

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE AMAR TELIDJI DE LAGHOUAT



FACULTE DE TECHNOLOGIE

Département d'Electrotechnique

Mémoire

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER** en Automatique

Option : **Automatique et Systèmes**

Présenté par :

BEN TOBBAL Mostefa

BENOUDINA Hadjer

THEME

***Commande Optimale d'une Suspension
Active d'un Véhicule***

Soutenu devant le jury composé de :

| | | | |
|---------------|----------|----------------|--------------|
| Mr. GUIBADJ | Mossadek | MCA à L'UATL | Président |
| Mr. BENDJEDIA | Bachir | MCA à L'UATL | Examineur |
| Mr. MOKRANI | Lakhdar | Prof. à L'UATL | Encadreur |
| Mme BENLARBI | Keltoum | MCB à L'UATL | Co-encadreur |

Promotion 2020/2021

ملخص: خصصت هذه المذكرة للنمذجة والتحكم في نظام التعليق النشط لمركبة. تم إنشاء النموذج الرياضي لأنظمة التعليق السلبي والنشط لمختلف الحالات من ربع مركبة، نصف مركبة و مركبة كاملة. في المجمل، يجب أن يكون نظام تعليق السيارة قادرا على ضمان تحقيق تثبيت المركبة بالطريق وتحسين راحة الركاب. لا تقدم أنظمة التعليق الكلاسيكية سوى حل وسط بين هذين المعيارين المتناقضين، خلافا للنظام النشط الذي يمكن من إيجاد حل مرضي وسط بين المناورة والراحة من خلال التحكم المباشر في قوة محركات نظام التعليق. لذلك ، تم تطبيق تقنية التحكم الأمثل من النوع الخطي التريبيعي على نظام التعليق النشط للمركبة. بعدئذ تم إجراء مقارنة بين أنظمة التعليق السلبي والنشط في حالات مختلفة من مظاهر تغيرات الطريق. أظهرت نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها أن أداء التعليق النشط المزود بنظام تحكم أمثل أفضل بكثير مقارنة بنظام التعليق السلبي.

الكلمات المفتاحية:

نظام تعليق مركبة، نظام التعليق السلبي، نظام التعليق النشط، التحكم الأمثل الخطي التريبيعي، نموذج ربع مركبة، نموذج نصف مركبة، نموذج مركبة كاملة، مقارنة الاداء.

Résumé : Ce mémoire est consacré à la modélisation et à la commande d'une suspension active d'un véhicule. Les modèles mathématiques des systèmes de suspensions passive et active ont été établis pour différents cas de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et du véhicule complet. En général, les systèmes de suspension d'un véhicule doivent être capables d'assurer une bonne tenue de route et améliorer le confort des passagers. Les suspensions passives n'offrent qu'un compromis entre ces deux critères contradictoires. Par contre, la suspension active offre la possibilité d'établir un bon compromis entre la manipulation et le confort en contrôlant directement les forces des actionneurs de suspension. C'est pourquoi, la technique de contrôle optimal de type quadratique et linéaire (***LQR***) a été synthétisée et appliquée au système de suspension active d'un véhicule. Une comparaison entre les systèmes de suspensions passive et active a été effectuée pour différents types de profils routiers. Les résultats de simulation obtenus ont montré que les performances de la suspension active munie d'un contrôleur ***LQR*** sont nettement meilleures comparativement au système de suspension passive.

Mots clés : Système de suspension d'un véhicule, Suspension passive, Suspension active, Modèle $\frac{1}{4}$ de véhicule, Modèle $\frac{1}{2}$ de véhicule, Modèle de véhicule complet, Commande optimale de type ***LQR***, Comparaison des performances.

Abstract : This memoir is devoted to a vehicle active suspension modeling and control. The mathematical model of passive and active suspension systems was established for different cases of $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ and full vehicle. Generally, suspension systems of a vehicle must be capable of ensuring good handling and improving passenger comfort. Passive suspensions offer only a compromise between these two contradictory criteria. But, the active suspension offers the possibility to find a good compromise between handling and comfort by directly controlling the actuators suspension force. Therefore, a Linear Quadratic optimal Control (***LQR***) technique has been synthesized and applied to the active suspension system of a vehicle. Comparison between passive and active suspension systems have been performed for different types of road profiles. The obtained simulation results showed that the performance of the active suspension equipped with an *LQR* controller is significantly better compared to the passive suspension system.

Key words: Vehicle suspension system, Passive suspension, Active suspension, $\frac{1}{4}$ vehicle model, $\frac{1}{2}$ vehicle model, Full vehicle model, *LQR* optimal control, Performance comparison.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

- Aux êtres qui sont les plus chers à mon cœur, maman et papa source d'affection et de confiance, qui sont présent à mes côtés chaque moment passé dans cette vie. Que dieu les protèges et que la réussite soit toujours à ma portée pour que je puisse les combler de bonheur.
- A mes très chères sœurs Malika et Zineb
- A mon frère Tayeb
- A ma chère amie et troisième sœur Hadil Djefla
- A toutes mes tantes et oncles et à ma grand-mère
- A mes amis Aboubaker Essediq et Anes
- A mon collègue et binôme Mostefa

Hadjer

Je dédie ce modeste travail :

- Aux êtres qui sont les plus chers à mon cœur, maman et papa source d'affection et de confiance, qui sont présents à mes côtés chaque moment passé dans cette vie. Que dieu les protège et que la réussite soit toujours à ma portée pour que je puisse les combler de bonheur.
- A ma grande sœur Zhor
- A mes très chers frères Islam et Farouk
- A tous les membres de la famille Bentobbal et Benrahal
- A ma collègue et binôme Hadjer

Mostefa

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

En outre, ce travail ne serait pas aussi riche, n'aurait pas pu voir le jour sans l'aide et l'encadrement de Monsieur **Lakhdar MOKRANI**, nous le remercions pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire.

Nous remercions également Madame **Keltoum BENLARBI** qui n'a pas ménagé ses efforts pour nous aider à vérifier les modèles mathématiques compliqués et les simulations du système de suspension active d'un véhicule.

Nos vifs remerciements vont aussi aux membres du jury pour avoir accepté à examiner notre travail et pour leurs remarques constructives en l'occurrence le président du jury Monsieur **Guibadj Mossadek** et le membre examinateur Monsieur **Bendjdia Bachir**.

Nos remerciements s'adressent également à tous nos enseignants pour leur générosité et leur grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leurs charges académiques et professionnelles en ces moments de pandémie.

Liste des Symboles et des Abréviations

Liste des symboles :

| | |
|------------------|--|
| Z_s | Déplacement vertical de la masse suspendue (châssis) |
| Z_u | Déplacement vertical de la masse non suspendue (roue) |
| Z_{ar} | Déplacement vertical de la masse non suspendue (roue arrière) |
| Z_{av} | Déplacement vertical de la masse non suspendue (roue avant) |
| Z_g | Déplacement vertical de la masse non suspendue (roue gauche) |
| Z_d | Déplacement vertical de la masse non suspendue (roue droite) |
| Z_r | Profil vertical de la route |
| M_s | Masse suspendue (châssis) |
| M_u | Masse non suspendue (roue) |
| K_s | Coefficient de rigidité verticale du ressort de la suspension |
| K_{s1}, K_{s2} | Coefficients de rigidité verticale du ressort de la suspension avant |
| K_{s3}, K_{s4} | Coefficients de rigidité verticale du ressort de la suspension arrière |
| C_s | Coefficient d'amortissement de la suspension |
| C_{s1}, C_{s2} | Coefficients d'amortissement de la suspension avant |
| C_{s3}, C_{s4} | Coefficients d'amortissement de la suspension arrière |
| K_t | Coefficient de rigidité verticale du ressort de pneu |
| I_{xx} | Inertie de roulis de la masse suspendue |

| | |
|-----------|---|
| I_{yy} | Inertie de tangage de la masse suspendue |
| θ | Angle de tangage |
| ϕ | Angle de roulis |
| a | Distance entre le centre de gravité du véhicule et les roues avant (essieu avant) |
| b | Distance entre le centre de gravité du véhicule et les roues arrière (essieu arrière) |
| L | Largeur du véhicule |
| A | Matrice d'état |
| B | Matrice de commande |
| C | Matrice d'observation |
| D | Matrice de transmission directe |
| X | Vecteur des variables d'état |
| H | Hamiltonien |
| J | Critère à optimiser (minimiser) |
| S, V | Fonctionnelles du critère à minimiser |
| λ | Vecteur des multiplicateurs de Lagrange (état adjoint) |
| P | Matrice modale |
| t | Temps |
| $z(t)$ | Trajectoire désirée à la sortie du système |
| Q, R, F | Matrices de pondération du critère linéaire et quadratique |
| K | Matrice de gain de <i>Kalman</i> |
| U | Vecteur des entrées du système (Commande) |

| | |
|----------------|--|
| Y | Vecteur des sorties du système |
| F, F_u | Forces générées par les actionneurs de la suspension active |
| E | Matrice de perturbation |
| T_a | Matrice de virage ou du moment longitudinal |
| 1, 2, 3, 4 | Indices de paramètres correspondant aux roues (gauche avant (1), droite avant (2), gauche arrière (3), droite arrière (4)) |
| g, d, Av, Ar | Indices de paramètres correspondant aux roues (gauche (g), droite (d), avant (Av), arrière (Ar)) |

Liste des abréviations :

| | |
|--------|--|
| CG | Centre de Gravité |
| $TEMS$ | <i>Toyota Electronics Modulated Suspension</i> |
| $TACS$ | <i>Toyota Active Control Suspension</i> |
| PID | Régulateur Proportionnel – Intégral – Dérivateur |
| SUV | <i>Sport Utility Vehicles</i> |
| ER | Electro-Rhéologique |
| MR | Magnéto-Rhéologique |
| MBC | <i>Magic Body Control</i> |
| ABC | <i>Active Body Control</i> |
| DDL | Degré De Liberté |
| CR | Centre de Roulis |
| LQR | <i>Linear Quadratic Regulator</i> |

Liste des Figures

| <i>Figure</i> | <i>Page</i> |
|--|-------------|
| Liste des Figures du Chapitre I | |
| Figure (I.1) Modèle de suspension d'un véhicule | 6 |
| Figure (I.2) Premier véhicule tricycle (<i>Benz Patent-Motorwagen</i>) muni d'une suspension | 7 |
| Figure (I.3) <i>Citroën DS</i> | 8 |
| Figure (I.4) <i>Cadillac Eldorado Brougham</i> | 8 |
| Figure (I.5) <i>Lotus 91</i> | 9 |
| Figure (I.6) <i>Toyota Celica 89</i> | 10 |
| Figure (I.7) Module avant de la suspension <i>BOSE</i> | 12 |
| Figure (I.8) Roue active de <i>Michelin</i> | 12 |
| Figure (I.9) Composant de suspension active d'un <i>Audi A8</i> | 13 |
| Figure (I.10) Modèle de suspension passive d'un véhicule | 15 |
| Figure (I.11) Modèle de suspension semi-active d'un véhicule | 16 |
| Figure (I.12) Schéma de la structure en chaîne créée sous un champ <i>MR</i> | 16 |
| Figure (I.13) Modèle de suspension active d'un véhicule | 17 |
| Figure (I.14) Schéma d'une suspension active d'un véhicule | 17 |
| Liste des Figures du Chapitre II | |
| Figure (II.1) Schéma d'une suspension passive d'un quart de véhicule (<i>2DDL</i>) | 25 |
| Figure (II.2) Schéma d'une suspension passive d'un demi-véhicule latéral (<i>4DDL</i>)..... | 27 |
| Figure (II.3) Schéma d'une suspension passive d'un demi-véhicule longitudinal (<i>4DDL</i>)..... | 30 |
| Figure (II.4) Schéma d'une suspension passive du véhicule complet (<i>7DDL</i>) | 32 |

Liste des Figures du Chapitre III

| | |
|---|-----------|
| Figure (III.1) Schéma d'une suspension active de $\frac{1}{4}$ de véhicule | 39 |
| Figure (III.2) Schéma d'une suspension active d'un demi-véhicule latéral | 40 |
| Figure (III.3) Schéma d'une suspension active d'un demi-véhicule longitudinal | 41 |
| Figure (III.4) Schéma d'une suspension active du véhicule complet | 43 |

Liste des Figures du Chapitre IV

| | |
|---|-----------|
| Figure (IV.1) Modèle sous <i>SIMULINK</i> d'une suspension active de $\frac{1}{4}$ de véhicule | 55 |
| Figure (IV.2) Modèles sous <i>SIMULINK</i> d'une suspension active de $\frac{1}{2}$ de véhicule | 56 |
| Figure (IV.3) Modèle sous <i>SIMULINK</i> d'une suspension active du véhicule complet | 57 |
| Figure (IV.4) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un échelon | 58 |
| Figure (IV.5) Dynamique du châssis dans le cas d'un modèle de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un échelon | 59 |
| Figure (IV.6) Profil régulier d'une route perturbé par un dos d'âne hors norme | 60 |
| Figure (IV.7) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un dos d'âne hors norme | 61 |
| Figure (IV.8) Dynamique du châssis dans le cas d'un modèle de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un dos d'âne hors norme | 62 |
| Figure (IV.9) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à une entrée sous forme d'un dos d'âne normalisé | 63 |
| Figure (IV.10) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{2}$ de véhicule latéral soumis à un échelon de 8 cm à $t=2s$ | 66 |
| Figure (IV.11) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{2}$ de véhicule longitudinal soumis à un échelon de 8 cm à $t=2s$ et $t=5 s$ | 69 |
| Figure (IV.12) Résultats de simulation du système de suspension du véhicule complet soumis à un échelon de 8 cm à $t=2s$ et $t=5 s$ | 72 |

Liste des Tableaux

| Tableau | Page |
|---|-------------|
| <i>Liste des Tableaux du Chapitre I</i> | |
| Tableau (I.1) Avantages et inconvénients des actionneurs d'une suspension active | 19 |
| Tableau (I.2) Comparaison des différents types de suspension automobile | 20 |
| <i>Liste de(s) Tableau(x) du Chapitre IV</i> | |
| Tableau (IV.1) Paramètres des modèles de suspension du véhicule étudié | 53 |
| Tableau (IV.2) Temps de réponse et pic de la dynamique du châssis pour différents modèles de suspension d'un véhicule | 73 |

Sommaire

| <i>Titre</i> | <i>Page</i> |
|---|------------------|
| <i>Introduction générale</i> | <i>1</i> |
| <i>Chapitre I Généralités sur les Systèmes de Suspension des Véhicules</i> | <i>5</i> |
| <i>I.1 Introduction</i> | <i>6</i> |
| <i>I.2 Historique de la suspension</i> | <i>6</i> |
| <i>I.3 Différents types de suspension</i> | <i>14</i> |
| <i>I.3.1 Suspension passive</i> | <i>14</i> |
| <i>I.3.2 Suspension semi-active</i> | <i>15</i> |
| <i>I.3.3 Suspension active</i> | <i>17</i> |
| <i>I.3.3.1 Suspension active à bande passante étroite</i> | <i>18</i> |
| <i>I.3.3.2 Suspension active à large bande passante</i> | <i>18</i> |
| <i>I.3.3.3 Types d'actionneurs d'une suspension active</i> | <i>19</i> |
| <i>I.4 Comparaison</i> | <i>20</i> |
| <i>I.5 Conclusion</i> | <i>20</i> |
| <i>Chapitre II Modélisation de la suspension passive d'un véhicule</i> | <i>22</i> |
| <i>II.1 Introduction</i> | <i>23</i> |
| <i>II.2 Dynamique du véhicule</i> | <i>23</i> |
| <i>II.2.1 Tenue de route</i> | <i>23</i> |
| <i>II.2.2 Confort</i> | <i>24</i> |
| <i>II.3 Modélisation de la suspension passive d'un véhicule</i> | <i>24</i> |
| <i>II.3.1 Cas d'un quart de véhicule</i> | <i>24</i> |
| <i>II.3.2 Cas d'un demi-véhicule</i> | <i>27</i> |
| <i>II.3.2.1 Cas d'un demi-véhicule latéral</i> | <i>27</i> |
| <i>II.3.2.2 Cas d'un demi-véhicule longitudinal</i> | <i>30</i> |
| <i>II.3.3 Cas d'un véhicule complet</i> | <i>32</i> |
| <i>II.4 Conclusion</i> | <i>36</i> |

| | |
|---|-----------|
| Chapitre III Commande LQR Appliquée à la Suspension Active d'un Véhicule | 37 |
| III.1 Introduction | 38 |
| III.2 Modélisation de la suspension active d'un véhicule..... | 39 |
| III.2.1 Cas d'une suspension active de $\frac{1}{4}$ de véhicule | 39 |
| III.2.2 Cas d'une suspension active de $\frac{1}{2}$ de véhicule | 40 |
| III.2.2.1 Modèle d'un demi-véhicule latéral | 40 |
| III.2.2.2 Modèle d'un demi-véhicule longitudinal | 40 |
| III.2.3 Cas d'une suspension active du véhicule complet | 41 |
| III.3 Commande optimale | 43 |
| III.4 Synthèse d'une commande optimale de type LQR | 44 |
| III.5 Choix des matrices de pondération | 47 |
| III.6 Conclusion | 50 |
| Chapitre IV Présentation et discussion des résultats de simulation | 52 |
| IV.1 Introduction | 53 |
| IV.2 Paramètres du véhicule étudié | 53 |
| IV.3 Dynamique simulée | 54 |
| IV.4 Modèles de la suspension d'un véhicule sous SIMULINK | 54 |
| IV.4.1 Modèle de $\frac{1}{4}$ de véhicule | 55 |
| IV.4.2 Modèle de $\frac{1}{2}$ de véhicule | 56 |
| IV.4.4 Modèle du véhicule complet | 57 |
| IV.5 Présentation et discussion des résultats de simulation | 57 |
| IV.5.1 Cas d'un quart de véhicule | 58 |
| IV.5.1.1 Cas d'un échelon..... | 58 |
| IV.5.1.2 Cas d'un dos d'âne hors norme..... | 59 |
| IV.5.1.3 Cas d'un dos d'âne normalisé..... | 63 |
| IV.5.2 Cas d'un demi-véhicule | 64 |
| IV.5.2.1 Cas d'un demi-véhicule latéral | 64 |
| IV.5.2.2 Cas d'un demi-véhicule longitudinal | 67 |
| IV.5.3 Cas du véhicule complet | 70 |
| IV.6 Conclusion | 74 |
| Conclusion générale | 75 |
| Bibliographie | 78 |

Introduction Générale

Introduction générale

Depuis l'avènement des technologies de transport, pour faciliter la mobilité et le confort des personnes, les systèmes de suspension des véhicules ont joué un rôle important, des voitures tirées par des chevaux avec des ressorts à lames flexibles aux quatre coins aux ressorts modernes (généralement en acier et ses alliages, chrome silicium, chrome vanadium, béryllium cuivre, phosphore bronze et titane) dans les automobiles modernes avec des algorithmes de contrôle complexes [1]. De ce fait, l'importance des systèmes de suspension des véhicules est invariablement prise en compte dans la conception des véhicules. Car, leur fonction principale, quel que soit le type de suspension est de réduire ou d'éliminer les excitations routières (chocs et vibrations de la route) transmises à la carrosserie du véhicule, c'est-à-dire d'amortir le profil de la route et la manœuvre du véhicule, dans les situations où les conducteurs et les passagers doivent être exposés à des distances de conduite prolongées sur des topographies routières inégales, elles sont sujettes à l'inconfort et aux problèmes de santé [1], [2].

En général, les systèmes de suspension des véhicules sont classés en trois ensembles, à savoir, le système de suspension passive, le système de suspension semi-active et le système de suspension active [3]. En ce qui concerne ce travail, seuls les systèmes de suspension passive et les systèmes de suspension active bénéficieront d'une attention particulière. D'une part, un système de suspension passive utilise des ressorts et des amortisseurs tels que les amortisseurs hydrauliques ou visqueux positionnés entre le corps et les roues du véhicule pour limiter le mouvement du corps et de la roue en limitant leurs vitesses relatives à un taux qui donne un confort satisfaisant [2]. Les systèmes de suspension passive offrent seulement un compromis entre le confort de roulement et la tenue de route en fournissant des coefficients de ressort et d'amortissement avec des taux fixes [4]. D'autre part, un système de suspension active est un système en boucle fermée avec un signal de rétroaction représentant toutes les variables du système ou quelques-unes pour contrôler les actionneurs. Les actionneurs sont ajoutés en plus des éléments passifs habituels, ou les éléments passifs sont remplacés complètement. En général, les systèmes de suspension active contiennent des sources

d'alimentation externes, des actionneurs générateurs de force, des instruments de mesure et de détection ainsi que des dispositifs de conditionnement et d'amplification [5].

Le protocole traditionnel de conception des systèmes de suspension d'un véhicule a été et est toujours centré sur la base d'un compromis entre le confort de roulement et la tenue de route. De nombreux chercheurs ont tenté d'optimiser les modèles de paramètres d'un quart de véhicule, un demi-véhicule et du véhicule complet pour tous les types de systèmes de suspension avec l'objectif principal d'éliminer probablement le compromis précédent. Après une étude approfondie de la littérature, il s'est avéré qu'un effort de recherche considérable est encore nécessaire pour mettre à niveau les systèmes de suspension passive à un niveau où le compromis mentionné précédemment est négligeable. Quant aux systèmes de suspension active, ils sont caractérisés par des performances satisfaisantes notamment avec l'optimisation des performances en utilisant un régulateur optimal de type linéaire-quadratique *LQR* [6], [7].

Ainsi, cette étude est consacrée à la modélisation et à la commande optimale d'un système de suspension active permettant d'atteindre l'équilibre entre le confort du conducteur et la tenue de route. Dans cette étude, trois modèles de suspension d'un véhicule avec une complexité croissante seront utilisés ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et du véhicule complet). Ensuite, une commande optimale de type *LQR* sera synthétisée et appliquée au pilotage de la suspension active d'un véhicule. Et enfin des simulations seront effectuées pour prévoir et discuter la dynamique de ce système de suspension à l'aide du logiciel *MATLAB-Simulink*.

Plus précisément, le présent mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

- Le premier est dédié à un survol de la littérature concernant les différents types de suspension des véhicules et ces composants.
- Le deuxième est consacré à la modélisation mathématique du système de suspension des différents cas de ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et véhicule complet). Celle-ci sera utilisée pour l'analyse du système de suspension en boucle ouverte (cas de la suspension passive) et pour la synthèse de régulateurs *LQR*, afin de spécifier les performances de confort vibratoire, de la tenue de route du véhicule et du compromis confort/sécurité.

- Le troisième chapitre s'oriente vers l'application d'une commande optimale de type *LQR* au pilotage du système de suspension active pour différents type de modèles ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et véhicule complet) afin d'améliorer ses performances.
- Le quatrième et dernier chapitre sera destiné à la présentation et à la discussion des résultats de simulation obtenus. L'objectif sera de montrer l'apport du système de suspension active muni d'une commande optimale de type *LQR* par rapport à la suspension passive en termes de performances dynamiques et de confort pour différentes perturbations introduites sur le profil de la route.

Chapitre I

Généralités sur les Systèmes de Suspension des Véhicules

I.1 Introduction

Le système de suspension (voir figure I.1) est un élément essentiel pour tous les transports au sol pour assurer le confort et la sécurité des passagers et la longue vie pour le moteur et le châssis. C'est un dispositif qui relie le châssis avec la roue, il essaie d'éliminer les secousses des caractéristiques géométriques des routes et des forces extérieures et intérieures (les forces de vent, les forces de freinages, ... etc.) produisant des vibrations. De ce fait, une remarquable stabilité du véhicule en mouvement doit être assurée par une bonne suspension, quel que soit l'obstacle affronté. Dans le cadre des catégories de suspension, nous distinguons trois modèles de suspension différents : Suspensions passive (classique), semi-active et **active** (celle-ci fait l'objet de notre étude).



Figure (I.1) Modèle de suspension d'un véhicule [8]

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser principalement à des généralités, à l'historique et aux différents types de suspension des véhicules.

I.2 Historique de la suspension

Les systèmes de suspension pour les voitures ont été utilisés depuis la première automobile, *Benz Patent-Motorwagen* qui a été construit par *Karl* et *Bertha Benz* en 1886,

voir figure I.2 [9]. C'était un véhicule de deux places à trois roues. Sa suspension comprenait des ressorts elliptiques dans l'essieu arrière. Au cours des quatre premières décennies, la plupart des véhicules étaient équipés d'une variante de ressorts à lames [10].



Figure (I.2) Premier véhicule tricycle (*Benz Patent-Motorwagen*) muni d'une suspension [9]

Des ressorts hélicoïdaux et amortisseurs ont été utilisés pour la première fois dans les automobiles en 1906 dans le *Brush Two-Seater Runabout* [11]. Mais, ceux-ci n'ont équipé les véhicules de masse qu'en 1934 lorsque *General Motors*, *Chrysler* et d'autres les ont installés dans des suspensions avant indépendantes [12].

C'est dans les années 1950 que sont apparues les premières études sur les suspensions actives et semi-actives, qui découlaient de problèmes d'isolation des vibrations rencontrés par l'industrie aérospatiale, tels que l'isolation du rotor des hélicoptères et l'isolation des pilotes d'avions de chasse des vibrations des avions, ainsi que de l'intérêt croissant pour l'optimisation de la théorie du contrôle dans les années 1960. À cette époque, des concepts de suspension innovants ont été développés et commercialisés des deux côtés de l'Atlantique. *Citroën* a introduit sa suspension hydropneumatique en 1954 sur l'essieu arrière de la traction avant, et sur les deux essieux de la *Citroën DS* (voir Figure I.3) en 1955 [13].



Figure (I.3) Citroën DS [14]

Le 13 novembre 1957, *General Motors* a présenté sa suspension pneumatique offrant des caractéristiques semblables à celles de *Citroën DS* équipant sa luxueuse *Cadillac Eldorado Brougham*, voir Figure I.4 [15].



Figure (I.4) Cadillac Eldorado Brougham [16]

Les suspensions actives et semi-actives n'ont atteint le marché automobile de masse que dans les années 1980, lorsque des servo-vannes économiques et fiables, des capteurs et des unités de commande électronique avec des performances suffisantes sont devenus disponibles. Cette période a été caractérisée par l'évolution rapide des technologies actives au *Japon* et en *Europe* [10].

