI :**

- Combinaisons tenant en compte de l'action pression d'un liquide et les déformations imposées :

$$U = D + F \quad (V.13)$$

$$U = D + H + F + L + T \quad (V.14)$$

$$U = D + H + F + (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (V.15)$$

$$U = D + H + F + 0.75(L + T) + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (V.16)$$

- Combinaisons accidentelles :

$$U = D + H + F + (W \text{ ou } 0.7E) \quad (V.17)$$

$$U = D + H + F + 0.75(W + 0.7E) + 0.75L + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) \quad (V.18)$$

$$U = 0.6D + W + H \quad (V.19)$$

$$U = 0.6D + 0.7E + H \quad (V.20)$$

V.3.2.2 Selon le code EUROCODE :

Aux états limites de service, il existe trois combinaisons sont à envisager :

- Combinaison caractéristique (pondérée par ψ_0) : les actions variables sont considérées comme constamment présentes, comme les actions permanentes.
- Combinaison fréquente (pondérée par ψ_1) : la probabilité d'avoir les actions variables est considérée comme fréquentes pendant la durée de vie du projet.
- Combinaison quasi-permanente (pondérée par ψ_2) : la probabilité d'avoir les actions variables est considérée comme faible pendant la durée de vie du projet.

A) Combinaison caractéristique :

$$\sum G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad (V.21)$$

-Lorsqu'uniquement l'action variable la plus défavorable est considérée :

$$\sum G_{k,j} + Q_{k,1}$$

-Lorsque toutes les actions variables sont considérées :

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

B) Combinaison fréquente:

$$\sum G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (V.22)$$

C) Combinaison quasi-permanente :

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (V.23)$$

Tableau V.2 Valeurs des coefficients de réduction ψ en fonction des catégories

Action	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Catégorie A : habitation, zones résidentielles	0.7	0.5	0.3
Catégorie B : bureaux	0.7	0.5	0.3
Catégorie C : lieux de réunion	0.7	0.7	0.6
Catégorie D : commerces	0.7	0.7	0.6
Catégorie E : stockage	1.0	0.9	0.8
Catégorie F : zone de trafic, véhicule de poids ≤ 30 KN	0.7	0.7	0.6
Catégorie G : zone de trafic, véhicules entre 30 à 160 KN	0.7	0.5	0.3
Catégorie H : toits	0	0	0
Charge de neige pour les bâtiments situés > 1000 m	0.7	0.5	0.2
Charge de neige pour les bâtiments situés ≤ 1000 m	0.5	0.2	0
Charge dues au vent sur les bâtiments	0.6	0.2	0
Action de la température (hors incendie) dans les bâtiments	0.6	0.5	0

V.3.3 Selon le code CBA :

D'après l'article A.3.3.3, CBA, les sollicitations de calcul à l'ELS résultent des combinaisons d'actions ci-après, dites combinaisons rares :

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \Psi_{0i} \cdot Q_i \quad (V.24)$$

Les combinaisons d'actions pour le cas des bâtiments sont :

$$G_{\max} + G_{\min} + \begin{cases} Q_B \\ W \\ S \end{cases} + \begin{cases} Q_B \\ 0,77 W \\ 0,77 S \\ 0,77 S + 0,77 W \\ Q_B + 0,77 W \\ Q_B + 0,77 S \\ Q_B + 0,77 S + 0,77 W \end{cases} + T$$

IV. RESISTANCE DES SECTIONS A LA FLEXION SIMPLE :

IV.1 Philosophie d'états limites :

IV.1.1 Théorie de l'élasticité "calcul aux contraintes admissibles" :

Dans le calcul aux contraintes admissibles, on dimensionne une structure en calculant les contraintes, dans le domaine élastique des matériaux, provoquées par les charges et surcharges maximales prévues et en les comparant avec les contraintes admissibles des matériaux. La contrainte admissible d'un matériau est égale à sa contrainte de rupture divisée par un coefficient de sécurité. Les coefficients de sécurité ont d'abord été déterminés en appliquant la méthode de calcul aux contraintes admissibles à des structures déjà en service et dont le comportement était satisfaisant. Les coefficients de sécurité pour les nouveaux matériaux étaient évalués à partir de ceux retenus pour les matériaux traditionnels, en tenant compte du type de défaillance, de la marge d'erreur dans l'évaluation de la résistance du matériau et de la variation du comportement de celui-ci. Le calcul aux contraintes admissibles a été à la base des codes et des normes de conception durant la plus grande partie du siècle.

Comme les structures devenaient plus légères et plus élancées, de nouvelles exigences de tenue en service concernant les flèches, la fissuration et les vibrations ont été introduites. Toutes ces modifications ont détruit le caractère universel du calcul aux contraintes admissibles pour la conception des ouvrages de génie civil.

IV.1.2 Calcul au Etats limites :

Le calcul aux états limites est un outil de base pour le calcul et l'évaluation des structures de génie civil et un moyen d'uniformiser les codes et les normes traitant du calcul des structures. Toutes les structures doivent répondre à deux exigences fondamentales : ne pas s'effondrer (sécurité) et avoir une bonne tenue en service pour l'usage prévu. Les états limites définissent les premiers signes des différents types d'effondrement et de mauvaise tenue en service. Les états limites qui mettent en cause la sécurité sont appelés états limites ultimes. Il s'agit entre autres de la limite de la capacité portante, de la rupture, du renversement, du glissement de la stabilité et des fortes déformations. Les états limites de tenue en service, liés à la performance, comprennent les flèches excessives, les vibrations et les déformations locales sont présentées à la figure IV.2.

a) A l'état limite ultime

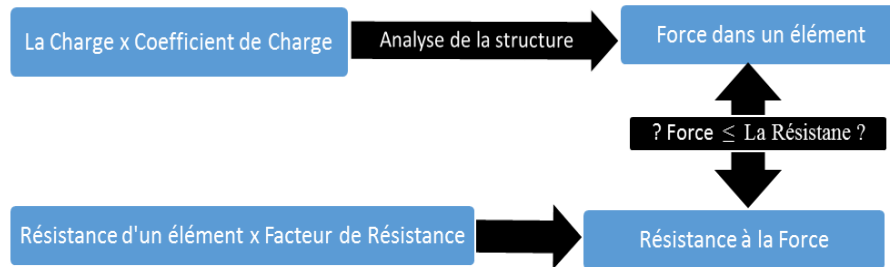


Figure IV.1 Méthode de calcul à l'état limite Ultime

b) A l'état limite de service

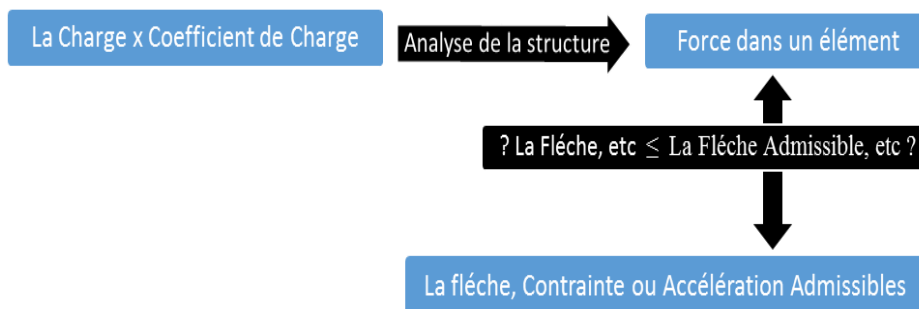


Figure IV.2 Méthode de calcul à l'état limite de service

Dans la (figure III.1) les charges sont définies comme la charge permanente, les surcharges dues au vent et à la neige, les variations de température, etc., qui agiront sur la structure pendant son temps prévu d'utilisation. Ces charges sont habituellement précisées dans les codes. Les charges sont en général la cause de l'effondrement, mais parfois elles s'y opposent comme c'est le cas de la charge permanente qui maintient une structure en place pendant une tempête.

IV.1.2.1Etat limite ultime (ELU) :

Pour les états limites ultimes, les charges sont multipliées par des coefficients de pondération de charge afin de tenir compte de la probabilité de variation des charges réelles par rapport aux valeurs indiquées dans les codes.

Dans le cas des états limites ultimes, on compare les forces qui agissent sur un élément aux résistances calculées de cet élément. Ces résistances sont obtenues par une analyse de la résistance de l'élément, en fonction des propriétés des matériaux constitutifs et des dimensions spécifiées de l'élément. Les coefficients de résistance sont appliqués aux résistances de l'élément et tiennent compte de la variation des propriétés des matériaux, des dimensions, de la qualité d'exécution, du type de défaillance, et de la marge d'erreur prévue lors de l'évaluation de la résistance.

Les états limites ultimes correspondent à l'atteinte du maximum de la capacité portante de l'ouvrage ou de l'un de ses éléments avant dépassement par :

- perte par équilibre statique (basculement).
- rupture de section par déformation excessives (résistance des matériaux).
- instabilité de forme (flambement).

Les critères de calcul sont : déformation relative limite, déterminateur de type de rupture avec les lois de comportement contrainte - déformation (σ - ϵ) des matériaux.

IV.1.2.2 Etat limite de service (ELS) :

Pour les états limites de service, Tous les coefficients de pondération de charge ont la valeur 1,0, puisque ces états limites concernent la performance dans des conditions normales d'exploitation.

Pour les états limites de tenue en service, les flèches, les contraintes ou les accélérations dues aux charges sont comparées aux flèches, aux contraintes ou aux accélérations admissibles. Ces dernières sont basées sur l'usage normal et des exigences particulières comme l'exploitation de l'équipement.

Les états limites de service liés à la condition normale d'exploitation et de durabilité, ils correspondent aux phénomènes suivants :

- ouvertures excessives des fissures.
- compression excessives du béton.
- déformation excessives des éléments porteurs.
- pertes d'étanchéité, vibration excessivesetc.

L'importance relative de l'un de ces états limites (ELS ou ELU) varie suivant la nature de la structure et son exposition, la procédure usuelle est de décider lequel des états limites est critique et on étudie la structure suivant cet état, en suite on vérifie l'autre état.

IV.2 Introduction à la résistance des sections à la flexion simple :

Considérons une poutre reposante sur deux appuis, soumise à une charge concentrée verticale.

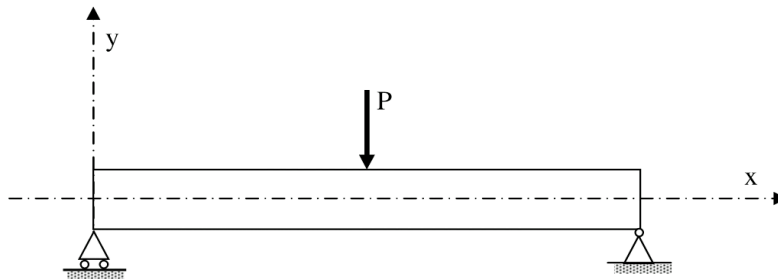


Figure IV.3 Une poutre soumise à une force concentrée avant sa déformation

Après déformation, cette poutre accuse une flèche (déplacement vertical des différents points d'où le nom de flexion) et on constate que les fibres situées en partie supérieure sont sollicitées en compression tandis que celles qui sont situées en partie inférieures sont sollicitées en traction. Entre ses deux régions, il existe une fibre qui n'est ni tendue ni comprimée : c'est la fibre neutre.

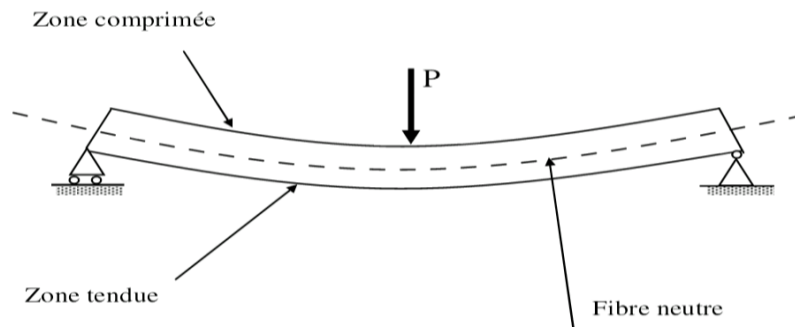


Figure IV.4 Une poutre soumise à une force après déformation

La figure ci - dessous représente un élément de cette poutre fléchie. Il est soumis à un moment fléchissant $M_f(x)$ et à un effort tranchant $V(x)$ à l'abscisse x .

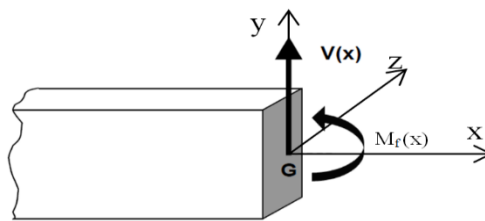


Figure IV.5 Un élément de poutre fléchie

- L'expression générale de la contrainte normale (flexion simple ou flexion pure) est comme suit :

$$\sigma = \frac{M_f(x)}{I_z} y \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

I_z : le moment d'inertie calculé par rapport à l'axe qui passe par le centre de gravité de la section, perpendiculairement au chargement.

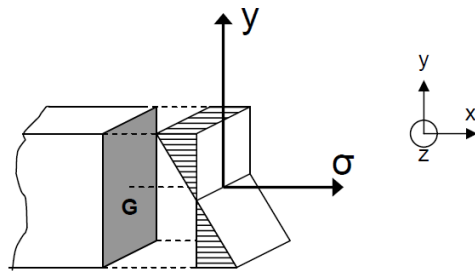
$M_f(x)$: la valeur maximale du moment fléchissant dans la section étudiée.

y : variable représentant la cote algébrique entre la fibre neutre et les fibres extrêmes (supérieure et inférieure) de la section.

En flexion simple, lorsque la section est symétrique, la fibre neutre passe par le centre de gravité. Ainsi, y variera toujours de la valeur de $-h/2$ à la valeur de $+h/2$.

- **Diagramme de la contrainte normale :**

- Cas où $M_f \max > 0$



- Cas où $M_f \max < 0$

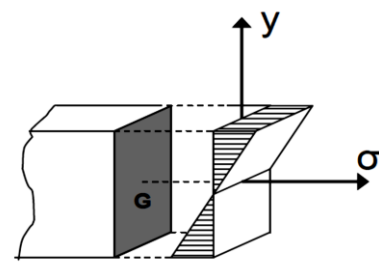


Figure IV.6 Diagramme de contraintes normales

- Expression de la déformation :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{M_f(x)}{EI} y \quad (IV.2)$$

IV.2.1 Résistances des sections à la flexion aux états limites ultimes (ELU) :

IV.2.1.1 Selon le code ACI :

IV.2.1.1.1 Hypothèses de calcul :

- Les sections droites restent planes après la déformation.
- Le raccourcissement maximal du béton comprimé est limité à 0.003.
- La résistance à la traction du béton est négligée.
- La contrainte de l'acier est prise égale à :

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad \text{si} \quad \varepsilon_t < (\varepsilon_{ty} = f_y / E_s) \quad (IV.3)$$

$$\text{Et à} \quad \sigma_s = f_y \quad \text{si} \quad \varepsilon_t \geq (\varepsilon_{ty} = f_y / E_s) \quad (IV.4)$$

Où : f_y : limite d'élasticité de l'acier.

ε_{ty} : déformation de l'acier tendue correspondant à la limite élastique f_y de l'acier.

- Toute les forme du diagramme de distribution des contraintes dans le béton comprimé (rectangulaire, trapézoïdale, parabolique, etc....) est admise si elle conduite à des résultats en accord avec des expériences fiables.

- Le diagramme de distribution de contrainte de béton de $0,85f_c'$ est supposée être uniformément répartie sur une zone de compression équivalente, définit également un bloc rectangulaire équivalent pour représenter la distribution parabolique de la compression, se bloc délimitée par des bords de la section transversale et une ligne droite située parallèlement à l'axe neutre à une distance ($a = \beta_1 c$) de la fibre de contrainte maximale.

-La distance c entre la fibre extrême comprimée et l'axe neutre, doit être mesurée dans une direction perpendiculaire à l'axe neutre.

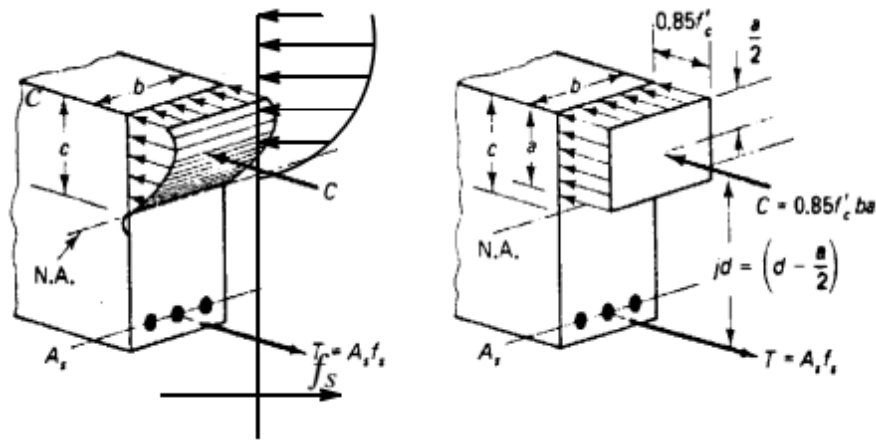


Figure IV.7 Diagramme de distribution des contraintes

- Pour f'_c entre 17.5 et 27.6 MPa, β_1 doit être pris égale à 0,85. Pour $f'_c > 27.6$ MPa, le β_1 doit être réduit linéairement à un taux de 0,05 pour chaque 7 MPa de force supérieure à 27.6, mais β_1 ne doit pas être pris moins de 0,65.

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 27.6}{7} \right) \geq 0.65 \quad (\text{IV.5})$$

Remarque :

La déformation dans les aciers tendus ϵ_t est déterminée au niveau de la barre la plus sollicitée située à une distance de la fibre la plus comprimée noté d_t , comme elle montre la figure (IV.6)

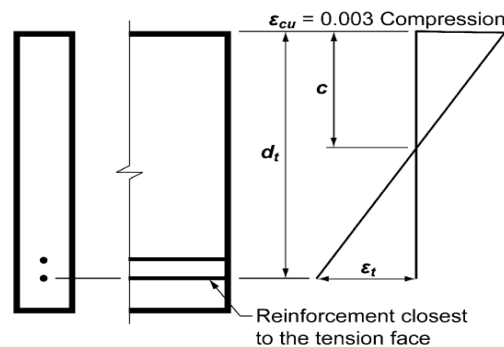


Figure IV.8 Diagramme de déformations

IV.2.1.1.2 Etat de déformations équilibrées :

A) Définition :

A plusieurs reprises, l'ACI se réfère à un état de déformation équilibrée, défini comme celui dans lequel :

-L'allongement de l'acier est celui qui correspond à sa limite d'élasticité : $\epsilon_t = f_y / E_s$

-Soit (a) la hauteur du diagramme de compression dans le béton ; le bras de levier est

$$z = d - (a/2) \quad (IV.6)$$

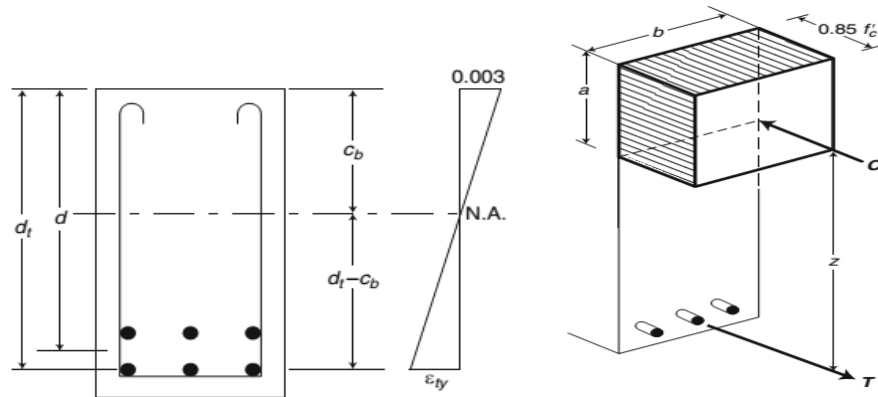


Figure IV.9 Diagramme de contrainte et déformation à l'état de déformations équilibrées

B) Pourcentage d'acier ρ_b correspondant à l'état de déformation équilibrée (section rectangulaire sans acier comprimés)

- Pour le calcul de n'importe quel pourcentage d'acier, on utilise l'équation :

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (IV.7)$$

-Position de l'axe neutre (triangles semblables) (Valeur limite de c/d pour la plastification de l'armature tendue) :

$$\frac{c}{d_t} = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_{ty}} \quad (IV.8)$$

$$c_b = \frac{0.003 d_t}{0.003 + \frac{f_y}{200000}} = \frac{600}{600 + f_y} d_t \quad (IV.9)$$

D'où compte tenu de la valeur de ($a_b = c_b \beta_1$) et c_b , l'expression donnée à l'article B8.4.2 ; Page 318-395 ACI 318-08 :

$$\rho_b = \frac{A_s^b}{bd} = \frac{0.85 f_c' \beta_1}{f_y} \left(\frac{600}{600 + f_y} \right) \frac{d_t}{d} \quad [MPa] \quad (IV.10)$$

-Le cas d'une seule rangée d'armature tendue ($d_t = d$) et $\frac{d_t}{d} = 1$.

IV.2.1.1.3 Moment de Résistance M_R :

-En flexion simple, la condition à satisfaire est :

Moment de résistance $\leq$ Moment pondérée

$$M_R \leq \phi M_n \quad (IV.11)$$

Avec ϕ est un coefficient de réduction d'après l'article 9.3.2.7; Page 318-119 ACI 318-08 qui est égale à 0.9 (le cas de la flexion simple ou flexion composée avec traction).

M_n : moment de résistance nominale dû aux matériaux béton – acier.

M_R : moments de résistance dû aux actions (charge pondérée)

-Equation d'équilibre des forces :

$$M_n = Cz = Tz \quad (IV.12)$$

Et :

$$T = A_s f_y \quad (IV.13)$$

$$C = (0.85 f_c') ab \quad (IV.14)$$

Avec b la largeur de la section, T résultant de traction dans l'acier et C résultant de compression dans le béton.

Alors :

$$A_s f_y = (0.85 f_c') ab \quad (IV.15)$$

-D'après l'équation (IV.15) on a :

$$a = \frac{A_s f_y}{(0.85 f_c') b} = \frac{\rho b d f_y}{(0.85 f_c') b} = \frac{\rho d f_y}{(0.85 f_c')} \quad (IV.16)$$

-Soit :

$$M_R = \phi Cz = \phi Tz \quad (IV.17)$$

-On remplace C et z avec leurs valeurs de L'équation (IV.14) et (IV.6) on trouve :

$$M_R = \phi (0.85 f_c') ab [d - (a/2)] \quad (IV.18)$$

IV.2.1.1.4 Les modes de déformation :

L'ACI détermine 3 modes de déformation dépend de la valeur de ϵ_t comme elle démontre la figure (IV.8):

a -section contrôlée par la compression $\epsilon_t \leq \epsilon_{ty}$

b -section contrôlée par la traction $\epsilon_t \geq 0.005$

c -section de transition $\epsilon_{ty} < \epsilon_t < 0.005$

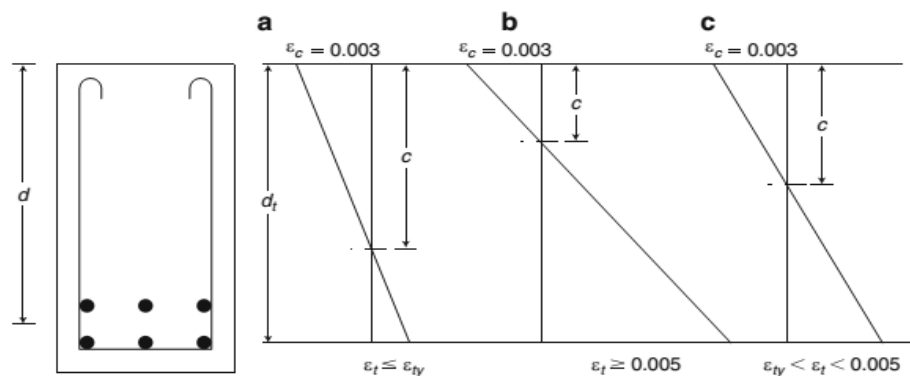


Figure IV.10 La distribution des déformations selon les 3 modes

-D'après l'article 10.3.4 et 10.3.5; Page 318-132 ACI 318-08 la valeur nominale de ε_t égale à 0.004 et la valeur maximale égale à 0.005.

- Par remplacement des deux valeurs de ε_t dans la relation (IV.8), on trouve :

$$\varepsilon_t = 0.004; \frac{c}{d_t} = \frac{3}{7} = 0.429 \text{ ou } c = 0.429d_t \quad (\text{IV.19})$$

$$\varepsilon_t = 0.005; \frac{c}{d_t} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ ou } c = 0.375d_t \quad (\text{IV.20})$$

IV.2.1.1.5 Pourcentage maximal d'acier $\rho_{\max}$:

-on à $c_{\max} = 0.429d_t$, et d'après l'équation (IV.16) on a :

$$a_{\max} = \frac{A_s \max f_y}{(0.85fc') b} = \frac{3}{7} \beta_1 d_t = \frac{\rho_{\max} b d f_y}{(0.85fc') b} \quad (\text{IV.21})$$

-D'après RB10.3.3 ; Page 318-396 ACI 318-08 on a :

$$\rho_{\max} = 0.364\beta_1 \frac{fc'}{f_y} \frac{d}{d_t} \leq 0.75\rho_b \quad (\text{IV.22})$$

-le cas de la section contrôlée par la traction $\varepsilon_t = 0.005$:

$$\rho_{tc} = 0.319\beta_1 \frac{fc'}{f_y} \frac{d}{d_t} \quad (\text{IV.23})$$

Les deux valeurs $\rho_{\max}$ et ρ_{tc} sont établis dans le tableau (Annexe V).

IV.2.1.1.6 Renforcement minimal :

Pour éviter une telle défaillance, et d'après l'article 10.5 Page 318-134 ACI 318-08 une quantité minimale d'armature en traction est déterminer soit par le tableau (Annexe VI), ou comme suite :

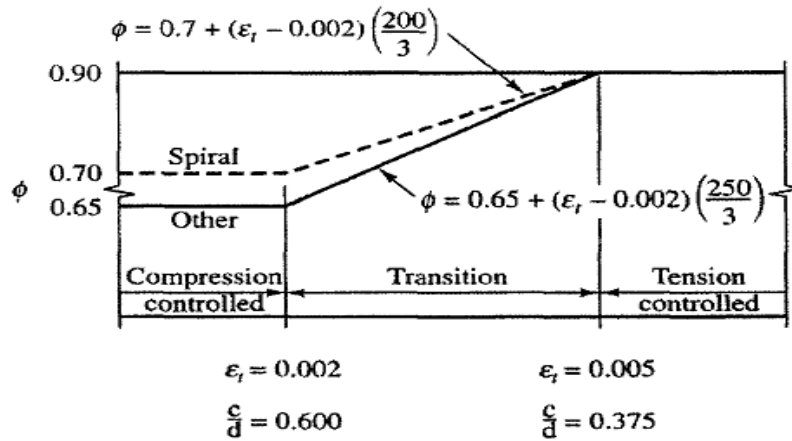
$$A_{s,\min} = \rho_{\min} bd = \frac{0.25\sqrt{fc'}}{f_y} bd \geq \frac{1.40}{f_y} bd \quad (\text{IV.24})$$

Avec : fc' et f_y en [MPa] ; b et d en [mm].

