

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
جامعة عمار ثليجي بالأغواط
UNIVERSITE AMAR TELIDJI LAGHOUAT
كلية التكنولوجيا
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT GENIE MECANIQUE



Mémoire de MAGISTER
Département: Génie Mécanique
Option: Systèmes Thermique et Energétiques

Par :

BOUGHEZALA HAMAD Ahmed

THEME

**CONVECTION THERMIQUE DANS UNE CAVITE
CYLINDRIQUE AXISYMETRIQUE EN PRESENCE
D'UN CHAMP MAGNETIQUE EXTERNE**

Soutenu publiquement devant le jury composé de:

Mr. Ahmed YOUSFI	M.C.A	President
Mr. Said BOUABDALLAH	M.C.A	Rapporteur
Mr. Ahmed BENCHATTI	Pr.	Examineur
Mr. Ahmed MEDJELLED	M.C.A	Examineur

Année Universitaire 2013/2014

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur Said BOUABDALLAH Maître de conférence à l'université Amar TELIDJI – Laghouat. Je le remercie pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je remercie vivement Monsieur Abdelmalek ATTIA, Maître assistant à l'Université d'El-oued, pour la confiance qu'il a placée en moi, pour sa disponibilité permanente, pour sa patience, pour ses conseils, pour sa contribution majeure de l'orientation de ma recherche, pour son aide et son soutien permanents.

Je tiens à remercier les membres de mon comité de surveillance pour me laisser l'honneur de juger et de développer ce travail modeste.

Je remercie également tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à compléter ce travail, en particulier tous les enseignants du Département de génie mécanique, Université de Laghouat.

Mes remerciements vont également au groupe de travail à l'université de Laghouat constitué de Messieurs ATTIA Ahmed, BENNICHE Hamza.

Enfin, je tiens à remercier ma famille pour leur soutien et leur sacrifice qui a rendu cela possible.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

A mes très chers parents pour leurs dévouements, leurs amours, leurs sacrifices et leurs encouragements. Que ce travail soit, pour eux, un faible témoignage de ma profonde affection et tendresse.

A mes frères et ses femmes.

A mes sœurs et leurs conjoints .

A toute ma famille et à tous mes chers amis.

A tous mes amis et camarades en l'université de LAGHOUAT.

BOUGHEZALA HAMAD AHMED

Convection thermique dans une cavité cylindrique axisymétrique en présence d'un champ magnétique externe

Résumé:

Une étude numérique du transfert thermique convectif dans une cavité cylindrique axisymétrique similaire à celle utilisée dans la configuration de Czochralski (Cz) rempli d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.011$), du conducteur de l'électricité, a été présentée. Le Logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis est utilisé, pour résoudre numériquement les équations de Navier Stokes, de la continuité, de l'énergie et de potentielle électrique. L'effet de l'augmentation du nombre de Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ et 50) pour une valeur du nombre Grashof ($Gr = 10^6$) dans le cas de convection naturelle a été étudié, et pour différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri = 0.5$, et 10) dans le cas de convection mixte (en Co/contre-rotation de disques d'extrémités) a été présenté et discuté. L'effet d'orientation du champ magnétique est également pris en compte pour différentes valeurs du nombre de Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$). La plus forte stabilisation des flux convectifs se produit lorsque le champ magnétique est appliqué dans la direction radiale.

Mots clés : Convection thermique, méthode de Czochralski, champ magnétique, méthode des volumes finis.

Thermal convection in an axisymmetric cylindrical cavity in the presence of an external magnetic field

Abstract:

A numerical study of convective heat transfer in an axisymmetric cylindrical cavity similar to the configuration used in Czochralski (Cz) filled with a fluid low Prandtl number ($Pr = 0.011$) of electrically conductive , was presented . The Fluent software based on the finite volume method is used to numerically solve the Navier-Stokes equations, continuity, energy and electric potential. The effect of the increase of Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ and 50) for a value of the Grashof number ($Gr = 10^6$) in the case of natural convection was studied, and for different values of the Richardson number ($Ri = 0.5$, and 10) in the case of mixed convection (Co / cons - rotation of discs ends) was presented and discussed. The effect of orientation of the magnetic field is also taken into account for different values of the Hartmann number ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$). The greatest stabilization convective flow occurs when the magnetic field is applied in the radial direction.

Keywords: Convection heat, Czochralski method, magnetic field, finite volume method.

الحمل الحراري في تجويف أسطواني متناسق مع المحور في وجود مجال مغناطيسي خارجي

ملخص :

دراسة عددية لانتقال الحمل الحراري في تجويف أسطواني متناسق مع المحور مماثلة إلى التكوين المستخدمة في تجربة Czochralski مملوءة بسائل مع عدد برنولد صغير و واصل للكهرباء . ويستخدم برنامج الفلويينت على أساس أسلوب الحجوم المنتهية في حل المعادلات التفاضلية نافير ستوكس ، والاستمرارية والطاقة و الجهد الكهربائي عدديا . تمت دراسة تأثير زيادة عدد هارتمان ($0, 5, 10, 20, 30$ و 50) لقيمة من عدد غراتشوف (10^6) في حالة الحمل الحراري الطبيعي ، و تمت مناقشة تأثير زيادة عدد هارتمان على قيم مختلفة لعدد ريتشاردسون (0.5 و 10) في حالة الحمل الحراري المختلط (في حالة دوران أقراص النهاية في نفس الاتجاه وفي عكس الاتجاه). يؤخذ تأثير اتجاه المجال المغناطيسي أيضا بعين الاعتبار لقيم مختلفة من هارتمان ($0, 5, 10, 20, 30$ و 50) بحيث يحدث أكبر قدر من الاستقرار لتدفق الحمل الحراري عند تطبيق حقل مغناطيسي في الاتجاه الشعاعي

الكلمات الرئيسية: انتقال الحمل الحراري، تجربة Czochralski ، المجال المغناطيسي، طريقة الحجوم المنتهية.

Sommaire

Remerciements.....	i
Résumé:	iii
Sommaire.....	iv
Nomenclature.....	vii
Listes des figures.....	xii
Listes des tableaux	xx

Chapitre I : Introduction et revue bibliographique

I .1. Introduction :	1
I.2. Procèdes de tirage par la méthode de Czochralski et approche suivi dans le présent travail :.....	2
I.2.1. Présentation de la méthode Czochralski:.....	2
I.2.2. Le principe de tirage Czochralski du silicium :	3
I.2.3. Ecoulements dans le liquide :	5
I.2.4. Effet du champ magnétique:	6
I.2.4. Problème rencontré (avantage et inconvénient) :.....	8
I.3. Revue bibliographique :	9

Chapitre II : Problème physique et formulation mathématique

II.1. Présentation :	31
II.2. Géométrie du problème:.....	32
II.3. Hypothèses :	33
II.4. Les équations gouvernant l'écoulement :	35
II.4.1. L'équation de continuité:.....	35
II.4.2. Les équations de quantité du mouvement :	36
II. 4.3. L'équation de l'énergie :.....	36
II. 4.4. L'équation de potentiel électrique :	37
II.5. Formulation des équations de transport en coordonnées cylindriques :	38

II.5.1. L'équation de continuité:.....	38
II.5.2. L'équation de quantité du mouvement le long de r :	38
II.5.3. L'équation de quantité du mouvement selon z :	38
II.5.4. L'équation de quantité du mouvement le long θ :	38
II.5.5. L'équation de l'énergie:	38
II.5.6. L'équation de potentiel électrique :	39
II.6. Les équations sous forme adimensionnelle :	40
II.6.1. L'écoulement sans rotation $\Omega = 0$ (convection naturelle) :	40
II.6.2. L'écoulement avec rotation $\Omega \neq 0$ (convection mixte) :	41
II.7. Les conditions initiales et les conditions limites :	47
II.7.1. Les conditions initiales :	47
II.7.2. Les conditions aux limites :	47
II.8. Paramètre d'analyse:	50
II.8.1. La fonction de courant :	50
II.8.2. Le nombre de Nusselt :	50

Chapitre III : Méthode numérique de résolution

III.1. Présentation :	52
III.2. Les principales méthodes de discrétisation :	52
III.2.1. Méthode de différence finis (MDF) :	52
III.2.2. Méthode de l'élément finis (MEF) :	53
III.2.3. Méthode des volumes finis (MVF) :	53
III.3. Le maillage :	54
III.4. L'équation général de transport :	58
III.5. Discrétisation des équations générales de transport :	59
III.6. Schémas de discrétisation :	60
III.6.1. Application d'un schéma numérique quelconque :	60
III.6.2. Discrétisation de l'équation du potentiel électrique :	62
III.7. Equations discrétisées sous forme indicielle :	66
III.8. Résolution des équations algébriques:	70
III.8.1. Algorithme TDMA :	71
III.8.2. Algorithme SIMPLE :	74

III.9. Présentation du logiciel Fluent :	77
III.9.1.Introduction :	77
III.9.2. Principes des codes CFD :	77
III.9.3. Différentes étapes à suivre pour la résolution numérique par FLUENT:	78
III.9.4. Présentation des logiciels GAMBIT et FLUENT :	79

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Présentation des résultats:	93
IV.2. Effet de l'espacement du maillage :	94
IV.2.1. Maillage uniforme :	94
IV.2.2. Maillage raffiné:	97
IV.2.3. Conclusion sur l'effet de maillage :	99
IV.3. Comparaison et validation des résultats numériques :	100
IV.4. Résultats de la simulation:	104
IV.4.1. Convection naturelle sans champ magnétique ($Ha = 0$) :	104
IV.4.2. Convection mixte sans champ magnétique ($Ha = 0$) :	109
IV.4.3. Convection naturelle et mixte en présence d'un champ magnétique axial B_z ($Ha \neq 0$):	123
IV.4.4. Convection naturelle et mixte en présence d'un champ magnétique radial ($Ha \neq 0$) :	147
IV.4.6. Comparaison de l'effet de l'orientation du champ magnétique :	174
IV.5.Taux de transfert de chaleur (Nombre de Nusselt moyen) :	181
<i>Conclusion</i>	185
<i>Bibliographique</i>	187

Listes des figures

Fig. I-1: Schéma de principe de la méthode Czochralski de la référence [12].	3
Fig. I-2: Technique de Czochralski pour la fabrication de Si monocristallin de la référence [13].	4
Fig. I-3: Différents modes d'écoulement de fluide dans le procédé de Czochralski [12].	6
Fig. I-4: Diagramme de stabilité obtenu expérimentalement par Escudier, 1984[29].	10
Fig. I-5: Dessin schématique de l'expérience de la référence [35].	13
Fig. I-6: Schéma de l'installation de la référence [36].	14
Fig. I-7: Perspective tridimensionnelle des nombres de Reynolds Re et du rapport d'aspect γ [42].	16
Fig. I-8: Alignement des axes dans le problème de Thompson & Hourigan, 2003[43].	17
Fig. I-9: Schématique d'un appareil expérimental de la référence [46].	18
Fig. I-10: Dessin schématique montrant un conteneur cylindrique de rayon R_c , le mouvement fluide est produit par un disque tournant de rayon R_d , qui forme une partie du fond. Le fluide a une surface libre à $z = H$.	19
Fig. I-11: Configuration d'écoulement de la référence [51].	21
Fig. I-12: Procédé de Czochralski avec un champ magnétique uniforme et vertical de la référence [58].	24
Fig. I-13: La géométrie et les conditions aux limites utilisées de la référence [60].	25
Fig. I-14: Géométrie de problème considéré avec les sondes utilisées dans les calculs numériques de la référence [68].	28
Fig. I-15: Configuration d'écoulement et conditions aux limites de la référence [63].	29
Fig. II-1: La géométrie de la configuration considérée.	32
Fig. II-2: Volume de contrôle et mouvement considéré dans le repère de référence.	33
Fig. II-3: schéma des conditions aux limites pour le problème adimensionnel.	49
Fig. III-1: Description du maillage.	55
Fig. III-2 : Volumes de contrôle typique.	56

Fig. III-3.a : Volume de contrôle décalé vers la droite.	56
Fig. III-3.b : Volume de contrôle décalé vers le haut.	57
Fig. III- 4 : Maillage utilisé dans les calculs avec raffinement près des parois. Ici $n_r \times n_z = 80 \times 160$, nombres de nœuds suivant les directions r et z (ratio de raffinage = 0.7).	57
Fig. III-5 : volume de contrôle de l'équation de continuité.	76
Fig. III-6 : Interface de Gambit.....	79
Fig. III-7 : Fenêtre d'outils d'opération.	80
Fig. III-8 : Fenêtre d'outils de construction de la géométrie.	80
Fig. III-9 : Fenêtre d'outils de construction du maillage.....	81
Fig. III-10 : Fenêtre d'outils de l'incorporation des conditions aux limites.....	81
Fig.III-11 : Fenêtre de boutons d'outils.	81
Fig. III-12 : Fenêtre de contrôle global.	82
Fig. III-13 : Les trois types de maillages utilisées par logiciel Gambit.	83
Fig. III-14 : Versions du logiciel Fluent.....	86
Fig. III-15 : Interface du logiciel Fluent.....	86
Fig. IV-1 : maillage uniforme choisi (80×160 nœuds).....	95
Fig. IV-2 : Profils de la vitesse (a) axiale, (b) radiale et (c) azimutale respectivement à $R = 0.5$ pour un maillage uniforme.	96
Fig. IV-3 : maillage raffiné utilisé dans les calculs (80×160 nœuds).....	97
Fig. IV- 4 : Profils de la vitesse (a) axiale, (b) radiale et (c) azimutale respectivement à $R = 0.5$ pour un maillage raffiné.	98
Fig. IV- 5 : Comparaison avec les mesures expérimentaux de Michelson, 1986[80] de la distribution axiale de la vitesse radiale à (a) $R = 0,6$; (b) $R = 0,8$ pour le cas $v = 1$, $Re = 1800$,.....	101
Fig. IV- 6 : Comparaison avec les mesures expérimentaux de Michelson, 1986[80] de la distribution axiale de la vitesse azimutale à (a) $R = 0,6$; (b) $R = 0,8$ pour le cas $Re = 1800$, $v = 1$	101

Fig. IV-7 : Comparaisons avec Escudier, 1984[29] des résultats expérimentales de contours des lignes de courant dans un cylindre de rapport $\nu = H/R = 2$, (a) $Re = 1854$, (b) $Re = 1002$, (c) $Re = 1492$,	102
Fig. IV-8: Comparaisons avec Brahim et Bessaih, 2009[81] des résultats numériques de contours des (a) lignes de courant, (b) de température Θ , (c) de vitesse azimutale U_θ dans un cylindre de rapport d'aspect $\nu = H/R = 2, Re = 2000, Ri = 0$, et $Ha = 0$	103
Fig. IV-9: Lignes de courant pour différentes du nombre de Grashof, et pour $Ha = 0$	106
Fig. IV-10: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b) et de température (c) pour $Ha = 0$, et pour différents nombre de Grashof.	107
Fig. IV-11: Lignes isothermes pour $Ha = 0$ et pour différentes nombre de Grashof.	108
Fig. IV-12: types de l'écoulement rotatifs (Kundu et al., 2002[74]).....	110
Fig. IV-13: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).....	113
Fig. IV-14: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour différents nombres de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).	114
Fig. IV-15: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).....	115
Fig. IV-16: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).	118
Fig. IV-17: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour différents nombres de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).	119
Fig. IV-18: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).	120
Fig. IV-19: Lignes de courant pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes nombre du Hartmann (champ magnétique axial).	126
Fig. IV-20: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b) et de température (c) pour $Gr=10^6$, et pour différents nombre de Hartmann (champ magnétique axial).	127

Fig. IV-21: Lignes isothermes pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (champ magnétique axial).	128
Fig. IV-22: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	131
Fig. IV-23: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	132
Fig. IV-24: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	133
Fig. IV-25: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	134
Fig. IV-26: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	135
Fig. IV-27: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	136
Fig. IV-28: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).	139
Fig. IV-29: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).	140
Fig. IV-30: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).	141
Fig. IV-31: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).	142
Fig. IV-32: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).	143

Fig. IV-33: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	144
Fig. IV-34: Lignes du courant pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$ et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas du champ magnétique radial).	149
Fig. IV-35: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b) et de température (c) pour $Gr=10^6$, et pour différents nombre de Hartmann (champ magnétique radial).	150
Fig. IV-36: Lignes isothermes pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (champ magnétique radial).	151
Fig. IV-37: Lignes de courant pour un nombre du Grashof $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).	154
Fig. IV-38: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).	155
Fig. IV-39: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).	156
Fig. IV-40: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).	157
Fig. IV-41: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).	158
Fig. IV-42: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).	159
Fig. IV-43: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).	162
Fig. IV-44: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).	163

Fig. IV-45: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).....	164
Fig. IV-46: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).	165
Fig. IV-47: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).	166
Fig. IV-48: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).	167
Fig. IV-49: La vitesse maximale (a) V_{max} et (b) U_{max} en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$ (cas de convection naturelle)	171
Fig. IV-50: La vitesse maximale (a) V_{max} et (b) U_{max} en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en co-rotation).	172
Fig. IV-51: La vitesse maximale (a) V_{max} et (b) U_{max} en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 10$ (cas des disques en co-rotation).	172
Fig. IV-52: La vitesse maximale (a) V_{max} et (b) U_{max} en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en contre-rotation).	173
Fig. IV-53: La vitesse maximale (a) V_{max} et (b) U_{max} en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 10$ (cas des disques en contre-rotation).	173
Fig. IV-54: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$	176
Fig. IV-55: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$	176

Fig. IV-56: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en co-rotation).	177
Fig. IV-57: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en co-rotation).	177
Fig. IV-58: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en co-rotation).	178
Fig. IV-59: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en co-rotation).	178
Fig. IV-60: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en contre-rotation).	179
Fig. IV-61: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en contre-rotation).	179
Fig. IV-62: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en contre-rotation).	180
Fig. IV-63: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en contre-rotation).	180
Fig. IV-64: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Grashof (sans champ magnétique).	182
Fig. IV-65: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Richardson pour $Gr=10^6$ (cas des disques en co/contre-rotation sans champ magnétique).	182
Fig. IV-66: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Hartmann pour $Gr=10^6$ (cas du champ magnétique axial et radial).	183

Fig. IV-67: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Hartmann pour $Gr=10^6$, et pour $Ri = 0.5, 10$ (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial et radial).183

Fig. IV-67: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Hartmann pour $Gr=10^6$, et pour $Ri = 0.5, 10$ (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial et radial)184

Nomenclature

A : Les coefficients du système d'équations algébriques discrétisées.

$A(|P|)$: Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet.

B : Champ magnétique (Tesla).

B_r : Champ magnétique radial(Tesla).

B_z : Champ magnétique axial(Tesla).

b : Terme source dans le système des équations algébriques discrétisées $[-]$.

C_p : Chaleur spécifique à pression constante $[J.Kg^{-1}.K^{-1}]$.

D : Terme de diffusion dans le système des équations algébriques discrétisées.

$\vec{E}$: Champ électrique local $[V.m^{-1}]$.

$\vec{e}_r, \vec{e}_z, \vec{e}_\theta$: Les vecteurs unitaires respectivement des directions radiale, axiale et azimutale.

$f_{Lr}, f_{Lz}, f_{L\theta}$: Les composantes de la force électromagnétique de Lorentz radiale, axiale et azimutale $[N.m^{-3}]$.

$F_{Lr}, F_{Lz}, F_{L\theta}$: Les forces de Lorentz adimensionnelles suivant les directions radiale, axiale et azimutale $[-]$.

g : Accélération de la pesanteur $[m.s^{-2}]$.

H : Hauteur du cylindre $[m]$.

$\vec{J}$: Densité volumétrique de courant $[A.m^{-3}]$.

J_r, J_z, J_θ : Les courants électriques adimensionnels dans les directions radiale, axiale et azimutale $[-]$.

K : Conductivité thermique $[W.m^{-1}.K^{-1}]$.

N : Paramètre d'interaction $(= \frac{Ha^2}{Re} = \frac{\sigma B^2}{\rho \Omega})$.

p : Pression $[N.m^{-2}]$.

P : Pression sans dimension $[-]$.

P : Nombre de Peclet $(\frac{F_i}{D_i})$.

r : Direction radiale $[m]$.

R : Rayon sans dimension du cylindre $[-]$.

r_c : Rayon de l'enceinte cylindrique $[m]$.

S : Surface $[m^2]$.

S_ϕ : Terme source $[-]$.

T : Température $[K]$.

t : Temps $[s]$.

T_C : Température de la paroi froide $[K]$.

T_H : Température de la paroi chaude $[K]$.

u_r : Composants de la vitesse dans la direction r $[m.s^{-1}]$.

U_r : Composants de la vitesse radiale adimensionnelle $[-]$.

U_i : Composants de la vitesse dans la direction i ($i = 1, 2, 3$) (U_r, U_z, U_θ).

V : Volume $[m^3]$.

u_z : Composante de la vitesse le long de la direction z $[m.s^{-1}]$.

U_z : Composante de la vitesse axiale adimensionnelle $[-]$.

u_θ : Composante de vitesse dans la direction θ $[m.s^{-1}]$.

U_θ : Composante de la vitesse azimutale adimensionnelle $[-]$.

z : Direction axiale $[m]$.

Z : Hauteur adimensionnelle du cylindre $[-]$.

Symboles grecs :

α : Diffusivité thermique $[m^2.s^{-1}]$.

β : Coefficient de dilatation thermique à pression constante $[K^{-1}]$.

ϕ : La variable dépendante (représente : pression, température et composantes de la vitesse).

μ : viscosité dynamique $[Kg.m^{-1}.s^{-1}]$.

μ_m : Perméabilité magnétique $[H.m^{-1}]$.

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide $[H.m^{-1}]$.

ν : viscosité cinématique $[m^2.s^{-1}]$.

γ : Rapport d'aspect $[-]$.

θ : Direction azimutale $[m]$.

Θ : Température adimensionnelle $[-]$.

Ω : vitesse angulaire $[rd.s^{-1}]$.

ρ : Densité $[Kg.m^{-3}]$.

ρ_0 : Masse volumique de référence $[Kg.m^{-3}]$.

σ : Conductivité électrique $[\Omega^{-1}.m^{-1}]$.

τ : Temps sans dimension $[-]$.

φ : Potentiel électrique $[V]$.

Γ : Coefficient de diffusion générale $[-]$.

$\Delta R, \Delta Z$: Dimensions du volume de contrôle considéré $[-]$.

Ψ : Fonction de courant adimensionnelle $[-]$.

Φ : Potentiel électrique adimensionnel $[-]$.

Indices :

P: Nœud considéré du maillage.

E, N, S, W : Nœud considéré du côté à Est, Nord, Sud, Ouest du nœud P respectivement.

e, n, s, w : Les faces Est, Nord, Sud, et Ouest du volume de contrôle considéré.

Nombres adimensionnelles:

Gr : Nombre de Grashof $(= [g\beta(T_H - T_C)r_c^2] / (\nu^2))$.

Ha : Nombre de Hartmann $(= BR\sqrt{\sigma / (\rho\nu)})$.

Nu : Nombre de Nusselt local $\left(-\frac{d\Theta}{dZ} \Big|_{Z=0} \right)$.

$\overline{Nu} = Nu_{\text{moy}}$: Nombre moyen de Nusselt $\left(\int Nu(r) \right)$.

Pr : Nombre de Prandtl $(= \alpha / \nu)$.

Re : Nombre de Reynolds $(= (\Omega r_c) / \nu)$.

Rm : Nombre de Reynolds magnétique $(= \mu_0 \sigma \Omega R \ll 1)$.

Ri : Nombre de Richardson $(= Gr / Re^2 = [g\beta(T_H - T_C)] / (\Omega^2 r_c))$.

Liste des tableaux

Tableau II-1: les propriétés physiques du silicium liquide (Si) à $T= 1625$ K [72].	34
Tableau III-1: Différentes quantités transportées et leurs termes de transport.	59
Tableau III-2 : Tableau récapitulatif des schémas numériques.	65
Tableau III-3 : Description des types de maillages des faces.	83
Tableau IV-1: Effets du maillage sur les différentes caractéristiques de l'écoulement (cas du maillage uniforme).	95
Tableau IV-2: Effets du maillage sur les différentes caractéristiques de l'écoulement, (cas du maillage raffiné).	97
Tableau IV-3: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Grashof.	109
Tableau IV-4: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson : $Ri= 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).	121
Tableau IV-5: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson : $Ri= 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).	122
Tableau IV-6: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson : $Ri=0.5, 10$, et pour différentes nombre du Hartmann $Ha = 0, 5, 10, 20, 30, 50$ (cas des disques en co/Contre-rotation avec champ magnétique axial).	146
Tableau IV-7: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson : $Ri=0.5, 10$, et pour différentes nombre du Hartmann $Ha = 0, 5, 10, 20, 30, 50$ (cas des disques en co/Contre-rotation avec champ magnétique radial).	169

CHAPITRE I

INTRODUCTION ET

REVUE

BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre I

INTRODUCTION ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction :

La convection thermique des fluides électriquement conducteurs tels que le métal liquide en présence d'un champ magnétique a été l'un des principaux sujets de recherche intéressants en raison de son application directe à divers phénomènes physiques (les machines rotatives et centrifuges, les paliers de butée, les viscosimètres, le pompage des métaux liquides à hautes températures de fusion) ainsi que pour les processus de croissance des cristaux. Certains matériaux cristallins sont de bons conducteurs électriques à l'état liquide. Lors de croissance des monocristaux semi-conducteurs à partir d'un bain fondu, la convection thermique gouverne de manière déterminante les transferts de chaleur. Dans l'ensemble des investigations menées dans ce cadre, l'objectif primaire était toujours de comprendre les différents mécanismes résultant des mouvements convectifs engendrés. Dans toutes ces situations, les forces de volume (différence de température) sont responsables de la naissance de ces mouvements convectifs. En outre, les flux convectifs engendrés indésirables peuvent être supprimés de manière significative dans les métaux liquides et les autres fluides électriquement conducteurs par application d'un champ magnétique externe. Un gradient thermique ou un champ magnétique ont été également pris en compte dans un tel écoulement.

Dans le processus de croissance des cristaux, le gradient de température entre le liquide et le front de solidification provoque une complexité variable. Les écoulements convectifs sont connus pour provoquer des couches non désirées associées la concentration de dopant, appelés stries dans le cristal, ces stries peuvent être éliminées par l'application d'un champ magnétique. L'écoulement convectif peut aussi causer des inhomogénéités dans la distribution de dopant à un niveau macroscopique. Par conséquent, afin d'obtenir des cristaux de grande pureté, il est souhaitable d'éliminer la convection au cours de ce processus.

Avec l'application d'un champ magnétique externe, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique et ainsi supprimer les fluctuations, contrôler les transferts thermique et massique, et donc améliorer la qualité du cristal. A cet effet, le ralentissement magnétique pour contrôler l'écoulement induit par un gradient de température est devenu un moyen privilégié et a fait l'objet de plusieurs applications industrielles.

I.2. Procèdes de tirage par la méthode de Czochralski et approche suivi dans le présent travail :

Le semi-conducteur est le nom donné à un matériau caractérisé par des propriétés particulières, il s'agit d'un cristal qui conduit l'électricité mieux qu'un isolant et moins bien qu'un métal.

Dans la vie quotidienne, le terme semi-conducteur évoque l'ensemble des composants, dispositifs et même des systèmes microélectroniques ou électroniques, fabriqués à partir d'éléments semi-conducteurs.

Le principe des méthodes d'élaboration des monocristaux est de provoquer la solidification progressive d'une masse plus ou moins grande de métal liquide à partir d'un cristal « germe » unique Lévy, 1995[1]. La plupart des cristaux élaborés sont produits par la méthode de Czochralski qui va être brièvement décrite dans ce qui suit :

I.2.1. Présentation de la méthode Czochralski:

La méthode Czochralski (Fig. I-1) est un procédé de fabrication de monocristaux par cristallisation à la surface d'un bain fondu. Elle est employée avec de nombreux matériaux tels que le quartz, la silice, le germanium, et l'arséniure de galium (AsGa) utilisé en optoélectronique et en électronique. La première expérience de tirage d'un monocristal à partir d'un bain fondu, a été réalisée en 1916 par Jan Czochralski. Il s'agissait du tirage d'un fil d'étain monocristallin Verneuil, 1904[2], Czochralski et Physik, 1918[3]. La découverte du transistor dans les laboratoires Bell aux USA en 1950 va permettre de lancer le tirage d'un premier cristal industriel de grandes dimensions par la méthode Czochralski: le germanium (Teal et Little, 1950[4]). Puis ce sera le silicium, ainsi que les semi-conducteurs (AsGa, InP) et (CdTe). La technique la plus couramment utilisée aujourd'hui pour la production de nombreux monocristaux est donc le tirage Czochralski car elle produit un cristal de bonne qualité du point de vue pureté et homogénéité (actuellement, la moitié des cristaux de haute qualité sont produits en utilisant la méthode de Czochralski). Il convient de noter que la technologie de tirage par la méthode de czochralski est continuellement développée dans la référence [5] jusqu' à la référence [12].

Les principaux avantages de cette méthode sont:

1. Sa grande adaptabilité à la diversité des matériaux.
2. Une vision directe du cristal et du liquide.

3. La possibilité de contrôler et d'agir sur la croissance.
4. Une absence de contact entre le creuset et le cristal.
5. Un dopage aisé des cristaux.
6. Une vitesse de croissance relativement élevée.
7. La possibilité d'obtenir des monocristaux de grande taille.

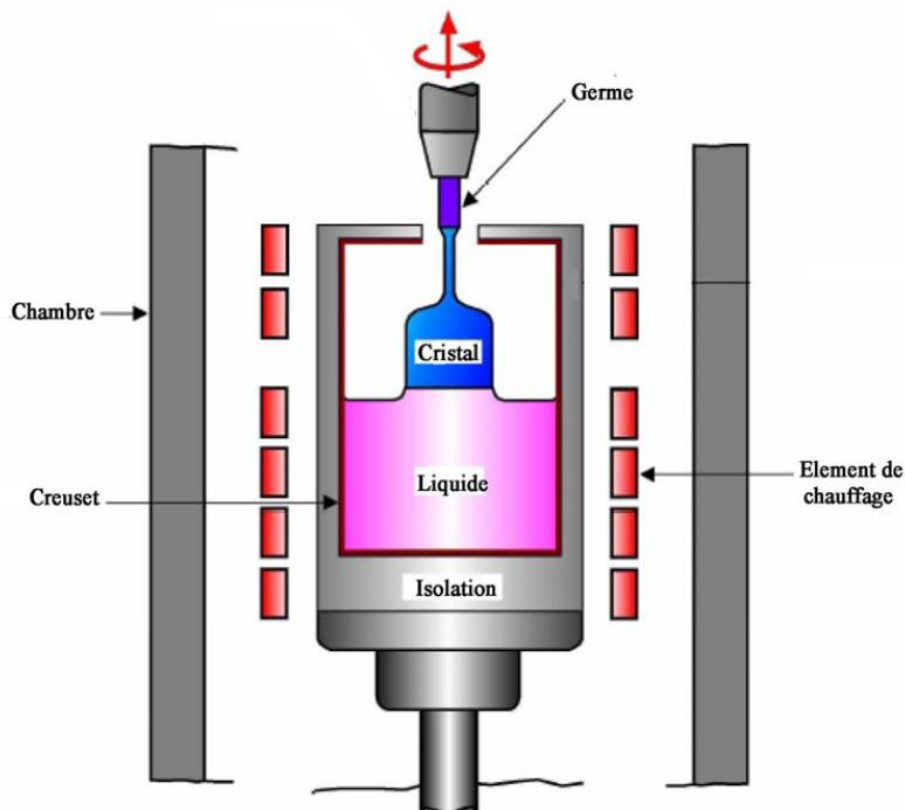


Fig. I-1: Schéma de principe de la méthode Czochralski de la référence [12].

I.2.2. Le principe de tirage Czochralski du silicium :

Le principe de cette méthode est relativement simple (Fig. I-2) et permet d'obtenir des monocristaux de silicium de bonne qualité avec des vitesses de croissance supérieures à celles obtenues par la méthode de Bridgman. Le silicium liquide est déposé dans un creuset cylindrique de verre de silice. Le creuset est porté à une température supérieure à la température de fusion du silicium, dans le vide ou sous atmosphère inerte. Un four résistif ou inductif à radiofréquence peut être utilisé avec des éléments de graphite très pur servant à la

fois de support et de corps de chauffe. Une tige métallique en molybdène se terminant en pointe et animée d'un mouvement de rotation, vient en contact avec la surface du liquide et permet la nucléation spontanée du monocristal. En ajustant correctement la température, il est possible de stabiliser l'équilibre liquide-solide au voisinage de la surface du bain. Après solidification d'un premier germe, la tige est progressivement remontée par un mouvement de translation et le cristal est tiré à vitesse constante. La formation d'un étranglement par diminution du diamètre favorise l'élimination des dislocations qui tendent à croître vers la surface. Par la suite, le diamètre du cristal est contrôlé en jouant sur la puissance thermique délivrée au creuset.

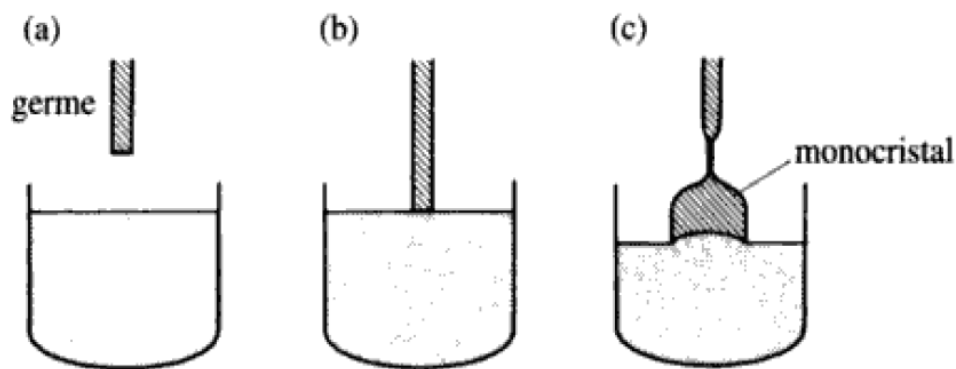


Fig. I-2: Technique de Czochralski pour la fabrication de Si monocristallin de la référence [13].

Cette puissance est diminuée progressivement en début de tirage pour que le diamètre du cristal croisse, puis ajustée de manière à obtenir un diamètre constant.

L'homogénéité de l'ensemble est assurée par une rotation du creuset et du cristal autour de l'axe vertical. La croissance d'un monocristal n'est possible que grâce à un contrôle soigné de tous les paramètres : vitesse de tirage ($1-20 \text{ cm/h}$) et de rotation du cristal et/ou du creuset, température, atmosphère ambiant, etc.

Des monocristaux de diamètre de l'ordre de $15-30 \text{ cm}$ et de $1-2 \text{ m}$ de long sont fabriqués ainsi. On estime qu'un étranglement de 2 mm peut supporter un cristal pesant 150 kg , librement suspendu. Il n'y a pas d'autre limite à la taille d'un cristal que les dimensions de l'équipement de tirage à disposition.

Cependant, le phénomène le plus important dans le processus de Czochralski (Cz) est l'écoulement du bain de silicium. Plusieurs mécanismes sont responsables de l'écoulement:

(a) En raison de la viscosité du liquide, le cristal et le creuset tournants, exercent des forces de cisaillement sur le liquide, de sorte que le liquide soit conduit avec mouvement dans la direction azimutale (écoulement azimutal). En outre, les forces centrifuges induites par le cristal et les rotations de creuset conduisent le liquide au voisinage de l'interface cristal/liquide et au fond du creuset. Ces écoulements méridionaux s'appellent la convection forcée. Le cristal tournant, améliore l'uniformité de la structure dans le bain du liquide et la rotation du creuset garantie les symétries thermiques qui peuvent résulter des irrégularités dans le chauffage;

(b) Le chauffage du creuset cause des différences de température à travers le liquide. En raison de la dilatation thermique du fluide, le liquide chaud est plus léger que le liquide froid. Une telle différence des densités, mène à la flottabilité dans certaine partie du liquide. En conséquence, la convection est induite (librement ou convection naturelle);

(c) Les variations de la tension superficielle le long du ménisque du liquide, conduisent un autre écoulement appelé la convection de Marangoni. Puisque le coefficient de tension superficielle de la plupart des matériaux en cristal, sous leur forme fondue, varie avec la température. Un gradient de température (c'est la poussée d'Archimède résultant des gradients thermiques) différent de zéro le long de la surface libre, cause un traçage extérieur non-constant, ayant pour résultat le cisaillement sur la surface libre. Ce dernier cas n'est pas pris en considération dans le cas de notre étude.

I.2.3. Ecoulements dans le liquide :

La configuration d'écoulement (Fig. I-3) causé par la combinaison de ces mécanismes, contrôle le transfert de masse et de chaleur dans le liquide. Ainsi la qualité, la taille et la vitesse de croissance du cristal sont directement liées aux caractéristiques des configurations d'écoulement. C'est pourquoi la plupart des études sur le cristal élaboré par le procédé de Czochralski, ont été concentrées sur les configurations d'écoulement dans le liquide.

Un autre facteur qui influence sur la qualité du cristal est la forme de l'interface liquide/solide. La forme de l'interface peut fortement affecter la qualité du cristal développé avec le procédé de czochralski. Une interface fortement concave ou convexe, induit les contraintes thermiques dans le cristal pendant le refroidissement qui mènent aux fissures et aux dislocations. Ainsi il est très important de trouver les conditions opératoires pour une forme d'interface plate (ou presque) pour les cristaux de silicium.

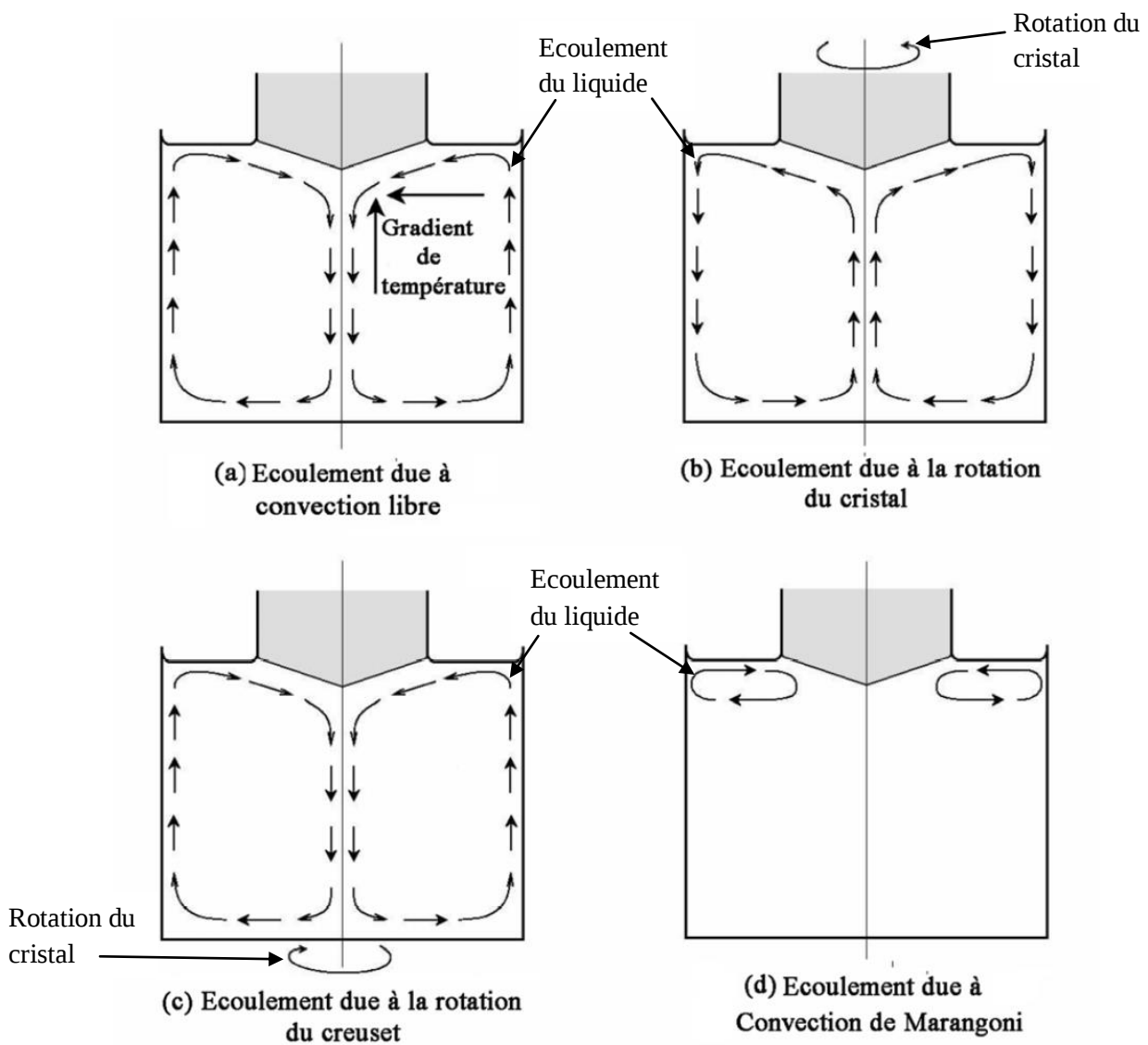


Fig. I-3 : Les différents modes d'écoulement de fluide dans le procédé de Czochralski de la référence [12].

I.2.4. Effet du champ magnétique:

La tension de claquage d'une couche indésirables cultivés sur des substrats de Si est bien connu de dépendre des conditions dans lesquelles les cristaux de Si ont été cultivées (Oya et al., 1990[14]), tel que la vitesse de tirage de cristal et / ou la distribution de la température dans les cristaux. L'origine de la dégradation est la formation de vides dans le substrat (Itsumi et al., 1995[15]), qui sont formés au cours de la croissance monocristalline. Pour éviter la formation de vides excessive est l'un des principaux points à contrôler les caractéristiques des dispositifs de silicium électroniques. Ceci peut être réalisé en contrôlant la distribution de la

température dans les cristaux en croissance. En même temps, la forme de l'interface solide / liquide doit également être contrôlée pour obtenir une répartition de température appropriée près de l'interface liquide / solide dans le silicium.

Pour GaAs, la distribution de la température près de l'interface solide / liquide modifie la distribution des dislocations, ce qui influe sur la tension de seuil du courant source-drain en métal semi-conducteur (MSC) transistors (Miyazawa, 1986[16]). Le contrôle d'un transfert de chaleur et de masse dans le bain fondu pendant la croissance du cristal ne peut réduire ce manque d'homogénéité. Bien que la convection à l'état fondu doive donc être contrôlée, l'écoulement réel à l'état fondu à semi-conducteur a été difficile à contrôler parce que ces masses fondues sont opaques.

La distribution des impuretés et des défauts ponctuels dans les cristaux, ce qui affecte la dégradation de la tension de claquage pour les cristaux de silicium, on pense à dépendre de l'amplitude de fluctuation de la température à une interface solide / liquide (Yamagishi et al., 1994[17]). Ceci est principalement dû à l'instabilité d'un écoulement contenant des composants laminaires et / ou turbulents. En outre, les fluctuations de température dans la masse fondue provoquent des alternances locales entre la cristallisation et de refusions. Cette alternance produit une densité de micro-défaut relativement élevée dans les cristaux.

L'origine de l'instabilité du l'écoulement doit donc être précisé, afin que cette instabilité peut être contrôlée et des cristaux de haute qualité obtenue. En conséquence, la suppression des instabilités d'écoulement au cours de la croissance des cristaux est importante pour la fabrication de cristaux avec une distribution homogène de l'impureté.

Malgré les recherches intensives dans la référence [18] jusqu' à la référence [21], il y a encore des questions ouvertes telles que la structure de l'écoulement et du transfert de masse sous l'effet des champs magnétiques (Meuller et al., 1991[19], Hoshi et al., 1980[21]).

Pour le procédé de Czochralski, le facteur le plus difficile à contrôler pendant la croissance est l'écoulement du bain fondu de semi-conducteur à partir duquel le cristal est tiré. L'un des moyens les plus efficaces pour contrôler l'écoulement consiste à exercer sur le bain des champs magnétiques continus de diverses sortes ("verticaux", "horizontaux"). Ces champs, dits "rigides", ont pour effet de freiner l'écoulement et de réduire sa turbulence par la force de Lorentz exercée par le potentielle électrique. Cette technique est indispensable pour faire croître des monocristaux de silicium de grand diamètre (typiquement, de 300 mm).

L'application de champs magnétiques stationnaires tels que les champs magnétiques verticaux, et les champs magnétiques transversaux ouvre un nouveau champ de contrôle de la chaleur et de masse dans les métaux liquides électriquement conducteur tel que le silicium ou GaAs. Witt et al., 1970 [18] sont les premiers qui ont appliqués des champs magnétiques dans la croissance de cristaux de semi-conducteurs à partir de la masse fondue. Par la suite, Hoshi et al., 1980[21] ont appliqués les champs magnétiques transversaux dans les cristaux de silicium.

Par contre, deux types de champ magnétique statique tels que - les champs magnétiques verticaux (CMV), et les champs magnétiques horizontaux (CMH) ont été proposées. Suzuki et al., 1981[22] appliqué un champ magnétique horizontal (CMH) à la croissance du cristal de silicium, toutefois, la symétrie thermique est devenue asymétrique. Par conséquent, des stries de rotation périodiques ont été observées (Hirata et al., 1984[23]).

Pour surmonter les stries de rotation, Hirata et Hoshikawa, 1989[24] ont proposé les champs magnétiques verticaux (CMV) dans lequel les champs magnétiques à symétrie axiale ont été appliqués perpendiculairement à l'interface de croissance. Ils ont rapporté que les fluctuations de température dans le silicium fondu a été réduit à un champ magnétique vertical supérieur à $0.1 T$. En outre, aucun des stries ont été observés pour un champ magnétique de plus de $0.05 T$. Cependant, Hirata et Hoshikawa, 1991[25] ont développé un nouveau type de champ magnétique, qui est nommé le champ magnétique en forme de point de rebroussement (CMR). Ils ont obtenu des cristaux de façon homogène et sans stries de rotation.

Dans notre cas, on a essayé de déterminer l'effet de l'intensité du champ magnétique sur la stabilisation, et la réorganisation de l'écoulement de convection thermique en régime laminaire pour s'approcher au mieux des conditions idéales lors de la production des monocristaux.

I.2.4. Problème rencontré (avantage et inconvénient) :

Cette méthode présente de nombreux avantages tels que:

1. Le contrôle visuel permet d'agir en temps réel sur les conditions de croissance (température, vitesse de tirage).
2. L'absence de contact entre le cristal et le creuset pendant la nucléation permet une meilleure qualité cristalline par rapport à d'autres méthodes telle que la technique Bridgman.

3. La direction de croissance peut être contrôlée en utilisant un germe orienté.

4. La vitesse de tirage peut être très rapide (jusqu'à 1 cm/h) et la dimension des monocristaux peut être très importante (jusqu'à plusieurs mètres de longueur pour le tirage de barreau de silicium en milieu industriel).

Par contre, la stabilisation de la position de l'interface de solidification et du diamètre nécessitent un gradient de température axial élevé (de l'ordre de $50^{\circ}\text{C} / \text{cm}$), ce qui augmente les contraintes thermomécaniques dans le cristal.

Cependant ils existent certains inconvénients inhérents à l'appareillage utilisé et qu'il faut prendre en considération du fait que le creuset est ouvert sur l'atmosphère du four. Un composé caractérisé par une forte pression de vapeur saturante à la température de fusion du mélange peut s'évaporer durant la synthèse. Cette vaporisation engendre d'une part un dépôt sur la surface intérieure du four et sur les hublots de contrôle et, d'autre part, modifie les proportions du mélange. C'est notamment le cas des composés à hautes températures de fusion.

I.3. Revue bibliographique :

L'écoulement dans un récipient cylindrique fermé avec un disque de fond tournant a été étudié expérimentalement et numériquement depuis plus de trente ans. Cette configuration était la première qu'avait utilisé dans ses expériences Vogel, 1968 [26] et Vogel, 1975[27] et mettait en évidence que le vortex (tourbillon) peut subir une panne ou arrêt, nommé vortex breakdown, (c.à.d. apparition de points de stagnation suivis de zones de recirculation d'étendues finies le long de l'axe du cylindre), Vogel aussi a déterminé une courbe montrant les limites dans lesquelles le vortex breakdown apparaîtra, c'étaient les limites de stabilité dans le plan $(H / R, \text{Re} = \Omega R^2 / \nu)$, où R est le rayon du cylindre, H sa hauteur et Re le nombre de Reynolds rotationnel.