La *Lotus 91* (voir Figure I.5) a été la première voiture hors catégorie militaires à être équipée d'une suspension active. Cette voiture, à suspension révolutionnaire et de bonnes performances sur les pistes très rapides grâce à son contrôle actif de la hauteur, a participé à la saison 1982 de *Formule 1* [17].



Figure (I.5) Lotus 91 [18]

En mai 1983, Lotus a installé sa suspension active sur la *Lotus Esprit Turbo*. Il s'agissait d'un système de suspension hydraulique à large bande entièrement actif qui démontrait des capacités de contrôle de l'assiette extrêmement bonnes [10].

Dans la même année, exactement en février 1983, Toyota a présenté la première voiture au monde équipée d'une suspension semi-active : Le *Toyota Soarer*. Cette suspension modulée et électronique de Toyota (*TEMS*) a été développée en interne. Elle fonctionnait en trois modes différents (auto, sport et normal), et a obtenu une réduction de 10 à 30 % des mouvements du corps (accroupissement, piqué, roulis) par rapport à la suspension conventionnelle [10].

Trois ans plus tard, Toyota a amélioré la *TEMS* de *Soarer* pour inclure non seulement un amortissement variable, mais aussi un taux de ressort et un nivellement de hauteur variables grâce à l'utilisation de ressorts pneumatiques. La rigidité, l'amortissement et la hauteur de roulement peuvent être commutés automatiquement entre trois réglages différents en fonction des conditions de fonctionnement. La géométrie de la suspension a été conçue pour fournir des caractéristiques antidérapantes plus élevées et permettre ainsi des fréquences naturelles plus basses et une conduite plus confortable [10].

Par ailleurs, Lotus avait perfectionné sa suspension active de *Formule 1*. Dans la saison 1987, *Ayrton Senna* a conduit la *Lotus 99T* à ses premières victoires. Entre-temps, *BMW* est le premier constructeur européen à introduire l'amortissement semi-actif (à sa *635 CSi automobile*) [10].

La première voiture au monde à être équipée d'une suspension entièrement active (bande passante étroite), c'était *Toyota Celica* en 1989, voir Figure I.6. Ce système est surnommé *Toyota TACS (Toyota Active Control Suspension)*. À l'aide d'actionneurs hydrauliques, il a obtenu des réductions de pas et de roulis de 66 % et 75 % pour des niveaux d'accélération allant jusqu'à 7 m/s^2 et une réduction des vibrations du corps à des fréquences allant jusqu'à 7 Hz (en particulier à 1 et 2 Hz). En termes de contrôle, des systèmes *PID* (Proportionnel – Intégral – Dérivateur) ont été utilisés, dans certains cas aidés par des facteurs '*feedforward*'. Peu de temps après, *Toyota* a intégré la commande pour le *TACS*, le système de direction quatre roues et le système de freinage antiblocage (*ABS*), offrant des performances légèrement meilleures que lors de la commande de chaque système indépendamment [10].



Figure (I.6) *Toyota Celica* 89 [19]

Depuis la fin des années 1980, lorsque *Lotus Engineering* en Angleterre a offert pour la première fois au monde un aperçu de sa suspension active, les ingénieurs rêvent de ces systèmes de suspension ultrasophistiqués. *Ford* a dépensé environ 1.5 million de dollars par année depuis 1987 pour une équipe de huit personnes travaillant sur ses systèmes de suspension. Mais en 1994, *Ford* a décidé d'arrêter son programme de développement de la suspension active parce qu'elle a abordé trois principaux problèmes : Poids, fuites et consommation d'énergie [10].

Plusieurs systèmes se basant sur une barre anti-roulis avec une rigidité contrôlable : Système de barre stabilisateur actif de *BMW* présenté en 2001, *Toyota Kinetic suspension* (initialement développée par *Kinetic Pty Ltd et Tenneco Automotive*) commercialisée en 2003 sur *Lexus Sport Utility Véhicules (SUV)*, *Mercedes Active Curve System*, ou *Active Roll Stabilisation de ZF*, ont été réalisés.

Ceci a été effectué, par exemple, en divisant une barre anti-roulis conventionnelle en deux et en connectant les deux extrémités par un vérin hydraulique. On peut alors actionner le vérin pour retirer tout mouvement relatif entre les deux côtés, de les laisser tourner librement ou de faire n'importe quoi entre les deux. Ainsi, le système peut fournir un contrôle serré du roulis lors de la conduite sur route (les deux essieux roulent dans la même direction), et désengager la barre anti-roulis en situation hors route lorsque l'articulation maximale est nécessaire (essieux roulant dans des directions opposées). De plus, ce système peut être facilement combiné avec des ressorts pneumatiques et/ou des amortisseurs semi-actifs, comme dans *Mercedes (SUV)* [10].

Malgré de nombreux développements positifs, l'avenir des suspensions actives reste incertain. Les systèmes semi-actifs sont déjà abordables pour un large éventail de clients, mais les solutions entièrement actives s'accrochent aux véhicules haut de gamme de luxe. Bien qu'ils fournissent une meilleure performance que la suspension passive et des alternatives semi-actives ; et permettent d'améliorer la dichotomie entre le confort et la manipulation, les prix des actionneurs, les coûts de maintenance, la complexité et les problèmes d'emballage encore limitent leur mise en œuvre généralisée.

D'autre part, les solutions de suspension pneumatique active ont été adoptées par plusieurs fabricants de première classe (*ZF* fournit *Mercedes, Opel et BMW* entre autres) et les centres avec des installations d'essai ciblent spécifiquement les développeurs de suspension active [10].

La suspension électromagnétique active linéaire est un modèle de suspension conçue par *Dr. Amar-Bose*. Elle se base sur un moteur électrique et un amplificateur de puissance linéaires au lieu d'un ressort et un amortisseur [20]. Il a commencé sa recherche en 1980. Après plusieurs années de recherche mathématique, en 1990, *Bose* espérait déployer le système dans deux ans. En 2004, la première démonstration publique du système a été effectuée, ce qui a suscité beaucoup d'éloges [20]. Ce système est adapté sur quelques

véhicules comportant quelques modèles de *Cadillac* (*Séville SRX, XLR, STS, DTS*), le *Chevrolet* et récemment l'*Audi TT*, l'*Audi R8* et le *Ferrari 599 GTB* [21]. Mais 35 ans après le début de la recherche, la commercialisation demeure insaisissable [20].



Figure (I.7) Module avant de la suspension *BOSE* [22]

Une suspension active qui s'adapte à la roue elle-même, c'est ce que *Michelin* (le fabricant de pneus) a développé en 2004 (voir figure I.8), et comprend non seulement une suspension active, mais aussi un moteur d'entraînement électrique, des freins, ... etc. Ceci est appelé la roue active. Pour alimenter le moteur, on peut utiliser des batteries (*lithium-ion* ou autre), une pile à combustible et/ou de super-condensateurs. Dans tous les cas, ces sources de motorisation associent deux avantages considérables : pollution zéro et confort exemplaire. En effet, le véhicule qui en équipe n'émet aucun gaz à effet de serre. Par ailleurs, la motorisation électrique se distingue par son silence de fonctionnement [23].

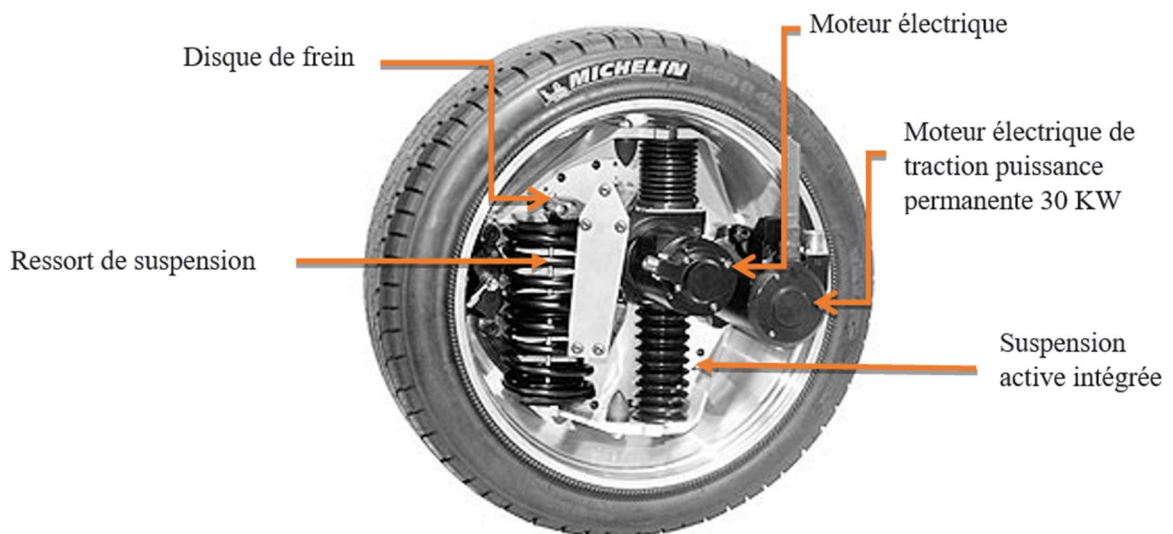


Figure (I.8) Roue active de *Michelin* [23]

En ce qui concerne les suspensions entièrement actives, les *Audi A8* ont une des suspensions les plus avancées disponibles aujourd'hui. La suspension active prédictive de l'*Audi A8* est un système de suspension entièrement actif. Ses actionneurs électromécaniques règlent la suspension. Ils peuvent soulever ou forcer chacune des roues de la berline de luxe individuellement, afin de gérer activement la hauteur de roulement de la carrosserie dans toutes les situations. La suspension active peut soulever ou abaisser la structure jusqu'à 85 millimètres de sa position centrale aux quatre coins en cinq dixièmes de seconde. Des moteurs électriques compacts sont situés près de chacune des roues de l'*Audi A8*, qui fonctionnent sur le système électrique principal de 48 volts de la voiture et sont régis par l'électronique de puissance. Le couple du moteur électrique est augmenté près de 200 fois allant jusqu'à 1100 Nm par l'intermédiaire d'un renvoi par courroie, couplé à une démultiplication compacte.

Le couple est appliqué sur un tube rotatif en acier fixé de façon permanente à une barre en titane pré-chargée située à l'intérieur et capable de tourner sur un angle de plus de 20 degrés. De l'extrémité du tube rotatif, la force est transmise à la suspension par l'intermédiaire d'un bras de levier et d'une barre de couplage raccordée à la jambe de force sur la suspension avant. Sur l'essieu arrière, le système est raccordé au bras de suspension supérieur [24].

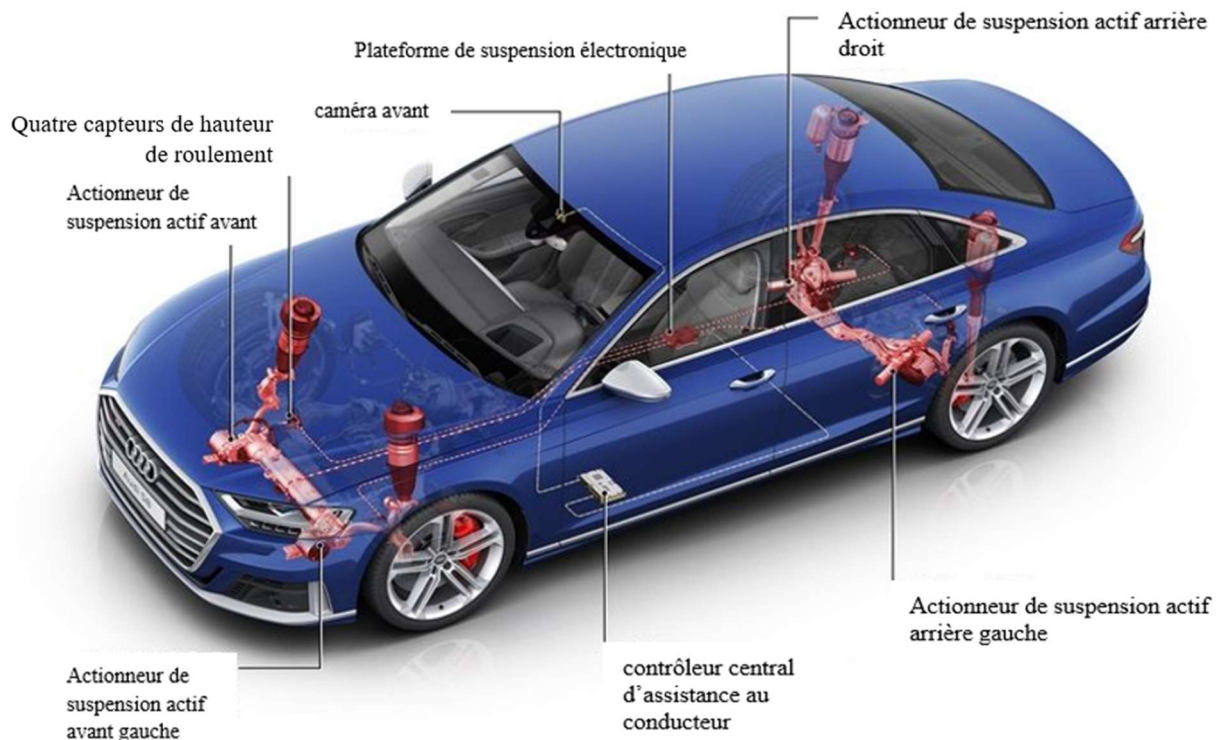


Figure (I.9) Composant de suspension active d'un *Audi A8* [24]

Selon ‘*Markets and Markets*’ en 2017, le marché de la suspension automobile s’élèvera à 68.84 milliards de dollars d’ici 2025. On estime que les voitures particulières constitueront le plus grand segment du marché des suspensions automobiles [25].

Des facteurs tels que l’augmentation du revenu disponible des consommateurs et l’augmentation de la propriété des véhicules grâce à des options de financement faciles ont entraîné une hausse des ventes de voitures particulières. Ce segment des voitures particulières a connu une croissance considérable dans la région *Asie-Océanie*, en particulier dans les pays en développement comme l’*Inde* et la *Chine*. Compte tenu de la rigueur croissante des normes d’émission et des règlements sur l’efficacité énergétique, on estime que le marché des systèmes de suspension actifs légers se développe dans des régions développées comme l’*Amérique du Nord* et l’*Europe*.

Ces régions devraient connaître une forte croissance du système de suspension active, car les fabricants et les clients sont plus susceptibles d’adopter de nouvelles technologies [26].

I.3 Différents types de suspension

Dans cette section, nous allons décrire brièvement les trois types de suspension (à savoir le système passif, le système semi-actif et le système actif) et présenter leur modèle.

I.3.1 Suspension passive

Le système passif est le type le plus utilisé dans les suspensions automobiles. Les raisons principales sont la simplicité, le faible coût et la fiabilité de cette solution. Un ressort (hélicoïdal ou à lames) et un amortisseur composent ce système de suspension, tous deux fixés entre la structure de support de roue (masse non fixée) et la carrosserie du véhicule (masse suspendue). Un amortisseur est occupé à l’intérieur par une huile hydraulique ou un gaz comprimé, et il y a un piston se déplaçant par une tige de son extérieur. Le mouvement du piston est permis par un trou qui permet le passage du fluide entre les pièces du cylindre. Il existe deux modèles de ce dernier :

- Amortisseur monotube télescopique qui doit son nom à la présence d’une seule chambre principale où se déplace le piston poussé par la tige ;
- Amortisseur à deux tubes également connu sous le nom d’amortisseur bitube. Ce dispositif se compose de deux tubes cylindriques imbriqués, un tube interne qui est

appelé le ‘tube de travail’ ou le ‘tube de pression’, et un tube externe appelé le ‘tube de réserve’.

Ce flux de fluide développe une force de réaction qui est proportionnelle à la vitesse relative entre les masses non suspendues et les masses jaillissantes ou suspendues. L’amortissement est alors obtenu en convertissant l’énergie des oscillations en chaleur [27].

Les suspensions passives étaient déjà considérées comme une technologie mature (voir Figure I.10) dans les années 1980, et des améliorations significatives des performances n’étaient pas attendues à moins que des changements de principe ne soient mis au point [10].

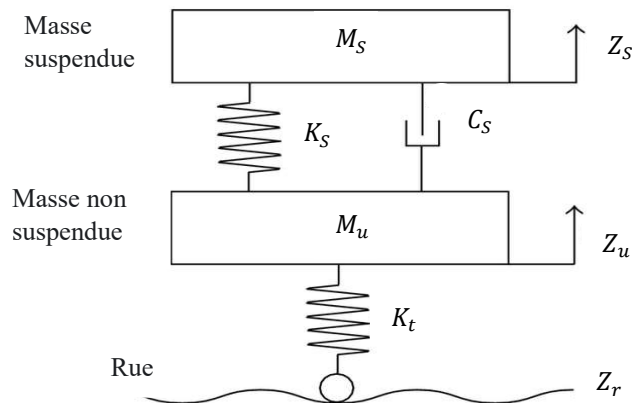


Figure (I.10) Modèle de suspension passive d’un véhicule

Les constructeurs se dirigent vers des solutions semi-actives et actives afin de parvenir à un meilleur compromis entre les objectifs contradictoires des suspensions de véhicules. Dans ce cas, la possibilité de contrôler le mouvement vertical de la suspension présente au moins trois avantages potentiels en dehors de l’augmentation évidente du confort [10] :

- Retirer/réduire les mouvements de roulis et de tangage ;
- Contrôler l’équilibre du transfert de charge entre les essieux avant et arrière pendant les virages ;
- Améliorer le contrôle dynamique de la charge des pneumatiques.

I.3.2 Suspension semi-active

La suspension semi-active est similaire à la suspension passive, la seule différence étant d’avoir un coefficient d’amortissement variable et qui peut être ajusté activement par une unité de commande, mais toujours à ressort fixe [10], [26].

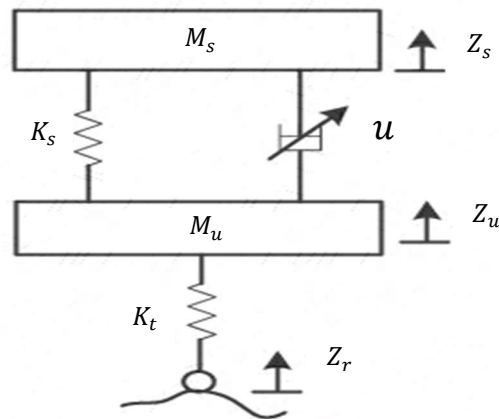


Figure (I.11) Modèle de suspension semi-active d'un véhicule

Récemment, des dispositifs semi-actifs (appelés aussi semi-passifs) ont été développés. Ils consistent essentiellement en des dispositifs passifs avec des propriétés contrôlables. Parmi les exemples remarquables, figurent les fluides magnéto-rhéologiques (*MR*) et les transducteurs piézoélectriques commutés. Un changement important de l'effet de viscosité (rhéologique) a été observé pour la première fois dans les fluides électro-rhéologiques soumis à des champs électriques par *Winslow* en 1947. Un fluide électro-rhéologique (*ER*) est une huile isolante contenant des particules de taille micro. Le fluide *MR* a été découvert par *Rabinowin*, en 1951, qui a observé les mêmes effets rhéologiques par l'application d'un champ magnétique à un fluide contenant des particules magnétisées. Les particules forment des structures en forme de chaîne cylindrique parallèles au champ magnétique dans les fluides [28]. L'inconvénient de ce type de suspension est la durée de vie courte et le coût qu'il faut payer.

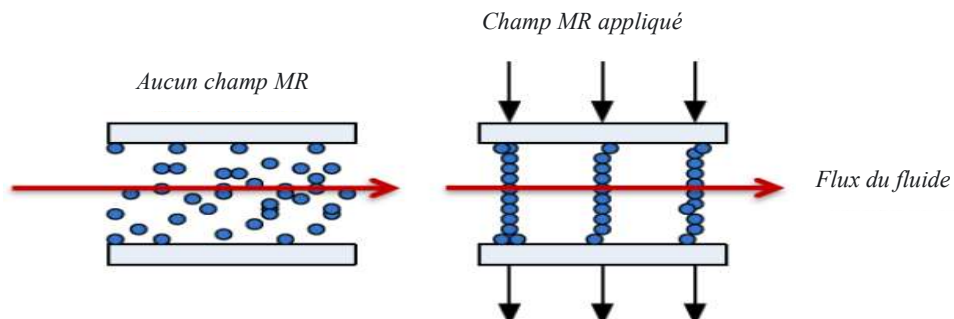


Figure (I.12) Schéma de la structure en chaîne créée sous un champ *MR* [28]

I.3.3 Suspension active

Par rapport aux systèmes précédents, une suspension active comprend un actionneur qui peut fournir une force active régulée par un algorithme de contrôle (calculateur) qui utilise les informations recueillies à partir de capteurs et qui détermine en temps réel l'effort à fournir. Les suspensions actives comprennent généralement presque les mêmes éléments générateurs de force que les suspensions passives. En effet, elles comportent un actionneur, un ressort mécanique et un amortisseur, ou un actionneur et un ressort mécanique seulement [26].

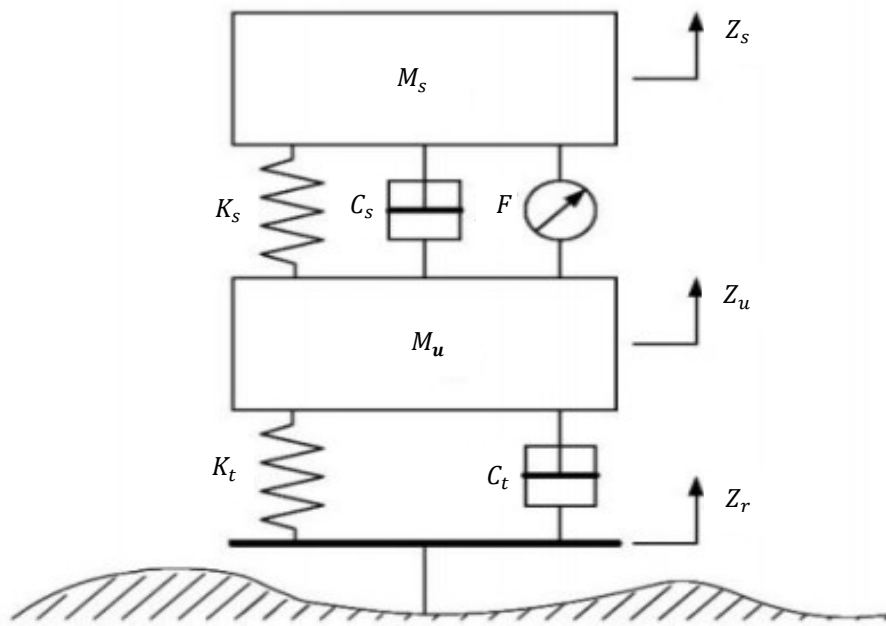


Figure (I.13) Modèle de suspension active d'un véhicule

Dans un premier temps, les informations issues du capteur de la roue et du véhicule sont transmises au contrôleur qui calcule, selon une stratégie de contrôle, la consigne nécessaire à l'actionneur. Ce dernier agit sur le véhicule pour atténuer les vibrations [29].

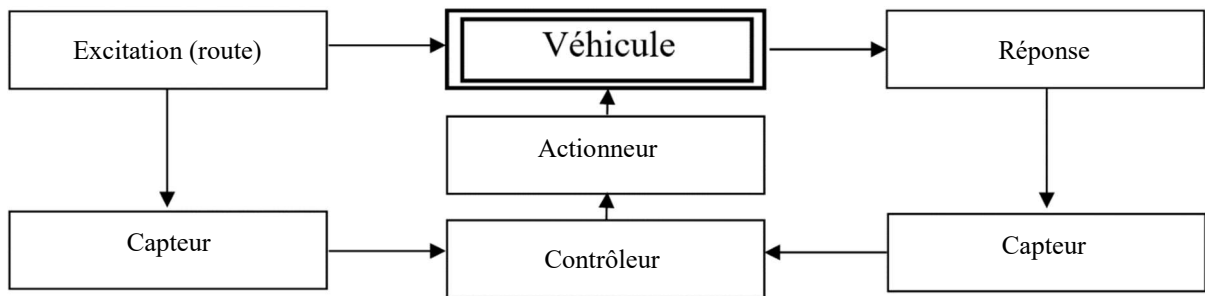


Figure (I.14) Schéma d'une suspension active d'un véhicule

Une suspension active permet d'établir un compromis entre le confort de conduite du véhicule et la stabilité de la tenue de route. La plupart des chercheurs ont reconnu que ce type de système est l'un des meilleurs moyens de suspension en raison de sa capacité à gérer des paramètres contradictoires. Par exemple, il y a le système *Active Body Control (ABC)* de Mercedes™, qui reste l'une des technologies de longue date et fait partie du système *Magic Body Control (MBC)*. Cela permet au système de suspension de réguler activement et individuellement les forces du ressort et de l'amortisseur sur chaque roue grâce à des vérins hydrauliques qui sont placés au niveau des suspensions de cette dernière.

À cet effet, le réglage de l'amortissement et du niveau est effectué de façon permanente séparément pour chaque roue et compense non seulement les oscillations, mais aussi les mouvements d'entaillage et de levage. Des vérins hydrauliques, placés au niveau des suspensions de chaque roue, compensent l'écrasement des ressorts pour mieux contrôler le mouvement du châssis [30].

I.3.3.1 Types de suspension active

Il existe deux types de suspension active :

a) Suspension active à bande passante étroite

Les suspensions actives lentes ont généralement un actionneur installé en série avec le ressort passif. Elles peuvent être classées comme rigides ou molles en fonction de leur comportement à des fréquences supérieures à leur bande passante de contrôle. La réponse dynamique fondamentale des suspensions actives à bande passante étroite est déterminée par les éléments passifs, les composants actifs effectuant seulement une activité à basse fréquence telle que le nivellement. Les actionneurs avec une bande passante de 3 Hz fonctionnent très bien dans les suspensions légèrement amorties, avec des résultats comparables à ceux réalisables avec des actionneurs à large bande passante [10].

b) Suspension active à large bande passante

Les suspensions actives à large bande passante ont généralement un actionneur installé en parallèle avec le ressort passif. Il existe certaines divergences dans la littérature concernant la bande passante minimale pour laquelle le rendement est équivalent à celui d'un système à

bande passante infinie. Les valeurs suggérées vont de 25 Hz à 50 Hz, mais dépendent évidemment du type de problèmes auxquels la suspension fait face [10].