IV.2.1.1.7 La relation entre ϕ et c/d :

-L'équation (IV.8) montre que le rapport de c/d_t , ou son inverse, d_t/c , est en relation directe avec ε_t . Notez que le rapport c_b/d_t est le rapport de c/d au point relatif ou déformations équilibrées.

-Les valeurs de ϕ peut être calculée facilement par l'organigramme (Annexe VII).

Figure IV.11 La variation de ϕ en fonction de c/d

IV.2.1.1.8 Sections rectangulaires sans armature de compression :

-De l'équation (IV.18) on a:

$$M_R = \phi (0.85f_c') ab [d - (a/2)] \quad (IV.25)$$

-On remplace (a) par sa valeur de L'équation (IV.16) on trouve :

$$M_R = \phi (0.85f_c' b \frac{\rho d f_y}{0.85f_c'}) (d - \frac{\rho d f_y}{1.7f_c'}) = b d^2 [\phi \rho f_y (1 - \frac{\rho f_y}{1.7f_c'})] \quad (IV.26)$$

-On a:

$$M_R = b d^2 R \cdot 10^{-3} \text{ [KN.m]} \quad (IV.27)$$

Avec b et d en [cm] et R le coefficient de résistance en unité de contrainte :

$$R = \phi \rho f_y (1 - \frac{\rho f_y}{1.7f_c'}) \text{ [MPa]} \quad (IV.28)$$

-d'après l'équation (IV.28), la valeur de R est clairement dépend de l'armature (ρ et f_y) et de béton utilisé (f_c'), mais elle est indépendante de dimensions de la section.

- d'après le tableau de l'annexe VIII on peut alors lire le pourcentage de ferrailage ρ correspondant à R calculé.

- **Remarque :** Les valeurs de R dans le tableau est en [psi], donc: $(R/145.0377)$ est en [MPa].

- la résistance pondérée M_R doit être au plus égale au moment nominal pondéré ϕM_n . Par conséquent, R est résolu après avoir remplacé le moment M_R par M_n dans l'équation (IV.27).

-les cas ou $\rho < \rho_{\min}$; Les armatures considérées doivent pas utilisées dans les poutres, mais peut être utilisée dans les dalles ou les semelles.

IV.2.1.1.9 Sections rectangulaires avec armature de compression :

Le moment de résistance supplémentaire nécessaire dans les sections peut être fourni en plaçant un renforcement supplémentaire dans les régions de compression et de traction de la poutre. L'acier supplémentaire fournit un couple de force interne, et par conséquent une augmentation de la capacité de flexion. La figure IV.12 représente les composantes de la résistance prévues dans une section rectangulaire avec armature de compression.

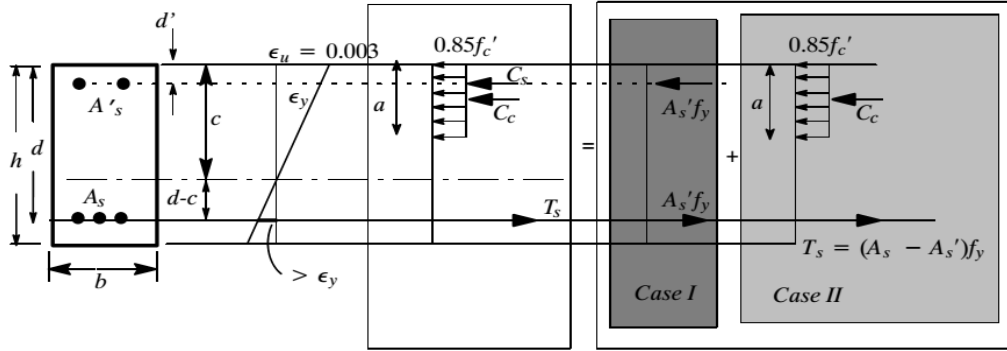


Figure IV.12 Section rectangulaire avec armatures comprimées

D'autre part, une section armée nécessite une zone de plus grande compression pour maintenir l'équilibre, avec l'axe neutre s'éloignant de fibres extrêmes comprimées. Le renforcement placé près de la fibre extrême comprimée devient pleinement efficace lorsque la section atteint sa capacité de déformation de fibres à 0,003.

La résistance au moment de flexion d'une section rectangulaire avec armatures de compression peut être obtenue à partir des expressions suivantes :

$$M_R = M_{R(I)} + M_{R(II)} \quad (IV.29)$$

$$M_{R(II)} = R b d^2 \cdot 10^{-3} \text{ [KN.m]} \quad (IV.30)$$

$$M_{R(I)} = \phi T (d-d') = \phi A'_s f_y (d-d') \quad (IV.31)$$

$$M_{R(I)} = R' b d^2 \cdot 10^{-3} \text{ [KN.m]} \quad (IV.32)$$

Avec:

$$R' = \phi \rho' f_y \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad (IV.33)$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b d} \quad (IV.34)$$

Où

A'_s : L'aire de la section des armatures comprimées.

Remplaçons $M_{R(I)}$ et $M_{R(II)}$ de l'équation (IV.29) par leurs expressions données par les équations (IV.32) et (IV.30), on obtient :

$$M_R = (R + R') b d^2 \cdot 10^{-3} \quad (IV.35)$$

$$\rho = \frac{(A_s - A'_s)}{bd} \quad (\text{IV.36})$$

Où: M_R est exprimée en kN.m, R et R' sont exprimés en MPa, b et d sont exprimés en cm.

IV.2.1.2 Selon le code EUROCODE :

IV.2.1.2.1 Hypothèses du calcul :

- les sections planes restent planes.
- les armatures adhérentes, qu'elles soient tendues ou comprimées, subissent les mêmes déformations relatives que le béton adjacent
- la résistance en traction du béton est négligée
- La déformation en compression du béton doit être limitée à ϵ_{cu}
- La déformation en traction de l'acier doit être limitée à ϵ_{ud} si l'utilisation du diagramme à palier incliné, et n'est pas limitée si l'utilisation du diagramme est à palier horizontal.

Remarque : la valeur de ϵ_{ud} à utiliser peut être fournie par l'annexe nationale du pays.

la valeur recommandée est $\epsilon_{ud} = 0,9\epsilon_{ck}$ où ϵ_{ck} : la déformation correspond à contrainte maximale kf_{yk}/γ_s

IV.2.1.2.2 Etat limite ultime de résistance :

- Le raccourcissement relatif du béton est limité à :
 - En flexion 3,5 ‰
 - En compression 2 ‰
- L'allongement relatif de l'acier :
 - n'est pas limité si on considère un diagramme à palier horizontal
 - dépend du type d'acier utilisé (ϵ_{ud})
- Le dimensionnement à l'ELU se fait en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C.

A) Etat-limite ultime au pivot A,B et C :

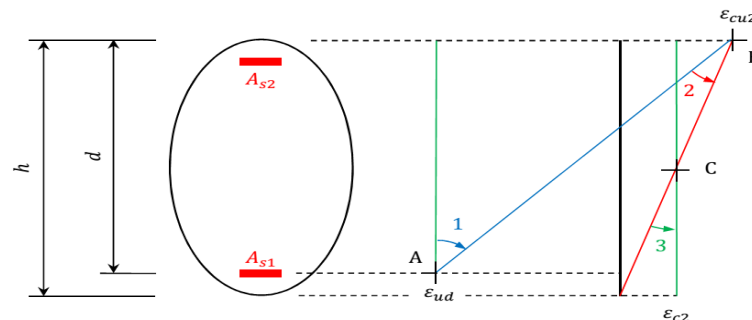


Figure IV.13 diagramme des déformations d'une section (Les trois pivots A, B ou C)

- Droite verticale passant par le point A : Traction simple
- Domaine 1 : Pivot A (flexion simple ou composée) ou l'allongement de l'acier le plus tendu $\varepsilon_s = 10\text{‰}$; et le raccourcissement de la fibre la plus comprimée du béton est $0 \leq \varepsilon_{cu} \leq 3,5\text{‰}$
- Domaine 2 : Pivot B (flexion simple ou composée) ou le raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$; et l'allongement de l'acier $0 \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$
- Domaine 3 : Pivot C (flexion composée) ou le raccourcissement de la fibre de béton à la distance de $3h/7$ est $\varepsilon_{cu} = 2\text{‰}$
- Droite verticale passant par le point C : Compression simple.

Remarques : Le pivot A n'existe pas si on utilise le diagramme à palier de l'horizontal.

Car $\varepsilon_{ud} = \infty$

B) Le diagramme rectangulaire simplifié :

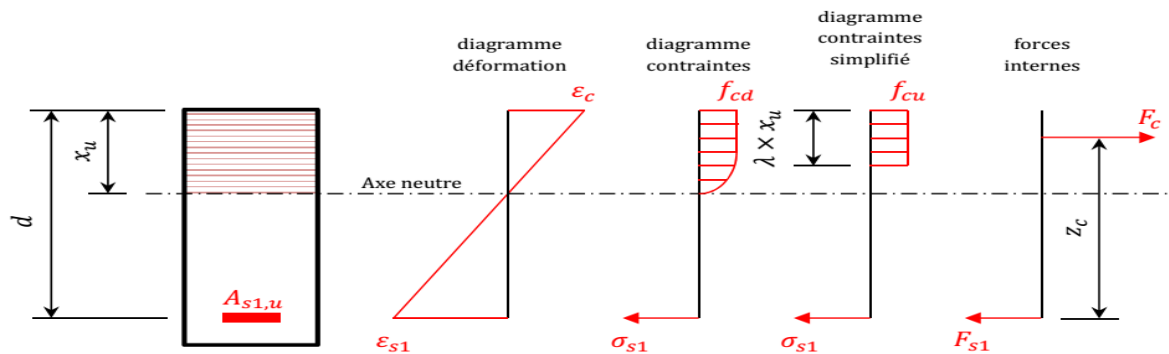


Figure IV.14 Diagramme contrainte-déformation rectangulaire simplifié

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \times (f_{ck} / \gamma_c) \quad (\text{IV.37})$$

Avec : $\alpha_{cc} = 1$ (valeur annexe nationale)

$$f_{cu} = \eta \cdot f_{cd} \quad (\text{IV.38})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \eta &= 1 && \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \eta &= 1 - (f_{ck} - 50) / 200 && \text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0,8 \quad \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400 \quad \text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

C) Equations d'équilibre d'une section :

$$\text{-Le bras de levier : } z_c = d - [(\lambda \cdot x_u) / 2] = d \times [1 - [(\lambda \cdot \alpha_u) / 2]] \quad (\text{IV.39})$$

$$\text{Avec : } x_u = \alpha_u \times d \quad (\text{IV.40})$$

$$z_c = d - (\lambda \times x_u)/2 = d \cdot [1 - ((\lambda \cdot \alpha_u)/2)] \quad (IV.41)$$

-Compression dans l'acier : $F_{s2} = A_{s2,u}' \times \sigma_{s2}' \quad (IV.42)$

-Traction dans l'acier : $F_{s1} = A_{s1,u} \times \sigma_{s1} \quad (IV.43)$

-Compression dans le béton : $F_c = b \times \lambda \times x_u \times f_{cu} \quad (IV.44)$

$$F_c + F_{s2} - F_{s1} = b \times \lambda \times x_u \times f_{cu} + A_{s2,u}' \times \sigma_{s2}' - A_{s1,u} \times \sigma_{s1} = 0 \quad (IV.45)$$

$$M_{Ed} = b \times \lambda \times \alpha_u \times d \times f_{cu} \times d \times [1 - ((\lambda \cdot \alpha_u)/2)] + (d - d'). A_{s2,u}' \times \sigma_{s2}' \quad (IV.46)$$

IV.2.1.2.3 Section rectangulaire sans armatures comprimées :

Les équations d'équilibre donnent :

$$f_c = b \times \lambda \times x_u \times f_{cu} \quad (IV.47)$$

$$\begin{aligned} M_{Ed} &= f_c \times z_c = b \times \lambda \times \alpha_u \times d \times f_{cu} \times d \times [1 - ((\lambda \cdot \alpha_u)/2)] \\ &= b \times d^2 \times f_{cu} \times \lambda \times \alpha_u \times [1 - ((\lambda \cdot \alpha_u)/2)] \end{aligned} \quad (IV.48)$$

• Dimensionnement des armatures tendues (Annexe IX : $\mu_{cu} \leq \mu_{ls}$):

On pose :
$$\mu = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cu}} = \lambda \times \alpha_u \times [1 - ((\lambda \cdot \alpha_u)/2)] \quad (IV.49)$$

Lorsque le diagramme de déformation passe par les 2 pivots A et B , on a la profondeur x_{AB}

Pour l'état-limite ultime qui est atteint au pivot B , on a x_{ls}

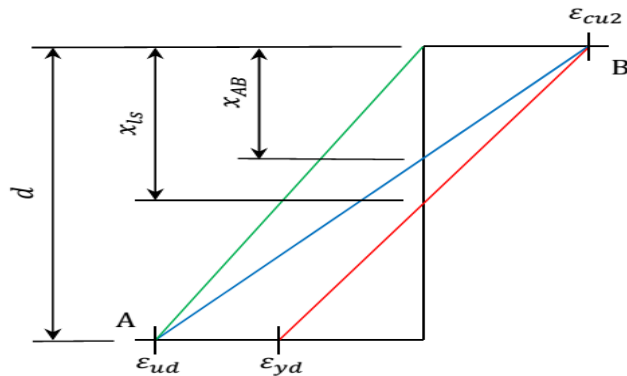


Figure IV.15 Valeurs de d, en fonction de déformation

- Calcul de μ_{AB} :
$$\epsilon_c = \epsilon_{cu2} \quad (IV.50)$$

$$\epsilon_{s1} = \epsilon_{ud} \quad (IV.51)$$

$$\alpha_{AB} = x_{AB}/d = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{ud} + \varepsilon_{cu2}} \quad (IV.52)$$

$$\mu_{AB} = \lambda \times \alpha_{AB} \times [1 - [(\lambda \cdot \alpha_{AB})/2]] \quad (IV.53)$$

-Calcul de μ_{ls} :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2} \quad (IV.54)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd} \quad (IV.55)$$

$$\alpha_{ls} = x_{ls}/d = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu2}} \quad (IV.56)$$

$$\mu_{ls} = \lambda \times \alpha_{ls} \times [1 - [(\lambda \cdot \alpha_{ls})/2]] \quad (IV.57)$$

-On calcul μ_{ls} :

si $\mu_{cu} \leq \mu_{AB} \implies$ Pivot A

si $\mu_{cu} > \mu_{AB} \implies$ Pivot B

$$\mu_{cu} \leq \mu_{ls} \quad \mu_{cu} = \lambda \times \alpha_u \times [1 - [(\lambda \cdot \alpha_u)/2]] \quad (IV.58)$$

$\implies$ Équation de 2^{ème} degré en $\alpha_u \implies$ solution : $\alpha_u = 1/\lambda [1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}}]$

$$\textbf{A) si } \mu_{cu} \leq \mu_{AB} \implies \textbf{Pivot A} \quad \varepsilon_c < \varepsilon_{cu2} \quad (IV.59)$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{ud} \quad (IV.60)$$

$$\textbf{B) si } \mu_{cu} > \mu_{AB} \implies \textbf{Pivot B}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$$

$\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{s1} < \varepsilon_{ud}$ (ε_{s1} est sur le palier du diagramme contraintes/déformations)

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu2} \left(1 - \frac{\lambda \cdot \alpha_u}{2}\right) \quad (IV.61)$$

$\sigma_{s1} = A + B \times \varepsilon_{s1}$ (Equation de la droite du palier incliné)

$$A_{s1,u} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1} z_c} \quad (IV.62)$$

IV.2.1.2.4 Section rectangulaire avec armatures comprimées :

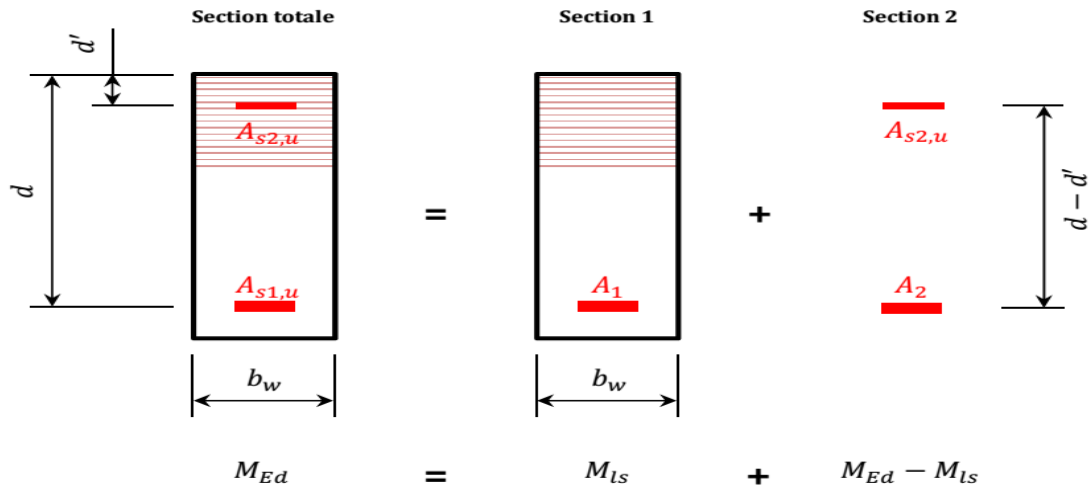


Figure IV.16 Section avec armatures comprimées

$$M_{ls} = \mu_{ls} \times b \times d^2 \times f_{cu} \quad (IV.63)$$

A) Calcul de $A_{s2,u}$:

$$M_{Ed} - M_{ls} = A_{s2,u} \times \sigma_{s2} (d - d') \quad (IV.64)$$

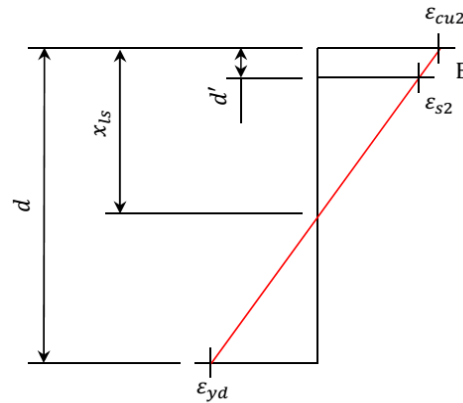


Figure IV.17 Diagramme des déformations de la section passe par le pivot B

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{cu} \times [(\alpha_{ls} - (d'/d)) / \alpha_{ls}] \quad (IV.65)$$

$$\text{si } \epsilon_{s2} \leq \epsilon_{yd} : \sigma_{s2} = E_s \times \epsilon_{s2} \quad (IV.66)$$

$$\text{si } \epsilon_{s2} > \epsilon_{yd} : \sigma_{s2} = A + B \times \epsilon_{s2} \quad (IV.67)$$

$$A_{s2,u} = \frac{M_{Ed} - M_{ls}}{(d - d') \sigma_{s2}} \quad (IV.68)$$

B) Calcul de $A_{s1,u}$:

$$A_{s1,u} = A_1 + A_2 \quad (IV.69)$$

$$A_1 = \frac{M_{ls}}{\sigma_{s1} z_c} \quad (IV.70)$$

Avec : $\sigma_{s1} = f_{yd}$

$$M_{Ed} - M_{ls} = A_{s2,u} \times \sigma_{s2} (d - d') = A_2 \times \sigma_{s1} (d - d') \quad (IV.71)$$

$$A_{s2,u} \times \sigma_{s2} = A_2 \times \sigma_{s1} \quad (IV.72)$$

$$A_2 = A_{s2,u} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \quad (IV.73)$$

$$A_{s1,u} = \frac{M_{ls}}{\sigma_{s1} z_c} + A_{s2,u} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \quad (IV.74)$$

IV.2.1.2.5 Sections minimales et maximales :

A) Section minimale d'armatures tendues :

$$A_{s,min} = \max \left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd ; 0.0013bd \right) \quad (IV.75)$$

- **Remarque** : une section minimale est aussi définie pour maîtriser la fissuration (voir ELS (IV.3.2 Selon le code EUROCODE)).

B) Section maximale d'armatures tendues :

Section maximale d'armatures tendues ou comprimées :

$$A_{s,min} = 0.04A_c \quad (IV.76)$$

Avec : A_c : section de béton.

IV.2.1.3 Selon le code CBA :

IV.2.1.3.1 Hypothèses du calcul :

Les principales hypothèses du calcul des sections en béton armé soumises à de la flexion simple à l'ELU sont les suivantes (article A.4.3.2, CBA93) :

- les sections droites restent planes et il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton.
- la résistance à la traction du béton est négligée.
- les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10 ‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3,5 ‰ en flexion et 2 ‰ en compression simple.
- le comportement des matériaux (l'acier et le béton) est défini par le diagramme contraintes-déformations.

IV.2.1.3.2 Etat limite ultime de résistance :

En fonction des hypothèses retenues, l'état-limite ultime peut être atteint de deux façons :

- Par écoulement plastique des aciers : ($\varepsilon_s = 10 \text{ ‰}$)
- Par écrasement du béton : ($\varepsilon_{bc} = 3,5 \text{ ‰}$)

A) Etat-limite ultime au pivot A :

Cet état-limite ultime caractérisé par les déformations suivantes :

$$0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 3,5\text{‰}$$

$$\varepsilon_s = 10\text{‰}$$

$$y = \alpha \cdot d$$

$$0 \leq \alpha \leq 0.259$$

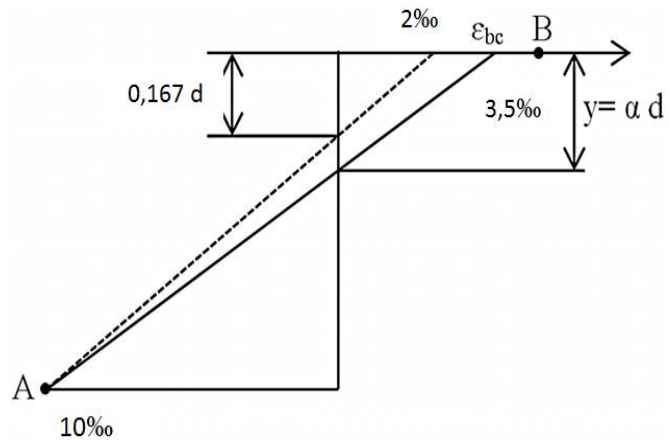


Figure IV.18 Etat-limite ultime au pivot A

B) Etat-limite ultime au pivot B :

Cet état-limite ultime est caractérisé par les déformations suivantes

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$$

$$0 \leq \varepsilon_s \leq 10\text{‰}$$

$$y = \alpha \cdot d$$

$$0.259 \leq \alpha \leq 1$$

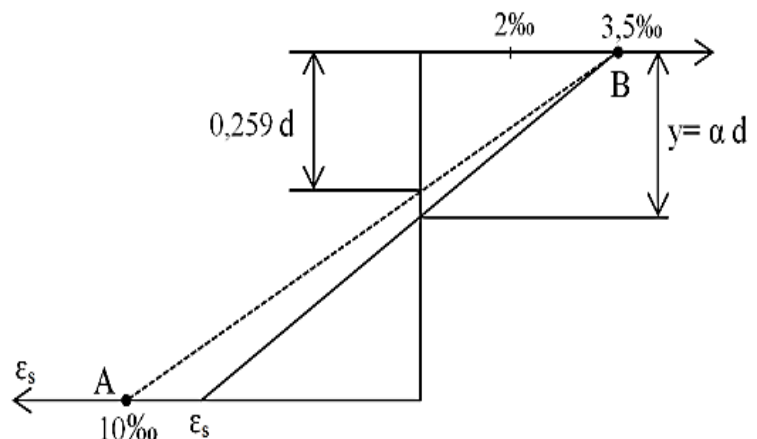


Figure IV.19 Etat-limite ultime au pivot B

-Le mode d'obtention de l'état-limite ultime est déterminé en comparant α avec 0,259 ; valeur qui correspond à un état-limite ultime atteint simultanément dans l'acier et dans le béton.

C) Position particulières de l'axe neutre :

a) Etat-limite ultime avec $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ et $\varepsilon_{bc} = 2\text{‰}$

$$\alpha = 2 / (2 + 10) = 0,167 \quad (\text{IV.77}) \quad (\text{pivot A})$$

Si $\alpha < 0,167$, $\varepsilon_{bc} < 2\text{‰}$ et $\sigma_{bc} < f_{bc} \Rightarrow$ Le béton travaille mal (la section est surdimensionnée en béton).

b) Etat-limite ultime avec $\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ et $\varepsilon_s = \varepsilon_{se}$ (pivot B)

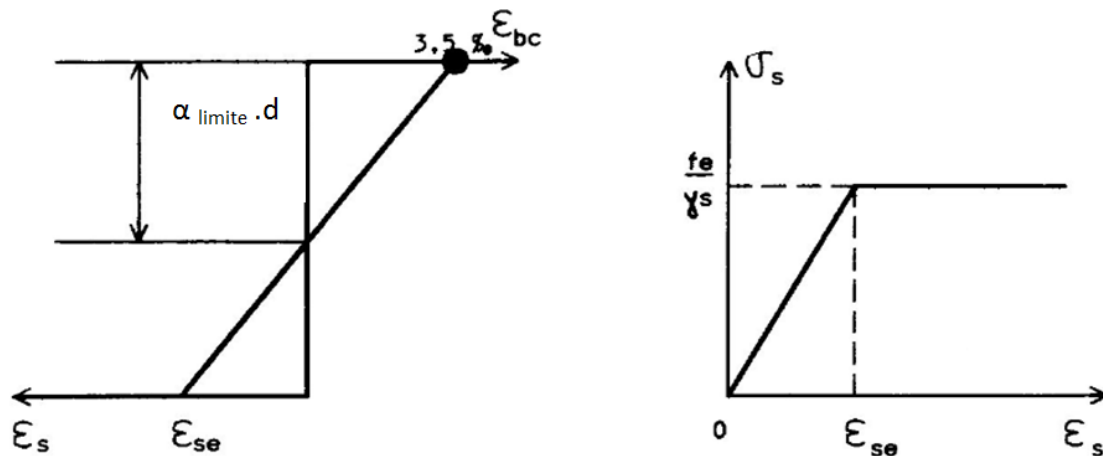


Figure IV.20 Etat-limite ultime avec $\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ et $\varepsilon_s = \varepsilon_{se}$

Si $\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ et $\varepsilon_s = \varepsilon_{se}$, $\alpha = \alpha_{\text{limite}} = 3,5 / (3,5 + \varepsilon_{se})$ qui est en fonction de la nuance d'armatures (voir le tableau IV.1)

Si $\alpha > \alpha_{\text{limite}}$, $\varepsilon_s < \varepsilon_{se}$, $\sigma_s < f_e/\gamma_s$: les aciers travaillent mal (la section est surdimensionnée en acier).

Tableau IV.1 Caractéristiques des aciers, valeurs α_{limite} et μ_{limite} .