Plus tard, Ronnenberg, 1977[28] avait rapporté des mesures détaillées de la structure entière du fluide dans une expérience avec $H / R = 1.59$, $\Omega R^2 / \nu = 1.580$, ce qui correspond avec un état de vortex breakdown révélé dans les expériences de Vogel en confirmant les conclusions de ce dernier, et en démontrant quantitativement qu'un phénomène de pompage d'Ekman avait lieu, en presque accord avec l'analyse de Von Karmàn de l'écoulement de fluide en contact avec un disque tournant infini. Le disque tournant exerce sur le fluide une force d'attraction le long de la région centrale (au voisinage de l'axe de rotation), et l'accélère

radialement en le dirigeant vers l'extérieur dans une couche limite d'épaisseur $(1/\sqrt{Re})$ dite *couche d'Ekman*. Près de la paroi latérale du cylindre, le fluide tourne et suit des spirales en se dirigeant vers l'autre extrémité du cylindre, alors en dehors des zones pariétales (loin des parois) génèrera un équilibre entre les forces centrifuges et le gradient radial de pression, et a comme conséquence ; la présence d'un écoulement secondaire qui est la recirculation méridienne.

Une série d'observations expérimentales a été conduite par Escudier, 1984[29] qui a utilisé la technique dite Laser-induced fluorescence (fluorescence induite par laser) pour visualiser l'écoulement tourbillonnaire d'un fluide (glycérine/eau) occupant toute le volume d'une enceinte cylindrique avec un fond tournant, il a découvert le comportement de l'écoulement avec une, deux, et trois bulles du vortex breakdown et établissait un diagramme de stabilité (rapport d'aspect du cylindre H/R et le nombre de Reynolds en rotation $\Omega R^2 / \nu$) (Fig. I-4).

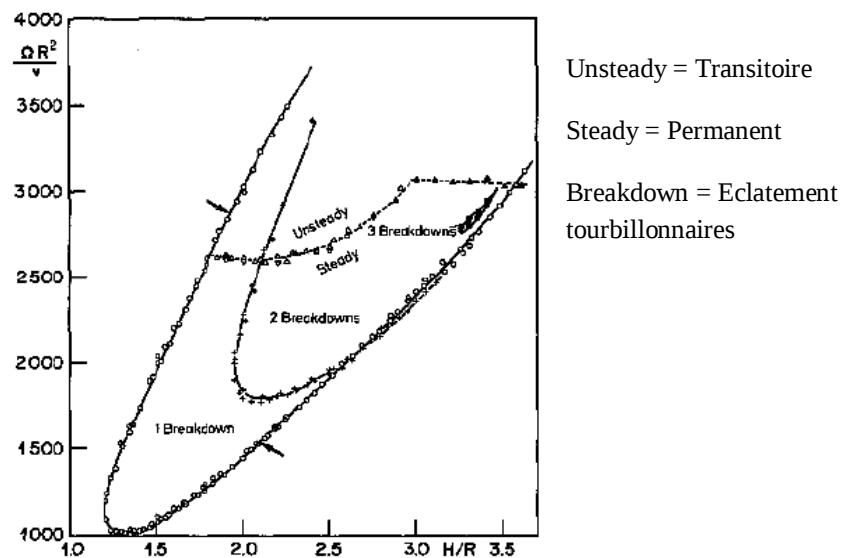


Fig. I-4: Diagramme de stabilité obtenu expérimentalement par Escudier, 1984[29].

Les limites du nombre de Reynolds au delà desquelles l'écoulement est oscillatoire et même pour les grands nombres de Reynolds sont présentées sur ce diagramme, où le vortex breakdown peut se manifester avec une, deux ou trois bulles stationnaires successivement. Une autre observation qu'apportait les expériences d'Escudier est la perte négligeable de la symétrie axiale au sein de l'écoulement permanent, ce qui justifier notre hypothèse de l'axisymétrie de l'écoulement en question.

Les résultats d'Escudier ont été confirmés, prolongés et étendus par plusieurs chercheurs, dans diverses investigations numériques et expérimentales notamment les travaux de Valentine & Jahnke, 1994[32], Gelfgat et al., 1996[34], Stevens et al., 1999[37]. Alors, dans diverses investigations récentes, d'autres variantes du problème de base ont été jugées intéressantes, tel que:

- L'influence de la rotation des deux disques ou/et la paroi latérale du cylindre, et leurs sens de rotation (co- ou contre-rotation),
- L'écoulement à surface libre (Piva et al., 2005[47]).
- L'inclinaison des parois latérales et/ou l'excentricité de l'axe de rotation (Mullin et al., 2000[39], Thompson et al., 2003[43]).
- Le jet tourbillon (en anglais swirling jets, et le cylindre deviendra horizontal), tel que dans Ruith et al., 2003[44].

Il doit être signalé que dans toutes ces études les arguments concernant la symétrie axiale de l'écoulement ont été renforcés par le fait que des calculs axisymétriques ont reproduit l'allure générale des lignes de courant et l'évolution de ces motifs avec le nombre de Reynolds, observés dans le laboratoire, et dans les régimes d'écoulement stables et instables.

Hyun, 1985[30] a étudié numériquement l'écoulement tournant dans un récipient cylindrique avec des disques de dessus et de bas tournant à différents taux ($\eta = \Omega_1 / \Omega_2$, où Ω_1 et Ω_2 sont les vitesses de rotation du disque haut et bas, respectivement). La paroi latérale du cylindre tourne à un taux intermédiaire à ceux des deux disques. A l'équilibre, la circulation méridionale intérieure dominante se déplace du disque tournant lentement vers disque tournant rapidement.

Sorensen et Phuoc Loc, 1989[31] ont étudié numériquement le même problème, en utilisant un algorithme d'ordre élevé pour la solution des équations de Navier stokes instables et axisymétriques. La méthode utilisée est celle des différences finies, se compose d'une combinaison de quatrième ordre pour les vitesses et les fonctions de courant et d'arrangements précis de second ordre pour la circulation et la vorticité, où les équations approchées sont résolues par une méthode implicite alternative de direction (IAD). Une particulière attention est prêtée aux conditions de frontière. Les résultats sont comparés aux mesures pour les cas de l'écoulement tournant dans un cylindre fermé (cavité), développant l'écoulement axial dans un tube stationnaire et dans un tube tournant.

Valentine & Jahnke, 1994[32] ont montré que l'écoulement du fluide contenu dans une enceinte cylindrique avec un rapport d'aspect $\gamma = H / R = 1.5$, induit par la rotation à même vitesse angulaire (Ω) des deux extrémités du cylindre avec une paroi latérale fixe. Dans ce problème, ils ont montré que les points de stagnation arrivent le long de l'axe de rotation entre le plan au milieu (plan de symétrie pour le cylindre) et les fonds tournants pour les valeurs appropriées des paramètres caractéristiques (c.à.d. le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect de l'enceinte). À la fin de leur étude, Valentine & Jahnke, 1994[32] ont bien examiné l'existence possible des solutions oscillatoires stables par un calcul avec $Re = 3000$ et $\gamma = 1.5$, pour ce cas ils ont réussi de démontrer qu'une solution oscillatoire stable bien existe.

Sorensen et Christensen, 1994[33] ont présenté des simulations numériques d'un écoulement dans un cylindre fermé, où le mouvement est créé par un couvercle tournant. Ils ont clarifié les mécanismes de transition du vortex pour une gamme du nombre de Reynolds ($Re = 1800$ jusqu'à 8000), et ont relié ces derniers aux expériences connues dans des autres systèmes où la théorie dynamiques de bifurcation est appliquée.

L'influence de la rotation des deux disques d'extrémités qui tournent et le début des instabilités oscillatoires est une étude numérique présentée par Gelfgat et al., 1996[34] ils ont détaillé des états stables et le début des instabilités oscillatoires, de l'écoulement tournant axisymétrique du fluide Newtonien incompressible confiné dans un cylindre droit, avec deux disques au sommet et au fond qui tournent indépendamment l'un par rapport à l'autre. La première partie de leur travail a été consacré à l'influence de la co- et la contre-rotation du disque du fond sur le vortex breakdown qui a lieu dans le problème d'origine de l'écoulement dans un cylindre avec un sommet tournant, où ils ont caractérisé la rotation du disque de fond par le rapport des vitesses angulaires ($\xi = \Omega_{bottom} / \Omega_{top}$) où rapport de rotation, et ont fait varier ce paramètre le long de l'intervalle ($-1 < \xi < 1$) avec trois différentes valeurs du rapport d'aspect $\gamma = 1.5; 2.0; 2.5$. Ils ont trouvé que la faible contre-rotation du fond peut supprimer le vortex breakdown, et la plus forte contre-rotation peut induit un vortex breakdown stable à des nombres de Reynolds relativement grands pour lesquels un vortex breakdown ne peut pas apparaître dans le cas du fond stationnaire. Les faibles Co-rotation peuvent encourager le vortex breakdown à des Reynolds inférieurs que dans le cylindre avec le fond stationnaire. La co-rotation plus forte mène au détachement de la zone de la recirculation de l'axe et la fonction d'un anneau du vortex supplémentaire. La détection du

début d'instabilité c'était leur deuxième partie de cette étude, avec un rapport d'aspect du cylindre $\gamma = 1.5$. Ils ont utilisé la méthode spectrale de Galerkin pour les calculs des états stationnaires et l'analyse des stabilités linéaires, et la méthode des volumes finis basée sur l'algorithme SIMPLER pour les calculs des états oscillatoires. Les nombres de Reynolds critiques et les fréquences critiques d'oscillations ont été calculées comme une fonction du rapport de rotation (ξ). L'analyse de stabilité a montré qu'il ya plusieurs modes linéaires les plus instables de la perturbation qui deviennent successivement dominant avec un changement continu de ξ . Il a été aussi montré que l'instabilité oscillatoire peut mener à une apparence et coexistence de plus qu'une bulle séparatrice du vortex.

Dans un autre article, Escudier et Cullen, 1996[35] ont utilisé la technique dite laser-induced fluorescence d'un liquide viscoélastique pour visualiser l'écoulement tourbillonnaire, stationnaire occupant complètement le volume d'une enceinte cylindrique avec un fond tournant (Fig. I-5).

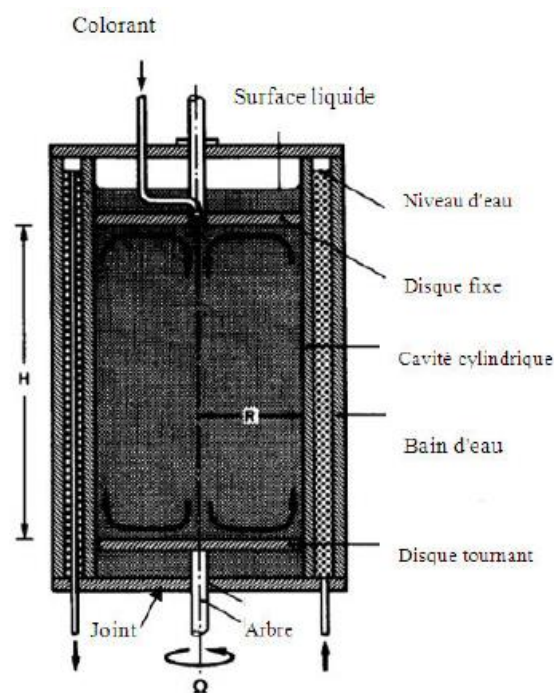


Fig. I-5: Dessin schématique de l'expérience de la référence [35].

Ils ont observé qu'un vortex intense s'est produit à proximité du fond tournant avec l'écoulement qui se développe en spirale à l'extérieur au-dessus du fond lui-même, ce vortex conduit un deuxième vortex qui circule en contre rotation avec une intensité plus basse dans la région du fond stationnaire. Ils ont observé aussi dans quelque circonstance un gicleur

axial de fluide s'éloigner du fond tournant avec une structure de double vortex dans l'écoulement des liquides viscoélastiques légers et des liquides élastiques avec faible nombre de Reynolds.

Spohn et al., 1998[36] ont étudié expérimentalement l'écoulement équilibré produit par un fond tournant dans un récipient cylindrique fermé. Ils ont consacré leurs études à la comparaison de l'écoulement à l'intérieur de deux géométries, un avec une couverture rigide et l'autre avec une surface libre, et ils ont examiné la manière dont la formation et la structure des bulles du vortex Break-down dépendent de l'écoulement. Des détails de l'écoulement ont été visualisés au moyen de la technique électrolytique de précipitation, tandis qu'une technique de cheminement de particules a été employée pour caractériser le champ d'écoulement. Ils ont constaté que les bulles du vortex à l'intérieur de l'acheminement des récipients sont de beaucoup de manières semblables à ceux dans des tubes. D'abord, les bulles sont ouvertes et en second lieu, leur structure est, comme dans le cas du vortex de Break-down dans des écoulements dans les conduites, fortement axisymétrique du côté ascendant de la bulle et asymétrique de leur dos. Cependant, ils ont observé les bulles qui sont ouvertes et stationnaires en même temps. Ceci montre que les bulles ouvertes du vortex ne sont pas nécessairement le résultat des oscillations périodiques de la zone de recyclage.

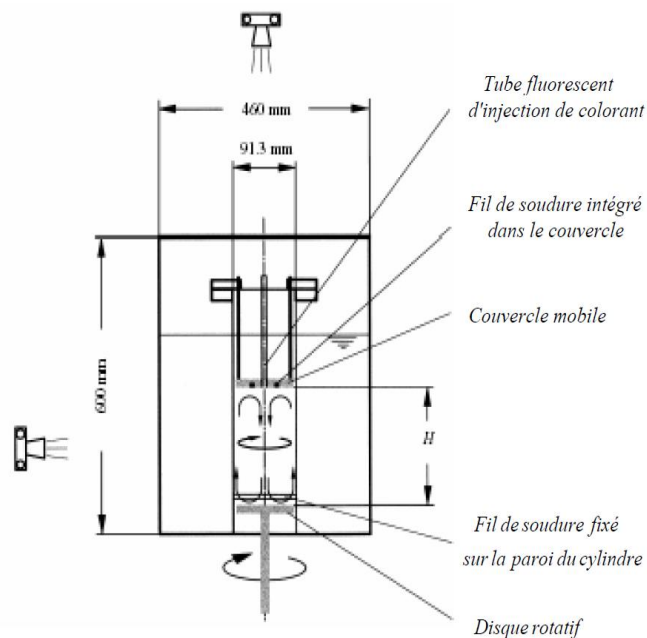


Fig. I-6: Schéma de l'installation de la référence [36].

L'asymétrie de la structure d'écoulement s'avère pour être liée à l'existence des séparations asymétriques d'écoulement sur la paroi de récipient. Si la vitesse angulaire du fond tournant est augmentée, l'évolution des bulles est différente dans les deux configurations: dans le cas rigide de couverture les bulles disparaissent mais persistent dans le cas extérieur libre (Fig.I-6 au-dessus).

Stevens & al., 1999[37] ont achevé une investigation combinée : expérimentale et numérique pour mettre en évidence des états oscillatoires multiples qui existent dans le fluide en écoulement confiné dans un cylindre de rapport d'aspect $\gamma = 2.5$. Ils ont identifié trois états oscillants, deux d'entre eux sont périodiques et le troisième est quasi-périodique avec une fréquence de modulation beaucoup plus petite que la fréquence de base. La gamme des nombres de Reynolds pour lesquels l'écoulement est quasi-périodique existe entre les deux états périodiques. L'analyse harmonique des signaux temporels expérimentaux et numériques par la densité de spectre d'énergie (en anglais PSD, Power Spectrum Density) fournissait les descriptions quantitatives des états déjà mentionnés et leurs périodes adimensionnelles d'oscillations ($\tau = \Omega T_{cyc}$, où T_{cyc} est le temps en secondes nécessaire pour un cycle complet) en terme de la vitesse angulaire de rotation Ω , ainsi que la preuve sans ambiguïté de l'existence de ces états multiples en régimes transitoires.

Bron et al., 1999[38] ont utilisé une combinaison de la théorie de bifurcation pour les systèmes dynamiques bidimensionnels et la simulation numérique. Ils ont déterminé systématiquement les topologies possibles d'écoulement du vortex régulier dans l'écoulement axisymétrique dans un récipient cylindrique avec la rotation d'extrémité. Ils ont trouvé pour des valeurs fixes du rapport des vitesses angulaires des couvercles dans la gamme de -0.02 à 0.05 , des bifurcations pour le recyclage des bulles sous la variation de l'allongement du cylindre et du nombre de Reynolds. Ils ont déterminé des courbes de bifurcation par un procédé convenable simple des données à partir des simulations. Pour le cas du rapport zéro de rotation (un couvercle fixe), un diagramme complet de bifurcation est construit. Ils ont obtenu une très bonne concordance avec des résultats expérimentaux et pour des rapports différents de zéro de rotation, les diagrammes de bifurcation s'avèrent pour changer nettement et pour provoquer d'autres types de bifurcations.

Pour éclaircir la vision physique et bien contrôler ce type d'écoulements dans leurs applications industrielles, Mullin & al., 2000[39] annonçaient les résultats d'une étude expérimentale et numérique de la création de points de stagnation du champ d'écoulement

tournant de fluide dans un cylindre à extrémité en rotation, et ils ont montré que le fait d'ajouter un petit cylindre le long de l'axe de l'écoulement ou incliner sa paroi latérale (petit cylindre intérieur), peut intensifier ou supprimer la recirculation.

Sotiropoulos & al., 2001[40] avaient étudié le mouvement non-diffusif, des particules sortant des bulles stationnaires, tridimensionnelles d'un vortex breakdown. Ils avaient éclairci la relation entre les diverses structures de bulles axisymétriques (idéales) et celles de la réalité tridimensionnelle (laboratoire), qui exposent des chemins de particule chaotiques comme nous avons déjà signalé. Une découverte remarquable, lorsqu'ils étudiaient le processus de vidage des bulles du vortex breakdown, est que le taux auquel la sortie de particules est décrite présente une nature fractale (la courbe d'escalier du diable).

Gelfgat et al., 2001[41] ont analysé l'instabilité tridimensionnelle de l'écoulement axisymétrique entre un couvercle tournant et l'autre fixe d'un cylindre. L'écoulement est régi par deux paramètres, à savoir le nombre de Reynolds Re et l'allongement γ . Ils ont consacré leurs analyses actuelles à la stabilité linéaire de l'écoulement axisymétrique de base et les perturbations non-axisymétriques. Les calculs sont faits en utilisant la méthode globale de Galerkin. L'analyse de stabilité est effectuée à diverses valeurs de γ distribuées dans la gamme ($1 \leq \gamma \leq 3.51$). Ils ont montré que les perturbations axisymétriques sont dominantes dans la gamme ($1.63 \leq \gamma \leq 2.76$). En dehors de cette gamme, pour $\gamma < 1.63$ et pour $\gamma > 2.76$, l'instabilité est tridimensionnelle.

Lopez et al., 2002[42] ont utilisé la méthode spectral-Galerkin pour résoudre les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles d'un écoulement incompressible dans une enceinte cylindrique avec un fond tournant (Fig. I-7).

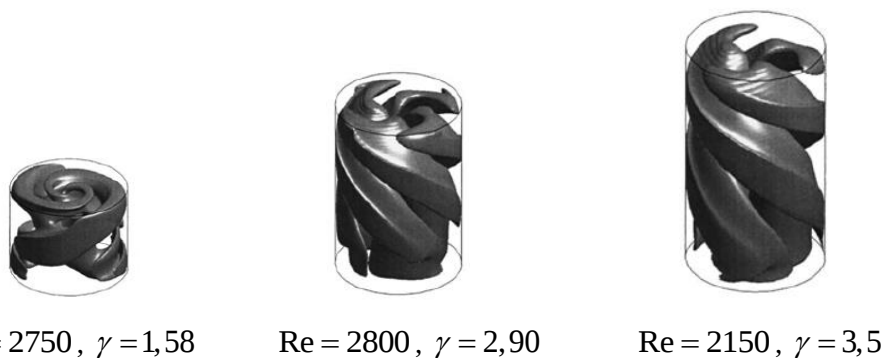


Fig. I-7: Perspective tridimensionnelle des nombres de Reynolds Re et du rapport d'aspect γ [42].

Ils ont avec succès appliqué un code numérique ou ils ont obtenu plusieurs états tridimensionnels bifurqués, avec un comportement spatial et temporel complexe, en bon accord avec les expériences.

Toujours dans le cadre de contrôler la physique de l'écoulement, et bien éliminer les recirculations éventuelles, Thompson & Hourigan, 2003[43] ont porté une investigation numérique pour expliquer les observations expérimentales récentes employant des techniques de visualisation par traceur, puis ont proposé que même pour les écoulements de faibles nombres de Reynolds, la bulle stable du vortex breakdown dans le cylindre tournant ait une asymétrie. Ainsi l'effet des imperfections dans la géométrie du conteneur est examiné numériquement, et particulièrement la détermination quantitative de l'effet d'un mauvais alignement très léger entre l'axe de rotation du disque tournant et l'axe du cylindre (Fig. I-8). Thompson & Hourigan, 2003[43] montraient que des mauvais alignements même légers, et même probablement qui ne seront pas être mesurables expérimentalement, peuvent produire les détails principalement visibles des bulles de vortex breakdown asymétriques qui ont été observés dans beaucoup d'expériences.

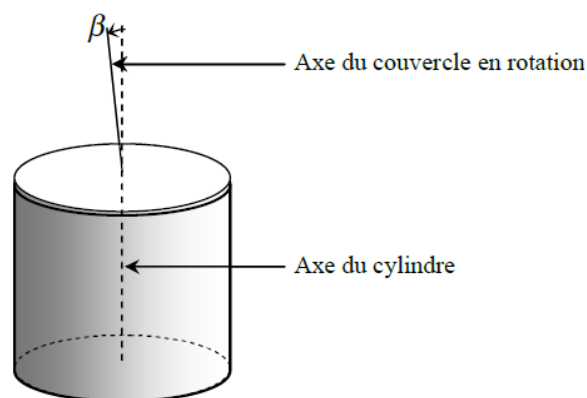


Fig. I-8 : Alignement des axes dans le problème de Thompson & Hourigan, 2003[43].

Ruith & al., 2003[44] a effectué des simulations numériques directes en trois dimensions de l'espace et temporelle pour évoluer les jets tourbillons laminaires pour l'écoulement axisymétrique et se réveille dans des domaines qui sont ouverts dans les directions aval et radiale. Afin de répondre systématiquement les effets de l'instabilité et de la tridimensionnalité sur l'écoulement axisymétrique et les modes de dégradation de vortex hélicoïdaux, il est sélectionné un profil de vitesse de deux paramètres pour lesquels l'écoulement axisymétrique stationnaire est bien étudié. Cela permet de présenter des

observations phénoménologiques, ainsi que des explications mécaniques et théoriques de la fonction du tourbillon S , de la co-rotation, et de nombre de Reynolds Re .

Alors d'autres études dans le même cadre de contrôler l'écoulement mené par Mununga et al., 2004[45] avaient présenté expérimentalement une méthode non-intrusive de contrôle de l'écoulement avec un petit disque ($r = 0.15R$) en rotation monté en bas en face du couvercle tournant dans l'enceinte cylindrique afin de précipiter ou retarder le début du vortex breakdown (en co/contre-rotation), car la co-rotation augmente les dimensions radiales et axiales de la bulle en la décalant vers l'amont, la contre-rotation a tendance de réduire la taille de la bulle, ou la supprimer complètement et la dirigeant vers la direction aval. Cette solution a aussi montré que l'emploi de petit disque en co-rotation est plus efficace que l'utilisation de fond tournant dans la manipulation de la bulle du vortex breakdown.

Iwatsu, 2004[46] a étudié numériquement l'effet d'un gradient stable de température sur un écoulement axisymétrique tourbillonnant confiné dans un récipient cylindrique pour des paramètres régissant Re et Ri ($Ri = Gr \times Re^2$, Ri est le nombre de Richardson) aux valeurs fixes de $Pr = 1$ et $A = 1$ ($A = H/R$). Les résultats intéressants sont pour les valeurs intermédiaires de Ri , c-à-d dans l'ordre $O(10^{-1})$, la circulation méridienne est concentrée dans la partie radialement externe du cylindre ($R > 0.5$) et l'écoulement se produise sur la frontière inférieure. Plusieurs modèles d'écoulement sont développés selon les valeurs de Ri et Re (Fig. I-9).

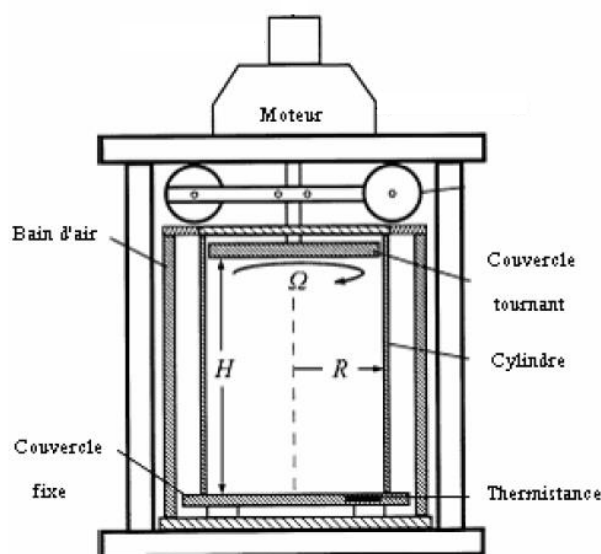


Fig. I-9: Schématisation d'un appareil expérimental de la référence [46].

Pivaa & Meiburg, 2005[47] ont simulé le mouvement stable d'un fluide visqueux dans un conteneur cylindrique avec un disque de fond partiellement tournant et une surface libre au moyen de la résolution des équations de Navier-Stokes axisymétriques (Fig. I-10). L'écoulement méridien est dominé par un vortex au-dessus du disque en rotation et un autre contre-tournant au-dessus de la partie stationnaire (le reste) du fond.

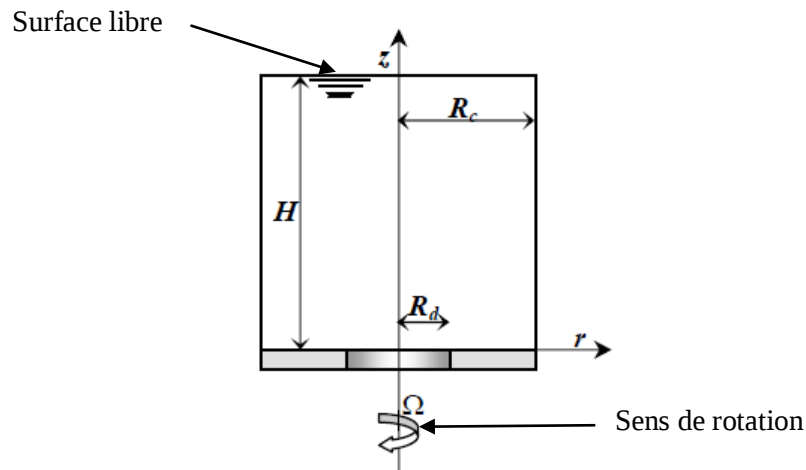


Fig. I-10: Dessin schématique montrant un conteneur cylindrique de rayon R_c , le mouvement fluide est produit par un disque tournant de rayon R_d , qui forme une partie du fond. Le fluide a une surface libre à $z = H$.

Ces simulations étaient conduites pour divers rapports d'aspect (H / R_d) et des nombres de Reynolds, pour évaluer les changements résultants des configurations du vortex breakdown, et puisque le rapport du rayon du cylindre au rayon du disque ($D = R_c / R_d$) augmente au-dessus d'une valeur d'environ 2.3, l'influence de la paroi latérale du cylindre sur les particularités de l'écoulement central au voisinage du disque tournant devient insignifiante. Cela est dû à la décroissance exponentielle de la vitesse azimutale au-delà du bord du disque.

Cui, 2008[48] a présenté une étude numérique d'un écoulement d'un fluide engendré par la rotation et la contre rotation des extrémités d'une enceinte cylindrique. Il a observé qu'il y a un anneau de stagnation sur le fond tournant lentement, son apparition correspond à un écoulement de deux cellules dans le plan méridien, là où un détachement d'écoulement se forme, il a montré numériquement que en plus des motifs unicellulaires et de deux cellules, existent aussi des motifs plus complexes de cellules, à trois cellules et de cellules fusionner.

Les études qui font coupler l'écoulement de fluide avec le transfert de chaleur, ont été théoriquement étudiées par Barcilon et Pedlosky, 1967[49]. Une autre étude détaillée dirigée par Iwatsu, 2004[50], qui avait examiné numériquement les motifs des lignes de courant et les caractéristiques de transfert de chaleur de l'écoulement tourbillonnant du fluide visqueux incompressible et axisymétrique engendré par la rotation constante du couvercle supérieur dans une enceinte cylindrique sous l'hypothèse de Boussinesq, et la différence fixe des températures imposées entre les disques supérieure et inférieure ($T_0 + \Delta T / 2$) et ($T_0 - \Delta T / 2$) respectivement avec des parois latérales adiabatiques. Ces résultats sont obtenus pour Reynolds $10^2 \leq Re \leq 3.10^3$ le nombre de Richardson $0 \leq Ri \leq 1$, ($Ri = k\Delta T g v^3 / R\Omega$), pour un fluide ayant un nombre de Prandtl $Pr = \nu / \alpha$, confiné dans un cylindre de rapport d'aspect $A = H / R = 1$ (ou k est le coefficient d'expansion thermique, α est la diffusivité thermique et ν viscosité cinématique). Diverses tracés des isothermes exposent la transition de la solution dominée par convection vers la solution dominée par conduction si Ri est augmenté. Alors, il était remarqué que quand Ri est augmenté, une structure de couche horizontale apparaît dans la moitié inférieure avec une distribution verticalement linéaire de la température, et pour des valeurs intermédiaires de Ri , ($0 \leq Ri \leq 1$), des séparatrices apparaissent dans l'écoulement sur le disque de fond en fonction des valeurs de Re et Ri . Ainsi qu'une classification en plusieurs types différents des motifs des écoulements dans le plan (Ri, Re) avait été donnée.

Omi et Iwatsu, 2005[51] ont dirigé une étude numérique d'un écoulement de fluide Boussinesq, tourbillonnant confiné dans une enceinte cylindrique avec Co-ou contre-rotation des disques d'extrémités (Fig. I-11), avec un gradient de température verticalement stable et paroi latérale supposé adiabatique. Les écoulements étudiés sont presque similaires à ceux étudiés dans [50] du côté de paramétrages et intervalles de balayage à l'exception de $A = 2$ (rapport d'aspect) et un nouveau paramètre ($s = \Omega_s / \Omega$) introduit, qui est le rapport de la vitesse angulaire du disque supérieur à celle du disque de fond, $-1 \leq s \leq 1$. Pour le cas $Ri \sim 0$ et Re élevé, le fluide intérieurement confiné tourne dans le même sens. Quand ces disques tournent en contre-rotation un écoulement de cisaillement aura lieu avec la création de la recirculation méridionale. Pour le cas de grand gradient de température ($Pr.Ri \sim O(1)$), la couche d'Ekman est supprimée et la couche limite de la paroi latérale disparaît au milieu de cylindre l'écoulement en gros s'approche de l'état de repos, laissant le aux alentours de chaque disque de fin en rotation dans chaque sens. Ils ont suggéré d'adopter une différence

verticalement stable de la température pour contrôler le mouvement du liquide confiné à l'intérieur des enceintes cylindriques avec des disques tournants, et ont récapitulé les cas étudiés de l'écoulement considéré sous forme de diagrammes dans les plans (s, Re) et (s, Ri) .

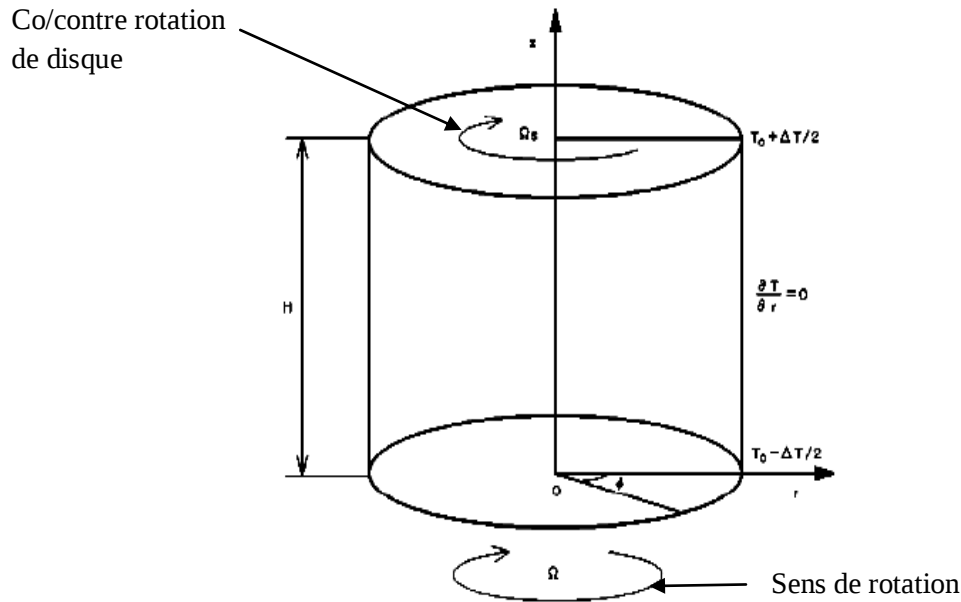


Fig. I-11: Configuration d'écoulement de la référence [51].

Mais dans les applications industrielles, l'apparition des zones de recirculation (vortex breakdown) aux seins de ces types d'écoulements décélérera le rôle que joue la convection et conduira à des problèmes d'impureté et non-homogénéité des métaux liquides traités par des techniques faisant intervenir cette configuration comme procédé de pompage ou d'extraction. D'où l'idée de contrôler globalement l'écoulement, et d'éliminer les éventuelles bulles fluides et les concentrations des contraintes thermiques. Alors, le procédé le plus adapté dans le domaine industriel pour contrôler les écoulements tournants est l'utilisation d'un champ magnétique pour stabiliser l'écoulement du fluide conducteur.

En réalité, il a beaucoup d'aspects pour n'importe quel problème de production des cristaux et la compréhension du comportement hydrodynamique et thermique du fluide à faible nombre de Prandtl (métal liquide), et par conséquent, la distribution spatiale des composants était clairement visualisée par les ouvrages que nous avons déjà cités. Mais, comme la technique de tirage des cristaux de Czochralski est une méthode largement employée dans la production des cristaux, on pourra apprécier la multitude d'ouvrages

traitants cette technique et ses relatifs. Toutefois, le régime de l'écoulement peut s'étendre de stable laminaire à instable, périodique laminaire à turbulent. En outre on a su que si l'écoulement n'est pas stable, des défauts dans le cristal formé, apparaissent. Une approche à l'obtention de cristaux de haute qualité est de contrôler la convection dans le fluide. Puisqu'un champ magnétique influence le mouvement d'un fluide électriquement conducteur, il est suggéré que le mouvement du fluide peut être contrôlé en cultivant un cristal en présence d'un champ magnétique.

Les écoulements des fluides conducteurs en présence d'un champ magnétique sont nommés des écoulements magnétohydrodynamiques (MHD). Un tel écoulement peut différer significativement d'un écoulement hydrodynamique ordinaire équivalent. Le mouvement du métal fondu à travers des lignes de champ magnétique produit un courant électrique qui agit réciproquement avec le champ magnétique pour produire une force motrice électromagnétique (EM), qui s'oppose au mouvement du liquide. Même un champ magnétique faible fournit assez de force EM d'amortissement pour éliminer la turbulence et l'instabilité dans la plupart du mouvement concerné, éliminant ainsi beaucoup de micro-défauts dans le cristal. Le taux d'amortissement dépendra en vertu de la force du champ magnétique appliqué aussi bien que son orientation en ce qui concerne la circulation convective (Bessaih et al., 1999[52]).

L'une des premières études qu'on y trouve l'idée de coupler l'écoulement de fluide conducteur avec le transfert de chaleur et/ou le champ magnétique est le travail de Murphy & Lopez, 1986[53]. Les auteurs avaient seulement fait une comparaison entre les valeurs du nombre de Rayleigh prévues théoriquement du début d'instabilité, dans les modes stationnaire et oscillatoire, avec les valeurs observées expérimentalement pour une couche de mercure chauffée de dessous (paroi inférieure) et soumise simultanément aux effets d'un champ magnétique vertical et uniforme et la rotation à vitesse angulaire constante autour d'un axe vertical. Alors, ils présentaient les tailles de cellule théoriques et les fréquences de rotation pour le début des instabilités oscillantes.

Ben Hadid & al., 1997[54] dans leur investigation, ont employé une méthode numérique spectrale afin de résoudre directement les équations de Navier-Stokes de l'écoulement tridimensionnel oscillatoire d'un métal liquide conducteur confiné dans une cavité cylindrique horizontale de longueur modérée, ainsi, ils examinaient les signaux temporels, les propriétés de symétrie et les bilans d'énergie caractérisant les oscillations de l'écoulement, et

l'amortissement des écoulements oscillatoires par un champ magnétique vertical jusqu'à la stabilisation de cet écoulement.

Bessaih & al., 1999[55] ont porté une étude numérique sur l'écoulement MHD laminaire d'un métal liquide contenu dans une enceinte cylindrique, ayant un rapport d'aspect égal à 1, dont la paroi supérieure est en rotation. L'ensemble est soumis à un champ magnétique externe vertical. Un bon accord entre les résultats asymptotiques et numériques est obtenu par les auteurs, ces derniers ont montré que l'on peut contrôler l'écoulement primaire par un bon choix de la conductivité électrique des parois de l'enceinte en question.

L'écoulement incité par un champ magnétique tournant, d'un métal liquide remplissant une enceinte cylindrique avait sa part dans le champ des études des procédés de stabilisation des écoulements industriels, tel que l'étude entreprise par Marty & al., 1999[56] pour connaître les détails de l'interaction du champ magnétique tournant avec l'écoulement du fluide étudié. Ils ont montré que l'application d'un champ magnétique en rotation très modéré à un mouvement convectif du fluide au commencement instable, est capable de reconstituer la stabilité de l'écoulement.

Des travaux expérimentaux et numériques récents soutiennent cette idée comme ceux faits par : Juel & al., 2001[59], Bessaih, 2000[57], en montrant l'effet d'un champ magnétique orthogonal à la direction principale de l'écoulement du Gallium liquide en convection tridimensionnelle. Une fois le champ magnétique est appliqué, la convection sera réduite, aussi que les oscillations trouvées aux gradients élevés de température peuvent être supprimées, tandis que sans application de champ magnétique, l'écoulement est amené à une structure complexe qui soutient la transition observée à la convection oscillante.

Talmage & al., 2000[58] ont publié un article présentant une étude plus approfondie du mouvement de rotation du métal liquide pendant la production de cristaux de silicium par le procédé de Czochralski avec un champ magnétique élevé, uniforme et vertical (Fig. I-12). Cet article traitait spécialement les effets inertiels dans la couche limites avec la résolution numérique des équations non-linéaires gouvernantes, et les équations de transport pour la vitesse primaire azimuthale et pour la vorticité de l'écoulement secondaire avec la méthode de prédiction –correction d'Adams-Bashforth-Moulton de quatrième ordre. Ils ont discuté les effets d'inertie sur le mouvement du métal liquide, et ont prévu une compréhension plus claire du mouvement du liquide (silicium fondu), sans laquelle des cristaux plus propre seront difficiles de se produire sur une base cohérente.

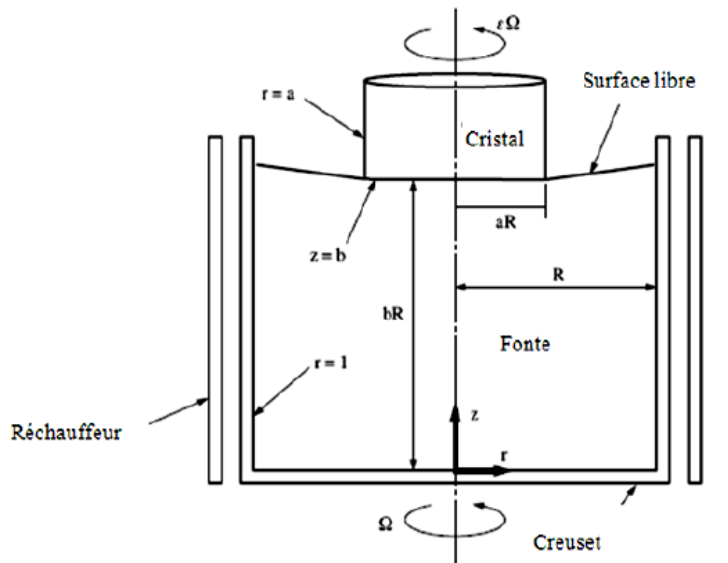


Fig. I-12: Procédé de Czochralski avec un champ magnétique uniforme et vertical de la référence [58].

Gelfgat et al., 2002[60] ont consacré leur étude au problème du début de l'instabilité oscillante dans l'écoulement d'un fluide semi-conducteur sous un champ magnétique uniforme extérieurement imposé et indépendant du temps. Ils ont considéré des valeurs fixes de l'allongement $\gamma = 4$ et du nombre de Prandtl $Pr = 0.015$, qui sont associées au processus de croissance en cristal de la configuration horizontale de Bridgman. Ils ont étudié l'effet d'un champ magnétique uniforme avec différentes grandeurs et orientations sur la stabilité des écoulements d'état d'équilibre (avec une cellule ou un modèle de deux cellules). Les diagrammes de stabilité présentés montrant la dépendance du nombre critique de Grashof à l'égard du nombre de Hartmann. Ils ont montré qu'un champ magnétique vertical fournit l'effet de stabilisation le plus fort, et que la multiplicité d'états d'équilibres est supprimée par l'effet électromagnétique, de sorte qu'à un certain niveau de champ seulement les écoulements unicellulaires demeurent stables. Une analyse des perturbations d'écoulement les plus dangereuses prouve que, en commençant par une certaine valeur du nombre de Hartmann, des écoulements unicellulaires sont déstabilisés à l'intérieur des couches de frontière minces de Hartmann. Ceci peut mener à la déstabilisation de l'écoulement avec une augmentation de la grandeur du champ (Fig. I-13).

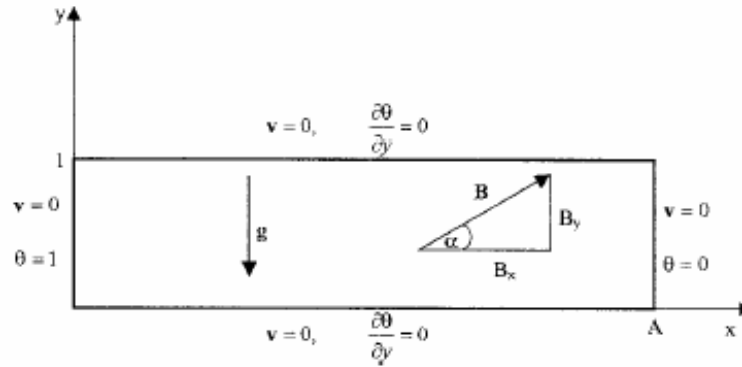


Fig. I-13: La géométrie et les conditions aux limites utilisées de la référence [60].

Bessaïh et al., 2003[61] ont dirigé une étude numérique et analytique du l'écoulement laminaire stable engendré par un disque tournant au sommet d'un cylindre ayant un rapport d'aspect $H/R=1$, rempli d'un métal liquide et soumis à un champ magnétique axial, en résolvant les équations régissant l'écoulement par la méthode de volume finis. Ils donnaient différentes formules analytiques de vitesse et avaient montré qu'en présence d'un champ magnétique, les profils analytiques de vitesse proches des disques aux extrémités obtenus pour une valeur élevée du paramètre d'interaction magnétique N , présentant un excellent accord avec ceux obtenus par des simulations numériques. Ainsi, ils ont mis en évidence l'importance de la conductivité électrique des parois du conducteur (les deux disques et la paroi latérale) dans le contrôle de l'écoulement.

Kharicha & al., 2004[62], ont utilisé le code commercial Fluent V. 5 pour avoir une solution numérique du modèle de l'écoulement MHD laminaire, permanent conduit par un disque tournant au sommet d'une cavité cylindrique remplie d'un métal liquide. Les effets du champ magnétique, des conductivités électriques des parois et l'épaisseur pariétale sont examinées. Les paramètres appropriés pour ce type d'écoulements ont été variés comme $Re \geq 100$ et le nombre de Hartmann $0 \leq Ha \leq 100$, ce qui correspond à une gamme de paramètre d'interaction $0 \leq N = Ha^2 / Re \leq 100$. Malgré la supposition d'un très petit nombre de Reynolds magnétique Rm , le champ magnétique incité par ce petit Rm a été tenu en compte dans la formulation de leur problème. Leur étude est destinée à prédire l'influence d'un champ magnétique sur le taux de corrosion d'un métal liquide sur une paroi métallique, ils ont résolu l'équation de concentration pour le produit de corrosion et ont montré que le transfert de masse évolue avec le Hartmann Ha , et pour une valeur de Ha fixe, le transfert

de matière est plus élevé pour des parois électriquement conductrices que des parois isolantes.

Yu et Gelfgat, 2004[63] ont mesuré les vitesses azimutales d'un écoulement RMF (Rotating Magnétique Field) de fluide confiné dans un conteneur cylindrique, par deux expériences différentes pour des rapports d'aspect différents et diverses magnitudes du champ magnétique (différentes valeurs du nombre de Hartmann Ha). Ils avaient expliqué quantitativement la dépendance entre la vitesse angulaire moyenne (normalisée) et le nombre de Hartmann, et même la vitesse moyenne angulaire en fonction du rapport d'aspect. Les résultats expérimentaux annoncés montrent que la rotation moyenne du liquide augmente plus rapidement avec l'augmentation de la hauteur relative de l'enceinte cylindrique ($H/R > 1$), au-delà de la valeur $H/R = 1$, la croissance est linéaire.

La force de Lorentz incitée par un champ magnétique en mouvement (en anglais TMF, Travelling Magnetic Field) dans une enceinte cylindrique a été discutée par Volz & Mazuruk, 2004[64]. Les auteurs ont montré que cette force de Lorentz peut être employée pour contrôler l'écoulement des métaux fondus, électriquement conducteurs et la direction de l'écoulement résultant de l'application du champ magnétique peut être complètement changée. Un champ TMF peut être employé pour éviter partiellement l'écoulement conduit par les forces de flottabilité (buoyancy).

Kharicha & al., 2005[65], ont effectué une investigation expérimentale de l'écoulement MHD laminaire dans le cas permanent induit par la rotation d'un disque au sommet d'une cavité cylindrique remplie de l'eau ou de mercure. Ils ont analysé les distributions de vitesse en employant la technique de mesure par ultrasons (UVP). Leurs mesures ont été comparées avec des résultats obtenus par un modèle numérique. Ils ont effectué ses mesures et comparaisons essentiellement pour les valeurs de Reynolds allant jusqu'à 30000 et pour $Ha \leq 260$. Alors, ils avaient un proche accord entre les résultats numériques, les mesures par ultrasons et d'autres travaux expérimentaux et numériques annoncés dans la littérature. Ses expériences ont révélé quelque chose qui n'a pas été prévu numériquement, la couche pariétale latérale est instable pour des valeurs spécifiques des nombres de Hartmann et de Reynolds.

Mittal & al., 2005[66] ont présenté une simulation numérique pour analyser la convection naturelle bidimensionnelle de métaux liquides soumis au champ magnétique

transversal. Dans leur étude spatio-temporelle, ils avaient montré que l'écoulement oscillant change vers un écoulement stable avec l'augmentation de l'intensité de champ magnétique appliqué pour une gamme du nombre de Rayleigh (Ra) entre 10^5 et 10^8 , même pour cette gamme de Ra , la magnitude du champ magnétique amortie significativement l'amplitude des vitesses, et les amplitudes des oscillations apériodiques de n'importe quelle variable dynamique. Alors, ils ont analysé l'interaction des forces de flottabilité et les forces électromagnétiques sur le développement et la formation spatio-temporelle des motifs de courant. Pour comprendre cette interaction, ils ont varié l'intensité du champ magnétique appliqué via la variation du nombre de Chandrasekhar $Q(Q = \sigma H^2 B_0^2 / \rho_0 \nu = Ha^2)$ pour une gamme de Ra , en résolvant numériquement les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes, de l'énergie et de la MHD pour des métaux liquides à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$, cas des semi-conducteurs), confinés dans des cavités carrées de profondeur H . Outre l'analyse non-linéaire, les auteurs [60] ont effectué une analyse spectrale pour montrer qu'avec l'augmentation de Q , le spectre des énergies (PSD) correspondant aux fréquences dominantes diminuent, et le nombre de fréquences se réduit aussi en raison d'élimination des basses fréquences.