I.3.3.2 Types d'actionneurs d'une suspension active

Les actionneurs hydrauliques et électromagnétiques sont les plus largement considérés dans la suspension active.

Un système de suspension active avec actionneur pneumatique ou hydraulique est géré par des entraînements électriques et la puissance est fournie à partir d'une batterie ou classique lui-même. Typiquement, les systèmes hydrauliques sont plus largement utilisés dans les systèmes de commande de corps en raison de sa simplicité de conception, haute densité de force, maturité technologique, fiabilité, ainsi que la disponibilité de diverses pièces commerciales [26].

Un système de suspension électromagnétique active est constitué d'un vérin à ressort et d'un actionneur électromagnétique disposés en parallèle à l'intérieur de la masse non fixée et suspendue. L'actionneur électromagnétique fonctionne en fonction de la portée électrique fournie par les systèmes de contrôle mis en œuvre. Il engendre des forces contrôlées actives pour absorber rapidement les chocs routiers, supprimer les mouvements de *pitch* et de *roll*, et améliorer le confort ainsi que la sécurité. Il fonctionne en produisant ou en absorbant de la puissance électrique [26].

Dans le tableau ci-dessous, nous résumons les avantages et les inconvénients des actionneurs hydrauliques et électromagnétiques d'une suspension active d'automobile :

Tableau (I.1) Avantages et inconvénients des actionneurs d'une suspension active [10]

| Actionneur | Avantages | Inconvénients |
|--------------------------|---|---|
| Hydraulique | <ul style="list-style-type: none"> • Densité de force très élevée • Facilité de contrôle/conception • Disponibilité commerciale • Fiabilité | <ul style="list-style-type: none"> • Perte de pression accessible • Pollution environnementale (Fuites) • Faible rendement |
| Electromagnétique | <ul style="list-style-type: none"> • Efficacité accrue • Amélioration de la stabilité • Contrôle précis de la force • Double fonctionnement de l'actionneur | <ul style="list-style-type: none"> • Exigences de courant et de tension élevées • Coûts de système plus élevés (très cher) |

I.4 Comparaison

Dans le tableau ci-dessous, nous présenterons une comparaison des différents types de systèmes de suspension automobile.

Tableau (I.2) Comparaison des différents types de suspension automobile [10]

| <i>Fonction</i> | <i>Suspension</i> | | | |
|-------------------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|
| | <i>Passive</i> | <i>Semi-active</i> | <i>Active</i> | |
| | | | <i>Hydraulique</i> | <i>Electromagnétique</i> |
| Confort | Mauvais | Moyen | Bon | Meilleur |
| Poids | Léger | Moyen | Lourd | Très lourd |
| Architecture | Plus simple | Complexe | Plus complexe | Simple |
| Coût | Moins cher | Moyen | Cher | Plus cher |
| Manipulation | Mauvaise | Moyenne | Bonne | Meilleure |
| Disponibilité | Plus élevée | Elevée | Faible | Plus faible |
| Performance dynamique | Mauvaise | Moyenne | Bonne | Meilleure |
| Récupération d'énergie | NON | NON | NON | OUI |

I.5 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté les différents types des suspensions dans le monde de l'automobile dont l'objectif est d'assurer le confort de conduite et de maintenir le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (condition indispensable à la tenue de route). Cependant l'amélioration de l'une des fonctions de la suspension ne va pas sans détériorer l'autre. Le but c'est d'avoir une suspension optimale tant sur la stabilité et le confort du véhicule que sur la tenue de route.

Nous avons présenté aussi les différents modèles de suspension automobile à savoir les suspensions passives, semi-actives et actives. Les performances des suspensions passives sont limitées, tandis que celles des suspensions actives présentent de meilleurs résultats. Mais l'inconvénient majeur des suspensions actives est la consommation excessive d'énergie. Les systèmes de suspension électromagnétique active peuvent maintenir la stabilité et le confort requis grâce à la capacité d'adaptation en fonction de l'état du véhicule.

Ce dernier type de suspension sera la tendance future des suspensions automobiles en raison de sa structure simple, de son utilisation à large bande passante, de son contrôle de force précis et flexible, de sa haute qualité, de ses bonnes performances de manipulation et de sa récupération d'énergie.

Dans le deuxième chapitre, nous tenterons de présenter la modélisation de la dynamique d'un véhicule muni d'une suspension passive et sa mise sous forme d'une représentation d'état.

Chapitre II

Modélisation du Système de Suspension d'un Véhicule

II.1 Introduction

L'objectif principal d'un système de suspension est d'isoler la carrosserie d'un véhicule des irrégularités de la route afin d'améliorer le confort de conduite et la sécurité et de maintenir un contact continu avec les roues afin d'assurer la tenue de route.

Ce chapitre donne un aperçu sur la dynamique des véhicules et les techniques de modélisation de leur système de suspension (nous nous limitons à la suspension passive et nous complétons le modèle par une action active que nous allons introduire au chapitre suivant au même titre que la commande de cette action), en mettant le point sur les modèles de 'un quart de véhicule', 'un demi de véhicule' et le 'véhicule complet'.

II.2 Dynamique du véhicule

Afin de choisir le modèle de suspension d'un véhicule, approprié pour une étude bien déterminée, il est important de bien connaître la théorie générale de la dynamique des véhicules. Celle-ci englobe tout, de la direction à la stabilité en lacet et en roulis, aux interactions route-pneus, aux mouvements du châssis, à la tenue de route, au confort des passagers, ... etc. Son développement a été essentiel pour permettre la conception de véhicules plus sûrs et plus performants. Bien que cette thématique ait été étudiée pendant de nombreuses décennies, elle reçoit encore une attention significative de la communauté de la recherche [10].

II.2.1 Tenue de route

La tenue de route représente la stabilité du véhicule. C'est le pneu qui génère les forces longitudinales et latérales nécessaires aux changements et aux corrections de trajectoire. Cette force varie en fonction du glissement, de l'angle de dérive, de l'angle de carrossage et de la force normale. Le glissement et l'angle de dérive sont contrôlés par le conducteur afin de diriger le véhicule. L'angle de carrossage varie selon la géométrie de la suspension, mais la force générée par le pneu varie largement en fonction de la force normale. Pour assurer une force de pneu fixe, la suspension doit réduire les variations de la force normale appliquée sur celui-ci (le pneu).

Dans la majorité des travaux de recherche, le pneu est modélisé par un ressort linéaire et son amortissement est négligé. La déflexion du pneu est donc utilisée comme mesure représentative de la tenue de route du véhicule [31].

II.2.2 Confort

Le corps humain est très sensible aux vibrations. Cette sensibilité dépend de la direction et de la fréquence des vibrations. Généralement, on a plus de sensibilité dans la direction horizontale que dans la direction verticale. Pour la vibration verticale, la gamme de fréquence la plus sensible est comprise entre 4 Hz et 8 Hz ce qui correspond aux fréquences de résonance des organes dans la cavité abdominale. Par ailleurs, l'intervalle de fréquence de sensibilité des vibrations horizontales est de [1 Hz, 2 Hz].

Il existe quatre normes internationales pour l'évaluation du confort de conduite à savoir la norme *ISO 2631*, la norme britannique - *BS 6841*, la norme *VDI 2057* et la norme de la puissance moyenne absorbée. La norme '*ISO 2631*' est la plus répandue en *Europe*. La norme *BS 6841* est utilisée au *Royaume-Uni* ; la norme *VDI 2057* est adoptée par l'*Allemagne* et l'*Autriche*, alors que celle de la puissance moyenne absorbée est utilisée par les *États-Unis* d'*Amérique* [32].

II.3 Modélisation de la suspension d'un véhicule

Dans cette section, nous allons nous intéresser à la modélisation du système de suspension d'un véhicule en boucle ouverte (suspension passive) dans trois cas différents, à savoir le modèle du $\frac{1}{4}$ du véhicule, du $\frac{1}{2}$ de véhicule et le modèle du véhicule complet. Ces différents modèles seront mis sous une forme d'état qui se prête à une analyse de la dynamique du système et une synthèse d'une commande par l'adjonction d'un terme de suspension active.

II.3.1 Modèle du 1/4 de véhicule

Il s'agit d'un modèle linéaire simplifié d'un quart de véhicule avec 2 degrés de liberté (*2DDL*), à savoir le déplacement vertical de la masse suspendue et non-suspendue. C'est de loin le modèle le plus utilisé dans la littérature du fait que [10] :

- Il ne nécessite que peu de paramètres ;
- Il s'agit généralement d'un système à entrée unique ;
- Il montre clairement les relations entre les variables de conception et les performances de suspension.

L'entrée du système est le mouvement vertical de la route sous le pneu Z_r et le modèle est composé de deux masses distinctes, voir figure II.1. La masse non-suspendue M_u représente la masse du pneu, de la jante, du porte-moyeu et la moitié des bras de suspension. Et la masse suspendue M_s représente la masse du châssis supportée par la roue en question. Le pneu est modélisé par un ressort linéaire de constante K_t situé entre la masse non-suspendue et la route. L'amortissement du pneu est considéré comme négligeable. La suspension proprement dite est composée d'un ressort en parallèle avec un amortisseur linéaire de constantes K_s et C_s situés entre la masse suspendue et non-suspendue [33].

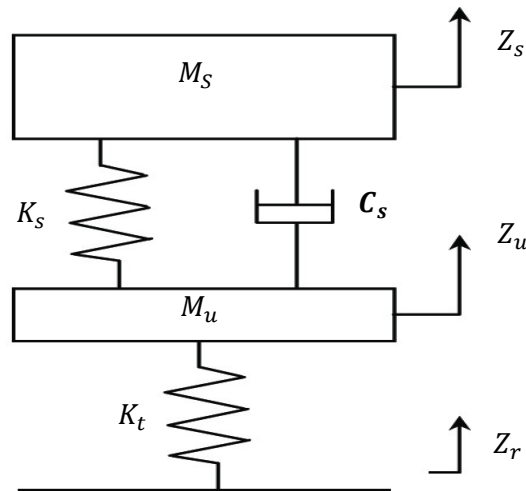


Figure (II.1) Schéma d'une suspension passive d'un quart de véhicule (2DDL)

Après avoir appliqué une analyse d'équilibre des forces $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ (la seconde loi de Newton) au modèle $\frac{1}{4}$ de véhicule on obtient :

- Comportement de la caisse :

$$M_s \ddot{Z}_s = -K_s(Z_s - Z_u) - C_s(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) \quad (\text{II.1})$$

- Comportement de la roue

$$M_u \ddot{Z}_u = K_s(Z_s - Z_u) + C_s(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u) - K_t(Z_u - Z_r) \quad (\text{II.2})$$

Rappelons les équations standards de la représentation d'état d'un système multi-variable et linéaire qui sont données sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) + DU(t) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

- A Matrice d'état ; C Matrice d'observation ;
- B Matrice de commande ; D Matrice de transmission directe ;
- X Vecteur des variables d'état ; U Vecteur des entrées du système (Commande) ;
- Y Vecteur des sorties du système.

Considérons les variables d'états suivantes :

$$\begin{aligned} X_1 &= Z_s - Z_u \\ X_2 &= \dot{Z}_s \\ X_3 &= Z_u - Z_r \\ X_4 &= \dot{Z}_u \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

Alors, les équations précédentes exprimant la dynamique du un quart de véhicule sont décomposées en fonction du vecteur d'état X . Le résultat est un système de 4 équations de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= \dot{Z}_s - \dot{Z}_u = X_2 - X_4 \\ \dot{X}_2 &= \ddot{Z}_s = -\frac{K_s}{M_s}X_1 - \frac{C_s}{M_s}X_2 + \frac{C_s}{M_s}X_4 \\ \dot{X}_3 &= \dot{Z}_u - \dot{Z}_r = X_4 - \dot{Z}_r \\ \dot{X}_4 &= \ddot{Z}_u = \frac{K_s}{M_u}X_1 + \frac{K_s}{M_u}X_2 - \frac{C_s}{M_u}X_4 - \frac{K_t}{M_u}X_3 \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

En mettant les équations ci-dessus sous forme matricielle, on obtient la représentation d'état suivante :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + E\dot{Z}_r(t) \quad (\text{II.6})$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{C_s}{M_s} & 0 & \frac{C_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_u} & \frac{C_s}{M_u} & -\frac{K_t}{M_u} & -\frac{C_s}{M_u} \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

II.3.2 Modèle du ½ de véhicule

Dans ce cas, on distingue deux modèles correspondant aux deux plans de coupe : le modèle latéral (dans ce cas la coupe comprend une suspension avant ou arrière composée d'une roue gauche et d'une roue droite) et le modèle longitudinal (qui concerne une suspension droite ou gauche composée d'une roue avant et d'une roue arrière). Dans cette section, nous allons présenter ces deux modèles à la fois.

II.3.2.1 Modèle du ½ de véhicule latéral

Ce modèle représente une vue de coupe de la suspension avant ou arrière (voir Figure II.2). C'est une extension du modèle à 2DDL d'un quart de véhicule qui comprend la dynamique de tangage ou de roulement du châssis. Il possède 4DDL : le déplacement vertical des deux roues, le mouvement de soulèvement et de roulis (θ) du châssis. Un véhicule normal subit des perturbations semblables du côté gauche et du côté droit.

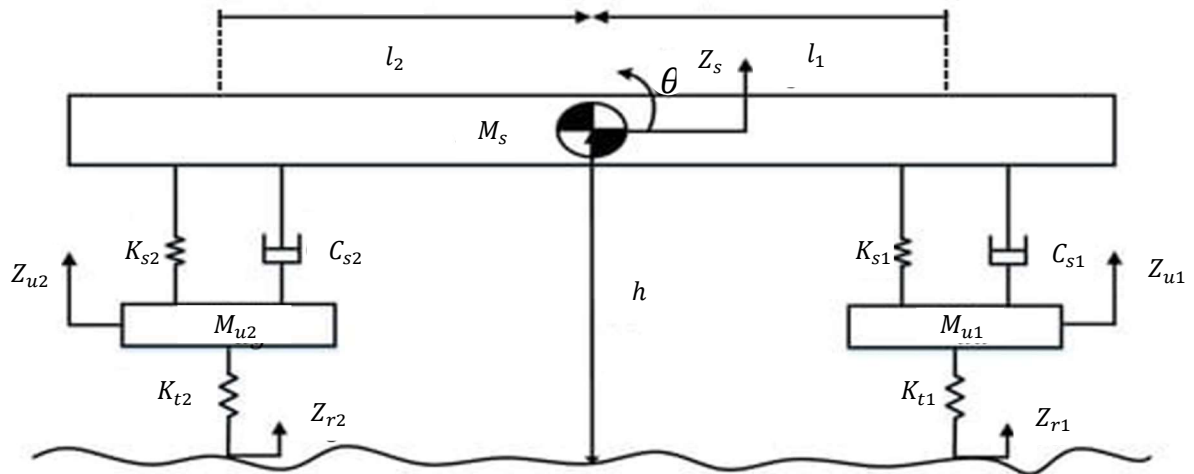


Figure (II.2) Schéma d'une suspension passive d'un demi-véhicule latéral (4DDL)

La largeur $L = l_1 + l_2$ correspond à la distance séparant les roues de droite et de gauche. La valeur de h correspond au bras de levier entre le centre de gravité de la masse suspendue et son centre de rotation. Ce point est appelé centre de roulis (CR) et dépend de la géométrie de la suspension dans le cas d'une suspension indépendante [33]. Nous supposons que le centre de roulis est fixe car la géométrie de suspension limite généralement les mouvements de ce point.

Dans ce cas, le modèle a deux entrées non contrôlées : les perturbations de la route et les accélérations latérales provoquées par les virages. L'accélération engendre l'application d'une force au centre de gravité et finalement la création d'un moment m_s appliqué sur la masse suspendue [33]. L'expression de ce moment est de la forme suivante :

$$m_s = a_{lat} M_S h \quad (\text{II.8})$$

En outre, les équations de mouvement pour le modèle de suspension du demi-véhicule latéral sont formulées ainsi (on considère que $l_1 = l_2 = \frac{L}{2}$) :

$$\begin{aligned} M_S \ddot{Z}_s &= -K_{s1} \left(Z_s - Z_{u1} + \frac{L}{2} \theta \right) - C_{s1} \left(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} + \frac{L}{2} \dot{\theta} \right) - K_{s2} \left(Z_s - Z_{u2} - \frac{L}{2} \theta \right) - C_{s2} \left(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u2} - \frac{L}{2} \dot{\theta} \right) \\ M_{u1} \ddot{Z}_{u1} &= K_{s1} \left(Z_s - Z_{u1} + \frac{1}{2} L \theta \right) + C_{sd} \left(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) - K_{t1} (Z_{u1} - Z_{r1}) - C_t (Z_{u1} - Z_{r1}) \\ M_{u2} \ddot{Z}_{u2} &= K_{s2} \left(Z_s - Z_{u2} - \frac{1}{2} L \theta \right) + C_{sd} \left(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u2} - \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) - K_{t2} (Z_{u2} - Z_{r2}) - C_t (Z_{u2} - Z_{r2}) \\ I_{xx} \ddot{\theta} &= -K_{s1} \left(Z_s - Z_{u1} + \frac{1}{2} L \theta \right) \frac{1}{2} L - C_{s1} \left(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) \frac{1}{2} L - K_{s2} \left(Z_s - Z_{u2} - \frac{1}{2} L \theta \right) \frac{1}{2} L - C_{s2} \left(\dot{Z}_s - \right. \\ &\quad \left. \dot{Z}_{u2} - \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) \frac{1}{2} L \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Les variables d'état choisies pour représenter la dynamique du système sont les suivantes :

$$\begin{aligned} X_1 &= Z_s - Z_{u1} + \frac{1}{2} L \theta \\ X_2 &= Z_{u1} - Z_{r1} \\ X_3 &= \dot{Z}_{u1} \\ X_4 &= Z_{s2} - Z_{u2} - \frac{1}{2} L \theta \\ X_5 &= Z_{u2} - Z_{r2} \\ X_6 &= \dot{Z}_{u2} \\ X_7 &= \dot{Z}_s \\ X_8 &= \dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Il en résulte les 8 équations d'état suivantes :

$$\begin{aligned}
\dot{X}_1 &= \dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2} L\dot{\theta} = X_7 - X_3 + \frac{1}{2} LX_8 \\
\dot{X}_2 &= X_3 - \dot{Z}_{r1} \\
\dot{X}_3 &= \ddot{Z}_{u1} = \frac{K_{s1}}{M_{u1}} X_1 + \frac{C_{s1}}{M_{u1}} X_7 - \frac{C_s}{M_u} X_3 + \frac{LC_{s1}}{2M_{u1}} X_8 - \frac{K_{t1}}{M_{u1}} X_2 \\
\dot{X}_4 &= \dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - \frac{1}{2} L\dot{\theta} = X_7 - X_6 - \frac{1}{2} LX_8 \\
\dot{X}_5 &= \dot{Z}_{u2} - \dot{Z}_{r2} = X_6 - \dot{Z}_{r2} \\
\dot{X}_6 &= \ddot{Z}_{u2} = \frac{K_s}{M_{u2}} X_4 + \frac{C_s}{M_{u2}} X_7 - \frac{C_s}{M_{u2}} X_6 - \frac{LC_s}{2M_{u2}} X_8 - \frac{K_{t2}}{M_{u2}} X_5 \\
\dot{X}_7 &= \ddot{Z}_s = -\frac{K_{s1}}{M_s} X_1 - \frac{C_{s1}}{M_s} X_3 - \frac{K_s}{M_s} X_4 + \frac{C_s}{M_s} X_6 - \frac{C_{s1}}{M_s} X_7 - \frac{C_{s1}}{M_s} X_7 - \frac{L}{2} C_{s1} X_8 + \frac{L}{2} C_{s1} X_8 + \\
\dot{X}_8 &= \ddot{\theta} = -\frac{LK_{s1}}{2I_{xx}} X_1 + \frac{LC_{s1}}{2I_{xx}} X_3 + \frac{LK_{s2}}{2I_{xx}} X_4 - \frac{LC_{s2}}{2I_{xx}} X_6 - \frac{L}{2I_{xx}} C_{s1} X_7 + \frac{L}{2I_{xx}} C_{s2} X_7 - L^2 \frac{C_s}{4I_{xx}} X_8
\end{aligned} \tag{II.11}$$

Ces équations peuvent être mises sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + E_d \dot{Z}_{rd} + T_a a_{lat} \tag{II.12}$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & +\frac{L}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{s1}}{M_{u1}} & -\frac{K_{t1}}{M_{u1}} & -\frac{C_{s1}}{M_{u1}} & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{s1}}{M_{u1}} & +\frac{LC_{s1}}{2M_{u1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -\frac{L}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{s2}}{M_{u2}} & -\frac{K_{t2}}{M_{u2}} & -\frac{C_{s2}}{M_{u2}} & \frac{C_{s2}}{M_{u2}} & -\frac{LC_{s2}}{2M_{u2}} \\ -\frac{K_{s1}}{M_s} & 0 & \frac{C_{s1}}{M_s} & -\frac{K_s}{M_s} & 0 & \frac{C_s}{M_s} & -\frac{(C_{s1}+C_{s2})}{M_s} & \frac{L(-C_{s1}+C_{s2})}{2M_s} \\ -\frac{LK_{s1}}{2I_{xx}} & 0 & \frac{LC_{s1}}{2I_{xx}} & \frac{LK_s}{2I_{xx}} & 0 & -\frac{LC_s}{2I_{xx}} & \frac{L(-C_{s1}+C_{s2})}{2I_{xx}} & -\frac{L^2 C_s}{4I_{xx}} \end{bmatrix} \tag{II.13}$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad T_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{M_s h}{I_{xx}} \end{bmatrix}$$

II.3.2.2 Modèle du ½ de véhicule longitudinal

Ce modèle représente une vue de coupe de la suspension d'un seul côté droit ou gauche du véhicule (voir figure II.3). Dans ce cas, la partie modélisée du véhicule n'est pas symétrique contrairement au cas du modèle latéral.

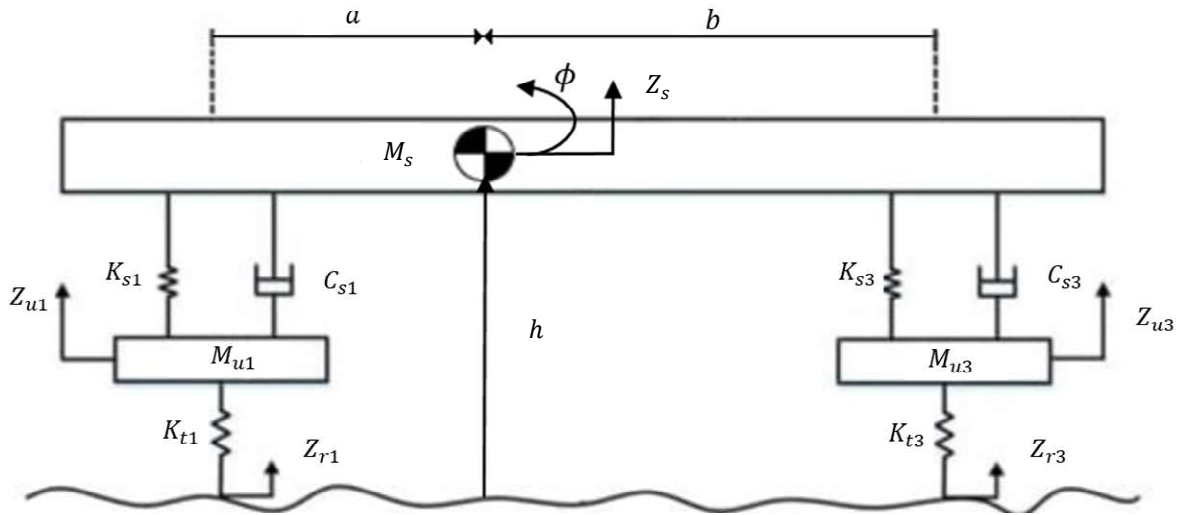


Figure (II.3) Schéma d'une suspension passive du demi-véhicule longitudinal (4DDL)

Les équations de mouvement de ce modèle du demi-véhicule longitudinal sont données par :

$$\begin{aligned}
 M_s \ddot{Z}_s &= -K_{s1}(Z_s - Z_{u1} - a\phi) - C_{s1}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\dot{\phi}) - K_{s3}(Z_s - Z_{u3} + b\phi) - C_{s3}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u3} + b\dot{\phi}) \\
 M_{u1} \ddot{Z}_{u1} &= K_{s1}(Z_s - Z_{u1} - a\phi) + C_{s1}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\dot{\phi}) - K_{t1}(Z_{u1} - Z_{r1}) \\
 M_{u3} \ddot{Z}_{u3} &= K_{s3}(Z_s - Z_{u3} + b\phi) + C_{s3}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u3} + b\dot{\phi}) - K_{t3}(Z_{u3} - Z_{r3}) \\
 I_{yy} \ddot{\phi} &= -K_{s1}(Z_s - Z_{u1} - a\phi)a - C_{s1}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\dot{\phi})a + K_{s1}(Z_{s3} - Z_{u3} + b\phi)b + C_{s3}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u3} + b\dot{\phi})b
 \end{aligned} \tag{II.14}$$

Dans ce cas, les variables d'état choisies pour représenter la dynamique du système sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 X_1 &= Z_s - Z_{u1} - a\phi & X_6 &= \dot{Z}_{u3} \\
 X_2 &= Z_{u1} - Z_{r1} & X_7 &= \dot{Z}_s \\
 X_3 &= \dot{Z}_{u1} & X_8 &= \dot{\phi} \\
 X_4 &= Z_s - Z_{u1} + b\phi \\
 X_5 &= Z_{u3} - Z_{r3}
 \end{aligned} \tag{II.15}$$

Ainsi, les équations d'état sont obtenues en effectuant la somme des forces et des moments sur la masse suspendue et non suspendue. Le résultat est un système de 8 équations de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{X}_1 &= \dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\phi = X_7 - X_3 - aX_8 \\
\dot{X}_2 &= X_3 - \dot{Z}_{r1} \\
\dot{X}_3 &= \ddot{Z}_{u1} = \frac{K_{s1}}{M_{u1}} X_1 + \frac{C_{s1}}{M_{u1}} X_7 - \frac{C_{s1}}{M_{u1}} X_3 - a \frac{C_{s1}}{M_{u1}} X_8 - \frac{K_{t1}}{M_{u1}} X_2 \\
\dot{X}_4 &= \dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} + b\phi = X_7 - X_6 + bX_8 \\
\dot{X}_5 &= X_6 - \dot{Z}_{r1} = X_6 - \dot{Z}_r \\
\dot{X}_6 &= \ddot{Z}_{u3} = \frac{K_{s3}}{M_{u3}} X_4 + \frac{C_{s3}}{M_{u3}} X_7 - \frac{C_{s3}}{M_{u3}} X_6 + b \frac{C_{s3}}{M_{u3}} X_8 - \frac{K_{t3}}{M_{u3}} X_5 \\
\dot{X}_7 &= \ddot{Z}_s = -\frac{K_{s1}}{M_s} X_1 + \frac{C_{s1}}{M_s} \dot{X}_1 - \frac{K_{s3}}{M_s} X_4 - \frac{C_{s3}}{M_s} + \frac{C_{s1}}{M_s} X_7 - \frac{C_{s1}}{M_s} X_7 - aC_{s1}X_8 + aC_{s1}X_8 \\
\dot{X}_8 &= \frac{aK_{s1}}{I_{yy}} X_1 + \frac{aC_{s1}}{I_{yy}} X_7 - \frac{aC_{s1}}{I_{yy}} X_3 - \frac{a^2 C_{s1}}{I_{yy}} X_8 - \frac{bK_{s2}}{I_{yy}} X_4 - \frac{bC_{s2}}{I_{yy}} X_7 + \frac{bC_{s2}}{I_{yy}} X_6 - \frac{b^2 C_{s2}}{I_{yy}} X_8
\end{aligned} \tag{II.16}$$

Ces équations peuvent être mises sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + E_{long} \dot{Z}_{rlong} + T_a a_{long} \tag{II.17}$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & +\frac{L}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{s1}}{M_{u1}} & -\frac{K_{t1}}{M_{u1}} & -\frac{C_{s1}}{M_{u1}} & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{s1}}{M_{u1}} & +\frac{L C_{s1}}{2M_{u1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -\frac{L}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{s3}}{M_{u3}} & -\frac{K_{t3}}{M_{u3}} & -\frac{C_{s2}}{M_{u3}} & \frac{C_{s3}}{M_{u3}} & -\frac{L C_{s3}}{2M_{u3}} \\ -\frac{K_{s1}}{M_s} & 0 & \frac{C_{s1}}{M_s} & -\frac{K_{s1}}{M_s} & 0 & \frac{C_{s1}}{M_s} & -\frac{(C_{s1}+C_{s2})}{M_s} & \frac{L(-C_{s1}+C_{s2})}{2M_s} \\ -\frac{L K_{s1}}{2I_{xx}} & 0 & \frac{L C_{s1}}{2I_{xx}} & \frac{L K_s}{2I_{xx}} & 0 & -\frac{L C_s}{2I_{xx}} & \frac{L(-C_{s1}+C_{s3})}{2I_{xx}} & -\frac{L^2 C_s}{4I_{xx}} \end{bmatrix} ;$$

$$E_{long} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad T_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{M_s h}{I_{yy}} \end{bmatrix} \tag{II.18}$$

II.3.3 Modèle du véhicule complet

Contrairement au modèle de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ de véhicule, le modèle du véhicule complet est un modèle raisonnablement complexe et peut donc capturer la dynamique détaillée du mouvement vertical du véhicule. Ce modèle tient compte de la masse suspendue et de quatre masses non-suspendues qui sont reliées à elle aux quatre coins par le ressort et l'amortisseur du système de suspension, voir figure (II.4). Ainsi, le modèle considéré comporte sept degrés de liberté (7DDL), qui sont le roulis et le tangage de la masse suspendue, le déplacement vertical des quatre masses non suspendues et le soulèvement du châssis. Tous les éléments du système de suspension, la rigidité du pneu et l'amortissement sont supposés linéaires. On suppose également que l'emplacement du centre de gravité de la masse suspendue ne change pas avec le temps et le centre de coordonnées du système de suspension est fixé à ce centre de gravité [34].