	Combinaisons durables ou transitoires				Combinaisons accidentelles			
Nuance MPa	f_e/γ_s MPa	ε_{se} ‰	α_{limite}	μ_{limite}	f_e/γ_s MPa	ε_{se} ‰	α_{limite}	μ_{limite}
FeE215	189	0,935	0,789	0,429	215	1,075	0,765	0,422
FeE235	204	1,022	0,774	0,425	235	1,175	0,749	0,418
FeE400	348	1,739	0,668	0,391	400	2,000	0,636	0,379
FeE500	435	2,174	0,617	0,372	500	2,500	0,583	0,358

D) Conclusions pratiques : Une fois calculée la valeur du coefficient α , on obtient le pivot, on détermine le mode d'obtention de l'état-limite ultime et le type de diagramme des déformations en comparant cette valeur aux valeurs limites indiquées précédemment puis on obtient les contraintes correspondantes pour chaque matériaux.

Tableau IV.2 Valeurs du coefficient α

Valeur de α	Obtention de l'E.L.U	ε_s ‰	ε_{bc} ‰	σ_s	σ_{bc} max
<0,167		10	< 2	f_e/γ_s	< f_{bc}

	Ecoulement plastique des aciers pivot A				
0,167	Ecoulement plastique des aciers pivot A	10	2	f_e/γ_s	f_{bc}
0,167-0,259		10	2 – 3,5	f_e/γ_s	f_{bc}
0,259	Pivot A et B	10	3,5	f_e/γ_s	f_{bc}
0,259- α_{limite}	Ecrasement de béton	$10 - \varepsilon_{se}$	3,5	f_e/γ_s	f_{bc}
α_{limite}		ε_{se}	3,5	f_e/γ_s	f_{bc}
$>\alpha_{\text{limite}}$	Pivot B	$< \varepsilon_{se}$	3,5	$< f_e/\gamma_s$	f_{bc}

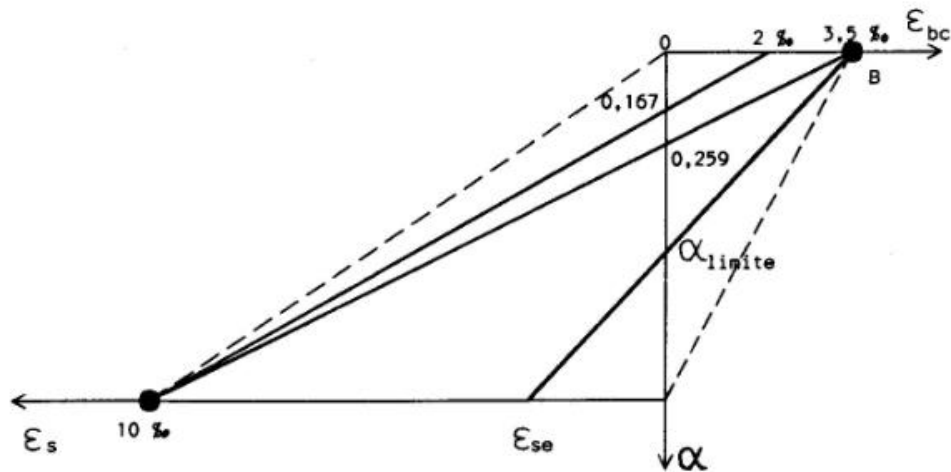


Figure IV.21 Positions particulières de l'axe neutre

E) Le diagramme rectangulaire simplifié :

D'après l'article A.4.3.4.2, CBA93, Lorsque la section considérée n'est pas entièrement comprimée, il est loisible d'utiliser le diagramme rectangulaire simplifié au lieu du diagramme parabolique-rectangle qui est réduit sur une profondeur de $0.8y_u$, dans lequel y_u désigne la distance de l'axe neutre de la déformation à la fibre la plus comprimée. La contrainte de calcul à l'ELU du béton est donnée par :

$$f_{bu} \text{ ou } f_{bc} = \frac{0.85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \quad (\text{IV.78})$$

Avec :

f_{c28} : la résistance caractéristique requise en compression à 28 jours du béton.

θ : un coefficient qui tient compte de la durée d'application des charges.

γ_b : 1.5 coefficient de sécurité du béton dans les cas courants.

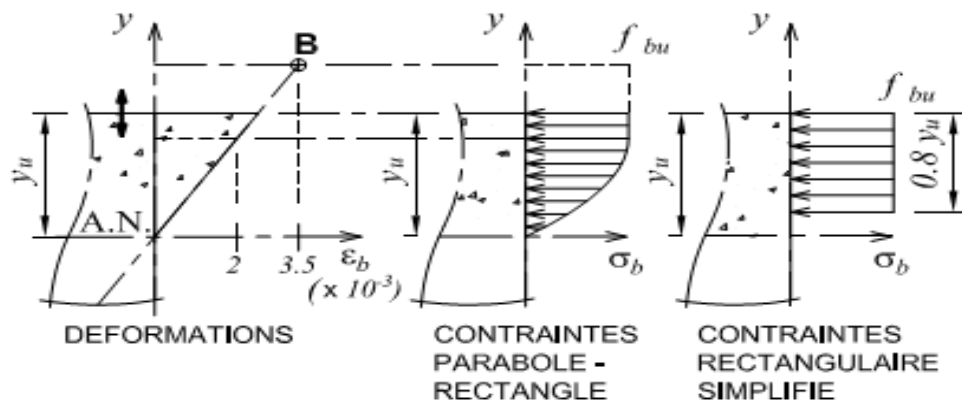


Figure IV.22 Diagrammes contrainte-déformation parabole-rectangle et rectangulaire simplifié

F) Equations d'équilibre d'une section :

L'équilibre de la section vis à vis de l'effort normal et du moment fléchissant conduit aux deux équations (M et N).

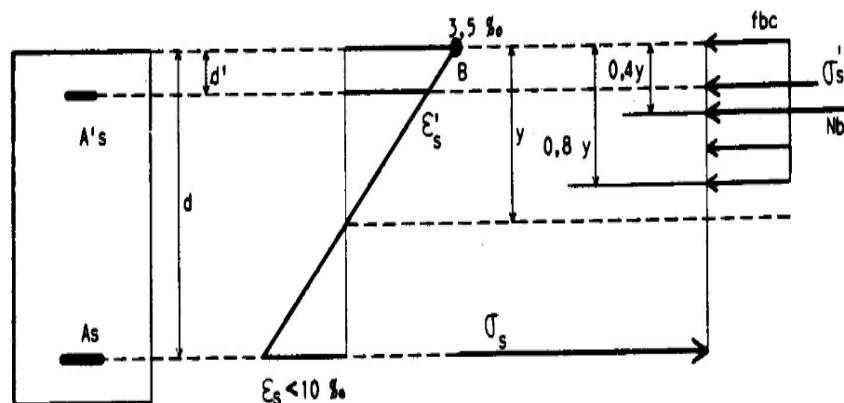


Figure IV.23 Section en béton armé à l'équilibre

$$N_b + N_{s'} - N_s = 0.8y.b f_{bc} + A_{s'} \cdot \sigma_{s'} - A_s \cdot \sigma_s = 0 \quad (IV.79)$$

$$M_u = 0.8y.b f_{bc} (d - 0.4y) + (d - d'). A_s'. \sigma_s' \quad (IV.80)$$

Où :

-Compression dans l'acier : $N_s' = A_s' \cdot \sigma_s'$ (IV.81)

-Traction dans l'acier : $N_s = A_s \cdot \sigma_s$ (IV.82)

-Compression dans le béton : $N_b = 0.8 y_b f_{bc}$ (IV.83)

Selon la valeur du moment ultime réduit μ , la section sera armée soit uniquement par des armatures tendues, soit par des armatures tendues et comprimées.

IV.2.1.3.3 Section rectangulaire sans armatures comprimées :

A) Etat-limite ultime par écrasement du béton (pivot B) :

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰} ; 0,186 < \mu \leq \mu_{\text{limite}} ; \varepsilon_{se} \leq \varepsilon_{st} < 10\text{‰}$$

Les équations d'équilibre donnent successivement (forces puis moments) :

$$N_b = N_s \quad \Leftrightarrow \quad 0,8 \alpha b d f_{bc} = A_s \sigma_s$$

$$M_u = N_b (d - z') \quad \Leftrightarrow \quad M_u = 0,8 \alpha b d^2 f_{bc} (1 - 0,4\alpha) \quad (\text{IV.84})$$

On pose :

$$\mu = \frac{M_u}{b d^2 f_{bc}} \quad (\text{IV.85})$$

soit :

$$\mu = 0,8\alpha (1 - 0,4\alpha) \quad (\text{IV.86})$$

où

$$\alpha = 1,25 [1 - \sqrt{1 - 2\mu}] \quad (\text{IV.87})$$

Lorsque le diagramme de déformation passe par les 2 pivots A et B , $y = 0,259 d$; ($\alpha = 0,259$)

Lorsque α est supérieur à α_{limite} , c'est-à-dire lorsque μ est supérieur μ_{limite} , la contrainte σ_s dans les armatures est inférieure à f_e/γ_s , donc ces armatures sont mal utilisées : il convient alors de redimensionner la section de béton ou d'introduire des armatures comprimées. Il est donc utile de connaître μ_{limite} .

• Dimensionnement des armatures tendues :

Les données du problème sont :

- les caractéristiques des matériaux
- la sollicitation M_u supportée par la section de béton .

On calcule $\mu = M_u / b d^2 f_{bc}$

Si $\mu < 0,187$: l'état –limite ultime est atteint au pivot A

Si $\mu > \mu_{\text{limite}}$: on redimensionne la section ou on introduit des armatures comprimées ;

Si $0,187 < \mu < \mu_{\text{limite}}$: on calcule la position de l'axe neutre par $\alpha = 1,25 [1 - \sqrt{1 - 2\mu}]$

la contrainte dans les aciers tendus est déduite de la valeur de la déformation ε_s : on calcule

$$\varepsilon_s = 3,5\text{‰} (1 - \alpha) / \alpha \quad \text{si} \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_{se} : \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (\text{cas ou } \mu > \mu_{\text{limite}})$$

$$\text{si} \quad \varepsilon_s > \varepsilon_{se} : \sigma_s = f_e / \gamma_s \quad (\text{cas général avec } \mu < \mu_{\text{limite}})$$

on obtient enfin :

$$A_s = 0,8\alpha b d f_{bc} / \sigma_s \quad \text{ou} \quad A_s = \frac{M_u}{\beta d \sigma_{st}} \quad (\text{IV.88})$$

• Dimensionnement d'une section de béton :

Lorsque les dimensions de la section de béton ne sont pas connues , on peut commencer par se fixer soit l'une des deux dimensions , soit un rapport entre elles (par exemple, $b/h \approx 0,4$) ou la valeur de la hauteur utile de la section de béton ($d \approx 0,9h$).

Il manque encore une équation pour résoudre le problème : on fait donc un choix concernant

α ou μ : par économie , α sera pris entre 0,167 et α_{limite} et même de préférence supérieur à 0,259 pour faire travailler le béton au maximum ; si α est proche de α_{limite} , il faudra beaucoup d'acier dans peu de béton, et si α tend vers 0,167 , ce sera l'inverse .

On détermine ensuite μ puis $bd^2 = M_u / \mu f_{bc}$, ce qui donne b, d et h et on est ramené au problème précédent .

IV.2.1.3.4 Section rectangulaire avec armatures comprimées :

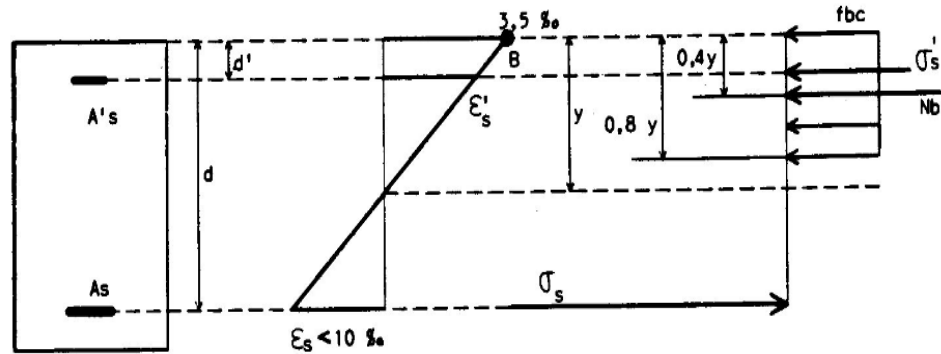


Figure IV.24 Section avec armatures comprimées

Les équations d'équilibre sont :

$$0,8 \alpha b d f_{bc} + A'_s \cdot \sigma'_s - A_s \cdot \sigma_s = 0 \quad (IV.89)$$

$$M_u = 0,8 \alpha b d^2 f_{bc} (1 - 0,4 \alpha) + \sigma'_s A'_s (d - d') \quad (IV.90)$$

On dispose uniquement de deux équations pour déterminer les trois inconnues A_s , A'_s et α . Il faut donc choisir l'une de ces grandeurs. Ce choix est totalement libre, mais dans la grande majorité des cas, on choisit α pour obtenir la plus faible section totale $A_s + A'_s$. Le calcul théorique de la valeur de α qui minimise $A_s + A'_s$ donne : $\alpha = 0,69$ soit $\mu = 0,400$.

(on peut également, pour les résultats voisins, prendre $\alpha = \alpha_{\text{limite}}$ et $\mu = \mu_{\text{limite}}$, mais ces valeurs sont numériquement différentes en fonction de la nuance de l'acier utilisé)

Les section d'armatures sont donc :

$$A'_s = \frac{M_u - 0,4 b d^2 f_{bc}}{\sigma'_s (d - d')} \quad (IV.91)$$

$$A_s = \frac{A'_s \sigma'_s + 0,552 b d f_{bc}}{\sigma_s} \quad (IV.92)$$

IV.2.2 Résistances des sections à la flexion aux états limites de service (ELS):

IV.2.2.1 Selon le code ACI :

Selon l'ACI, les états limites de service à considérer (ou contrôler) sont ceux de fissuration, et déformation (flèche).

IV.2.2.1.1 Contrôle de la fissuration :

Le code ne fournit aucune méthode de calcul des ouvertures de fissures, mais prévoir cependant un contrôle de la fissuration par la relation suivante de l'article ACI 318-08 ; 10.6.4 page 318-136 :

$$s = 380 \left(\frac{276}{f_s} \right) - 2.5c_c \leq 300 \left(\frac{276}{f_s} \right) \quad (\text{IV.93})$$

Avec :

c_c : est la distance entre la fibre la plus tendue et les aciers de flexion situés le plus près de cette fibre.

s : l'espacement maximal entre les armatures de la face tendue en [mm].

f_s : la contrainte de l'armature le plus proche de la face tendue à l'état limite de service :

$$f_s = \frac{2}{3} f_y \quad (\text{IV.94})$$

-Lorsque la hauteur h d'une section de poutre dépasse 91 cm, l'armature longitudinal de peau doit être uniformément réparti sur les deux faces latérales de la section. L'armature de peau doit s'étendre sur une distance $h/2$ de la fibre tendue.

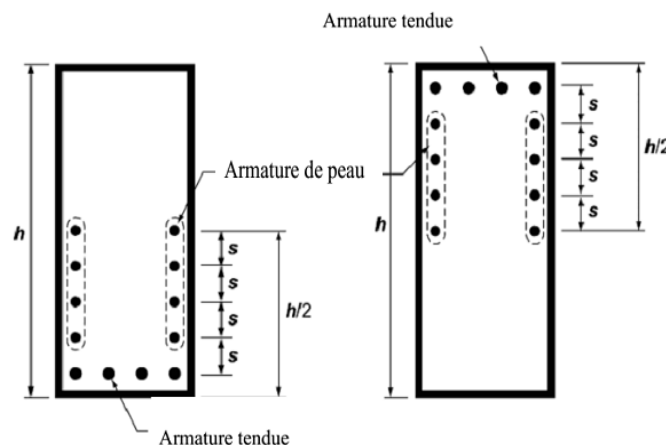


Figure IV.25 Disposition des armatures de peau pour les poutres de hauteur $h > 91$ cm

IV.2.2.1.2 Contrôle des flèches :

D'après ACI 318-08 ; 9.5 page 318-121, lorsque l'élément ne supporte pas, ou n'est pas lié à, des cloisons ou autres éléments susceptible d'être endommagés par des flèches importantes et à défaut de justifications spéciales, on peut adopter la hauteur minimale fixée par le tableau suivant :

Tableau IV.3 Hauteur minimale des poutres en béton armé, pour être dispensé de la vérification de la flèche

Conditions d'appui	Simplement appuyée	Une extrémité continue	Deux extrémités continues	Porte-à-faux
Poutres	$l_n / 16$	$l_n / 18.5$	$l_n / 21$	$l_n / 8$

- **Remarque :**

- tableau établi pour $f_y = 414$ MPa. Pour d'autres valeurs de f_y , multiplier les épaisseurs trouvées par $(0.4 + f_y/690)$.
- pour les bétons légers d'une densité entre 1440 et 1840 Kg/m³, Les valeurs doit être multiplier par $[(1.65 - 0.0003\gamma_c) \leq 1]$,

A) flèche instantanée :

Lorsque l'épaisseur minimale selon le tableau n'est pas respectée, il est nécessaire de calculer la flèche. Le calcul est conduit par les méthodes élastiques, en prenant en compte l'effet de la fissuration des armatures sur la rigidité.

$$\Delta = \frac{kwl^4}{384 E_c I_e} \quad (IV.95)$$

Ou :

w : la charge uniformément répartie.

l : longueur de poutre.

k : coefficient dépend de type d'appuis :

k = 5 pour une seule travée.

k = 1.4 pour la poutre continue (travée intermédiaire).

k = 2 pour la poutre continue (travée de rive).

k = 1 pour la poutre console encastrée.

-A défaut de calcul plus précis, la rigidité dans l'état fissuré $E_c I_e$ peut être déterminé par l'article de ACI 318-08 ; 9.5.2.3 page 318-123, en prenant :

-Pour le module d'élasticité de béton E_c : $E_c = \gamma_c^{1.5} \times 43\sqrt{f_c'} \cdot 10^{-3}$ (en MPa)

-Pour le moment d'inertie effectif (I_e) dans l'état fissuré est :

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad (IV.96)$$

Avec:

I_g : moment d'inertie de la section de béton seul : $I_g = bh^3/12$ (IV.97)

I_{cr} : moment d'inertie de la section homogène réduit.

M_{cr} : moment de fissuration :

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (IV.98)$$

Où :

$$f_r : \text{module de rupture : } f_r = 0.62 \lambda \sqrt{f_c'} \text{ [MPa]} \quad (\text{IV.99})$$

y_t : distance du centre de gravité de la section de béton seul à la fibre extrême la plus tendue.

M_a : moment maximal auquel l'élément est soumis à la phase de chargement pour lequel on calcul la flèche en service.

λ : facteur de modification, toujours apparaitre avec la valeur $\sqrt{f_c'}$ dans tous les équation de ce code, il prend la valeur 0.85 pour béton léger sableux, 0.75 pour les autres types de béton léger, et 1 pour les béton normaux.

-Pour les poutres continues, la valeur de I_e peut être prise égale à la moyenne des moments d'inertie I_e calculés par l'équation (IV.96) dans les sections où les moments positifs et négatifs sont maximaux (en travée et sur appuis).

B) flèche sous charges de longue durée :

Le code tient compte du fait qu'une armature de compression réduit les déformations de fluage de la zone comprimée ; elle consiste à multiplier la part de flèche instantanée due aux charges de longue durée par le coefficient λ_Δ :

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1+50\rho'} \quad (\text{IV.100})$$

Où :

ξ : facteur dépendant du temps, est égale à :

2 pour une durée de 5 ans et plus, 1.4 pour 12 mois, 1.2 pour 6 mois, et 1 pour 3 mois.

ρ' : le taux d'armature comprimée $\rho' = A's/bd$

C) limites des flèches :

L'article ACI 318-08; 9.5 page 318-124 spécifie les limites de flèches données au tableau suivant :

Tableau IV.4 Valeurs limites des flèches

Type d'élément	Flèche à prendre en considération	Flèche maximale
Toitures ne supportent pas d'éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Flèche instantanée due aux charges d'exploitation.	$L_n^* / 180$
Planchers ne supportent pas ou n'étant pas attachés à des	Flèche instantanée due aux charges d'exploitation .	$L_n^* / 360$

éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.		
Toitures et planchers supportant ou attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches.	Incrément de flèche après l'attachement des éléments fragiles, incluant les flèches instantanées et les flèches à long terme.	$L_n^* / 480$
Toitures ou planchers supportant ou attachés à des éléments non susceptibles d'être endommagés par les flèches.		$L_n^* / 240$

IV.2.2.2 Selon le code EUROCODE :

IV.2.2.2.1 Etat limite de service vis-a-vis de la durabilité :

Le dimensionnement est souvent plus critique à l'ELU, mais il faut s'assurer que les limitations à l'ELS sont également respectées :

- limitation des contraintes.
- maîtrise de la fissuration.
- limitation des flèches.

- **Hypothèse de calcul :**

- Au cours des déformations, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions.
- La résistance du béton tendu est négligée.
- Adhérence parfaite acier – béton.

A) Vérification des contraintes à l'état-limite de service :

1- Limitation de la contrainte de compression du béton

La contrainte de compression du béton doit être limitée à :

$$\overline{\sigma}_c = k_1 \times f_{ck} \quad (\text{IV.101})$$

Avec : $k_1 = 1$ pour la classe d'exposition X0 ou XC

$k_1 = 0.6$ pour la classe d'exposition XD, XS ou XF. Voir (ANNEXE XI)

2- Limitation de la contrainte de l'acier

La contrainte de traction de l'acier doit être limitée à :

$$\overline{\sigma}_s = k_3 \times f_{yk} \quad (\text{IV.102})$$

Avec : $k_3 = 0.8$

B) Calcul des sections lorsque l'état-limite de service est le plus défavorable :

1- Section rectangulaire sans armatures comprimées :

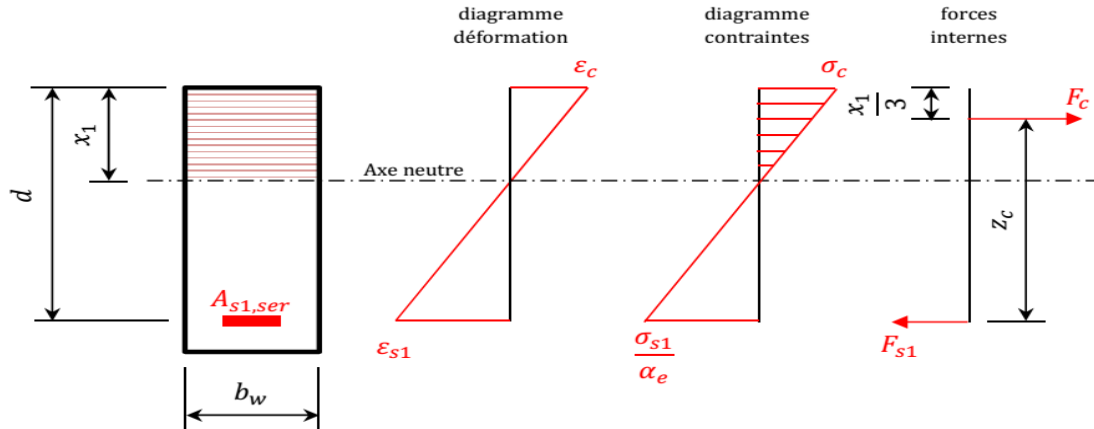


Figure IV.26 Section avec armatures tendues (EUROCODE)

$\alpha_e = E_s / E_{c,eff}$; $\alpha_e = 15$ (valeur recommandée)

Avec :

$E_{c,eff}$: Module d'élasticité effectif du béton

$$x_1 = \alpha_1 \times d \quad (\text{IV.103})$$

$$z_c = d - [x_1/3] = d \times [1 - (\alpha_1/3)] \quad (\text{IV.104})$$

$$f_c = (1/2) \times b \times x_1 \times \sigma_c = (1/2) \times b \times \alpha_1 \times d \times \sigma_c \quad (\text{IV.105})$$

$$f_{s1} = A_{s1,ser} \times \sigma_{s1} \quad (\text{IV.106})$$

$$M_{ser} = f_c \times z_c = f_{s1} \times z_c \quad (\text{IV.107})$$

- Calcul de moment de résistance :

$$\sigma_c = \overline{\sigma}_c \quad (\text{IV.108})$$

$$\sigma_{s1} = \overline{\sigma}_s \quad (\text{IV.109})$$

$$\overline{\alpha}_1 = \overline{x}_1 / d = \frac{\overline{\sigma}_s}{\overline{\sigma}_s / \alpha_e + \overline{\sigma}_c} \quad (\text{IV.110})$$

$$M_{rc} = (1/2) \times f_c \times z_c = (1/2) b \times d^2 \times \overline{\sigma}_c \times \overline{\alpha}_1 \times [1 - [(\overline{\alpha}_1)/3]] \quad (\text{IV.111})$$

Si $M_{ser} > M_{rc}$ =====> Avec aciers comprimés

Si $M_{ser} \leq M_{rc}$ =====> Pas d'aciers comprimés

- Le cas $M_{ser} \leq M_{rc}$:

$$\sigma_c \leq \overline{\sigma}_c \quad (\text{IV.112})$$

$$\sigma_{s1} = \overline{\sigma}_s \quad (\text{IV.113})$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\bar{\sigma}_s / \alpha_e + \alpha_1}{1 - \alpha_1} \quad (\text{IV.114})$$

$$M_{ser} = b \times d^2 \times \alpha_1^2 \times [1 - (\alpha_1/3)] \times \frac{\bar{\sigma}_s / \alpha_e}{1 - \alpha_1} \quad (\text{IV.115})$$

Equation du 3^{ème} degré en α_1 avec $0 < \alpha_1 \leq 1$

$$A_{s1,ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1} z_c} \quad (\text{IV.116})$$

2- Section rectangulaire avec armatures comprimées :

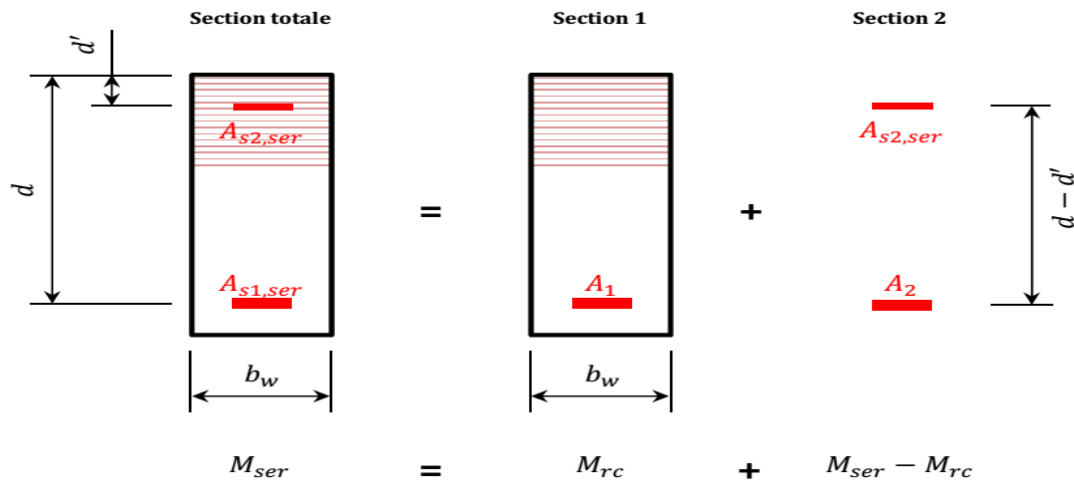


Figure IV.27 Section avec armatures comprimées

- Calcul de $A_{s2,u}$:

$$M_{ser} - M_{rc} = A_{s2,ser} \times \sigma_{s2} (d - d') \quad (\text{IV.117})$$

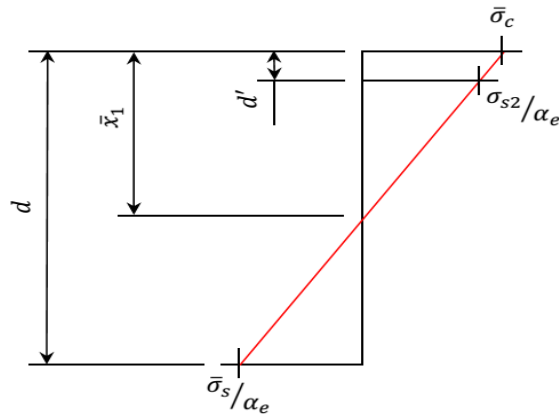


Figure IV.28 Diagramme des déformations à l'état limite de service

$$\sigma_{s2} = \alpha_e \times \bar{\sigma}_c \times [(\bar{\alpha}_1 - (d'/d)) / \bar{\alpha}_1] \quad (\text{IV.118})$$

$$A_{s2,ser} = \frac{M_{ser} - M_{rc}}{(d - d') \sigma_{s2}} \quad (\text{IV.119})$$

- Calcul de $A_{s1,ser}$:

$$A_{s1,ser} = A_1 + A_2 \quad (IV.120)$$

$$A_1 = \frac{M_{rc}}{\sigma_{s1} \bar{z}_c} \quad (IV.121)$$

Avec : $\sigma_{s1} = \bar{\sigma}_s$

$$M_{ser} - M_{rc} = A_{s2,ser} \times \sigma_{s2} (d - d') = A_2 \times \sigma_{s1} (d - d') \quad (IV.122)$$

$$A_{s2,ser} \times \sigma_{s2} = A_2 \times \sigma_{s1} \quad (IV.123)$$

$$A_2 = A_{s2,ser} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \quad (IV.124)$$

$$A_{s1,ser} = \frac{M_{rc}}{\sigma_{s1} \bar{z}_c} + A_{s2,ser} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}} \quad (IV.125)$$

C) Maîtrise de la fissuration :

1- Contrôle de fissuration :

Il convient de définir une valeur limite de l'ouverture calculée des fissures (w_{max}) en tenant compte de la nature et du fonctionnement envisagés de la structure ainsi que du coût de la limitation de la fissuration.