Berrahil et Bessaih, 2008[67] ont effectué une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte cylindrique remplie d'un métal liquide à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$). Ayant un rapport d'aspect égal à 2 et soumise à un gradient vertical de température et un champ magnétique. La méthode des volumes finis a été utilisée afin de résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie. Ils ont trouvé que la stabilité de l'écoulement est conservée pour des valeurs supérieures du nombre de Grashof, Gr . Un diagramme de stabilité a été établi selon les résultats numériques de cette recherche. Ce diagramme met en évidence la dépendance du nombre de Grashof critique, Gr_{Cr} avec l'augmentation du nombre de Hartmann Ha . En conclusion, cette étude confirme la possibilité de stabilisation d'un écoulement de métal liquide en convection naturelle par application d'un champ magnétique axial.

Bessaih et al., 2009[68] ont étudié la stabilité magnétohydrodynamique d'un écoulement tournant dans un cylindre contenant du métal liquide ($Pr = 0.015$) ayant un rapport d'aspect égal à 2 et soumis à un gradient vertical de température et un champ magnétique (Fig. I-18). La méthode des volumes finis a été utilisée afin de résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et du potentiel électrique. Ils ont trouvé

qu'en' absence de champ magnétique, le nombre de Reynolds critique est une fonction décroissante du nombre de Richardson (pour les valeurs du nombre de Reynolds critiques $Re_{Cr} = 2575, 924, 802$, et 606), correspondant respectivement aux valeurs du nombre de Richardson ($Ri = 0, 0.5, 1$ et 2). Ils ont trouvé aussi en présence d'un champ magnétique vertical, la stabilité de l'écoulement est conservée pour des valeurs supérieures du nombre de Reynolds. Ils ont établi un diagramme de stabilité d'après les résultats numériques de cette investigation. Ce diagramme met en évidence la dépendance du nombre de Reynolds critique avec l'augmentation du nombre de Hartmann Ha , pour différentes valeurs du nombre de Richardson. En conclusion, cette étude confirme la possibilité de stabilisation d'un écoulement de métal liquide en convection mixte par application d'un champ magnétique axial.

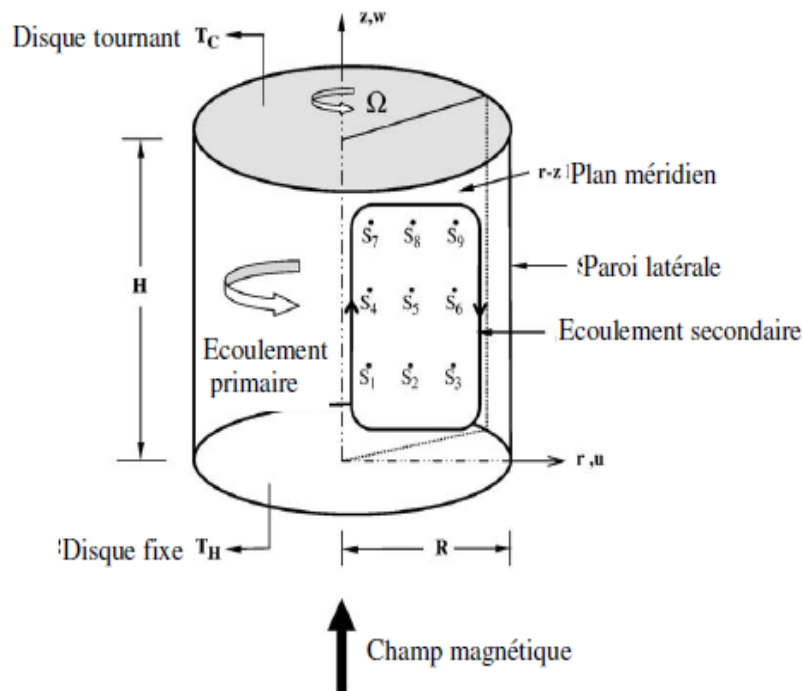


Fig. I-14: Géométrie de problème considéré avec les sondes utilisées dans les calculs numériques de la référence [68].

Kakarantzas et al., 2009[69] ont effectué une série de simulations numériques afin d'étudier la convection naturelle d'un écoulement MHD pour des métaux liquides dans un récipient cylindrique vertical avec un fond tournant et une distribution sinusoïdale de la température à la paroi supérieur, tandis que la paroi latérale est adiabatique, (Fig. I-15). À partir du cas hydrodynamique de bas ils ont évalué l'effet des champs magnétiques verticaux

et horizontaux. Ils ont observé des écoulements à laide des paramètres (nombres de Rayleigh et Hartmann, axisymétrie), ils prouvent que l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise le transfert thermique par la convection tandis que l'augmentation du nombre de Hartmann favorise la conduction de la chaleur. Le champ magnétique vertical réduit le nombre de Nusselt davantage qu'horizontal. Les modèles de circulation pour les cas les plus convecteurs sont confinés près du coin supérieur du récipient avec la formation simultanée d'un d'écoulement secondaire au coin inférieur, alors que pour les cas plus conducteurs seulement un modèle de circulation existe couvrant le domaine entier.

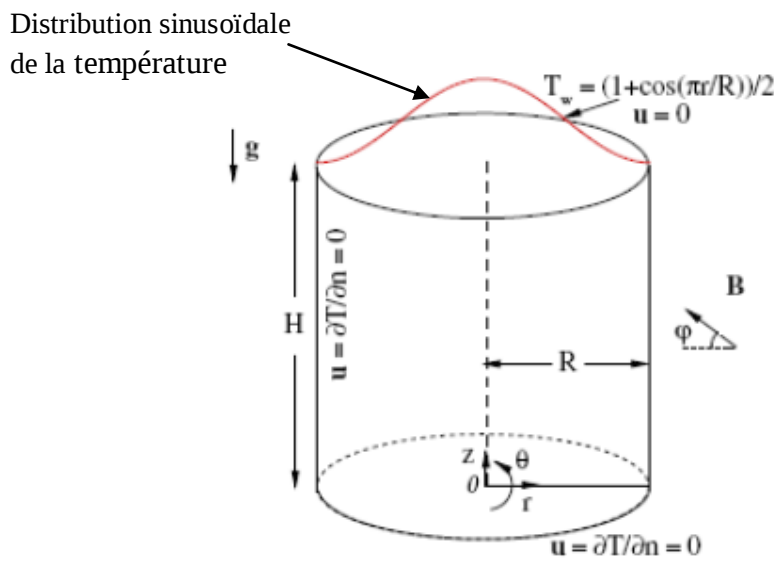


Fig. I-15: Configuration d'écoulement et conditions aux limites de la référence [63].

Oudina et Bessaïh, 2012[70] ont étudié une modélisation numérique de la convection naturelle, sous l'influence de champ magnétique l'une axiale (B_z) ou radial (B_r) selon une configuration cylindrique rempli d'un fluide à faible nombre de Prandtl, du conducteur de l'électricité. Ils ont utilisé la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations de Navier Stokes, de la continuité et de l'énergie. Les diagrammes de stabilité sont établis selon les résultats numériques de cette enquête. Ces diagrammes mettent en évidence la dépendance du nombre de Grashof critique Gr_{Cr} avec l'augmentation du nombre de Hartmann Ha . Ils ont trouvés que la plus forte stabilisation des flux convectifs se produit lorsque le champ magnétique est appliqué dans la direction radiale. En conclusion, Cette étude confirme la possibilité d'une stabilisation d'un écoulement de métal liquide en convection naturelle par l'application d'un champ magnétique radial.

L'objectif de cette étude numérique de l'écoulement tournants et de l'écoulement MHD consistent à:

Tout d'abord, nous avons l'intérêt à l'étude de l'écoulement sans rotation (convection naturelle), en examinant l'augmentation du nombre de Grashof et en voyant son effet sur la structure hydrodynamique et le transfert de chaleur, et ensuite l'étude des écoulements en rotation correspondent le cas de la convection mixte dans une cavité cylindrique rempli complètement de liquide de silicium, lorsque les disques de remorquage se tournent, en examinant l'effet de différent nombre de Richardson Ri sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur, et enfin nous avons examiné l'effet d'un champ magnétique permanent, car l'application de ce dernière sur le bain conducteur à l'électricité est un moyen de stabiliser, de réorganiser l'écoulement de convection, afin de s'approcher au mieux des conditions idéales lors de la production des monocristaux.

Le mémoire est divisé en quatre chapitres:

Dans le premier chapitre, Dans le premier chapitre, nous avons présenté une recherche bibliographique de l'écoulement tournants et l'écoulement MHD sur les différentes études réalisées dans ce sens pour des configurations variées.

Dans le second chapitre, nous détaillons le modèle mathématique et la géométrie utilisée.

Dans le troisième chapitre, nous exposons la solution numérique, à savoir, le maillage, les équations de discrétisation des équations qui gouvernent notre problème et la méthode numérique utilisée.

Dans le dernier chapitre, nous avons présenté les résultats de nos simulations numériques: nous avons validé notre travail avec des travaux dans la littérature, nous étudions l'effet maillage , ainsi l'effet d'augmentation de nombre de Grashof sur la convection naturelle en absence du champ magnétique et l'effet de la rotation des deux disques des extrémités et leurs sens de rotation (Co/contre-rotation) sur la naissance des mouvements convectifs dans le cas de convection mixte en absence du champ magnétique, et enfin, nous déterminons l'effet de l'intensité du champ magnétique et leur orientation sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur (dans le deux cas : naturelle et mixte), ensuite nous discutons et interprétons les résultats obtenus. Finalement, une conclusion a été présentée.

CHAPITRE II

PROBLEME PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

CHAPITRE II

PROBLEME PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1. Présentation :

Le transfert de chaleur par convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu : elle s'applique uniquement aux fluides (liquides et gaz). Contrairement à la conduction où le transfert de chaleur est sans déplacement de matière, nous avons juste le déplacement de l'énergie en raison de la transmission des vibrations des atomes. Il existe trois types de convection:

Tout d'abord, l'écoulement est naturel: l'écoulement est dû à la différence de densité des différentes régions de fluide (en raison de la différence de la température). Ce phénomène est très fréquent et est appelé convection naturelle.

La seconde, l'écoulement est due à des forces extérieures (pompes, ventilateurs ...), alors nous sommes dans des conditions de convection forcée. Ce mode est appliqué lorsque l'on veut améliorer, c'est-à-dire d'augmenter l'échange de chaleur.

Si les deux phénomènes (convection naturelle et forcée) existent en même temps, nous appelons cela une convection mixte.

Dans ce chapitre, nous présentons la géométrie de la configuration considérée, ainsi que les équations modélisant le problème traité dans ce mémoire. Ces équations mettent en évidence le comportement des fluides conducteurs (tel le cas des métaux liquides) en convection laminaire thermique (naturelle et mixte). Elles sont fondées selon les lois physiques : de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes), et d'énergie. Mais en présence d'un champ magnétique, l'apparition d'une nouvelle force (force de Lorentz) au sein du liquide (écoulement MHD), ajoute une autre équation pour compléter le système. Les démonstrations nécessaires à l'obtention des équations susmentionnées décrivant la dynamique de l'écoulement de fluide laminaire avec transfert de chaleur sont bien expliquées, et illustrées dans beaucoup d'ouvrages de mécanique des fluides et de transferts thermiques par exemple la référence [71].

II.2. Géométrie du problème:

Le système physique en cours d'examen (Fig. II-1) est une enceinte cylindrique de rayon R et de hauteur H , dont le rapport d'aspect est fixe $A = H / R = 2$. L'enceinte contient du le silicium liquide caractérisé par un faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.011$).

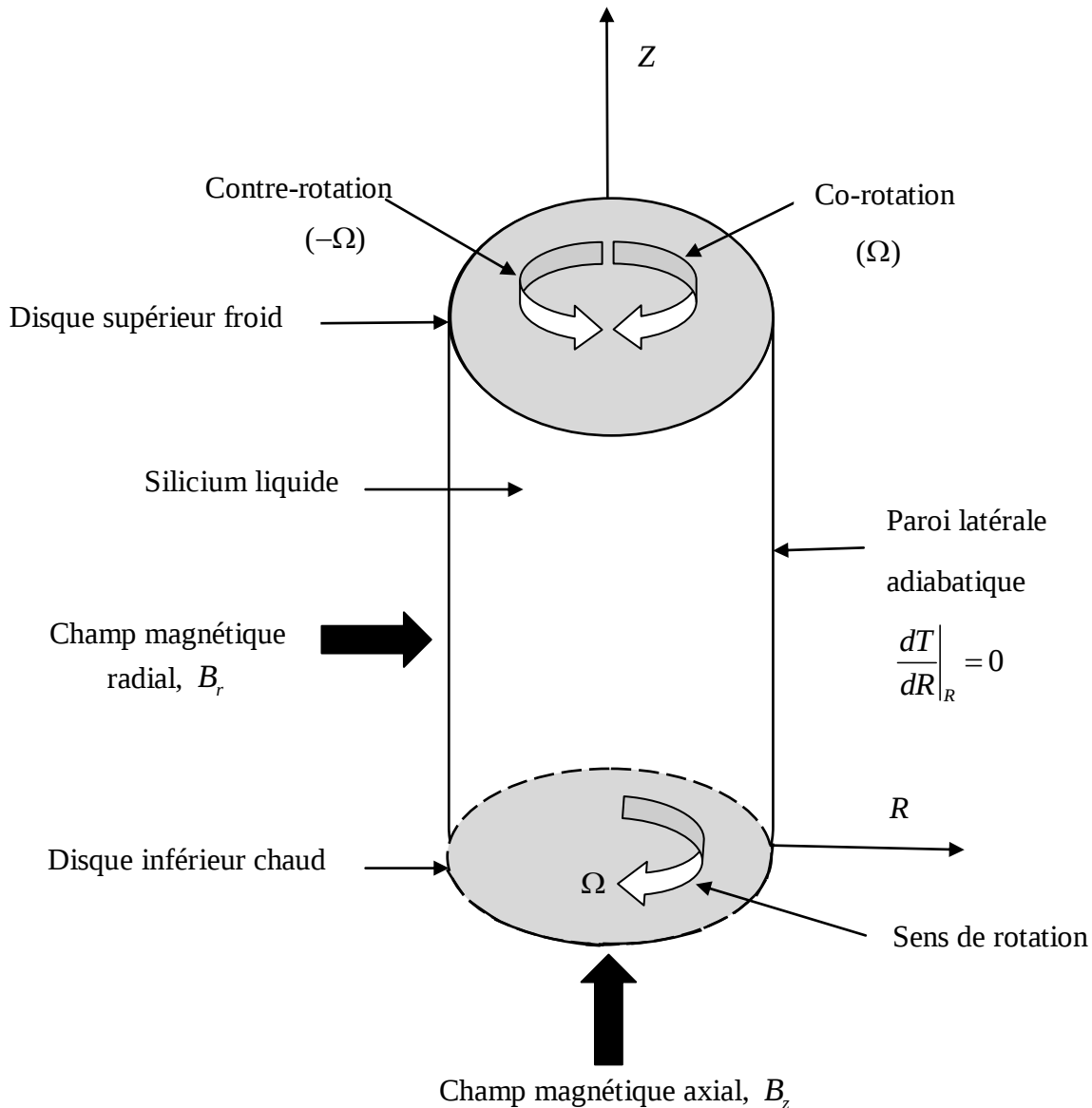


Fig. II-1 : La géométrie de la configuration considérée.

Le couvercle (disque inférieur) est en rotation à la vitesse angulaire constante et maintenu à la température chaude T_H , l'autre extrémité (disque supérieur) en co/contre-rotation et maintenu à la température froide T_C ($T_H > T_C$) (on appelle co-rotation l'écoulement obtenu

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

lorsque les deux disques tournent dans le même sens avec la même vitesse de rotation, l'écoulement contre-rotation, lorsque les deux disques tournent en sens opposé à la même vitesse de rotation). La paroi latérale est adiabatique. L'ensemble peut être soumis à un champ magnétique B de magnitude constante, uniforme et orienté dans deux directions axiales B_z ou radiale B_r . L'approximation de Boussinesq pour l'écoulement de flottabilité est adoptée. Les parois de l'enceinte cylindrique sont électriquement isolées.

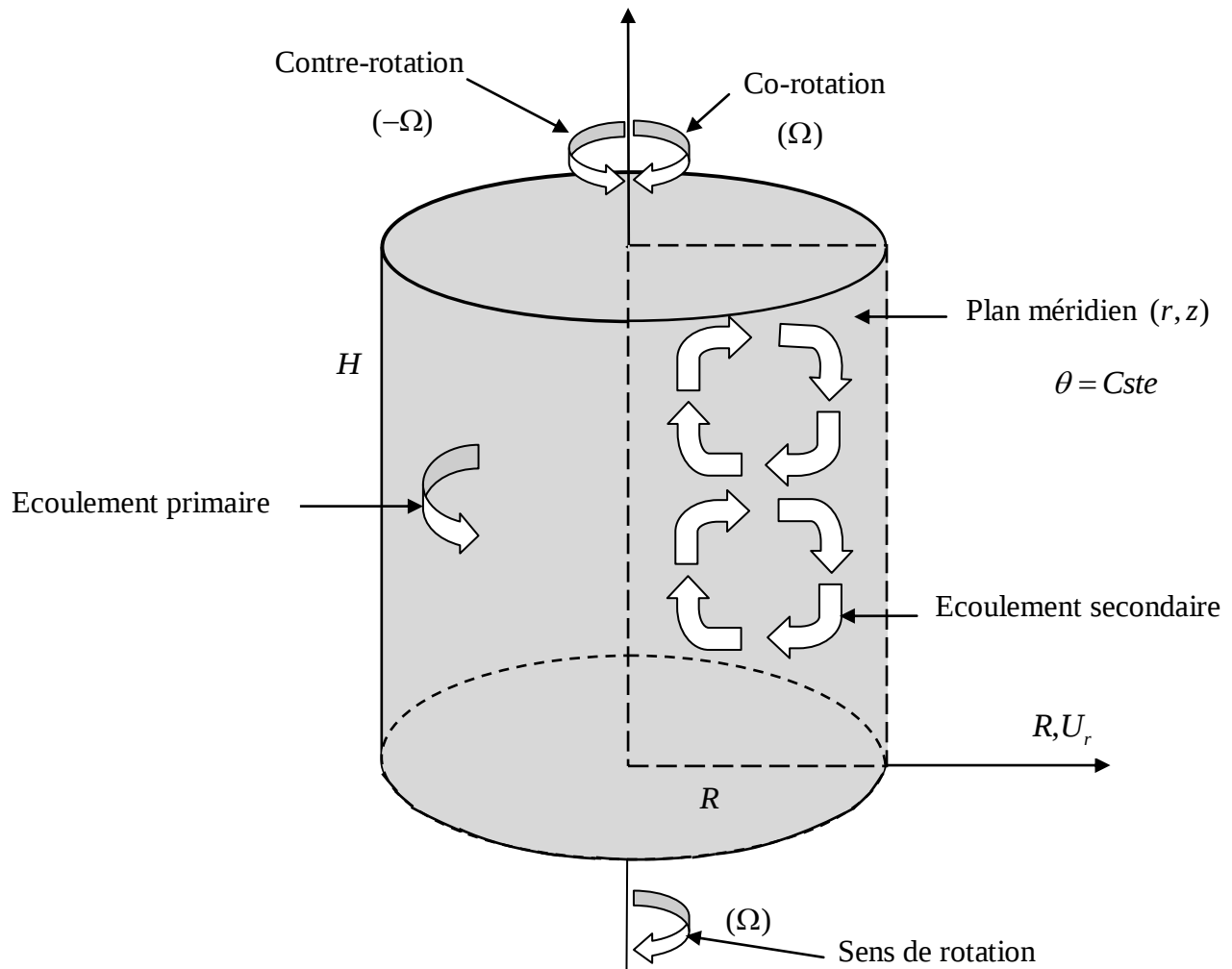


Fig. II-2 : Volume de contrôle et mouvement considéré dans le repère de référence.

II.3. Hypothèses :

Pour modéliser le problème physique décrit dans la figure (Fig.II-1), nous adopterons les hypothèses simplificatrices suivantes:

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

- 1 - L'écoulement est laminaire et axisymétrique avec tourbillon (swirel).
- 2 - Pas de source de chaleur ($q = 0$).
- 3 - L'état d'équilibre ($\partial / \partial t$).
- 4 - La dissipation thermique visqueuse est négligeable ($\Phi = 0$).
- 5- L'approximation de Boussinesq est valide. Il s'agit de tenir compte des variations de densité sont négligeable à tous les termes de l'équation de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau des conditions de gravité, où il changeant en fonction de la température par l'équation :

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0)) \quad (\text{II.1})$$

ρ_0 : La masse volumique du fluide à la température de référence T_0 .

β : Le coefficient de dilatation à pression constante.

- **Les propriétés des fluides**

Le fluide utilisé pour la simulation est un métal liquide newtonien, incompressible, nous définissons simplement les convenances des fluides qui sont donnés dans le tableau.

Tableau II-1: les propriétés physiques du silicium liquide (Si) à $T = 1625$ K [72].

paramètres	symbole	valeur	unité
Densité	ρ	2570	Kg / m^3
Viscosité dynamique	μ	7.75×10^{-4}	$\text{Kg} / (\text{ms})$
Viscosité cinématique	ν	3.02×10^{-7}	m^2 / s
coefficient de dilatation thermique	β	1.4×10^{-4}	K^{-1}
conductivité thermique	λ	66.9	$\text{W} / (\text{mk})$
chaleur spécifique	c_p	915	$\text{W} / (\text{mk})$
Conductivité électrique	σ	1.23×10^6	$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

Dans les cas de l'application du champ magnétique axial ou radial sur l'écoulement, on ajoute les hypothèses simplificatrices suivantes :

6- Le champ magnétique induit est négligeable (à l'échelle du laboratoire) car le nombre de Reynolds magnétique est supposé très faible : $Rm = \mu_0 \sigma \Omega R \ll 1$ (un nombre adimensionnel qui caractérise la convection par rapport à la diffusion du champ magnétique).

7- L'effet Joule est négligeable (l'effet Joule est un effet thermique qui se produit lors du passage du courant électrique dans un conducteur. Il se manifeste par une augmentation de l'énergie thermique du conducteur et donc de sa température), Ceci est justifié par l'estimation des paramètres adimensionnels des métaux liquides et des semi-conducteurs [73]. En effet, le nombre de Prandtl magnétique : $P_m = \mu_0 \sigma \nu$ (un rapport de l'induction du courant électrique et du champ magnétique), pour les métaux liquides, ce nombre est de l'ordre de 10^{-7} .

8- Le métal liquide est non-magnétisé puisque la perméabilité magnétique $\mu_m = 1$.

II.4. Les équations gouvernant l'écoulement :

Après l'application des hypothèses de simplification susmentionnées, les systèmes d'équations qui régissent les phénomènes de convection thermique (ces équations générales régissant l'écoulement secondaire du métal liquide (Fig. II-2) dans le plan méridien, en considérant les forces de flottabilité dans le cas de la convection mixte) avec et sans champs magnétiques sont les suivantes :

II.4.1. L'équation de continuité:

Il reflète la conservation de la masse dans le volume de contrôle:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\overline{\rho u}) \quad (\text{II.2})$$

Pour un fluide newtonien incompressible l'équation sera venue:

$$\text{div}(\overline{\rho u}) = 0 \quad (\text{II.3})$$

qui peut être exprimée mathématiquement sous forme tensorielle comme suit:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, i = 1:2$$

II.4.2. Les équations de quantité du mouvement :

Elles sont obtenues en appliquant la deuxième loi de la dynamique d'une particule fluide passant à travers un contrôle du volume infinitésimal. Ils sont écrits sous forme tensorielle comme suit:

$$\rho \frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}}(p) + \mu \Delta \vec{U} \quad (\text{II.4})$$

Où:

$\frac{d\vec{U}}{dt}$: Le dérivé total de la vitesse.

ρ : La masse volumique du fluide.

μ : La viscosité dynamique du fluide.

$\vec{f} = \rho \vec{g}$: Les forces de volume.

p : La pression.

$\mu \Delta \vec{U}$: Le tenseur des contraintes.

Cette équation représente la conservation de quantité du mouvement (Navier-Stokes) d'un liquide visqueux, incompressible en régime laminaire instable.

II. 4.3. L'équation de l'énergie :

Elle est obtenue par application de la première loi de la thermodynamique. Cette équation pour un fluide newtonien incompressible peut être écrite comme suit:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}) \quad (\text{II.5})$$

Où:

λ : La conductivité thermique.

c_p : La chaleur spécifique à pression constante.

II. 4.4. *L'équation de potentiel électrique :*

Cette équation est introduite aux systèmes d'équations gouvernant, lors de la présence du champ magnétique axial ou radial pour compléter ce système vis-à-vis' l'apparition, d'une nouvelle force de volume (force de Lorentz), dont les composantes sont les termes f_{Lr} , f_{Lz} , $f_{L\theta}$ ajoutés aux systèmes d'équations du Navier-Stokes (équations (II.12-II.14))

En supposant que la conductivité électrique, σ du fluide est isotrope, la loi d'Ohm sera :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (II.6)$$

Où $\vec{J}$ est la densité volumétrique de courant et $\vec{E}$ le champ électrique local. Suivons dans son mouvement un élément fluide ; dans un repère absolu, la dernière équation s'écrit :

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (II.7)$$

Avec :

$\vec{V} = u_r \vec{e}_r + u_z \vec{e}_z + u_\theta \vec{e}_\theta$: désigne le vecteur de la vitesse dans le plan méridien,

$\vec{B}$: Le vecteur du champ magnétique, on distingue deux cas :

$\vec{B} = B \vec{e}_z$: Le cas de champ magnétique axial.

$\vec{B} = B \vec{e}_r$: Le cas de champ magnétique radial.

$\vec{e}_r, \vec{e}_z, \vec{e}_\theta$: sont les vecteurs unitaires respectivement des directions radiale, axiale et azimutale dans le repère absolu.

Le courant électrique est conservé donc :

$$\text{Rot} \vec{E} = 0 \Leftrightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \quad (II.8)$$

Et

$$\text{div} \vec{J} = 0 \quad (II.9)$$

C.-à-d. : le courant électrique dérive d'un potentiel électrique φ .

En substituant les équations (II.8) et (II.9) dans l'équation (II.7), on obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \varphi + \vec{V} \wedge \vec{B}) = 0 \Leftrightarrow \nabla \varphi = \text{div}(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.10})$$

II.5. Formulation des équations de transport en coordonnées cylindriques :

L'équation de transport dans le repère cylindrique rédigé comme suit [74]:

II.5.1. L'équation de continuité:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.11})$$

II.5.2. L'équation de quantité du mouvement le long de r :

$$\rho \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r^2) + \frac{\partial}{\partial z}(u_r u_z) + \frac{u_\theta^2}{r} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r}{r^2} \right] + f_{Lr} \quad (\text{II.12})$$

II.5.3. L'équation de quantité du mouvement selon z :

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} + \rho \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z^2) \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] + \rho g \beta (T - T_c) + f_{Lz} \quad (\text{II.13})$$

II.5.4. L'équation de quantité du mouvement le long θ :

$$\rho \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + \rho \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r u_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z u_\theta) + \frac{u_r u_\theta}{r} \right] = \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} - \frac{u_\theta}{r^2} \right] + f_{L\theta} \quad (\text{II.14})$$

II.5.5. L'équation de l'énergie:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r T) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z T) = \alpha \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (\text{II.15})$$

Avec :

u_r, u_z, u_θ : sont respectivement les composantes de la vitesse radiale, axiale et azimutale selon les directions (r, z, θ) .

g : L'accélération de la pesanteur.

II.5.6. L'équation de potentiel électrique :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = B \left(\frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) \quad (\text{II.16})$$

Mais dans les équations de quantité de mouvement, les composantes de la force électromagnétique de Lorentz radiale, axiale et azimutale donnée par la formule [61] :

$$\vec{f}_L = \vec{J} \wedge \vec{B} \quad (\text{II.17})$$

On note que pour l'écoulement secondaire (Fig. II-2), la situation est purement bidimensionnelle (conséquence de l'axisymétrie), par suite la composante azimutale u_θ de la vitesse est une grandeur scalaire, introduite dans ce systèmes d'équations seulement pour avoir une information de plus sur le champ de vitesse, et pour le calcul du potentiel électrique.

- **Cas du champ magnétique axial :** $\vec{B} = B \vec{e}_z$

Les composantes de vecteur densité de courant électrique soient, d'après les équations (II.8) et (II.9) :

$$j_r = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial r} + u_\theta B \right) \quad (\text{II.18a})$$

$$j_z = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \quad (\text{II.18b})$$

$$j_\theta = \sigma (-u_r B) \quad (\text{II.18c})$$

Dans ce cas, les composantes de la force électromagnétique f_{Lr} , f_{Lz} , $f_{L\theta}$ peuvent être exprimées comme suit :

$$f_{Lr} = -\sigma u_r B^2 \quad (\text{II.19a})$$

$$f_{Lz} = 0 \quad (\text{II.19b})$$

$$f_{L\theta} = -\sigma B \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - u_\theta B \right) \quad (\text{II.19c})$$

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

Ces formules sont exprimées en termes de quantités dimensionnelles.

- *Cas du champ magnétique radial* : $\vec{B} = B\vec{e}_r$

Les composantes de vecteur densité de courant électrique soient, d'après les équations (II.8) et (II.9) :

$$j_r = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \quad (\text{II.20a})$$

$$j_z = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial z} - u_\theta B \right) \quad (\text{II.20b})$$

$$j_\theta = \sigma (u_z B) \quad (\text{II.20c})$$

Dans ce cas, les composantes de la force électromagnétique f_{Lr} , f_{Lz} , $f_{L\theta}$ peuvent être exprimées comme suit :

$$f_{Lr} = 0 \quad (\text{II.21a})$$

$$f_{Lz} = -\sigma u_z B^2 \quad (\text{II.21b})$$

$$f_{L\theta} = \sigma B \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - u_\theta B \right) \quad (\text{II.21c})$$

Ces formules sont exprimées en termes de quantités dimensionnelles.

II.6. Les équations sous forme adimensionnelle :

L'utilisation de la variable sans dimension sert à exprimer la réalité des phénomènes physique indépendamment de systèmes de mesure, pour permettre d'avoir des informations généralisées à une variété des problèmes ayant les mêmes grandeurs de coefficient de similitudes, d'un côté, et d'un autre côté, réduire le nombre de paramètres d'un problème. En effet, pour faire apparaître les paramètres êtres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire les grandeurs de référence [68].

II.6.1. L'écoulement sans rotation $\Omega = 0$ (convection naturelle) :

Les paramètres caractéristiques du problème sont les suivantes:

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

r_c^2 / ν : Caractéristique de temps [s].

r_c : Rayon caractéristique [m].

ν / r_c : La vitesse caractéristique [m.s⁻¹].

$\rho(\nu / r_c^2)$: La pression caractéristique [N.m⁻²].

$T_H - T_C$: La température caractéristique [K].

Les variables adimensionnelles sont [75] :

$$\tau = \frac{t}{\frac{\nu}{r_c^2}}, \text{ temps}$$

$$R = \frac{r}{r_c}, \text{ distance radiale}$$

$$Z = \frac{z}{r_c}, \text{ distance axiale}$$

$$U_r = \frac{u_r}{\frac{\nu}{r_c}}, \text{ composante de vitesse radiale}$$

$$U_z = \frac{u_z}{\frac{\nu}{r_c}}, \text{ composante de vitesse axiale}$$

$$P = \frac{p}{\rho \left(\frac{\nu}{r_c^2} \right)}, \text{ pression}$$

$$\Theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, \text{ température}$$

II.6.2. L'écoulement avec rotation $\Omega \neq 0$ (convection mixte) :

Les paramètres caractéristiques du problème sont les suivantes :

$$\frac{1}{\Omega} : \text{Temps caractéristique [s].}$$

r_c : Rayon caractéristique [m].

Ωr_c : vitesse caractéristique [m.s⁻¹].

$\rho(\Omega r_c)^2$: La pression caractéristique [Nm⁻²].

$T_H - T_C$: La température caractéristique [K].

- *Les variables adimensionnelles sont [75] :*

$$\tau = \frac{t}{\frac{\nu}{r_c^2}}, \text{ temps} \qquad R = \frac{r}{r_c}, \text{ distance radiale} \qquad Z = \frac{z}{r_c}, \text{ distance axiale}$$

$$U_r = \frac{u_r}{\Omega r_c}, \text{ composante de vitesse radiale} \qquad U_z = \frac{u_z}{\Omega r_c}, \text{ composante de vitesse axiale}$$

$$U_\theta = \frac{u_\theta}{\Omega r_c}, \text{ composante de vitesse azimutale} \qquad P = \frac{p}{\rho(\Omega r_c)^2}, \text{ pression}$$

$$\Theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, \text{ température} \qquad \Phi = \frac{\varphi}{\Omega R^2 B}, \text{ potentiel électrique}$$

On remarque que les variables adimensionnelles sont différentes dans le deux cas de convection, cela peut expliquer par l'effet de la vitesse de rotation qui ajoute des nouveaux termes dans les équations de quantité de mouvement et une autre équation de mouvement dans la direction azimutale.

Les équations sans dimension qui régissent le système peuvent être écrites comme:

- *L'équation de continuité :*

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial Z} = 0 \tag{II.22}$$

- *L'équation de quantité de mouvement le long de R :*

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_r}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r^2) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_r U_z) + \lambda_1 \frac{U_\theta^2}{R} \right] = \\ - \frac{\partial P}{\partial R} + \lambda_2 \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_r}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_r}{\partial Z^2} - \frac{U_r}{R^2} \right] + N F_{Lr} \end{aligned} \tag{II.23}$$

- *L'équation de quantité de mouvement le long de Z :*

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_z}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_z) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z^2) \right] = \\ - \frac{\partial P}{\partial Z} + \lambda_2 \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_z}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_z}{\partial Z^2} \right] + \lambda_2^2 \frac{Gr}{\text{Re}^2} \times \Theta + N F_{Lz} \end{aligned} \tag{II.24}$$

• *L'équation de quantité de mouvement le long θ :*

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\theta}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_\theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z U_\theta) + \frac{U_r U_\theta}{R} \right] = \\ \lambda_2 \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial Z^2} - \frac{U_\theta}{R^2} \right] + N F_{L\theta} \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

• *L'équation de l'énergie :*

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \Theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \Theta) = \lambda_2 \frac{1}{\text{Re} \times \text{Pr}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right] \quad (\text{II.26})$$

• *L'équation de potentiel électrique :*

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} = \left(\frac{U_\theta}{R} + \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) \quad (\text{II.27})$$

Avec:

λ_1, λ_2 : Des constantes qui caractérisent le cas étudié ($\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \text{Re}$: pour la convection naturelle et $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$: pour la convection mixte).

• Le nombre de Prandtl: $\text{Pr} = \alpha / \nu$ qui caractérise la distribution des vitesses par rapport à la distribution des températures du fluide.

• Le nombre de Reynolds: $\text{Re} = (\Omega r_c) / \nu$ qui exprime le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité.

• Le nombre de Richardson: $Ri = Gr / \text{Re}^2 = [g\beta(T_H - T_C)] / (\Omega^2 r_c)$ qui exprime le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une parcelle de fluide et son énergie cinétique.

• le nombre Grashof : $Gr = [g\beta(T_H - T_C)r_c^2] / (\nu^2)$ qui exprime le rapport des forces de flottabilité aux forces de viscosité.

• $N = Ha^2 / \text{Re} = (\sigma B^2) / (\rho \Omega)$: Paramètre d'interaction entre les forces électromagnétiques et celles d'inertie [36].

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

• $Ha = BR\sqrt{\sigma/(\rho\nu)}$: Le nombre de Hartmann définit le rapport des forces électromagnétiques aux forces de viscosité [36], σ est la conductivité électrique du fluide, et B est l'intensité du champ magnétique.

Dans les équations de quantité de mouvement $F_{Lr}, F_{Lz}, F_{L\theta}$ sont respectivement les composantes de force de Lorentz adimensionnelle dans les directions radiale, axiale et azimutale, dont les expressions sont obtenues après normalisation des composantes dimensionnelles $f_{Lr}, f_{Lz}, f_{L\theta}$.

- **Cas du champ magnétique axial :** $\vec{B} = B\vec{e}_z$

$$F_{Lr} = -U_r \quad (\text{II.28a})$$

$$F_{Lz} = 0 \quad (\text{II.28b})$$

$$F_{L\theta} = \frac{\partial\Phi}{\partial R} - U_\theta \quad (\text{II.28c})$$

Dans ce cas, les composantes des courants électriques adimensionnels dans les directions R , Z et θ sont respectivement :

$$J_R = -\frac{\partial\Phi}{\partial R} + U_\theta \quad (\text{II.29a})$$

$$J_Z = -\frac{\partial\Phi}{\partial Z} \quad (\text{II.29b})$$

$$J_\theta = U_r \quad (\text{II.29c})$$

- **Cas du champ magnétique radial :** $\vec{B} = B\vec{e}_r$

$$F_{Lr} = 0 \quad (\text{II.30a})$$

$$F_{Lz} = -U_z \quad (\text{II.30b})$$

$$F_{L\theta} = -\frac{\partial\Phi}{\partial Z} - U_\theta \quad (\text{II.30c})$$

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

Dans ce cas, les composantes du courant électriques adimensionnel dans les directions R , Z et θ sont respectivement :

$$J_R = -\frac{\partial \Phi}{\partial R} \quad (\text{II.31a})$$

$$J_Z = -\frac{\partial \Phi}{\partial Z} - U_\theta \quad (\text{II.31b})$$

$$J_\theta = U_Z \quad (\text{II.31c})$$

A- Convection naturelle (sans rotation des disques) avec et sans champ magnétique:

Dans ce cas, nous avons $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \text{Re}$, les équations du système est donnée par:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.22})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_r}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r^2) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_r U_z) + \frac{U_\theta}{R^2} \right] = \\ -\frac{\partial P}{\partial R} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_r}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_r}{\partial Z^2} - \frac{U_r}{R^2} \right] + N F_{Lr} \end{aligned} \quad (\text{II.23.a})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_z}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_z) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z^2) \right] = \\ -\frac{\partial P}{\partial Z} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_z}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_z}{\partial Z^2} \right] + Gr \times \Theta + N F_{Lz} \end{aligned} \quad (\text{II.24.a})$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \Theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \Theta) = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right] \quad (\text{II.26.a})$$

Où F_{Lr} et F_{Lz} représentent respectivement les composantes de la force de Lorentz adimensionnelle suivant les directions R et Z .

- Cas du champ magnétique axial : $\vec{B} = B \vec{e}_z$

$$F_{Lr} = -U_r \quad F_{Lz} = 0$$

- Cas du champ magnétique radial : $\vec{B} = B \vec{e}_r$

$$F_{Lr} = 0 \quad F_{Lz} = -U_z$$

B- Convection mixte (disques en rotation) avec et sans champ magnétique :

Dans ce cas, nous avons $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$, les équations du système est donnée par:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.22.b})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_r}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r^2) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_r U_z) + \frac{U_\theta}{R^2} \right] = \\ - \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_r}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_r}{\partial Z^2} - \frac{U_r}{R^2} \right] + N F_{Lr} \end{aligned} \quad (\text{II.23.b})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_z}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_z) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z^2) \right] = \\ - \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_z}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_z}{\partial Z^2} \right] + Ri \times \Theta + N F_{Lz} \end{aligned} \quad (\text{II.24.b})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\theta}{\partial \tau} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r U_\theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z U_\theta) + \frac{U_r U_\theta}{R} \right] = \\ \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial Z^2} - \frac{U_\theta}{R^2} \right] + N F_{L\theta} \end{aligned} \quad (\text{II.25.b})$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \Theta) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \Theta) = \frac{1}{\text{Re} \times \text{Pr}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \right] \quad (\text{II.26.b})$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} = \left(\frac{U_\theta}{R} + \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) \quad (\text{II.27.b})$$

Où F_{Lr}, F_{Lz} et $F_{L\theta}$ représentent respectivement les composantes de la force de Lorentz adimensionnelle suivant les directions R et Z et θ .

- Cas du champ magnétique axial : $\vec{B} = B \vec{e}_z$

$$F_{Lr} = -U_r \quad F_{Lz} = 0 \quad F_{L\theta} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} - U_\theta$$

- Cas du champ magnétique radial : $\vec{B} = B \vec{e}_r$

$$F_{Lr} = 0 \quad F_{Lz} = -U_z \quad F_{L\theta} = -\frac{\partial \Phi}{\partial Z} - U_\theta$$

II.7. Les conditions initiales et les conditions limites :

II.7.1. Les conditions initiales :

Les conditions initiales sont prises pour chaque lancement calculé comme étant la solution obtenue par le calcul antécédent (les répartitions de $U_r, U_z, U_\theta, P, \Phi, \Theta$ dans le fluide). Pour la première exécution, on a supposé que le liquide soit au repos et la répartition de la température soit nulle, ainsi qu'un champ de potentiel électrique partout nul dans le volume de contrôle. Alors à $\tau = 0$ on aura :

$$0 \prec R \prec 1 \text{ et } 0 \prec Z \prec \frac{H}{r_c} = \gamma : U_r = 0, U_z = 0, U_\theta = 0, \Theta = 0, \Phi = 0 \quad (\text{II.32})$$

Dans cette étude, nous avons considéré un état stable.

II.7.2. Les conditions aux limites :

- *Convection naturelle (sans rotation des disques) :*

Sur l'axe de symétrie:

$$U_r = \frac{\partial U_z}{\partial R} = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (R = 0, 0 \prec Z \prec \gamma) \quad (\text{II.33.a})$$

A la paroi latérale adiabatique et électriquement isolée :

$$U_r = U_z = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (R = 1, 0 \prec Z \prec \gamma) \quad (\text{II.33.b})$$

Au disque inférieur chaud:

$$U_r = U_z = 0, \Theta = 1, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (Z = 0, 0 \leq R \leq 1) \quad (\text{II.33.c})$$

Au disque supérieur froid:

$$U_r = U_z = 0, \Theta = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (Z = H / r_c, 0 \leq R \leq 1) \quad (\text{II.33.d})$$

- *Convection mixte (disques en rotation) :*

Sur l'axe de symétrie:

$$U_r = U_\theta = \frac{\partial U_z}{\partial R} = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (R = 0, 0 < Z < \gamma) \quad (\text{II.34.a})$$

A la paroi latérale adiabatique et électriquement isolée :

$$U_r = U_\theta = U_z = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (R = 1, 0 < Z < \gamma) \quad (\text{II.34.b})$$

Au disque inférieur chaud en rotation:

$$U_r = U_z = 0, U_\theta = R = \frac{r}{r_c} (0 < U_\theta < 1) \Theta = 1, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (Z = 0, 0 \leq R \leq 1) \quad (\text{II.34.c})$$

Au disque supérieur froid en co/contre-rotation:

- Cas de co-rotation :

$$U_r = U_z = 0, U_\theta = R, \Theta = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (Z = H / r_c, 0 \leq R \leq 1) \quad (\text{II.34.d})$$

- Cas de contre-rotation :

$$U_r = U_z = 0, U_\theta = -R, \Theta = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial R} = 0 \quad (Z = H / r_c, 0 \leq R \leq 1) \quad (\text{II.34.e})$$

En récapitulation, ces conditions aux limites sont affichées schématiquement à la figure (Fig.II-3) :

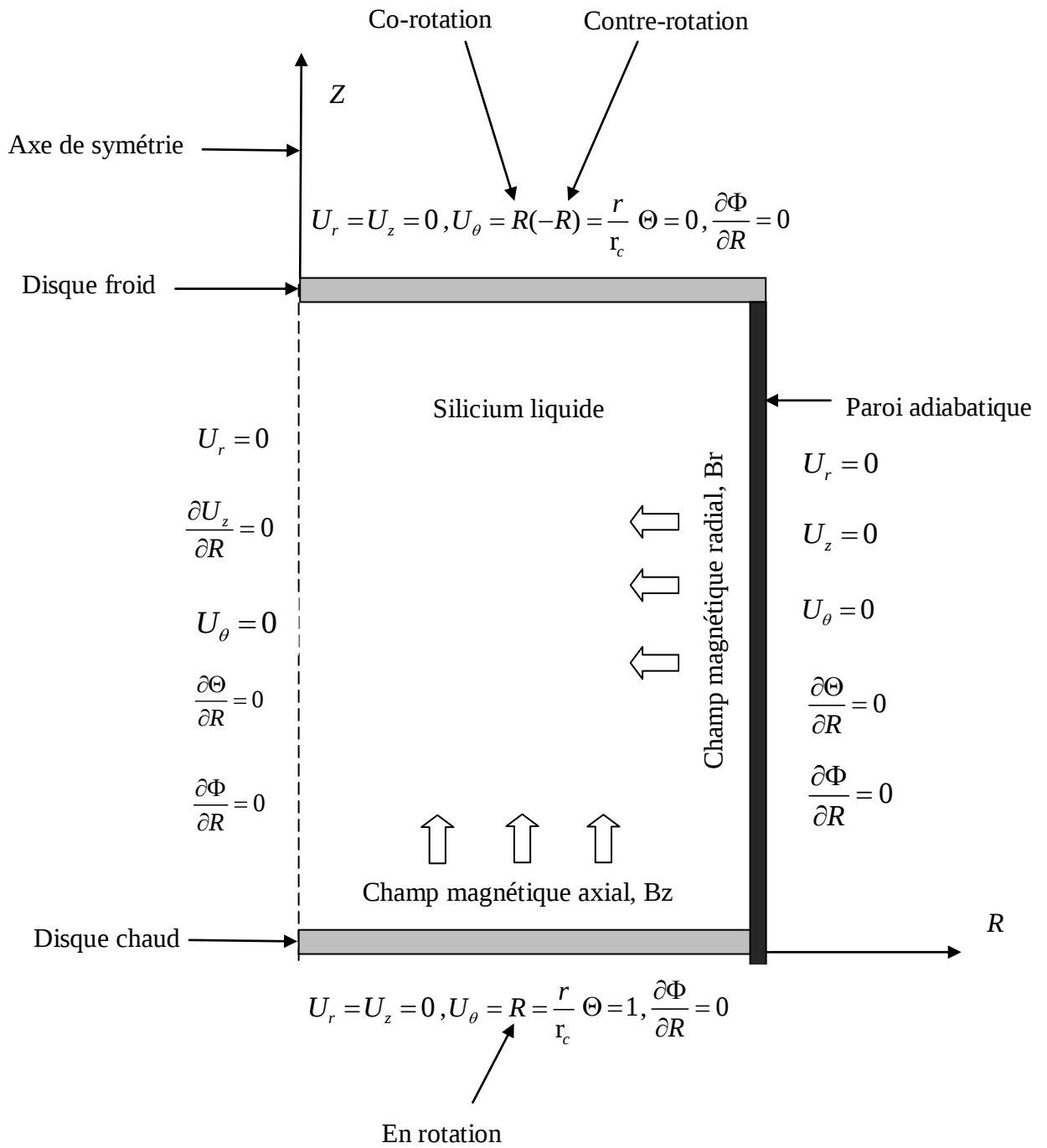


Fig. II-3 : schéma des conditions aux limites pour le problème adimensionnel.

II.8. Paramètre d'analyse:

Après la résolution des équations régissant la convection thermique de la cavité cylindrique remplie du métal liquide considéré, les six inconnues $U_r, U_z, U_\theta, P, \Phi, \Theta$ donnent quantitativement une vue sur le phénomène étudié mais, ils existent d'autres paramètres qui peuvent attribuer aux solutions plus de clarté et substantialité quantitativement et qualitativement, et facilitent l'analyse du phénomène étudié. Quelque paramètres dont la nature peut différer (critère adimensionnel, fonction mathématique, ... etc.), sont utilisés dans ce travail pour éclaircir la vision physique du problème.

II.8.1. La fonction de courant :

Nous utilisons cette fonction seulement pour identifier les lignes de courant hydrodynamique. La fonction de courant Ψ (dite de Stokes) est définie en coordonnées cylindriques pour un écoulement incompressible, axisymétrique $\partial/\partial\theta = 0$ par :

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad u_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (\text{II.35})$$

$\Psi(r, z) = \text{Cste}$ (La fonction Ψ reste constante le long d'une ligne de courant).