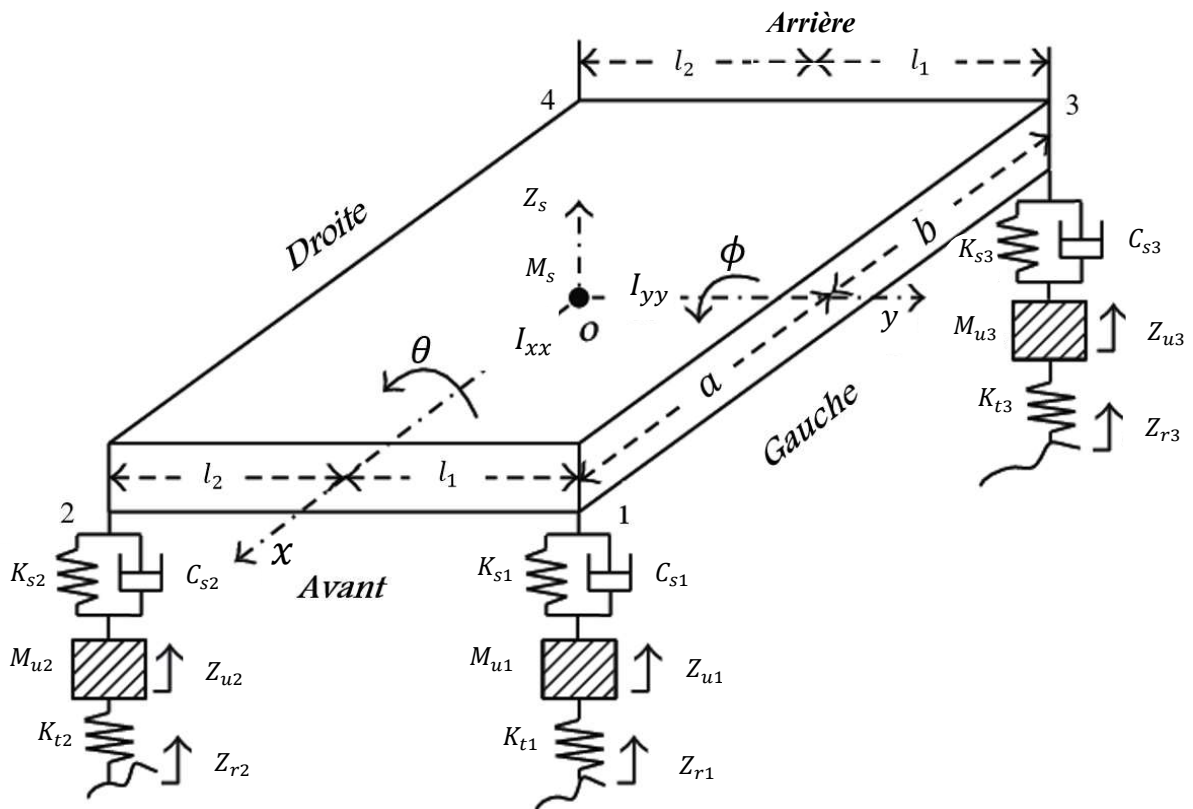


Figure (II.4) Schéma d'une suspension passive du véhicule complet (7DDL)

Après avoir appliqué la seconde loi de Newton au modèle, nous avons obtenu les équations de mouvement suivantes :

$$\begin{aligned}
M_s \ddot{Z}_s &= -K_{s1}(Z_{s1} - Z_{u1} + a\phi + \frac{1}{2}L\theta) - C_{s1}(\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + a\dot{\phi} + \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{s2}(Z_{s2} - Z_{u2} + a\phi - \frac{1}{2}L\theta) - \\
&\quad C_{s2}(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} + a\dot{\phi} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{s3}(Z_{s3} - Z_{u3} - b\phi + \frac{1}{2}L\theta) - C_{s3}(\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} - b\dot{\phi} + \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - \\
&\quad K_{s4}(Z_{s4} - Z_{u4} - b\phi - \frac{1}{2}L\theta) - C_{s4}(\dot{Z}_{s4} - \dot{Z}_{u4} - b\dot{\phi} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) \\
M_{u1} \ddot{Z}_{u1} &= K_{s1}(Z_{s1} - Z_{u1} + a\phi + \frac{1}{2}L\theta) + C_{s1}(\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + a\dot{\phi} + \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{t1}(Z_{u1} - Z_{r1}) \\
M_{u2} \ddot{Z}_{u2} &= K_{s2}(Z_{s2} - Z_{u2} + a\phi - \frac{1}{2}L\theta) + C_{s2}(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} + a\dot{\phi} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{t2}(Z_{u2} - Z_{r2}) \\
M_{u3} \ddot{Z}_{u3} &= K_{s3}(Z_{s3} - Z_{u3} - b\phi + \frac{1}{2}L\theta) + C_{s3}(\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} - b\dot{\phi} + \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{t3}(Z_{u3} - Z_{r3}) \quad (\text{II.19}) \\
M_{u4} \ddot{Z}_{u4} &= K_{s4}(Z_{s4} - Z_{u4} - b\phi - \frac{1}{2}L\theta) + C_{s4}(\dot{Z}_{s4} - \dot{Z}_{u4} - b\dot{\phi} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{t4}(Z_{u4} - Z_{r4}) \\
I_{xx} \ddot{\theta} &= -K_{s1}(-Z_{u1} + \frac{1}{2}L\theta - a\phi)\frac{1}{2}L - C_{s1}(-\dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2}L\dot{\theta} - a\dot{\phi})\frac{1}{2}L + K_{s2}(-Z_{u2} - \frac{1}{2}L\theta + a\phi)\frac{1}{2}L + \\
&\quad C_{s2}(-\dot{Z}_{u2} - \frac{1}{2}L\dot{\theta} + a\dot{\phi})\frac{1}{2}L - K_{s3}(-Z_{u3} + \frac{1}{2}L\theta - b\phi)\frac{1}{2}L - C_{s3}(-\dot{Z}_{u3} + \frac{1}{2}L\dot{\theta} - b\dot{\phi})\frac{1}{2}L + \\
&\quad K_{s4}(-Z_{u4} - \frac{1}{2}L\theta + b\phi)\frac{1}{2}L + C_{s4}(-\dot{Z}_{u4} - \frac{1}{2}L\dot{\theta} + b\dot{\phi})\frac{1}{2}L \\
I_{yy} \ddot{\phi} &= -K_{s1}(Z_{s1} - Z_{u1} + a\phi)a - C_{s1}(\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + a\dot{\phi})a - K_{s2}(Z_{s2} - Z_{u2} + a\phi)a - C_{s2}(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} + \\
&\quad a\dot{\phi})a + K_{s3}(Z_{s3} - Z_{u3} - b\phi)b + C_{s3}(\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} - b\dot{\phi})b + K_{s4}(Z_{s4} - Z_{u4} - b\phi)b + C_{s4}(\dot{Z}_{s4} - \\
&\quad \dot{Z}_{u4} - b\dot{\phi})b
\end{aligned}$$

Les indices 1, 2, 3 et 4 indiquent respectivement que la grandeur correspond à la suspension avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite.

Dans ce cas, les variables d'état choisies pour représenter la dynamique du système sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
X_1 &= Z_{s1} - Z_{u1} + \frac{L}{2}\theta - a\phi & X_6 &= \dot{Z}_{u2} & X_{11} &= Z_{u4} - Z_{r4} \\
X_2 &= Z_{s1} - Z_{r1} & X_7 &= Z_{s3} - Z_{u3} + \frac{L}{2}\theta + b\phi & X_{12} &= \dot{Z}_{u4} \\
X_3 &= \dot{Z}_{u1} & X_8 &= Z_{u3} - Z_{r3} & X_{13} &= \dot{Z}_s \\
X_4 &= Z_{s2} - Z_{u2} - \frac{L}{2}\theta - a\phi & X_9 &= \dot{Z}_{u3} & X_{14} &= \dot{\theta} \\
X_5 &= Z_{u2} - Z_{r2} & X_{10} &= Z_{s4} - Z_{u4} - \frac{L}{2}\theta + b\phi & X_{15} &= \dot{\phi}
\end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Le résultat est un système de 15 équations de la forme suivante :

$$\dot{X}_1 = X_{13} - X_3 + \frac{1}{2}LX_{14} - aX_{15}$$

$$\dot{X}_2 = X_3 - \dot{Z}_{r1}$$

$$\dot{X}_3 = \frac{1}{M_{u1}} \left(K_{s1}X_1 - K_{t1}X_2 - C_{s1}X_3 + \frac{L}{2}C_{s1}X_{14} + C_{s1}X_{13} - aC_{s1}X_{15} \right)$$

$$\dot{X}_4 = X_{13} - X_6 - \frac{L}{2}X_{14} - aX_{15}$$

$$\dot{X}_5 = X_6 - \dot{Z}_{r2}$$

$$\dot{X}_6 = \frac{1}{M_{u2}} \left(K_{s2}X_4 + C_{s2}X_{13} - C_{s2}X_6 - \frac{L}{2}C_{s2}X_{14} - aC_{s2}X_{15} - K_{t2}X_5 \right)$$

$$\dot{X}_7 = X_{13} - X_9 + \frac{L}{2}X_{14} + bX_{15}$$

$$\dot{X}_8 = X_9 - \dot{Z}_{r3}$$

(II.21)

$$\dot{X}_9 = \frac{1}{M_{u3}} [K_{s3}X_7 + C_{s3}X_{13} - C_{s3}X_9 + \frac{L}{2}C_{s3}X_{14} + bC_{s3}X_{15} - K_{t3}X_8]$$

$$\dot{X}_{10} = X_{13} - X_{12} - \frac{L}{2}X_{14} + bX_{15}$$

$$\dot{X}_{11} = X_{12} - \dot{Z}_{r4}$$

$$\dot{X}_{12} = \frac{1}{M_{u4}} \left(K_{s4}X_{10} + C_{s4}X_{13} - C_{s4}X_{12} - \frac{L}{2}C_{s4}X_{14} + bC_{s4}X_{15} - K_{t4}X_{11} \right)$$

$$\dot{X}_{13} = \frac{1}{M_s} \left(-K_{s1}X_1 - C_{s4}X_{13} + C_{s1}X_3 + aC_{s1}X_{15} - K_{s2}X_4 - C_{s2}X_{13} + C_{s2}X_6 + aC_{s2}X_{15} - K_{s3}X_7 - C_{s1}X_{13} + C_{s3}X_9 - bC_{s3}X_{15} - K_{s4}X_{10} - C_{s3}X_{13} + C_{s4}X_{12} - bC_{s4}X_{15} + \frac{L}{2}(-C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} + C_{s4})X_{14} \right)$$

$$\dot{X}_{14} = \frac{L}{2l_{xx}} \left(-K_{s1}X_1 + C_{s1}X_3 - \frac{L}{2}C_{s1}X_{15} + K_{s2}X_4 - C_{s2}X_6 - \frac{L}{2}C_{s2}X_{15} - K_{s3}X_7 + C_{s3}X_9 - \frac{L}{2}C_{s3}X_{15} + K_{s4}X_{10} - C_{s4}X_{12} - \frac{L}{2}C_{s4}X_{15} \right)$$

$$\dot{X}_{15} = \frac{1}{I_{yy}} \left(aK_{s1}X_1 + aC_{s1}X_{13} - aC_{s1}X_3 - a^2C_{s1}X_{17} + aK_{s2}X_4 + aC_{s2}X_{13} - aC_{s2}X_6 - a^2C_{s2}X_{15} - bK_{s3}X_{15} - bK_{s3}X_7 - bC_{s3}X_{13} + bC_{s3}X_9 - b^2C_{s3}X_{15} - bK_{s4}X_{10} - bC_{s4}X_{13} + bC_{s4}X_{12} - b^2C_{s4}X_{15} + (-aC_{s1} + aC_{s2} - bC_{s3} + bC_{s4})X_{14} \right)$$

La représentation matricielle des équations précédentes est la suivante :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + E\dot{Z}_r(t) \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{s1}}{M_{u1}} & -\frac{K_{t1}}{M_{u1}} & -\frac{C_{s1}}{M_{u1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{s2}}{M_{u2}} & -\frac{K_{t2}}{M_{u2}} & -\frac{C_{s2}}{M_{u2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{L}{2} & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{s1}}{M_{u1}} & \frac{LC_{s1}}{2M_{u1}} & -\frac{aC_{s1}}{M_{u1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{L}{2} & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{s2}}{M_{u2}} & -\frac{LC_{s2}}{2M_{u2}} & -\frac{aC_{s2}}{M_{u2}} \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{L}{2} & b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{s3}}{M_{u3}} & -\frac{K_{t3}}{M_{u3}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{s1}}{M_s} & 0 & \frac{C_{s1}}{M_s} & -\frac{K_{s2}}{M_s} & 0 & \frac{C_{s2}}{M_s} & -\frac{K_{s3}}{M_s} & 0 \\ -\frac{LK_{s1}}{2I_{xx}} & 0 & \frac{LC_{s1}}{2I_{xx}} & \frac{LK_{s2}}{2I_{xx}} & 0 & \frac{LC_{s2}}{2I_{xx}} & -\frac{LK_{s3}}{2I_{xx}} & 0 \\ \frac{aK_{s1}}{I_{yy}} & 0 & -\frac{aC_{s1}}{I_{yy}} & \frac{aK_{s1}}{I_{yy}} & 0 & -\frac{aC_{s2}}{I_{yy}} & -\frac{bK_{s3}}{I_{yy}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{C_{S3}}{M_{u3}} & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{S3}}{M_{u3}} & \frac{LC_{S3}}{2M_{u3}} & \frac{bC_{S3}}{M_{u3}} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -\frac{L}{2} & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{S4}}{M_{u4}} & -\frac{K_{t4}}{M_{u4}} & -\frac{C_{S4}}{M_{u4}} & \frac{C_{S4}}{M_{u4}} & -\frac{LC_{S4}}{2M_{u4}} & \frac{bC_{S4}}{M_{u4}} \\ \frac{C_{S3}}{M_S} & -\frac{K_{S4}}{M_S} & 0 & \frac{C_{S4}}{M_S} & -\frac{(C_{S1}+C_{S2}+C_{S3}+C_{S4})}{M_S} & \frac{L(-C_{S1}+C_{S2}-C_{S3}+C_{S4})}{2M_S} & \frac{(aC_{S1}+aC_{S2}-bC_{S3}-bC_{S4})}{M_S} \\ \frac{LC_{S3}}{2I_{xx}} & \frac{LK_{S4}}{2I_{xx}} & 0 & \frac{LC_{S4}}{2I_{xx}} & \frac{L(-C_{S1}+C_{S2}-C_{S3}+C_{S4})}{2I_{xx}} & -\frac{L^2(C_{S1}+C_{S2}+C_{S3}+C_{S4})}{4I_{xx}} & \frac{L(aC_{S1}-aC_{S2}-bC_{S3}+bC_{S4})}{2I_{xx}} \\ \frac{bC_{S3}}{I_{yy}} & -\frac{bK_{S4}}{I_{yy}} & 0 & \frac{bC_{S4}}{I_{yy}} & \frac{a(C_{S1}+C_{S2})-b(C_{S3}+C_{S4})}{I_{yy}} & \frac{L(aC_{S1}-aC_{S2}-bC_{S3}+bC_{S4})}{2I_{yy}} & -\frac{(a^2 C_{S1}+a^2 C_{S2}-b^2 C_{S3}-b^2 C_{S4})}{I_{yy}} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation d'un système de suspension d'un véhicule en boucle ouverte (en l'absence de la commande $U(t)$ représentant la suspension active). Nous nous sommes intéressés aux différents modèles linéaires de suspension (celui d'un quart de véhicule, d'un demi de véhicule et du véhicule complet).

Dans le chapitre suivant, nous tenterons de présenter la modélisation du véhicule muni d'une suspension active et sa représentation d'état qui se prête bien à la commande. En outre, pour améliorer la performance de confort de passagers et la tenue de route du véhicule, nous allons aborder l'analyse et la synthèse d'un régulateur de type LQR dédié au pilotage de ce même système de suspension active.

Chapitre III

Commande LQR Appliquée à la Suspension Active d'un Véhicule

III.1 Introduction

Les systèmes de suspension active ont été progressivement installés dans les véhicules (notamment ceux à haut de gamme) pour améliorer le confort de roulement lorsque celles-ci roulent sur des routes de profil très variable. Sans le système de suspension, les chocs causés par les perturbations routières sont directement transmis aux passagers et provoquent un sentiment de mal à l'aise. Dans les véhicules munis de systèmes de suspension active, les tampons sont contrôlés activement pour diminuer la transmission de choc aux passagers et donc améliorer significativement le confort de conduite [35].

Les systèmes de suspension active ont été explorés au cours des trente dernières années et de nombreux travaux ont été publiés. La plupart de ces travaux portent sur le calcul de la force attendue face aux perturbations routières dans les différents véhicules plutôt que l'atténuation de la transmission de choc aux passagers. Récemment, les systèmes de suspension active ont été explorés en vue d'atténuer la transmission des chocs aux passagers afin d'améliorer le confort de conduite et la tenue de route. L'évaluation des systèmes de suspension active est basée sur l'accélération verticale du châssis et la déviation des pneus ainsi que la distance de déplacement de la suspension. L'accélération du châssis est le meilleur moyen de juger les performances de contrôle [36].

L'avantage de la suspension contrôlée est qu'un meilleur ensemble de compromis de conception sont possibles par rapport à la suspension passive. Jusqu'à présent, diverses approches de contrôle ont été introduites pour le contrôle actif dans l'application du système de suspension, telles que le contrôle H_∞ , le contrôle LQR (régulateur quadratique linéaire / 'linear quadratic regulator'), le contrôle flou (*Fuzzy logic*), le contrôle adaptatif et le contrôle intelligent. Diverses approches de commande de ce genre ont été inventées et appliquées pour contrôler les systèmes de suspension active [37].

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord établir le modèle de la suspension d'un véhicule munie d'une action active (par adjonction d'une force d'action active au système de suspension passive) dans les trois cas étudiés au deuxième chapitre, à savoir le modèle du $\frac{1}{4}$ de véhicule, celui du $\frac{1}{2}$ de véhicule et celui du véhicule complet. Puis, nous nous intéressons à présentation et à la synthèse d'une commande optimale de type LQR dédiée au pilotage de la suspension active d'un véhicule. Cependant, notre intention n'est pas de comparer cette méthode avec d'autres approches de contrôle.

III.2 Modélisation de la suspension active d'un véhicule

Dans cette section, nous allons introduire un terme de suspension active dans les modèles de suspension établis au deuxième chapitre (à savoir le modèle de suspension du $\frac{1}{4}$ de véhicule, du $\frac{1}{2}$ de véhicule et du véhicule complet).

La représentation d'état du système de suspension active est la même que celle d'une suspension passive (voir chapitre précédent) sauf que dans ce cas on remarque la présence d'une entrée supplémentaire de commande U pour chaque roue. Ainsi, les matrices (A, E, T_a) resteront les mêmes dans tous les modèles établis par contre nous devons faire apparaître un terme de commande de la forme $BU(t)$ dans la représentation d'état de ces modèles.

III.2.1 Cas d'une suspension active de $\frac{1}{4}$ de véhicule

Il y a une légère différence dans la dérivation de la modélisation mathématique de la suspension active à partir du système de suspension passive. Cette différence est due à la présence d'une force F_u caractérisant la suspension active placée en parallèle avec l'amortisseur et le ressort comme il est illustrée par la figure suivante :

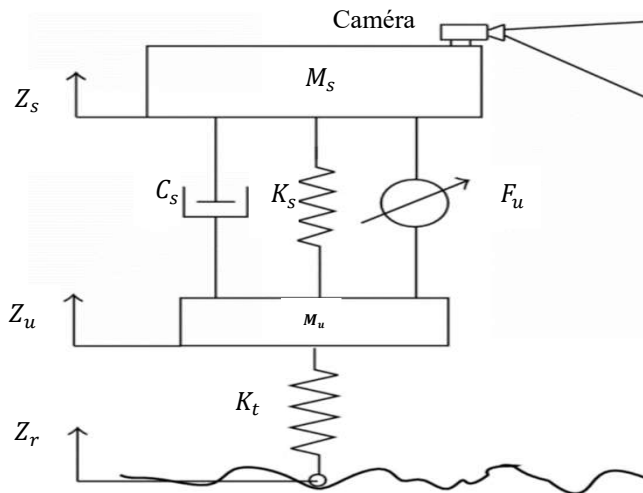


Figure (III.1) Schéma d'une suspension active de $\frac{1}{4}$ de véhicule

En appliquant la loi d'équilibre des forces ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$), on obtient les deux équations suivantes :

$$M_S \ddot{Z}_S = -K_S(Z_S - Z_u) - C_S(\dot{Z}_S - \dot{Z}_u) + F_u \quad (\text{III.1})$$

$$M_u \ddot{Z}_u = K_S(Z_S - Z_u) + C_S(\dot{Z}_S - \dot{Z}_u) - K_t(Z_u - Z_r) - F_u \quad (\text{III.2})$$

D'où on peut déduire la matrice de commande complétant le modèle de la suspension active d'un $\frac{1}{4}$ de véhicule (avec $U(t)=F_u$) :

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_u} \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

III.2.2 Cas d'une suspension active de $\frac{1}{2}$ de véhicule

Une approche semblable à la modélisation du système de suspension d'un quart de véhicule en présence d'une action active a été utilisée pour établir le modèle d'un demi de véhicule. Dans ce qui suit, nous allons présenter les deux modèles du $\frac{1}{2}$ de véhicule (modèle latéral et modèle longitudinal) tout comme nous l'avons fait au deuxième chapitre.

III.2.2.1 Modèle d'un demi-véhicule latéral

La figure suivante représente une vue de coupe latérale (avant ou arrière) de la suspension d'un véhicule muni d'une action active.