Tableau IV.5 Valeurs recommandées de w_{max} (mm)

Classe d'exposition	Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes	Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes
	Combinaison quasi-permanente des charges	Combinaison fréquente des charges
X0, XC1	0,4 ¹	0,2
XC2, XC3, XC4	0,3	0,2 ²
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Décompression
NOTE 1 Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour donner un aspect dans l'ensemble acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte. NOTE 2 Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.		

Tableau IV.6 Diamètre maximal ϕ_s : des barres pour la maîtrise de la fissuration

		Diamètre maximal des barres [mm]		
		$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
Contrainte de l'acier ¹ [MPa]	160	40	32	25
	200	32	25	16
	240	20	16	12
	280	16	12	8
	320	12	10	6
	360	10	8	5
	400	8	6	4
	450	6	5	-

Si la maîtrise de la fissuration est requise, une quantité minimale d'armatures est nécessaire

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k_t f_{ct,eff} A_{ct} \quad (IV.126)$$

Avec :

$A_{s,min}$: section minimale d'armatures dans la zone tendue

A_{ct} : aire de la section droite de béton tendu (avant l'apparition des fissures $\sigma_{ct} < f_{ct,eff}$)

σ_s : contrainte dans les aciers après la formation de la fissure (peut être prise égale à f_{yk})

$f_{ct,eff}$: valeur moyenne de la résistance en traction du béton ($f_{ct,eff} = f_{ctm}$)

k : réduction des efforts dus aux déformations gênées (prise en compte des contraintes non uniformes auto-équilibrées)

= 1,0 pour les âmes avec $h \leq 300$ mm ou les membrures d'une largeur inférieure à 300 mm

= 0,65 pour les âmes avec $h \geq 800$ mm ou les membrures d'une largeur supérieure à 800 mm (interpolation pour les valeurs intermédiaires)

k_c : prise en compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration et de la modification du bras de levier. Traction pure : $k_c = 1,0$. Flexion simple pour une section rectangulaire, $k_c = 0,4$.

3- Calcul de l'ouverture des fissures :

L'ouverture des fissures, w_k , peut être calculée au moyen de l'expression :

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (IV.127)$$

Où :

$s_{r,max}$ est l'espacement maximal des fissures.

ϵ_{cm} est l'allongement unitaire moyen du béton sur $s_{r,max}$.

ϵ_{sm} est la déformation moyenne de l'armature de béton armé sous la combinaison de charges considérée, incluant l'effet des déformations imposées et en tenant compte de la participation du béton tendu. Seul est pris en compte l'allongement relatif au-delà de l'état correspondant à l'absence de déformation du béton au même niveau.

- $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$ peut être calculé au moyen de l'expression :

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \max \left[\frac{f_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} ; 0,6 \frac{f_s}{E_s} \right] \quad (IV.128)$$

- f_s est la contrainte dans les armatures de béton armé tendues, en supposant la section fissurée.

- α_e est le rapport E_s/E_{cm} .

$$\rho_{p,eff} = A_s / A_{c,eff} \quad (IV.129)$$

- $A_{c,eff}$ est l'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues, c'est-à-dire l'aire de la section de béton autour des armatures de traction, de hauteur $h_{c,ef}$, où $h_{c,ef}$ est la plus petite des trois valeurs ci-après : $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ ou $h/2$.

- k_t est un facteur dépendant de la durée de la charge.

$k_t = 0,6$ dans le cas d'un chargement de courte durée.

$k_t = 0,4$ dans le cas d'un chargement de longue durée.

$$S_{r,max} = 3,4.c + k_1.k_2 \times 0,425\phi / \rho_{p,eff} \quad (IV.130)$$

Où :

- ϕ est le diamètre des barres. Lorsque plusieurs diamètres de barres sont utilisés dans une même section, il convient de retenir un diamètre équivalent ϕ_{eq} .

- c est l'enrobage des armatures longitudinales.

- k_1 est un coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures adhérentes :

= 0,8 pour les barres à haute adhérence

= 1,6 pour les armatures ayant une surface effectivement lisse (armatures de précontrainte, par exemple).

- k_2 est un coefficient qui tient compte de la distribution des déformations :

= 0,5 en flexion

= 1,0 en traction pure

4- Contrôle des déformations (flèches) :

- Le calcul des flèches dans une structure en béton armé est très complexe du fait que le béton se fissure et présente des déformations différées (fluage et retrait).

- L'Eurocode2 propose, 2 méthodes, la première est un rapport l/d (portée/hauteur utile) de référence, qui s'il est supérieur au l/d réel, dispense du calcul exact des flèches.

On calcule :

-Pourcentage d'armatures de référence :

$$\rho_0 = 0.1\sqrt{f_{ck}} \text{ (en \%)} \quad (IV.131)$$

- Pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi- portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment sollicitant à l'ELU :

$$\rho = \frac{100A_s}{bd} \quad (IV.132)$$

- Si $\rho \leq \rho_0$:

$$(l/d)_{\text{réf}} = K [11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} (\frac{\rho_0}{\rho} - 1)^{3/2}] \quad (\text{IV.133})$$

- Si $\rho > \rho_0$:

$$(l/d)_{\text{réf}} = K [11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} (\frac{\rho'}{\rho})^{1/2}] \quad (\text{IV.134})$$

Où :

- $(l/d)_{\text{réf}}$: la valeur limite du rapport portée/hauteur utile.

- K : un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux.

$K = 1$ (Poutre sur appuis simples).

$K = 1.3$ (Travée de rive d'une poutre continue).

$K = 1.5$ (Travée intermédiaire d'une poutre).

$K = 0.4$ (Console).

- ρ' est le pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi- portée (ou sur appui dans le cas des consoles).

- La deuxième méthode est le calcul est conduit par les méthodes élastiques (même relation proposer par ACI) d'où :

$$f = \frac{5qL^4}{384E_cI}$$

E_c : Le module d'élasticité de béton.

q : La valeur de la combinaison la plus défavorable.

I : Le moment d'inertie de la section.

L : portée de l'élément entre nus.

-pour les éléments supports reposant sur deux appuis, les valeurs :

$$\bar{f} = \begin{cases} L/500 & \text{si la portée } L \text{ est au plus égale à } 7 \text{ m .} \\ [(L-7\text{m})/1\,000] + 1.4 & \text{si la portée } L \text{ est supérieure à } 7 \text{ m .} \end{cases}$$

IV.2.2.3 Selon le code CBA :

IV.2.2.3.1 Etat limite de service vis-a-vis de la durabilité :

Concernant cet état-limite de service, les vérifications portent sur :

-un état-limite de compression du béton.

- un état-limite d'ouverture des fissures.

Ces vérifications se traduisent par une limitation des contraintes dans le béton et dans les armatures tendues.

• Hypothèse de calcul :

Les principales hypothèses du calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple aux ELS sont les suivantes :

- Les sections planes restent planes.
- Il n'y a pas de glissement à l'interface béton-armatures.
- Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux élastiques.
- Le béton tendu est négligé.
- L'aire des aciers n'est pas déduite de celle du béton.
- L'aire des aciers est concentrée en son centre de gravité.
- Le coefficient d'équivalence $n=E_s/E_b$ est fixé forfaitairement à $n = 15$.

A) Vérification des contraintes à l'état-limite de service :

Les contraintes de service ne doivent pas dépasser les limites suivantes :

Pour le béton : $\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$ (IV.135)

Pour l'acier : $\sigma_s \leq \overline{\sigma}_s$ (IV.136)

- pour la fissuration peu préjudiciable : pas de limite σ_s
- pour la fissuration préjudiciable : $\overline{\sigma}_s = \min \{ (2/3) f_e ; \max (0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}) \}$.
- pour la fissuration très préjudiciable : $\overline{\sigma}_s = 0,8 \min \{ (2/3) f_e ; \max (0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}) \}$.

B) Calcul des sections lorsque l'état-limite de service est le plus défavorable :

Lorsque la vérification des contraintes à l'état-limite de service n'est pas satisfaite, il faut redimensionner la section à l'état-limite de service.

1- Section rectangulaire sans armatures comprimées :

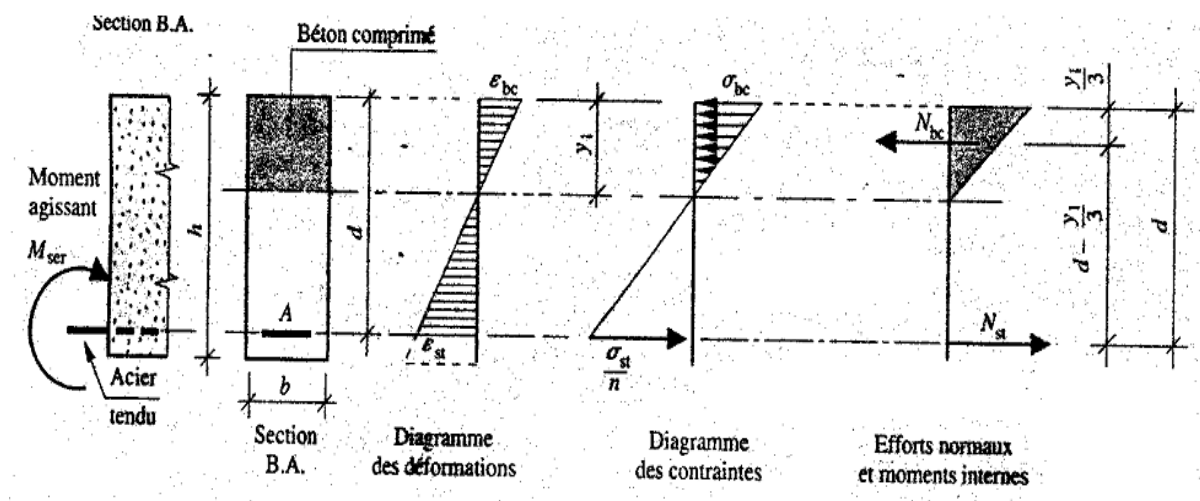


Figure IV.29 Section avec armatures tendues

Si la condition $\sigma_s < \overline{\sigma}_s$ n'est pas remplie, il faut recalculer la section d'aciers tendus A_{st} en admettant que ces armatures travaillent au maximum possible, c'est-à-dire à la contrainte limite de service $\overline{\sigma}_{st}$, les équations d'équilibre s'écrivent alors :

$$b \cdot y \cdot \sigma_{bc} / 2 = A_{st} \cdot \overline{\sigma}_{st} \quad (IV.137)$$

$$M_{ser} = b \cdot y \cdot \sigma_{bc} \cdot (d - y/3) / 2 \quad (IV.138)$$

il y a trois inconnues y , σ_{bc} et A_s ; L'acier et le béton ayant un comportement élastique, on en déduit une relation entre les contraintes :

$$\frac{\sigma_{bc}}{y} = \frac{\sigma_{st}}{n(d-y)} \quad (IV.139)$$

$$\sigma_{bc} = [\alpha / (1 - \alpha)] \cdot [\overline{\sigma}_{st} / n] \quad (IV.140)$$

En combinant ces trois équations, on obtient une équation du troisième degré en α :

$$\overline{\sigma}_{st} \cdot \alpha^3 - 3 \cdot \overline{\sigma}_{st} \cdot \alpha^2 - (6 \cdot n \cdot M_{ser} / b \cdot d^2) \cdot \alpha + (6 \cdot n \cdot M_{ser} / b \cdot d^2) = 0 \quad (IV.141)$$

La solution "intéressante" ($0 \leq \alpha \leq 1$) de cette équation est obtenue de la façon suivante :

On calcule $\lambda = 1 + (30 \cdot M_{ser} / b \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma}_{st}) \quad (IV.142)$

puis $\cos \varphi = \lambda^{-3/2}$ d'où φ en degrés ;

On trouve : $\alpha = 1 + 2 \sqrt{\lambda} \cdot \cos (240^\circ + \varphi/3) \quad (IV.143)$

Le diagramme fourni en (annexe X) donne directement les valeurs de α :

Ayant obtenu α , on calcule σ_{bc} par la formule (IV.140)

On vérifie que $\sigma_{bc} \leq 0,6 f_{cj} \quad (IV.145)$

Puis on obtient :

$$A_s = \alpha \cdot b \cdot d \cdot \sigma_{bc} / (2 \cdot \overline{\sigma}_{st}) = b \cdot d \cdot \alpha^2 / [30 \cdot (1 - \alpha)] \quad (IV.146)$$

- La condition de compression du béton n'est pas satisfaite :

Dans ce cas, on peut redimensionner la section ou introduire des armatures comprimées (ou augmenter leur section s'il y en a déjà).

- Redimensionnement de la section de béton :

Pour aboutir à la hauteur minimale, on fait travailler les deux matériaux à leurs limites $\overline{\sigma}_{st}$ et $\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$

L'équilibre de la section s'écrit :

$$M_{ser} = 0,5 \cdot b \cdot d \cdot \alpha \cdot 0,6 f_{cj} \cdot d (1 - \alpha/3) = b \cdot d^2 \cdot f_{cj} \cdot \alpha \cdot (3 - \alpha) / 10 \quad (IV.147)$$

$$M_{ser} = A_s \cdot d (1 - \alpha/3) \cdot \overline{\sigma}_{st} / n \quad (IV.148)$$

On obtient l'armature A_s :

$$A_s = 0,3 \cdot \alpha \cdot b \cdot d \cdot f_{cj} \cdot n / \overline{\sigma}_{st} \quad (IV.149)$$

2- Section rectangulaire avec armatures comprimées :

Le moment « repris » par le béton comprimé, sans les armatures, vaut :

$$M_{bc} = 0,5 \cdot \overline{\sigma}_{bc} \cdot b \cdot d \cdot \alpha \cdot d (1 - \alpha/3) \quad (IV.150)$$

Soit : $M_{bc} = 0,1 \cdot f_{cj} \cdot \alpha (3 - \alpha) b \cdot d^2 \quad (IV.151)$

avec :

$$\alpha = \frac{9f_{cj}}{9f_{cj} + \overline{\sigma}_{st}} \quad (IV.152)$$

Les armatures comprimées doivent « reprendre » $M'_s = M_{ser} - M_{bc}$, les armatures comprimées auront donc comme section :

$$A'_s = M'_s / [\sigma'_s (d - d')] \quad \text{avec} \quad \sigma'_{st} = 9 f_{cj} (1 - d'/\alpha d) \quad (IV.153)$$

soit :

$$A'_s = \frac{M_{ser} - M_{bc}}{\sigma'_s (d - d')} \quad (IV.154)$$

$$A_s = \frac{A'_s \cdot \sigma'_s + 0,3 \alpha b d f_{cj}}{\overline{\sigma}_s} \quad (IV.155)$$

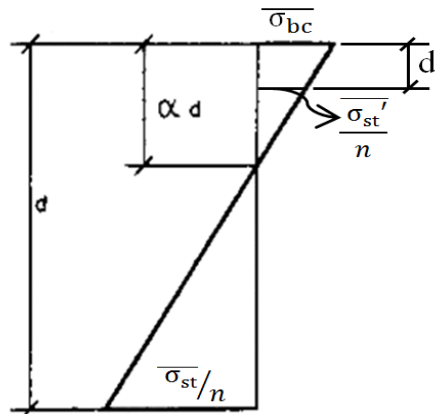


Figure IV.30 Diagramme de contraintes limites d'acier et de béton à l'ELS

IV.3.3.2 Etat limite de service vis-a-vis des déformations :

A) Calcul de la flèche :

-Pour les flèches dues aux charges instantanées :

$$f_i = M L^2 / (10 E_i I_{fi}) \quad (IV.156)$$

avec $E_i = 11000 f_{c28}^{1/3}$ (IV.157) $I_{fi} = 1,1 I_0 / (1 + \mu \lambda_i)$ (IV.158)

$\lambda_i = 0,05 f_{t28} / [\rho (2 + 3 b_0 / b)]$ (IV.159) $\mu = 1 - 1,75 f_{t28} / (4 \rho \sigma_{st} + f_{t28})$ (IV.160)

-Pour les flèches dues aux charges de longue durée :

$$f_v = M L^2 / (10 E_v I_{fv}) \quad (IV.161)$$

avec $E_v = E_i / 3$ (IV.162) et $I_{fv} = 1,1 I_0 / (1 + 0,4 \mu \lambda_i)$ (IV.163)

où :

I_0 : le moment d'inertie de la section totale rendue homogène.

L : longueur de la portée.

M : moment de flexion.

I_{fv} : moment d'inertie différé.

I_{fj} : moment d'inertie instantané.

E_i : Module de déformation instantanée.

E_v : Module de déformation différée.

b_0 : Epaisseur brute de l'âme de la poutre.

b : largeur de la poutre.

n : Coefficient d'équivalence acier-béton ($n=15$).

ρ : rapport du volume des aciers à celui du béton ($\rho = A_s / b_0 d$).

-Pour les consoles, les flèches aux extrémités seront :

$$f_{(i \text{ ou } v)} = ML^2 / 4 E_{(i \text{ ou } v)} I_{f(i \text{ ou } v)} \quad (\text{IV.164})$$

B) La limite de la flèche :

A défaut des données expérimentales, on peut admettre que la flèche qui est susceptible de mettre en cause le bon comportement des cloisons et des revêtements de sols ou de plafonds ne doit pas dépasser (article B.6.5,3) :

-pour les éléments supports reposant sur deux appuis, les valeurs :

$$\bar{f} = \begin{cases} L / 500 & \text{si la portée } L \text{ est au plus égale à } 5 \text{ m .} \\ 0,5 \text{ cm} + L / 1000 & \text{si la portée } L \text{ est supérieure à } 5 \text{ m.} \end{cases}$$

Où

L : la portée de l'élément fléchi en cm.

- pour les éléments supports en console, la valeur :

$L / 250$ si la portée de la console est au plus égale à 2 m.

Note : Condition de non-fragilité :

Par définition est considérée comme non fragile, une section tendue ou fléchie telle que la sollicitation provoquant la fissuration du béton dans le plan de la section considérée entraîne dans les aciers une contrainte au plus égale à leur limite d'élasticité garantie.

Dans le cas de la flexion simple, on peut prendre comme bras de levier $0,9d$ (d étant la hauteur utile de la poutre) ; si on admet en outre que pour des poutres usuelles d est sensiblement égal à $0,9h$ (h étant la hauteur totale de la poutre), on obtient pour une section rectangulaire simplement fléchie, de largeur b , armée d'une section A_s , la condition (article A.4.2,1) :

$$\rho \geq 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} \quad \text{avec } \rho = \frac{A_s}{bd} \quad (\text{IV.165})$$

Où

f_{tj} : Résistance caractéristique à la traction du béton âgé de j jours.

f_e : Limite d'élasticité de l'acier.

V. COMPARAISON DES CALCULS JUSTIFICATIFS D'ELEMENTS FLECHIS**V.1 Introduction :**

Dans ce chapitre on essaie de mettre une comparaison et une interprétation des calculs justificatifs de résistance d'élément fléchis selon les trois codes ACI, EUROCODE et CBA, en basant sur les différentes littératures d'analyse (normes comités ...etc.) de ces codes.

V.2 Caractéristiques physiques et mécaniques :**A) Béton :****Tableau V.1: Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques de béton**

	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Densité	2320 ÷ 2400 Kg/ m ³	Le code n'indique aucune valeur.	2500 Kg/ m ³
Coefficient d'expansion thermique	Le code n'indique aucune valeur.	10×10 ⁻⁶ /°C	10×10 ⁻⁶ /°C

	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE
Résistance caractéristique à la compression	Pour : $f_c' \leq 35$ MPa $\text{Max} \begin{cases} f_{cr}' = f_c' + 1.34s_s \\ f_{cr}' = f_c' + 2.33s_s - 3.45 \end{cases}$ Pour : $f_c' > 35$ MPa $\text{Max} \begin{cases} f_{cr}' = f_c' + 1.34s_s \\ f_{cr}' = 0.90f_c' + 2.33s_s \end{cases}$ Pour $f_c' > 35$ MPa et un nombre des essais s_s moins de 15 : $f_{cr}' = 1.10f_c' + 4.83$	$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$ Pour $s = 0.25$ (ciments de classe de résistance CEM 32.5R, CEM 42,5 N) $\beta_{cc} = \exp \{0.25 [1 - (28 / t)^{1/2}]\}$
	Selon le code CBA	
	$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} \quad \text{si} \quad f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$ $f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95j} f_{c28} \quad \text{si} \quad f_{c28} > 40 \text{ MPa}$	

		Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Résistance caractéristique à la traction		$f_{ct} \approx 6.7\sqrt{f_c'}(\text{enPsi})$ $f_{ct} \approx 0.56\sqrt{f_c'}(\text{en MPa})$ pour béton normal	$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc}(t))^{\alpha} \cdot f_{ctm}$ $-\alpha = 1$ pour $t < 28$ $-\alpha = 2/3$ pour $t \geq 28$ $-f_{ctm} = \text{dépend de } t$ (Annexe I)	$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$ -Juste pour $f_{ct} < 60 \text{ MPa}$
Module de déformation longitudinal		$-E_c = \gamma_c^{1.5} \times 43\sqrt{f_c'} \cdot 10^{-3}$ $-E_c = 4730\sqrt{f_c'}$ (bétons de densité normale) -Exemple : béton de densité normale $\gamma_b=2500\text{kg/m}^3$, $f_c' = 25 \text{ MPa}$: $E_c = 23650 \text{ MPa}$	$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t) / f_{cm})^{0,3} E_{cm}$ - $E_{cm}(t)$ et $f_{cm}(t)$ dépend de t (Annexe I) - E_{cm} et f_{cm} ce sont les valeurs déterminées à 28 jours -Exemple : béton de densité normale ($t=28j$) $f_{cm} = 25 \text{ MPa}$: $E_c = 31000 \text{ MPa}$	$E_{ij}=11000 f_{cj}^{1/3}$ -Exemple : béton de densité normale $f_{cj} = 25 \text{ MPa}$: $E_c=32164.2 \text{ MPa}$
Déformation différées	Retrait	Le code ACI ne donne aucune valeur	$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$ $\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \epsilon_{ca}(\infty)$ $\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t,ts) \cdot k_h \cdot \epsilon_{cd0}$ $\epsilon_{ca}(\infty) = 2.5 (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$ $\beta_{as}(t) = 1 - \exp (-0.2 t^{0.5})$ $\beta_{ds}(t,ts) = [(t-ts)/(ts)+ 0.04\sqrt{h_0^3}]$ - ϵ_{cd0} = (Annexe II) - k_h = Tableau II.3	$-\epsilon_r = 2.10^{-4}$ (climat humide) $-\epsilon_r = 3.10^{-4}$ (climat tempéré) $-\epsilon_r = 4.10^{-4}$ (climat chaud et sec) $-\epsilon_r = 5.10^{-4}$ (climat très sec)
	Fluage		$\epsilon_{cc}(\infty,t_0) = \varphi(\infty,t_0) \cdot (\sigma_c / E_c)$ - $\varphi(\infty,t_0)$ = (Annexe III) - $\sigma_c > 0,45 f_{ck}(t_0)$ - t_0 : l'âge du béton au moment du chargement. - $E_c = 1,05 E_{cm}$	$E_{vj} = \frac{E_{ij}}{3}$ $= 3700 \sqrt[3]{f_{cj}}$
Coefficient de Poisson			$-v = 0,2$ (béton non fissuré) $-v = 0$ (béton fissuré)	$-v = 0,2$ (calcul des déformations) $-v = 0$ (calcul des sollicitations)

1°-Densité :

A propos de cette caractéristique le code EUROCODE n'indique aucune valeur par contre aux codes ACI et CBA donnants un intervalle qui limite la densité avec une petit différence entre les deux, comme l'indique le tableau V.1, que la valeur de module d'élasticité varie en fonction de la densité.

2°-Coefficient d'expansion thermique :

Pour ce coefficient le code ACI n'indique aucune valeur par contre les codes EUROCODE et CBA indiquent une même valeur, comme le montre dans le tableau V.1.