II.8.2. Le nombre de Nusselt :

Cet outil est un nombre adimensionnel, aide à analyser les transferts thermiques par convection aux frontières, puisque il est inversement proportionnel à l'épaisseur δ_t de la couche limite thermique, et défini localement comme [45] :

$$hs(T_H - T_C) = -\lambda s \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} \quad (\text{II.36.a})$$

$$\frac{hs}{\lambda s} = \frac{hr}{\lambda r} = -\frac{\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0}}{(T_H - T_C)} \quad (\text{II.36.b})$$

$$\frac{hr}{\lambda} = Nu(r) = -\frac{\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0}}{\frac{(T_H - T_C)}{r}} = -\frac{d\Theta}{dZ} \Big|_{Z=0} \quad (\text{II.36.c})$$

CHAPITRE II Problème physique et formulation mathématique

Le nombre de Nusselt moyen calculé pour chaque disque d'extrémité de l'enceinte cylindrique :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} Nu(r) r d\theta dr \quad (\text{II.37})$$

Alors

$$\overline{Nu} = 2 \int_0^1 Nu(r) r dr \quad (\text{II.38})$$

CHAPITRE III

METHODE NUMERIQUE DE RESOLUTION

Chapitre III

METHODE NUMERIQUE DE RESOLUTION

III.1. Présentation :

Les équations de conservation de la quantité du mouvement et de l'énergie qui régit le phénomène de convection thermique (naturelle et mixte) avec et sans champ magnétique dans un cylindre, sont des équations différentielles aux dérivées partielles elliptiques et non linéaires d'une part, et complexes et couplées d'autre part. Vu la complexité de les résoudre analytiquement, on fait appel aux méthodes numériques.

Pour obtenir une solution numérique, le problème étudié doit être discrétisé en transformant les équations différentielles en un système d'équations algébriques. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation telles que: la méthode des volumes finis, des différences finies et des éléments finis, ... etc. Parmi ces méthodes, nous avons choisi la méthode des volumes finis.

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis jointifs couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins, et d'autre considérée constante. Sa simplicité, sa facilité de linéarisation des termes sources et son caractère de conservation de la quantité de masse, de mouvement et d'énergie dans tout le domaine étudié donne un choix judicieux d'adopter cette méthode.

III.2. Les principales méthodes de discrétisation :

III.2.1. Méthode de différence finis (MDF) :

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

- **Avantages :** grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

- Inconvénients : le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation, limitation de la géométrie des domaines de calcul, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue et en général absence de résultats de majoration d'erreurs.

III.2.2. Méthode de l'élément finis (MEF) :

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie, en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points (les nœuds du maillage).

- Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence et de majoration d'erreurs.
- Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul.

III.2.3. Méthode des volumes finis (MVF) :

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [76].

Le principe : La méthode des volumes finis baser sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure III-1. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

1/Le maillage : la transformation d'un domaine physique continu (la géométrie) en un domaine de calcul discret constitué d'un certain nombre de points et de mailles (volumes finis).

2/Tous les termes des équations modélisantes sont intégrés un par un sur chaque volume de contrôle.

3/ Des profils ou des lois d'interpolation, entre des nœuds voisins, sont utilisées pour approcher la variation de ϕ (variable générale d'écoulement).

4/ Obtention des équations algébriques en fonction des valeurs de ϕ aux nœuds des maillages.

5/La résolution du système d'équations algébriques.

Un avantage attirant de la méthode des volumes finis est qu'elle satisfait le bilan intégral de ϕ exactement sur chaque volume fini et donc sur tout le domaine. Cette méthode peut accommoder n'importe quel type de maillage, même pour les géométries complexes. Le maillage définit seulement les frontières de volume de contrôle et n'a pas besoin d'être rapporté à un système de coordonnées. L'approche par volumes finis est peut-être la plus simple à comprendre et à programmer. Tous les termes qui doivent être approchés ont la signification physique c'est pourquoi cette méthode est choisie.

III.3. Le maillage :

Le domaine physique est divisé en un certain nombre de volumes finis. Sur la figure III-1, on montre un ensemble de volumes de contrôle bidimensionnels typiques 2D avec la notation que nous emploierons.

La surface de VC consiste en quatre plans, notés par des lettres minuscules correspondant à leur direction(n, w, e et s) en ce qui concerne le nœud central (P). E, W, N et S sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, Ouest, Nord et Sud de celui contenant P. L'idée est d'évaluer les quantités scalaires ϕ : composante de vitesse azimutale U_θ , pression P , température Θ et potentiel électrique Φ stockées aux centres des volumes finis, mais calculer les deux composantes de la vitesse U_z et U_r sont localisées aux faces des volumes finis.

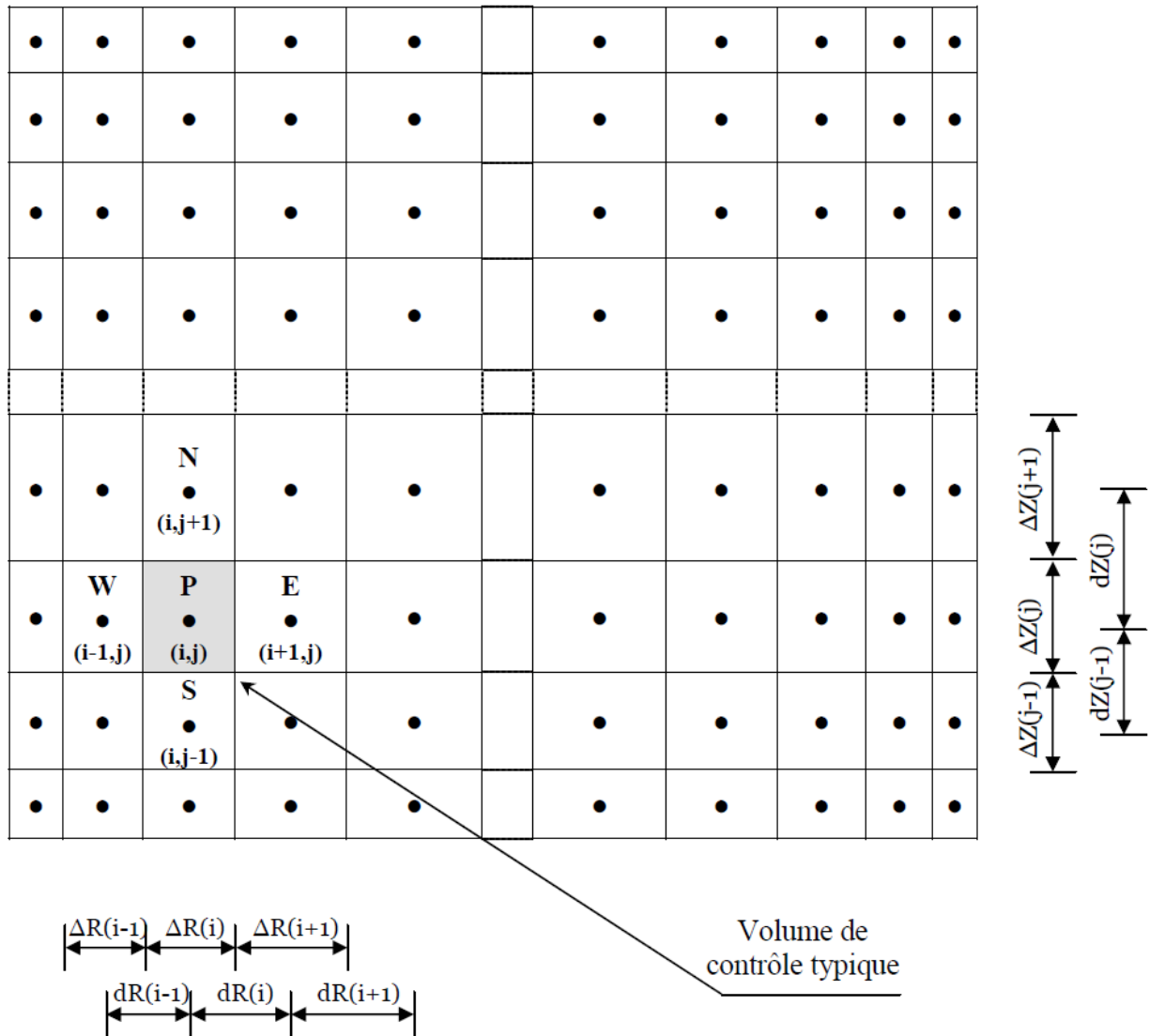


Fig. III-1: Description du maillage.

Ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des bilans des grandeurs scalaires, appelé volume de contrôle typique (Fig.III-2), et pour l'expression des grandeurs vectorielles, on utilise un volume de contrôle décalé (Fig.III-3.a et b).

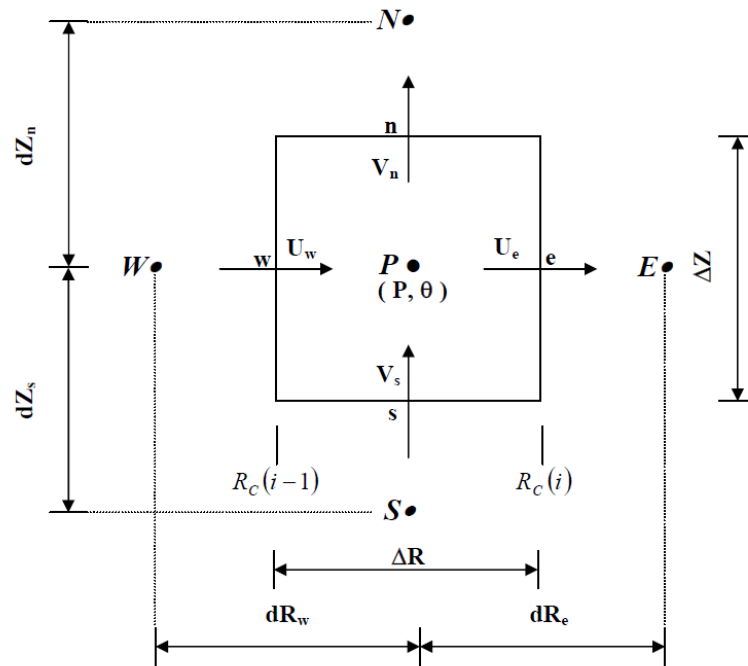


Fig. III-2 : Volumes de contrôle typique.

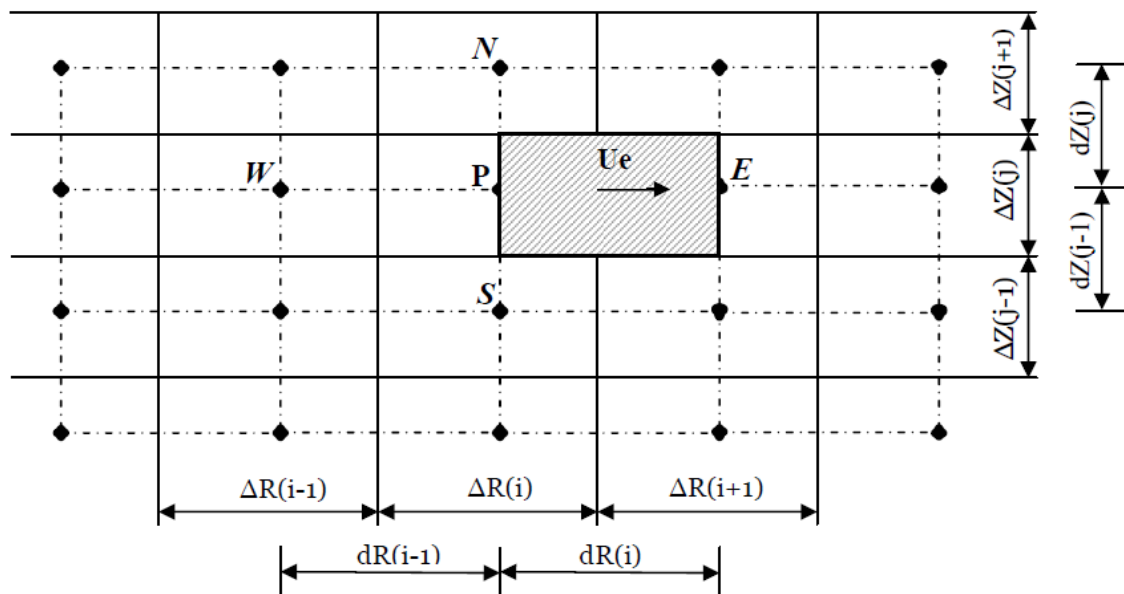


Fig. III-3.a : Volume de contrôle décalé vers la droite.

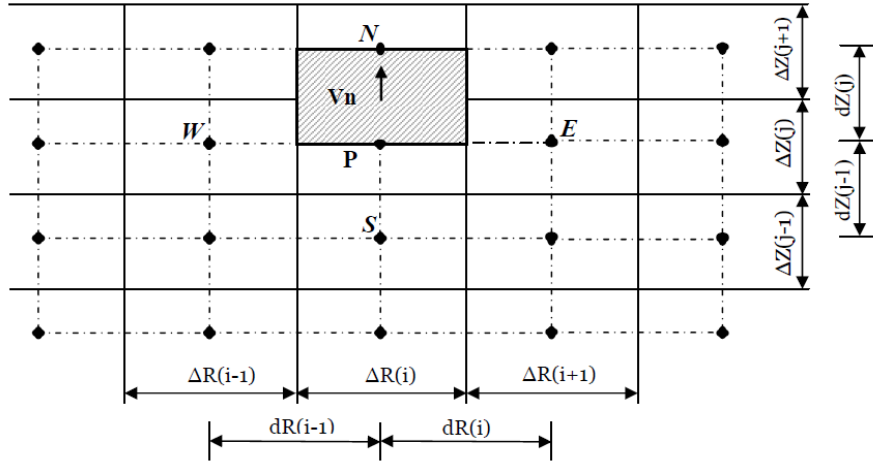


Fig. III-3.b : Volume de contrôle décalé vers le haut.

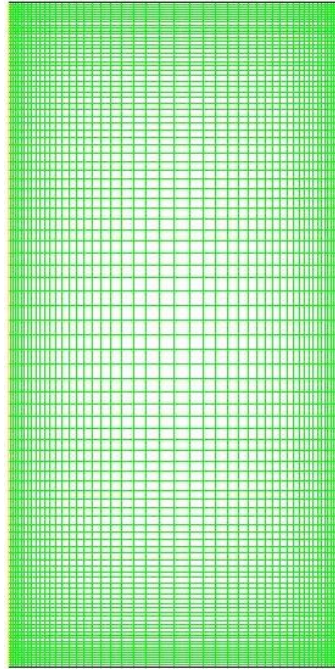


Fig. III- 4 : Maillage utilisé dans les calculs avec raffinement près des parois. Ici $n_r \times n_z = 80 \times 160$, nombres de nœuds suivant les directions r et z (ratio de raffinage = 0.7).

Dans les écoulements MHD, les couches limites de Hartmann se développent et diffèrent de celles ordinaires présentes en situation purement hydrodynamique. Aux parois perpendiculaires au champ magnétique, les couches limites de Hartmann sont caractérisées par une décroissance exponentielle de la vitesse vers la paroi [61] et [59].

Aux parois parallèles au champ magnétique, une couche appelée couche parallèle existe, et cela engendre d'importants gradients de vitesse et de température. Dans l'optique de comprendre ce qu'il est produit aux couches de Hartmann et parallèles, et en prenant en considération la loi de variation de leurs épaisseurs, on a raffiné le réseau de maillage près des parois selon une progression géométrique appliqué dans la direction r et dans la direction z par logiciel GAMBIT (Fig. III- 4).

III.4. L'équation général de transport :

L'équation générale du transport d'une variable ϕ pour un écoulement incompressible axisymétrique est écrite dans le système cylindrique comme suit:

$$\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t}}_1 + \underbrace{\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \phi) + \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \phi)}_2 = \underbrace{\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R}) + \frac{\partial}{\partial Z} (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Z})}_3 + \underbrace{S_\phi}_3 \quad (\text{III.1})$$

Où :

- 1: Représente le terme transitoire.
- 2: Représente le terme de transport par convection de ϕ .
- 3: Représente le terme de transport par diffusion de ϕ .
- 4: Représente le terme source.

Avec:

U_r : Composante radiale adimensionnelle de la vitesse.

U_z : Composante axiale adimensionnelle de la vitesse.

Γ : Coefficient de diffusion.

Le tableau suivant rassemble les expressions de la variable dépendante ϕ , du coefficient de diffusion Γ_ϕ et du terme source S_ϕ concernant les équations adimensionnelles citées au précédent chapitre (Eqs. (II.22-II.26)). Cependant, pour l'équation du potentiel électrique (Eq. II.27), elle est de type Poisson bien connue, et représente la loi de comportement pour la quantité Φ en régime stationnaire, et nous faisons abstraction des termes transitoires et de convection pour l'écrire sous la forme de transport générale (Eq. III.1).

Tableau III-1: Différentes quantités transportées et leurs termes de transport.

Paramètres Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	$-\frac{U_r}{R}$
Quantité du mouvement radiale	U_r	$\frac{\lambda_1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial R} - \frac{\lambda_1}{\text{Re}} \frac{U_r}{R^2} - \frac{Ha^2}{\text{Re}} U_r + \lambda_2 \frac{U_\theta}{R^2}$
Quantité du mouvement axiale	U_z	$\frac{\lambda_1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial Z} + \lambda_1^2 \frac{Gr}{\text{Re}^2} \Theta$
Quantité du mouvement azimutale	U_θ	$\frac{\lambda_1}{\text{Re}}$	$-\frac{1}{\text{Re}} \frac{U_\theta}{R^2} + \frac{Ha^2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} - U_\theta \right) - \frac{U_r U_\theta}{R}$
L'énergie	Θ	$\frac{\lambda_1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}}$	0
Potentiel électrique	Φ	1	$-\frac{U_\theta}{R} - \frac{\partial U_\theta}{\partial R}$

III.5. Discrétisation des équations générales de transport :

L'équation est intégrée sur le volume de contrôle typique (Fig. III-2) de la variable ϕ :

L'expression du volume de contrôle est : $dV = R dR dZ$

L'intégration de l'équation (III.1), nous donne:

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial \phi}{\partial t} R dR dZ dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \phi) R dR dZ dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \phi) R dR dZ dt = \\
 \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R}) + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial}{\partial Z} (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R}) R dR dZ dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w S_\phi R dR dZ dt
 \end{aligned} \quad (III.2)$$

Le terme transitoire : la division par Δt , nous donne :

$$\iint \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} R dR dZ = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} R_p \Delta R \Delta Z \quad (III.3)$$

Le terme convectif:

$$\int_s^e \int_w^e \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_r \phi) R dR dZ = \int_s^n [R U_r \phi]_w^e dZ = [(R U_r \phi)_e - (R U_r \phi)_w] \Delta Z \quad (\text{III.4})$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Z} (U_z \phi) R dR dZ = \int_w^n [U_z \phi]_s^n R dR = [(U_z \phi)_n - (U_z \phi)_s] R_p \Delta R \quad (\text{III.5})$$

Le terme diffusif:

$$\int_s^e \int_w^e \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R}) R dR dZ = \int_s^n \left[R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R} \right]_w^e dZ = \left[(R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R})_e - (R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R})_w \right] \Delta Z \quad (\text{III.6})$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Z} (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R}) R dR dZ = \int_w^n \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right]_s^n R dR = \left[(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Z})_n - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Z})_s \right] R_p \Delta R \quad (\text{III.7})$$

Le terme source:

$$\int_s^e \int_w^e S_\phi R dR dZ = \bar{S}_\phi R_p \Delta R \Delta Z \quad (\text{III.8})$$

L'équation (III.2) s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} R_p \Delta R \Delta Z + [(R U_r \phi)_e - (R U_r \phi)_w] \Delta Z + [(U_z \phi)_n - (U_z \phi)_s] R_p \Delta R = \\ \left[(R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R})_e - (R \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial R})_w \right] \Delta Z + \left[(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Z})_n - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Z})_s \right] R_p \Delta R + \bar{S}_\phi R_p \Delta R \Delta Z \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

En arrivant à ce stade, il faudra exprimer les termes de flux convectifs et diffusifs aux interfaces des volumes de contrôle.

Afin de surmonter à ce problème, on fait appel aux schémas de discrétisation (différences centrées, exponentiel, Power-Law, hybride, ...). Ces schémas diffèrent par la façon avec laquelle on prend en compte les termes de convection et de diffusion.

III.6. Schémas de discrétisation :

III.6.1. Application d'un schéma numérique quelconque :

La présentation de la forme générale de l'équation algébrique discrétisée s'écrit comme suit:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad (\text{III.10})$$

Les coefficients multiplicatifs ($A_P = P, E, W, N, S$) de la variable dépendante ϕ ainsi que le terme b de l'équation (III.10) sont décrits en détail dans Patankar [69], et sont rappelés ci-dessous:

$$\left. \begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.11})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_P^0 \quad (\text{III.12})$$

$$b = (\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta \tau}) R_p \Delta R \Delta Z \quad (\text{III.13})$$

$$A_P^0 = \frac{R_p \Delta R \Delta Z}{\Delta \tau} \quad (\text{III.14})$$

Et

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_e R_e \Delta Z \\ F_w &= U_w R_w \Delta Z \\ F_n &= U_n R_p \Delta R \\ F_s &= U_s R_p \Delta R \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.15})$$

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e}{dR_e} R_e \Delta Z \\ D_w &= \frac{\Gamma_w}{dR_w} R_w \Delta Z \\ D_n &= \frac{\Gamma_n}{dR_n} R_p \Delta Z \\ D_s &= \frac{\Gamma_s}{dR_s} R_p \Delta Z \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.16})$$

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \right\} \quad (III.17)$$

A_E, A_W, A_N, A_S et A_P : sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et centre du volume.

A_p^0 : est le coefficient de la variable à calculer au point P , et à un instant précédent.

b : est un terme source supposée être constante dans le volume de contrôle.

F_e, F_w, F_n, F_s et D_e, D_w, D_n, D_s : sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud.

P_e, P_w, P_n, P_s : désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif (nombre de Peclet) aux différents faces du volume de contrôle.

III.6.2. Discrétisation de l'équation du potentiel électrique :

On intègre l'équation du potentiel électrique (Eq. II.27) sur un VC typique de dimensions $\Delta R \times \Delta Z$ par unité de profondeur, on obtient :

$$\int_s^e \int_w^e \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) RdRdZ + \int_s^e \int_w^e \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} RdRdZ = \int_s^e \int_w^e \left(\frac{U_\theta}{R} + \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) RdRdZ \quad (III.18)$$

Explicitons chaque terme :

$$\int_s^e \int_w^e \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) RdRdZ = \int_s^e \left[R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right]_w^e dZ = \left[\left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right)_e - \left(R \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right)_w \right] \Delta Z \quad (III.19)$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} RdRdZ = \int_w^e \left[\frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right]_s^n RdR = \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)_n - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)_s \right] R_p \Delta R \quad (III.20)$$

Pour le terme de source, on prend sa valeur moyenne, en supposant que la quantité U_θ ne varie pas sur le VC fini (c-à-d. $\frac{\partial U_\theta}{\partial R} = 0$):

$$\int_s^e \int_w^e \left(\frac{U_\theta}{R} + \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) R dR dZ = \int_s^e \int_w^e \left(\frac{U_\theta}{R} \right) R dR dZ \quad (\text{III.21})$$

$$\int_s^e \int_w^e \left(\frac{U_\theta}{R} + \frac{\partial U_\theta}{\partial R} \right) R dR dZ = \int_s^e \left[R U_\theta \right]_w^e dZ = \left[(R U_\theta)_e - (R U_\theta)_w \right] \Delta Z \quad (\text{III.22})$$

On obtient l'équation linéaire générale, liant la valeur du potentiel électrique Φ au centre P du VC avec les valeurs nodales des VC finis voisins:

$$A_P \Phi_P = A_E \Phi_E + A_W \Phi_W + A_N \Phi_N + A_S \Phi_S + b \quad (\text{III.23})$$

Où ces coefficients sont :

$$A_E = \frac{R_e \cdot \Delta Z}{dR_e} \quad (\text{III.24})$$

$$A_W = \frac{R_w \cdot \Delta Z}{dR_w} \quad (\text{III.25})$$

$$A_N = \frac{R_n \cdot \Delta R}{dR_n} \quad (\text{III.26})$$

$$A_S = \frac{R_s \cdot \Delta R}{dR_s} \quad (\text{III.27})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S \quad (\text{III.28})$$

Et le terme source constant:

$$b = \left(R_w \cdot (U_\theta)_w - R_e \cdot (U_\theta)_e \right) \Delta Z \quad (\text{III.29})$$

Les différents schémas proposés par Patankar [76] peuvent exprimer la fonction $A(|P|)$ sont :

a. Schéma des différences centrées :

Le schéma des différences centrées est basé sur une interpolation linéaire des valeurs de ϕ sur les interfaces. La fonction $A(|P|)$ est donnée par l'expression suivante:

$$A(|P|) = 1 - 0.5|P| \quad (\text{III.30})$$

Ce schéma est de 2^{ème} ordre, il est utilisé dans le cas où la convection ne domine pas la diffusion, il permet un compromis satisfaisant entre la précision des résultats et l'économie de temps de calcul, mais une fois la convection est dominante, ce schéma est sujet d'une instabilité numérique.

b. Schéma Upwind:

Ce Schéma est de 1^{ère} ordre, il est appliqué pour les écoulements à dominance convective suivant le sens d'écoulement, le schéma Upwind affecte à la variable ϕ sur la face du volume de contrôle sa valeur sur le nœud en amont. Il est inconditionnellement stable, il perd son exactitude pour des vitesses d'écoulement élevées.

La fonction $A(|P|)$ est donnée par l'équation:

$$A(|P|) = 1 \quad (\text{III.31})$$

c. Schéma Hybride:

Ce schéma est de 1^{ère} ordre, il est la combinaison des deux schémas précédents rassemblant ainsi leurs caractéristiques. Donc dans ce cas si l'écoulement est à dominance convective, les termes convectifs sont approximés par le schéma Upwind, autrement ils sont approximés par le schéma des différences centrées.

En appliquant ce schéma on aura un compromis entre stabilité et précision de la méthode numérique.

La fonction $A(|P|)$ est exprimée comme suit:

$$A(|P|) = \max(0, 1 - 0.5|P|) \quad (\text{III.32})$$

d. Schéma Exponentiel:

Ce schéma est de 1^{ère} ordre, il est issu de la résolution analytique (exacte) d'un problème unidimensionnel permanent de convection - diffusion sans source.

Malgré cette caractéristique, l'utilisation de ce schéma est moins répandue dans la pratique, car le calcul des exponentielles est coûteux en temps de machine.

$$A(|P|) = \frac{|P|}{e^{|P|} - 1} \quad (\text{III.33})$$

e. Schéma de la loi de Puissance « Power law » :

Il est de 1^{ère} ordre, il est dérivé du schéma exponentiel par interpolation polynomiale entre deux nœuds adjacents, ce schéma s'approche mieux de la solution exacte avec l'augmentation du nombre d'intervalles d'approximation.

$$A(|P|) = \max \left[0, (1 - 0.1|P|)^{0.5} \right] \quad (\text{III.34})$$

Le schéma de la loi de puissance donne une très bonne approximation de la solution exacte, en plus il est recommandé par Patankar [76] ; c'est pourquoi notre choix s'est posé sur ce schéma.

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Tableau III-2 : Tableau récapitulatif des schémas numériques.

schéma	fonction	ordre
<i>différences centrées</i>	$A(P) = 1 - 0.5 P $	2 ^{ème}
<i>Upwind</i>	$A(P) = 1$	1 ^{ère}
<i>Hybride</i>	$A(P) = \max(0.1 - 0.5 P)$	1 ^{ère}
<i>Exponentiel</i>	$A(P) = \frac{ P }{e^{ P } - 1}$	1 ^{ère}
<i>Power law</i>	$A(P) = \max \left[0, (1 - 0.5 P)^{0.5} \right]$	1 ^{ère}

III.7. Equations discrétisées sous forme indicielle :

En appliquant le schéma de la loi de puissance au volume de contrôle dans chaque nœud, on obtient les équations suivantes :

• Equation de continuité :

$$\left[\left(R(i)U_r(i+1, j) \right) - \left(R(i)U_r(i-1, j) \right) \right] \Delta Z(j) + \left[\left(U_z(i, j-1) - U_z(i, j+1) \right) \right] \Delta R(i) = -\frac{U_r}{R(i)} \Delta R(i) \Delta Z(j) \quad (\text{III.35})$$

• Equation de quantité du mouvement suivant la direction radiale :

$$A_p(i, j)U_r(i, j) = A_E(i, j)U_r(i+1, j) + A_W(i-1, j)U_r(i+1, j) + A_N(i, j)U_r(i, j+1) + A_S(i, j)U_r(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III.36})$$

Avec:

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.37})$$

$$b(i, j) = \left[P(i, j) - P(i+1, j) \right] R_c(i) \Delta Z(j) + \lambda_2 \left(\frac{U_\theta^2}{R_c(i)} \right) R_c(i) dR(i) \Delta Z(j) + \frac{R_c(i) dR(i) \Delta Z(j)}{\Delta \tau} U(i, j) \quad (\text{III.38})$$

Où :

$$(U_\theta)_p = \frac{1}{2} [U_\theta(i, j) + U_\theta(i+1, j)] \quad (\text{III.39})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{R_c(i) dR(i) \Delta Z(j)}{\Delta \tau} + \frac{\lambda_1}{\text{Re}} \frac{R_c(i) dR(i) \Delta Z(j)}{R_c^2(i)} + \lambda_2 \cdot Ha^2 \cdot R_c(i) dR(i) \Delta Z(j) \quad (\text{III.40})$$

Les flux convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= \frac{1}{2} [U_r(i+1, j) - U_r(i, j)] R_p(i+1) \Delta Z(j) \\ F_w &= \frac{1}{2} [U_r(i-1, j) - U_r(i, j)] R_p(i) \Delta Z(j) \\ F_n &= \frac{1}{2} [U_z(i, j) - U_z(i+1, j)] R_c(i+1) dR(i) \\ F_s &= \frac{1}{2} [U_z(i, j-1) - U_z(i+1, j-1)] R_c(i+1) dR(i) \end{aligned} \right\} \quad (III.41)$$

Les flux diffusifs :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\lambda_1}{Re} \right) \frac{R_p(i+1) \Delta Z(j)}{\Delta R(i+1)} \\ D_w &= \left(\frac{\lambda_1}{Re} \right) \frac{R_p(i) \Delta Z(j)}{\Delta R(i)} \\ D_n &= \left(\frac{\lambda_1}{Re} \right) \frac{R_c(i) dR(i)}{dZ(j)} \\ D_s &= \left(\frac{\lambda_1}{Re} \right) \frac{R_c(i) dR(i)}{dZ(j-1)} \end{aligned} \right\} \quad (III.42)$$

• Equation de quantité de mouvement suivant la direction tangentielle θ :

$$\begin{aligned} A_p(i, j) U_\theta(i, j) &= A_E(i, j) U_\theta(i+1, j) + A_W(i, j) U_\theta(i-1, j) + A_N(i, j) U_\theta(i, j+1) \\ &\quad + A_S(i, j) U_\theta(i, j-1) + b(i, j) \end{aligned} \quad (III.43)$$

Avec :

$$b(i, j) = \left(\frac{U_r U_\theta(i, j)}{R_p(i)} \right) R_p(i) \Delta R(i) \Delta Z(j) + \frac{U_\theta(i, j)}{\Delta \tau} R_p(i) \Delta R(i) \Delta Z(j) \quad (III.44)$$

$$\begin{aligned} A_p(i, j) &= A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{R_p(i) \Delta R(i) \Delta Z(j)}{\Delta \tau} \\ &\quad + \frac{1}{Re} \frac{R_p(i) \Delta R(i) \Delta Z(j)}{R_p^2(i)} \end{aligned} \quad (III.45)$$

Où :

$$(U_r)_p = \frac{1}{2} [U_r(i, j) + U_r(i-1, j)] \quad (\text{III.46})$$

Les flux convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_r(i, j) R_c(i) \Delta Z(j) \\ F_w &= U_r(i-1, j) R_c(i-1) \Delta Z(j) \\ F_n &= U_z(i, j) R_p(i) \Delta R(i) \\ F_s &= U_z(i, j-1) R_p(i) \Delta R(i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.47})$$

Les flux diffusifs :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \left(\frac{1}{\text{Re}} \right) \frac{R_c(i) \Delta Z(j)}{dR(i)} \\ D_w &= \left(\frac{1}{\text{Re}} \right) \frac{R_c(i-1) \Delta Z(j)}{dR(i-1)} \\ D_n &= \left(\frac{1}{\text{Re}} \right) \frac{R_p(i) \Delta R(i)}{dZ(j)} \\ D_s &= (1) \frac{R_p(i) \Delta R(i)}{dZ(j-1)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.48})$$

• **Equation de quantité de mouvement suivant la direction axiale Z:**

$$\begin{aligned} A_p(i, j) U_z(i, j) &= A_E(i, j) U_z(i+1, j) + A_W(i, j) U_z(i-1, j) + A_N(i, j) U_z(i, j+1) \\ &\quad + A_S(i, j) U_z(i, j-1) + b(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Avec :

$$\begin{aligned} b(i, j) &= [P(i, j) - P(i, j+1)] R_p(i) \Delta R(j) + \frac{1}{2} \lambda_1^2 Ri [\Theta(i, j) - \Theta(i, j+1)] R_p(i) \Delta R(i) dZ(j) \\ &\quad + \frac{U_z(i, j)}{\Delta Z} R_p(i) \Delta R(i) dZ(j) \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{R_p(i) \Delta R(i) \Delta Z(j)}{\Delta \tau} \quad (\text{III.51})$$

Les flux convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= \frac{1}{2} [U_r(i, j) - U_r(i, j+1)] R_c(i) \Delta Z(j) \\ F_w &= \frac{1}{2} [U_r(i-1, j) - U_r(i-1, j+1)] R_c(i-1) \Delta Z(j) \\ F_n &= \frac{1}{2} [U_z(i, j+1) - U_z(i, j)] R_p(i) \Delta R(i) \\ F_s &= \frac{1}{2} [U_z(i, j-1) - U_z(i, j)] R_p(i) \Delta R(i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.52})$$

Les flux diffusifs :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{Re}} \right) \frac{R_c(i) dZ(j)}{\Delta R(i)} \\ D_w &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{Re}} \right) \frac{R_c(i-1) dZ(j)}{\Delta R(i-1)} \\ D_n &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{Re}} \right) \frac{R_p(i) \Delta R(i)}{\Delta Z(j+1)} \\ D_s &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{Re}} \right) \frac{R_p(i) \Delta R(i)}{\Delta Z(j)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.53})$$

• Equation d'énergie Θ :

$$\begin{aligned} A_p(i, j) \Theta(i, j) &= A_E(i, j) \Theta(i+1, j) + A_W(i, j) \Theta(i-1, j) + A_N(i, j) \Theta(i, j+1) \\ &\quad + A_S(i, j) \Theta(i, j-1) + b(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

Avec :

$$b(i, j) = \frac{R_p(i) \Delta R(i) dZ(j)}{\Delta \tau} \Theta(i, j) \quad (\text{III.55})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{R_p(i) \Delta R(i) \Delta Z(j)}{\Delta \tau} \quad (\text{III.56})$$

Les flux convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_r(i, j) R_c(i) \Delta Z(j) \\ F_w &= U_r(i-1, j) R_c(i-1) \Delta Z(j) \\ F_n &= U_z(i, j) R_p(i) \Delta R(i) \\ F_s &= U_z(i, j-1) R_p(i) \Delta R(i) \end{aligned} \right\} \quad (III.57)$$

Les flux diffusifs :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{RePr}} \right) \frac{R_c(i) \Delta Z(j)}{dR(i)} \\ D_w &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{RePr}} \right) \frac{R_c(i-1) \Delta Z(j)}{dR(i-1)} \\ D_n &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{RePr}} \right) \frac{R_p(i) \Delta R(i)}{dZ(j)} \\ D_s &= \left(\frac{\lambda_1}{\text{RePr}} \right) \frac{R_p(i) \Delta R(i)}{dZ(j-1)} \end{aligned} \right\} \quad (III.58)$$

III.8. Résolution des équations algébriques:

Lors de la discrétisation des équations de quantité de mouvement, deux problèmes sont survenus, à savoir :

- Etant dépendants de la variable recherchée, les coefficients de discrétisation posent le problème de la non-linéarité du système.
- Les termes sources des équations de quantité de mouvement, impliquent des grandeurs de pression or nous ne disposons pas d'équation pour cette variable jusqu'à présent, ce qui rend la résolution directe de ces équations impossible.

La première de ces deux difficultés pourra être levée par un traitement itératif des systèmes d'équations. Quant à la seconde, elle sera surmontée par l'utilisation d'une équation relative à la pression dérivée principalement de l'équation de continuité. Des méthodes indirectes sont alors utilisées pour obtenir le champ de pression. Parmi les algorithmes existants pour le traitement de la relation vitesse – pression, nous pouvons citer : "**SIMPLE**" (*acronyme Semi-Implicite Pressure Linked Equations*) [76].

III.8.1. Algorithme TDMA :

La résolution directe du système d'équations algébriques est compliquée, pour cela, on utilise la technique de balayage qui est une méthode de résolution semi-itérative. Elle consiste à déterminer les valeurs de la variable ϕ sur chaque ligne du domaine d'étude indépendamment des autres lignes, donc le système se transforme d'un système d'équations algébriques multidimensionnelles en un système unidimensionnel, en ajoutant à la source de la dimension choisie des termes des autres dimensions. Le système d'équations obtenu est représenté par une matrice tridiagonale et peut être résolu par l'algorithme de Thomas.

L'équation algébrique s'écrit pour le nœud P du maillage comme suit:

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad (\text{III.59})$$

Le système d'équations obtenu peut se mettre sous la forme :

$$[A] \cdot [\phi] = [S_\phi] \quad (\text{III.60})$$

$[A]$: est une matrice des $(N \times N)$ éléments.

$[\phi]$: Vecteur des inconnues $\phi(i, j)$ avec $i = 2, N-1$ et $j = 2, N-1$.

Pour déterminer les valeurs de ϕ dans une colonne " i " on suppose que les valeurs de cette dernière sont connus sur les colonnes " $i-1$ " et " $i+1$ ". L'équation algébrique (III.59) écrite pour chaque nœud de la colonne « i » est alors réduite à une équation qui ne contient que trois inconnues (ϕ_P, ϕ_N, ϕ_S) .

Pour le nœud (i, j) du maillage, l'équation peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle:

$$\begin{aligned} -A_S(i, j)\phi_S(i, j-1) - A_N(i, j)\phi_N(i, j+1) - A_P(i, j)\phi_P(i, j) = A_E(i, j)\phi_E(i+1, j) \\ + A_W(i, j)\phi_W(i-1, j) + S_\phi(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.61})$$

Et en posant :

$$a_j = A_P(i, j)$$

$$b_j = A_N(i, j)$$

$$c_j = A_s(i, j)$$

$$d_j = A_E(i, j)\phi_E(i+1, j) + A_W(i, j)\phi_W(i-1, j) + S_\phi(i, j)$$

On obtient l'équation (III.62) sous la forme suivante:

$$-c_j\phi_{j-1} + a_j\phi_j - b_j\phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III.62})$$

Avec:

$$c_1 = 0 \text{ et } b_N = 0$$

Pour tous les nœuds $[j = 2, N - 1]$ de la colonne i , l'équation (III.62) donne un système de la forme:

$$\left. \begin{aligned} -c_2\phi_1 + a_2\phi_2 - b_2\phi_3 &= d_2 \\ -c_j\phi_{j-1} + a_j\phi_j - b_j\phi_{j+1} &= d_j \\ -c_N\phi_{N-1} + a_N\phi_N - b_N\phi_{N+1} &= d_N \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.63})$$

Les valeurs de ϕ_1, ϕ_N sont connues (conditions aux limites).

La matrice associée au système est tridiagonale. Nous utilisons l'algorithme de TDMA [76] (Algorithme de Thomas) pour la résolution en réarrangeant toutes les équations du système (III.63) sous la forme:

$$\phi_j = \frac{c_j}{a_j}\phi_{j-1} + \frac{b_j}{a_j}\phi_{j+1} + \frac{d_j}{a_j} \quad (\text{III.64})$$

On obtient une relation de réaction pour ϕ_j tels que:

$$\phi_j = P_j\phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.65})$$

Détermination de P_j et Q_j

Pour le nœud $(i, j - 1)$, on a:

$$\phi_{j-1} = P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.66})$$

En remplaçant (III.66) dans (III.62), on trouve:

$$-c_j(P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1}) + a_j\phi_j - b_j\phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III.67})$$

Après la simplification et la comparaison avec l'équation (III.67):

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.68})$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_j Q_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.69})$$

Remarquons que pour : $j = 1$, on a: $c_1 = 0$, l'équation (III.67) pour $j = 1$ se réduit à:

$$\phi_1 = \frac{b_1}{a_1} \phi_2 + \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{III.70})$$

Donc on a:

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1}, Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{III.71})$$

Aussi, pour $j = N$ on a :

$$b_N = 0, \text{ donc } P_N = 0 \text{ et } \phi_N = Q_N \quad (\text{III.72})$$

L'algorithme de THOMAS se résume comme suit:

- Triangulation (la matrice tridiagonal devient bidiagonale):
1. Calculer P_1 et Q_1 à partir de l'équation (III.71).
 2. Calculer à partir de l'équation (III.68) et (III.69) les coefficients P_j, Q_j avec $j = 2, N$.
- Résolution du système à matrice bi-diagonale:
3. On pose $\phi_N = Q_N$
 4. On utilise la relation de $j = N - 1, N - 2, \dots, 1$ afin d'obtenir les valeurs $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_1$.

III.8.2. Algorithme SIMPLE :

La résolution des équations de quantité de mouvement et l'équation de continuité donne en principe le champ des vitesses et le champ de pression. La question est: comment peut-on obtenir les pressions de l'équation de continuité si les vitesses sont obtenues à partir des équations de quantité de mouvement ? L'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equation) est une méthode itérative qui permet justement le calcul des vitesses et la pression [76]. Après la convergence de la solution, les champs de vitesse et de pression doivent satisfaire simultanément l'équation de continuité et l'équation de quantité de mouvement.

Après l'intégration sur un volume fini et la discrétisation des différents termes, on aboutit à la forme algébrique des équations de quantité de mouvement.

Afin de comprendre l'algorithme, nous minimisons les symboles en mettant $U = U_r$ et $V = V_r$

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i U_i + b_U + (P_p - P_E) A_e \\ a_n V_n &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i V_i + b_V + (P_p - P_N) A_n \end{aligned} \right\} \quad (III.73)$$

Sur la base d'un champ de pression estimée P^* , ces équations donnent un champ de vitesse U^*, V^* qui ne satisfait pas l'équation de continuité. On a les relations:

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e^* &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i U_i^* + b_U + (P_p^* - P_E^*) A_e \\ a_n V_n^* &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i V_i^* + b_V + (P_p^* - P_N^*) A_n \end{aligned} \right\} \quad (III.74)$$

Pour aboutir à des champs corrects de vitesse et de pression U , V et P , il faut corriger U^* , V^* et P^* comme suit:

$$U = U^* + U' \quad V = V^* + V' \quad P = P^* + P'$$

Comment déterminer les corrections de vitesse U' , V' et de la pression P' ?

Soustrayons (III.73) de (III.74) on obtient :

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e' &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i U_i' + b_U + (P_P' - P_E') A_e \\ a_n V_n' &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i V_i' + b_V + (P_P' - P_N') A_n \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.75})$$

A ce stade les termes $\sum_{i=E,W,N,S} a_i U_i'$ et $\sum_{i=E,W,N,S} a_i V_i'$ sont omis. A noté que la solution finale de vitesse et de pression ne sera contiendra pas d'erreur due à cette omission puisque tous les termes de ces équations tendent vers zéro. On obtient donc, pour les 4 faces e, w, n, s du volume central.

$$\left. \begin{aligned} U_e &= U_e' + d_e (P_P' - P_E') A_e, d_e = \frac{A_e}{a_e} \\ U_w &= U_w' + d_w (P_P' - P_W') A_w, d_w = \frac{A_w}{a_w} \\ U_n &= U_n' + d_n (P_P' - P_N') A_n, d_n = \frac{A_n}{a_n} \\ U_s &= U_s' + d_s (P_P' - P_s') A_s, d_s = \frac{A_s}{a_s} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.76})$$

$$A_e = A_w : \text{surface}(\Delta Z \times 1) \quad A_n = A_s : \text{surface}(\Delta R \times 1)$$

En fait, les vitesses peuvent être corrigées à condition que l'on ait une estimation du champ des corrections de pressions. C'est l'équation de continuité qui va être transformé pour donner une équation des corrections de pression.

L'intégration et la discrétisation de l'équation de continuité par rapport à un volume de contrôle central (pour un fluide compressible) donne.

$$[(\rho U)_e - (\rho U)_w] \Delta Z + [(\rho V)_n - (\rho V)_s] \Delta R = 0 \quad (\text{III.77})$$

Substituons maintenant à la place des vitesses les expressions reliant les corrections de pression $P_P', P_E', P_W', P_S', P_N'$:

$$a_P P_P' = a_E P_E' + a_W P_W' + a_S P_S' + a_N P_N' + b_m \quad (\text{III.78})$$

Où

$$a_E = \rho d_e \Delta Z, a_W = \rho d_w \Delta Z, a_S = \rho d_s \Delta Z, a_N = \rho d_n \Delta Z \quad (\text{III.79})$$

$$b_m = \left[(\rho U^*)_e - (\rho U^*)_w \right] \Delta Z + \left[(\rho V^*)_n - (\rho V^*)_s \right] \Delta R \quad (\text{III.80})$$

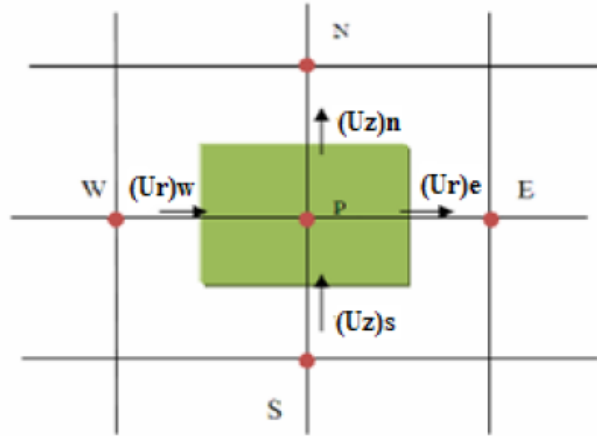


Fig. III-5 : volume de contrôle de l'équation de continuité.

Enfin, l'algorithme SIMPLER se résume comme suit:

La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme SIMPLER [76] est la suivante:

- 1 - Deviner un champ de pression initiale P^* .
- 2 - Résoudre les équations de transport (III.59) pour dériver un champ de vitesses U^*, V^* .
- 3 - Calculer le terme source de la masse b_m de l'équation (III.80) et par conséquent résoudre l'équation (III.78) de correction de la pression P' .
- 4 - Corriger les champs de pression et de vitesse dans les équations $P = P^* + P'$ et (III.76) pour la vitesse.
- 5 - Résoudre les autres équations de transport de l'autre problème scalaire:
 - l'équation de swirl, et obtenir U_θ .
 - l'équation de l'énergie, pour obtenir Θ .
 - l'équation de potentiel électrique Φ en utilisant les valeurs de U_θ déjà obtenues.
- 6 - Remplacer le champ de pression ancien par le nouveau et revenir à l'étape 2. Répétez les calculs jusqu'à la convergence de toutes les variables.

III.9. Présentation du logiciel Fluent :

III.9.1.Introduction :

Avant d'entreprendre la simulation numérique de la convection thermique dans une cavité cylindrique axisymétrique en présence d'un champ magnétique externe à l'aide d'un code de simulation numérique, il est utile de préciser ce qu'on peut attendre d'une telle méthode.

La simulation numériques en mécanique des fluides (CFD ; Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et le problème stationnaire ou in stationnaire. Les codes de simulation numérique des écoulements, ou code CFD (Computational Fluid Dynamics), est une branche de la mécanique des fluides qui utilise les méthodes numériques et les algorithmes pour résoudre et analyser les problèmes qui impliquent des écoulements de fluides.