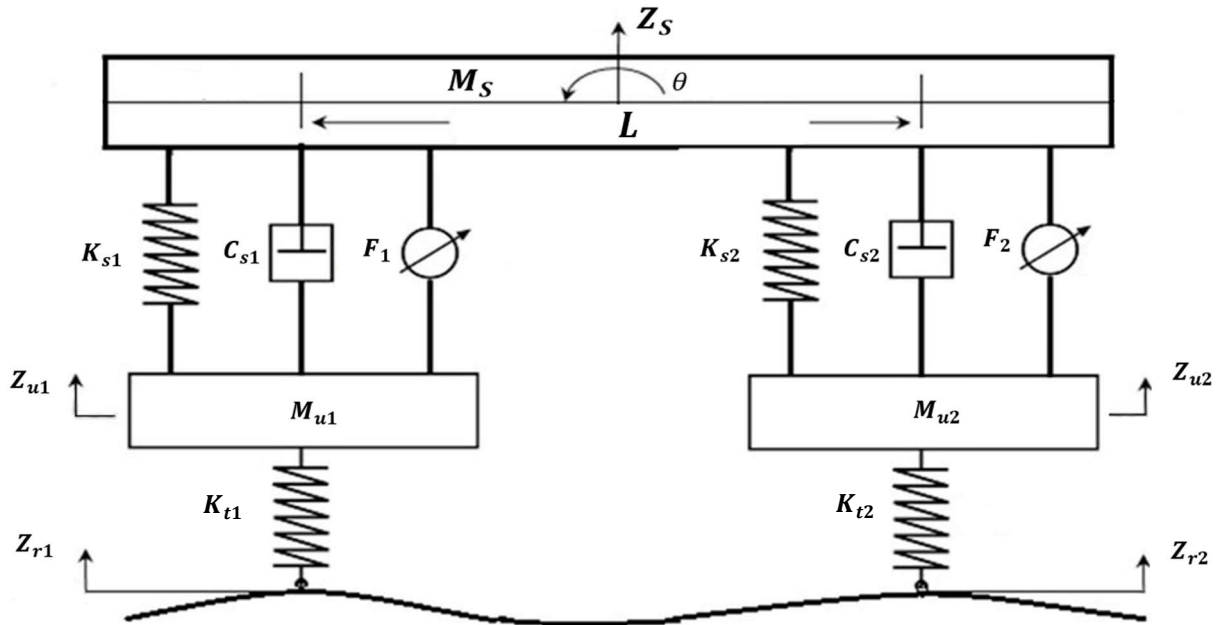


Figure (III.2) Schéma d'une suspension active d'un demi-véhicule latéral

Les équations de mouvement du modèle d'un demi-véhicule latéral peuvent être dérivées comme suit :

$$\begin{aligned}
 M_S \ddot{Z}_s &= -K_{s1} \left(Z_{s1} - Z_{u1} + \frac{L}{2} \theta \right) - C_{s1} \left(\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + \frac{L}{2} \dot{\theta} \right) - K_{s2} \left(Z_{s2} - Z_{u2} - \frac{L}{2} \theta \right) - C_{s2} \left(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} - \frac{L}{2} \dot{\theta} \right) + F_1 + F_2 \\
 M_{u1} \ddot{Z}_{u1} &= K_{s1} \left(Z_{s1} - Z_{u1} + \frac{1}{2} L \theta \right) + C_{sd} \left(\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) - K_{t1} (Z_{u1} - Z_{r1}) - C_t (Z_{u1} - Z_{r1}) - F_1 \\
 M_{u2} \ddot{Z}_{u2} &= K_{s2} \left(Z_{s2} - Z_{u2} - \frac{1}{2} L \theta \right) + C_{s2} \left(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} - \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) - K_{t2} (Z_{u2} - Z_{r2}) - C_t (Z_{u2} - Z_{r2}) - F_2 \quad (III.4) \\
 I_{xx} \ddot{\theta} &= -K_{s1} \left(Z_{s1} - Z_{u1} + \frac{1}{2} L \theta \right) \frac{1}{2} L - C_{s1} \left(\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) \frac{1}{2} L - K_{s2} \left(Z_{s2} - Z_{u2} - \frac{1}{2} L \theta \right) \frac{1}{2} L - \\
 &\quad C_{s2} \left(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} - \frac{1}{2} L \dot{\theta} \right) \frac{1}{2} L + \frac{1}{2} L (F_1 - F_2)
 \end{aligned}$$

De même, on peut déduire la matrice de commande (le vecteur de commande dans ce cas est composé des deux forces d'action F_1 et F_2) du modèle sous forme d'état de la suspension active d'un $\frac{1}{2}$ véhicule latéral. On trouve :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{M_{u1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{M_{u2}} \\ \frac{1}{M_s} & \frac{1}{M_s} \\ \frac{L}{2I_{xx}} & -\frac{L}{2I_{xx}} \end{bmatrix} \quad (III.5)$$

III.2.2.2 Modèle d'un demi-véhicule longitudinal

La figure suivante représente une vue de coupe longitudinale (représentant l'un des deux côtés droit ou gauche) de la suspension d'un véhicule muni d'une action active.

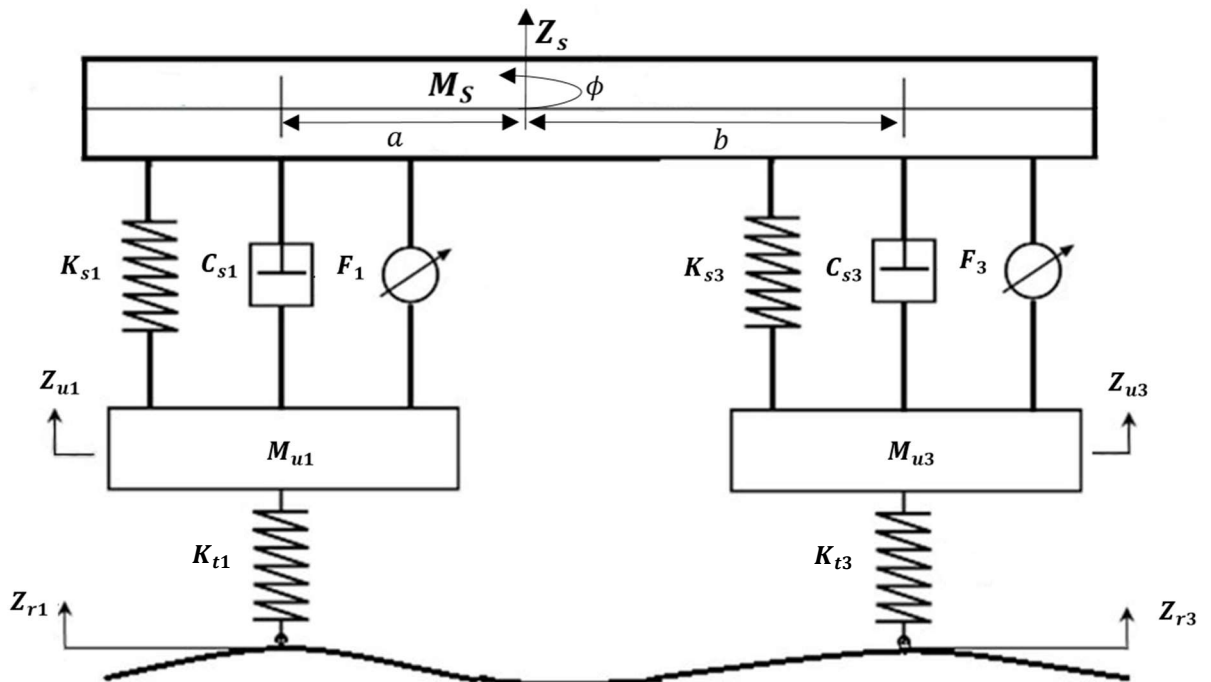


Figure (III.3) Schéma d'une suspension active d'un demi-véhicule longitudinal

Les équations de mouvement de ce modèle de suspension de ½ véhicule longitudinal sont :

$$\begin{aligned}
M_s \ddot{Z}_s &= -K_{s1}(Z_s - Z_{u1} - a\phi) - C_{s1}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\dot{\phi}) - K_{s3}(Z_{s3} - Z_{u3} + b\phi) - C_{s3}(\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} + b\dot{\phi}) + \\
&\quad F_1 + F_3 \\
M_{u1} \ddot{Z}_{u1} &= K_{s1}(Z_s - Z_{u1} - a\phi) + C_{s1}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\dot{\phi}) - K_{t1}(Z_{u1} - Z_{r1}) - F_1 \\
M_{u3} \ddot{Z}_{u3} &= K_{s3}(Z_s - Z_{u3} + b\phi) + C_{s3}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u3} + b\dot{\phi}) - K_{t3}(Z_{u3} - Z_{r3}) - F_3 \\
I_{yy} \ddot{\phi} &= -K_{s1}(Z_s - Z_{u1} - a\phi)a - C_{s1}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u1} - a\dot{\phi})a + K_{s1}(Z_{s3} - Z_{u3} + b\phi)b + C_{s3}(\dot{Z}_s - \dot{Z}_{u3} + \\
&\quad b\dot{\phi})b - aF_1 + bF_3
\end{aligned} \tag{III.6}$$

De même, on peut déduire la matrice de commande (le vecteur de commande dans ce cas est composé de F_1 et F_3) de ce modèle mis sous forme d'état de la suspension active d'un ½ véhicule longitudinal. On trouve :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{M_{u1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{M_{u3}} \\ 0 & \frac{1}{M_s} \\ \frac{1}{M_s} & \frac{1}{M_s} \\ -\frac{a}{I_{yy}} & \frac{b}{I_{yy}} \end{bmatrix} \tag{III.7}$$

III.2.3 Cas d'une suspension active du véhicule complet

La nécessité de contrôler les mouvements de tangage, de soulèvement et de roulis dans un véhicule a rendu nécessaire l'application de l'analyse de l'équilibre des forces au système de suspension du véhicule complet, comme le montre la figure III.4. Le système sera composé de 4 masses non suspendues (chacune représente une roue) connectées à une seule masse suspendue qui représente le châssis du véhicule. Les amortisseurs linéaires visqueux et les éléments de ressort modéliseront les suspensions passives tandis que les forces représenteront la suspension active du véhicule.

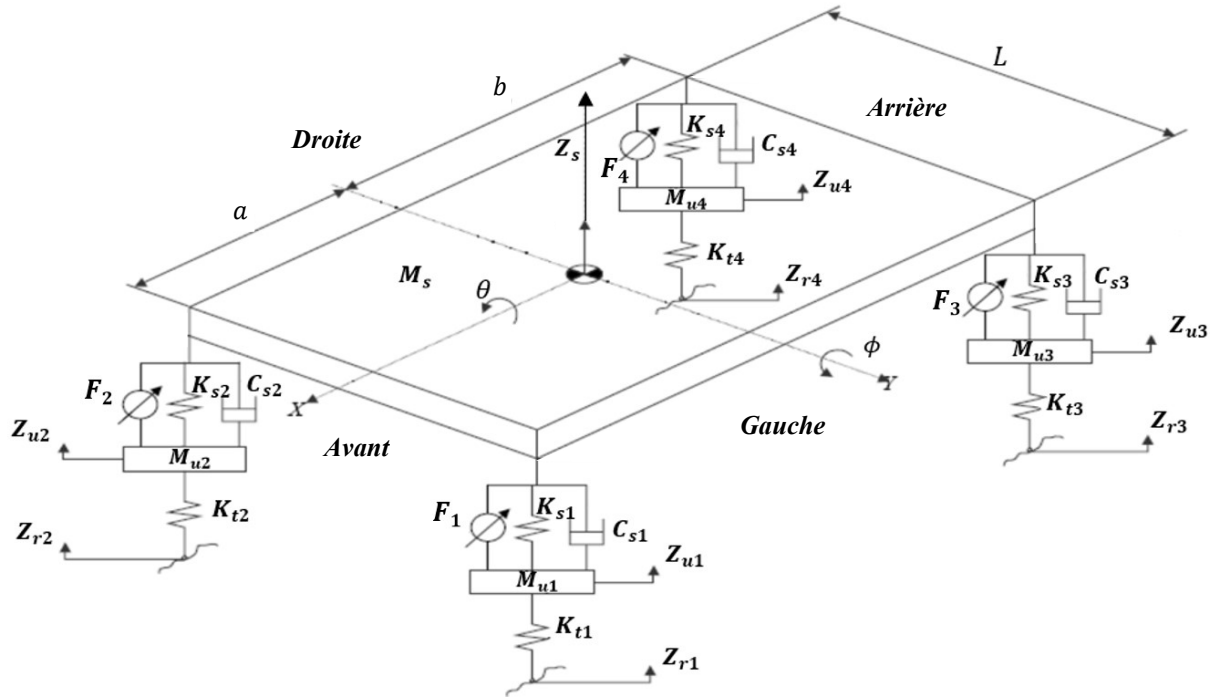


Figure (III.4) Schéma d'une suspension active du véhicule complet

Après avoir appliqué la seconde loi de Newton au modèle, les équations de mouvement pour le modèle complet sont exprimées ainsi :

$$M_s \ddot{Z}_s = -K_{s1} (Z_{s1} - Z_{u1} + a\phi + \frac{L}{2}\theta) - C_{s1} (\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + a\dot{\phi} + \frac{L}{2}\dot{\theta}) - K_{s2} (Z_{s2} - Z_{u2} + a\phi + \frac{L}{2}\theta) - C_{s2} (\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} + a\dot{\phi} + \frac{L}{2}\dot{\theta}) - K_{s3} (Z_{s3} - Z_{u3} - b\phi - \frac{L}{2}\theta) - C_{s3} (\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} - b\dot{\phi} - \frac{L}{2}\dot{\theta}) - K_{s4} (Z_{s4} - Z_{u4} - b\phi - \frac{L}{2}\theta) - C_{s4} (\dot{Z}_{s4} - \dot{Z}_{u4} - b\dot{\phi} - \frac{L}{2}\dot{\theta}) + F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$I_{xx} \ddot{\theta} = -K_{s1} (-Z_{u1} + \frac{1}{2}L\theta + a\phi) \frac{1}{2}L - C_{s1} (-\dot{Z}_{u1} + \frac{1}{2}L\dot{\theta} + a\dot{\phi}) \frac{1}{2}L + K_{s2} (-Z_{u2} - \frac{1}{2}L\theta) \frac{1}{2}L + C_{s2} (-\dot{Z}_{u2} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) \frac{1}{2}L - K_{s3} (-Z_{u3} + \frac{1}{2}L\theta) \frac{1}{2}L - C_{s3} (-\dot{Z}_{u3} + \frac{1}{2}L\dot{\theta}) \frac{1}{2}L + K_{s4} (-Z_{u4} - \frac{1}{2}L\theta) \frac{1}{2}L + C_{s4} (-\dot{Z}_{u4} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}LF_1 - \frac{1}{2}LF_2 + \frac{1}{2}LF_3 - \frac{1}{2}LF_4$$

$$I_{yy} \ddot{\phi} = -K_{s1} (Z_{s1} - Z_{u1} + a\phi)a - C_{s1} (\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + a\dot{\phi})a - K_{s2} (Z_{s2} - Z_{u2} + a\phi)a - C_{s2} (\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} + a\dot{\phi})a + K_{s3} (Z_{s3} - Z_{u3} - b\phi)b + C_{s3} (\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} - b\dot{\phi})b + K_{s4} (Z_{s4} - Z_{u4} - b\phi)b + C_{s4} (\dot{Z}_{s4} - \dot{Z}_{u4} - b\dot{\phi})b - aF_1 - aF_2 + bF_3 + bF_4 \quad (III.8)$$

$$M_{u1} \ddot{Z}_{u1} = K_{s1} (Z_{s1} - Z_{u1} + a\phi + \frac{1}{2}L\theta) + C_{s1} (\dot{Z}_{s1} - \dot{Z}_{u1} + a\dot{\phi} + \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{t1}(Z_{u1} - Z_{r1}) - F_1$$

$$M_{u2} \ddot{Z}_{u2} = K_{s2}(Z_{s2} - Z_{u2} + a\phi - \frac{1}{2}L\theta) + C_{s2}(\dot{Z}_{s2} - \dot{Z}_{u2} + a\dot{\phi} - \frac{1}{2}L\dot{\theta}) - K_{t2}(Z_{u2} - Z_{r2}) - F_2$$

$$M_{u3} \ddot{Z}_{u3} = K_{s3} \left(Z_{s3} - Z_{u3} - b\phi + \frac{1}{2}L\theta \right) + C_{s3} \left(\dot{Z}_{s3} - \dot{Z}_{u3} - b\dot{\phi} + \frac{1}{2}L\dot{\theta} \right) - K_{t3}(Z_{u3} - Z_{r3}) - F_3$$

$$M_{u4} \ddot{Z}_{u4} = K_{s4} \left(Z_{s4} - Z_{u4} - b\phi - \frac{1}{2}L\theta \right) + C_{s4} \left(\dot{Z}_{s4} - \dot{Z}_{u4} - b\dot{\phi} - \frac{1}{2}L\dot{\theta} \right) - K_{t4}(Z_{u4} - Z_{r4}) - F_4$$

On obtient la matrice de commande (le vecteur de commande étant composé dans ce cas de F_1, F_2, F_3 et F_4) suivante :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{M_{u1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{M_{u2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{M_{u3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{M_{u4}} \\ \frac{1}{M_s} & \frac{1}{M_s} & \frac{1}{M_s} & \frac{1}{M_s} \\ \frac{L}{2I_{xx}} & -\frac{L}{2I_{xx}} & \frac{L}{2I_{xx}} & -\frac{L}{2I_{xx}} \\ -\frac{a}{I_{yy}} & \frac{a}{I_{yy}} & \frac{b}{I_{yy}} & -\frac{b}{I_{yy}} \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

III.3 Commande optimale

La commande optimale a été étudiée dès le XIX^{ème} siècle en se basant sur le calcul des variations. Parmi ses grandes applications, on cite le lanceur Apollo dans les années 1960 [38].

Avec les progrès de l'informatisation, le contrôle optimal est maintenant largement utilisé dans des applications multidisciplinaires qui incluent des structures biologiques, des réseaux de conversation, des systèmes socio-monnaire et technologiques [38]. Notons néanmoins que les difficultés soulevées par ce genre de problème sont loin d'être complètement résolues comme en témoignent les sessions dédiées à la commande optimale dans les conférences d'automatique.

Les problèmes de cette commande se rencontrent dans la vie de tous les jours : comment arriver à destination le plus rapidement possible, comment minimiser sa consommation ... etc. Pour un système dynamique donné et dont les équations sont connues, le problème de commande optimale consiste alors à trouver la commande minimisant ou maximisant une fonctionnelle. On peut aborder ce problème alors en utilisant le calcul des variations d'un critère donné à optimiser [38].

Le calcul des variations est l'une des approches utilisées pour traiter un problème de commande optimale. Il consiste à rechercher les conditions à vérifier par une commande $u(t)$ appliquée à un système afin de minimiser un critère scalaire J donné.

Soit un système multi-variable dont la dynamique est régie par l'équation suivante :

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U(t), t) \quad (\text{III.10})$$

Et soit $J(X(t), U(t), t)$ une fonctionnelle de $X(t)$ et $u(t)$ à optimiser (minimiser ou maximiser), exprimée par :

$$J = S(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(X(t), U(t), t) dt \quad (\text{III.11})$$

Définissons d'abord l'hamiltonien dit aussi fonction de Pontryagin (ou Pontryaguine) :

$$H = V(X(t), U(t), t) + \lambda^T(t) f(X(t), U(t), t) \quad (\text{III.12})$$

On peut montrer les conditions d'optimalité suivantes en fonction de cet hamiltonien (ce qu'on appelle aussi approche de Hamilton) nous permettant de déterminer une commande optimale $u^*(t)$ du système régi par (III.10) et qui optimise le critère $J[t_0]$ sur $[t_0, T]$:

$$\begin{aligned} & \bullet \left(\frac{\partial H}{\partial X} \right)_* = -\dot{\lambda}^*(t) \\ & \bullet \left(\frac{\partial H}{\partial U} \right)_* = 0 \\ & \bullet \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda} \right)_* = -\dot{X}^*(t) \\ & \bullet \left\{ H^* + \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_* \right\} \delta t_f + \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right)_*^T - \lambda^T(t) \right\}_* \delta X_f \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Nous nous intéressons tout particulièrement aux systèmes linéaires assujettis à un critère quadratique. On parle alors de loi de commande optimale de type *LQR*.

III.4 Synthèse d'une commande optimale de type *LQR* :

Le contrôle *LQR* est une méthode de commande optimale appliquée aux systèmes multivariables linéaire avec des indices de performance quadratique. Elle est relativement simple et peut réaliser un contrôle optimal en boucle fermée avec un retour d'état linéaire ou un retour de sortie [39]. Ce schéma de contrôle donne des performances globales viables de haute qualité par rapport à des critères donnés [38].

Pour notre application, les caractéristiques de performance les plus intéressantes, lors de la conception d'une suspension active d'un véhicule, sont le confort de roulement du passager, le déplacement de la suspension et la tenue de route. Le confort de roulement des passagers est lié à l'accélération des passagers, le déplacement de la suspension est lié à la distance relative entre la masse non suspendue et la masse suspendue et la tenue de route est liée au déplacement des pneus.

Le contrôleur optimal à concevoir doit minimiser toutes ces quantités. Les différents états considérés sont le déplacement et la vitesse des passagers, le déplacement massique et la vitesse des ressorts, et le déplacement et la vitesse des pneus [40].

Une commande par retour d'état dédiée à la suspension active d'un véhicule est un outil puissant pour la conception d'un contrôleur de haute performance. Pour la conception de ce genre de commande, il est supposé que tous les états sont disponibles et peuvent être mesurés exactement. Ce n'est pas toujours le cas, en particulier lorsque le système de suspension active présente un comportement dynamique interne compliqué, difficile à mesurer directement. Des observateurs d'état pourraient être élaborés pour estimer les variables d'état à partir d'un nombre limité d'observations [40].

Idéalement, trois transducteurs sont utilisés pour mesurer l'accélération, la vitesse et le déplacement. Mais dans la pratique, on n'utilise souvent qu'un seul transducteur, et des intégrateurs électroniques sont utilisés pour dériver des signaux proportionnels à la vitesse et au déplacement [40].

Le problème de conception d'une commande LQR consiste à dimensionner un contrôleur de rétroaction d'état K qui minimise la fonction objective J . Cette technique est un bon moyen de gagner un certain compromis entre l'utilisation de l'effort de contrôle, la magnitude, et la vitesse de réponse et la façon d'assurer la stabilité du véhicule [38].

Considérons maintenant un critère de la forme quadratique suivante :

$$J = \frac{1}{2} \{z(t_f) - y(t_f)\}^T F(t_f) \{z(t_f) - y(t_f)\} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{z(t_f) - y(t_f)\}^T Q(t) \{z(t_f) - y(t_f)\} + U(t)^T R(t) U(t) dt \quad (\text{III.14})$$

Où : $z(t)$ est la trajectoire de sortie désirée

F , Q et R sont des matrices de pénalisation ou de pondération.

La forme simplifiée du critère à optimiser est la suivante :

$$J = \frac{1}{2}X(t_f)^T F(t_f)X(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (X(t)^T Q(t)X(t) + U(t)^T R(t)U(t))dt \quad (\text{III.15})$$

Construisons une commande $u^*(t)$ minimisant le critère J sur l'horizon $[t_0, t_f]$.

L'expression de l'hamiltonien est donnée par :

$$H = \frac{1}{2}(X(t)^T Q(t)X(t) + U(t)^T R(t)U(t) + \lambda(t)^T (A(t)X(t) + B(t)U(t)) \quad (\text{III.16})$$

Développons alors les trois premières conditions d'optimalité (III.13) de l'approche de Hamilton. On obtient :

- $U^*(t) = -R^*(t)B(t)^T \lambda^*(t)$
- $\dot{\lambda}^*(t) = -Q(t)X^*(t) - A(t)^T \lambda^*(t)$ (III.17)
- $\dot{X}^*(t) = A(t)X^*(t) - B(t)R(t)^{-1}B(t)^{-1} \lambda^*(t)$

Formons maintenant ce qu'on appelle le système hamiltonien en exprimant $\dot{X}^*(t)$ et $\dot{\lambda}^*(t)$:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) & -B(t)R(t)^{-1}B(t)^T \\ -Q(t) & -A(t)^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^*(t) \\ \lambda^*(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Admettons qu'il existe $P(t)$, appelée matrice modale, telle que :

$$\lambda(t)^* = P(t)X^*(t) \quad (\text{III.19})$$

Alors, les deux équations du système Hamiltonien deviennent :

$$\begin{cases} \dot{X}^*(t) = A(t)X^*(t) - B(t)R(t)^{-1}B(t)^T P(t)X^*(t) \\ \dot{\lambda}^*(t) = -Q(t)X^*(t) - A(t)^T P(t)X^*(t) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

En reportant ces deux équations du système hamiltonien, dans l'expression $\dot{\lambda}^*(t) = \dot{P}(t)X^*(t) + P(t)\dot{X}^*(t)$, on obtient :

$$\dot{P}(t)X^*(t) + P(t)(A(t)X^*(t) - P(t)B(t)R(t)^{-1}B(t)^T P(t)X^*(t)) = -Q(t)X^*(t) - A(t)^T P(t)X^*(t) \quad (\text{III.21})$$

Ce qui donne (puisque l'état $X^*(t)$ est en général non nul) ce qu'on appelle l'équation différentielle de *Riccati* (*DRE* : *Différentiel Riccati Equation*) :

$$\dot{P}(t) + P(t)A(t) + A(t)^T P(t) + Q(t) - P(t)B(t)P(t)^T = 0 \quad (\text{III.22})$$

En utilisant la condition de bords (III.13.d) et l'équation de l'état adjoint (III.19), on obtient la condition finale suivante sur $P(t)$:

$$P(t_f) = F(t_f) \quad (\text{III.23})$$

Cette condition est utilisée pour résoudre la *DRE* précédente.

Dans ces conditions, la commande est donnée par :

$$u^*(t) = -R(t)^{-1}B(t)^T P(t)X^*(t) = -K(t)X^*(t) \quad (\text{III.24})$$

Où K est la matrice de gain du retour d'état (matrice de *Kalman*).

Si le système à commander est linéaire et invariant (c'est le cas du modèle établi pour la suspension active), et une commande à horizon infini, il suffit de résoudre l'équation algébrique de *Riccati* (*ARE*) :

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P^T = 0 \quad (\text{III.25})$$

Et d'en déduire la commande à partir de l'équation (III.24).

III.5 Choix des matrices de pondération

Le rang des matrices de pondération (Q et R) sont égaux à la dimension du vecteur d'état et de commande (X et u) respectivement. Ainsi, la matrice de pondération Q (qui a le même rang que la matrice d'état A) est de dimension (4×4) dans le cas du modèle de ¼ de véhicule, (8×8) dans le cas du modèle de ½ de véhicule et (15×15) dans le cas du modèle de véhicule complet. De même, la matrice de pondération R est un scalaire dans le cas du modèle de ¼ de véhicule, de rang 2 dans le cas du modèle de ½ de véhicule et de rang 4 dans le cas du modèle de véhicule complet.