3°-Résistance caractéristique à la compression :

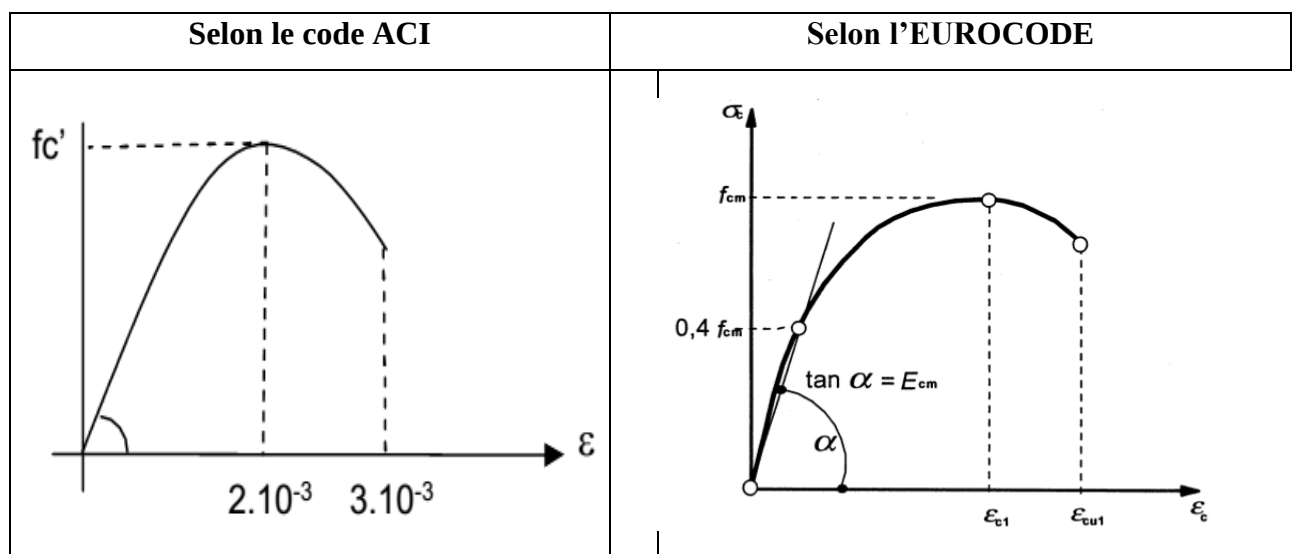
Cette résistance a des expressions empiriques presque différentes pour les trois codes (tableau V.1). Le calcul se base sur le nombre d'essais selon ACI. L'EUROCODE propose une formule basée sur la classe de résistance de ciment utilisée ; cependant le CBA propose deux formules déterminant la résistance en fonction de l'âge de béton et la valeur de f_{c28} .

4°-Résistance caractéristique à la traction :

On remarque que les deux codes ACI et CBA présentant une formule empirique approximative, pour le calcul de la résistance à la traction du béton, dépend de la résistance à la compression de béton. Bien que le code L'EUROCODE présente une formule qui dépend de la résistance à la compression de béton et la classe de résistance de ciment utilisée.

5°-Diagramme contraintes - déformations réel :

Tableau V.2 : Comparaison des diagrammes contraintes - déformations réel de béton



Selon le code CBA
Le code n'indique aucun diagramme contraintes-déformations réel de béton.

- A propos de diagramme contraintes-déformation réel de béton le code CBA n'indique aucun diagramme. Par contre pour les deux diagrammes de contrainte – déformation du béton en compression d'ACI et d'EUROCODE, on remarque qu'ils ont la même forme d'allure qui reflète le comportement non – linéaire de béton comprimé comme le montre le tableau V.2. La partie descendante de la courbe contraintes – déformation est plus importante pour du béton à faible résistance. En effet, plus la résistance du béton est élevée, plus son comportement est linéaire et fragile. Selon l'ACI la déformation correspondant à la contrainte maximale pouvant supporter le béton comprimé, vaut 2.10^{-3} pour la plupart des bétons. Bien que l'EUROCODE relie la déformation ϵ_{c1} correspondant à la contrainte maximale à la classe de résistance du béton d'après l'annexe I.

6°-Module de déformation longitudinal :

D'après les formules empiriques proposées par les trois codes comme l'indique le tableau V.1, on remarque qu'elles sont basées sur la valeur de la résistance à la compression. Aussi on constate que la valeur du module d'élasticité de l'EUROCODE et CBA est supérieure à celle obtenue par le code ACI, pour un exemple d'application concrète d'un béton de densité $\gamma_c=2500 \text{ kg/m}^3$ et de résistance à la compression f_{c28} ou $f'_c=25 \text{ MPa}$.

Le module d'élasticité selon EUROCODE dépend de la classe de résistance du béton.

7°-Déformations différées :

a-Retrait :

Pour les coefficients de raccourcissement, il est difficile de les comparer vu que ces coefficients ont des termes différents (voir le tableau V.1). Néanmoins, on essaie de les comparer entre EUROCODE et CBA car l'ACI ne donne aucune valeur. Le code EUROCODE propose une relation dépendant des facteurs qui sont en fonction du temps, d'humidité relative. Cependant, le code CBA propose des valeurs dépendantes de climat dans les régions d'Algérie.

b-Fluage :

Le code ACI ne donne aucune valeur pour le fluage, alors que les deux codes EUROCODE et CBA donnent des expressions de fluage qui sont basées sur presque le même fondement théorique et dépendent du module d'élasticité instantané du béton, la résistance à la

compression de béton ainsi du temps comme l'indique les relations dans le tableau V.1. Sauf que l'EUROCODE adopte une relation dépend de contrainte appliquée au béton, la classe de résistance du béton, et le coefficient de fluage qui dépend du temps et d'environnement intérieur et extérieur de la pièce.

8°-Coefficient de Poisson :

D'après le tableau V.1 les valeurs de coefficient de Poisson de béton sont similaires pour les deux codes EUROCODE et CBA, sauf l'ACI qui ne donne aucune valeur.

B) Acier :

Tableau V.3: Comparaison des caractéristiques physiques et mécaniques d'acier

	Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Type d'acier	-Grade 40 ($f_y = 276$ MPa) -Grade 50 ($f_y = 345$ MPa) -Grade 60 ($f_y = 414$ MPa) -Grade 75 ($f_y = 517$ MPa) -Grade 80 ($f_y = 552$ MPa) -Grade 100 ($f_y = 690$ MPa) -Grade 120 ($f_y = 827$ MPa)	$f_{yk} = 400$ à 600 MPa	-Haute Adhérence: (HA) FeE400, FeE500 -Rond Lisse: (RL) FeE215, FeE235
Densité	Le code n'indique aucune valeur	$\gamma_a = 7\,850$ kg/m ³	Le code n'indique aucune valeur
Coefficient d'expansion thermique	Les trois codes n'indiquent aucune valeur		
Module d'élasticité	$E_s = 2.10^5$ Mpa		
Coefficient de Poisson	Les trois codes n'indiquent aucune valeur		

1°-Type d'acier :

D'après le tableau V.3, les deux codes EUROCODE et CBA proposent une classification dont les limites élastiques sont presque similaires, cependant l'ACI présente plusieurs classes

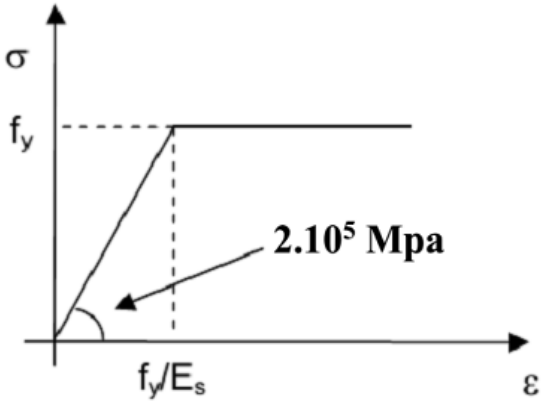
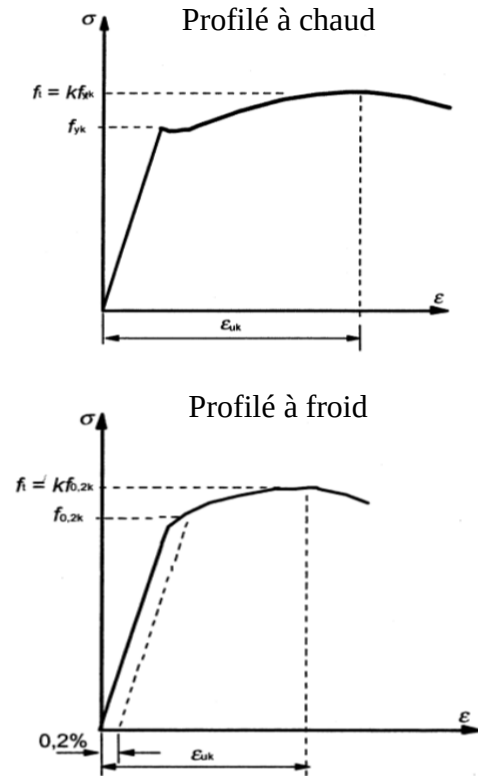
2°-Densité :

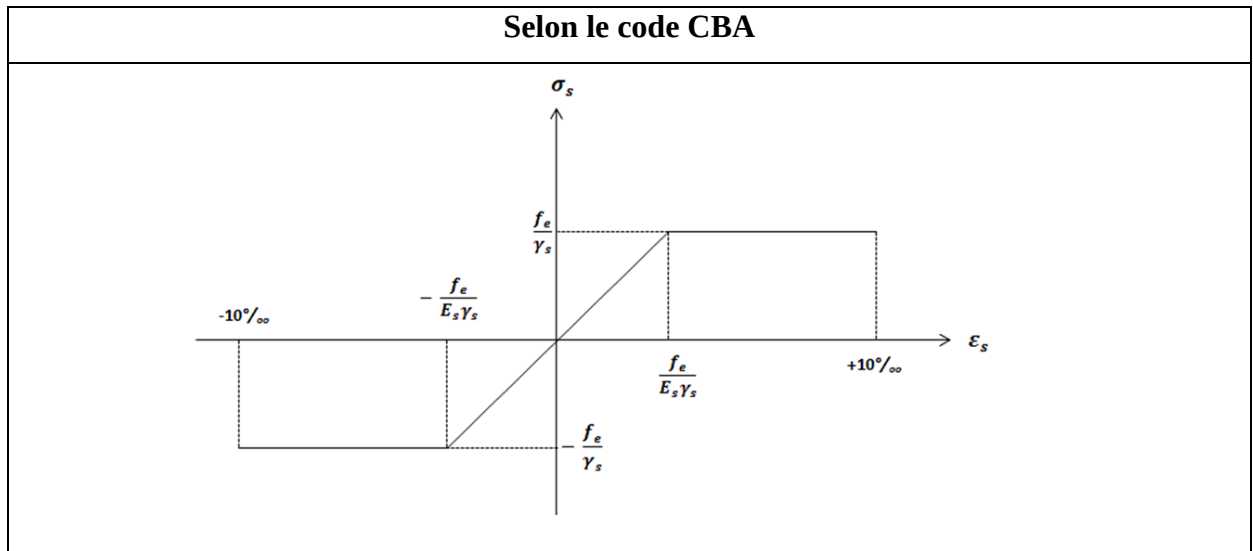
En ce concerne cette caractéristique, les deux codes EUROCODE et CBA n'indiquent aucune valeur, sauf l'EUROCODE qui mentionne une valeur égale à $7\,850\text{ kg/m}^3$.

3°-Coefficient d'expansion thermique : d'après le tableau V.3 les trois codes n'indiquent aucune valeur.

4°-Diagramme contraintes - déformations :

Tableau V.4 : Comparaison des diagrammes contraintes - déformations de l'acier

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE
	



-D'après les deux diagrammes simplifiés de contraintes – déformations de l'acier de l'ACI et CBA (Tableau V.4), on remarque qu'ils ont la même forme d'allure. Les deux diagrammes sont composés d'une partie de domaine élastique et d'une autre de domaine plastique de courbe parallèle à l'axe de déformation. Sauf l'EUROCODE que présente deux diagrammes presque les mêmes un pour Profilé à chaud et l'autre pour Profilé à froid. Le CBA limite l'allongement de l'acier à 10‰.

5°-Module d'élasticité :

D'après le tableau V.3, les valeurs de module d'élasticité d'acier selon les trois codes est similaire.

6°-Coefficient de Poisson :

A propos de ce coefficient les trois codes n'indiquent aucune valeur.

V.3 Contraintes admissibles :

A) Béton :

Tableau V.5 : Comparaison des contraintes admissibles de béton

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
$\sigma_c = 0.6 f_c'$	ELU : $\bar{\sigma}_c = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b}$	ELU : $f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b}$
	ELS : $\bar{\sigma}_c = 0,6 f_{c28}$	ELS : $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$

- Selon le tableau V.5 ci-dessus, on remarque que la vérification des contraintes dans le béton selon le code ACI se fait sans spécification de la nature de l'état limite, par contre l'EUROCODE et CBA vérifie les contraintes de compressions dans les deux états limites ultime et service.

B) Acier :

Tableau V.6 : Comparaison des contraintes admissibles d'acier

Selon le code ACI	Selon l'EUROCODE	Selon le code CBA
Le code n'indique aucune valeur	$\overline{\sigma}_s = 0.8 f_{yk}$	ELU : $\sigma_{st} = f_e / \gamma_s$
		ELS : - fissuration peu nuisible pas de limite - Fissuration préjudiciable : $\overline{\sigma}_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e ; 110 (\eta f_{tj})^{1/2} \right\}$ - Fissuration très préjudiciable : $\overline{\sigma}_{st} = \min \{ 0.5 f_e ; 90 (\eta f_{tj})^{1/2} \}$

- D'après les relations ci-dessus du tableau V.6, on remarque que le code ACI n'indique aucune valeur. Le code CBA contrôle les contraintes dans les deux états limites. De plus la nuisibilité de la fissuration à l'ELS est contrôlée par la limitation des contraintes dans l'acier.

V.4 Action et sollicitations :

a- Aux états limites ultimes (ELU) :

Tableau V.7 : Comparaison des Combinaisons à l'ELU

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
✓ Combinaisons tenant en compte de l'action de pression d'un liquide et les déformations imposées : $U = 1.4 (D + F)$ $U = 1.2 (D + F + T) + 1.6 (L + H) + 0.5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ ✓ Combinaisons accidentelles : $U = 1.2D + 1.6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L \cdot L$ $U = 1.2D + 1.6 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + 0.8W$ $U = 1.2D + 0.5 (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R) + \gamma_L \cdot L + \beta W \cdot W$ $U = 0.9D + \beta_W \cdot W + 1.6H$ $U = 0.9D + \beta_W \cdot W$ $U = 1.2D + 0.2 S + \gamma_L \cdot L + \alpha_E \cdot E$ $U = 0.9D + \alpha_E \cdot E + 1.6H$ $U = 0.9D + \alpha_E \cdot E$ Avec : $-\gamma_L = 1$ dans le cas des parkings; d'une place public et les surfaces où $L > 490 \text{ Kg/m}^2$. $-\gamma_L = 0.5$ dans les autres cas. $-\beta_W = 1.6$ si W est réduit par un facteur de direction, si non $\beta_W = 1.3$ $-\alpha_E = 1.4$ si E est basée sur le niveau de service de l'effort sismique, si non $\alpha_E = 1$ ✓ Exemple de combinaison de charge permanente $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 10 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique : $1,2 G + 1,6 Q = (1,2 \times 30) + (1,6 \times 10) = 52 \text{ KN/ml.}$	✓ Combinaisons Fondamentales : $\sum \gamma_{Gj, \text{sup}} \cdot G_{Kj, \text{sup}} + \sum \gamma_{Gj, \text{inf}} \cdot G_{Kj, \text{inf}} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{K,1} + \sum \gamma_{Qi} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{K,i}$ Avec : $G_{Kj, \text{sup}}$ et $G_{Kj, \text{inf}}$ sont des actions permanentes d'origines différentes. Les valeurs de γ_{Gj} et γ_{Qi} sont résumées dans le tableau (III.1) ✓ Combinaisons Accidentelles : $\sum G_{K,j} + A_d + \begin{cases} \Psi_{1,1} \\ \text{ou} \\ \Psi_{2,1} \end{cases} \cdot Q_{K,1} + \sum \Psi_{2,i} \cdot Q_{K,i}$ Avec : - $\Psi_{1,1}$ et $\Psi_{2,1}$ dépend de la situation accidentelle du projet. - A_d : valeur représentative de l'action accidentelle. ✓ Exemple de combinaison de charge permanent $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 10 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique : $1,35 G + 1,5 Q = (1,35 \times 30) + (1,5 \times 10) = 55.5 \text{ KN/ml.}$
Selon le code CBA	
✓ Combinaisons Fondamentales : $1,35G_{\text{max}} + G_{\text{min}} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3\Psi_{0i} Q_i$ ✓ Combinaisons Accidentelles : $G_{\text{max}} + G_{\text{min}} + F_A + \psi_{11} \cdot Q_1 + \sum \Psi_{2i} \cdot Q_i$	

✓ Exemple de combinaison de charge permanent
 $G = 30 \text{ KN/ml}$, et d'exploitation $Q = 10 \text{ KN/ml}$ d'une poutre isostatique :
 $1,35 G + 1,5 Q = (1,35 \times 30) + (1,5 \times 10)$
 $= 55.5 \text{ KN/ml}$.

b- Aux états limites de service :

Tableau V.8 : Comparaison des Combinaisons à l'ELS

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
✓ Combinaisons tenant en compte de l'action pression d'un liquide et les déformations imposées : $U = D + F$ $U = D + H + F + L + T$ $U = D + H + F + (S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ $U = D + H + F + 0.75(L + T) + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$	✓ Combinaison caractéristique : $\sum G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
✓ Combinaisons accidentelles : $U = D + H + F + (W \text{ ou } 0.7E)$ $U = D + H + F + 0.75(W + 0.7E) + 0.75L + 0.75(S \text{ ou } L_r \text{ ou } R)$ $U = 0.6D + W + H$ $U = 0.6D + 0.7E + H$	
Selon le code CBA	
$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \psi_{0i} \cdot Q_i$	

- D'après les deux tableaux V.7 et V.8, on constate que selon les trois codes les combinaisons d'actions sont basées sur le même fondement théorique, Ces combinaisons sont en fonction de la charge permanente, d'exploitation, accidentelle (sismique), température, neige, vent, et d'autres charges, et aussi en fonction de l'importance d'usage d'ouvrage sauf que l'ACI prend en compte des actions en plus comme la poussée des terres et la pression d'un liquide. Cependant, les coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation à ELU dans les deux codes EUROCODE et CBA sont similaires et qui sont différents que ceux de code ACI. En général ce dernier sous-estime le coefficient de pondération des charges permanentes et sur-estime celui des surcharges par rapport aux deux autres codes EUROCODE et CBA

V.5 Résistance des sections à la flexion simple :**V.5.1 Hypothèses du calcul****Tableau V.9 : Comparaison des hypothèses du calcul**

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
1- Les sections droites restent planes après la déformation. 2- Le raccourcissement maximal du béton comprimé est limité à 0.003. - La résistance à la traction du béton est négligée. 3- La contrainte de l'acier est prise égale à : $E_s \cdot \epsilon_s$ si $\epsilon_t < (\epsilon_{ty} = f_y / E_s)$ Et à f_y si $\epsilon_t \geq (\epsilon_{ty} = f_y / E_s)$ 4-Toute les formes du diagramme de distribution des contraintes dans le béton comprimé (rectangulaire, trapézoïdale, parabolique, etc....) est admise si elle conduit à des résultats en accord avec des expériences fiables. 5- Le diagramme de distribution de contrainte de béton de $0,85f_c'$ est supposée être uniformément répartie sur une zone de compression équivalente, définit également un bloc rectangulaire équivalent pour représenter la distribution parabolique de la compression, ce bloc délimité par des bords de la section transversale et une ligne droite située parallèlement à l'axe neutre à une distance ($a = \beta_1 c$) de la fibre de contrainte maximale. 6-La distance c entre la fibre extrême comprimée et l'axe neutre, doit être mesurée dans une direction perpendiculaire à l'axe neutre. 7- Pour f_c' entre 17.5 et 27.6 MPa, β_1 doit être pris comme 0,85. Pour $f_c' > 27.6$ MPa, le β_1 doit être réduit linéairement à un taux de 0,05 pour chaque 7 MPa de force supérieure à 27.6, mais β_1 ne doit pas être pris moins de 0,65	1-les sections planes restent planes. 2-les armatures adhérentes, qu'elles soient tendues ou comprimées, subissent les mêmes déformations relatives que le béton adjacent 3-la résistance en traction du béton est négligée 4- La déformation en compression du béton doit être limitée à ϵ_{cu} 5- La déformation en traction de l'acier doit être limitée à ϵ_{ud} si utilisation du diagramme est à palier incliné, et n'est pas limitée si utilisation du diagramme est à palier horizontal.

Selon le code CBA
1-les sections droites restent planes. 2- il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton. 3-la résistance à la traction du béton est négligée. 4-les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10 ‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3,5 ‰ en flexion et 2 ‰ en compression simple. 5-le comportement des matériaux (l'acier et le béton) est défini par le diagramme contraintes-déformations.

-Selon les trois codes et d'après le tableau V.9, on constate que les hypothèses de calcul des sections à la flexion sont presque similaires.

V.5.2 Section d'armatures minimales :

Tableau V.10 : Comparaison des sections d'armatures minimales

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$A_{s,min} = \frac{0.25\sqrt{f_{c'}}}{f_y} bd$	$A_{s,min} = \max \left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd ; 0.0013bd \right)$ Avec: $A_{s,min} \sigma_s = k_c k_{ct,eff} A_{ct}$ (maîtrise fissuration)
Selon le code CBA	
$A_{s,min} = 0.23 \frac{f_{tj}}{f_e} bd$	

-On remarque que les trois formules de tableau V.10 sont basées sur presque le même fondement théorique. Néanmoins, la formule d'ACI donne une section d'acier supérieure à celle d'EUROCODE et de CBA car la formule d'ACI est en fonction de la racine carrée de la résistance à la compression de béton à la place de la résistance caractéristique du béton à la traction utilisée par l'EUROCODE et CBA, comme le montre l'exemple d'application cité dans le tableau V.11.

Exemple :

Tableau V.11: Comparaison des résultats d'exemple de section d'armatures minimales

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$f'_c=25 \text{ MPa} ; f_y=414 \text{ MPa} ; b=30\text{cm} ; d=42.61\text{cm} ;$ $A_{s \min} = 3.86 \text{ cm}^2$	$f_{ck}=25 \text{ MPa} ; f_{ctm}=2,6 \text{ MPa} ; f_{yd}=400\text{MPa} ;$ $b=30\text{cm} ; d=45\text{cm}.$ $A_{s \min} = \max [2.28 ; 1.76 \text{ cm}^2] = 2.28 \text{ cm}^2$

Selon le code CBA
$f_{c28}=25 \text{ MPa} ; f_{t28} = 2,1 \text{ MPa} ; f_e=400\text{MPa} ; b=30\text{cm} ; d=45\text{cm}.$ $A_{s \min} = 1.63 \text{ cm}^2$

V.5.3 Ferrailage des sections rectangulaires fléchis :

Selon les trois codes ACI et EUROCODE, CBA, on constate que les formules de calcul des armatures longitudinales sont basées sur le même fondement théorique, comme il est indiqué dans les tableaux V.12 et V.13. Néanmoins, les deux codes EUROCODE et CBA proposant des relations de calcul des sections pour les deux états limites (ultimes et service), qui dépendent de type de fissuration. Lorsque la fissuration est peu nuisible le calcul se fait à l'ELU et la vérification se fait à l'ELS. Mais, si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable le calcul de ferrailage se fait aux deux états limites en prenant la plus grande valeur. Cependant, le code ACI fixe le diamètre des armatures longitudinales par la détermination d'un pourcentage d'armature avant de procéder aux calculs afin de déterminer la profondeur utile de la section (hauteur située entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité d'armatures tendues), et puis d'évaluer la section d'armature à l'ELU et qui doit être supérieure à celle de l'armature minimale, en fin de vérifier à l'ELS la fissuration de béton et la flèche.

Tableau V.12: Comparaison des formules de calcul des armatures des sections en béton sans armatures comprimées

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$A_s = \rho \cdot b d$	à l'ELU: $A_{s1, u} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1} z_c}$ à l'ELS: $A_{s1, ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1} z_c}$ Avec : $-z_c = d - 0.4x_u \text{ (cas de } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa)}$
Selon le code CBA	
à l'ELU: $A_s = \frac{M_u}{\beta d \sigma_{st}}$ avec $\beta = (1-0.4\alpha)$ ou d'après (annexe XVI) à l'ELS: $A_s = \frac{M_{ser}}{\beta_1 d \bar{\sigma}_s}$ avec β_1 est de l'annexe XVI	

Tableau V.13: Comparaison des formules de calcul des armatures des sections de béton avec armatures comprimées

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$A'_s = \rho'bd$ $A_s = (\rho + \rho')bd$ Avec ρ : pourcentage d'armature tendu ρ' : pourcentage d'armature comprimé	à l'ELU: $A_{s2, u} = \frac{MEd - Mls}{\sigma_{s2} (d - d')}$ $A_{s1, u} = \frac{Mls}{\sigma_{s1} z_c} + A_{s2, u} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}}$ à l'ELS: $A_{s1, ser} = \frac{M_{rc}}{\sigma_{s1} z_c} + A_{s2, ser} \times \frac{\sigma_{s2}}{\sigma_{s1}}$
Selon le code CBA	
à l'ELU: $A_s' = \frac{M_u - M_L}{\sigma_s' (d - d')}$ $A_s = \frac{M_L}{\beta d \sigma_{st}} + A_s' \frac{\sigma_s'}{\sigma_{st}}$ à l'ELS: $A_s' = \frac{M_u - M_{rb}}{\sigma_s' (d - d')}$ $A_s = \frac{M_{rb}}{\beta_1 d \bar{\sigma}_s} + A_s' \frac{\sigma_s'}{\bar{\sigma}_s}$	

V.5.4 Vérifications requises à l'ELS :

V.5.4.1 Vérification des contraintes et fissurations :

Parmi les vérifications considérées et d'après le tableau V.14 Les deux code EUROCODE et CBA exigeant de vérifier les contraintes dans le béton et dans l'acier afin qu'elles ne dépassent pas les valeurs admissibles sauf que l'EUROCODE exige aussi une limitation de largeur des fissures. Cependant, le code ACI limite la largeur de fissure, comme le montre le tableau V.14.

Tableau V.14: Comparaison des formules de vérification des contraintes et Fissures

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
Vérification des Fissurations	Vérification des contraintes
$s = 380 \left(\frac{276}{f_s} \right) - 2.5c_c \leq 300 \left(\frac{276}{f_s} \right)$ $f_s = \frac{2}{3} f_y$ Avec : c_c : est la distance entre la fibre la plus tendue et les aciers de flexion situés le plus près de cette fibre. s : l'espacement maximal entre les	$\sigma_c \leq \bar{\sigma}_c = k_1 \times f_{ck}$ $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s = 0.8f_{yk}$ Avec : $k_1 = 1$ pour la classe d'exposition X0 ou XC $k_1 = 0.6$ pour la classe d'exposition XD, XS ou XF.

armatures de la face tendue en [mm]. - f_s : la contrainte de l'armatures le plus près de la face tendue à l'état limite de service	Vérification des Fissurations
	$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \leq w_{max}$ Avec : -$s_{r,max}$: l'espacement maximal des fissures. -ϵ_{sm} et ϵ_{cm} sont la déformation moyenne de l'acier et de béton.
Selon le code CBA	
Vérification des contraintes	
$\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{cj}$ $\sigma_s \leq \overline{\sigma}_s$	

V.5.4.2 Contrôle de la flèche :

Tableau V.15: Comparaison des formules de la flèche

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$\Delta_c = \frac{5WL^4}{384E_cI_e}$ -E_c: module d'élasticité de béton. -I_e: Le moment d'inertie de la section. -w: La valeur de la combinaison la plus défavorable.	Soit par : - l/d (portée/hauteur utile).
	Ou : $f = \frac{5qL^4}{384E_cI}$ E_c : Le module d'élasticité de béton. q : La valeur de la combinaison la plus défavorable. I : Le moment d'inertie de la section. L : portée de l'élément entre nus.
Selon le code CBA	
$f = \frac{5qL^4}{384E_cI}$ E_c : Le module d'élasticité de béton. q : La valeur de la combinaison la plus défavorable. I : Le moment d'inertie de la section. L : portée de l'élément entre nus.	