Les ordinateurs sont utilisés pour effectuer les calculs nécessaires pour simuler l'interaction de liquides et de gaz avec des surfaces définies par des conditions aux limites.

III.9.2. Principes des codes CFD :

Les logiciels de simulation numérique des écoulements basés sur la méthode des volumes finis peuvent maintenant être considérés comme de véritables « expériences numériques », lorsqu'elles sont faites avec soin. L'avantage des « méthodes numériques » est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, champ de pression, contraintes etc.), sont immédiatement disponibles en tout point de l'écoulement.

Dans une expérimentation, l'obtention de ces quantités physiques en tout point du champ est souvent impossible ou très difficile en pratique. Cependant, la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes est encore limité à des nombres de Reynolds modérés.

Les méthodes CFD (Computational Fluid Dynamics) ont l'avantage de mettre en œuvre les équations générales de la mécanique des fluides avec un minimum des hypothèses. Elles résolvent notamment les équations non-linéaires instationnaires et compressibles.

La discrétisation des équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse est faite sur des éléments quadrilatéraux ou triangulaires, réguliers ou non selon la complexité de la géométrie. Elle conduit à un système d'équations non-linéaires couplées. Ce système est résolu de manière itérative.

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à la nature de l'écoulement. En particulier, le maillage doit être fin dans les zones où l'on atteint des gradients physiques très importants. Une connaissance à priori du champ de vitesse tiré d'expériences sur des écoulements similaires est donc utile pour l'établissement du maillage. Le maillage peut être raffiné à partir des résultats obtenus en identifiant les zones de l'écoulement dans lesquelles le calcul ne converge pas parfaitement (par exemple les éléments dans lesquels la condition d'incompressibilité n'est pas complètement satisfaite).

Avant d'entamer la résolution des équations des problèmes considérés (les équations de quantité de mouvement, de continuité et de l'énergie), nous devons identifier le régime de l'écoulement laminaire ou turbulent. Il est donné par la valeur du nombre de Grashof dans le cas de la convection naturelle et par la valeur du nombre de Richardson dans le cas de la convection mixte. Dans ce travail le régime de l'écoulement est laminaire.

III.9.3. Différentes étapes à suivre pour la résolution numérique par

FLUENT:

Les principales étapes à suivre lors du travail sur le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessitent la connaissance de certaines notions théoriques de base. Ces notions, concernent notamment, les définitions des principales équations régissant l'écoulement.

La résolution numérique par Fluent d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- 1) Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- 2) Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- 3) Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;
- 4) Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- 5) Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus ;
- 6) Analyse des résultats obtenus.

III.9.4. Présentation des logiciels GAMBIT et FLUENT :

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite la présentation de logiciel GAMBIT.

III.9.4.1. GAMBIT :

GAMBIT est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Gambit est un logiciel qui permet de réaliser des géométries en 2D ou 3D et de construire le maillage. Largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, spatiale, ...etc.) en raison de son interface graphique puissante, il permet aussi de réaliser tout type de géométries complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs.

Gambit possède une interface facile à manipuler et qui est constituée de plusieurs fenêtres d'outils d'opération destinées à construire le modèle, générer le maillage et incorporer les conditions aux limites, figures ...

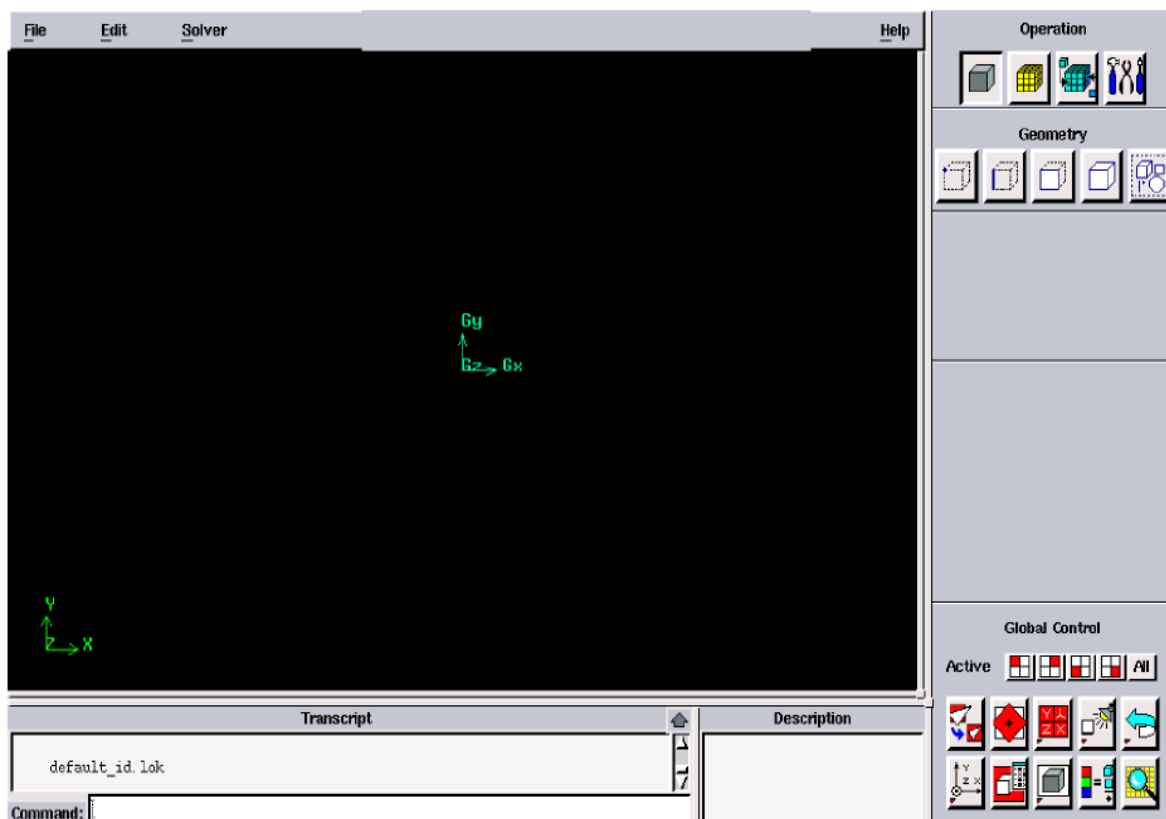


Fig. III-6: Interface de Gambit.

a. Fenêtre d'outils d'opération :

Chaque bouton de cette fenêtre correspond à une fonction bien définie (Fig. III-7).



Fig. III-7 : Fenêtre d'outils d'opération.

b. Construction de la géométrie :

Elle est créée à partir de points, de côtés, de surfaces, de volumes ou d'un groupe de tous ces éléments. On peut effectuer des opérations d'union, d'intersection, de séparation d'effacement de décomposition (Fig. III-8).

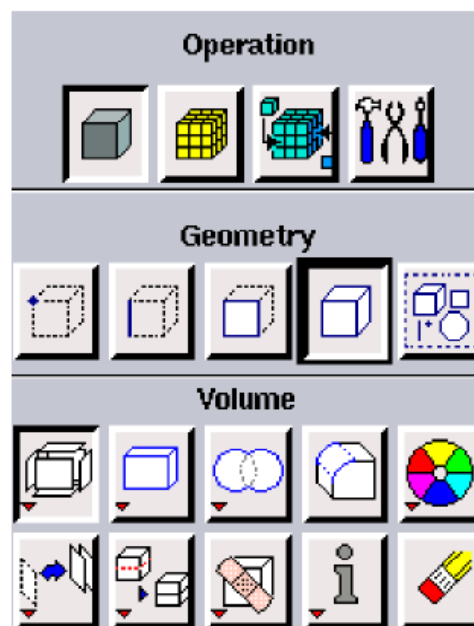


Fig. III-8 : Fenêtre d'outils de construction de la géométrie.

c. Génération de maillage :

Cette fonction permet la génération de tous types de maillage, la manipulation du maillage généré et même la création d'une couche limite s'il y a lieu (Fig. III-9).

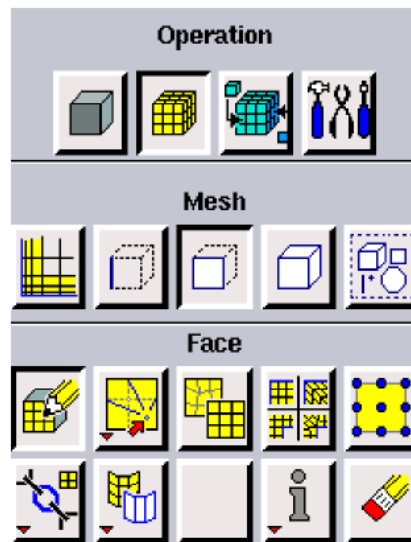


Fig. III-9 : Fenêtre d'outils de construction du maillage.

d. Incorporation des conditions aux limites :

Plusieurs types de conditions aux limites sont disponibles selon le problème traité. A noter que l'espace maillé est pris par défaut comme étant fluide (Fig. III-10).

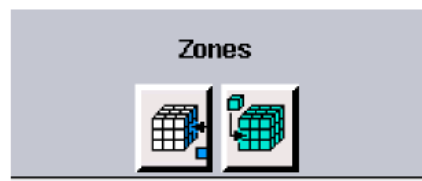


Fig. III-10 : Fenêtre d'outils de l'incorporation des conditions aux limites.

e. Boutons d'outils :

Ils permettent de spécifier le système de coordonnées par exemple ou d'autres opérations spécifiques (Fig. III-11).

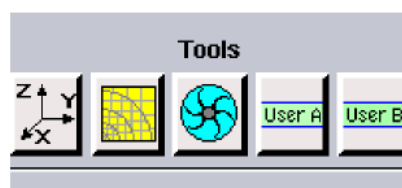


Fig. III-11 : Fenêtre de boutons d'outils.

f. Fenêtre de contrôle global :

Elle concerne l'orientation, l'affichage, la lumière et la vérification du maillage (Fig. III-12).

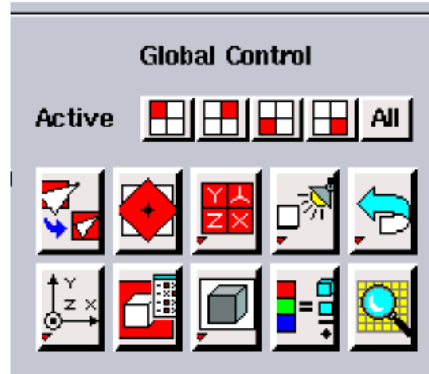


Fig. III-12 : Fenêtre de contrôle global.

Choix du maillage :

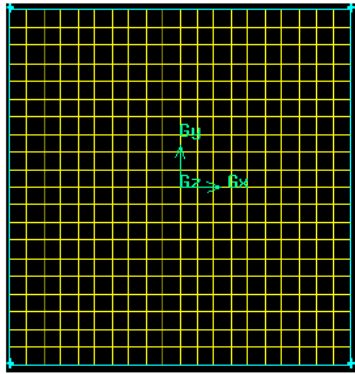
Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui répond à nos objectifs, Parmi ces paramètres, on peut citer :

- le nombre de mailles ;
- la distance entre les mailles (concentration des mailles) ;
- la forme de la maille ;
- les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

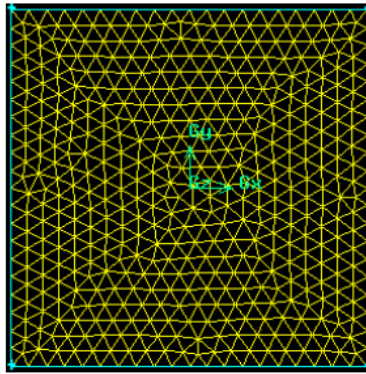
Gambit peut être utilisé dans plusieurs types de mailles:

- **maillage structuré:** est généralement composée de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique).
- **maillage non structuré:** va être composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D.
- **maillage hybride (mixte):** les mailles proches des parois sont des quadrilatères en 2D et des hexaèdres en 3D et les mailles du reste du domaine sont des triangles en 2D et des tétraèdres en 3D.

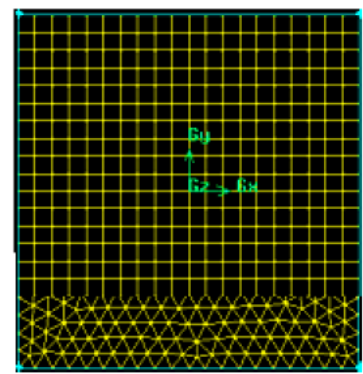
en 3D. Près de la paroi, il est nécessaire d'avoir des mailles de très petites tailles pour bien modéliser les écoulements. En 3D, les mailles qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres sont des prismes ou des pyramides. La Figure III-13 représente ces trois types de maillage.



maillage structuré



maillage non structuré



maillage hybride (mixte)

Fig. III-13: Les trois types de maillages utilisés par logiciel Gambit.

Aussi il permet de choisir le type de maillage des faces selon les options suivantes:

Tableau III-2 : Description des types de maillages des faces.

Option	Description
Map	Crée une grille régulière et structurée des éléments du maillage.
Sub map	Divisé une face en plusieurs régions de façon à ce qu'on puisse leur appliquer Map.
Pave	Crée une grille non structurée des éléments du maillage.
Tri primitive	Divisé une face en trois régions quadrilatérales et crée un maillage dans chaque région de la face.

III.9.4.2.FLUENT :

FLUENT est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes.

Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une relative facilité. Les types de mailles supportées sont :

- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales;
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales ;
- Des mailles (hybrides) mixtes.

FLUENT est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offerte par ce langage (par exemple allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace.

FLUENT s'utilise à travers une interface graphique, l'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, FLUENT permet les capacités de modélisation suivantes :

- Ecoulements dans des géométries 2D ou 3D en utilisant des maillages adaptifs non structuré ;
- Ecoulement stationnaire ou instationnaire ;
- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsoniques, transsoniques, supersoniques ou hypersoniques) ;
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents ;
- Fluide Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou les deux (conjugue) ou radiatif ;
- Ecoulements avec changements de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.
- Repères de référence inertiels (stationnaire) ou non-inertiels (en rotation) ;
- Multiples repères de référence en mouvement, incluant des interfaces glissantes et des plans de mélange ;
- Mélange et réaction d'espèces chimique, incluant des modèles de combustion et des réactions de surface ;

- Sources volumiques arbitraires de chaleur, masse, quantité du mouvement, turbulence, et espèces chimiques ;
- Calculs de trajectoires langangiennes pour une phase dispersée de particules/ gouttes/ bulles, incluant le couplage avec la phase continue ;
- Ecoulement à travers les matériaux poreux ;
- Modèles pour turbine 1D/ échangeur de chaleur ;
- Ecoulements diphasiques, incluant la cavitation ;
- Ecoulement à surface libre avec surfaces complexes ;

Fluent emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telle que l'équation de continuité , l'équation quantité de mouvement , l'équation de l'énergie et l'équation de potentiel électrique. En utilisant cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle, Fluent passe par les étapes suivantes:

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, les inconnues telles que : vitesses, pressions et températures.
- Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour tenir compte des effets turbulents, le logiciel de calcul offre la possibilité de choisir un des modèles de turbulence suivants :
 - ✓ Le modèle à une équation de Spalart Allmaras;
 - ✓ Le modèle à deux équations $k - \epsilon$;
 - ✓ Le modèle à deux équations $k - \omega$;
 - ✓ La modèle de contrainte de Reynolds (Reynolds stress model).

Le choix entre ces modèles se base principalement sur les résultats que donne chacun des modèles suivant les conditions aux limites prédéfinies. Il est vrai qu'un modèle peut donner de meilleurs résultats par rapport à un autre, mais ceci est dû principalement à la nature des cas étudiés et à la correspondance du modèle de turbulence avec les conditions aux limites.

III.9.4.2.1. Interface du logiciel Fluent :

On peut démarrer 4 versions de Fluent 2D, 3D, 2DDP et 3DDP ayant la même interface (Fig. III-14).



Fig. III-14 : Versions du logiciel Fluent.

- 2D (2 Dimensions)
- 2DDP (2 Dimensions Double Précision)
- 3D (3 Dimensions)
- 3DDP (3 Dimensions Double Précision)
-

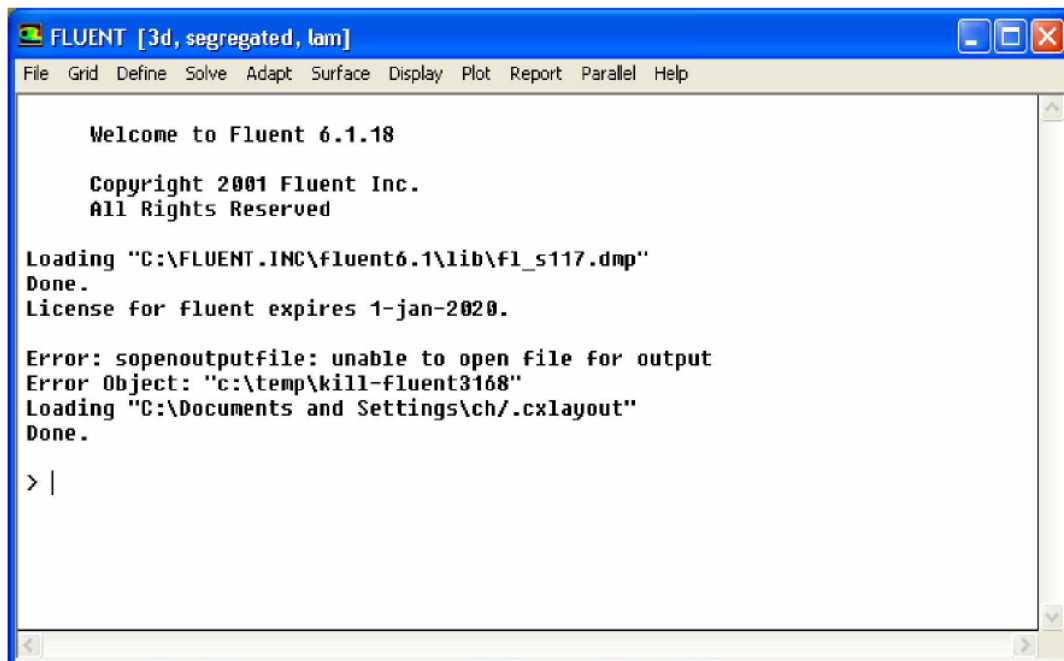


Fig. III-15 : Interface du logiciel Fluent.

Les fonctions (Fig. III-15) disponibles pour la procédure numérique sont :

File : pour les opérations concernant les fichiers : lecture, sauvegarde, importation... etc.

Grid : pour la vérification et la manipulation du maillage et de la géométrie.

Define : pour définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

Solve : pour choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisations, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et pour initialiser et procéder au calcul.

Adapt : pour l'adaptation du maillage selon plusieurs paramètres.

Surface : pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

Display et plot : pour l'exploitation des résultats.

Report : pour afficher des rapports contenant les détails du problème traité.

Parallel : pour le calcul parallèle.

Help : pour l'exploitation du contenu du code.

III.9.4.2.2. Choix des paramètres de FLUENT :

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite le choix des paramètres essentiels :

a- Procédure sous "Fluent" :

Une fois le chargement du fichier de maillage (réalisé avec le logiciel GAMBIT) effectué sous Fluent, nous devons mettre à l'échelle de la géométrie (pour notre cas, on utilise le mètre).

Le logiciel Fluent permet aussi de réordonner les nœuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire et cela pour améliorer les performances du calcul et l'efficacité d'accès à la mémoire (Grid\Reorder).

b- Simple précision ou double précision :

Fluent offre deux modes de calcul: le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision" : les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits, alors que le mode "simple précision" : utilise une représentation à 32 bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, Le mode "double précision" est préconisé, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates, comme dans le cas d'un canal très long et mince.

c- Choix de la formulation du solveur :

Sous Fluent, on peut choisir entre plusieurs formulations du solveur:

- La formulation "Segregated", ou isolée (implicite) : Cette formulation résout les équations de continuité, de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles à modérément compressibles.
- La formulation "Coupled", ou couplée (implicite ou explicite) : Cette option permet aux équations gouvernantes d'être résolues simultanément, c'est-à-dire couplées les unes avec les autres. Cependant, les autres scalaires, tels que les quantités de la turbulence, sont traités isolément. Initialement, ce mode a été conçu pour les écoulements compressibles à grandes vitesses. Ceci lui donne un avantage pour le traitement des écoulements hautement couplés (forte interdépendance entre la densité, l'énergie et les moments) avec des forces de volumes (par exemple flottabilité et forces de rotation). Il faut signaler que le solveur couplé implicite requiert presque le double de la mémoire qu'utiliserait le solveur isolé, alors que le solveur couplé explicite vient au milieu, en terme de besoins en ressources, mais converge plus lentement que la formulation implicite et n'est conseillé que pour les écoulements instationnaire.

d- Schémas de discrétisation :

Sous Fluent, les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle.

Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence, alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Aussi, il existe d'autres schémas de discrétisation:

- Le schéma "QUICK" (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) : il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne pas recommandé par un maillage triangulaire.
- Le schéma à loi de puissance "Power Law" : il est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds.
- Le schéma "third-order MUSCL" : il donne plus de précision que les autres schémas.

e- Choix du schéma d'interpolation de la pression :

Dans la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable pour des écoulements spécifiques. On peut choisir parmi les options suivantes:

- Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (par exemple convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).
- Le schéma "PRESTO" (Pressure Staggering Option) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires à grande vitesse de rotation, ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.
- Le schéma au "Second Ordre" est utilisé pour les écoulements compressibles, pour plus de précision, et essentiel quand l'écoulement n'est pas aligné avec le maillage.
- Le schéma linéaire "Linear" est disponible comme alternative dans le cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

f- Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse :

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires: pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure "d'estimation et de correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

Fluent propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "Segregated") :

- Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. Nous avons entrepris nos simulations avec la méthode "SIMPLE",
- Méthode "PISO" (Pressure-Implicit with Splitting of Operators): Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed".

Après avoir choisi les différents paramètres de FLUENT, on passe à l'étape suivante qui est :

- ✓ Lancement des calculs, et l'analyse et l'interprétation des résultats.

g- Condition aux limites utilisée par le code FLUENT :

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classées comme suite :

g.1. Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust).

g.2. Mur et conditions du pole : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodique, plan de symétrie (symétrie).

g.3. Cellules des zones internes : fluide ou solide (de différent type).

g.4. Condition des faces internes : ventilation, radiation, mur intérieur. Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :

- ✓ **à l'entrée du domaine :** la valeur du variable est connue.
- ✓ **à la sortie du domaine :** soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.
- ✓ **à la paroi :** soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).
- ✓ **Sur l'axe de symétrie :** où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

III.9.4.2.3. Les facteur de relaxation :

Afin de contrôler et de réduire le changement produit durant chaque itération d'une variable de l'écoulement, ϕ , Fluent permet d'agir sur les facteurs de relaxation assignés à un nombre de variables comme suit :

$$\begin{cases} \phi = \phi_{old} - \alpha \cdot \Delta\phi \\ \Delta\phi = \phi_{comp} - \phi_{old} \end{cases} \quad (III.81)$$

Où:

ϕ_{old} : Ancienne valeur de ϕ .

$\Delta\phi$: Changement dans la valeur de ϕ .

ϕ_{comp} : Valeur de ϕ calculée.

α : facteur de relaxation.

Le code FLUENT offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements et permet d'agir sur eux. Alors, nous avons utilisé ces facteurs: $0.3 < \alpha < 1$ (recommandé par Fluent).

- Pression = 0.3.
- vitesse radiale = 0.7 .
- vitesse axiale = 0.7 .
- vitesse de tourbillonnement = 0.9 .
- énergie = 1.

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Présentation des résultats:

Nous nous intéressons dans ce chapitre aux présentations et discussion des résultats obtenus en simulant numériquement les transferts thermiques convectifs en régime laminaire sans et en présence du champ magnétique axial ou radial lors des processus de la croissance cristalline dans une cavité cylindrique axisymétrique similaire à celle utilisé dans configuration de Czochralski (Cz), dont l'importance dans les applications sera présenté au premier chapitre. Les résultats figurant dans ce qui suit, sont tous obtenus pour un rapport d'aspect $\gamma = 2$ et $Pr = 0.011$, (cas des métaux liquides), et sont visualisés graphiquement sous plusieurs formes appropriées pour chaque paramètre sous forme adimensionnelle (des lignes de courant, des isothermes, des profils de vitesses radiales, axiales, et tangentielle ainsi que des profils de la température...etc.).

Premièrement, Nous présentons nos résultats en situation de la convection thermique (naturelle et mixte) en absence du champ magnétique, dont l'ultime objectif est la détermination de l'influence de l'augmentation de nombre de Grashof et l'influence de la rotation des deux disques des extrémités et leurs sens de rotation (Co/contre-rotation) sur la naissance des mouvements convectifs avec la présentation d'une comparaison entre la Co-rotation et la contre-rotation des différents paramètres de l'écoulement pour différentes valeurs des nombres de Richardson Ri ($Ri = 0.5, 10$), Ensuite, nous déterminons l'effet de l'intensité du champ magnétique sur la stabilisation, et la réorganisation de l'écoulement de convection thermique en régime laminaire afin de s'approcher au mieux des conditions idéales lors de la production des monocristaux, et ensuite on présente l'effet de l'orientation du champ magnétique pour diverses intensités ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$) en comparant les différents paramètres de l'écoulement entre le champ magnétique axial B_z et le champ magnétique radial B_r en fonction du nombre de Hartmann Ha pour différentes valeurs des nombres de Richardson Ri ($Ri = 0.5, 10$).

Pour assurer des résultats numériques plus fiables, on commence par d'effet du maillage sur la solution numérique, et déduire la qualité de l'approximation de la solution, puis la validation du code utilisé dans les calculs, on compare les résultats trouvés avec d'autres données expérimentales et numériques trouvées dans la littérature.

IV.2. Effet de l'espacement du maillage :

La précision des résultats numériques dépend des valeurs des paramètres de contrôle. Afin de montrer l'influence du maillage sur le résultat numérique, on a réalisé plusieurs tests sur une cavité cylindrique ayant un rapport d'aspect $\gamma = 2$ et, on considère à cet effet le cas d'un écoulement de la convection mixte sans champ magnétique ($Ri = 2$, cas de co-rotation) dont les nombres de Prandtl a été pris égal à 0.011, et le nombre de Reynolds égal à 700, et le nombre de Grashof égal à 5×10^5 . Pour cela nous avons testé deux types de maillage:

- Maillage uniforme (régulier).
- Maillage non uniforme (irrégulier).

Avant de commencer les calculs paramétriques, l'indépendance de la solution numérique vis-à-vis de la grille de maillage utilisée, est vérifiée pour des valeurs représentatives de paramètres.

IV.2.1. Maillage uniforme :

Dans ce type de maillage on a testé quatre maillages différents tel que : 50×100 , 60×120 , 80×160 , 100×200 . Avec ces différentes grilles de maillage on a calculé les nombres de Nusselt moyen au disque inférieur Nu_{moy} , la vitesse axiale maximale V_{max} et la vitesse radiale maximale U_{max} à $R = 0.5$, et on calcul la valeur maximale de la fonction du courant ψ_{max} . Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV-1.

En examinant le tableau IV-1 qui regroupe les valeurs maximales des vitesses (radiales U_{max} , axiale V_{max}), la fonction de courant maximale ψ_{max} , et le nombre de Nusselt moyen au disque inférieur Nu_{moy} , on peut constater aisément que l'erreur numérique relative dans les valeurs, U_{max} est inférieure à 4.08 %, et pour V_{max} est inférieure à 37.67 %, ainsi pour Nu_{moy} où l'erreur relative ne dépasse pas 10.45 %, on peut voir aussi que les valeurs de ψ_{max} différent de 22.22 % entre la grille fine ($n_r \times n_z = 100 \times 200$) et celle la moins dense (50×100), la différence entre la grille moyenne ($n_r \times n_z = 80 \times 160$) et la plus dense est seulement de

11.11% .La figure (Fig. IV-2) montre l'effet du maillage uniforme sur les profils de vitesse axiale U_z , radiale U_r , et azimutale U_θ .

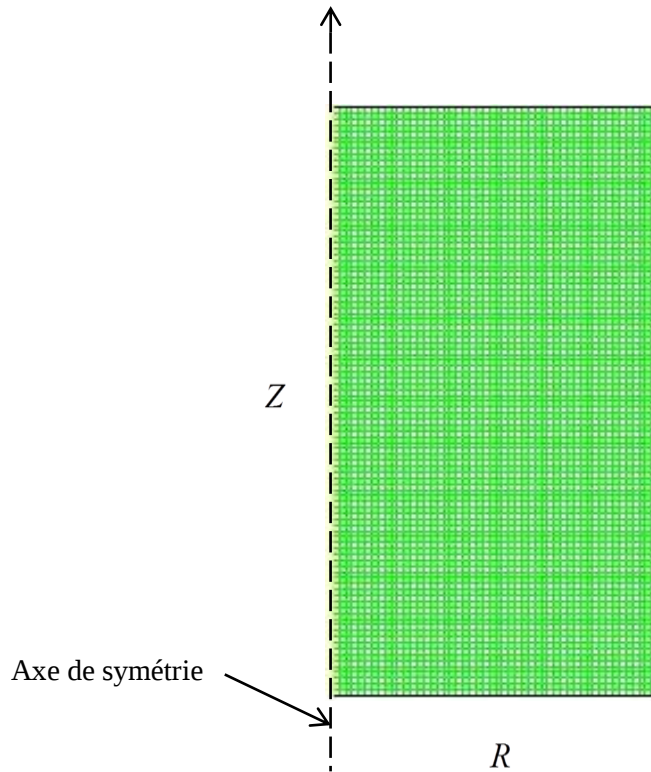


Fig. IV-1: maillage uniforme choisi (80×160 nœuds).

Tableau IV-1: Effets du maillage sur les différentes caractéristiques de l'écoulement (cas du maillage uniforme).

Maillage Paramètres	50×100	60×120	80×120	100×200
$U_{\max}$	0.10109	0.10322	0.09837	0.09696
$V_{\max}$	0.07431	0.07141	0.05969	0.04632
$\psi_{\max}$	0.00018	0.00017	0.00016	0.00014
Nu_{moy}	0.34043	0.33106	0.31682	0.30483

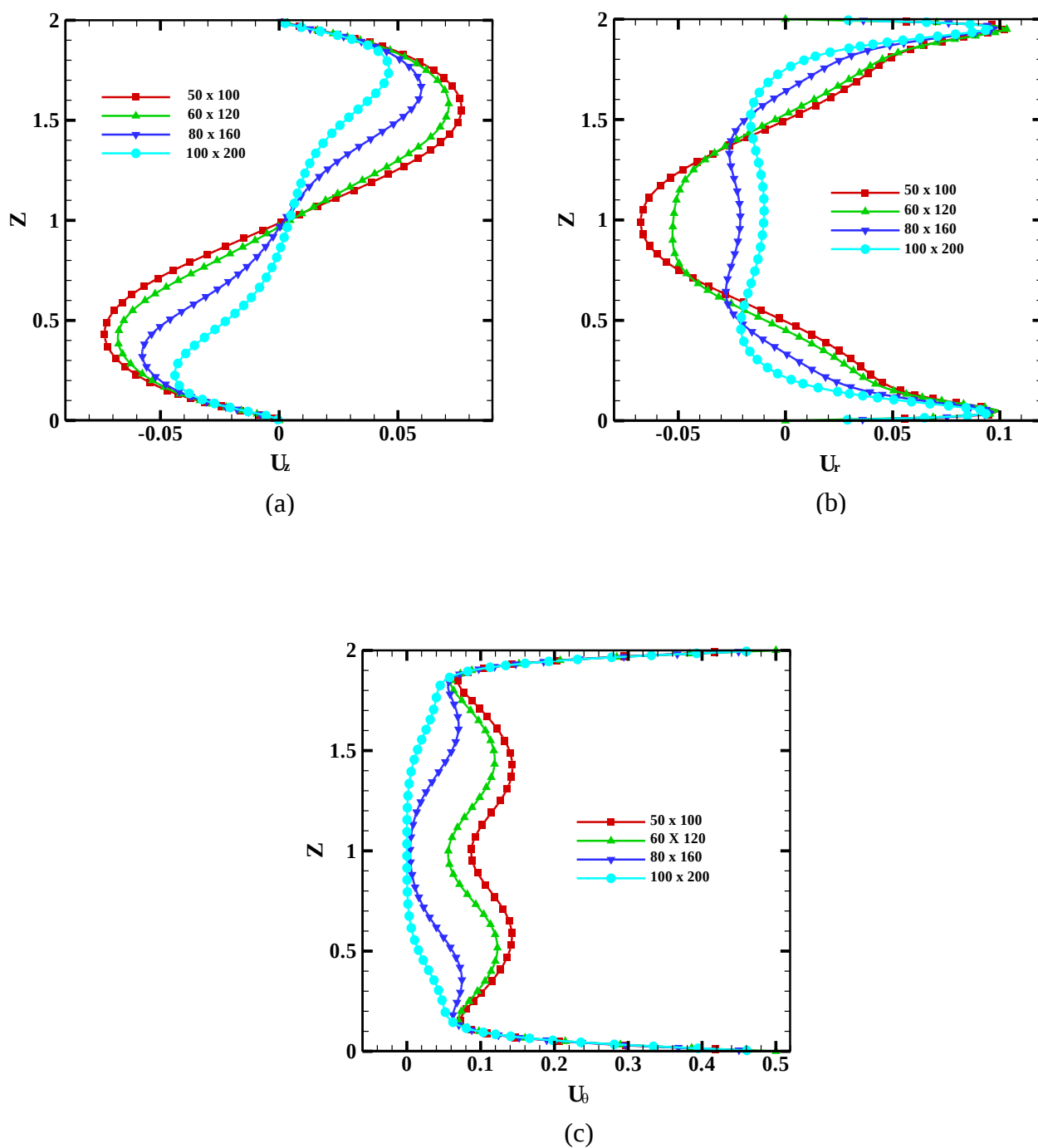


Fig. IV-2: Profils de la vitesse (a) axiale, (b) radiale et (c) azimutale respectivement à $R = 0.5$ pour un maillage uniforme.

IV.2.2. Maillage raffiné:

Dans le deuxième test de maillage on a utilisé les mêmes quatre maillages différents, mais non uniformes (irrégulier) raffinés suivant la direction R et Z par le logiciel Gambit tel que les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV-2.

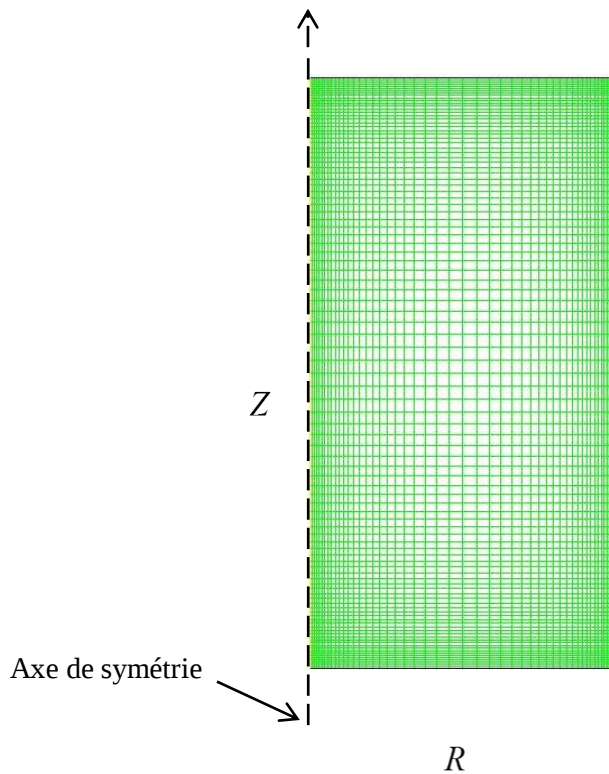


Fig. IV-3: maillage raffiné utilisé dans les calculs (80×160 nœuds).

Tableau IV-2: Effets du maillage sur les différentes caractéristiques de l'écoulement, (cas du maillage raffiné).

Maillage Paramètres	50×100	60×120	80×120	100×200
$U_{\max}$	0.33726	0.36017	0.38387	0.41029
$V_{\max}$	0.07574	0.07164	0.06569	0.06026
$\psi_{\max}$	0.00046	0.00048	0.00052	0.00056
Nu_{moy}	0.32974	0.31147	0.28783	0.25457

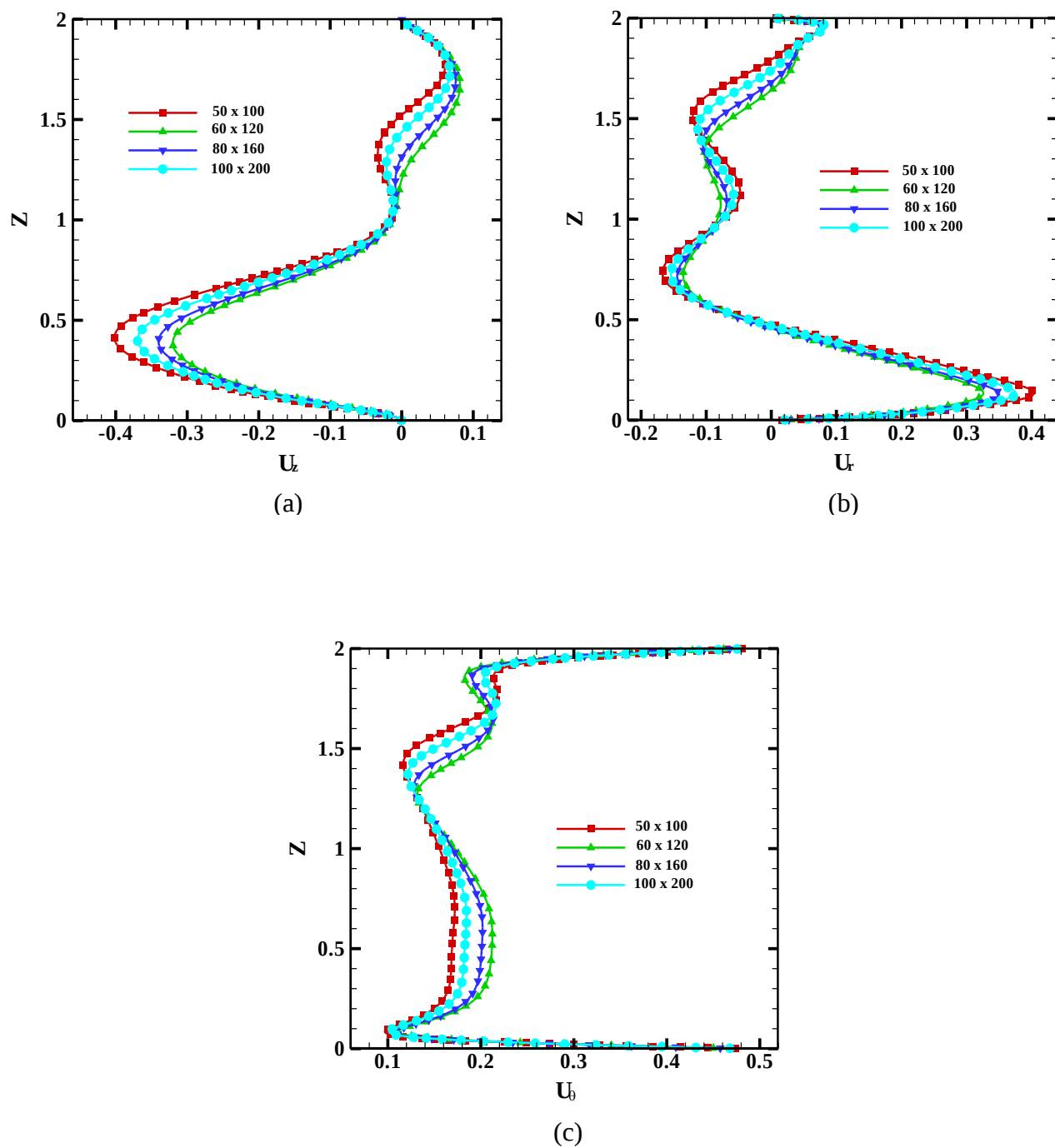


Fig. IV- 4: Profils de la vitesse (a) axiale, (b) radiale et (c) azimutale respectivement à $R= 0.5$ pour un maillage raffiné.

Le tableau IV-2 regroupe les mêmes valeurs mais dans le cas de maillage raffiné ou l'erreur numérique relative dans les valeurs de $U_{\max}$ est inférieure à 17.79 %, et pour $V_{\max}$ est inférieur à 20.43 %, ainsi pour Nu_{moy} où l'erreur relative ne dépasse pas 22.79 %, on peut voir aussi que les valeurs de $\psi_{\max}$ diffèrent de 17.85 % entre la grille fine ($n_r \times n_z = 100 \times 200$) et celle la moins dense (50×100), la différence entre la grille moyenne ($n_r \times n_z = 80 \times 160$) et la plus dense est seulement de 11.53%. La figure IV-4 montre l'effet du maillage raffiné sur les profils de vitesse axiale U_z , radiale U_r , et azimutale U_θ . Aussi, les divers profils de vitesse présentés (Figs. IV-2, IV-4) nous informent sur la qualité de la solution approchée qu'apportent ces différentes grilles de maillage dans une région du domaine de calcul. Selon le résultat de cet essai les maillages choisis pour achever les calculs nécessaires à la résolution du problème considéré, est celui les maillages raffinés, car les maillages uniformes présentent de grande erreurs (la différence est clair soit par le calcul d'erreur, soit par les profils des vitesses) par rapport les maillages raffiné.

Enfin, on constate que :

- Pour capter bien l'existence de forts gradients de vitesse et de température près des disques inférieur et supérieur et près des parois latérales, il faut utiliser les maillages raffinés.
- Pour avoir une meilleure information sur la nature de l'écoulement, il faut utiliser la grille de ($n_r \times n_z = 100 \times 200$) et la grille de ($n_r \times n_z = 80 \times 160$).

IV.2.3. Conclusion sur l'effet de maillage :

L'examen de ces courbes nous permet de conclure que les diverses profils de vitesse présentés (Figs. IV-2, IV-4) nous informent sur la qualité de la solution approchée qu'apportent ces différentes grilles de maillage dans une région du domaine de calcul. Selon le résultat de cet essai, le maillage choisi pour achever les calculs nécessaires à la résolution du problème considéré, est celui le maillage raffiné avec un nombre moyen de points de discrétisation, c.-à-d. la grille de ($n_r \times n_z = 80 \times 160$), puisqu'il est considéré pour avoir le meilleur compromis entre le temps de calcul et la résolution suffisante dans les calculs. Cependant, Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés dans le domaine de la convection thermique à l'intérieur des cavités cylindriques qui traitent l'effet du maillage sur la nature de l'écoulement, Parmi ces travaux on peut citer ceux de : Boukhari, et Bessaih, 2006[77] ; Mahfoud, et Bessaih, 2009[78] ; Benniche, et Bouabdallah, 2012[79] ; Mebarek-Oudina, et

Bessaih, 2012[70], qui ont utilisé dans leurs travaux le maillage raffiné ($n_r \times n_z = 80 \times 160$) et qui ont trouvé que ce maillage régulier est suffisant pour assurer une bonne résolution spatiale du problème.

IV.3. Comparaison et validation des résultats numériques :

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail avec le code FLUENT, on a établi quelques comparaisons quantitatives et qualitatives avec d'autres investigations expérimentales et numériques présentées dans la littérature.

Premièrement la comparaison est faite avec les résultats expérimentaux étudiés par Michelson [80], qui a utilisé la technique LDA (anémométrie laser Doppler) pour déterminer les distributions des vitesses radiales et azimutales dans une cavité cylindrique, dont le disque supérieur est en rotation. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que Michelson, 1986[80] et cela pour $Re = 1800$, $\gamma = 1$. Les figures (Fig. IV-5) et (Fig. IV-6) montrent la répartition des U_r et U_θ , pour différentes positions de R ($R = 0.6; 0.8$), respectivement. Il peut être vu de ces chiffres que nos résultats numériques sont en bon accord avec les données expérimentales.

La deuxième comparaison est faite avec les résultats expérimentaux d'Escudier, 1984[29]. Qui a utilisé une technique appelée «fluorescence induite par laser» pour voir les contours des lignes de courant dans une chambre cylindrique avec un fond rotatif, le rapport $\gamma = 2$ pour $Re = 1854$, $Re = 1002$, $Re = 1492$, $Re = 1449$, (Fig. IV-7), nos résultats sont présentés sur la droite de chaque figure (a), (b), (c), (d).

La troisième comparaison a été faite avec les résultats numériques obtenus par Brahim, et Bessaih, 2009[81], qui a étudié l'écoulement en régime stationnaire engendré par deux disques tournants en situations Co/contre-rotation à l'intérieur d'une enceinte cylindrique, ayant un rapport d'aspect $\gamma = 2$, remplie d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$), et soumise à un gradient axial de température et un champ magnétique orienté verticalement. Nous avons présenté les contours de la fonction de courant, de vitesse azimutale et des isothermes, pour $Ri = 0$, $Re = 2000$ et $Ha = 0$ (Fig. IV-8). En examinant ces figures, nous pouvons constater que nos résultats numériques sont en bon accord tant qualitativement que quantitativement avec les résultats numériques de Brahim et al., 2009 [81], et tous ces comparaisons valident notre code de calcul en l'attribuant la confiance désirée pour l'utilisation.

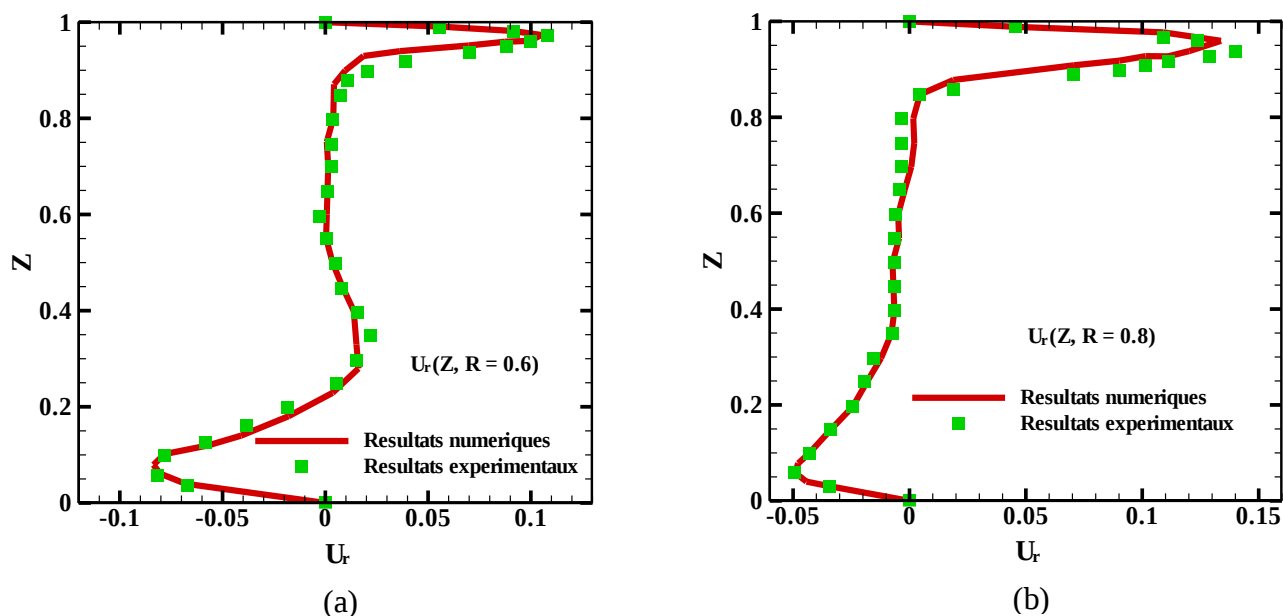


Fig. IV- 5: Comparaison avec les mesures expérimentaux de Michelson, 1986[80] de la distribution axiale de la vitesse radiale à (a) $R = 0,6$; (b) $R = 0,8$ pour le cas $Re = 1800$, $\gamma = 1$.