Généralement, on choisit ces matrices de pondération de forme diagonale afin d'éviter tout couplage entre les variables d'état et entre les différentes entrées de commande.

1. Dans le cas du modèle de $\frac{1}{4}$ de véhicule, voici les expressions des matrices de pondération :

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 \end{bmatrix} \text{ et } R = 1 \quad (\text{III.25})$$

2. De même, dans le cas du modèle de $\frac{1}{2}$ de véhicule :

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_8 \end{bmatrix} \text{ et } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

3. Et dans le cas du modèle de véhicule complet :

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{15} \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

La question qui se pose maintenant c'est comment choisir les coefficients de la matrice Q ? Intéressons nous d'abord au cas du modèle de $\frac{1}{4}$ de véhicule. Ensuite, nous allons généraliser en appliquant les mêmes règles sur les modèles de $\frac{1}{2}$ de véhicule et du véhicule complet. L'objectif idéal de la commande c'est d'avoir un déplacement vertical de la caisse nul et un déplacement vertical de la roue parfaitement égal au profil de la route (c'est-à-dire $\frac{Z_s}{Z_r} = 0$ et $\frac{Z_u}{Z_r} = 1$).

Ainsi, l'objectif des termes de pondération c'est de gérer le compromis entre les termes de performance suivants :

- **Le confort des passagers** : Afin de prendre en compte ce critère, nous allons devoir jouer sur les coefficients qui correspondent à X_1 (déplacement relatif caisse/roue) et X_2 (vitesse verticale de la caisse) ce qui nous amène donc à pondérer q_1 et q_2 .
- **La faible déflexion de l'amortisseur** : C'est l'action sur la variable X_1 qui nous permettra de répondre à cette exigence car elle correspond au déplacement de la roue par rapport à la caisse. On cherchera donc à minimiser ce paramètre. On va donc pondérer q_1 .
- **La bonne tenue de route** : Ce paramètre tient compte du déplacement de la roue par rapport au sol (variable X_3). La tenue de route sera d'autant plus améliorée que ce déplacement sera faible, on doit donc pondérer q_3 .
- **La simplicité de la commande** : D'abord, ce critère est déjà pris en compte en choisissant une matrice Q diagonale. En plus, on prend le terme $q_4 = 0$ car nous ne considérons pas la roue dans nos exigences. Nous n'aurons donc qu'à régler les 3 termes $q_{1,2,3}$ de la matrice Q .

En remplaçant ces matrices Q et R dans le critère quadratique, nous obtenons l'expression du critère J :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (X(t)^T Q X(t) + u(t)^T R u(t)) dt = \int_0^{t_f} (q_1 X_1^2 + q_2 X_2^2 + q_3 X_3^2 + q_4 X_4^2 + u^2) dt \quad (\text{III.28})$$

Pour mieux pondérer les différents termes du critère précédant, reprenons l'équation d'état exprimant la dynamique de la roue (X_4) qui comprend toutes les variables à gérer :

$$\dot{X}_4 = \dot{Z}_u = \frac{K_s}{M_u} X_1 + \frac{C_s}{M_u} X_2 + \frac{K_t}{M_u} X_3 - \frac{C_t}{M_u} X_4 + \frac{1}{M_u} U(t) \quad (\text{III.29})$$

D'où on peut déduire qu'une pondération équilibrée des termes liées aux performances et/ou inclus dans le critère ci-dessus, implique les expressions suivantes des éléments de la matrice Q :

$$\begin{cases} q_1 \approx K_s^2 \\ q_2 \approx C_s^2 \\ q_3 \approx K_t^2 \\ q_4 = 0 \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

En généralisant ce choix aux cas des modèles de $\frac{1}{2}$ de véhicule et du véhicule complet, on peut noter qu'il suffit de choisir les éléments de pondération ainsi :

- Ceux correspondant au déplacement vertical de la caisse par rapport aux roues égaux à K_{si}^2 où ($i=1, 2, 3$ ou 4) indique l'indice de la roue ;
- Celui de la vitesse verticale de la caisse égal à C_s^2 ;
- Et ceux correspondant au déplacement vertical des roues par rapport à la route, égaux à K_{ti}^2 où ($i=1, 2, 3$ ou 4) indique l'indice de la roue.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons complété le modèle de suspension d'un véhicule en tenant compte du terme actif permettant sa commande et ce dans les trois cas étudiés au deuxième chapitre, à savoir le modèle du $\frac{1}{4}$ de véhicule, celui du $\frac{1}{2}$ de véhicule et celui du véhicule complet.

En outre, nous avons présenté l'une des stratégies de commandes avancées, qui est la régulation quadratique linéaire (*LQR*) et appliqué au pilotage de la suspension active d'un véhicule. Pour assurer la stabilité du système et obtenir de bonnes performances en termes de confort et de la tenue de route (en cas de perturbations internes ou externes ou même en cas de changement de structure du système), on a montré comment faire ajuster les matrices de pondération Q et R . En effet, on a su gérer l'effet de ce choix sur les transitoires d'état du système (cas d'une matrice Q aux éléments trop grands) et la sollicitation de l'organe de contrôle (cas d'une matrice R aux éléments trop grands).

Le prochain chapitre sera dédié à la présentation et la discussion des résultats de simulation des différents modèles de la suspension active et/ou passive ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et véhicule complet).

Chapitre IV

Présentation et Discussion des Résultats de Simulation

IV.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la détermination et à la discussion des performances d'un système de suspension (active et/ou passive) décrit aux chapitres 2 et 3. Une simulation basée sur le modèle mathématique d'un quart, un demi et du véhicule complet à l'aide du logiciel *MATLAB/SIMULINK* sera effectuée. Les performances du système de suspension en termes de qualité de roulement et de la tenue de route seront observées, où la perturbation de la route est considérée comme une entrée du système. Les paramètres qui seront observés sont la course de la suspension, la déviation des roues et l'accélération du châssis pour les trois modèles de véhicule. L'objectif est d'obtenir une faible amplitude pour le déplacement de la suspension. L'état d'équilibre de chaque pièce doit également être rapidement rétabli.

IV.2 Paramètres du véhicule étudié

Dans le deuxième et troisième chapitres, la dérivation du modèle mathématique régissant la dynamique verticale du $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et du véhicule complet a été effectuée pour les systèmes de suspensions passive et active. Dans notre travail, nous avons utilisé les paramètres du tableau *IV.1* pour l'étude de cette dynamique de suspension.

Tableau (IV.1) Paramètres des modèles de suspension du véhicule étudié [33]

| Paramètre | Valeur en unité SI | | |
|--|---------------------------|---------------------------|------------------|
| | $\frac{1}{4}$ de véhicule | $\frac{1}{2}$ de véhicule | Véhicule complet |
| Masse suspendue, M_s (kg) | 375 | 750 | 1500 |
| Masse non-suspendue, M_u (kg) | 59 | 59 | 59 |
| Rigidité du ressort de la suspension avant, $K_{s1,2}$ (N/m) | 35000 | 35000 | 35000 |
| Rigidité du ressort de la suspension arrière, $K_{s3,4}$ (N/m) | - | - | 3800 |
| Coefficient d'amortissement de la suspension avant, $C_{s1,2}$ ($\frac{N}{m/s}$) | 1000 | 1000 | 1000 |
| Coefficient d'amortissement de la suspension arrière, $C_{s3,4}$ ($\frac{N}{m/s}$) | - | - | 1100 |
| Rigidité des pneus, $K_{t1,2,3,4}$ (N/m) | 190000 | 190000 | 190000 |
| Inertie autour de l'axe de roulis, I_{xx} ($kg \times m^2$) | - | 460 | 460 |
| Inertie autour de l'axe de tangage, I_{yy} ($kg \times m^2$) | - | - | 2100 |
| Distance entre le CG du véhicule et l'essieu avant, a (m) | - | - | 1.4 |
| Distance entre le CG du véhicule et l'essieu arrière, b (m) | - | - | 1.7 |
| Largeur du châssis, L (m) | - | - | 3 |

IV.3 Dynamique simulée

Dans ce travail, nous avons simulé les quatre modèles de suspension du véhicule étudié (modèle de $\frac{1}{4}$ de véhicule, modèle de $\frac{1}{2}$ de véhicule latéral, modèle de $\frac{1}{2}$ de véhicule longitudinal, modèle de véhicule complet) présentés aux chapitres précédents dans les cas suivants :

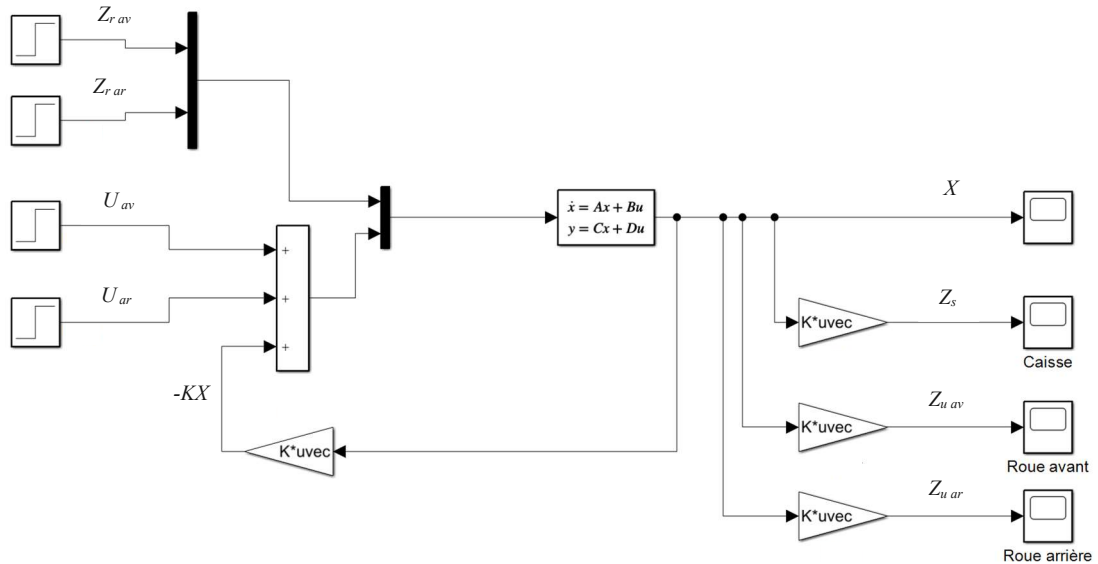
- a. Pour le modèle de un quart de véhicule, nous avons simulé le système sur (10s) tout en introduisant deux types différents de perturbation sur le profil de la route : un échelon de 8cm à l'instant (2s), et deux types de dos d'ânes d'une hauteur maximale de 8cm (l'un hors norme tout comme les dos d'ânes qu'on trouve sur nos routes et l'autre normalisé).
- b. Pour le modèle du $\frac{1}{2}$ de véhicule, nous avons simulé le modèle longitudinal et le modèle latéral. A chaque fois, nous avons introduit des échelons de 8cm. Dans le cas du modèle longitudinal, l'échelon introduit sur la dynamique de la roue arrière est décalé dans le temps de (3s) par rapport à l'échelon qui survient sur la roue avant à l'instant (2s) ce qui correspond à une vitesse du véhicule de (3.72 km/h).
- c. Pour le modèle du véhicule complet, nous avons introduit des échelons de (8cm) sur les roues avant à l'instant (2s) et les roues arrières à l'instant (5s) ce qui correspond aussi à une vitesse du véhicule de (3.72 km/h).

IV.4 Modèles de la suspension d'un véhicule sous *SIMULINK*

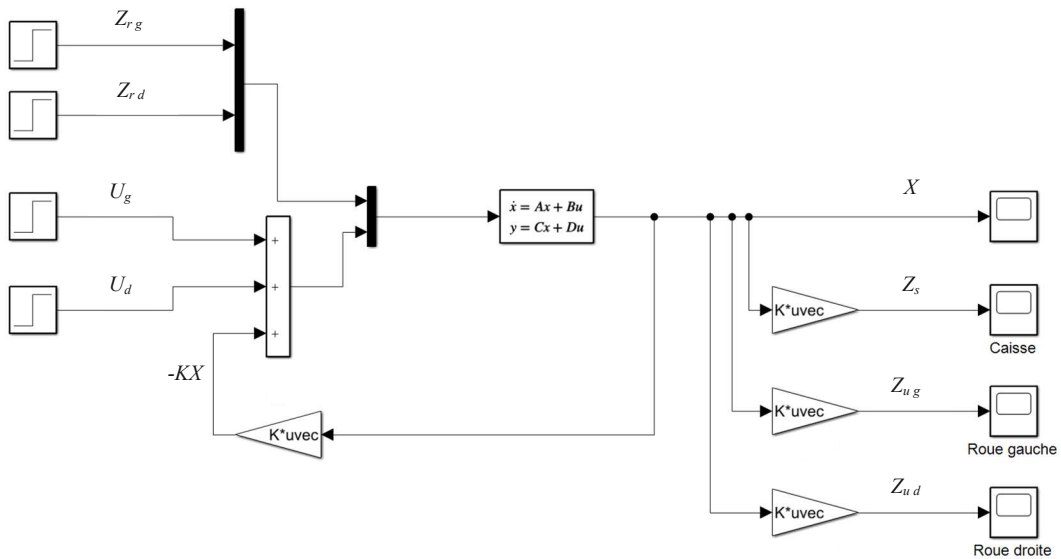
Tous les modèles de suspension d'un véhicule, établis aux chapitres précédents, sont implémentés sous l'environnement *MATLAB/SIMULINK*. Les entrées du système sont respectivement le profil de la route et la commande et la sortie du système sont les variables d'état du modèle. Le retour d'état est calculé en résolvant le problème de commande optimale de type *LQR* sous *MATLAB* en utilisant la macro-instruction ($K=lqr(A, B, Q, R)$) après avoir saisi les matrices régissant la dynamique du système (A et B) et choisi les matrices de pondération (Q et R) comme nous l'avons expliqué au chapitre précédent.

IV.4.3 Modèle de 1/2 de véhicule

Nous avons simulé aussi sous *SIMULINK* les deux modèles de suspension du 1/2 de véhicule (latéral et longitudinal) illustrés respectivement par les schémas blocs des figures (IV.2.a) et IV.2.b).



b) Modèle latéral



b) Modèle longitudinal

Figure (IV.2) Modèles sous *SIMULINK* d'une suspension active de 1/2 de véhicule

IV.4.4 Modèle du véhicule complet

Voici finalement, le schéma bloc simulant sous *SIMULINK* le modèle d'une suspension de véhicule complet.

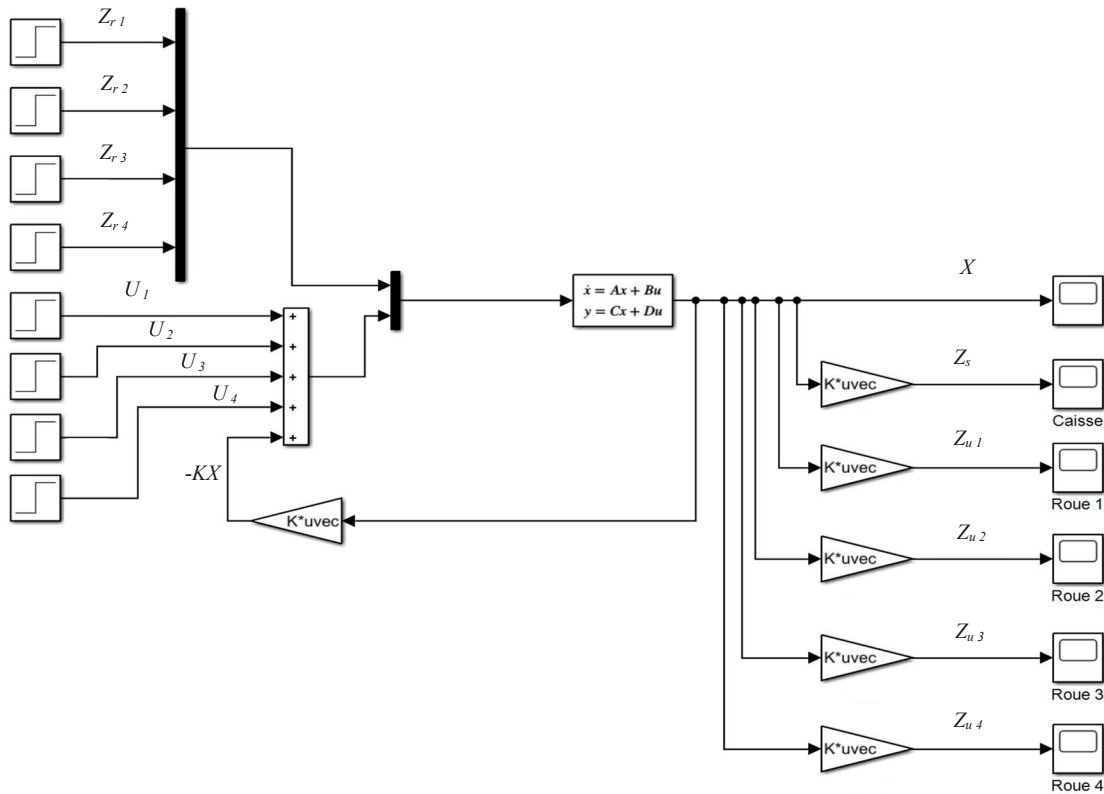


Figure (IV.3) Modèle sous *SIMULINK* d'une suspension active du véhicule complet

IV.5 Présentation et discussion des résultats de simulation

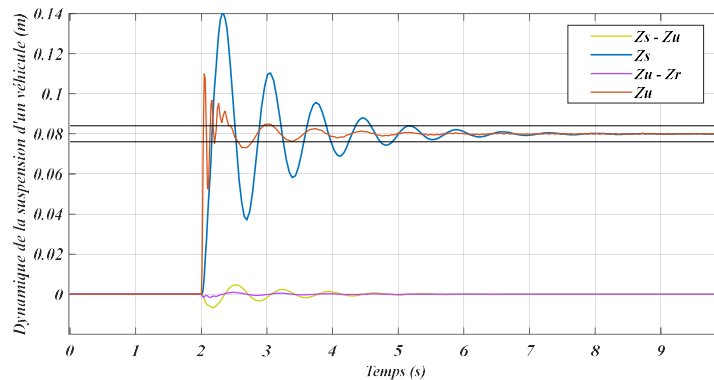
Présentons et discutons maintenant les différents résultats de simulation obtenus. Nous avons simulé la dynamique de la suspension du véhicule étudié dans les quatre cas présentés précédemment et ceci dans deux situations distinctes : en boucle ouverte (c'est-à-dire en absence de la commande ' $U=0$ ' ou encore en cas de suspension passive toute seule) et en boucle fermée (c'est-à-dire en présence de la commande ' $u=-KX \neq 0$ ' c'est-à-dire le véhicule est muni d'une suspension active). Les résultats de simulation sont obtenus dans le cas d'un profil de route supposé horizontal (pris comme origine des hauteurs : $Z_l=0$) et rectiligne (sans virage).

IV.5.1 Cas d'un quart de véhicule

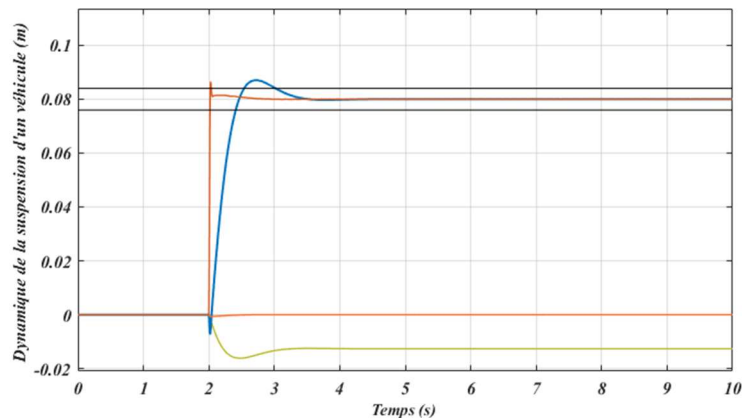
Dans cette section, nous allons nous intéresser à la présentation et la discussion des résultats de simulation de la suspension d'un quart de véhicule excitée par un échelon et un dos d'âne (tantôt hors norme et tantôt standard).

IV.5.1.1 Cas d'un échelon

Les courbes des figures suivantes (IV.4 et IV.5) représentent les résultats de simulation du système de suspension du $\frac{1}{4}$ de véhicule auquel nous avons introduit un échelon de (8cm) à $t=3$ s, en cas d'absence de la commande U (système en boucle ouverte) et en présence de la commande U (système en boucle fermée c'est-à-dire équipé d'une suspension active) :



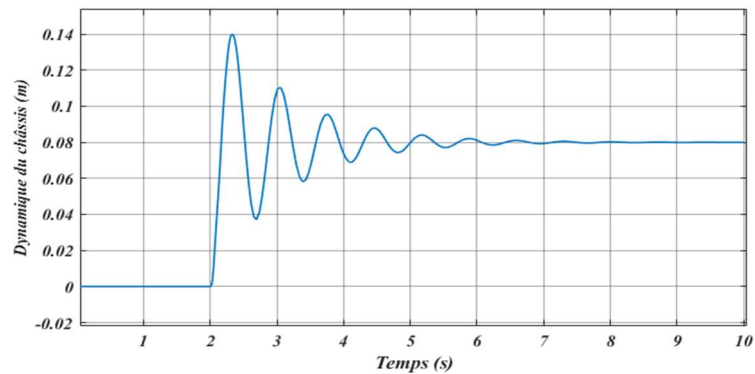
a) Système en boucle ouverte (suspension passive)



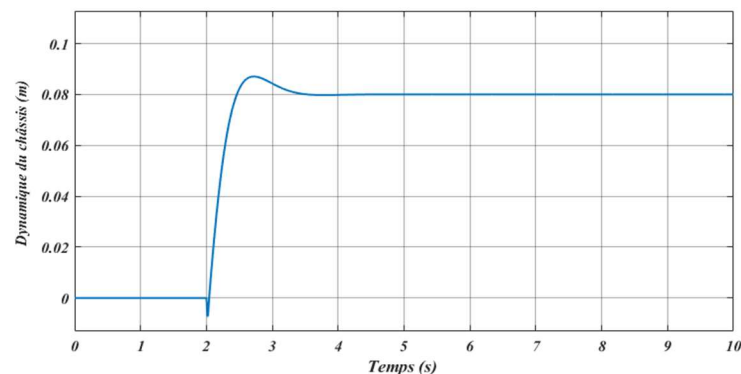
b) Système en boucle fermée (présence d'une suspension active)

Figure (IV.4) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un échelon

Nous avons remarqué qu'en introduisant un échelon sur le profil de la route, le temps de réponse de la dynamique du châssis (courbe en bleu) à 95% de la sortie finale est de 1 (s) en présence d'une suspension active ; il est très court relativement au temps de réponse du système muni d'une simple suspension passive qui est de 3.18 (s). En plus, nous avons noté moins d'oscillations (en boucle ouverte) au niveau de la dynamique de la roue (courbe en rouge). Celles-ci disparaissent pratiquement en boucle fermée.



a) Réponse en boucle ouverte (cas d'une suspension passive)



b) Réponse en boucle fermée (présence d'une suspension active)

Figure (IV.5) Dynamique du châssis dans le cas d'un modèle de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un échelon

IV.5.1.2 Cas d'un dos d'âne hors norme

Par ailleurs, les courbes des figures (IV.7 et IV.8) illustrent les résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule auquel nous avons introduit un dos d'âne hors norme

d'une crête de (8cm) centrée à $t=2$ s (voir figure IV.6), en cas d'absence de la commande (système en boucle ouverte) et en présence de la commande (système en boucle fermée c'est-à-dire équipé d'une suspension active). Cette perturbation de dos d'âne introduite sur le profil de la route est très sévère (similaire aux bosses hors norme qu'on trouve sur nos routes urbaines en particulier). Elle est modélisée ainsi :

$$Z_1(t) = 0.08 \times e^{-\left(\frac{t-2}{0.25}\right)^2} \quad (IV.1)$$

Ce qui correspond à un ralentisseur d'une longueur étroite de (1.033m) et une vitesse de véhicule de (3.72 km/h).