En ce qui concerne les formules de la flèche selon les deux codes ACI et CBA, On remarque que les deux expressions de la flèche sont semblables, alors que l'EUROCODE utilise pour le calcul de flèche soit un rapport (portée/hauteur utile) ou la relation proposée par les deux codes ACI et CBA comme le montre le tableau V.15.

V.5.4.3 Limite de la flèche :

Pour les valeurs limites de la flèche, selon les trois codes, sont en fonction de la portée entre nus de l'élément. D'après le tableau V.16, le code ACI propose des relations dépendantes de

la nature des appuis supportant les pièces étudiées (voir Tableau IV.4). Sauf que l'EUROCODE propose un rapport (portée/hauteur utile) de référence qui dépend de Pourcentage d'armature utilisé et de coefficient K qui lui-même dépend de la nature des appuis supportant les pièces étudiées, ou par deux relations dont la première est utilisée pour les portées qui sont au plus égale à 7m, et la seconde est utilisée pour les portées supérieures à 7m. Cependant, le code CBA propose deux relations dont la première est utilisée pour les portées qui sont au plus égale à 5m, et la seconde est utilisée pour les portées supérieures à 5m.

Tableau V.16: Comparaison de la flèche limite

Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE
$L_n / 480$: Pour toitures et planchers supportant ou attachés à des éléments susceptibles d'être endommagés par les flèches. (Pour plus de détail voir Tableau IV.4)	- Si $\rho \leq \rho_0$: $(l/d)_{\text{réf}} = K [11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} (\frac{\rho_0}{\rho} - 1)^{3/2}]$ - Si $\rho > \rho_0$: $(l/d)_{\text{réf}} = K [11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} (\frac{\rho'}{\rho})^{1/2}]$ Avec : K est un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux. K= 1 (Poutre sur appuis simples). K= 1.3 (Travée de rive d'une poutre continue). K= 1.5 (Travée intermédiaire d'une poutre). K= 0.4 (Console).
	-L /500 : si la portée L est au plus égale à 7m. -[(L-7m) /1 000] + 1.4: si la portée L est supérieure à 7m.
Selon le code CBA	
L /500 : si la portée L est au plus égale à 5 m. L /1 000 + 0,5cm : si la portée L est supérieure à 5 m.	

VI. EXEMPLE D'APPLICATION :

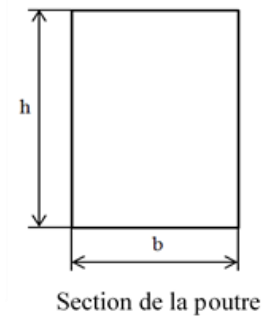
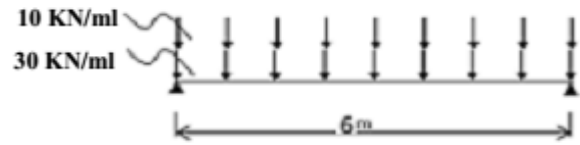
Une poutre de 6m de portée, avec une section rectangulaire de $h = 50$ cm et $b = 30$ cm.

La poutre est simplement appuyée, et elle soumise à une charge uniformément répartie :

-Charge permanente $G = 30$ KN/ml

(Le poids propre de la poutre a été pris en considération)

-Charge d'exploitation $Q = 10$ KN/ml



L'objectif de l'exemple : calcul de ferrailage

VI.1 Le calcul selon le code ACI :

Les données :

-Acier : Grade 60; La limite élastique : $f_y = 414$ MPa

-Béton : La résistance du à la compression : $f'_c = 25$ MPa enrobage : $c = 5$ cm

1) Combinaisons d'actions :

$$\text{E.L.U: } W_u = 1.2 D + 1.6 L = 1.2 \times 30 + 1.6 \times 10 = 52 \text{ KN/ml}$$

$$\text{E.L.S: } W_{ser} = D + L = 30 + 10 = 40 \text{ KN/ml}$$

2) Sollicitations :

$$\text{E.L.U: } M_R = W_u l^2 / 8 = 52 \times 6^2 / 8 = 234 \text{ KN.m}$$

$$\text{E.L.S: } M_a = W_{ser} l^2 / 8 = 40 \times 6^2 / 8 = 180 \text{ KN.m}$$

3) Calcul de ferrailage longitudinal :**A) Calcul de la valeur de ρ :**

On adopte une section contrôlée par la traction $\epsilon_t \geq 0.005 \implies \phi = 0.9$ (Figure VI.9)

$$d = 50 - 5 = 45 \text{ cm}$$

$$M_n = M_R / \phi = 234 / 0.9 = 260 \text{ KN.m}$$

$$R = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{260}{30 \times 45^2} = 4.28 \text{ MPa}$$

$$\rho_{min} = 0.0033 \text{ (Annexe VI)}$$

D'après le tableau de l'annexe VIII : $\rho = 1.30\%$

B) Calcul d'armature A_s :

$$A_s = \rho bd = 0.013 \times 30 \times 45 = 17.55 \text{ cm}^2$$

Nombre de barres : $1755 / 645.16 = 2.72 \Rightarrow n = 3$ (annexe XII)

Donc on adopte : $\phi_l = 3\#9$ et $\phi_t = 1\#3$ et $A_s = 19.35 \text{ cm}^2$

C) Calcul de la nouvelle valeur de d :

$$d = 500 - 50 - \phi_t - (\phi_t/2) = 500 - 50 - 9.52 - 28.65/2 = 426.10 \text{ mm} = 42.61 \text{ cm}$$

$$\#3 = 9.52 \text{ mm} ; \#9 = 28.65 \text{ mm} \quad (\text{annexe XII})$$

D) L'armature minimale :

$$A_{s,\min} = \frac{0.25\sqrt{f_{cr}}}{f_y} bd = 0.0033 \times 30 \times 42.61 = 3.86 \text{ cm}^2 \not\geq 1.4 bd / f_y$$

$$= 1.4 \times 30 \times 42.61 / 414 = 4.32 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\min} = 4.56 \text{ cm}^2 \implies A_s > A_{s,\min} \quad \text{ok}$$

E) Vérification de M_n :

$$T = A_s \cdot f_y = 1935 \times 414 = 801.09 \text{ KN} \quad T = C$$

$$a = \frac{T}{(0.85f_{cr})b} = \frac{801.09}{0.85 \times 25 \times 300} \cdot 10^3 = 12.566 \text{ cm}$$

$$c = a / \beta_1 = 12.566 / 0.868 = 14.477 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{25-27.6}{7} \right) = 0.868$$

$$c/d = 14.477 / 42.61 = 0.34 < 0.375$$

$$\phi M_n = 0.9T [d - (a/2)] = 0.9 \times 801.09 [0.426 - (0.125/2)] = 261.86 \text{ KN.m}$$

$$\checkmark \quad \phi M_n > M_R$$

$$\checkmark \quad 261.86 > 234 \text{ KN.m} \quad \text{ok}$$

4) Contrôle des fissures :

Il n'y pas d'espacement (s), entre les armatures car on a juste une rangée d'armatures.

A) Calcul d'armatures de peau :

On a : $h = 500 \text{ mm} < 910 \text{ mm} \Rightarrow$ l'armature de peau n'est pas nécessaire.

5) Contrôle de la flèche :**A) Vérification de $h_{\min}$:**

$$h_{\min} = l / 16 = 600 / 16 = 37.5 < h = 50 \text{ cm} \quad \text{ok}$$

B) Calcul de l'inertie du béton seul :

$$I_g = 300 \times (500)^3 / 12 = 3.125 \times 10^9 \text{ mm}^4 = 3.125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

C) Vérification de moment de fissuration :

$$f_r = 0.6 \lambda \sqrt{f'_c} = 0.6 \times 1 \times \sqrt{25} = 3 \text{ MPa}$$

$$c_t = 500/2 = 250 \text{ mm} ; \quad \lambda = 1 \quad (\text{pour béton à densité normale})$$

$$M_{cr} = f_r \cdot I_g / y_t = 3 \times 3.125 \times 10^3 / 250 = 37.50 \text{ kN.m}$$

D) Calcul de l'inertie de fissure :

$$I_{cr} = \frac{1}{3} b c_{cr}^3 + n A_s (d - c_{cr})^2$$

$$n = E_s / E_c = 200000 / 23650 = 8.456$$

$$E_c = 4730 \sqrt{f'_c} = 4730 \sqrt{25} = 23650 \text{ MPa}$$

$$c_{cr} = \frac{\sqrt{2dB+1}-1}{B} ; \quad B = b / nA_s = 300 / 8.456 \times 1935 = 0.0183 \text{ mm}^{-1}$$

$$c_{cr} = \frac{\sqrt{2 \times 426.1 \times 0.0183 + 1} - 1}{0.0183} = 167.96 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \times 300 \times 167.96^3 + 8.456 \times 1935 (426.1 - 167.96)^2 = 1.56 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

E) Calcul des flèches :

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$$

$$I_{e,D} = \left(\frac{37.50}{135} \right)^3 \times 3.125 \times 10^{-3} + \left[1 - \left(\frac{37.50}{135} \right)^3 \right] \cdot 1.56 \times 10^{-3} = 1.59 \times 10^{-3} \leq 3.125 \times 10^{-3}$$

$$\text{Où : } M_{a,D} = W_D l^2 / 8 = 30 \times 6^2 / 8 = 135 \text{ KN.m}$$

$$\Delta = \frac{kwl^4}{384 E_c I_e}$$

$$\Delta = \frac{5 \times 30 \times 6^4}{384 \times 23650 \times 1.59 \times 10^{-3}} = 13.46 \text{ mm} < \frac{L}{240} = \frac{6000}{240} = 25 \text{ mm}$$

$$I_{e,D+L} = \left(\frac{37.50}{180} \right)^3 \times 3.125 \times 10^{-3} + \left[1 - \left(\frac{37.50}{180} \right)^3 \right] \cdot 1.56 \times 10^{-3} = 1.57 \times 10^{-3}$$

$$\Delta_{D+L} = \frac{5 \times 40 \times 6^4}{384 \times 23650 \times 1.57 \times 10^{-3}} = 18.18 \text{ mm} < \frac{L}{240} = \frac{6000}{240} = 25 \text{ mm}$$

✓ Donc la condition de la flèche est vérifiée

VI.2 Le calcul selon le code EUROCODE :

Les données :

-Acier : F_e E 40; limite élastique : $f_{yk} = 400 \text{ MPa}$; $f_{yd} = 348 \text{ MPa}$; $\epsilon_{yd} = 0.002$
($\epsilon_{uk} = 0.0025$; $\epsilon_{ud} = 0.00225$) ; $k = 1.05$; $\gamma_s = 1.15$; $E_s = 2.10^5 \text{ MPa}$;

Classe d'exposition : XC2

-Béton : La résistance du béton à la compression : $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ($\lambda = 0.8$; $\epsilon_{cu} = 0.0035$; $\eta = 1$)
 $f_{ctm} = 2.6 \text{ MPa}$; $\gamma_c = 1.5$; $\theta = 1$ (fissuration préjudiciable) ; Enrobage : $c = 5 \text{ cm}$; ; $\alpha_e = 15$

1) Combinaison

a) ELU : $q_u = 1.35 G + 1.5 Q = (1.35 \times 30) + (1.5 \times 10) = 55.5 \text{ KN/ml}$.

b) ELS : $q_{ser} = G + Q = 30 + 10 = 40 \text{ KN/ml}$.

2) Sollicitation :

$$M_{Ed} = q_u l^2 / 8 = 55.5 \cdot 6^2 / 8 = 249.75 \text{ KN.m.}$$

$$M_{ser} = q_{ser} l^2 / 8 = 40 \cdot 6^2 / 8 = 180 \text{ KN.m.}$$

3) Calcul de la valeur de d :

$$d = h - c = 45 \text{ cm.}$$

4) calcul de ferrailage longitudinal :**A) calcul à l'ELU : (voir Annexe IX)****a-calcul de moment réduit μ_{cu} :**

$$\mu_{cu} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cu}}$$

$$\mu_{cu} = \frac{249.75 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.45^2 \times 16.67} = 0.247$$

$$\alpha_{ls} = 0.67 \quad \mu_{ls} = \lambda \times \alpha_{ls} \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_{ls}}{2}\right)$$

$$\mu_{ls} = 0.8 \times 0.67 \left(1 - \frac{0.8 \times 0.67}{2}\right) = 0.392$$

$$\mu_{cu} < \mu_{ls} = 0.392 \Rightarrow A'_s = 0$$

b- calcul d'armatures tendus A_s :

$$\alpha_u = 1/\lambda \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}}\right) = 1.25 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.247}\right) = 0.361$$

$$\alpha_{AB} = 0.609$$

$$\mu_{AB} = \lambda \times \alpha_{AB} \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_{AB}}{2}\right)$$

$$\mu_{AB} = 0.8 \times 0.609 \left(1 - \frac{0.8 \times 0.609}{2}\right) = 0.441$$

$$\mu_{cu} < \mu_{AB} = 0.441$$

$$\varepsilon_{ud} = 0.9 \times \varepsilon_{uk} = 0.9 \times 0.0025 = \varepsilon_{s1} = 0.00225$$

$$\sigma_{s1} = 359.67 \text{ MPa ; Avec : (A=308.16 MPa ; B= 22894.74 MPa)}$$

$$z_c = 38.50 \text{ cm}$$

$$A_{s1,u} = \frac{M_{Ed}}{z_c \times \sigma_{s1}} = \frac{249.75 \times 10^{-3}}{0.385 \times 359.67} = 18.04 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 18.04 \text{ cm}^2$$

c- L'armature minimale :

$$A_{s \min} = \max\left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0.0013bd\right)$$

$$= \left(0.26 \times \frac{2.6}{400} 30 \times 45 = 2.28 \text{ cm}^2 ; 0.0013 \times 30 \times 45 = 1.75 \text{ cm}^2\right) = 2.28 \text{ cm}^2$$

B) calcul à l'ELS : (voir Annexe XIII)

$$k_1 = 1 ; k_3 = 0.8 ; \overline{\sigma}_c = 25 \text{ MPa} ; \overline{\sigma}_s = 0.8 \times 400 = 320 \text{ MPa}$$

- Calcul de moment de résistance :

$$\overline{\alpha}_1 = \frac{\overline{\sigma}_s}{\overline{\sigma}_s / \alpha_e + \overline{\sigma}_c} = \frac{320}{320 / 15 + 25} = 0.69$$

$$M_{rc} = (1/2)b \times d^2 \times \overline{\sigma}_c \times \overline{\alpha}_1 \times [1 - ((\overline{\alpha}_1)/3)]$$

$$M_{rc} = (1/2)0.3 \times 0.45^2 \times 15.10^3 \times 0.69 \times (1 - (0.69/3)) = 242.07 \text{ KN.m}$$

On compare M_{rb} à M_{ser} :

$$M_{ser} < M_{rc}$$

L'équation de M_{ser} à résoudre :

$$M_{ser} = b \times d^2 \times \alpha_1^2 \times [1 - (\alpha_1/3)] \times \frac{\overline{\sigma}_s / \alpha_e}{1 - \alpha_1}$$

$$180 = 0.3 \times 0.45^2 \times \alpha_1^2 \times (1 - (\alpha_1/3)) \times [(320/15) / (1 - \alpha_1)]$$

$$\alpha_1 = 0.23$$

$$\sigma_{s1} = \overline{\sigma}_s = 320 \text{ MPa}$$

$$z_c = d \times [1 - ((\alpha_1)/3)] = 45 \times [1 - (0.23/3)] = 41.55 \text{ cm}$$

$$A_{s1,ser} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1} z_c} = \frac{180}{320 \times 41.55} \cdot 10^3 = 13.54 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc } A_s = \max (A_{s1,ser} ; A_{s,u}) = 18.04 \text{ cm}^2$$

5) Contrôle de fissuration

D'après le tableau (VI.5) : $w_{max} = 0.2 \text{ mm}$

a - Sections minimales d'armatures pour maîtriser la fissuration :

$$A_{s,min} = (k_c k_t f_{ct,eff} A_{ct}) / \sigma_s$$

$$A_{s,min} = 0.4 \times 1 \times 2.6 \times 1012.65 / 400 = 2.63 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ou : } A_{ct} = b \cdot (h - x_u) = 30 \times (50 - 16.245) = 1012.65 \text{ cm}^2$$

$$\text{d'après (VI 103) : } x_u = \alpha_u \times d = 0.361 \times 45 = 16.245 \text{ cm}$$

b- Calcul de l'ouverture des fissures :

$$\text{d'après (VI 129): } \rho_{p,eff} = A_s / A_{c,eff} = 18.04 / [30 \times ((50 - 16.245)/3)] = 5.35 \%$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \max \left[\frac{f_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} ; 0.6 \frac{f_s}{E_s} \right]$$

$$= \max \left[\frac{400 - 0.4 \times \frac{2.6}{0.0535} (1 + 1.5 \times 0.0535)}{200000} ; 0.6 \frac{400}{200000} \right] = \max [0.0019 ; 0.0012]$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0.0019$$

$$S_{r,max} = 3.4.c + k_1.k_2 \times 0.425\phi / \rho_{p,eff}$$

$$= 3.4 \times 50 + 0.8 \times 0.5 \times 0.425 \times 21.4 / 0.0535 = 238 \text{ mm}$$

Avec ϕ est la valeur moyenne des 5 bars d'armatures, et est égale à : $\phi = 21.4 \text{ mm}$.

D'où on suppose on a $A_s = 3\phi 25 + 2\phi 16 = 18.75 \text{ cm}^2$ (annexe XIV)

Alors :

$$w_k = S_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

$$w_k = 238 \times 0.0019 = 0.45 \text{ mm}$$

On compare w_{max} à w_k :

$w_{max} < w_k$; Alors le Contrôle de fissuration n'est pas assuré.

Pour La premier méthode :

c- Contrôle de la flèche:

- Pourcentage d'armatures de référence :

$$\rho_0 = 0.1\sqrt{f_{ck}} = 0.1 \times 5 = 0.5\%$$

- Pourcentage d'armatures de traction nécessaire :

$$\rho = \frac{100A_s}{bd} = \frac{100 \times 18.04}{30 \times 45} = 1.336\%$$

On compare ρ_0 à ρ :

$$\rho > \rho_0 : (l/d)_{ref} = K [11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} (\frac{\rho'}{\rho})^{1/2}]$$

$$(l/d)_{ref} = [11 + 1.5 \times 5 \times \frac{0.5}{1.336} + 0] = 13.81$$

$$(l/d)_{reel} = 600/45 = 13.33$$

On compare $(l/d)_{ref}$ à $(l/d)_{reel}$:

$(l/d)_{reel} < (l/d)_{ref}$; Alors, la condition de la flèche est vérifiée.

Pour la deuxième :

$$I = b y_1^3 / 3 + 15 A_s (d - y_1)^2$$

$$\text{Où: } y_1 = -D + \sqrt{D^2 + H} = 22.95$$

$$D = 15 A_s / b = 11.95, H = 2 D d = 1075.5, I = 2.080 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$f = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5 \times 40 \times 6^4}{384 \times 31000 \times 2.080 \times 10^{-3}} = 10.47 \text{ mm} = 1.04 \text{ cm}$$

Avec : $E = 31000 \text{ MPa}$

$$f = 1.04 \text{ cm} < \bar{f} = \frac{L}{500} = \frac{600}{500} = 1.2 \text{ cm}$$

Alors, la condition de la flèche est vérifiée.

VI.3 Le calcul selon le code CBA :

Les données :

-Acier : $F_e E 40$; limite d'élasticité : $f_e = 400 \text{ MPa}$; $\gamma_s = 1.15$;

Contrainte admissible :

À l'ELU $f_e / \gamma_s = 347.83 \text{ MPa}$

À l'ELS pour une fissuration préjudiciable $\bar{\sigma}_s = 201.63 \text{ MPa}$

-Béton : La résistance du béton à la compression : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$; La résistance du béton à la traction : $f_{t28} = 2.1 \text{ MPa}$; $f_{bu} = 14.17 \text{ MPa}$

$\gamma_b = 1.5$; $\theta = 1$; contrainte admissible $\bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$;

Enrobage : $c = 5 \text{ cm}$.

1) Combinaison

a) ELU

$$q_u = 1.35 G + 1.5 Q = (1.35 \times 30) + (1.5 \times 10) = 55.5 \text{ KN/ml.}$$

b) ELS :

$$q_{ser} = G + Q = 30 + 10 = 40 \text{ KN/ml.}$$

2) Sollicitation :

$$M_u = q_u l^2 / 8 = 55.5 \cdot 6^2 / 8 = 249.75 \text{ KN.m.}$$

$$M_{ser} = q_{ser} l^2 / 8 = 40 \cdot 6^2 / 8 = 180 \text{ KN.m.}$$

3) Calcul de la valeur de d :

$$d \approx 0.9 h \Rightarrow d \approx 45 \text{ cm.}$$

$$\text{et } d = h - c = 45 \text{ cm.} \quad \text{Alors } d = 45 \text{ cm}$$

4) Calcul de ferrailage longitudinal :

A) Calcul à l'ELS :(voir Annexe XV)

$$\bar{K}_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{15 \bar{\sigma}_{bc}} = \frac{201.63}{15 \times 15} = 0.896$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{1}{1 + \bar{K}_1} = \frac{1}{1 + 0.896} = 0.527$$

$$\mu_{rb} = \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}\right) \frac{\bar{\alpha}_1}{2} = \left(1 - \frac{0.527}{3}\right) \frac{0.527}{2} = 0.217$$

$$M_{rb} = \mu_{rb} b d^2 \bar{\sigma}_{bc} = 0.217 \times 30 \times (45)^2 \times 15 = 197.74 \text{ KN.m}$$

On compare M_{rb} à M_{ser} :

$$M_{ser} < M_{rb} \Rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu_1 = \frac{M_{ser}}{b d^2 \bar{\sigma}_s} = \frac{180 \times 10^3}{0.3 \times 0.45^2 \times 201.63 \times 10^6} = 0.01469$$

D'après le tableau d'Annexe XVI on a :

$$\beta_1 = 0.830$$

$$A_s = \frac{M_{ser}}{\beta_1 d \overline{\sigma}_s} = \frac{180 \times 10^3}{0.830 \times 45 \times 201.63} = 23.90 \text{ cm}^2$$

B) Calcul à l'ELU :

a-Calcul de moment réduit μ :

$$\mu = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

$$\mu = \frac{249.75 \times 10^{-3}}{0.3 \times 0.45^2 \times 14.17} = 0.290$$

$$\mu < \mu_l = 0.392 \Rightarrow A'_s = 0$$

$$\text{Où : } f_{bu} = 14.17 \text{ MPa}$$

b- calcul d'armatures tendus A_s :

$$\alpha = 1.25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 1.25 (1 - \sqrt{1 - (2 \times 0.290)}) = 0.440$$

$$\beta = 1 - 0.4 \alpha = 0.824$$

$$A_s = \frac{M_u}{\beta d \sigma_{st}} = \frac{249.75 \times 10^{-3}}{0.824 \times 0.45 \times 347.83} = 19.36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 19.36 \text{ cm}^2$$

$$\text{Où : } \sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 347.83 \text{ MPa}$$

- Condition de non fragilité :

$$A_{s \min} \geq 0.23 b d f_{t28} / f_e$$

$$A_{s \min} = 0.23 \times 45 \times 30 \times 2.1 / 400 = 1.63 \text{ cm}^2$$

Donc le ferrailage nécessaire est :

$$A_s = \max (A_{s,ser} ; A_{s,u}) = 23.90 \text{ cm}^2$$

5) Contrôle de la flèche:

Calcul de l'inertie :

$$I = b y_1^3 / 3 + 15 A_s (d - y_1)^2$$

$$\text{Où : } y_1 = -D + \sqrt{D^2 + H} = 22.95$$

$$D = 15 A_s / b = 11.95, H = 2 D d = 1075.5, I = 2.080 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$f = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5 \times 40 \times 6^4}{384 \times 32164.195 \times 2.080 \times 10^{-3}} = 10.09 \text{ mm} = 1.01 \text{ cm}$$

$$\text{Avec : } E = 32164.195 \text{ MPa}$$

$$f = 1.01 \text{ cm} < \bar{f} = \frac{L}{1000} + 0.5 = \frac{600}{1000} + 0.5 = 1.1 \text{ cm}$$

Alors, la condition de la flèche est vérifiée.

Tableau VI.1: Comparaison des résultats d'exemple

		Selon le code ACI	Selon le code EUROCODE	Selon le code CBA
La section (cm ²)		30×50	30×50	30×50
Hauteur utile de la section (d)		42.61cm	45 cm	45cm
La résistance du béton à la compression		$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$	$f_{c28} = 25 \text{ Mpa}$
Limite élastique		$f_e = 414 \text{ MPa}$	$f_{yk} = 400 \text{ MPa}$	$f_y = 400 \text{ MPa}$
Combinaisons d'actions	ELU	1.2 D + 1.6 L =52 KN/ml	1.35G+1.5Q = 55.5 KN/ml	1.35G+1.5Q = 55.5 KN/ml
	ELS	D + L =40 KN/ml	G + Q =40 KN/ml	G + Q =40 KN/ml
Sollicitations	ELU	$M_R = 234 \text{ KN.m}$	$M_u = 249.75 \text{ KN.m}$	$M_u = 249.75 \text{ KN.m}$
	ELS	$M_a = 180 \text{ KN.m}$	$M_{ser} = 180 \text{ KN.m}$	$M_{ser} = 180 \text{ KN.m}$
Section des armatures longitudinale (A_s)		17.55 cm ²	18.04 cm ²	23.90 cm ²
Section des armatures minimales ($A_{s \text{ min}}$)		4.56 cm ²	2.28 cm ²	1.63 cm ²
La flèche (f ; Δ)		$\Delta = 1.8 \text{ cm}$	$f = 1.04 \text{ cm}$	$f = 1.01 \text{ cm}$
La flèche admissible ($\bar{f}$; $\bar{\Delta}$)		$\bar{\Delta} = 2.5 \text{ cm}$	$f = 1.2 \text{ cm}$	$f = 1.1 \text{ cm}$

-Comparaison et interprétation :

D'après le tableau VI.1 on remarque que :

- 1) La valeur de hauteur utile de la section (d) selon les deux codes EUROCODE et CBA est semblable et légèrement supérieure de celle du code ACI, cette différence revient à la méthode d'évaluation de la hauteur "d" utilisée par chaque code.
- 2) Les valeurs de la résistance du béton à la compression sont les mêmes pour les trois codes.

Par contre on trouve que les limites d'élasticité de l'acier ont les mêmes valeurs pour EUROCODE et CBA, et sont légèrement inférieures de celle de l'ACI.