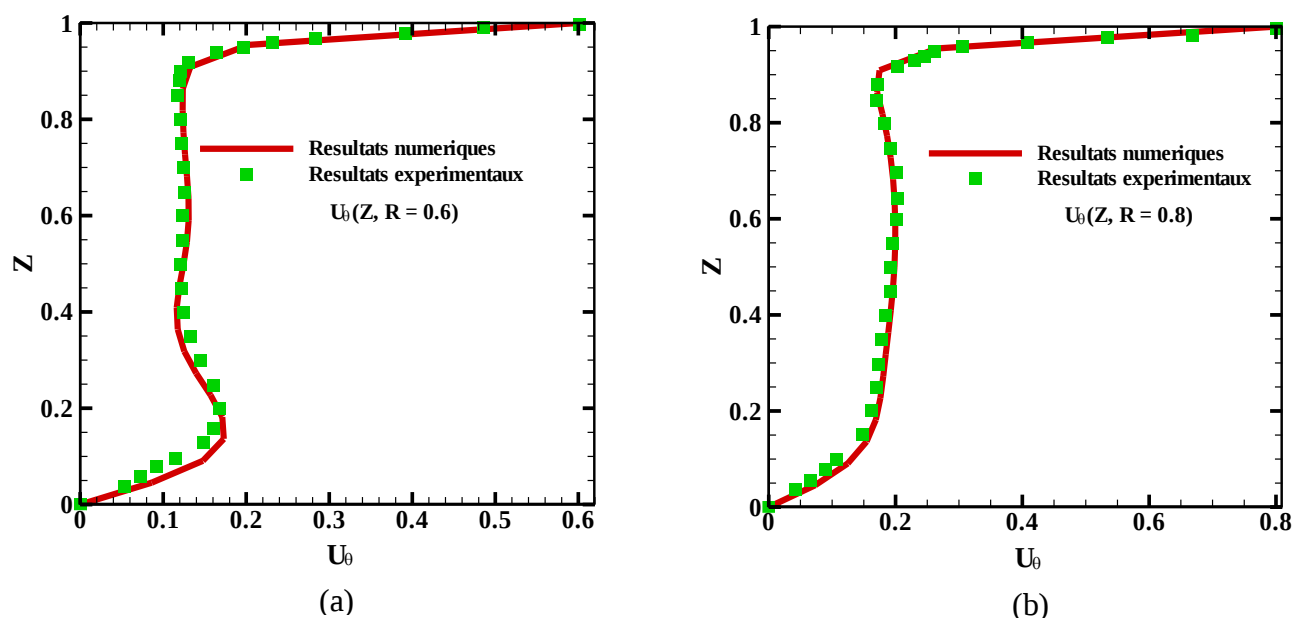


Fig. IV- 6: Comparaison avec les mesures expérimentaux de Michelson, 1986[80] de la distribution axiale de la vitesse azimutale à (a) $R = 0,6$; (b) $R = 0,8$ pour le cas $Re = 1800$, $\gamma = 1$.

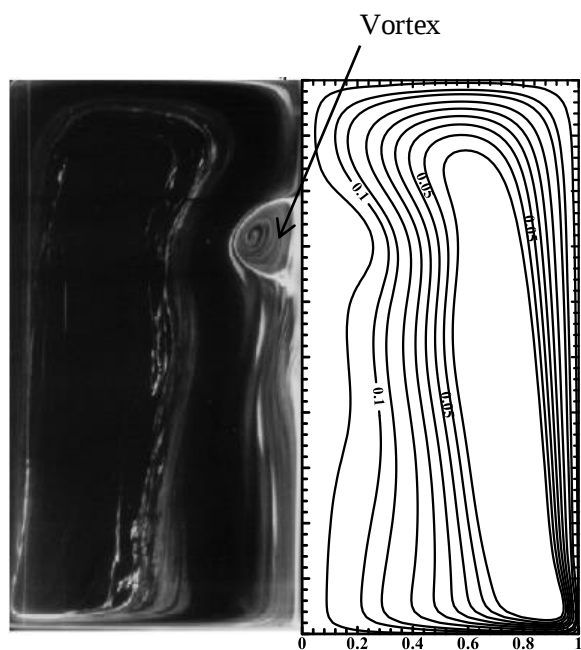
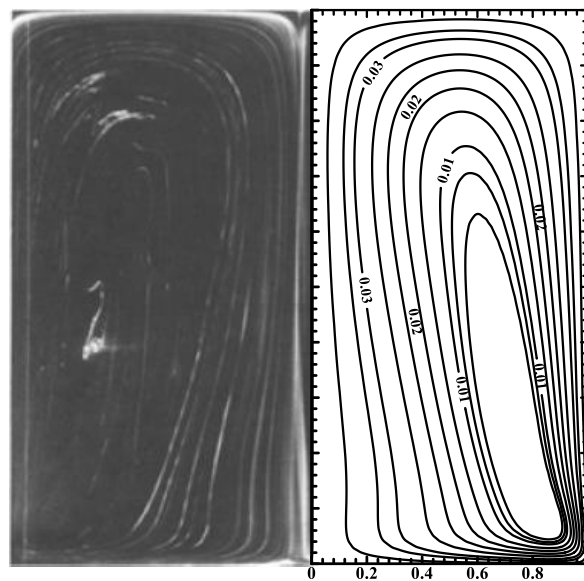
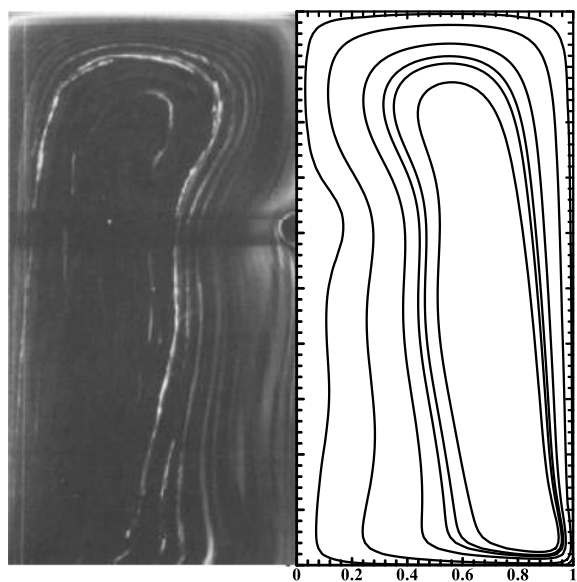
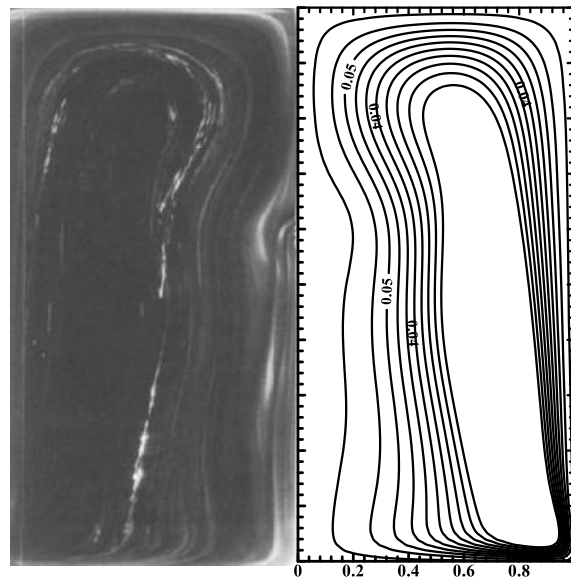
(a) $Re = 1854$ (b) $Re = 1002$ (c) $Re = 1492$ (d) $Re = 1449$

Fig. IV-7: Comparaisons avec Escudier, 1984[29] des résultats expérimentales de contours des lignes de courant dans un cylindre de rapport $\gamma = H/R = 2$, (a) $Re = 1854$, (b) $Re = 1002$, (c) $Re = 1492$, (d) $Re = 1449$.

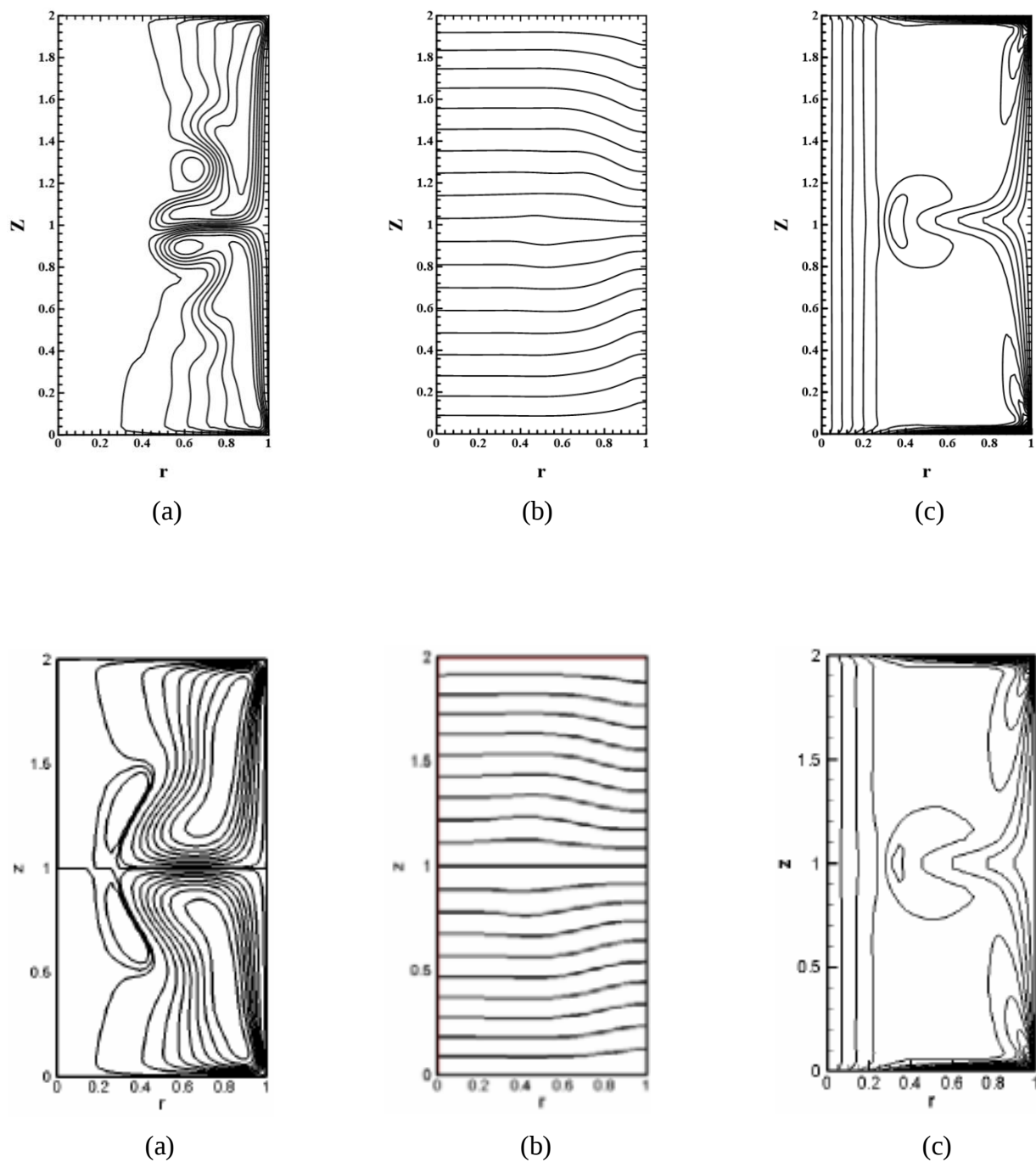


Fig. IV-8 : Comparaisons avec Brahim et Bessaih, 2009[81] des résultats numériques de contours des (a) lignes de courant, (b) de température Θ , (c) de vitesse azimutale U_θ dans un cylindre de rapport d'aspect $\gamma = H/R = 2$, $Re = 2000$, $Ri = 0$, et $Ha = 0$.

IV.4. Résultats de la simulation:

IV.4.1. Convection naturelle sans champ magnétique ($Ha = 0$) :

Pour examiner l'effet de l'augmentation du nombre de Grashof et pour voir son effet sur la structure hydrodynamique et sur le transfert de chaleur dans le cas de la convection naturelle en régime laminaire, on va faire une comparaison entre quelques paramètres d'écoulement tels que les valeurs maximales des vitesses (radiales $U_{\max}$, axiale $V_{\max}$), la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , pour différents nombre de Grashof : $Gr = 10^5, 2 \times 10^5, 4 \times 10^5, 6 \times 10^5, 8 \times 10^5$ et 10^6 .

A- Champs d'écoulement :

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Grashof qui compare les forces de flottabilité (force d'Archimède) aux forces visqueuses, et il est proportionnel au gradient de température appliqué (Juel et al., 2001[59]).

On a tout d'abord étudié l'influence de la variation du nombre de Grashof, on faisant varier leur valeur de 10^5 à 10^6 et en gardant la même enceinte (rapport d'aspect $\gamma = 2$, et la différence de température $\Delta T = 10K$).

Pour voir la structure de l'écoulement, nous présentons les figures (Figs. IV-9 a-f), qui représentent les lignes de courant. En examinant ces courbes, le régime d'écoulement comporte une seule cellule qui circule dans le sens horaire (Figs. IV-9 a-c). La séparation de la cellule principale qui se passe dans le milieu du cylindre et donne les cellules secondaires (Figs. IV-9 d-f), lorsque nous augmentons le nombre de Gr. Ce comportement continu avec l'apparition de circulation secondaire qui tourne à la côté de la circulation principale). Ce procédé peut être expliqué par une augmentation des vitesses, ce qui conduit les particules pour réduire leur chemin, donnant la naissance d'une deuxième zone de recirculation dans le sens opposé.

Afin de voir la distribution des vitesses (U_r , U_z) le long de la hauteur Z , nous présentons sur les figures (Figs. IV-10 a-b), la distribution axiale à $R = 0.5$. Pour la distribution axiale de la vitesse axiale et radiale de la cabine, ils sont égaux à zéro à proximité des disques ($Z = 0$ et $Z = 2$), et ils augmentent avec l'augmentation du nombre de Grashof (pour la valeur négative, il est signifié que la vitesse est dans la direction opposée à la direction axiale).

B- Champs thermiques :

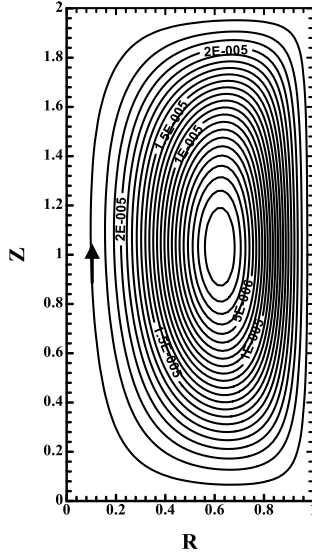
Afin d'introduire le gradient de température, nous présentons un schéma de la hauteur adimensionnel (Z) en fonction de la température sans dimension (Θ) (Fig. IV-10.c), où nous pouvons observer que nous avons une température maximale ($\Theta = 1$) à $Z = 0$, (paroi chaude), et la température minimale ($\Theta = 0$) à $Z = 2$, (paroi froide).

Pour le gradient de température ($\partial\Theta/\partial Z$) nous remarquons qu'il est presque linéaire, ce qui signifie que le régime de conduction domine encore au transfert de chaleur. Ainsi, nous constatons un gradient de température élevée près des disques supérieur et inférieur, ce qui engendre dans ces régions un échange meilleur de la chaleur. Par contre, dans le milieu de l'enceinte l'échange est faible.

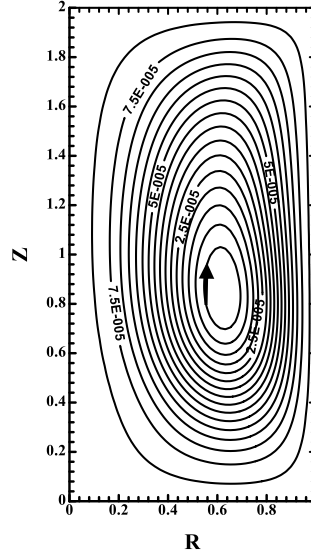
Pour bien donner la structure thermique de l'écoulement, nous avons présenté la ligne isotherme dans la cavité (plan $R-Z$). Chaque ligne indique les emplacements qui ont une même température le long du rayon R .

Les champs thermiques montrés sur les figures (Figs. IV-11 a-b), montrent l'existence et de la dominance du régime de diffusion par rapport au régime de convection (les isothermes ont subi une légère variation malgré qu'on ait fait croître le nombre de Grashof de 10^5 à 2×10^5), le régime convectif commencer à montrer sur les figures (Figs. IV-11c-f) par la déformation des isothermes qui est une variation notable et claire des champs thermiques (nous pouvons relier cette déformation à l'augmentation de la vitesse. Ce qui engendre une forte intensité du débit de l'écoulement qui favorise l'aspect convectif). En examinant ces chiffres, nous pouvons expliquer cela par la croissance des valeurs de Gr , ce qui favorise le flux convectif par rapport aux flux de diffusion.

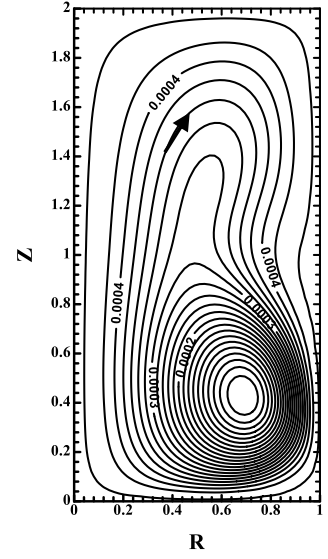
Pour avoir plus des idées sur les intensités des écoulements de convection naturelle, sur le tableau IV-3 nous avons présenté les vitesses maximales ($U_{\max}$, $V_{\max}$), la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement, pour différents nombre de Grashof : $Gr = 10^5, 2 \times 10^5, 4 \times 10^5, 6 \times 10^5, 8 \times 10^5$ et 10^6 .



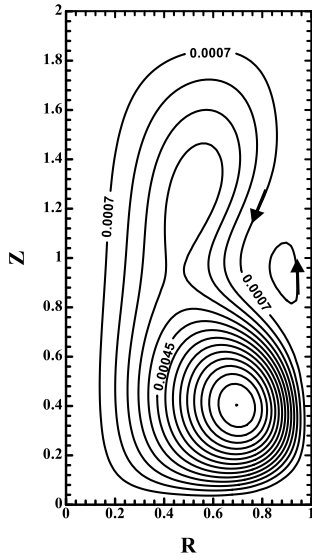
(a) $Gr = 10^5$
 $\psi_{\max} = 2.4 \times 10^{-5}$



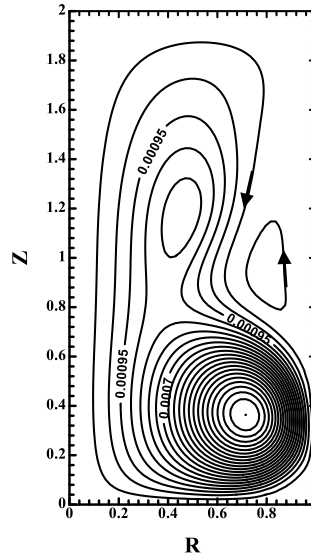
(b) $Gr = 2 \times 10^5$
 $\psi_{\max} = 8.5 \times 10^{-5}$



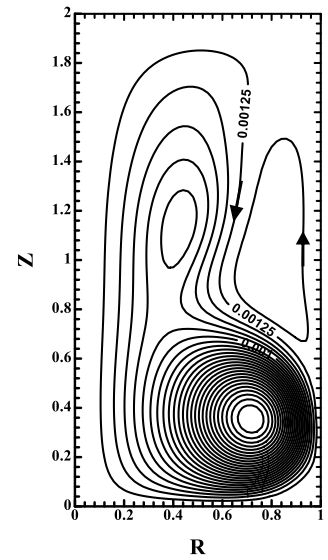
(c) $Gr = 4 \times 10^5$
 $\psi_{\max} = 4.6 \times 10^{-4}$



(d) $Gr = 6 \times 10^5$
 $\psi_{\max} = 8 \times 10^{-4}$



(e) $Gr = 8 \times 10^5$
 $\psi_{\max} = 1.15 \times 10^{-3}$



(f) $Gr = 10^6$
 $\psi_{\max} = 1.35 \times 10^{-3}$

Fig. IV-9: Lignes de courant pour différentes du nombre de Grashof, et pour $Ha = 0$.

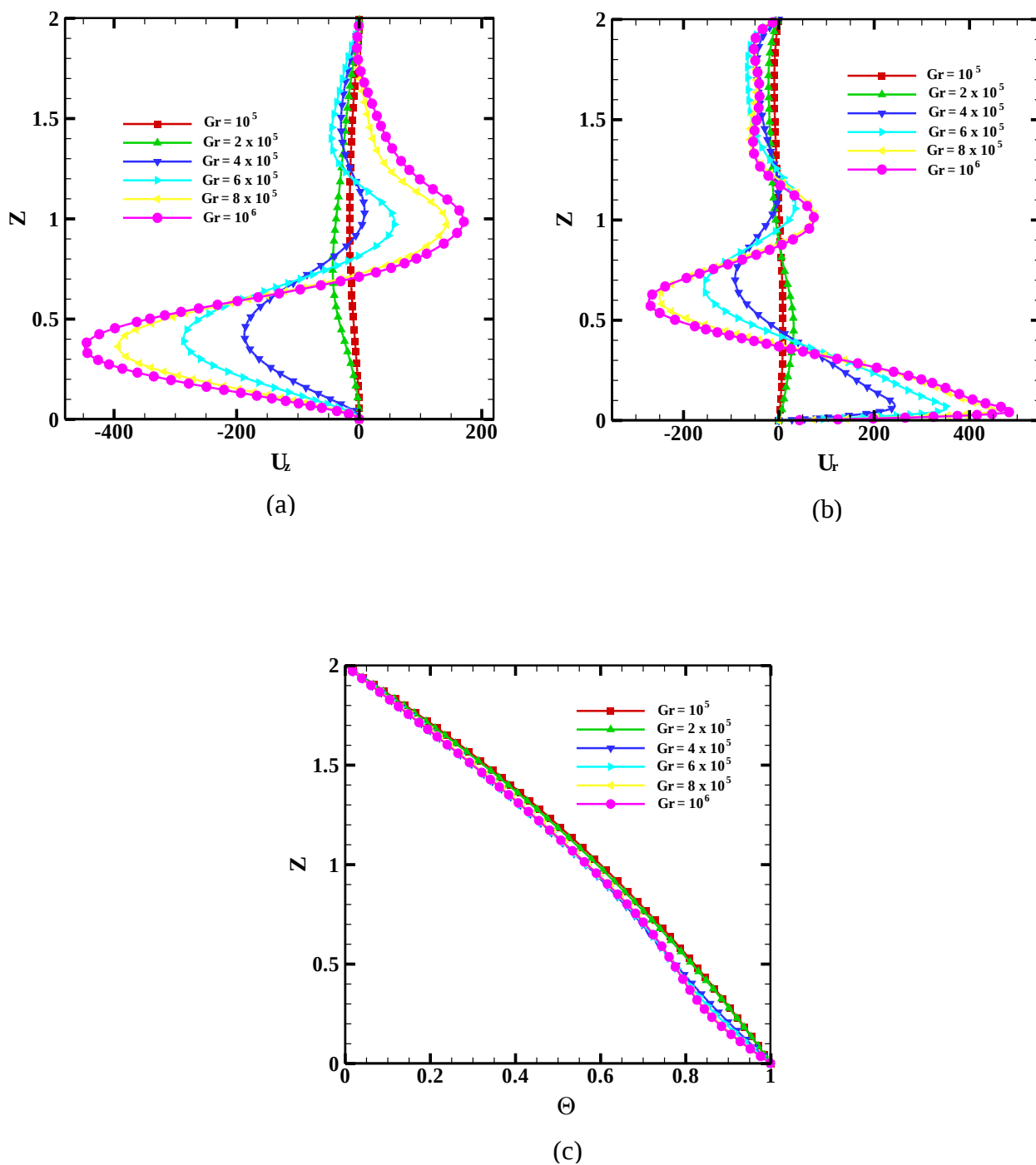


Fig. IV-10: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b) et de température (c) pour $Ha=0$, et pour différents nombre de Grashof.

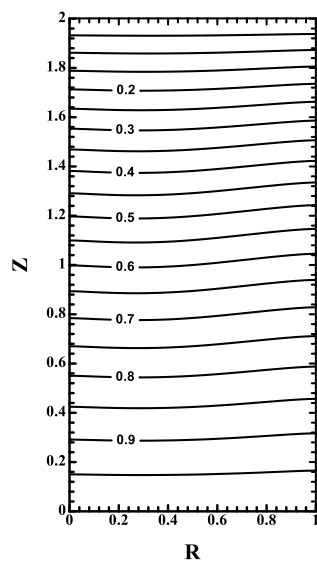
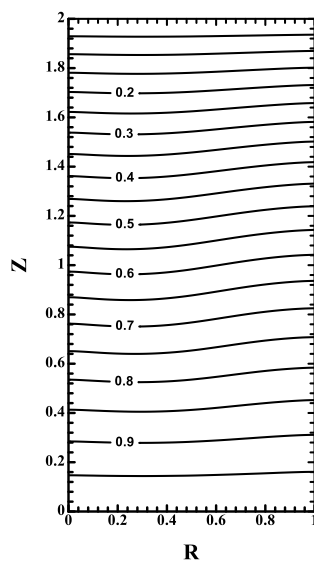
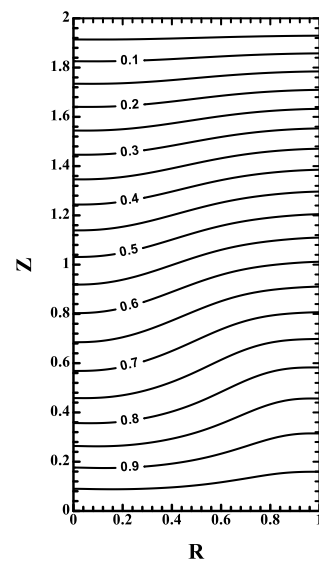
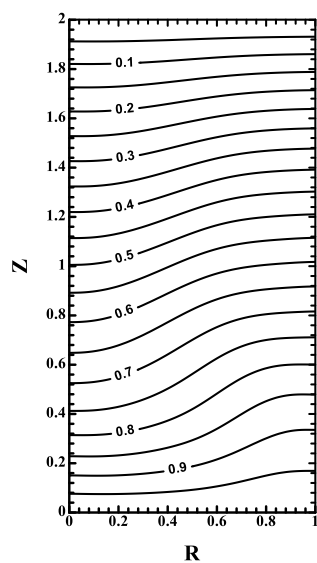
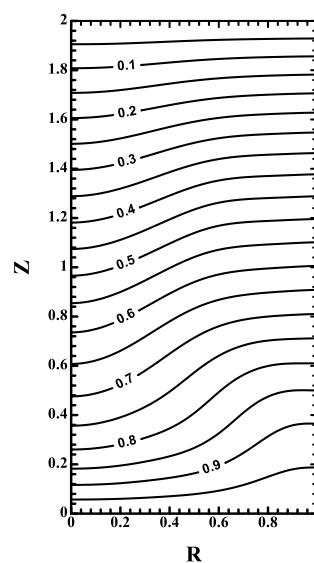
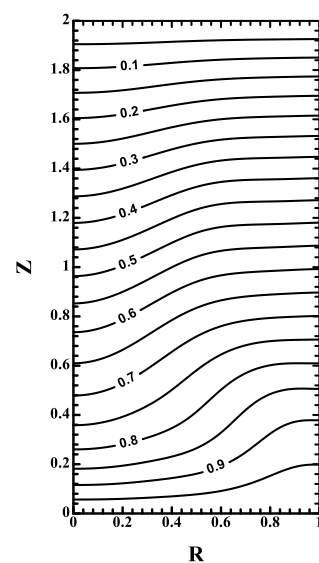
(a) $Gr = 10^5$ (b) $Gr = 2 \times 10^5$ (c) $Gr = 4 \times 10^5$ (d) $Gr = 6 \times 10^5$ (e) $Gr = 8 \times 10^5$ (f) $Gr = 10^6$

Fig. IV-11: Lignes isothermes pour $Ha = 0$ et pour différentes nombre de Grashof.

Tableau IV-3: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Grashof.

Paramètres Gr	$U_{\max}$	$V_{\max}$	$\psi_{\max}$	Nu_{moy}
$Gr = 10^5$	9.54148	15.58912	2.4×10^{-5}	0.28114
$Gr = 2 \times 10^5$	31.13650	43.24924	8.5×10^{-5}	0.29895
$Gr = 4 \times 10^5$	243.37987	187.36697	4.6×10^{-4}	0.30391
$Gr = 6 \times 10^5$	352.5344	286.56485	8×10^{-4}	0.31999
$Gr = 8 \times 10^5$	455.73035	393.40463	1.15×10^{-3}	0.32347
$Gr = 10^6$	496.61798	441.5865	1.35×10^{-3}	0.39764

En examinant ce tableau, nous constatons que l'augmentation du nombre de Grashof thermique a entraîné l'accroissement des valeurs maximales des vitesses (radiales $U_{\max}$, axiale $V_{\max}$), de la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et de le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , cela s'explique par l'effet supplément des forces de flottabilité qui agit du bas vers le haut ce qui engendre une accélération de l'écoulement d'une façon importante.

IV.4.2. Convection mixte sans champ magnétique ($Ha = 0$) :

Rappelons les cas principaux de rotation des disques utilisés actuellement pour obtenir les écoulements tournants. Il s'agit principalement trois types :

- 1. L'écoulement de Co-rotation:** quand nous avons un récipient cylindrique contenant un fluide et les disques de remorquage du cylindre tournent dans le même sens avec la même vitesse de rotation (Fig. IV-12.a).
- 2. L'écoulement de contre-rotation:** si les disques de remorquage du cylindre tournent en sens opposé à la même vitesse de rotation (Fig. IV-12.b).
- 3. L'écoulement de Taylor-Couette:** lorsque nous avons deux cylindres coaxiaux, et que l'écoulement du fluide est dans l'espace entre les cylindres (Fig. IV-12.c).

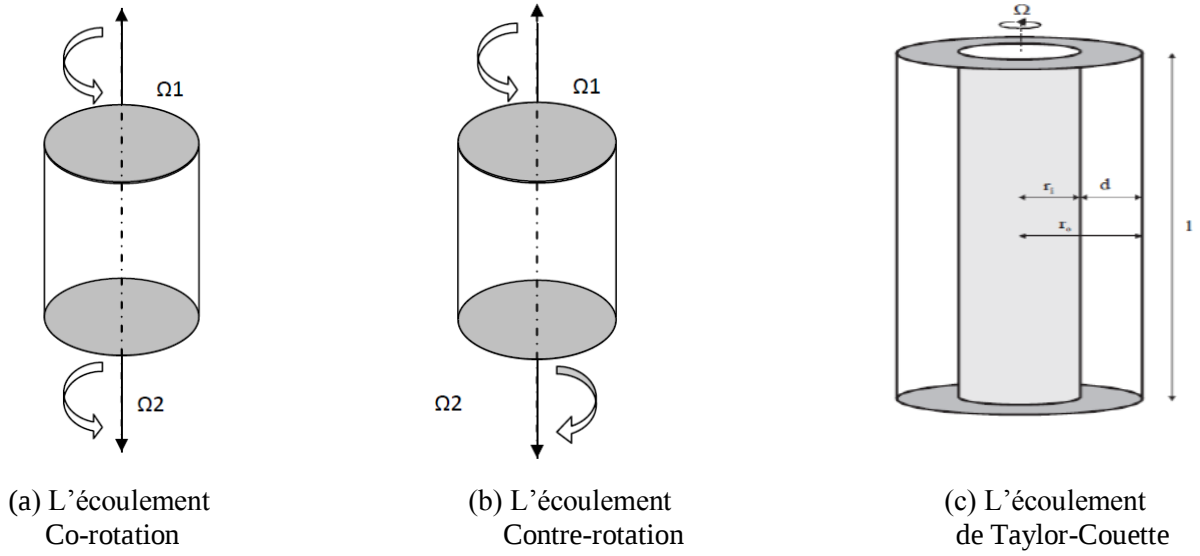


Fig. IV-12: types de l'écoulement rotatifs (Kundu et al., 2002[74]).

Dans le cas de convection mixte sans champs magnétique, on va faire une comparaison entre deux cas stables, l'une en co-rotation des disques d'extrémités et l'autre en contre-rotation de ces derniers, ainsi que l'effet du gradient de température sur l'écoulement. Pour cela on va fixer le nombre de Grashof tel que $Gr = 10^6$ et on va varier le nombre de Richardson tel que Ri prend les valeurs (0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5 et 10) dans les deux cas de rotation (Co/contre-rotation des disques d'extrémités), ensuite pour éclaircir la vision physique du problème de la rotation des disques en régime laminaire, on va présenter une comparaison entre la Co-rotation et la contre-rotation des différents paramètres de l'écoulement, exemple les valeurs maximales des vitesses (radiales $U_{\max}$, axiale $V_{\max}$), la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} pour différents nombre de Richardson.

Les résultats correspondant pour les différentes valeurs du nombre de Richardson $Ri = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10, et pour différentes cas de rotation des disques d'extrémités sont récapitulés en fin de cette partie dans les tableaux (IV-4) et (IV-5).

L'écoulement primaire est représenté en utilisant la composante azimutale U_θ , Tandis que l'écoulement secondaire est illustré avec des composantes méridiennes U_r et U_z et les lignes de courant hydrodynamiques tracées à l'aide de la fonction de courant ψ .

IV.4.2.1. Cas des disques Co-rotatifs sans champ magnétique ($Ha = 0$) :

A- Champs d'écoulement :

Ce champ est représenté sur la figure (Fig. IV-13), l'augmentation des forces de flottabilités caractérisées par l'augmentation du nombre du Richardson montre un nouveau type d'écoulement.

En examinant attentivement les résultats présentés sur la figure (Fig. IV-13), on peut remarquer qu'en raison de la symétrie géométrique, les contours sont symétriques par rapport au plan médian ($Z=1$) comme quoi (Jahnke & Valentine, 1996[82]) trouvé. Lorsqu'on augmente le nombre de Richardson, on remarque que la cellule au fond augmente soit en taille, soit en intensité jusqu'à l'apparition d'une cellule secondaires qui tourne à l'intérieur de la circulation principale, par contre la cellule au haut est réduite jusqu'à l'apparition d'une autre zone de recirculation à coté de grande cellule au fur et à mesure que Ri augmente.

Nous pouvons constater à travers ces résultats, une couche d'Ekman (ce dernière est disparaît lorsque Ri dépasse à 3) ont lieu le long des deux disques rotatifs où la vitesse azimutale est plus élevé dans cette région par rapport à d'autres régions et d'une évolution de couche de Stewartson le long de la paroi latérale (Lugt, 1987[84] et Iwatsu, 2004[50]). La rotation de la partie inférieure entraîne une couche inférieure du fluide à tourner. Cela crée une zone de haute pression au niveau du point ($R=1, Z=0$). Cette haute pression évacuée le liquide dans le reste de la cavité, où la pression est plus basse, en pompant le liquide au-dessus du disque en rotation: ce phénomène d'aspiration est connu comme le pompage d'Ekman. Ce phénomène est toujours présent dans ce type de l'écoulement, comme (Bessaih et al., 1999[55]) s'est avéré, entraîné par la rotation des parois du cylindre quel que soit le régime d'écoulement stable ou transitoire. Ces particules sont donnés une quantité d'énergie cinétique à chaque passage des deux disques rotatifs. Cette quantité, les particules de fluide doit perdre dans leurs circulations méridiennes.

On montre les distributions axiales de composantes de vitesse le long de $R = 0.5$ pour la Co-rotation sur la figure (Fig. IV-14), l'écoulement axial est assez fort à proximité de disque inférieur en raison de leur température grande que le disque supérieur. Il est clair que la symétrie existe dans la distribution axiale de la vitesse azimutale U_θ pour le cas de Co-rotation des disques d'extrémité, nous notons également que la distribution de vitesse radiale U_r est symétrique mais la répartition de vitesse axial U_z est antisymétrique. Pour les valeurs négatives ce qui montre que le sens de circulation est en sens inverse de Z .

B- Champs thermiques :

Pour la convection mixte en Co-rotation des disques d'extrémités, les profils de température représentent consister en des schémas de hauteur adimensionnel (Z) en fonction de la température sans dimension (Θ) (Fig. IV-14 d), où nous pouvons observer que nous avons une température maximale ($\Theta = 1$) à $Z = 0$ (paroi chaud), et une température minimale ($\Theta = 0$) à $Z = 2$ (paroi froide).

Pour le gradient de température ($\partial\Theta/\partial Z$) on remarque une petite déformation, ce qui signifie que le régime de convection commence dans le transfert de chaleur.

Pour donner à la structure thermique de l'écoulement, nous avons présenté la ligne isotherme dans la cavité (plan $R-Z$) sur la figure (Fig. IV-15). Chaque ligne indique les emplacements qui ont une même température le long du rayon R .

En observant les lignes isothermes dans le plan ($R-Z$), nous voyons que l'échange de chaleur se produit lorsque la conduction domine le transfert de chaleur, un écart remarquable des isothermes a lieu dans la zone de contact avec du liquide et la paroi latérale, les particules de fluide, recevoir de la chaleur et en même temps sont déplacés vers la paroi latérale. Le long de cette paroi, ces particules se déplacent à la paroi supérieure du cylindre par une forme de jet chaud. La paroi supérieure est froide qui favorise l'échange de chaleur par refroidissement des particules. Le long de la paroi supérieure, le fluide de refroidissement par convection est radialement à l'axe de symétrie. L'examen de ces courbes montre que sur l'axe de symétrie, les isothermes sont plus déformées plus où le nombre de Ri augmente.

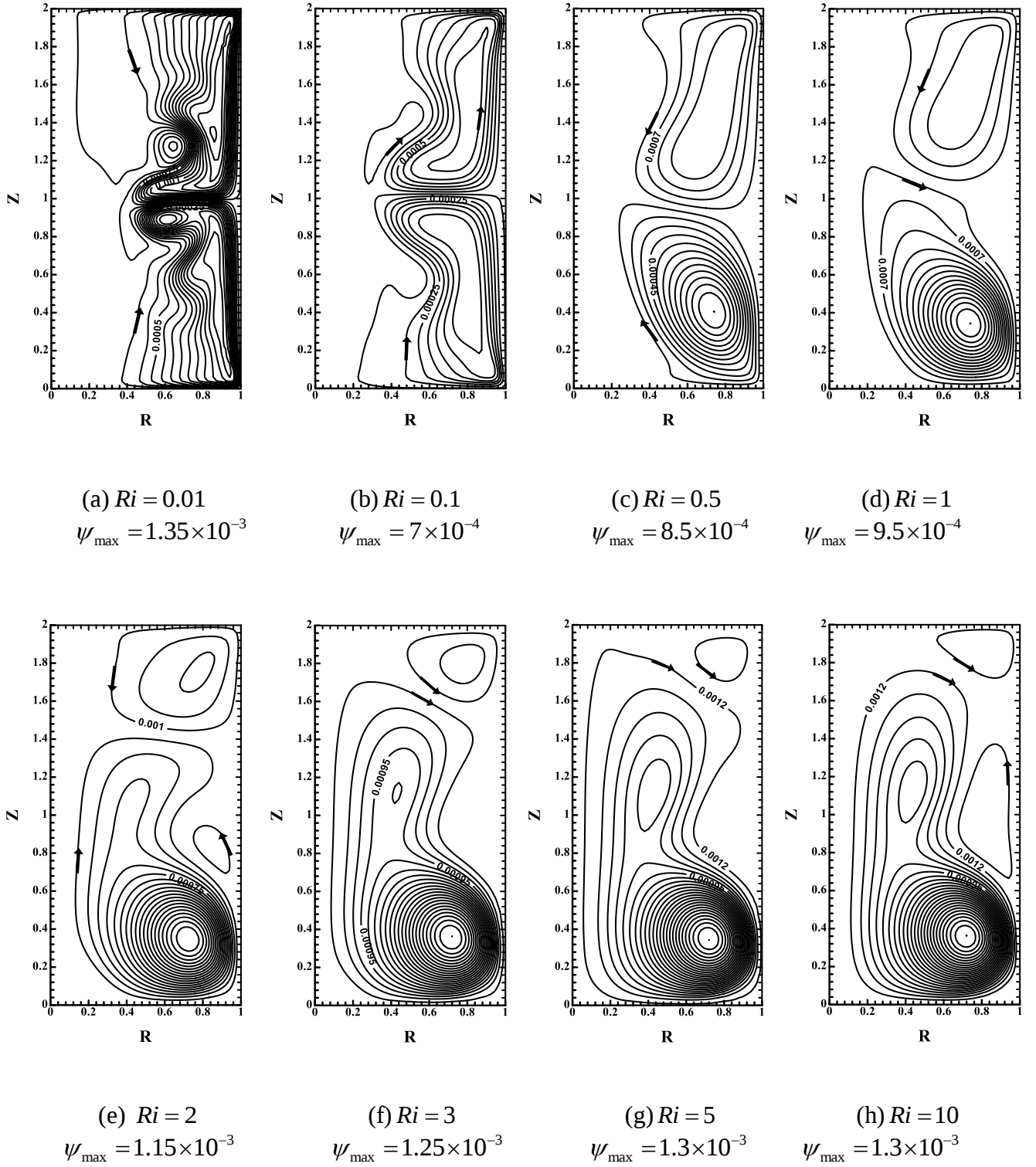


Fig. IV-13: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).

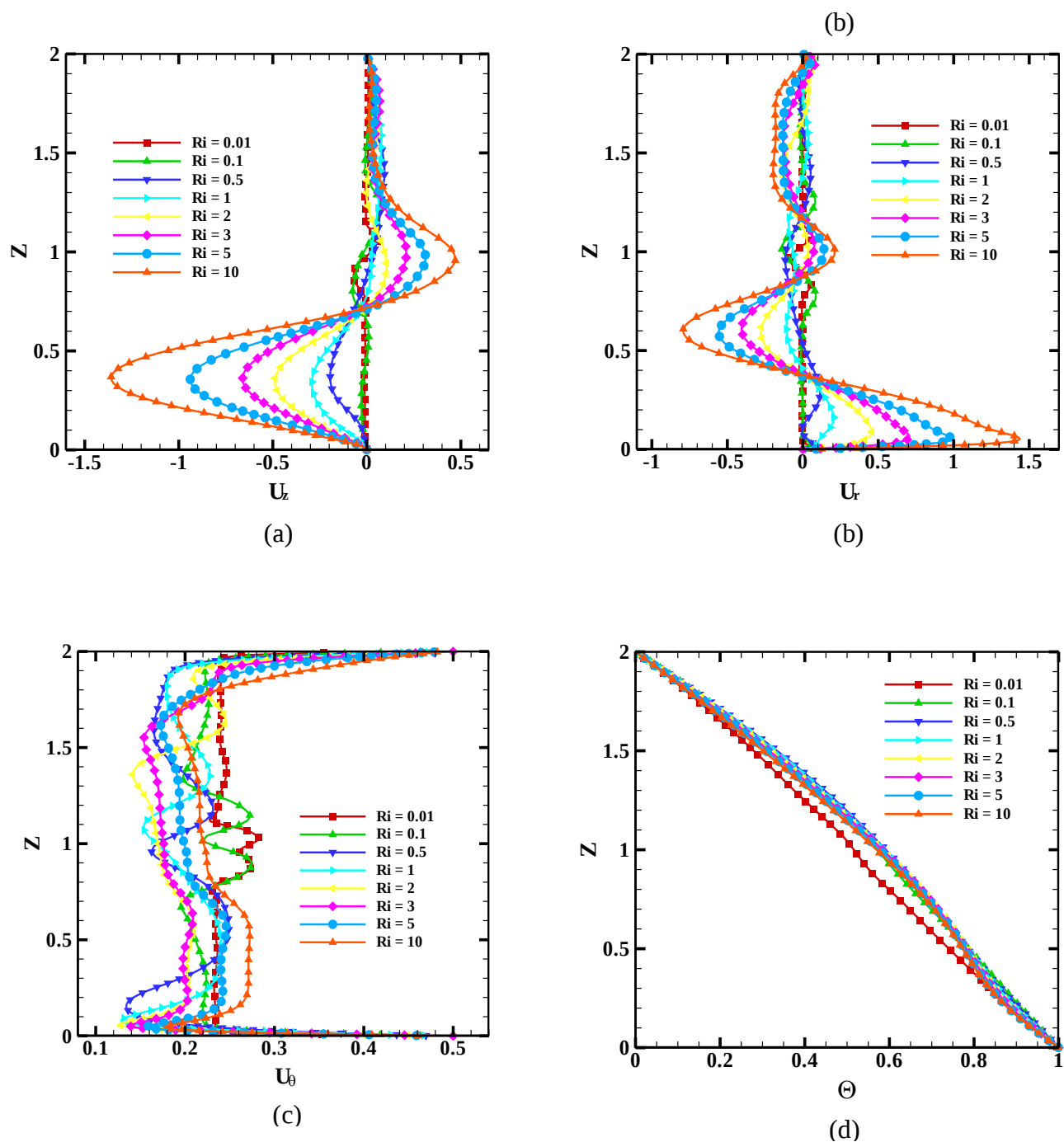


Fig. IV-14: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour différents nombres de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).

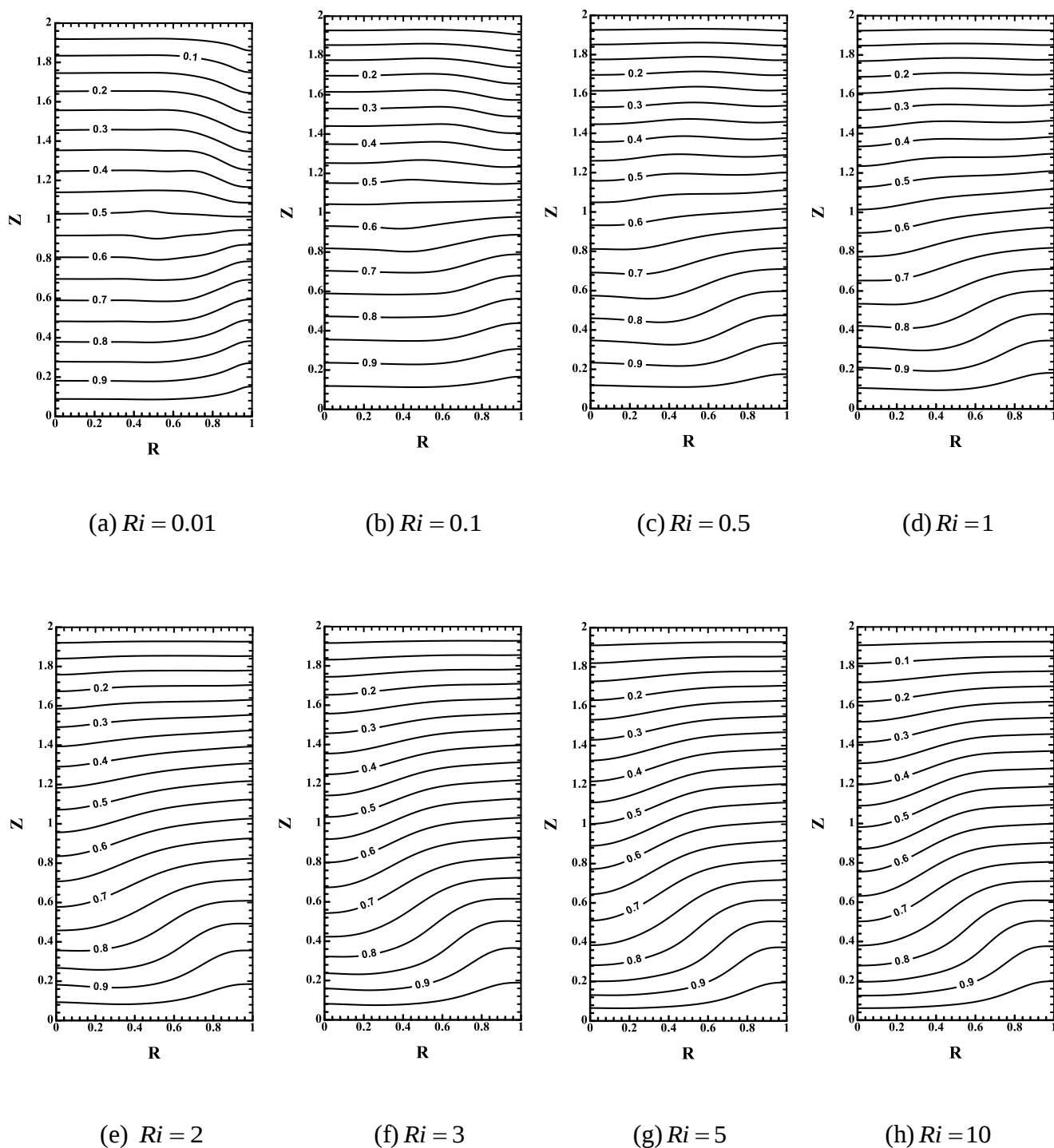


Fig. IV-15: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).