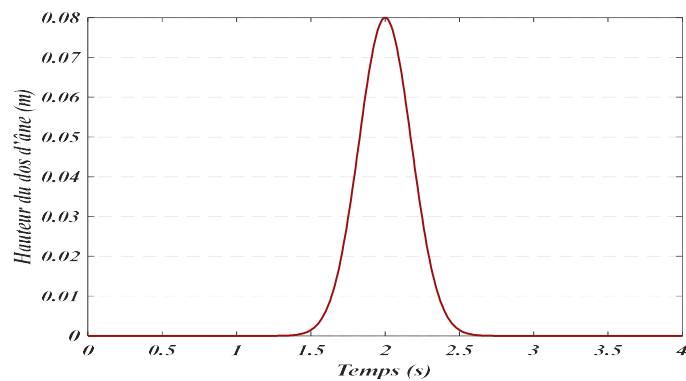
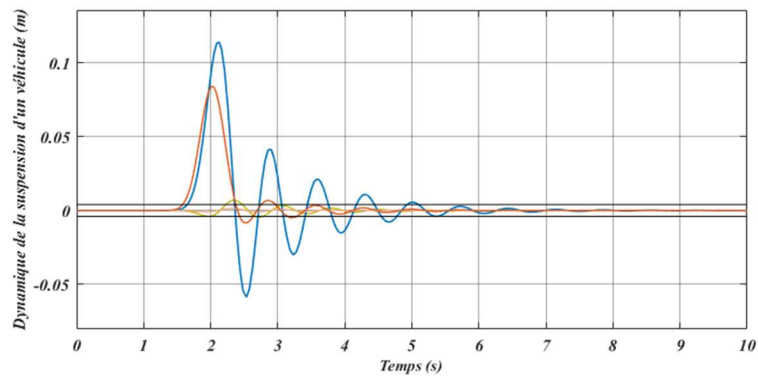
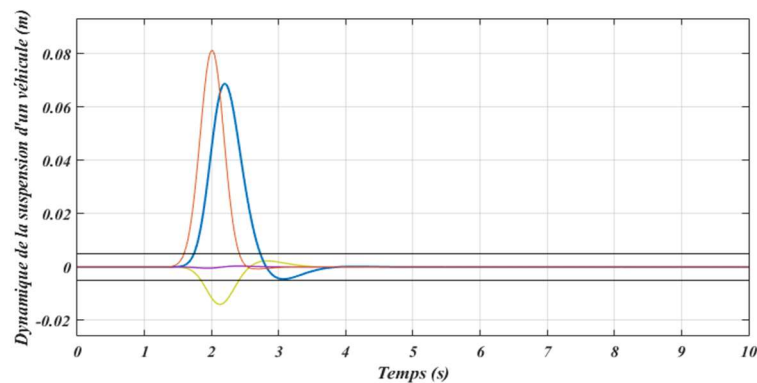


Figure (IV.6) Profil de la route perturbé par un dos d'âne hors norme

Les résultats de simulation, obtenus pour ce profil de route dans les mêmes conditions précédentes de la réponse en échelon, sont illustrés et discutés ci-après.



a) Système en boucle ouverte (suspension passive)



b) Système en boucle fermée (présence d'une suspension active)

Figure (IV.7) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un dos d'âne hors norme

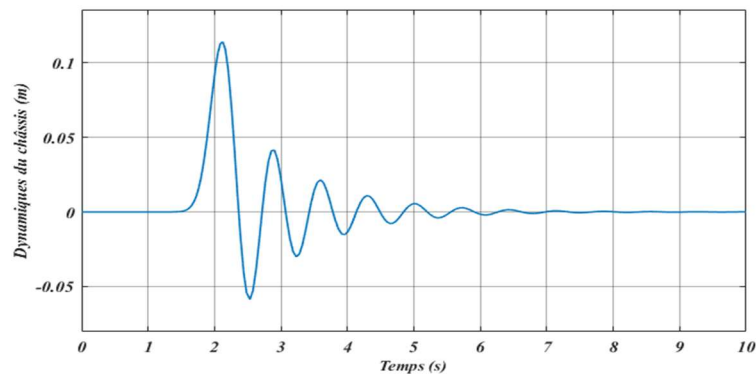
Nous avons noté qu'en introduisant un dos d'âne sur le profil de route, le temps de réponse de la dynamique du châssis (courbe en bleu) à 95% de la sortie finale est de 1.42 (s) en présence d'une suspension active ; il est trop court relativement au temps de réponse du système muni d'une simple suspension passive qui est de 3.69 (s). Par contre, le pic de cette réponse n'est pas loin de l'amplitude du dos d'âne, ce qui veut dire que la commande garde la même hauteur pratiquement entre le châssis et la roue en présence de la suspension active.

D'après les résultats obtenus, nous avons remarqué des différences majeures entre le mouvement vertical de la masse non suspendue (roue) et celui de la masse suspendue (châssis). En effet, les allures des deux dynamiques sont totalement différentes, avec des amplitudes beaucoup plus petites et plus amorties au niveau de la dynamique de la masse non suspendue, notamment en boucle ouverte.

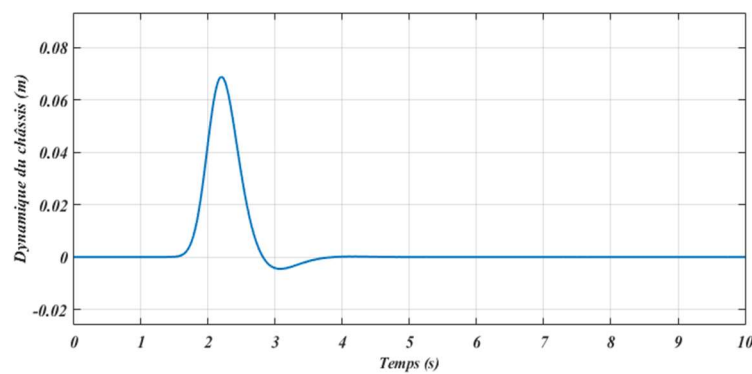
Par ailleurs, nous avons noté un pic de 0.14 m au niveau de la dynamique de la masse suspendue contre 0.117 m au niveau de la réponse de la masse non suspendue (dans le cas d'une suspension passive). Alors que, ces deux pics sont réduits à moins de 0.09 m en boucle fermée (en présence d'une suspension active munie d'une commande LQR) et ceci dans le cas d'un entrée en échelon.

En outre, nous avons noté un pic au niveau du déplacement de la masse suspendue de 0.11m contre 0.08 m pour le déplacement de la masse non suspendue, en boucle ouverte. Par contre, le système de suspension muni d'une action active pilotée par une commande optimale de type LQR améliore nettement la réponse dynamique du châssis qui marque un pic de 0.87 m seulement, dans le cas d'une perturbation par le dos d'âne hors norme de la figure (IV.6).

En comparant les performances des systèmes de suspension passive et active (pilotée par une commande LQR), il est clairement noté que la suspension active a donné une réponse dynamique d'un pic plus faible et d'un temps d'établissement plus court ce qui devrait se manifester par un meilleur confort de conduite.



a) Réponse en boucle ouverte (cas d'une suspension passive)



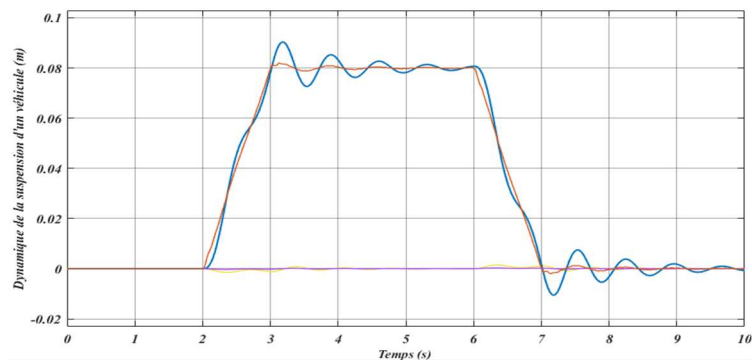
b) Réponse en boucle fermée (présence d'une suspension active)

Figure (IV.8) Dynamique du châssis dans le cas d'un modèle de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à un dos d'âne hors norme

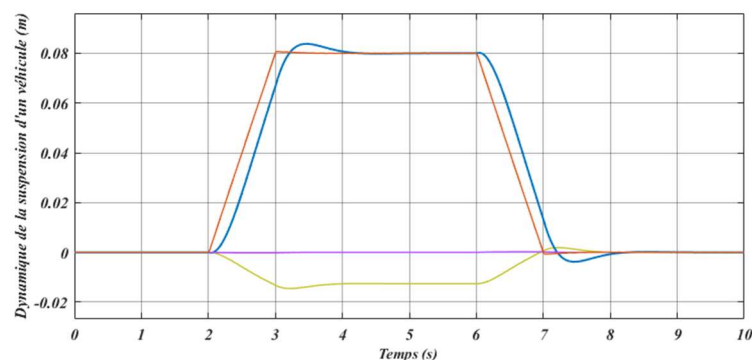
IV.5.1.3 Cas d'un dos d'âne normalisé

Un dos d'âne normalisé ne doit pas dépasser 10 centimètres de hauteur. S'il est de type trapézoïdal, il doit être composé de deux pentes de 1 à 1.4 mètres et d'un plateau de 2.50 à 4 mètres [41]. Dans cette section, nous allons présenter et discuter les résultats de simulation du modèle de suspension du véhicule (supposé en mouvement rectiligne et uniforme avec une vitesse de 3.72 (km/h) complet soumis à une perturbation sous forme d'un dos d'âne normalisé de forme trapézoïdale d'une hauteur de 8 cm, de deux pentes de 1.033 mètres et d'un plateau de 3.1 mètres, à partir de $t=2$ s. La figure suivante illustre la dynamique de la suspension étudiée en boucle ouverte et en boucle fermée.

On remarque une fois de plus l'apport de la suspension active avec un pic du déplacement du châssis de 0.083 m contre 0.09 m en boucle ouverte. De plus, le temps de réponse ou d'établissement de la réponse de la caisse est de 1.76 s en boucle fermée, il est très court comparativement à celui du cas de la boucle ouverte qui est de 2.3 s.



a) Dynamique de la suspension en boucle ouverte (suspension passive)



b) Dynamique de la suspension en boucle fermée (présence d'une suspension active)

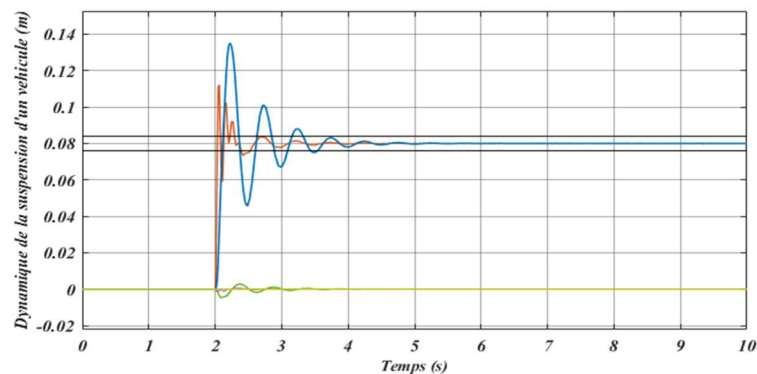
Figure (IV.9) Résultats de simulation du système de suspension de $\frac{1}{4}$ de véhicule soumis à une entrée sous forme d'un dos d'âne normalisé

IV.5.2 Cas d'un demi-véhicule

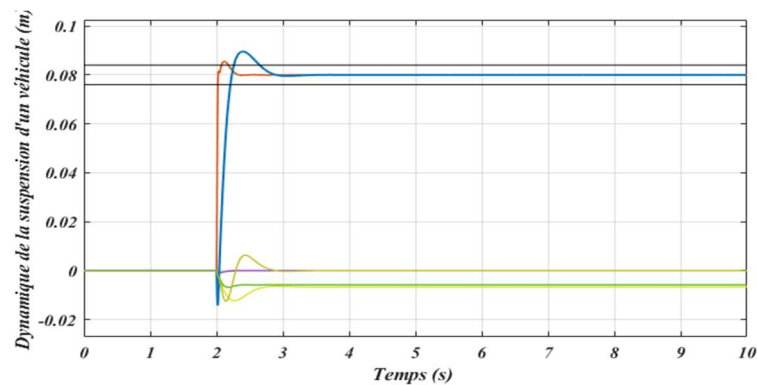
Dans cette section, nous allons présenter et discuter des résultats de simulation concernant la dynamique du système de suspension du demi-véhicule latéral et longitudinal en boucle ouverte et en boucle fermée. Nous nous limitons au cas d'une entrée en échelon (introduite sur le profil d'une route horizontale et rectiligne) appliquée à ce système.

IV.5.2.1 Cas d'un demi-véhicule latéral

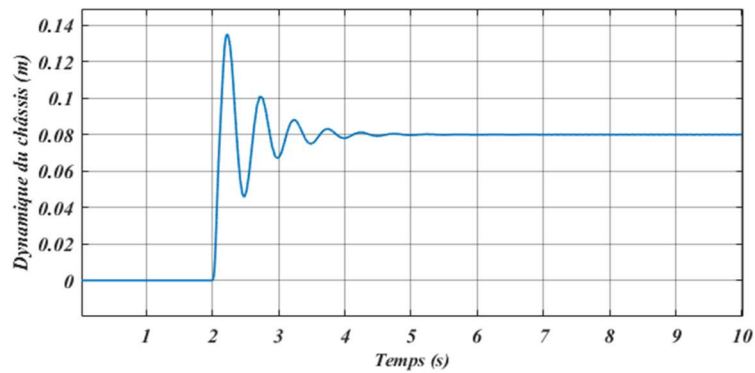
Nous supposons dans ce cas, que nous avons en plus une symétrie qui implique une similarité des réponses dynamiques gauche et droite du système de suspension. Les deux roues sont excitées simultanément et par le même échelon de route. On obtient alors les courbes des figures suivantes :



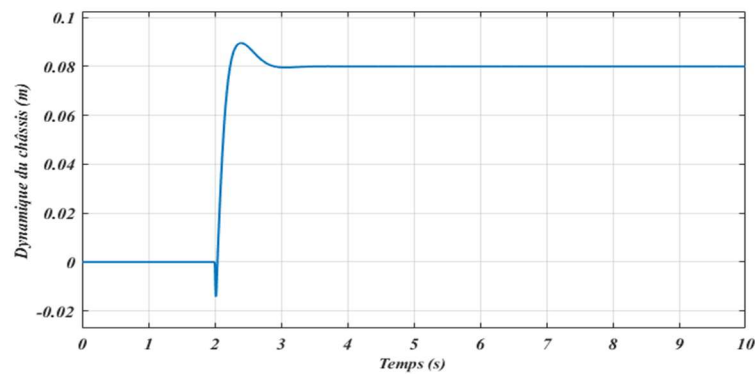
a) Dynamique de la suspension en boucle ouverte (suspension passive)



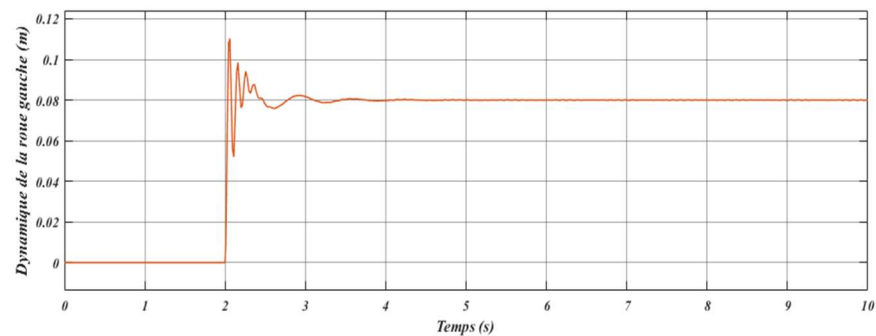
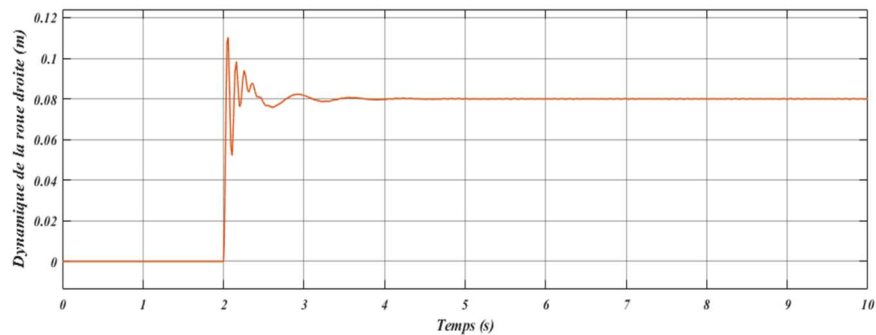
b) Dynamique de la suspension en boucle fermée (présence de la suspension active)



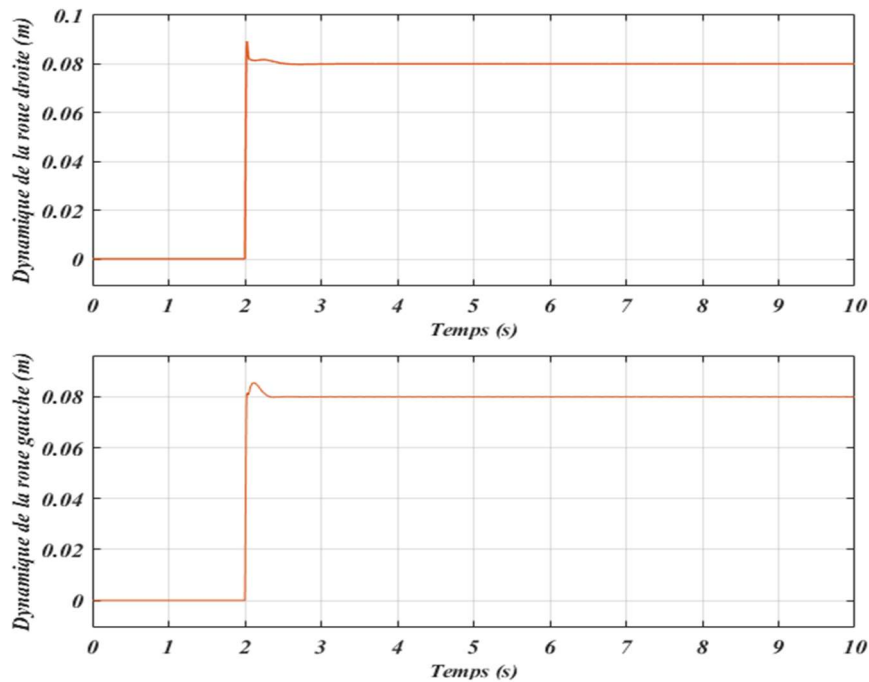
c) Dynamique du châssis en boucle ouverte (suspension passive)



d) Dynamique du châssis en boucle fermée (présence de la suspension active)



e) Dynamique des deux roues du demi-véhicule avant en boucle ouverte (suspension passive)



f) Dynamique des deux roues du demi-véhicule avant en boucle fermée (présence d'une suspension active)

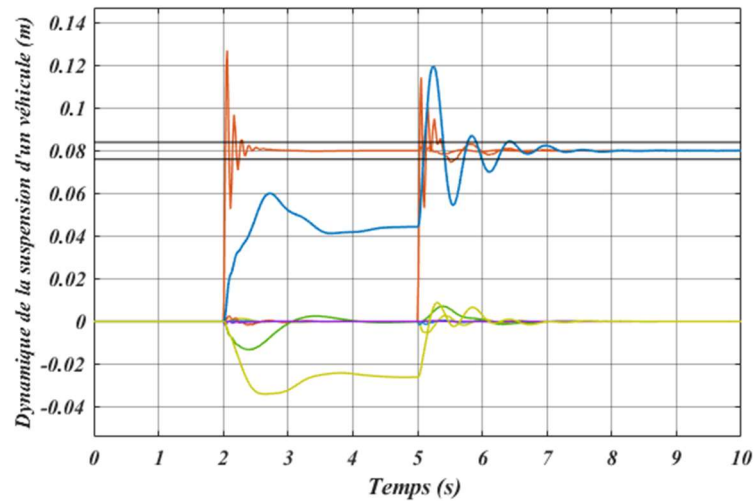
Figure (IV.10) Résultats de simulation du système de suspension du $\frac{1}{2}$ de véhicule latéral soumis à un échelon de 8 cm à $t=2s$

Dans l'ensemble, nous avons noté un pic du déplacement de la masse suspendue (châssis) de 0.135 m contre 0.11 m pour le pic du déplacement de la masse non suspendue, en boucle ouverte. Par contre, le système équipé d'une suspension muni d'une action active pilotée par une commande optimale de type *LQR* améliore nettement la réponse dynamique du châssis qui marque dans ce cas un pic de 0.09 m seulement. Cette même commande donne un bon temps de réponse de la dynamique du châssis (0.65s) comparativement à celui du cas de la boucle ouverte qui est de (1.55 s).

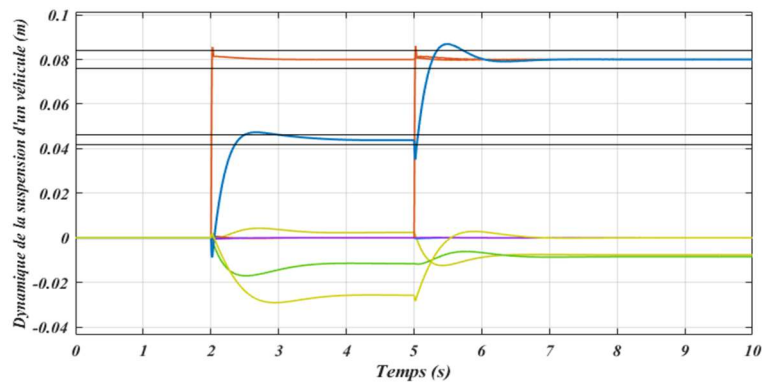
Notons également que le pic de la réponse dynamique des deux roues est de 0.11 m en boucle ouverte, contre 0.087 m dans le cas d'une suspension active pilotée par un contrôleur *LQR*.

IV.5.2.2 Cas d'un demi-véhicule longitudinal

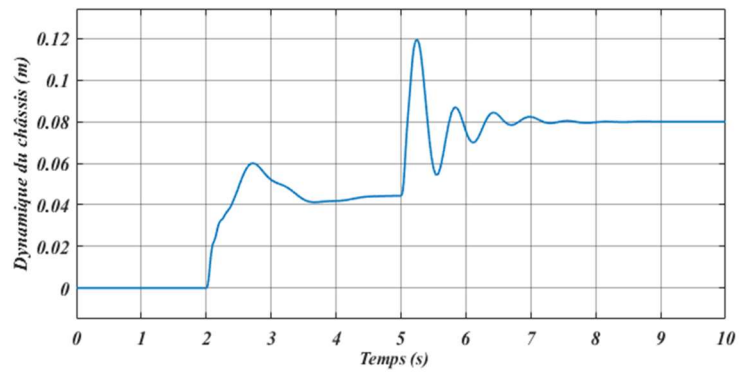
Nous supposons dans ce cas, que la roue avant et la roue arrière sont excitées par deux échelons de 8 cm décalés dans le temps de (3s) à $t=2$ s et $t=5$ s respectivement. On obtient alors les courbes des figures suivantes :



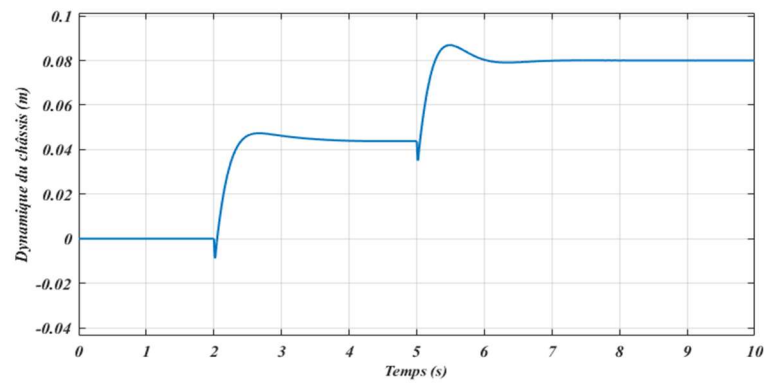
a) Dynamique de la suspension en boucle ouverte (suspension passive)



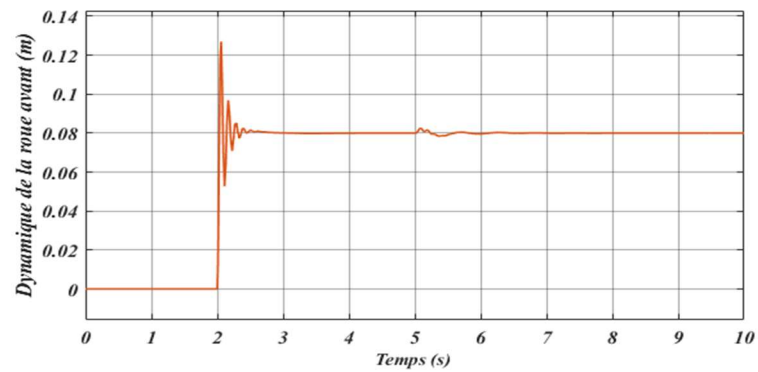
b) Dynamique de la suspension en boucle fermée (présence d'une suspension active)



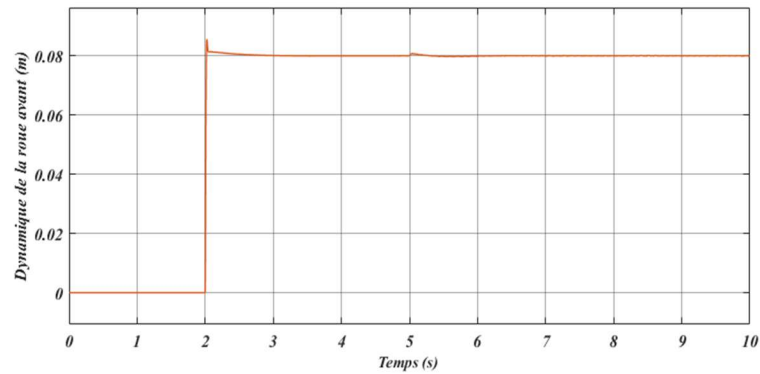
c) Dynamique du châssis en boucle ouverte (suspension passive)



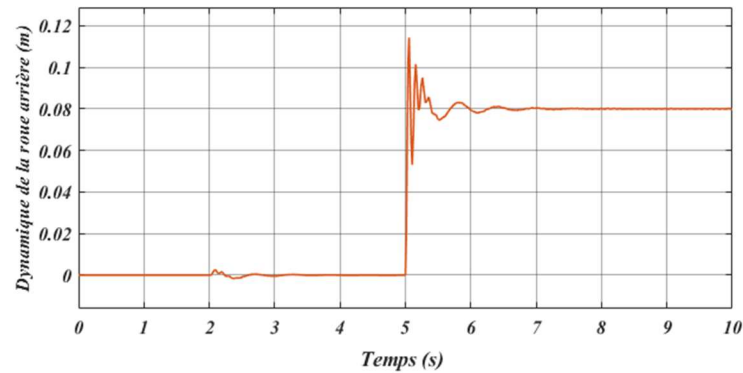
d) Dynamique du châssis en boucle fermée (présence d'une suspension active)



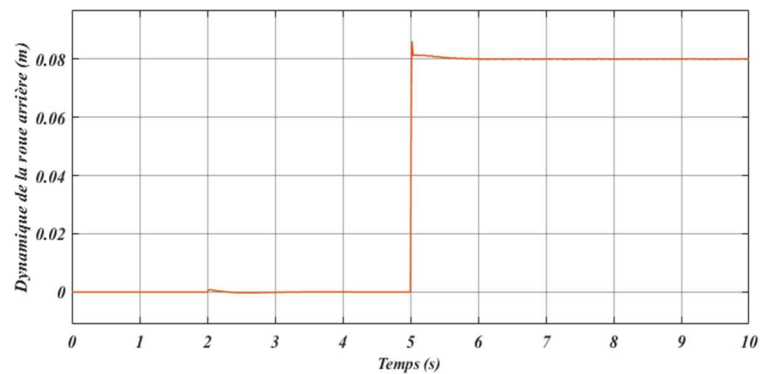
e) Dynamique de la roue avant en boucle ouverte (suspension passive)



f) Dynamique de la roue avant en boucle fermée (présence d'une suspension active)



g) Dynamique de la roue arrière en boucle ouverte (suspension passive)



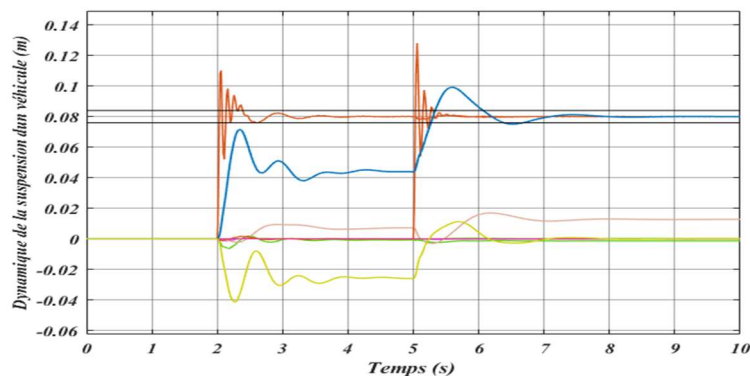
h) Dynamique de la roue arrière en boucle fermée (présence d'une suspension active)

Figure (IV.11) Résultats de simulation du système de suspension du $\frac{1}{2}$ de véhicule longitudinal soumis à un échelon de 8 cm à $t=2$ s et $t=5$ s

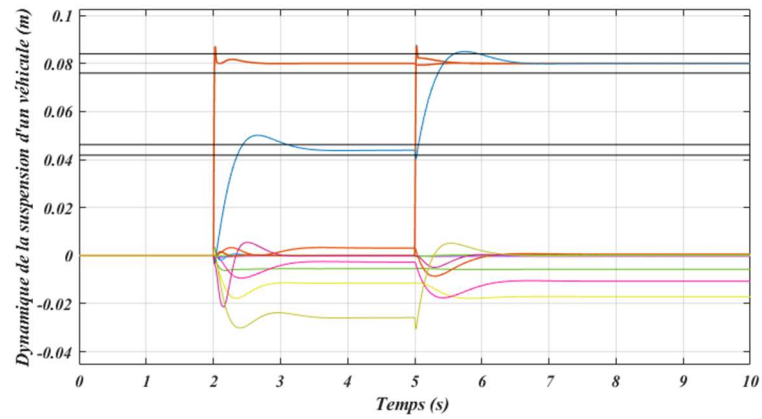
Nous avons remarqué dans ce cas de modèle de $\frac{1}{2}$ véhicule longitudinal, que le mouvement de la caisse est beaucoup plus influencé par l'excitation de la suspension arrière qu'avant, à cause de la dense répartition de masse du véhicule vers l'avant. En outre, cette dynamique du châssis marque un pic maximal de 0.12 m en boucle ouverte, contre un pic de 0.09 m en boucle fermée. Pour les roues, nous avons noté des dynamiques avant et arrière pratiquement découplées. Celles-ci présentent des pics de 0.126 m pour la roue avant et 0.114 m pour la roue arrière, en boucle ouverte. En contrepartie, en appliquant la commande *LQR*, ces pics deviennent 0.085 m pour la roue avant et 0.086 m pour la roue arrière.