3) La valeur des charges combinées à l'ELU selon l'EUROCODE et CBA est relativement supérieure de celle du code ACI, cette supériorité est due à la valeur de coefficient de pondération des charges permanentes adoptée par les deux codes ($\gamma_G = 1.35$) qui est supérieure à celle du code ACI ($\alpha_D = 1.2$), malgré que la valeur de coefficient de pondération des charges d'exploitation adoptée par les deux codes ($\gamma_Q = 1.5$) est inférieur à celle d'ACI ($\alpha_L = 1.6$). Cependant, les valeurs des charges combinées à l'ELS sont similaires pour les trois codes.

4) La valeur de sollicitations à l'ELU selon l'EUROCODE et CBA est supérieure à celle du code ACI, cette différence revient à la valeur de combinaison d'actions des deux codes qui est supérieure à celle du code ACI (comme indiqué dans le paragraphe précédent).

5) La valeur de la section d'armatures longitudinales (A_s) selon le code CBA est supérieure à ceux des deux codes ACI et EUROCODE, à cause de la valeur A_{ser} du code CBA obtenue à l'ELS et qui est dominant cette supériorité est due à la faible contrainte limite d'acier en fissuration préjudiciable. Mais si on compare la section d'armatures longitudinales (A_s) calculée à l'ELU on remarque que malgré que le moment calculé à l'ELU selon le CBA soit égale à celle calculée selon l'EUROCODE mais la valeur de la section d'armatures longitudinales selon CBA est supérieure de celle d'EUROCODE avec une légère différence et cette différence revient à la contrainte limite dans l'acier. L'ELS pour les fissurations préjudiciable limite les contraintes dans l'acier selon le CBA par contre l'ACI et l'EUROCODE limitent la largeur des fissures.

6) la valeur de la section d'armatures minimale selon le code ACI est supérieure à celle d'EUROCODE et cette dernière est supérieure de celle de CBA, Car l'ACI et l'EUROCODE ne limitent pas la contrainte dans l'acier pour une fissuration nuisible et pour limiter l'ouverture de fissures, on peut dire que les deux codes majorant la section d'armature minimale.

7) la valeur de la flèche selon le code ACI est supérieure à celle du code CBA et l'EUROCODE, cette différence est due à la faible valeur de module d'élasticité du béton adoptée par l'ACI.

8) La valeur de la flèche limite selon le code ACI est supérieure à celle du code CBA et l'EUROCODE.

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS :

Cette étude théorique consiste à analyser d'une manière générale la résistance en flexion des poutres en béton armé, et comparer les prescriptions règlementaires des trois codes : américain ACI, l'européen EUROCODE et l'algérien CBA en termes de résistance à la flexion aux deux états limites.

L'étude comparative règlementaire permet d'obtenir les conclusions suivantes :

- Les formules de calcul pour les trois codes sont généralement basées sur le même fondement théorique, et ils sont d'une manière générale basés sur les caractéristiques mécaniques des deux matériaux acier et béton.

Matériau :

- Le coefficient d'expansion thermique de béton est pratiquement le même selon les trois codes.
- La résistance caractéristique à la compression et à la traction de béton à j jours selon les trois codes sont évaluées par des expressions empiriques.
- Les diagrammes de contrainte-déformation de béton (et même ceux de l'acier) ont la même forme.
- La valeur du module d'élasticité de béton selon le code CBA est supérieure à celle obtenue par l'EUROCODE qui est à son tour supérieure à celle d'ACI qui dépend de la densité de béton. Par contre pour la valeur du module d'élasticité de l'acier, les trois codes ont la même valeur.
- Le coefficient de Poisson du béton est pratiquement le même pour les codes étudiés.

Contraintes admissibles :

- La vérification des contraintes dans le béton selon le code ACI se fait à la compression et sans spécification de la nature de l'état limite, par contre les deux codes EUROCODE et CBA contrôlant les contraintes de compression dans le béton pour les deux états limites ultime et service.
- Pour limiter la fissuration nuisible dans le béton à l'état limite de service (ELS), le CBA exige de limiter les contraintes dans l'acier en réduisant sa valeur limite. Cependant, l'ACI et l'EUROCODE ne donne aucune condition directe sur la contrainte dans l'acier mais il contrôle la fissuration nuisible de béton par limitation de la largeur de fissures en prévoyant en général un pourcentage d'armature minimal dans la section de béton.

Combinaisons d'actions :

Les combinaisons d'actions selon les trois codes sont basées sur le même fondement théorique. Ces combinaisons sont en fonction de la charge permanente, d'exploitation, accidentelle (sismique), température, neige, vent, sauf que l'ACI tien en compte de plus d'autre charges comme charge de poussée des terres et pression d'un liquide, Cependant, les coefficients de pondération des charges permanentes et d'exploitation dans le cas des combinaisons fondamentales sont les mêmes pour les deux codes EUROCODE et CBA, et différents par rapport à ceux de l'ACI. Les coefficients de charge permanentes sont généralement de 1,35 pour l'EUROCODE et CBA et de 1,2 pour l'ACI, alors que ceux des charge d'exploitation sont de 1.5 pour l'EUROCODE et CBA et de 1,6 pour l'ACI.

Résistance des sections à la flexion :

- Les trois codes étudiés considèrent des hypothèses de calcul presque similaires.
- La section d'armature minimale selon le code CBA est généralement inférieure à celle des deux codes ACI et EUROCODE. Ces deux derniers surestimant la section d'armature minimale afin de limiter les ouvertures de fissure nuisible dans le béton car ils ne limitent pas les contraintes dans l'acier contrairement au CBA.
- La section d'armature de flexion selon le code CBA est supérieure à celle du code ACI car ce dernier sous-estime les charges en combinaison d'actions à l'ELU. De plus, le code CBA minimise la contrainte limite dans l'acier pour les fissurations nuisibles. Et malgré que l'EUROCODE et CBA estimant les mêmes valeurs de charges en combinaison d'actions, la section d'armature de flexion selon le code CBA est supérieure à celle d'EUROCODE et cette différence revient à la faible valeur de la contrainte limite de l'acier en fissurations nuisibles selon le CBA contrairement à l'EUROCODE.
- Le calcul des armatures de flexion selon le code ACI se fait juste à l'ELU avec le contrôle de la fissuration de béton et de la flèche à l'ELS. Cependant les deux codes EUROCODE et CBA recommandent de calculer les armatures de flexion aux deux états limites ultimes et services.
- Les formules des flèches selon les deux codes ACI et CBA sont les presque similaires. Malgré que les valeurs de calcul de flèches montrent que celle d'ACI sont plus élevées par rapport à celle de CBA. Cette différence revient au module d'élasticité de béton adopté par le code CBA qui est supérieur à celui recommandé par le code ACI.

- Recommandations et propositions :

Les résultats de l'étude comparative de la flexion selon les trois codes ACI, EUROCODE et CBA permettent de suggérer les recommandations suivantes comme contribution pour la révision du code Algérien de béton armé (CBA) :

- Pour une bonne étude des ouvrages et des constructions en génie civil d'une manière sécuritaires et économiques, il vaut mieux avoir un code qui s'adapte à notre pays l'Algérie, avec la variation des conditions climatiques et des types des sols que ses diffèrent d'une région à l'autre, en s'inspirant du code ACI qui tient compte en plus des charges habituelles, la charge de poussée des terres et celle de pression du liquide dépendant de la région.
- Etablir une formulation pour le calcul de résistance caractéristique à la traction et aussi pour la formulation de module d'élasticité en s'inspirant de celle du code ACI tenant en compte de la densité de béton.
- Etablir une formulation plus précise qui tient compte des différentes classes de résistance de béton pour avoir des constructions plus sécuritaires et plus économiques en s'inspirant du code EUROCODE.
- Etablir une formulation pour le calcul des armatures en s'inspirant de celle du code ACI, à cause de sa simplicité et pour avoir des ferraillages économiques et sécuritaires.
- Etablir une formule pour le calcul de la flèche en s'inspirant de celle du code ACI et EUROCODE qui tiennent compte de la section d'armature et de fissuration de béton.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ACI 318-08 "Building code requirements for structural concrete"
- AIDOU DI HADDA- HADJ MOUSSA RIDA "Comportement a la flexion d'éléments en béton armé d'acier selon les codes BAEL et CSA " Mémoire pour l'obtention du de Master (CCS), Faculté de Génie civil et d'Architecture de l'Université Amar Telidji LAGHOUAT 2012
- ANUSHA GULLAPALLI" ACI 318 Code Provisions For Deflection Control Of Two-Way Concrete Slabs" Mémoire pour l'obtention du de Master, Faculté de Génie civil de l'Université The Pennsylvania State 2009.
- C.B.A 93" Règles de conception et de calcul des structures en béton armé".
- D.E. ALLEN "Calcul au Etats limites" Archives des publications du CNRC, Digeste de la construction au Canada, janvier 1982.
- Dr Ir P. BOERA EVE "Manuel de Calcul de Béton Armé Selon EN1992-1.1" Institut Gramme – Unite Construction 2017.
- Eurocode 2 : "calcul des structures en béton" (NF EN 1992-1-1).
- JEAN FESTA-GEORGES DREUX " Nouveau guide du béton et de ses constituants " Huitième édition 1998.
- JEAN PERCHAT "Règlements étrangers de béton armé (Etude comparative des codes CEB- BSI- DIN- ACI) " Septembre 1982. SEI/ASCE 7-02"Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures".
- M. SETAREH et R. DARVAS "Concrete Structures" Springer International Publishing Switzerland 2017.
- NATHAN JEFFREY DORSEY " Flexural comparison of the ACI 318-08 and AASHTO LRFD structural concrete codes " Mémoire pour l'obtention du de Master, Faculté de Génie civil de l'Université San Jose State 2008.
- S. MULTON "Béton armé Eurocode2" Centre de Génie Civil, INSA-Université Paul Sabatier- Toulouse- France 30 Novembre 2012.
- Technical Note details the requirements of ACI318 -08 for design of concrete floor systems (TN331_ACI_floor_design_040509).
- YANNICK SIEFFERT "Le Béton armé selon L'Eurocode2 (2^e edition)" éditeur Dunod de Paris, 2010, 2013, 2013.

Annexe I

Caractéristiques de résistance et de déformation du béton

Classes de résistance du béton															Expression analytique Commentaires
f_{dk} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{dk,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{dk} + 8$ (MPa)
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10))$ > C50/60
$f_{ck,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ck,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ fractile 5 %
$f_{ck,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ck,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ fractile 95 %
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3}$ (f_{cm} en MPa)
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	$\varepsilon_{c1} (\text{‰}) = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1}(\text{‰}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c2}(\text{‰}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu2}(\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{dk})/100]^4$
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c3}(\text{‰}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu3}(\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{dk})/100]^4$

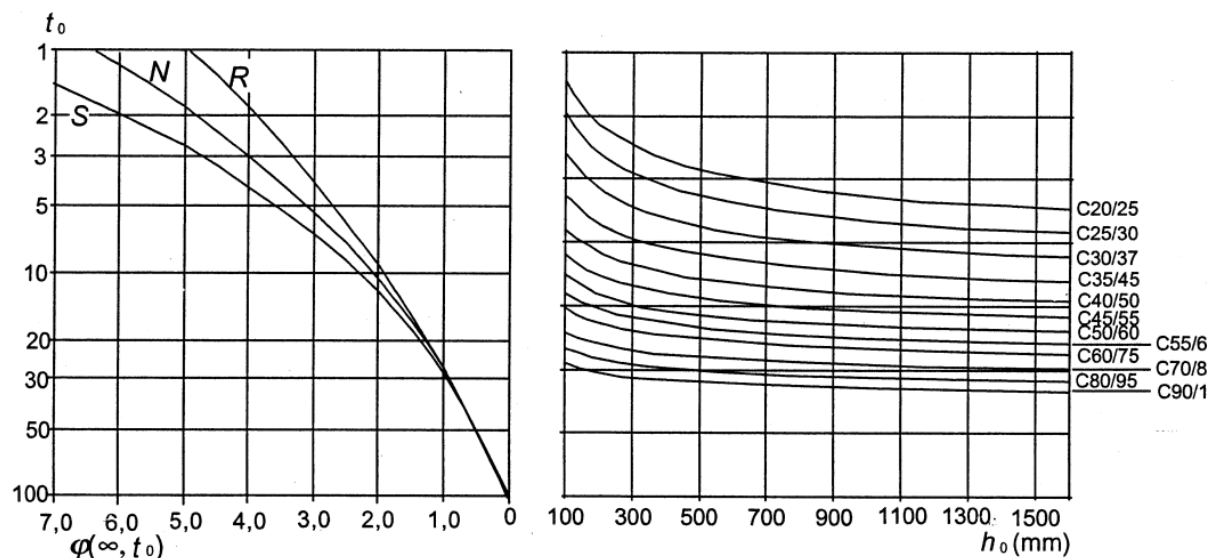
Annexe II

**Valeurs nominales du retrait de dessiccation non gêné ε_{cd0} (en ‰) pour le
béton avec des ciments CEM de classe N**

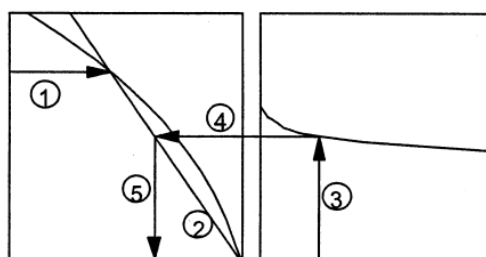
$f_{ck} / f_{ck, cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0, 58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Annexe III

Méthode de détermination du coefficient de fluage $\phi(\infty, t_0)$ pour le béton dans des conditions d'environnement normales

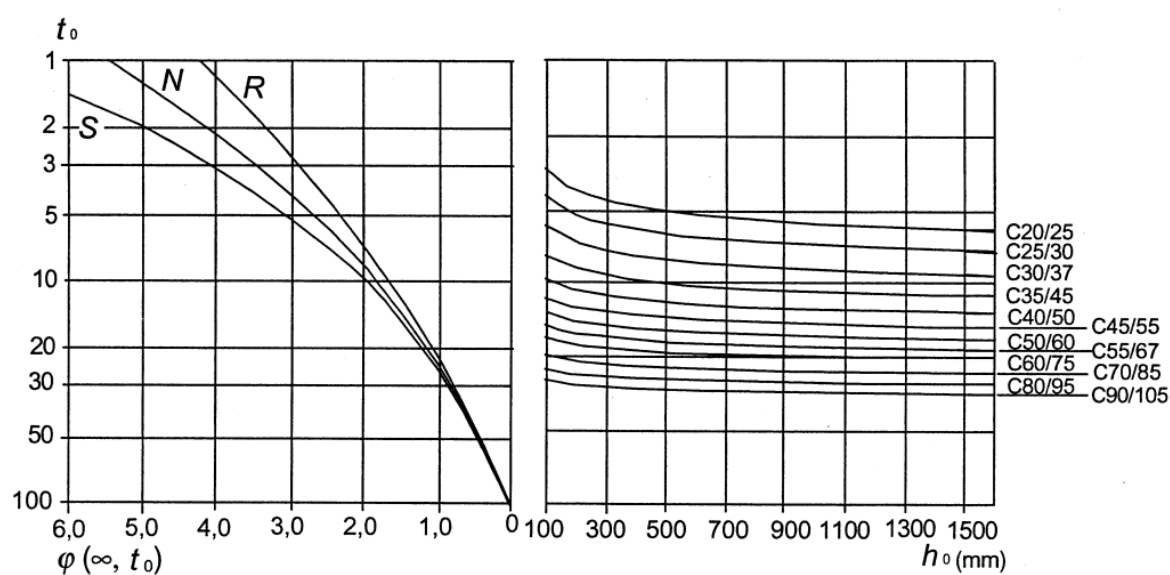


a) Environnement intérieur — RH = 50 %



NOTE

- le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1
- pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente)



b) Environnement extérieur — RH = 80 %

Note :

- h_0 = rayon moyen = $2A_c / u$, où A_c est l'aire de la section transversale du béton et u le périmètre de la partie exposée à la dessiccation (pour une dalle $h_0=h$)
- S désigne les ciments de Classe S (prise lente "slow")
- N désigne les ciments de Classe N
- R désigne les ciments de Classe R (prise rapide)
- le point d'intersection des droites 4 et 5 peut également se situer au-dessus du point 1
- pour $t_0 > 100$, il est suffisamment précis de supposer $t_0 = 100$ (et d'utiliser la tangente

Annexe IV

Tableau des valeurs des coefficients ψ^* pour les actions climatiques

Nature des charges		Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Vent		0,77	0,2	0
Neige pour une altitude	≤ 500 m	0,77	0,15	0
	> 500 m	0,77	0,30	0,77
Variations uniformes de la température		0,6	0,5	0

Annexe V

Les valeurs de $\rho_{\max}$ et ρ_{tc} en fonction de f_y et f_c'

f_y [MPa]	$f_c'=20.7$ MPa	$f_c'=27.6$ MPa	$f_c'=34.5$ MPa	ϕ
$\rho_{\max}$ ($\epsilon_t=0.004$)				
276	0.0232	0.0310	0.364	0.83
414	0.0155	0.0207	0.0243	0.81
517	0.0124	0.0165	0.0194	0.80
$\rho_{\max}$ ($\epsilon_t=0.005$)				
276	0.0203	0.0270	0.0318	0.90
414	0.0135	0.0180	0.0212	0.90
517	0.0108	0.0144	0.0169	0.90

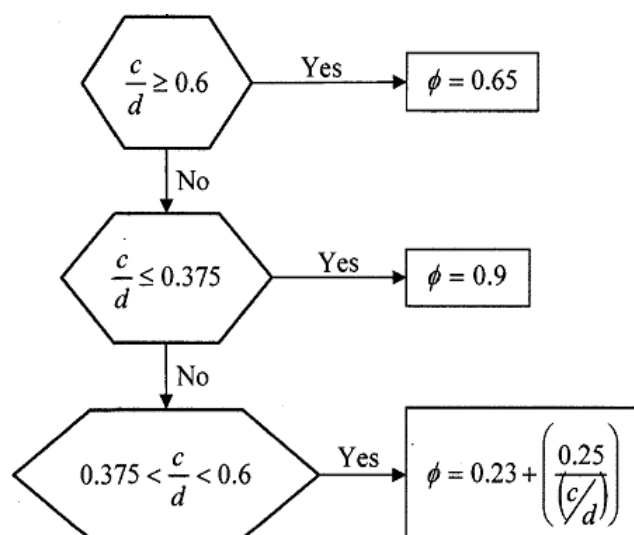
Annexe VI

Les valeurs de $\rho_{\min}$ en fonction de f_y et f_c'

f_y [Mpa]	$\rho_{\min}$			
	$f_c'=20.7$ MPa	$f_c'=27.6$ MPa	$f_c'=34.5$ MPa	$f_c'=41.4$ MPa
276	0.0050	0.0050	0.0053	0.0058
414	0.0033	0.0033	0.0035	0.0039
517	0.0027	0.0027	0.0028	0.0031

Annexe VII

L'organigramme de calcul des valeurs de ϕ



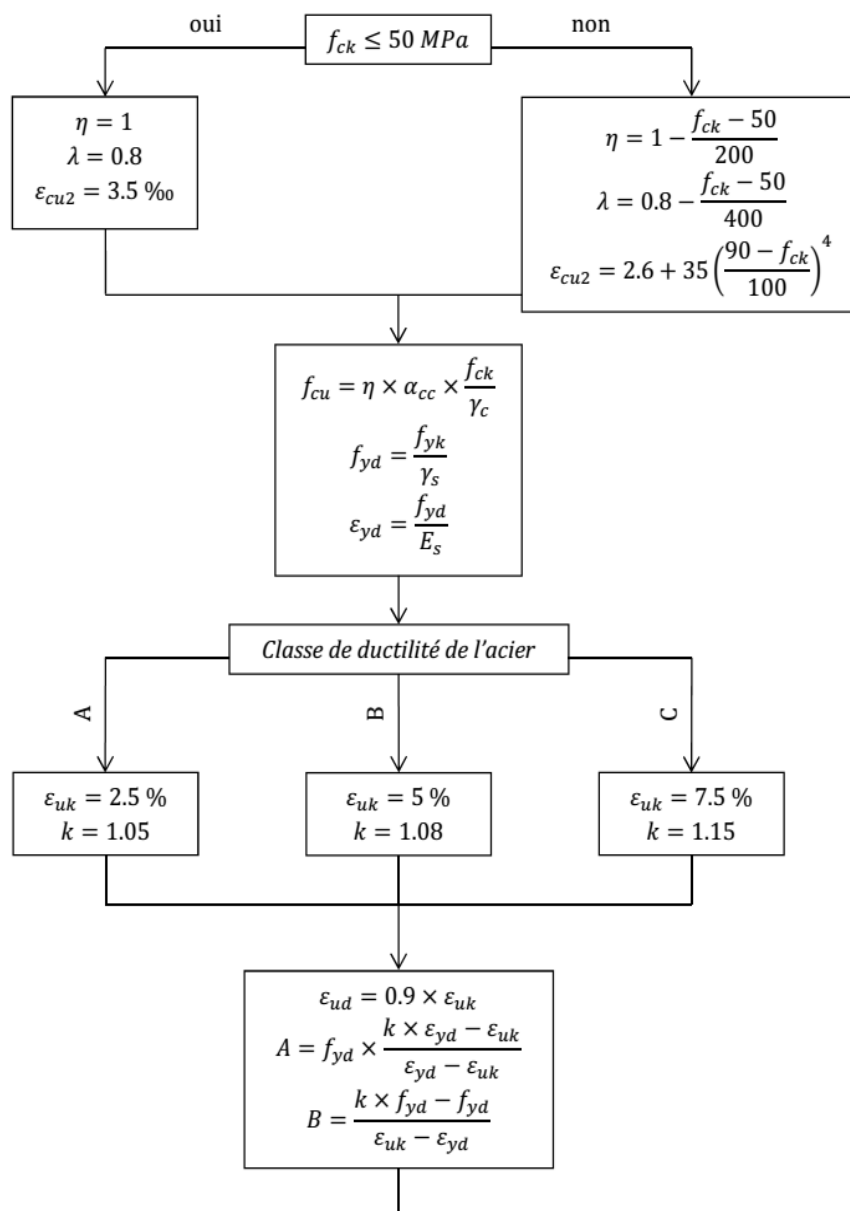
Annexe VIII

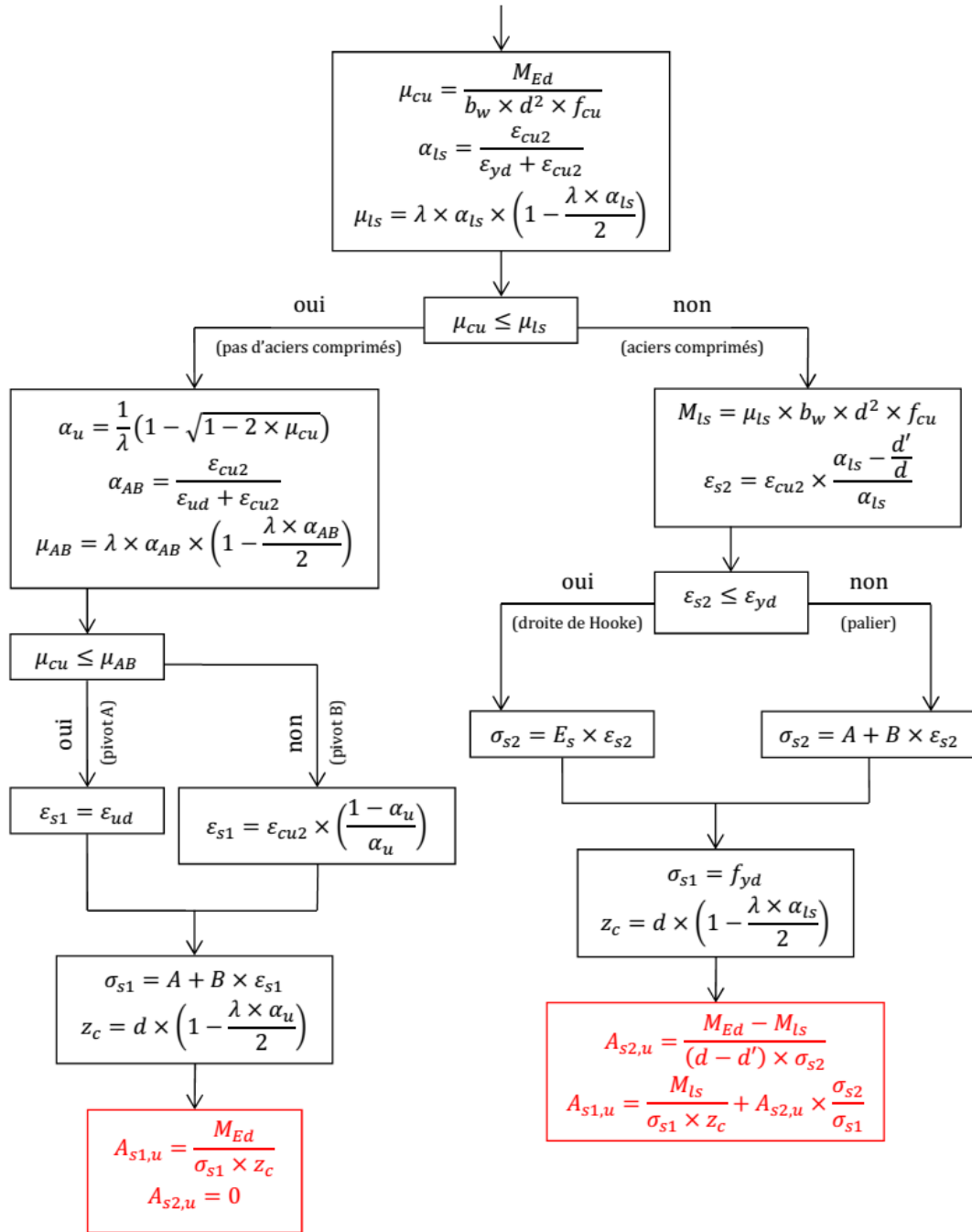
**Le coefficient de résistance (R/145.0377) MPa; $f_c' = 27.6$ MPa; $f_y = 414$ MPa
(Pour les poutres $\rho_{\min} = 0.0033$)**