IV.4.2.2. Cas des disques Contre-rotatifs sans champ magnétique ($Ha = 0$) :

Le scénario précédent (Co-rotation de disques d'extrémités) se trouve quelque peu modifié dès lors qu'on s'intéresse à un régime contre-rotation, pour lequel un nouveau type de structure fait son apparition.

A- Champs d'écoulement :

Pour trouver l'observation remarquable concernant cet écoulement, nous avons présenté les lignes de courant dans la cavité (plan $R-Z$). Les lignes de courant sont représentées sur la figure (Fig. IV-16). Presque le même commentaire que les disques tournent en co-rotation, mais le cas où les deux disques tournent à la même vitesse angulaire Ω dans l'opposé, la situation antisymétrique est obtenue où chaque disque tend à mener une moitié de l'épaisseur de fluide par rapport à la vitesse angulaire, $+\Omega$ et $-\Omega$, un écoulement de cisaillement inter-disque est créé. Pour ce cas de contre-rotation, les contours sont antisymétriques par rapport au plan médian $Z = 1$.

Lorsqu'on augmente le nombre de Richardson, on remarque que la cellule au fond augmente soit en taille, soit en intensité jusqu'à l'apparition d'une cellule secondaire (inter-cellule) qui tourne à l'intérieur de la circulation principale, par contre la cellule au haut est réduite jusqu'à l'apparition de zones de recirculations à côté de grande cellule au fur et à mesure que Ri augmente.

Afin de voir la distribution des vitesses (U_r, U_z, U_θ) le long de la hauteur Z , nous présentons sur les figures (Fig. IV-17), la distribution axiale à $R = 0.5$.

Nous montrons les distributions axiales des composantes de vitesse le long de $R = 0.5$ pour la contre-rotation, l'écoulement est assez fort près des disques supérieur et inférieur en raison de la rotation. Il est clair que la antisymétrie règne dans la distribution axiale de la vitesse azimutale U_θ pour le cas de la contre-rotation des disques d'extrémités (les disques sont en rotation au sens inverse), nous notons également que la distribution de vitesse radiale U_r est symétrique mais la distribution de la vitesse axiale U_z est antisymétrique.

B- Champs thermiques :

Pour le cas de contre-rotation, les profils de température représentent consister en des schémas de hauteur adimensionnelle (Z) en fonction de la température sans dimension (Θ) (Fig. IV-17.d), où nous pouvons observer que nous avons une température maximale ($\Theta = 1$) à $Z = 0$, (paroi chaud), et une température minimale ($\Theta = 0$) à $Z = 2$, (paroi froide).

Pour le gradient de température ($\partial\Theta / \partial Z$), nous constatons de plus en déformation, ce qui signifie que l'échange de chaleur à contre-rotation est meilleur que le cas de Co-rotation.

Pour donner la structure thermique de l'écoulement, nous avons présenté les lignes isothermes dans la cavité (plan $R-Z$) sur la figure (Fig. IV-18). Chaque ligne indique les emplacements qui ont une même température le long du rayon R .

Même cas par la contre-rotation que l'échange de chaleur se produit (spécialement dans les régions près des deux disques inférieur et supérieur.) lorsque la conduction domine le transfert de chaleur, avec la déformation de lignes isothermes où le nombre de Ri est augmenté. Les particules de fluide recevoir de la chaleur et en même temps sont déplacés vers la paroi latérale. Le long de cette paroi, ces particules se déplacent à la paroi supérieure du cylindre par une forme à jet chaud. La paroi supérieure est froid qui favorise l'échange de chaleur par refroidissement des particules. Le long de la paroi supérieure, le fluide de refroidissement par convection est radialement à l'axe de symétrie. L'examen de ces courbes montre que sur l'axe de symétrie, les isothermes sont plus déformées plus où le nombre de Ri augmenter.

Les résultats correspondant pour les différentes valeurs du nombre de Richardson $Ri = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 sont récapitulés dans les Tableau (IV-4) et (IV-5) au-dessous. Nous faisons la comparaison au même temps avec la co-rotation et la contre-rotation des disques d'extrémités pour les différents paramètres de l'écoulement tel que les valeurs maximales des vitesses (radiales $U_{\max}$, axiale $V_{\max}$), la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} pour les différentes valeurs du nombre de Richardson.

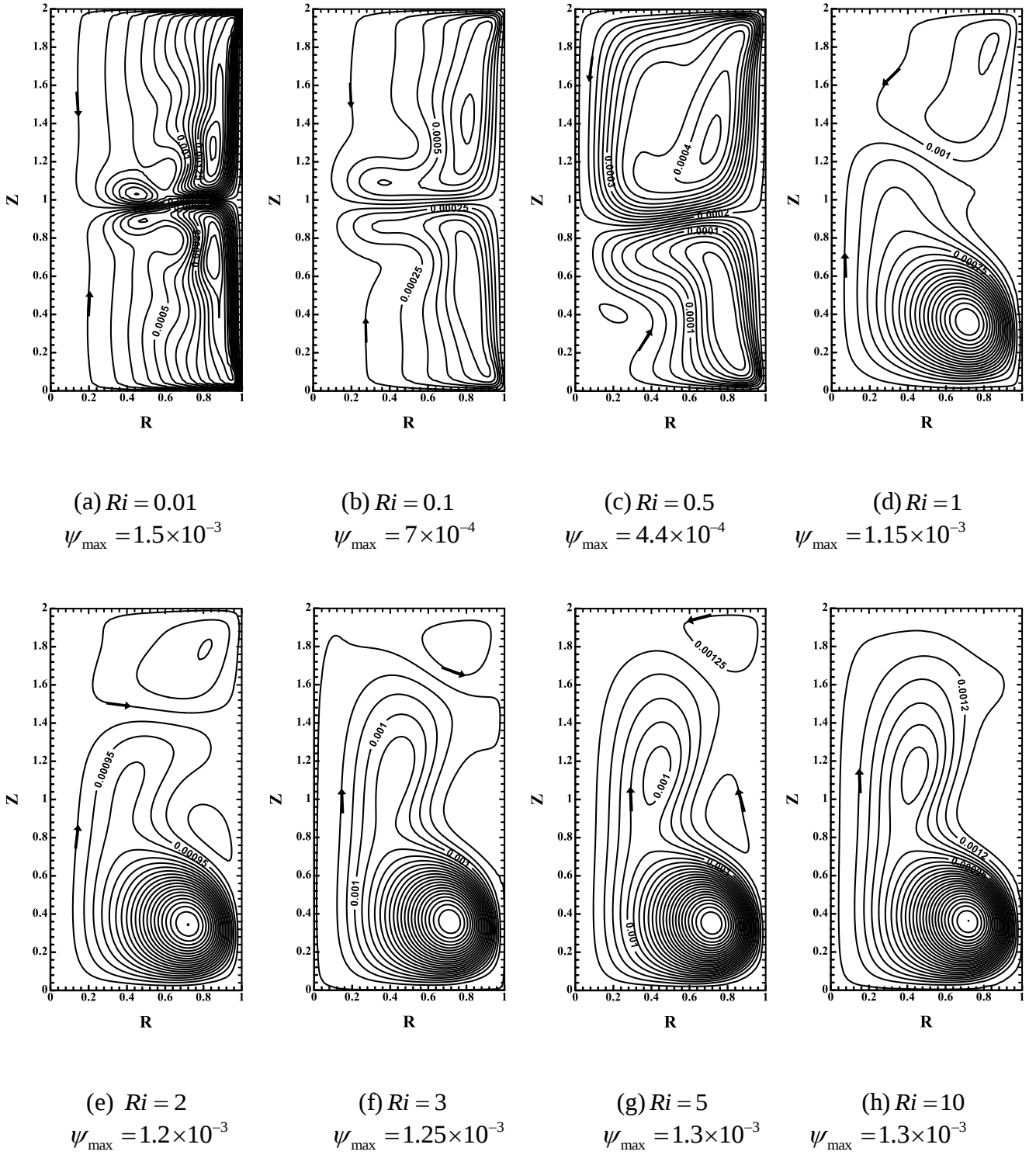


Fig. IV-16: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).

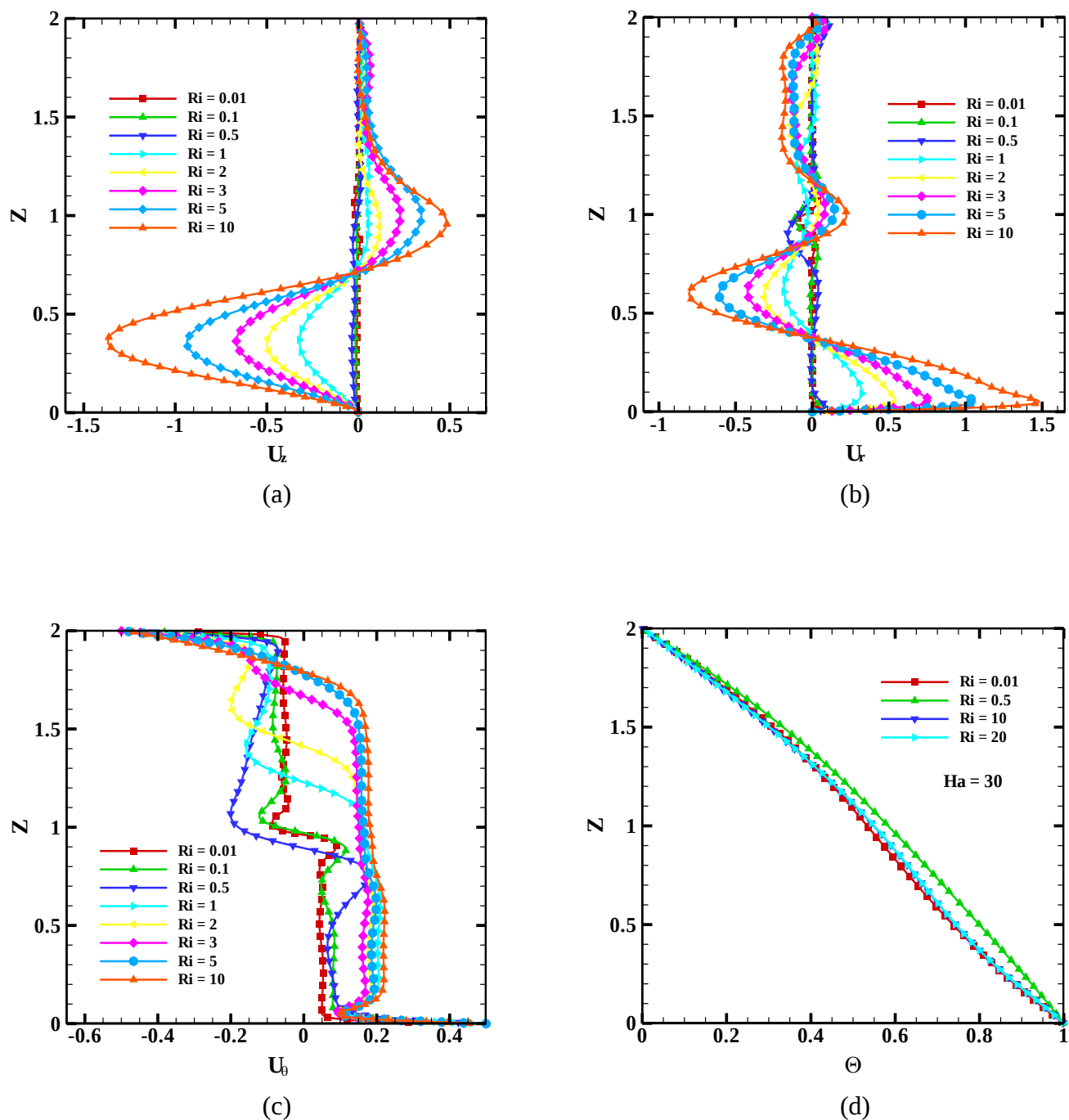


Fig. IV-17: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour différents nombres de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).

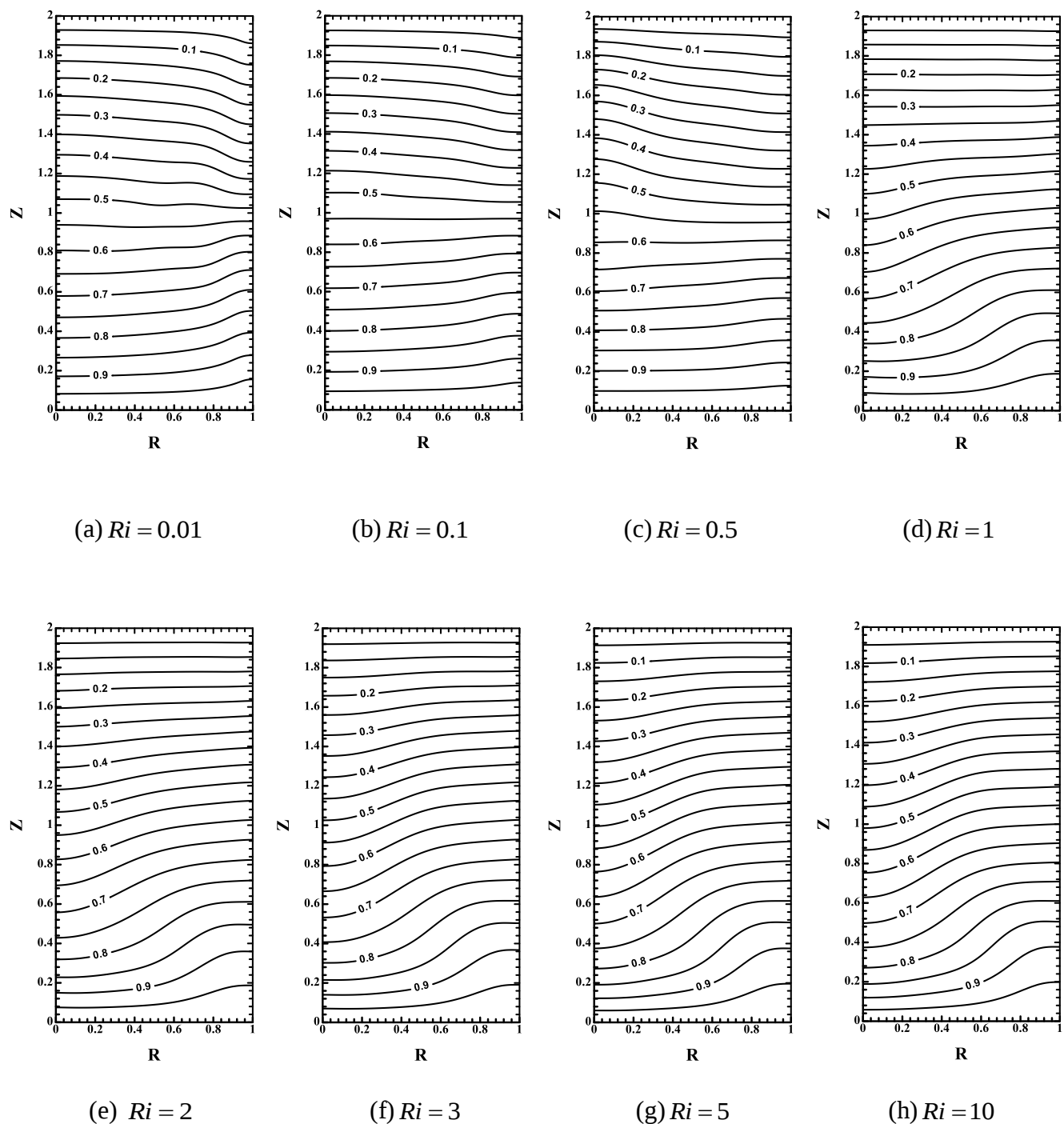


Fig. IV-18: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour différentes valeurs du nombre de Richardson, et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).

IV.4.2.3. Conclusion de comparaison entre les deux cas (Co-rotatif et contre-rotatif) :

En examinant ces tableaux (Tableau (IV-4) et (IV-5)) ayant représentant les différents paramètres de l'écoulement tel que les valeurs maximales des vitesses (radiales $U_{\max}$, axiale $V_{\max}$), la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} pour les deux cas, la Co-rotation et la contre-rotation des disques d'extrémités et pour les différentes valeurs du nombre de Richardson $Ri = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 et pour $Ha = 0$. Nous constatons que l'augmentation du nombre de Richardson provoque l'augmentation de les valeurs maximale des vitesses axiales $U_{\max}$, radiales $V_{\max}$), et les valeurs maximale de lignes du courant $\psi_{\max}$ et la diminution des valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} , c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ri déstabilise l'écoulement.

Tableau IV-4: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson: $Ri = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 et pour $Ha = 0$ (cas des disques en Co-rotation).

Paramètres Ri	$U_{\max}$	$V_{\max}$	$\psi_{\max}$	Nu_{moy}
0.01	0.09904	0.07543	1.5×10^{-3}	0.29585
0.1	0.13844	0.06945	7×10^{-4}	0.27792
0.5	0.11793	0.19185	4.4×10^{-4}	0.27477
1	0.21392	0.29149	1.15×10^{-3}	0.27297
2	0.45748	0.48953	1.2×10^{-3}	0.25785
3	0.70773	0.65997	1.25×10^{-3}	0.24906
5	1.0050	0.92715	1.3×10^{-3}	0.23383
10	1.46414	1.34237	1.3×10^{-3}	0.22563

Tableau IV-5: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson: $Ri = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10 et pour $Ha = 0$ (cas des disques en contre-rotation).

Paramètres Ri	$U_{\max}$	$V_{\max}$	$\psi_{\max}$	Nu_{moy}
0.01	0.10682	0.02274	1.35×10^{-3}	0.28781
0.1	0.11192	0.01712	7×10^{-4}	0.27867
0.5	0.15958	0.03596	8.5×10^{-4}	0.27595
1	0.33387	0.31574	9.5×10^{-4}	0.27459
2	0.54480	0.49895	1.15×10^{-3}	0.26511
3	0.77085	0.66671	1.25×10^{-3}	0.26400
5	1.06296	0.93594	1.3×10^{-3}	0.26087
10	1.50054	1.35142	1.3×10^{-3}	0.25328

Nous constatons que l'écoulement de contre-rotation pour les valeurs du nombre de Richardson $Ri < 1$ est plus instable que l'écoulement en Co-rotation, les mêmes résultats sont obtenus par Gauthier et al [85].

Pour les valeurs de $Ri > 1$ les différents paramètres de l'écoulement tel que les valeurs maximales des vitesses (radiales $U_{\max}$, axiale $V_{\max}$), la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} dans les deux cas de rotations presque sont égaux (sont proche), qu'on peut interpréter par l'effet de la stratification thermique est substantiel.

Pour supprimer les turbulences et stabiliser ainsi le champ d'écoulement, il est recommandé d'appliquer un champ magnétique. Dans la littérature cet outil de stabilisation a prouvé son efficacité dans la réduction et l'affaiblissement des écoulements convectifs (en se référant aux chapitres I et IV). Par la suite nous allons examiner l'effet d'un champ magnétique statique et uniforme, appliqué horizontalement, et un champ magnétique statique et uniforme, appliqué verticalement.

IV.4.3. Convection naturelle et mixte en présence d'un champ magnétique axial B_z ($Ha \neq 0$) :

Lorsqu'un fluide conducteur de l'électricité est soumis à un champ magnétique, la force de Lorentz est aussi active (la convection dans le liquide est induite par l'action combinée des forces de flottabilité aussi bien que des forces de Lorentz dues au champ magnétique appliqué). Cette dernière interagit avec la force de flottabilité et modifie l'écoulement et le champ de température. L'intensité du champ magnétique et son orientation sont des facteurs important qui influent sur la vitesse de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur.

a- Convection naturelle en présence d'un champ magnétique axial B_z ($Ha \neq 0$) :

Dans le but de contribuer à la compréhension de l'effet d'amortissement d'un champ magnétique (statique et uniforme) appliqué à l'écoulement convectif thermique. Nous avons réalisé, en particulier, des tests de calcul dans lesquels un champ magnétique externe est appliqué, en premier lieu dans la direction axiale et en suite dans la direction radiale. Dans ces cas le modèle complet du tableau III-1 doit être résolu et le terme de force de Lorentz doit être ajouté dans le terme source dans la forme générale des équations continues de conservation de quantité de mouvement, présenté en chapitre II (l'équation II.23.a et II.24.a).

Pour montrer l'effet de l'intensité du champ magnétique sur la convection naturelle en présence du champ magnétique appliqué axialement à la configuration étudiée. Pour chaque nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$), nous faisons une série de calcul et on va faire étudié le champ dynamique et le champ thermique de l'écoulement pour un nombre de Grashof égale à $Gr = 10^6$.

A- Champs d'écoulement :

Pour voir l'effet du champ magnétique axial B_z sur la structure de l'écoulement, nous présentons la figure (Fig. IV-19), qui représentent les lignes de courant pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$).

L'application du champ magnétique a pour effet de stabiliser l'écoulement. Nous remarquons dans le cas où le champ magnétique est appliqué, la structure de l'écoulement pour $Ha = 5$ est constituée des inter-cellules.

Ces derniers sont détruit lorsqu'on augmente le nombre de Hartmann, par contre les cellules principales prend une allure très importante par rapport à l'autre lorsqu'on augmente Ha de 5 à 20. Pour $Ha = 30$, la dominance de cette zone (les inter-cellules) est clairement nette. L'augmentation de Ha jusqu'à 50, mène à la naissance d'une cellule dont leur structure est prend une milliaire allure. Les valeurs maximales et minimales des lignes de la fonction de courant sont situées aux centres des cellules.

Nous pouvons conclure que l'effet du champ magnétique axial B_z pour une grande valeur de nombre de Grashof $Gr = 10^6$ est très important sur la structure de l'écoulement d'où les cellules ont tendance à être plus uniformes.

La production des cellules secondaires et des inter-cellules est créé par la différence de masse volumique associée à une grande valeur de nombre de Grashof $Gr = 10^6$; si on considère la région près du disque chaud (inférieur), quand la partie de cellule est grande que le disque froid (supérieur), le mouvement du haut vers le bas dans cette cellule s'oppose à la convection thermique vers le haut, laquelle peut ralentir en bas jusqu'à un certain point et la masse volumique peut décroître. Quand ceci arrive, la cellule secondaire et l'inter-cellule sont diminué, la convection thermique se ranime, et tout le processus du cycle repart de nouveau.

L'apparition du régime instable dans l'écoulement sous l'effet des forces de volume et des forces de flottabilité impose un écoulement multicellulaire, la stabilité de ce régime se fait par l'application d'un champ magnétique externe. L'idée d'utiliser cette solution, que la force électromagnétique agisse en opposition de la force de flottabilité et provoque une réduction de la vitesse de plusieurs couches de fluide.

Cette croissance est expliquée par l'interaction du champ magnétique axial sur l'écoulement de convection naturelle, celle-ci est produite avec la composante radiale de la vitesse. En conséquence un champ magnétique, plus fort est exigé pour atteindre une stabilisation pour une grande valeur de nombre de Grashof $Gr = 10^6$.

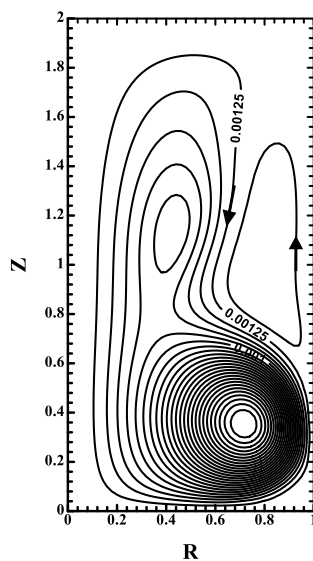
Afin de voir l'effet du champ magnétique axial B_z sur la distribution des vitesses (U_r, U_z) le long de la hauteur Z pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes nombre de Harman Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$), nous présentons sur la figure (Fig. IV-20), la distribution axiale à $R = 0.5$.

La figure (Fig. IV-20) montre l'importante réduction dans l'amplitude des vecteurs vitesses après l'application du champ magnétique, notamment quand la direction de ce dernier est verticale B_z . Cette réduction de champ des vitesses devient fortement en augmentant le champ magnétique. Ceci est dû à l'effet de la force électromagnétique sur les vecteurs vitesses U_r et U_z . Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Mais, cela ne provoque pas l'apparition de fines couches limites de Hartmann.

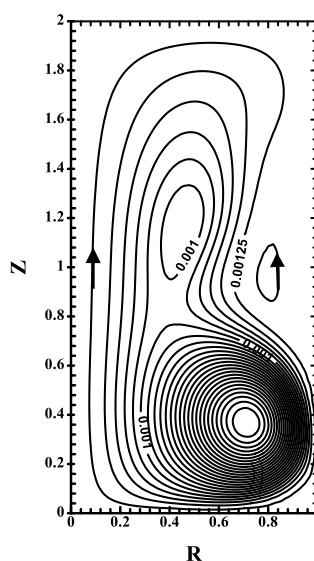
B- Champs thermiques :

Pour voir l'effet du champ magnétique axial B_z sur les évolutions de la température, nous présentons les schémas de la hauteur adimensionnel (Z) en fonction de la température sans dimension (Θ) pour un nombre de Grashof ($Gr=10^6$) et pour différentes nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$), (Fig. IV-20.c). En examinant cette figure, on remarque que les profils de température deviennent plus linéaires avec l'augmentation de nombre de Hartmann Ha .

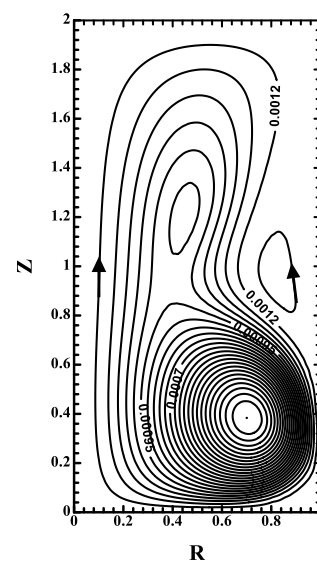
Pour bien donner l'effet du champ magnétique axial B_z sur la structure thermique de l'écoulement, nous avons présenté la ligne isotherme dans la cavité (plan $R-Z$). En examinant cette figure (Fig. IV-21), le régime convectif devient très important d'une façon similaire à l'augmentation de l'intensité du champ magnétique. Ce qui favorise le flux convectif par rapport au flux diffusif. En générale le champ magnétique supprime le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique.



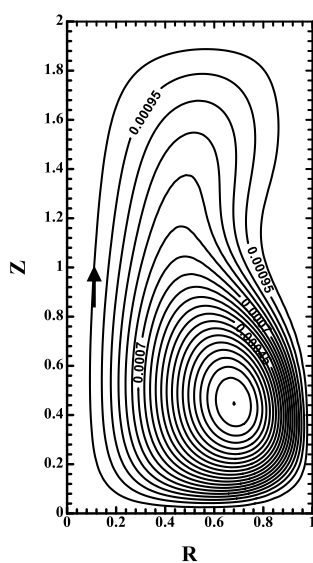
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 1.35 \times 10^{-3}$



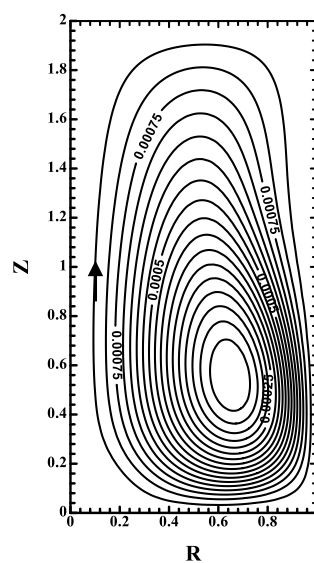
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 1.35 \times 10^{-3}$



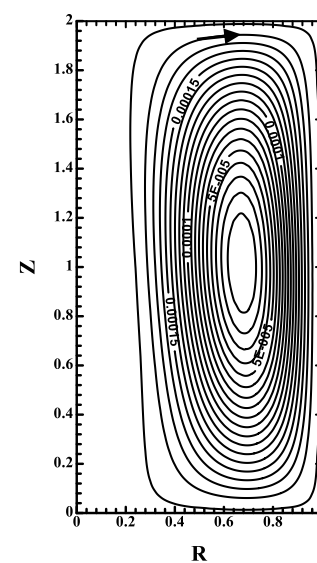
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 1.05 \times 10^{-3}$



(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 9 \times 10^{-4}$



(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 2 \times 10^{-4}$

Fig. IV-19: Lignes de courant pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes nombre du Hartmann (champ magnétique axial).

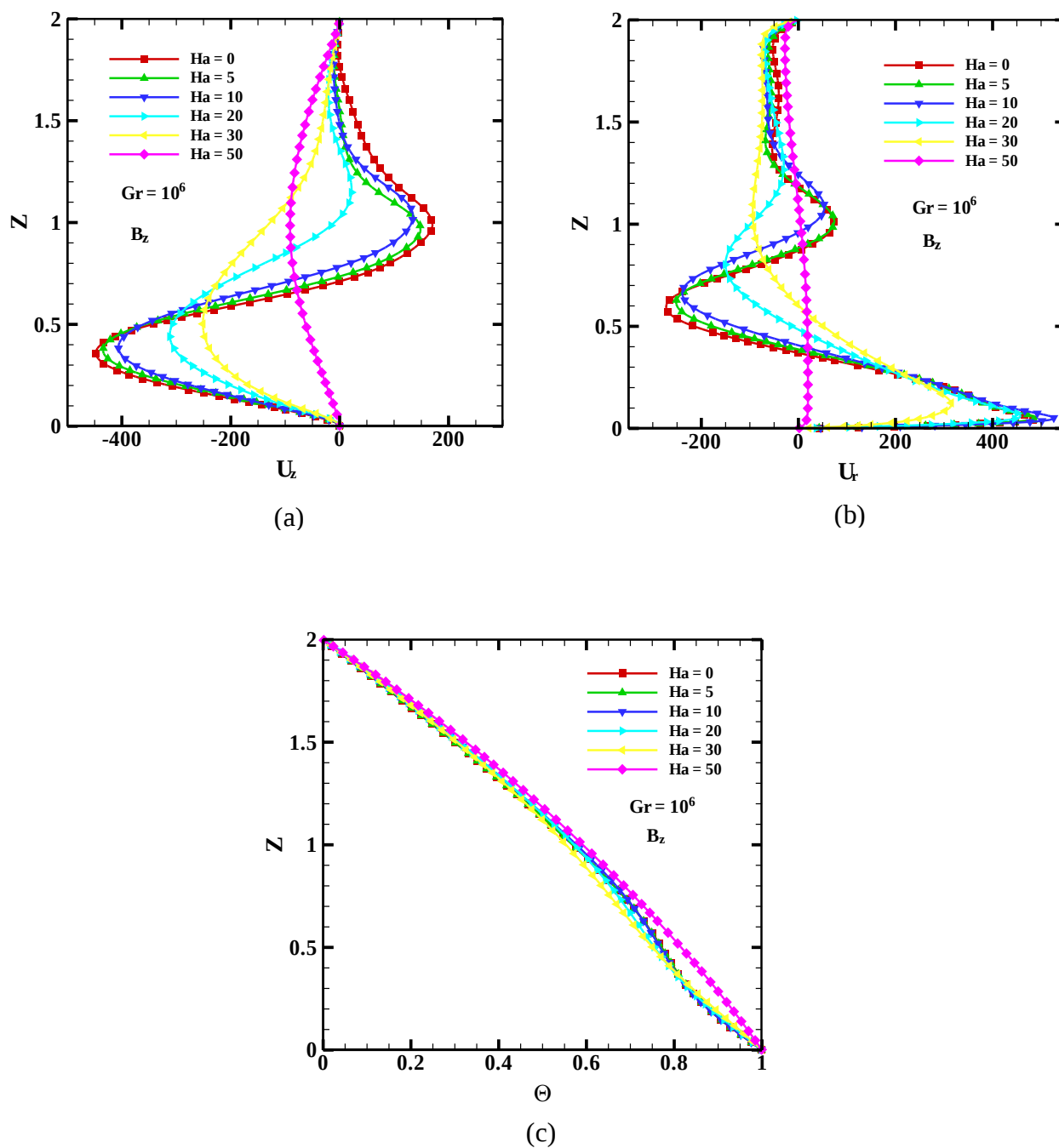


Fig. IV-20: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b) et de température (c) pour $Gr=10^6$, et pour différents nombre de Hartmann (champ magnétique axial).

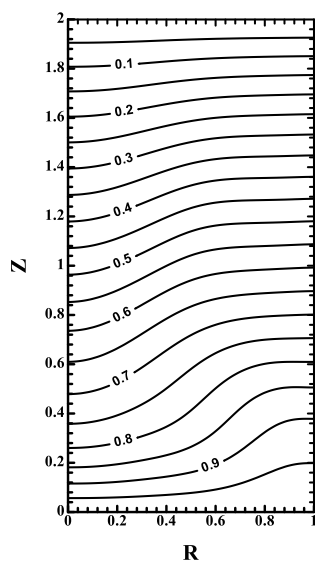
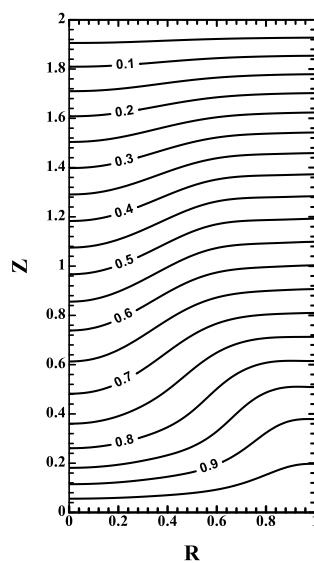
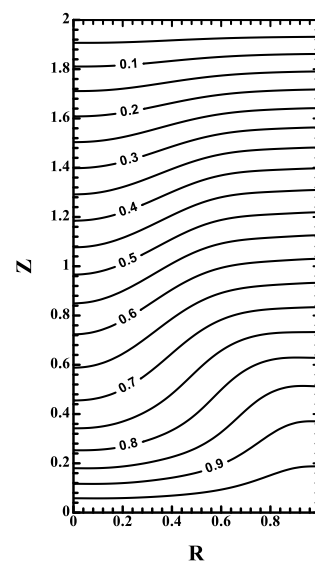
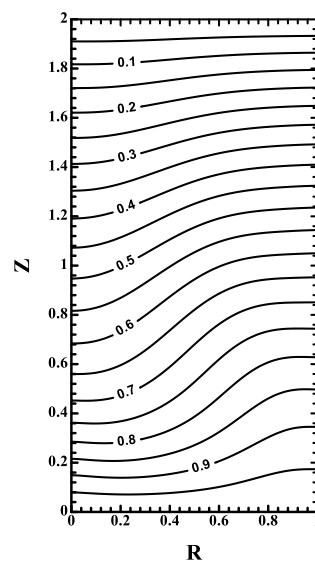
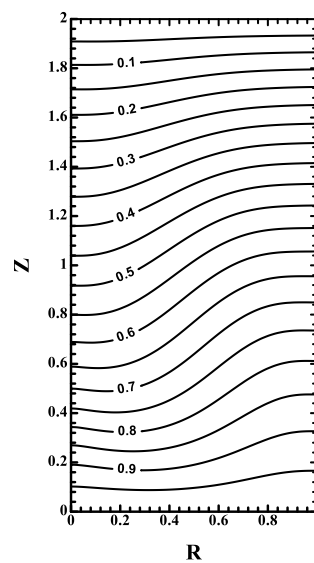
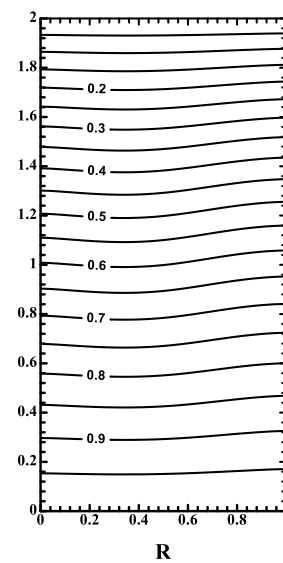
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-21: Lignes isothermes pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (champ magnétique axial).

b- Convection mixte en présence d'un champ magnétique axial ($Ha \neq 0$) :

L'application d'un champ magnétique axial B_z est reconnue sur la stabilité des écoulements convectifs (Mununga et al., 2004[45], Iwatsu, 2004[46], Murphy et al., 1986[53], et Bessaih et al., 2003[61]). Quand un champ magnétique axial est imposé, on observe quelques changements intéressants sur le mouvement du fluide et sur le transfert thermique, en cas d'écoulement dans laquelle devient turbulent, la présence du champ magnétique a comme conséquence la stabilisation de l'écoulement tournant à laminaire et axisymétrique. En générale le champ magnétique supprime le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique. Les écoulements en MHD subissent en général un amortissement dès lors qu'on applique un champ magnétique. Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Cela provoque l'apparition de fines couches où le gradient de vitesse est très élevé. Celles-ci sont appelées couches limites de Hartmann (Kakarantzas et al., 2009[69]).

Dans la présente partie de ce chapitre, nous intéressons à la situation en présence du champ magnétique appliqué axialement à la configuration étudiée, donc on a résolu numériquement le système d'équations EDP figurant au deuxième chapitre, y compris l'équation du potentiel électrique (Equations II.22.b-II.27.b).

De même que dans la partie de la situation sans champ magnétique en convection mixte, l'écoulement secondaire est étudié au moyen des composantes méridiennes U_r et U_z et les lignes de courant hydrodynamiques tracées à l'aide de la fonction de courant de Stokes ψ . Les résultats pour les diverses intensités du champ magnétique ($Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50), et les différents cas du nombre de Richardson ($Ri = 0.5$, et 10) sont récapitulés en fin de cette partie dans le tableau (IV-6) pour le cas de co-rotation, et le cas de Contre-rotation.

b- 1. Cas des disques Co-rotatifs avec champ magnétique axial ($Ha \neq 0$) :**A- Champs d'écoulement :**

Pour voir l'effet de l'intensité du champ magnétique axial B_z sur la structure de l'écoulement, nous présentons les figures (Fig. IV-22, Fig. IV-23), qui représente les lignes de courant. Pour $Ha = 5$, on voit bien que la figure correspondante présente une légère variation de la structure de l'écoulement. Cette dernière commencé à changer depuis le nombre de Hartmann égal à $Ha = 10$, par la dilation des cellules qui est une variation notable

et claire au fur et à mesure que Ha augmente, en effet, pour $Ha = 50$ l'écoulement est plus régulière. On remarque aussi la présence toujours de la couche d'Ekman (pour $Ri = 0.5$) située sur les deux disques rotatifs et le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne quasi-rigidement avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités c.à.d. $(\Omega + \Omega)/2 = \Omega$.

Par ailleurs, les figures (Fig. IV-24, Fig. IV-25) nous montrant l'effet du nombre de Hartmann sur les profils des composantes de vitesse axiale U_z , radiale U_r et tangentielle U_θ au milieu de l'enceinte (à $R = 0.5$), Nous observons que avec l'augmentation de Ha la vitesse est réduit ($\psi_{\max}$ et $U_{\max}$ sont diminuent).

A- Champs thermiques :

Les profils de température sont représentés dans les figures (Fig. IV-24 d, Fig. IV-25 d), on remarque une petite déformation sur le gradient de température $(\partial\Theta/\partial Z)$ ce qui signifie que le régime de convection devient plus régulier (les gradients de température deviennent linéaires).

En découvrant les lignes isothermes dans la cavité (plan $R-Z$), pour bien donner l'effet de l'intensité du champ magnétique axial B_z sur la structure thermique de l'écoulement. Ces champs thermiques montrés sur les figures (Fig. IV-26, Fig. IV-27), on remarque que l'échange de chaleur se manifeste mais avec une domination de la conduction, car les isothermes deviennent moins déformées, lorsque l'intensité de nombre de Hartmann augmente, c'est l'effet de la force électromagnétique.

Pour avoir plus des idées sur l'effet de l'intensité du champ magnétique axial B_z sur les écoulements en Co-rotatifs des disques d'extrémités, sur le tableau IV-6, nous avons présenté la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement, pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann $Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50.

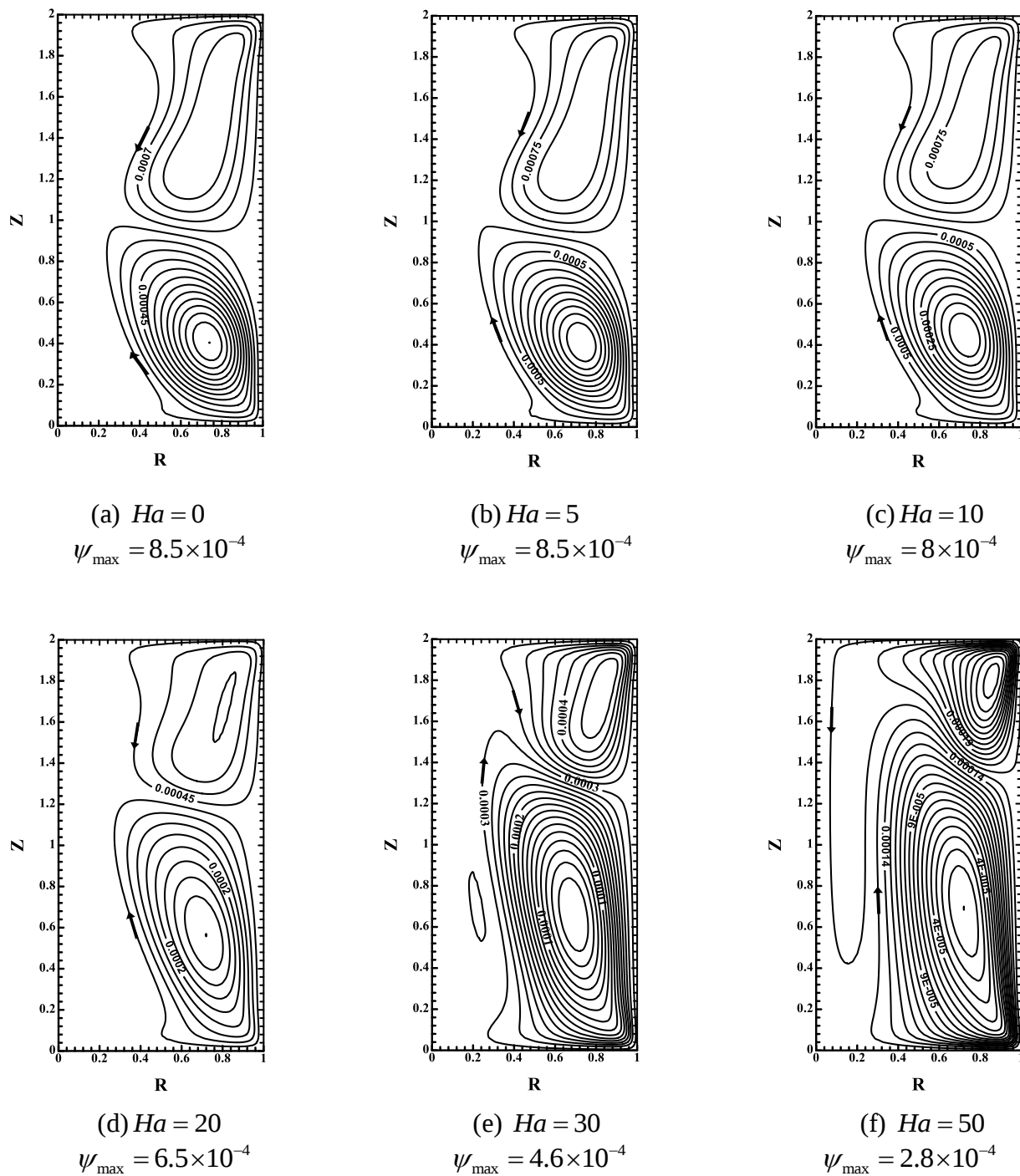
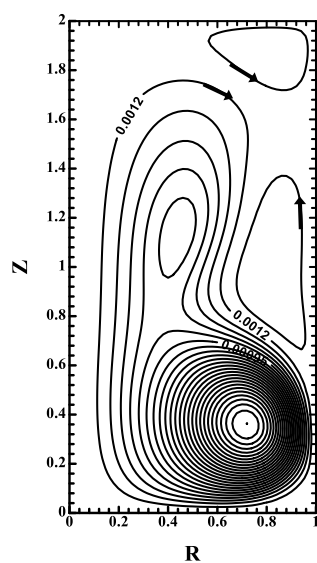
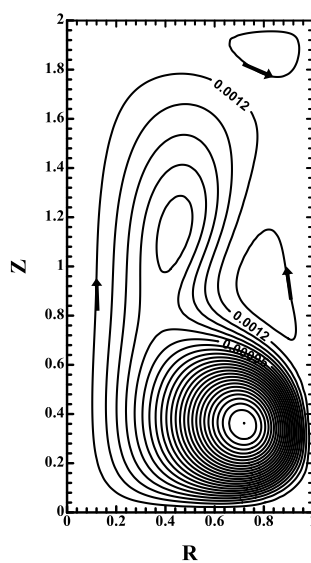


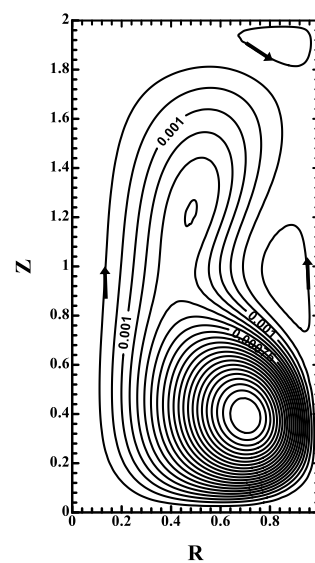
Fig. IV-22: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).



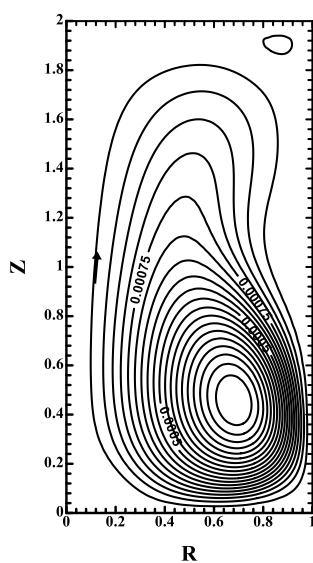
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$



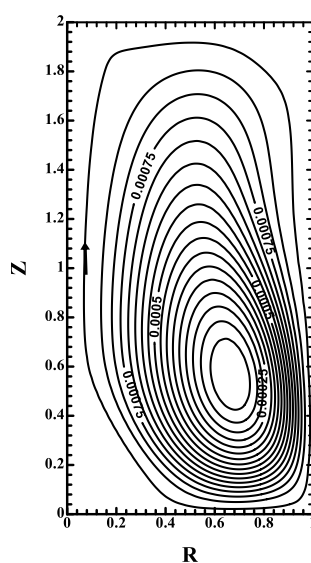
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$



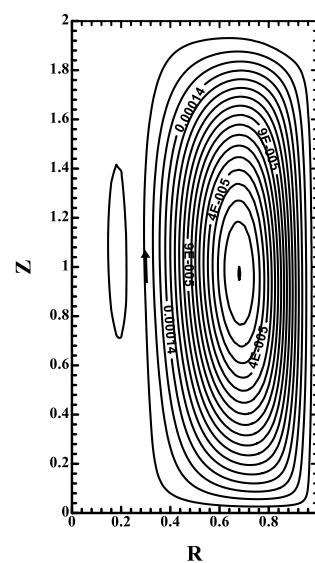
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 1.2 \times 10^{-3}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 1.05 \times 10^{-3}$



(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 9 \times 10^{-4}$



(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 1.9 \times 10^{-4}$

Fig. IV-23: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).