IV.5.3 Cas du véhicule complet

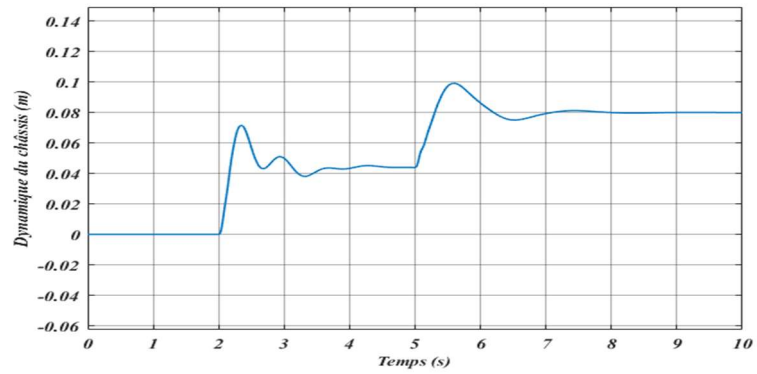
Dans cette section, nous allons présenter et discuter les résultats de simulation concernant la dynamique du système de suspension du véhicule complet en boucle ouverte et en boucle fermée. Nous nous limitons également au cas de l'introduction d'un échelon (sur le profil d'une route supposée horizontale et rectiligne) appliqué à ce système. Ceci va nous permettre d'illustrer la dynamique des 4 roues du véhicule et sa caisse. Les deux roues avant et les deux roues arrière sont excitées respectivement par des échelons semblables de 8 cm mais décalés dans le temps de (3s) à $t=2$ s et $t=5$ s respectivement. On obtient alors les courbes des figures suivantes :



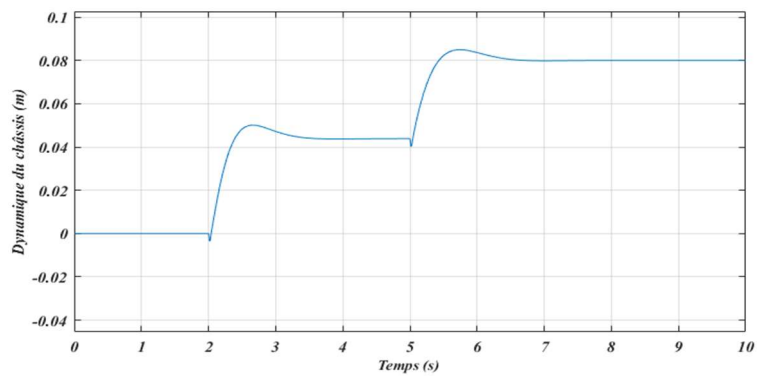
a) Dynamique de la suspension en boucle ouverte (suspension passive)



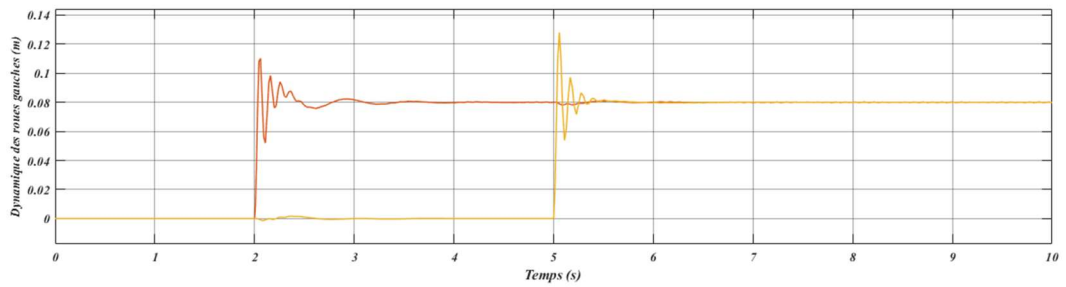
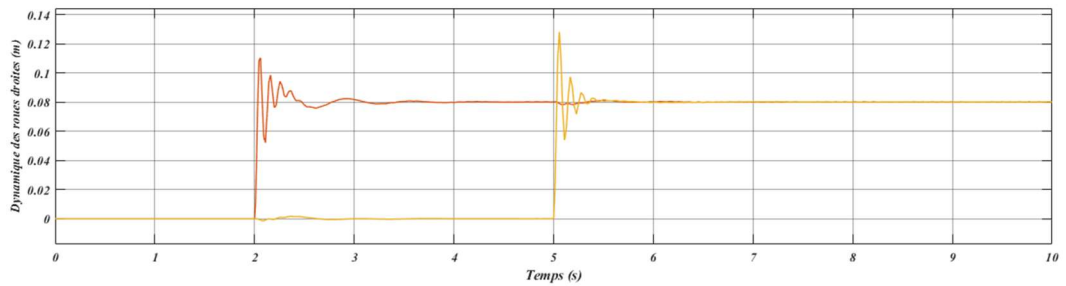
b) Dynamique de la suspension en boucle fermée (présence d'une suspension active)



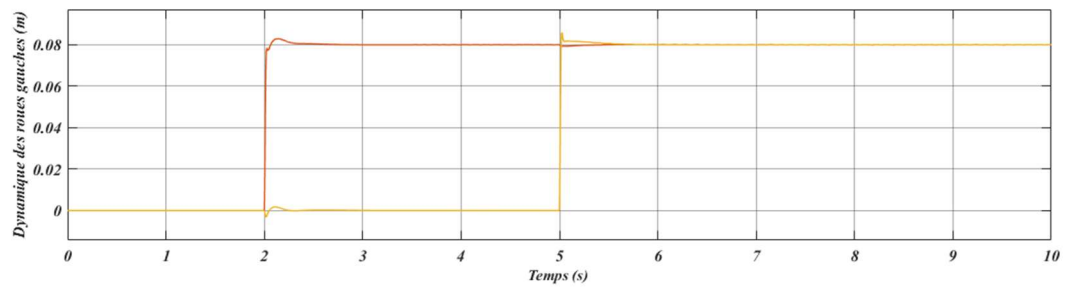
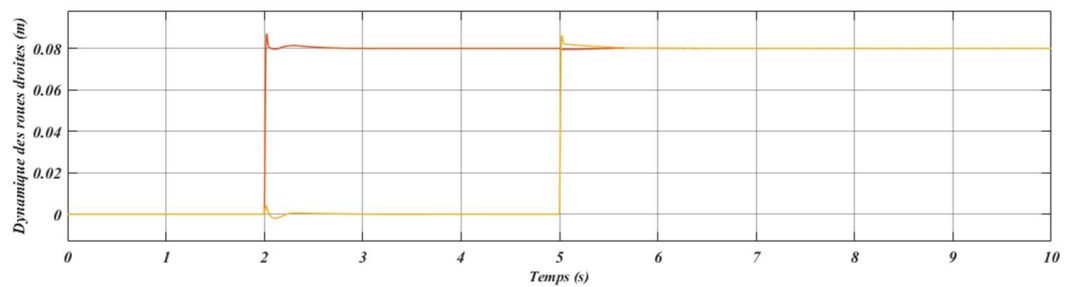
e) Dynamique du châssis en boucle ouverte (suspension passive)



d) Dynamique du châssis en boucle fermée (présence d'une suspension active)



e) Dynamique des roues en boucle ouverte (suspension passive)



f) Dynamique des roues en boucle fermée (présence d'une suspension active)

Figure (IV.12) Résultats de simulation du système de suspension du véhicule complet soumis à un échelon de 8 cm à $t=2$ s et $t=5$ s

Les courbes des figures précédentes illustrent les réponses dynamiques du modèle de suspension du véhicule complet (sans et avec action active à base d'une commande LQR).

On y distingue principalement le déplacement des masses non suspendues c'est-à-dire les roues (courbes en rouge) et de la masse suspendue c'est-à-dire le châssis (courbes en bleu).

D'après la réponse dynamique de la suspension du véhicule complet en boucle ouverte, nous avons noté un pic maximal du déplacement de la caisse (la masse suspendue) de 0.1m et un pic des masses non suspendues de 0.11 m pour les deux roues avant et de 0.13 m pour les deux roues arrières. La concentration de la masse sur l'essieu avant du véhicule justifie cet ordre de grandeur des pics au niveau des déplacements verticaux des roues.

Après introduction d'une suspension active pilotée par une commande *LQR*, nous avons remarqué une amélioration nette dans les réponses dynamiques du système de suspension. En effet, nous avons constaté un pic maximal du déplacement de la caisse (la masse suspendue) de 0.085m et un pic des masses non suspendues de 0.087m pour les deux roues avant et de 0.089 m pour les deux roues arrières.

Le tableau suivant résume l'ensemble des temps de réponse et des pics de la dynamique du châssis d'un véhicule pour chacun des modèles étudiés de la suspension (*2DDL*, *4DDL* latéral, *4DDL* longitudinal et *7DDL*) et montre une fois de plus et d'une manière claire l'effet bénéfique de la suspension active sur la dynamique du châssis ce qui améliore nettement le confort des passagers.

Tableau (IV.2) Temps de réponse et pic de la dynamique du châssis pour différents modèles de suspension d'un véhicule

| <i>Modèle</i> | <i>Sans suspension active</i> | | <i>Avec suspension active</i> | |
|--|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|
| | <i>Temps de réponse (s)</i> | <i>Pic (m)</i> | <i>Temps de réponse (s)</i> | <i>Pic (m)</i> |
| <i>¼ de véhicule (cas d'une entrée en échelon)</i> | 3.18 | 0.14 | 1 | 0.088 |
| <i>¼ de véhicule (cas d'une entrée sous forme de dos d'âne hors norme)</i> | 3.69 | 0.114 | 1.42 | 0.068 |
| <i>¼ de véhicule (cas d'une entrée sous forme de dos d'âne normalisé)</i> | 2.2 | 0.09 | 1.7 | 0.083 |
| <i>½ de véhicule latéral</i> | 1.55 | 0.135 | 0.65 | 0.09 |
| <i>½ de véhicule longitudinal</i> | 2 | 0.12 | 1 | 0.09 |
| <i>Véhicule complet</i> | 1.68 | 0.1 | 1.1 | 0.085 |

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et discuté les résultats de simulation concernant les réponses dynamiques de différents modèles du système de suspension ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et véhicule complet) pour deux perturbations distinctes du profil de route (un échelon et un dos d'âne). Nous nous sommes concentrés sur la dynamique du châssis reflétant directement le confort des passagers. À partir de ces résultats de simulation informatique, nous avons montré clairement l'apport et la supériorité de la suspension active en termes de performances dynamiques (pics, oscillations et temps d'amortissement des oscillations) comparativement à la suspension passive.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons traité la modélisation d'un système de suspension active d'un véhicule et la synthèse d'une loi de commande optimale de type *LQR* dédiée au pilotage de la dynamique de ce système de suspension automobile en vue d'améliorer le confort de conduite et la tenue de route du véhicule.

Tout d'abord, nous avons présenté les différents types et les éléments mécaniques d'une suspension. Ensuite nous nous sommes consacrés à la représentation mathématique des différents modèles d'un système de suspension. En effet, nous avons pu établir les modèles *2DDL*, *4DDI* et *7DDL* d'un véhicule correspondant respectivement aux modèles régissant la dynamique véhicule de la suspension de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et du véhicule complet. Ces modèles ont été élaborés en boucle ouverte (cas d'une suspension passive) et en boucle fermée (c'est-à-dire en présence d'une suspension active également).

En outre, nous avons présenté et synthétisé une commande optimale de type *LQR* dédiée au pilotage des différents modèles de suspension active élaborés.

Par ailleurs, des résultats de simulation, concernant les différents modèles de suspension d'un véhicule (en boucle ouverte et en boucle fermée) soumis à des perturbations sur le profil de route (sous forme d'échelon brut et de dos d'âne) ont été représentés et discutés.

Ces résultats de simulation obtenus dans le cadre de cette mémoire, sont prometteurs et montrent l'efficacité de la commande *LQR* en termes d'amortissement des vibrations de la caisse du véhicule, cependant des travaux futurs peuvent améliorer ces résultats.

En effet, plusieurs constatations peuvent être tirées de ces résultats de simulation obtenus dans le cadre de notre travail :

- La suspension active améliore substantiellement l'aspect confort du passager, tout en préservant l'aspect sécurité du véhicule constant. Alors que la suspension passive améliore l'aspect de sécurité tandis que l'aspect confort est relativement dégradé.

- Le contrôleur LQR appliqué à la suspension active ne réduit pas pratiquement le premier pic des vibrations pour la plupart des cas comparativement à la suspension passive ; par contre il donne un temps de stabilisation plus rapide par rapport au système de suspension passive ;
- La commande LQR a une capacité acceptable de s'adapter aux variations de perturbations de route.

A l'issue de ce travail, nous avons jugé utile d'avancer un ensemble de perspectives d'un intérêt de premier plan pour une continuation éventuelle du présent travail :

- Il serait judicieux de comparer les performances de la commande LQR à d'autres techniques de commande que ce soit un régulateur PID ou PID flou par exemple ou des techniques avancées telles que la commande adaptative ou optimale de type $H2/\infty$;
- Il serait bénéfique aussi de tester et évaluer les performances de cette commande et sa robustesse face à d'autres régimes de fonctionnement (déséquilibres, variation des paramètres, variations diversifiées et aléatoire du profil de la route, ... etc.).

Bibliographie

Bibliographie

- [1] Zhang R., Zhao L. Qiu, X. Zhang H. and Wang X. (2020), *A Comprehensive Comparison of the Vehicle Vibration Energy Harvesting Abilities of the Regenerative Shock Absorbers Predicted by the Quarter, Half and Full Vehicle Suspension System Models*. Applied Energy, Vol. 272, pp. DOI: 10.1016/j.apenergy.2020.115180.
- [2] Aly A. A. and Salem F. A. (2013), *Vehicle Suspension Systems Control: A Review*. International Journal of Control, Automation and Systems, Vol. 2(2), pp. 46-54.
- [3] Nireesh J., Archana N. and Raj, G. A. (2019), *Optimisation of Linear Passive Suspension System Using MOPSO and Design of Predictive Tool with Artificial Neural Network*. Studies in Informatics and Control, 28(1), pp.105-110.
- [4] Mitra A. C., Desai G. J., Patwardhan S. R., Shirke P. H., Kurne W. M. and Banerjee N. (2016), *Optimisation of Passive Vehicle Suspension System by Genetic Algorithm*. Procedia Engineering, Vol. 144, pp.1158-1166.
- [5] Wei C., Cai Y., Zhang K., Wang Z. and Yu W. (2020), *Novel Optimal Design Approach for Output-Feedback H_∞ Control of Vehicle Active Seat-Suspension System*. Asian Journal of Control, Vol. 22(1), pp. 411-422.
- [6] Khodadadi H. and Ghadiri H. (2018), *Self-Tuning PID Controller Design Using Fuzzy Logic for Half Car Active Suspension System*. International Journal of Dynamics and Control, Vol. 6(1), pp. 224-232.
- [7] Nagarkar M. P., Bhalerao Y. J., G.J. Vikhe Patil G.J., and Zaware Patil R.N. (2018), *Multi-Objective Optimisation of Non-Linear Quarter Car Suspension System–PID and LQR control*. Procedia Manufacturing, Vol. 20, pp. 420-427.
- [8] --, *Types et Sélection de la Meilleure Suspension de Voiture*. Disponible à : [https://fr.search.yahoo.com/Types et sélection de la meilleure suspension de voiture+\(med-auto.com\)](https://fr.search.yahoo.com/Types+et+sélection+de+la+meilleure+suspension+de+voiture+(med-auto.com)), consulté le (10/04/2021).
- [9] --, *Benz Patent Motorwagen*. Disponible à : <https://www.turbosquid.com/fr/3d-models/benz-patent-motorwagen-motor-max/619784>, Consulté le (10/04/2021).
- [10] Arana C. R. (2015), *Active Variable Geometry Suspension for Cars*. PhD Thesis in Electrical & Electronic and Mechanical Engineering, Imperial College - London, United Kingdom.
- [11] Robert A. and Lemond, (1907 to 1913), *the Brush Roundabout - Everyman's Car*. National Library of Australia Cataloguing-in-Publication Entry, 111: 45, ISBN: 9780646949000.

- [12] --, *Popular Mechanic Google Livres*. Disponible à : <https://fr.search.yahoo.com/search?fr=mcafee&type=E210FR91105G0&p=Popular+Mechanics+-+Google+Livres>, Consulté le (5/03/2021).
- [13] --, *Citroen High-Pressure Hydraulics Overview*. Disponible à : [https://fr.search.yahoo.com/search?fr=mcafee&type=E210FR91105G0&p=Citro%C3%ABn+high+pressure+hydraulics+-+overview+\(citroenet.org.uk\)](https://fr.search.yahoo.com/search?fr=mcafee&type=E210FR91105G0&p=Citro%C3%ABn+high+pressure+hydraulics+-+overview+(citroenet.org.uk)), Consulté le (5/3/2021).
- [14] --, *Citroën DS 1955-1975 Dimensions*. Disponible à : <https://www.carsized.com/en/cars/citroen-ds-1955-sedan/>, Consulté le (5/03/2021).
- [15] --, *The Cadillac Service Member, General Motors Crop, Vol. 31(11) 1957*.
- [16] --, *1958 Cadillac Eldorado Brougham Town Car Prototype*. Disponible à : https://fr.search.yahoo.com/search;_ylt=AwrJQ5zDyOVgSwYAlRwk24IQ;_ylc=X1MDMTM1MTIxMTgxMgRfcgMyBGZyA21jYWZlZQRncHJpZAM4Q0plRTdWYVJWT1RtZS5ZYzJnbDNBBG5fcnNsdAMwBG5fc3VnZwMwBG9yaWdpbgNmci5zZWYy2gueWFob28uY29tBHBvcwMwBHBxc3RyAwRwcXN0cmwDMARxc3RybAM3OARxdWVyeQMxOTU4JTlWQ2FkaWxsYWMIjBFbGRvcmlkbyUyMEJyb3VnaGFtJTlWVG93biUyMENhciUyMFBYb3RvdHlwZSUyMCU3QyUyMENhZGlsbGFjJTlWJTdDJTIwU3VwZXJDYXJzLm5ldCUyMAR0X3N0bXADMTYyNTY3MjA0Mg?p=1958+Cadillac+Eldorado+Brougham+Town+Car+Prototype+%7C+Cadillac+%7C+SuperCars.net+&fr2=sb-top&fr=mcafee&type=E210FR91105G0, Consulté le (5/03/2021).
- [17] --, *Historique de Lotus*. Disponible à : <http://www.espritfactfile.com/Misc.html>, Consulté le (5/3/2021).
- [18] --, *Lotus 91*. Disponible à : <https://www.pinterest.com/ptmoore42/lotus-91/>, Consulté le (5/3/2021).
- [19] --, *Toyota Celica 1989-1993*. Disponible à : <http://stubs-auto.fr/t/toyota-celica-1989-1993/>, Consulté le (5/4/2021).
- [20] --, *Bose Suspension*. Disponible à : <https://www.automobilemag.com/news/bose-suspension/>, Consulté le (5/4/2021).
- [21] Guglielmino E., Stammers W. C., Sireteanu T., Ghita G. aand Giuclea. M. (2008), *Semi-Active Suspension Control*. Springer-Verlag London Limited, ISBN 978-1-84800-230-2.
- [22] --, *The Boser Suspension Front Module*. Disponible à : https://www.researchgate.net/figure/The-BOSER-Suspension-Front-Module-The-Figure-10-36-shows-the-face-module-of-a-BOSE_fig6_342709899, Consulté le (5/4/2021).
- [23] --, *Michelin Active Wheel*. Disponible à : <https://www.4legend.com/2016/michelin-active-wheel-une-technologie-de-roues-motorisees-prometteuse/>, Consulté le (5/4/2021).

-
- [24] --, *Audi A8 Suspension Active*. Disponible à : <https://motorsactu.com/laudi-a8-sequipe-dune-suspension-active-predictive/>, Consulté le (5/4/2021).
- [25] --, *Automobile Suspension System*. Disponible à : <https://www.marketsandmarkets.com/PressReleases/automobile-suspension-systems.asp>, Consulté le (5/4/2021).
- [26] Fahmi M., Tamaldin N., Sudrajat A. and Ahmad F. (2018), *Review on Active Suspension System*. Universiti Teknikal Malaysia Melaka, Indonesia.
- [27] Martins S., Esteves J., Da Silva F., Verdelho P., *Electromagnetic Hybrid Active-Passive Vehicle Suspension System*. Escola Superior de Tecnologia, Lisbon, Portugal.
- [28] Al-Zughaibi A. (2019), *Automotive Suspension System Modelling and Controlling*. PhD Thesis, Cardiff University, United Kingdom.
- [29] Sleiman H. (2010), *Systèmes de Suspension Semi-Active à Base de Fluide Magnéto Rhéologique pour l'Automobile*. Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, France.
- [30] Jordan M. (2019), *Active Body Control*. Disponible à : <https://mbpassion.de/2019/12/blick-auf-das-e-active-body-control-fahrwerk/>, Consulté le (5/05/2021).
- [31] Samuel G . B. (2006), *Étude d'un Système de Contrôle pour Suspension Automobile*. Mémoire de Master, Université de Chicoutimi - Québec, Canada.
- [32] Honghai L., Huijun G. and Ping L. (2014), *Handbook of Vehicle Suspension Control Systems*. Institution of Engineering and Technology; London, United Kingdom.
- [33] Mudduluru S. R., Chizari M. (2021), *Quarter and Full Car Models Optimization of Passive and Active Suspension System Using Genetic Algorithm*, Computer Science, ID: 231728592.
- [34] Ikenaga S., Lewis F.L. (2000), *Active Suspension Control of Ground Vehicle Based on a Full-Vehicle Model*. In Proceedings of the 2000 American Control Conference (ACC-IEEE), Vol. 6, pp. 4019-4024.
- [35] Ismail M. F., Peng K., Hamzah N., Sam Y. Md., Aripin M. K. and Che Hasan M. H. (2012), *A Linear Model of Quarter Car Active Suspension System Using Composite Nonlinear Feedback Control*. In *IEEE Student Conference on Research and Development (SCOReD)*, pp. 98-103, Pulau Pinang - Malaysia.
- [36] Hrovat D. (1997), *Survey of Advanced Suspension Developments and Related Optimal Control Applications*. Automatica, Vol.33 (10), pp.1781–181, Great Britain.
- [37] Avesh M. and Srivastava R. (2012) *Modeling Simulation and Control of Active Suspension System in Matlab Simulink Environment*. In *IEEE Student Conference on Research and Development (SCOReD)*, pp. 1-6, Pulau Pinang - Malaysia.

- [38] Issadi T. et Saad M. (2014), *Conception de la Commande Linéaire Quadratique régulateur (LQR) 'Robustifiée' en Utilisant l'Optimisation H_2/H_∞ (Appliquée à la Commande d'un Drone)*, Mémoire de Master, Université de Tizi-Ouzou, Algérie.
- [39] Elmadany M. and Al-Majed M. (2001), *Quadratic Synthesis of Active Controls for a Quarter-Car Model*. Journal of Vibration and Control, Vol. 7, pp. 1237-1252, DOI: 10.1177/107754630100700806.
- [40] Jibril M., Tadese E. (2020), *A Quart Car Active Suspension System Design Using Optimal and Robust Control Method*, E-ISSN: 2582-5208, Vol. 2 (3), IRJMETS.
- [41] --, *Quelles Réglementations et Normes pour les Ralentisseurs ?* Disponible à : <https://www.securinorme.com/prevention-au-travail/>, Consulté le (20/09/2021).