ρ	R	ρ	R	ρ	R	ρ	R	ρ	R	ϕ
0.001	54	0.0051	263	0.0092	456	0.0133	634	0.0174	795	
0.0011	59	0.0052	268	0.0093	461	0.0134	638	0.0175	799	
0.0012	64	0.0053	273	0.0094	465	0.0135	642	0.0176	803	
0.0013	69	0.0054	278	0.0095	470	0.0136	646	0.0177	807	
0.0014	75	0.0055	283	0.0096	474	0.0137	650	0.0178	810	
0.0015	80	0.0056	287	0.0097	479	0.0138	654	0.0179	814	
0.0016	85	0.0057	292	0.0098	483	0.0139	659	0.018	818	ρ_{fc}
0.0017	90	0.0058	297	0.0099	488	0.014	663	0.0181	820	0.90
0.0018	96	0.0059	302	0.01	492	0.0141	667	0.0182	820	0.89
0.0019	101	0.006	307	0.0101	497	0.0142	671	0.0183	820	0.89
0.002	106	0.0061	312	0.0102	501	0.0143	675	0.0184	821	0.89
0.0021	111	0.0062	316	0.0103	506	0.0144	679	0.0185	821	0.88
0.0022	116	0.0063	321	0.0104	510	0.0145	683	0.0186	821	0.88
0.0023	122	0.0064	326	0.0105	514	0.0146	687	0.0187	821	0.88
0.0024	127	0.0065	331	0.0106	519	0.0147	691	0.0188	822	0.87
0.0025	132	0.0066	336	0.0107	523	0.0148	695	0.0189	822	0.87
0.0026	137	0.0067	340	0.0108	528	0.0149	699	0.019	822	0.87
0.0027	142	0.0068	345	0.0109	532	0.015	703	0.0191	822	0.86
0.0028	147	0.0069	350	0.011	536	0.0151	707	0.0192	822	0.86
0.0029	153	0.007	355	0.0111	541	0.0152	711	0.0193	823	0.86
0.003	158	0.0071	359	0.0112	545	0.0153	715	0.0194	823	0.85
0.0031	163	0.0072	364	0.0113	549	0.0154	719	0.0195	823	0.85
0.0032	168	0.0073	369	0.0114	554	0.0155	723	0.0196	823	0.85
0.0033	173	0.0074	374	0.0115	558	0.0156	726	0.0197	823	0.84
0.0034	178	0.0075	378	0.0116	562	0.0157	730	0.0198	824	0.84
0.0035	183	0.0076	383	0.0117	567	0.0158	734	0.0199	824	0.84
0.0036	188	0.0077	388	0.0118	571	0.0159	738	0.02	824	0.83
0.0037	193	0.0078	392	0.0119	575	0.016	742	0.0201	824	0.83
0.0038	198	0.0079	397	0.012	579	0.0161	746	0.0202	824	0.83
0.0039	203	0.008	402	0.0121	584	0.0162	750	0.0203	825	0.82
0.004	208	0.0081	406	0.0122	588	0.0163	754	0.0204	825	0.82
0.0041	213	0.0082	411	0.0123	592	0.0164	757	0.0205	825	0.82
0.0042	218	0.0083	415	0.0124	596	0.0165	761	0.0206	825	0.82
0.0043	223	0.0084	420	0.0125	601	0.0166	765	0.0207	825	0.81
0.0044	228	0.0085	425	0.0126	605	0.0167	769			
0.0045	233	0.0086	429	0.0127	609	0.0168	773			
0.0046	238	0.0087	434	0.0128	613	0.0169	777			
0.0047	243	0.0088	438	0.0129	617	0.017	780			
0.0048	248	0.0089	443	0.013	621	0.0171	784			
0.0049	253	0.009	447	0.0131	626	0.0172	788			
0.005	258	0.0091	452	0.0132	630	0.0173	792			

Annexe IX

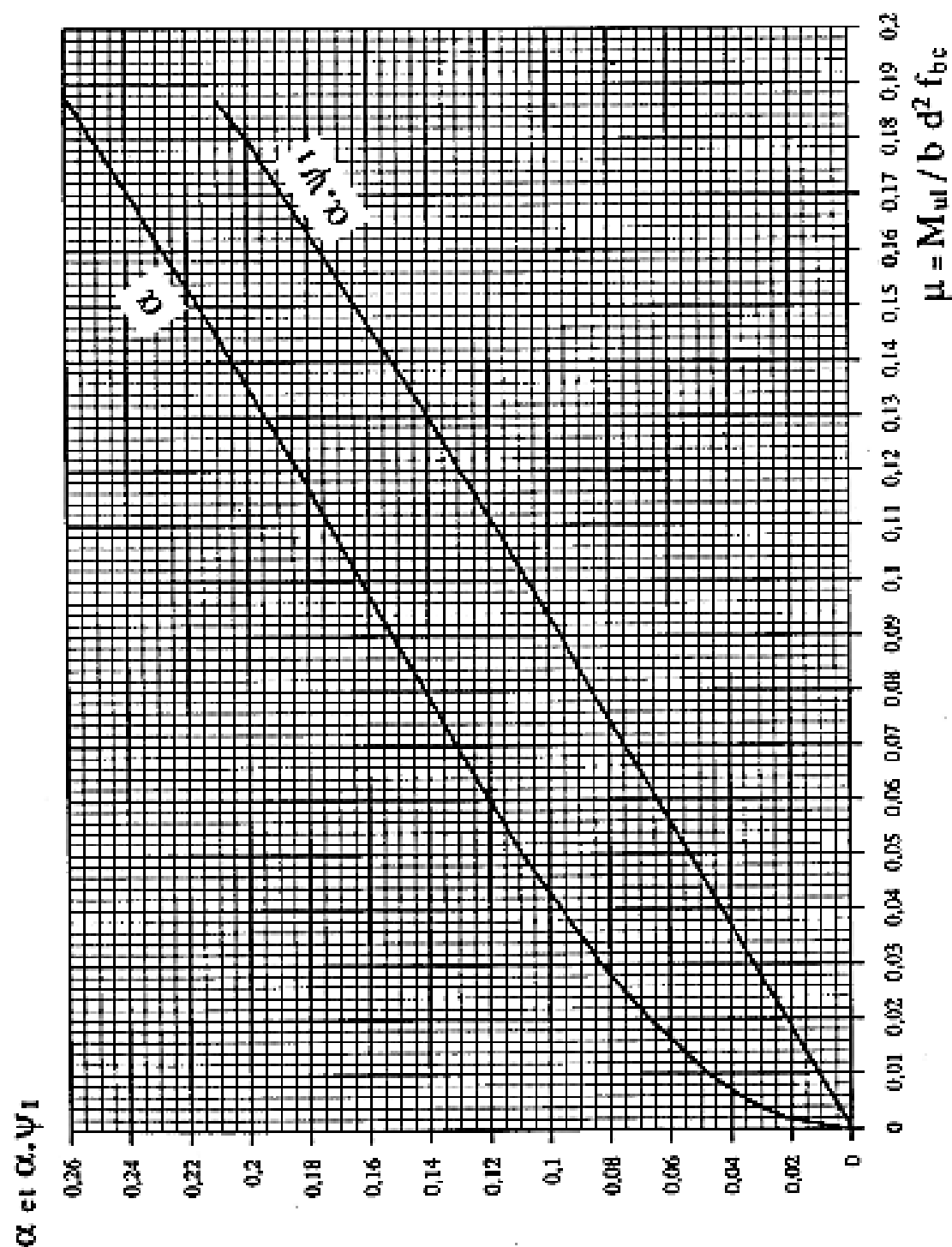
Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELU (EUROCODE)





Annexe X

PIVOT A courbes α et $\alpha.\psi_1$ fonction de μ



Annexe XI

Classes d'exposition en fonction des conditions d'environnement, conformément à l'EN 206-1

Désignation de la classe	Description de l'environnement :	Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition
1 Aucun risque de corrosion ni d'attaque		
X0	Béton non armé et sans pièces métalliques noyées : toutes expositions sauf en cas de gel/dégel, d'abrasion et d'attaque chimique Béton armé ou avec des pièces métalliques noyées : très sec	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est très faible
2 Corrosion induite par carbonatation		
XC1	Sec ou humide en permanence	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est faible Béton submergé en permanence dans de l'eau
XC2	Humide, rarement sec	Surfaces de béton soumises au contact à long terme de l'eau Un grand nombre de fondations
XC3	Humidité modérée	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est moyen ou élevé Béton extérieur abrité de la pluie
XC4	Alternativement humide et sec	Surfaces de béton soumises au contact de l'eau, mais n'entrant pas dans la classe d'exposition XC2
3 Corrosion induite par les chlorures		
XD1	Humidité modérée	Surfaces de béton exposées à des chlorures transportés par voie aérienne
XD2	Humide, rarement sec	Piscines Eléments en béton exposés à des eaux industrielles contenant des chlorures
XD3	Alternativement humide et sec	Eléments de ponts exposés à des projections contenant des chlorures Chaussées Dalles de parcs de stationnement de véhicules
4 Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer		
XS1	Exposé à l'air véhiculant du sel marin mais pas en contact direct avec l'eau de mer	Structures sur ou à proximité d'une côte
XS2	Immergé en permanence	Eléments de structures marines
XS3	Zones de marnage, zones soumises à des projections ou à des embruns	Eléments de structures marines
5. Attaque gel/dégel		
XF1	Saturation modérée en eau, sans agent de déverglaçage	Surfaces verticales de béton exposées à la pluie et au gel
XF2	Saturation modérée en eau, avec agents de déverglaçage	Surfaces verticales de béton des ouvrages routiers exposés au gel et à l'air véhiculant des agents de déverglaçage
XF3	Forte saturation en eau, sans agents de déverglaçage	Surfaces horizontales de béton exposées à la pluie et au gel
XF4	Forte saturation en eau, avec agents de déverglaçage ou eau de mer	Routes et tabliers de pont exposés aux agents de déverglaçage. Surfaces de béton verticales directement exposées aux projections d'agents de déverglaçage et au gel. Zones des structures marines soumises aux projections et exposées au gel
6. Attaques chimiques		
XA1	Environnement à faible agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA2	Environnement d'agressivité chimique modérée selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA3	Environnement à forte agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol

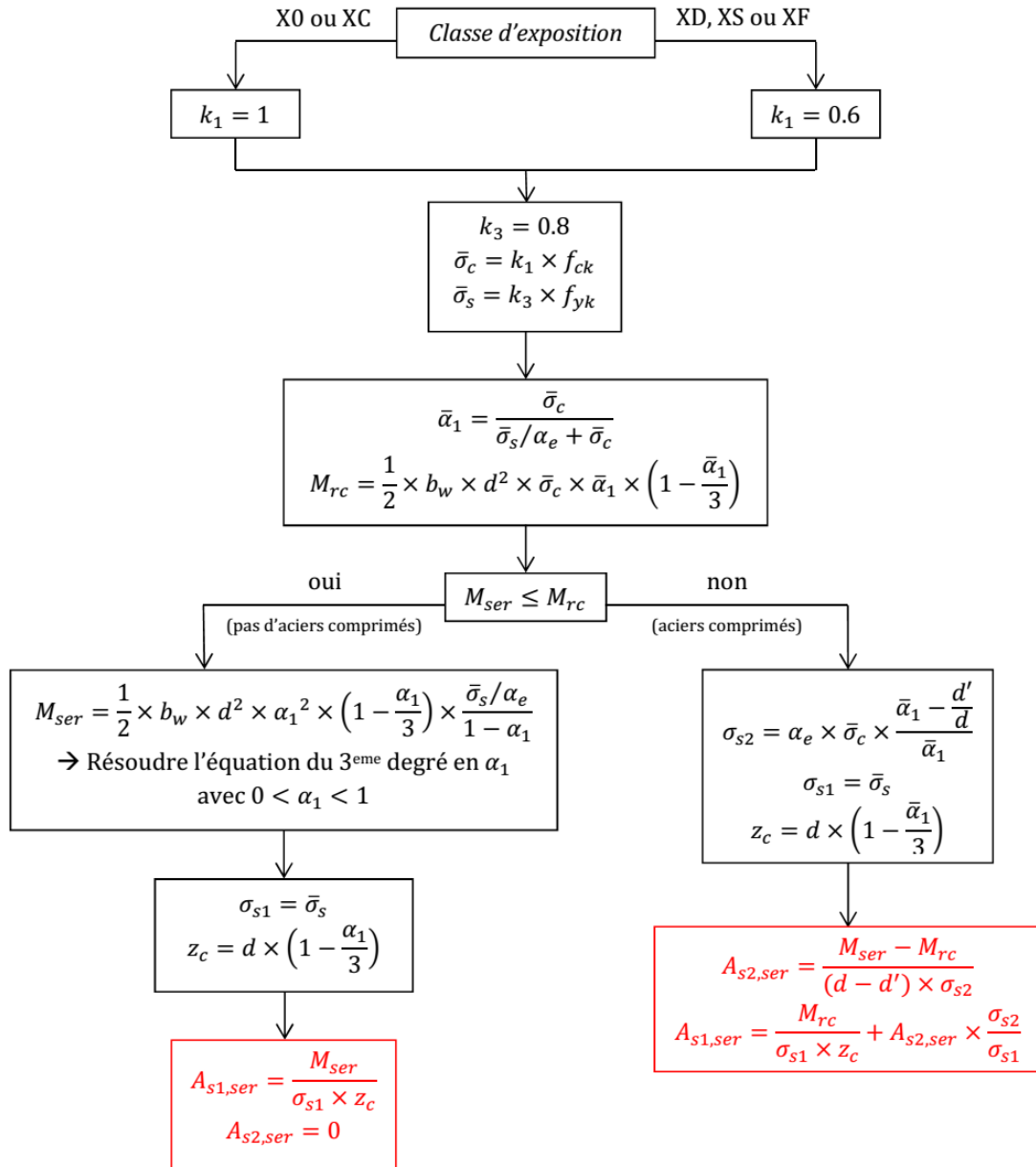
Annexe XII

Tableau de propriétés des barres selon le code ACI

Désignation De barre	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#14	#18
Diamètres [mm]	9.525	12.700	15.875	19.050	22.225	25.400	28.652	32.258	35.814	43.002	57.327
Surface [mm ²]	70.96	129.03	200.00	283.87	387.09	509.67	645.16	819.35	1006.45	1451.61	2580.64

Annexe XIII

Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELS (EUROCODE)



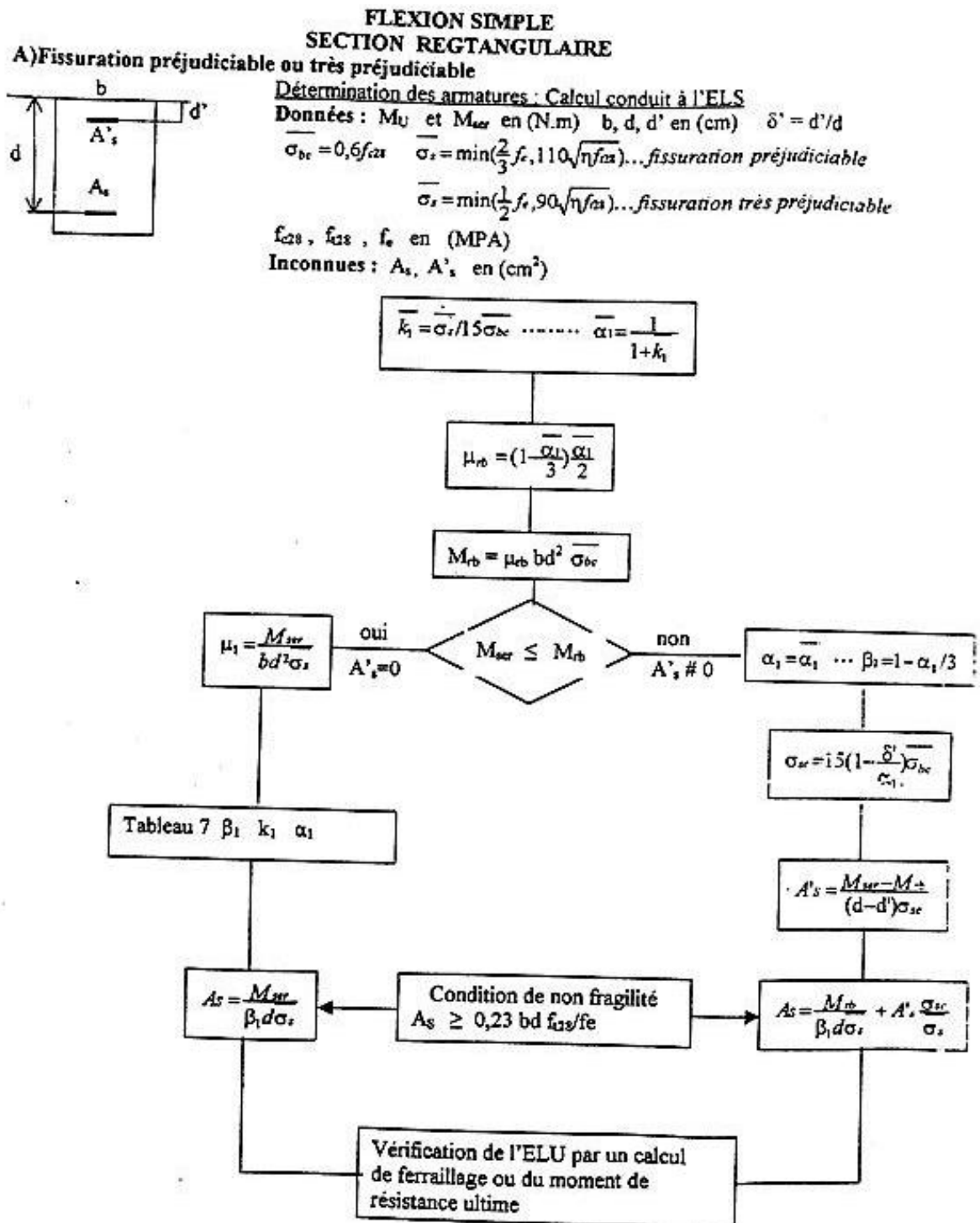
Annexe XIV

Tableau d'armature selon le code EUROCODE

Section totale des armatures (en mm ²)																
Diam. (mm)	Nombre de barres placées dans la poutre															Poids (N/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	28	57	85	113	141	170	198	226	254	283	311	339	368	396	424	2.2
8	50	101	151	201	251	302	352	402	452	503	553	603	653	704	754	3.9
10	79	157	236	314	393	471	550	628	707	785	864	942	1021	1100	1178	6
12	113	226	339	452	565	679	792	905	1018	1131	1244	1357	1470	1583	1696	8.7
14	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1385	1539	1693	1847	2001	2155	2309	11.9
16	201	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	2011	2212	2413	2614	2815	3016	15.5
20	314	628	942	1257	1571	1885	2199	2513	2827	3142	3456	3770	4084	4398	4712	24.2
25	491	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	4909	5400	5890	6381	6872	7363	37.8
32	804	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	8042	8847	9651	10455	11259	12064	61.9
40	1257	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	12566	13823	15080	16336	17593	18850	96.8

Annexe XV

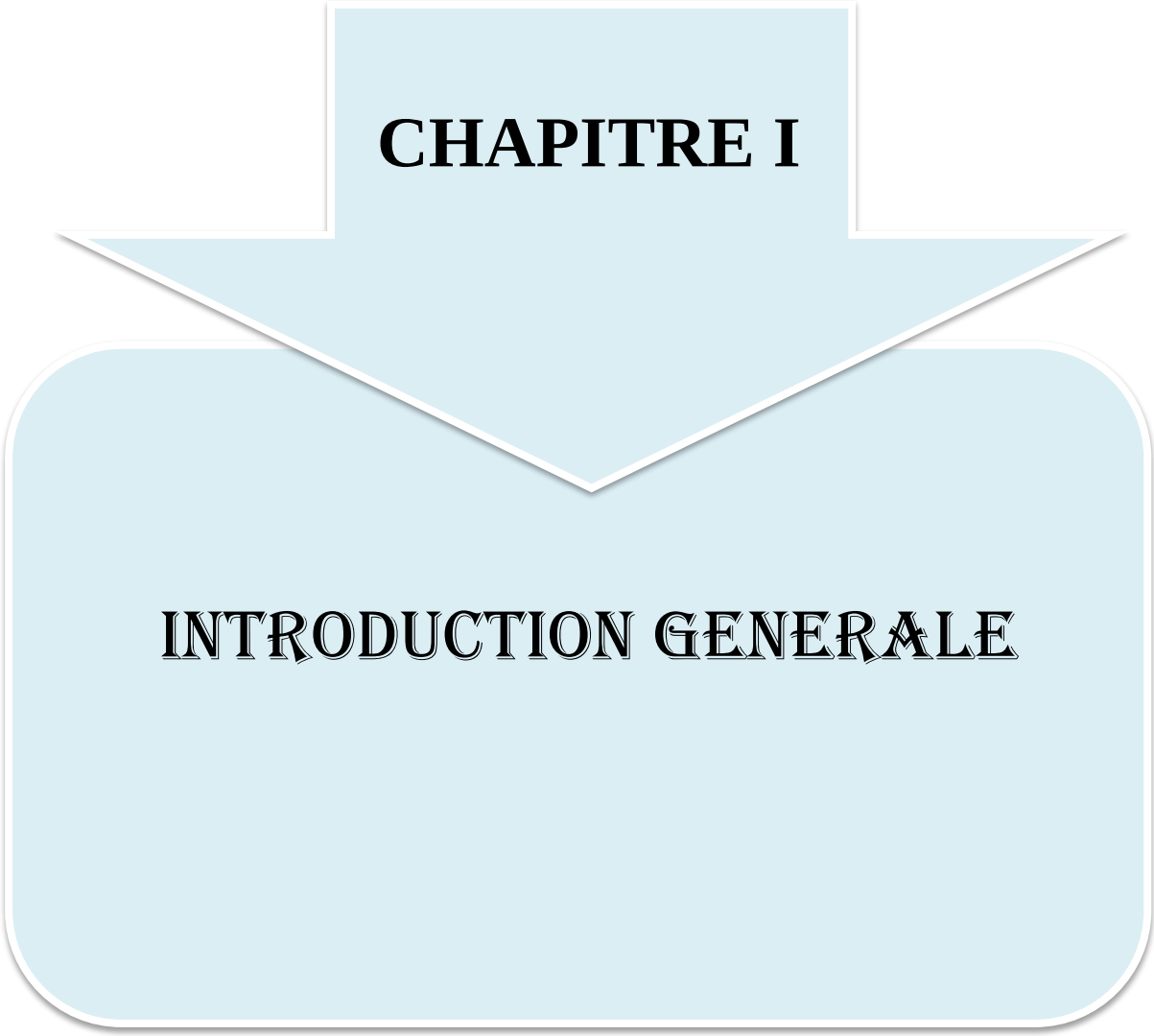
Organigramme de calcul de ferrailage de flexion à l'ELS (CBA)



Annexe XVI

Tableau des valeurs β_1 en fonction μ_1

β_1	α_1	μ_1'	μ_1	k_1	ρ_1	β_1	α_1	μ_1'	μ_1	k_1	ρ_1
0,905	0,285	0,1290	0,00343	37,63	0,379	0,865	0,405	0,1752	0,00795	22,04	0,919
0,904	0,288	0,1302	0,00351	37,08	0,388	0,864	0,408	0,1763	0,00810	21,76	0,937
0,903	0,291	0,1314	0,00359	36,55	0,398	0,863	0,411	0,1773	0,00825	21,50	0,956
0,902	0,294	0,1326	0,00368	36,02	0,408	0,862	0,414	0,1784	0,00840	21,23	0,975
0,901	0,297	0,1338	0,00377	35,50	0,418	0,861	0,417	0,1795	0,00856	20,97	0,994
0,900	0,300	0,1350	0,00386	35,00	0,429	0,860	0,420	0,1806	0,00872	20,71	1,014
0,899	0,303	0,1362	0,00395	34,50	0,439	0,859	0,423	0,1817	0,00888	20,46	1,034
0,898	0,306	0,1374	0,00404	34,02	0,450	0,858	0,426	0,1828	0,00904	20,21	1,054
0,897	0,309	0,1386	0,00413	33,54	0,461	0,857	0,429	0,1838	0,00921	19,96	1,074
0,896	0,312	0,1398	0,00423	33,08	0,472	0,856	0,432	0,1849	0,00938	19,72	1,095
0,895	0,315	0,1410	0,00432	32,62	0,483	0,855	0,435	0,1860	0,00955	19,48	1,116
0,894	0,318	0,1421	0,00442	32,17	0,494	0,854	0,438	0,1870	0,00972	19,25	1,138
0,893	0,321	0,1433	0,00452	31,73	0,506	0,853	0,441	0,1881	0,00989	19,01	1,160
0,892	0,324	0,1445	0,00462	31,30	0,518	0,852	0,444	0,1891	0,01007	18,78	1,182
0,891	0,327	0,1457	0,00472	30,87	0,530	0,851	0,447	0,1902	0,01025	18,56	1,204
0,890	0,330	0,1468	0,00482	30,45	0,542	0,850	0,450	0,1913	0,01043	18,33	1,227
0,889	0,333	0,1480	0,00492	30,04	0,554	0,849	0,453	0,1923	0,01062	18,11	1,251
0,888	0,336	0,1492	0,00503	29,64	0,567	0,848	0,456	0,1933	0,01081	17,89	1,274
0,887	0,339	0,1503	0,00514	29,25	0,580	0,847	0,459	0,1944	0,01100	17,68	1,298
0,886	0,342	0,1515	0,00525	28,86	0,593	0,846	0,462	0,1954	0,01119	17,47	1,322
0,885	0,345	0,1527	0,00536	28,48	0,606	0,845	0,465	0,1965	0,01138	17,26	1,347
0,884	0,348	0,1538	0,00547	28,10	0,619	0,844	0,468	0,1975	0,01158	17,05	1,372
0,883	0,351	0,1550	0,00559	27,73	0,633	0,843	0,471	0,1985	0,01178	16,85	1,398
0,882	0,354	0,1561	0,00570	27,37	0,647	0,842	0,474	0,1996	0,01199	16,65	1,424
0,881	0,357	0,1573	0,00582	27,02	0,661	0,841	0,477	0,2006	0,01219	16,45	1,450
0,880	0,360	0,1584	0,00594	26,67	0,675	0,840	0,480	0,2016	0,01241	16,25	1,477
0,879	0,363	0,1595	0,00606	26,32	0,690	0,839	0,483	0,2026	0,01262	16,06	1,504
0,878	0,366	0,1607	0,00618	25,98	0,704	0,838	0,486	0,2036	0,01283	15,86	1,532
0,877	0,369	0,1618	0,00631	25,65	0,719	0,837	0,489	0,2046	0,01306	15,67	1,560
0,876	0,372	0,1629	0,00643	25,32	0,735	0,836	0,492	0,2057	0,01328	15,49	1,588
0,875	0,375	0,1641	0,00656	25,00	0,750	0,835	0,495	0,2067	0,01351	15,30	1,617
0,874	0,378	0,1652	0,00669	24,68	0,766	0,834	0,498	0,2077	0,01373	15,12	1,647
0,873	0,381	0,1663	0,00682	24,37	0,782	0,833	0,501	0,2087	0,01397	14,94	1,677
0,872	0,384	0,1674	0,00696	24,06	0,798	0,832	0,504	0,2097	0,01420	14,76	1,707
0,871	0,387	0,1685	0,00709	23,76	0,814	0,831	0,507	0,2107	0,01444	14,59	1,738
0,870	0,390	0,1697	0,00723	23,46	0,831	0,830	0,510	0,2117	0,01469	14,41	1,769
0,869	0,393	0,1708	0,00737	23,17	0,848	0,829	0,513	0,2126	0,01493	14,24	1,801
0,868	0,396	0,1719	0,00751	22,88	0,865	0,828	0,516	0,2136	0,01518	14,07	1,834
0,867	0,399	0,1730	0,00766	22,59	0,883	0,827	0,519	0,2146	0,01541	13,90	1,867
0,866	0,402	0,1741	0,00780	22,31	0,901	0,826	0,522	0,2156	0,01569	13,74	1,900



CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE II

MATERIAUX ET LEURS CARACTERISTIQUES

CHAPITRE III

ACTIONS ET SOLLICITATIONS

CHAPITRE IV

RÉSISTANCE DES SECTIONS A LA FLEXION

CHAPITRE V

COMPARAISON DES CALCULS JUSTIFICATIFS D'ELEMENTS FLECHIS

CHAPITRE VI

EXEMPLE D'APPLICATION



CONCLUSION GENERALE