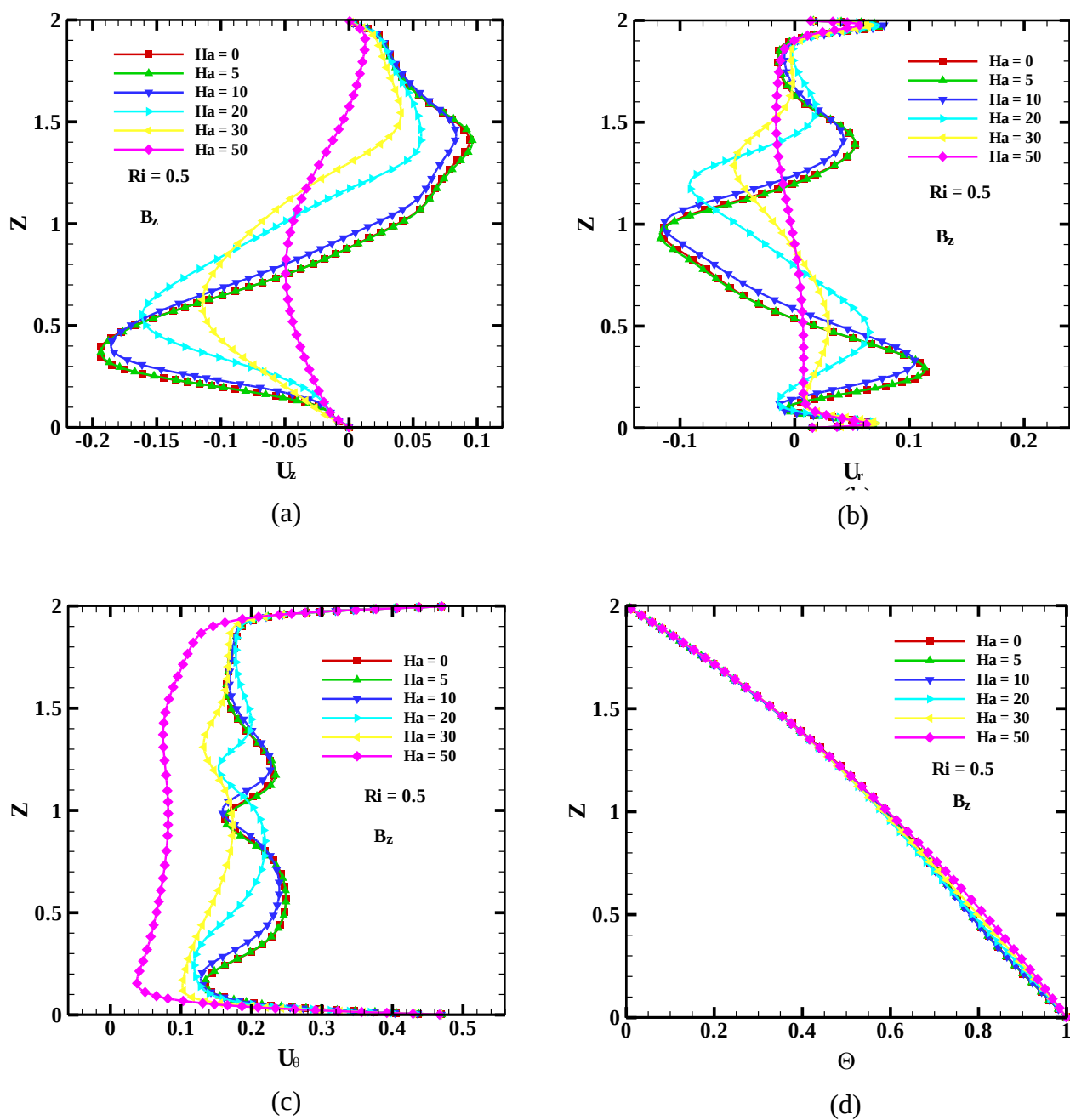


Fig. IV-24: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).

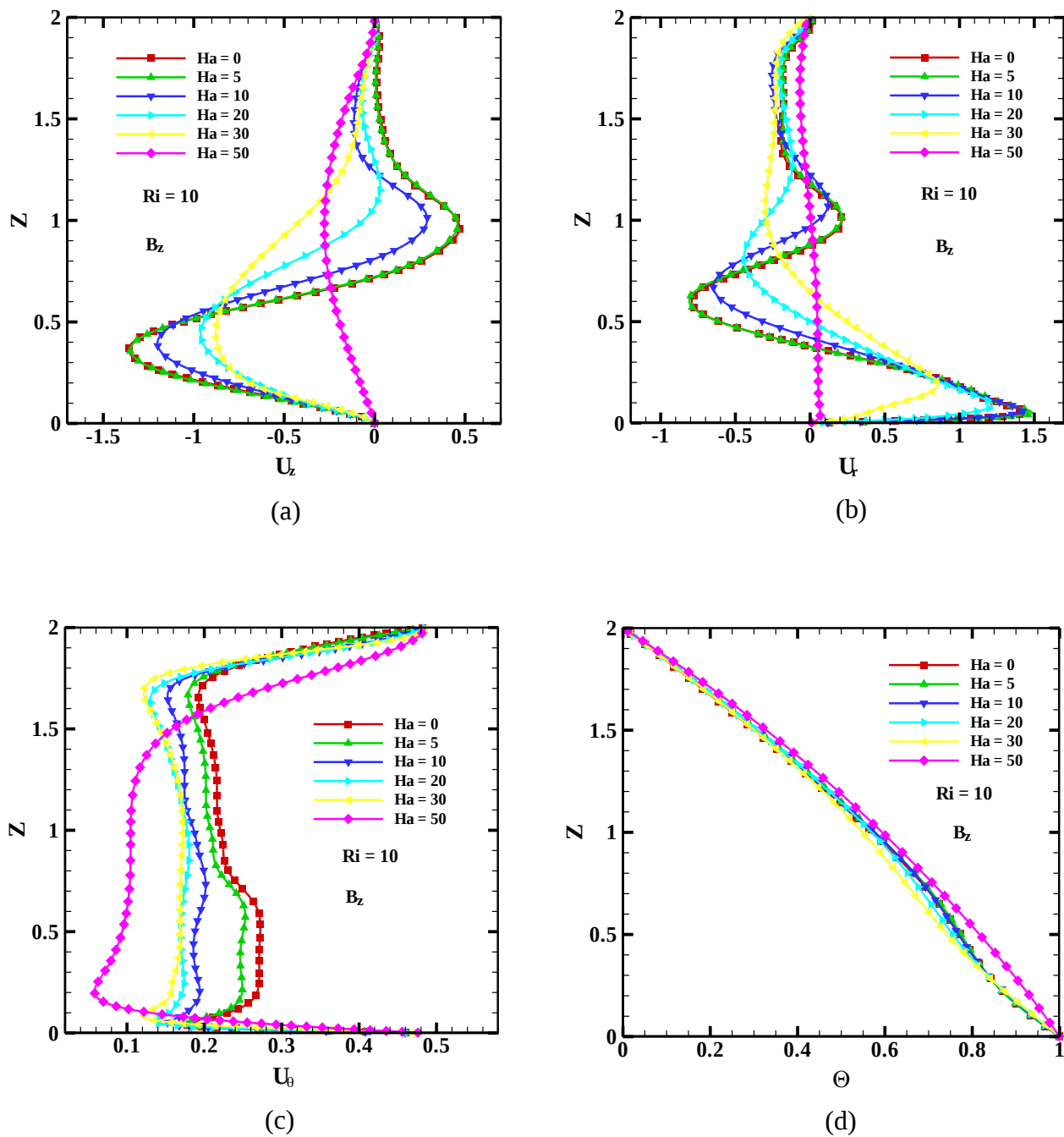


Fig. IV-25: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).

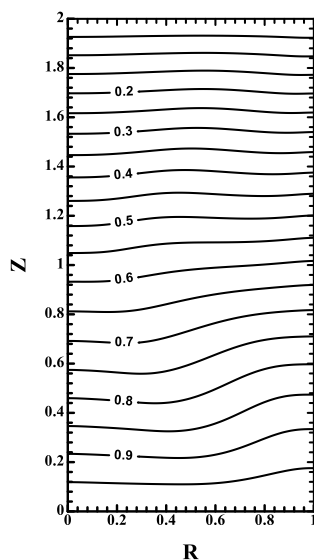
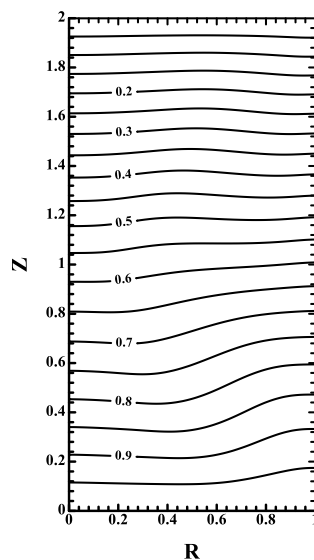
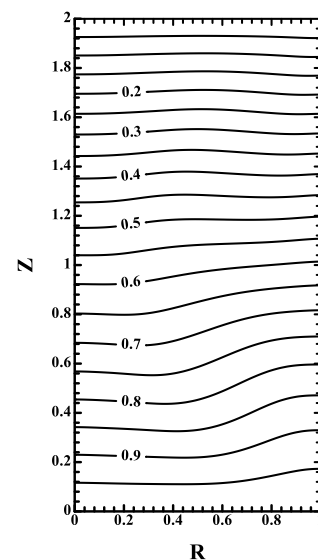
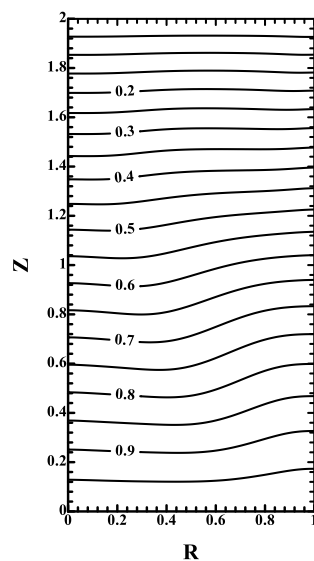
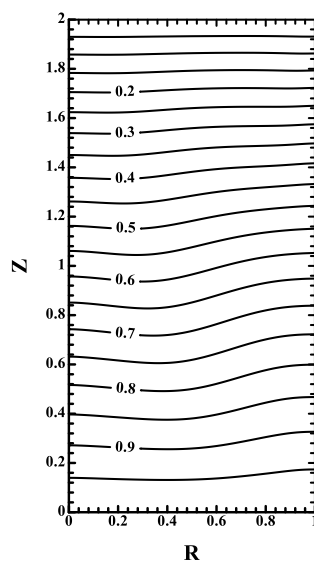
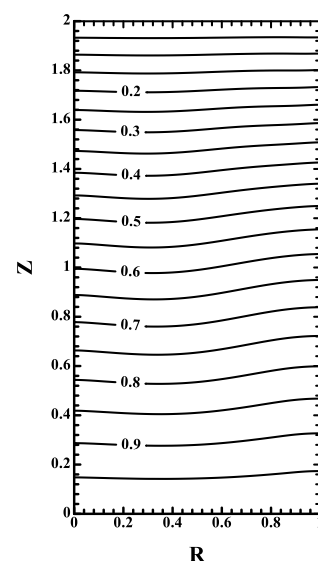
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-26: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).

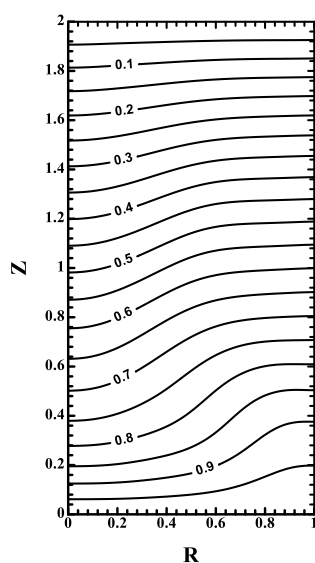
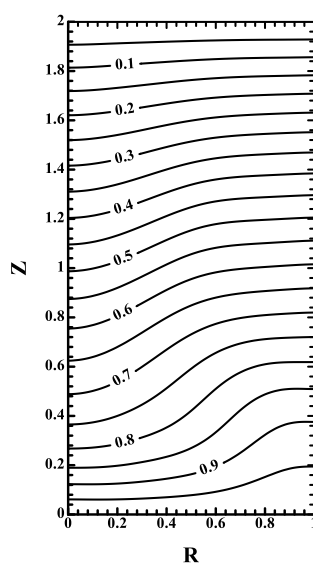
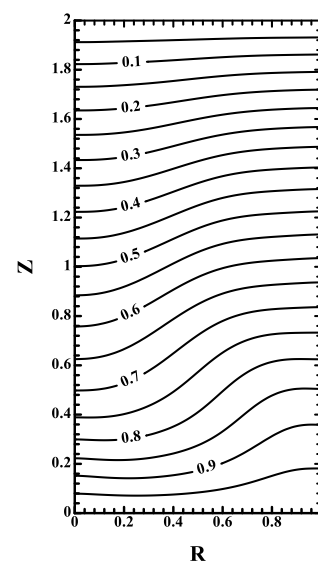
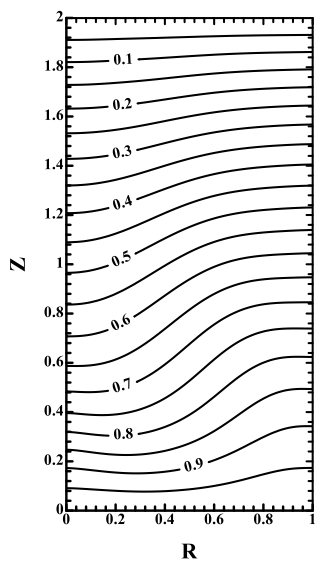
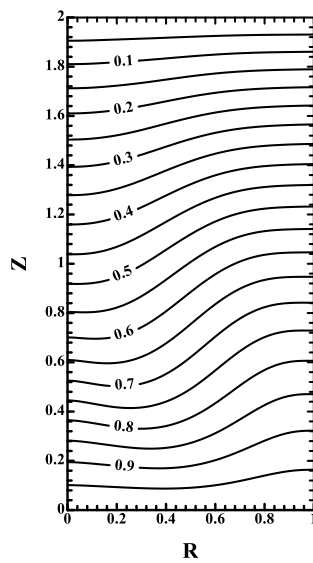
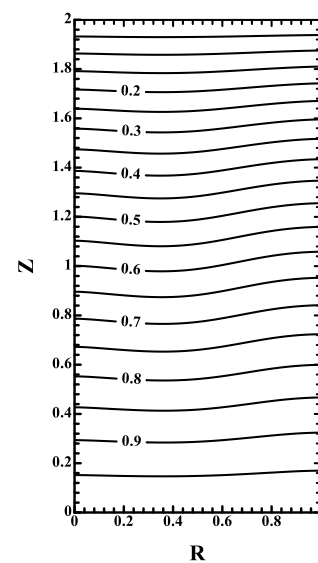
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-27: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).

b- 2. Cas des disques Contre-rotatifs avec champ magnétique axial ($Ha \neq 0$) :

Dans la présente section nous intéressons à la situation de contre-rotation des disques d'extrémités en présence du champ magnétique vertical, on a déjà parlé dans la section précédente l'effet du champ magnétique vertical sur la stabilité des écoulements convectifs.

A- Champs d'écoulement :

Commençons par observer l'effet de l'intensité du champ magnétique axial B_z sur la structure de l'écoulement, nous présentons les figures (Fig. IV-28, Fig. IV-29), qui représentent les lignes de courant.

À la première cas en présence du champ magnétique $Ha = 5$, on remarque que la structure de l'écoulement a subi une légère variation malgré qu'on ait fait croître le nombre de Hartmann de 0 à 5, la structure de l'écoulement commencé à changer depuis le nombre de Hartmann prend la valeur $Ha = 10$ par la dilation des cellules qui est une variation notable et claire au fur et à mesure que Ha augmente (cependant, l'effet du champ magnétique sur l'écoulement en contre-rotation est plus faible que l'écoulement en co-rotation, il est clair sur les lignes du courant), en effet, pour $Ha = 50$ l'écoulement est plus régulier. Nous pouvons relier cette déformation à l'augmentation de nombre de Hartmann, car l'écoulement devient plus organisé. On remarque aussi la présence toujours de la couche d'Ekman pour $Ri = 0.5$ (Fig. IV-28) située sur les deux disques rotatifs et le fluide dans laquelle chaque disque tend à entrainer une demi-épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative Ω , à vitesse suffisamment élevé la couche de cisaillement entre les deux disque peut devenir instable, et s'enrouler selon des lignes de tourbillon orientées radialement, le champs magnétique va pouvoir amortir la perturbation (Moisy et al., 2003[86]).

En outre, nous observons sur les figures (Fig. IV-30, Fig. IV-31) qui montre l'effet du nombre de Hartmann sur les profils des composantes de vitesse axiale U_z , radiale U_r et tangentielle U_θ au milieu de l'enceinte (à $R = 0.5$), que l'augmentation de Ha aplatit le pic de la vitesse. La convection dans le cas ($Ha = 5$) est moins faible que les autres cas. Par conséquent l'influence du champ magnétique dans ce cas est moins importante. Lorsqu'on augmente le nombre de Hartmann Ha , alors que les profils de vitesse sont deviennent très faibles en comparant avec les faibles valeurs de Ha . Cela est dû à la suppression du mécanisme de convection par le champ magnétique.

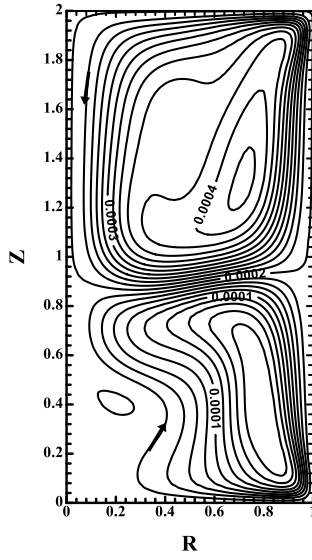
B- Champs thermiques :

Les profils de température sont représentés dans les figures (Fig. IV-30 c, Fig. IV-31 c), on remarque une petite déformation sur le gradient de température ($\partial\Theta/\partial Z$) ce qui signifie que le régime de convection devient plus organisé (les gradients de température deviennent presque linéaires).

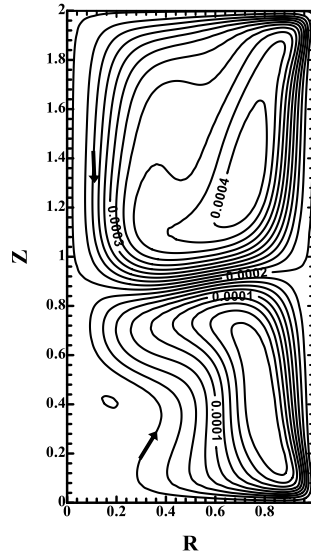
En observant les linges isothermes dans la cavité (plan $R-Z$), pour bien donner l'effet de l'intensité du champ magnétique axial B_z sur la structure thermique de l'écoulement.

L'effet du nombre de Hartmann sur la convection peut être également observé sur le champ thermique représenté sur les figures (Fig. IV-32, Fig. IV-33). Nous observons que pour un faible champ magnétique, les isothermes sont presque semblables à ceux de la convection purement conjuguée avec ($Ha = 0$). Quand le nombre de Hartmann augmente, la stratification du champ thermique à l'intérieur de l'enceinte diminue. Cependant pour une valeur élevée du nombre de Hartmann ($Ha = 50$), l'inclinaison des isothermes montrées sur les figures (pour $Ha = 50$) change de façon à devenir parallèle aux parois verticales. Cela indique que la plupart du transfert de chaleur se fait par conduction.

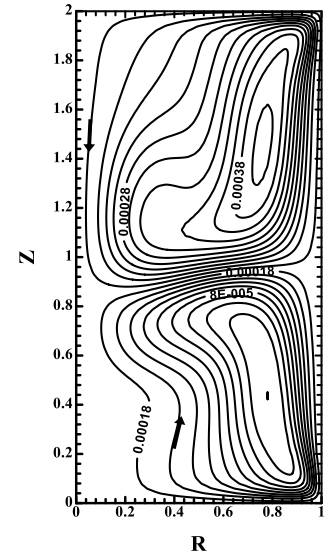
Pour avoir plus des idées sur l'effet de l'intensité du champ magnétique axial B_z sur les écoulements de convection mixte avec les disques d'extrémités tournent en Contre-rotatifs, sur le tableau (IV-6) nous avons présenté la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement, pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann $Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50.



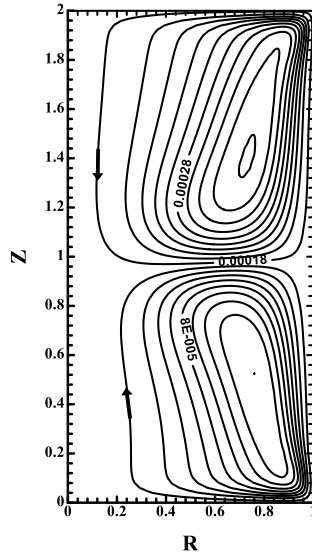
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 4.4 \times 10^{-4}$



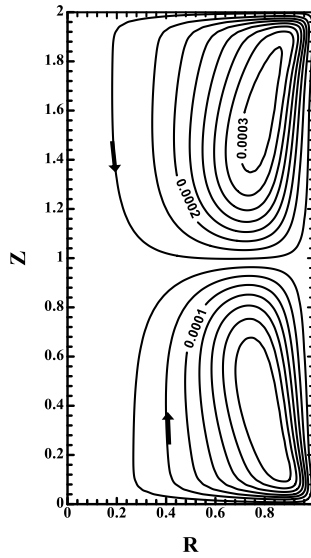
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 4.2 \times 10^{-4}$



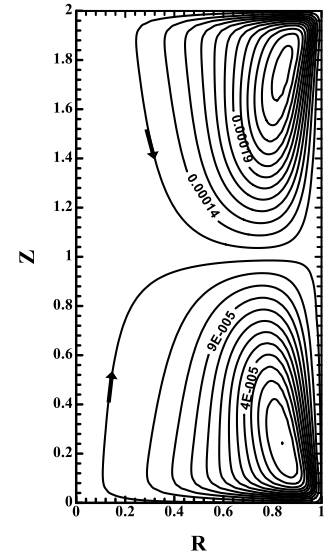
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 4.2 \times 10^{-4}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 3.8 \times 10^{-4}$

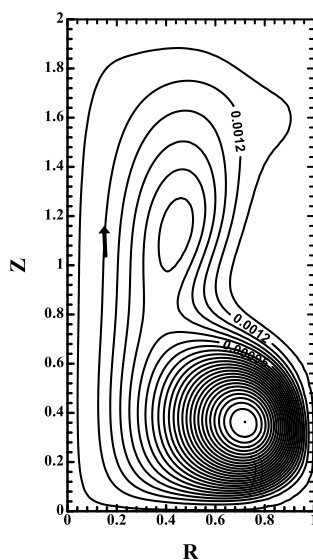


(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 3.2 \times 10^{-4}$

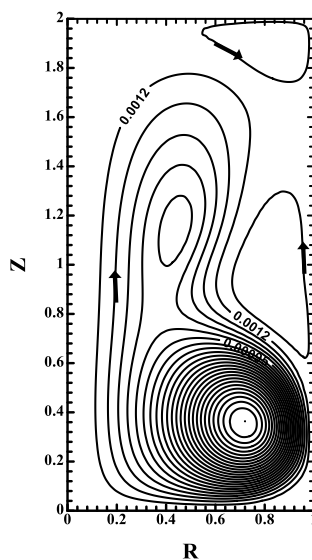


(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$

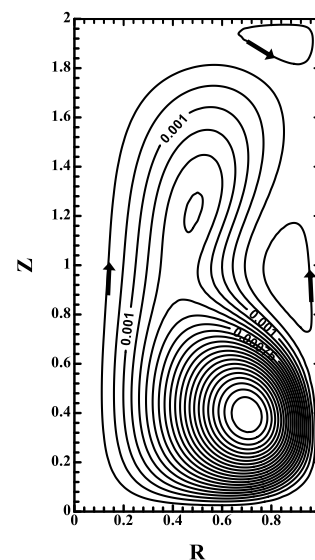
Fig. IV-28: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).



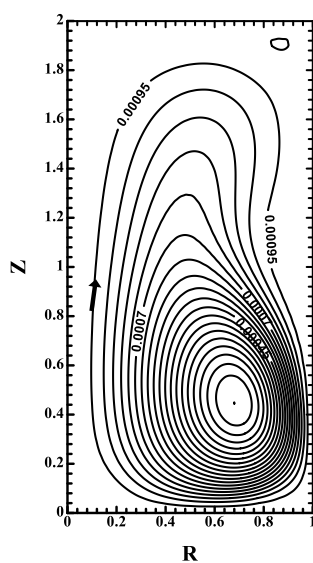
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$



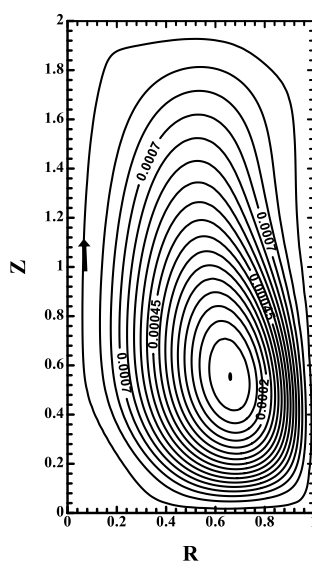
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$



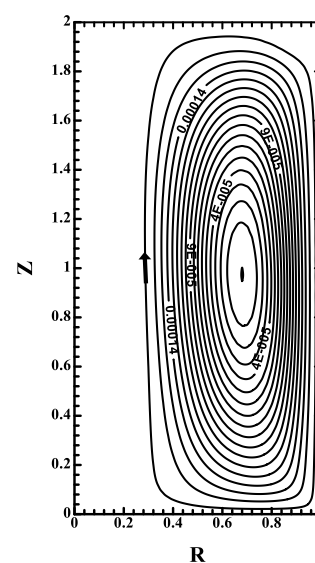
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 1.2 \times 10^{-3}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 1.05 \times 10^{-3}$



(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 9 \times 10^{-4}$



(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 1.8 \times 10^{-4}$

Fig. IV-29: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).

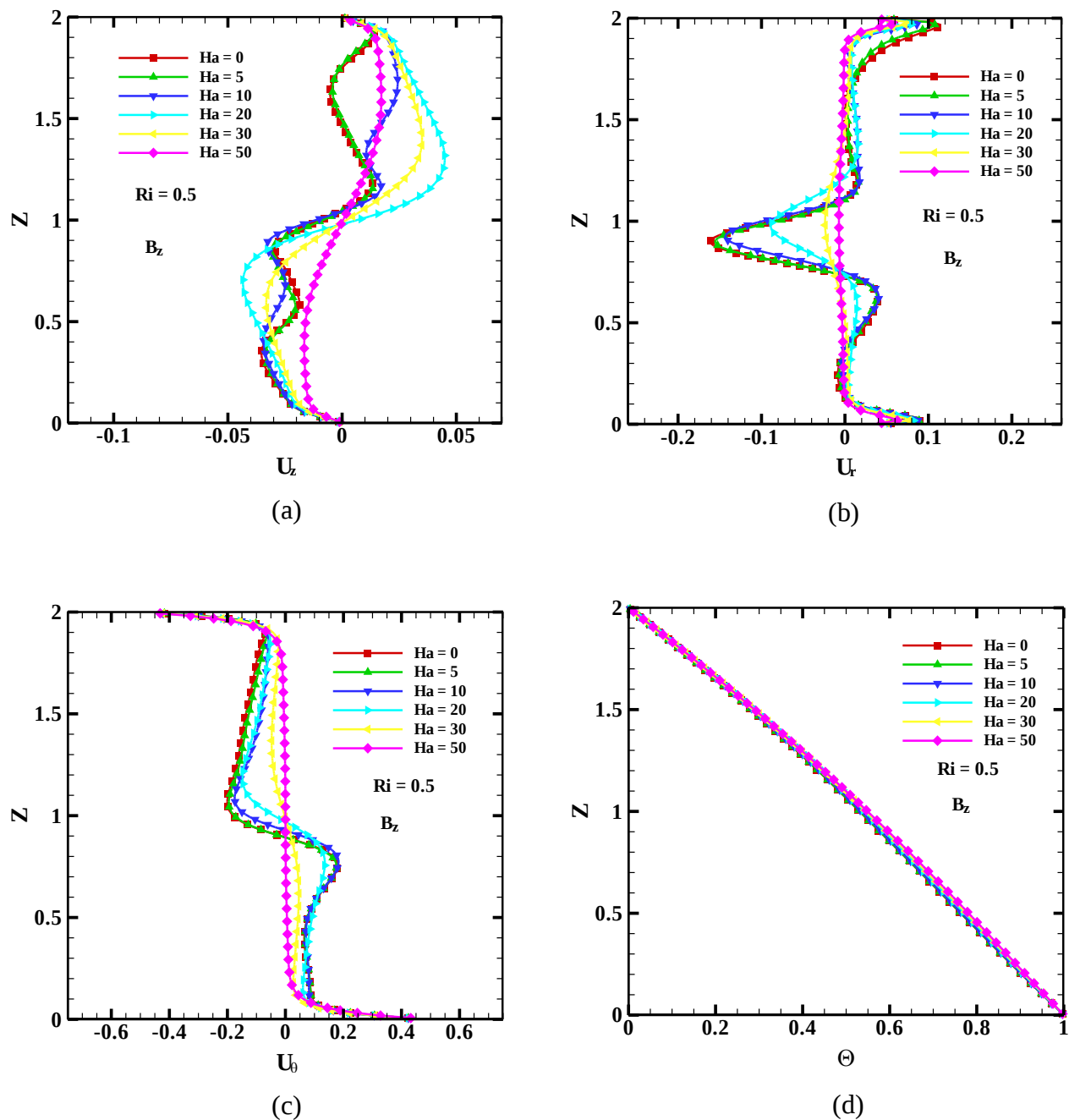


Fig. IV-30: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).

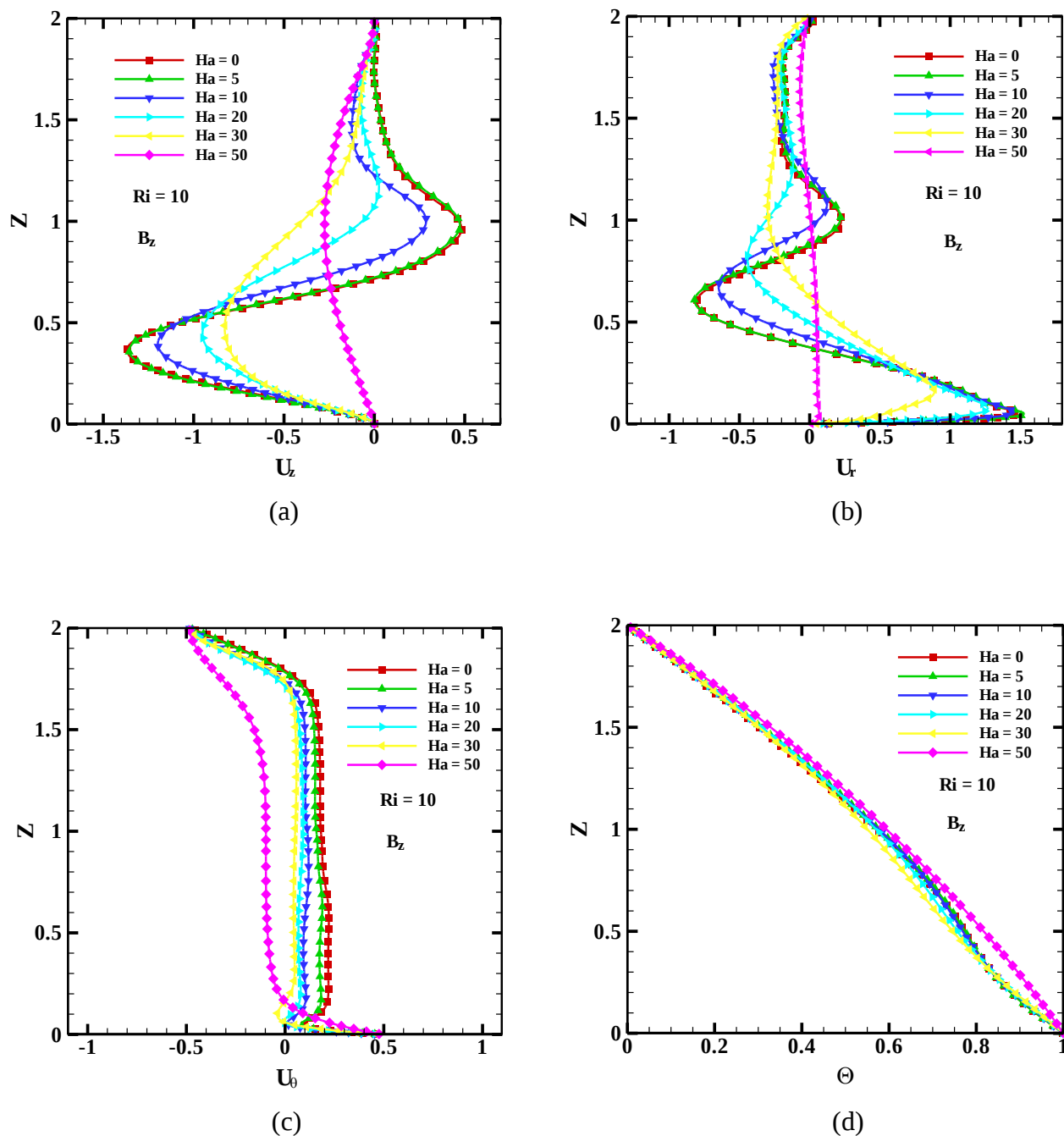


Fig. IV-31: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).

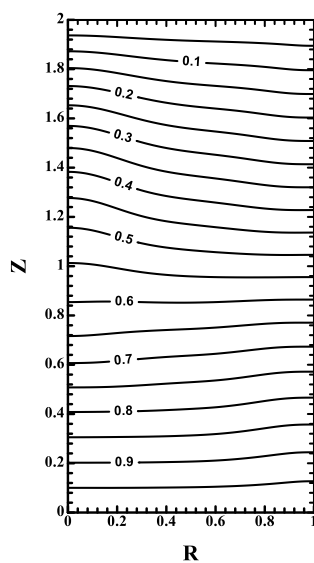
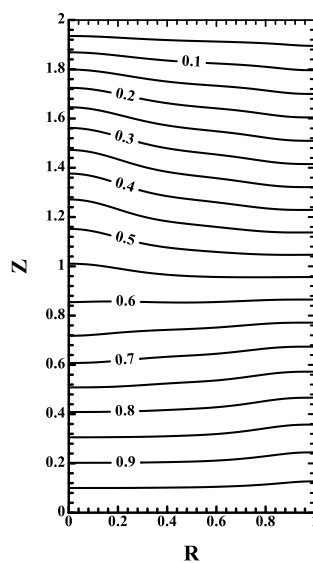
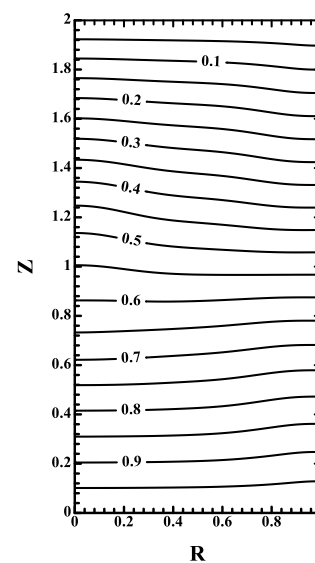
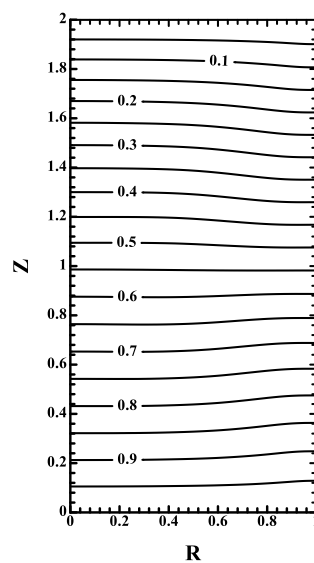
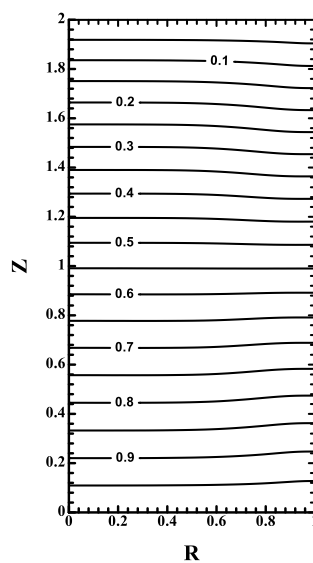
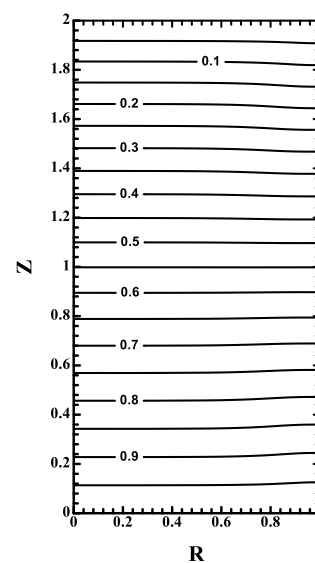
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-32: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial).

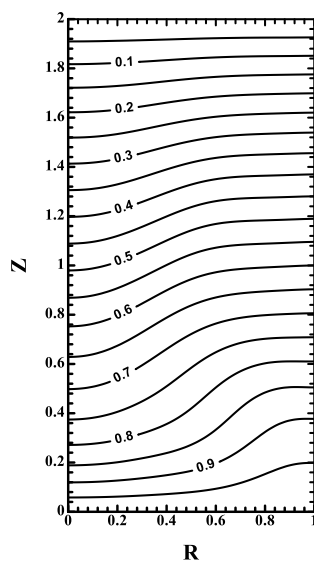
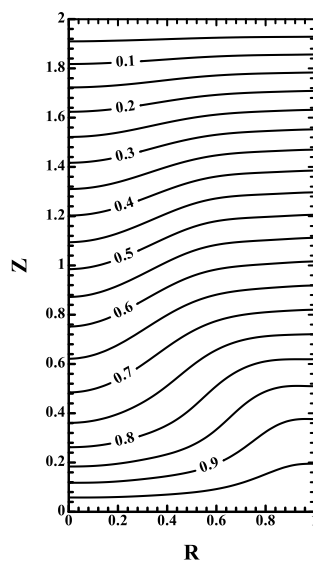
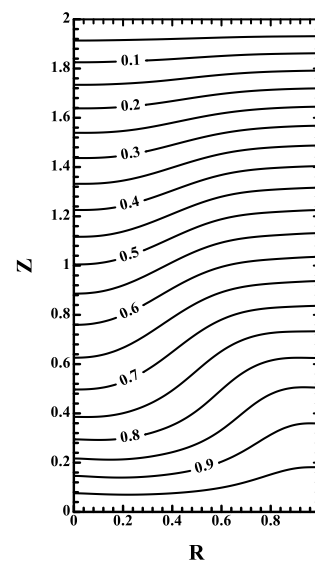
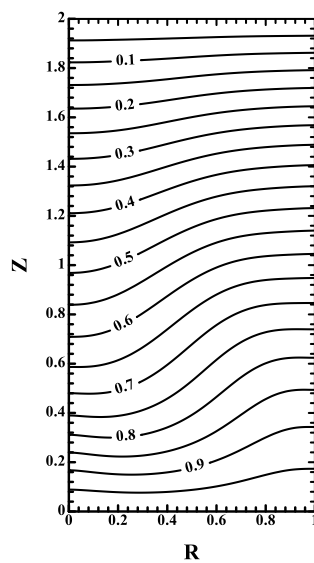
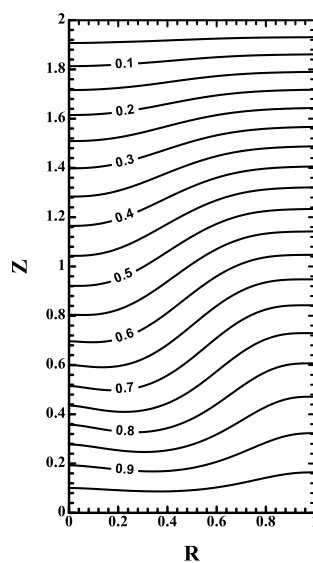
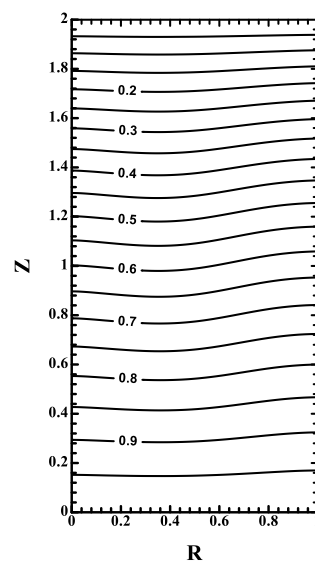
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-33: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial).

c- Conclusion de comparaison entre les deux cas (Co-rotatif et contre-rotatif) :

Pour voir l'effet de champ magnétique sur l'écoulement en Co-rotation où bien en contre-rotation, on va faire une comparaison entre les deux cas de rotation.

Nous présentons dans le tableau (IV-6) la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement pour le deux cas de rotation (Co/Contre- rotation), pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann $Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ et 50.

Nous constatons que l'augmentation du nombre de Hartmann provoque la diminution des valeurs maximale de lignes du courant $\psi_{\max}$ ainsi que les valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} , c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ha stabilise l'écoulement.

Si nous faisons une comparaison entre l'état de l'écoulement sans champ magnétique $Ha = 0$ et l'état de l'écoulement ou $Ha = 5$ on remarque une petite diminution de ($\psi_{\max}$, et Nu_{moy}).

Pour $Ha = 10$, on remarque un changement, car l'écoulement de Co-rotation pour la valeur du nombre de Richardson $Ri = 0.5$ est plus instable que l'écoulement en contre-rotation. Pour la valeur du nombre de Richardson $Ri = 10$, les paramètres d'écoulement presque se confondent.

Pour $Ha = 20$, l'écoulement en Co-rotation pour $Ri = 0.5$ est plus instable que l'écoulement en contre-rotation des disques d'extrémités et Pour $Ri = 10$, les paramètres d'écoulement presque sont égaux. Même chose pour $Ha = 30$.

Pour $Ha = 50$ l'écoulement en Contre-rotation est plus instable que l'écoulement en Co-rotation pour $Ri = 0.5$. Pour $Ri = 10$, les paramètres d'écoulement presque se confondent.

On constate que la croissance de champ magnétique axial provoque un écoulement stable jusqu'aux valeurs de nombres de Richardson plus grands.

Tableau IV-6: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson: $Ri=0.5, 10$, et pour différentes nombre du Hartmann $Ha = 0, 5, 10, 20, 30, 50$ (cas des disques en co/Contre-rotation avec champ magnétique axial).

Paramètres		$\psi_{\max}$		Nu_{moy}	
Cas de rotation	Nombre de Ri	Co-rot	Cont-rot	Co-rot	Cont-rot
$Ha = 0$	$Ri = 0.5$	4.4×10^{-4}	8.5×10^{-5}	0.27477	0.27595
	$Ri = 10$	1.3×10^{-3}	1.3×10^{-3}	0.22563	0.25328
$Ha = 5$	$Ri = 0.5$	8.5×10^{-4}	4.2×10^{-4}	0.28090	0.28094
	$Ri = 10$	1.3×10^{-3}	1.3×10^{-3}	0.22570	0.25222
$Ha = 10$	$Ri = 0.5$	8×10^{-4}	4.2×10^{-3}	0.26377	0.26354
	$Ri = 10$	1.2×10^{-3}	1.2×10^{-3}	0.21730	0.24797
$Ha = 20$	$Ri = 0.5$	6.5×10^{-4}	3.8×10^{-4}	0.25676	0.25486
	$Ri = 10$	1.05×10^{-3}	1.05×10^{-3}	0.21156	0.23455
$Ha = 30$	$Ri = 0.5$	4.6×10^{-4}	3.2×10^{-4}	0.25030	0.24781
	$Ri = 10$	9×10^{-4}	9×10^{-4}	0.20789	0.21561
$Ha = 50$	$Ri = 0.5$	2.8×10^{-4}	2.5×10^{-4}	0.20377	0.18170
	$Ri = 10$	9×10^{-4}	1.8×10^{-4}	0.18588	0.17908

IV.4.4. Convection naturelle et mixte en présence d'un champ magnétique radial ($Ha \neq 0$) :

Dans la suite de ce chapitre, nous étudions l'effet du champ magnétique radial sur la convection thermique (naturelle et mixte). Dans ces cas le modèle complet du tableau III-1 doit être résolu et le terme de force de Lorentz doit être ajouté dans le terme source dans la forme générale des équations continues de conservation de quantité de mouvement, présenté en chapitre II (l'équation II.23.a et II.24.a).

a- Convection naturelle en présence d'un champ magnétique radial ($Ha \neq 0$) :

Pour montrer l'effet de l'intensité du champ magnétique appliqué radialement sur la convection naturelle à la configuration étudiée. Pour chaque nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$), nous faisons une série de calcul et on va faire étudier le champ d'écoulement et le champ thermique pour un nombre de Grashof : $Gr = 10^6$.

A- Champs d'écoulement :

Pour voir l'effet du champ magnétique radial B_r sur la structure de l'écoulement, nous présentons la figure (Fig. IV-34), qui représentent les lignes de courant pour un nombre de Grashof ($Gr = 10^6$) et pour différentes nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$).

Nous remarquons dans le cas où le champ magnétique radial est appliqué, la structure de l'écoulement pour $Ha = 5$ est constituée des inter-cellules. Ces derniers sont détruits lorsqu'on augmente le nombre de Hartmann de 5 à 20. Pour $Ha = 20$, la dominance de cette zone est clairement disparus et les cellules principales prend une allure très importante. L'augmentation du nombre de Hartmann (Ha) jusqu'à 50, mène à la naissance d'une cellule prend une structure de milliaire allure. Aussi les cellules ont tendance à être plus uniformes avec des valeurs inférieures des intensités du champ magnétique radial que celles du champ magnétique axial.

Nous pouvons conclure que l'effet du champ magnétique radial B_r pour une valeur de nombre de Grashof Gr est très important sur la réorganisation de la structure de l'écoulement que l'effet du champ magnétique axial B_z .

Par ailleurs, l'effet du champ magnétique radial B_r sur la distribution des vitesses (U_r, U_z) le long de la hauteur Z peut être vu pour un nombre de Grashof ($Gr = 10^6$) et pour différentes nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$), pour cela nous faisons schématisé la distribution axiale de composantes de la vitesse à $R = 0.5$ sur la figure (Fig. IV-35).

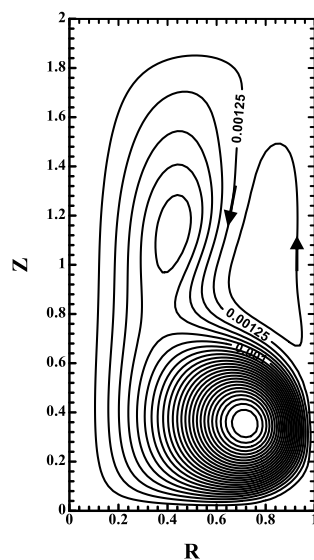
En examinant cette figure (Fig. IV-35), on peut constater l'importante réduction dans l'amplitude des vecteurs vitesses après l'application du champ magnétique radial B_r . Cette réduction de champ des vitesses devient fortement en augmentant le champ magnétique. Ceci est dû à l'effet de la force électromagnétique sur les vecteurs vitesses U_r et U_z . Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Mais, Cela ne provoque pas l'apparition de fines couches limites de Hartmann.

B- Champs thermiques :

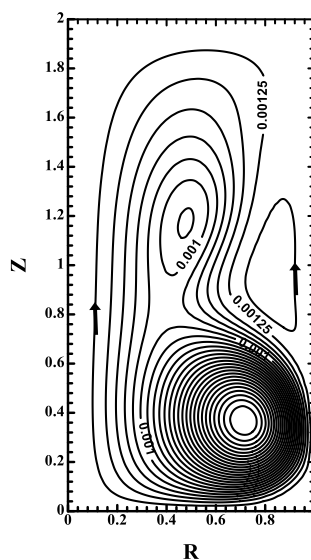
Pour visualiser l'effet du champ magnétique radial B_r sur les évolutions de la température, nous présentons les schémas de la hauteur adimensionnel (Z) en fonction de la température sans dimension (Θ) pour un nombre de Grashof ($Gr = 10^6$) et pour différentes nombre de Hartmann Ha ($Ha = 5, 10, 20, 30, 50$), (Fig. IV-35 c).

D'autre part, pour voir plus sur l'effet du champ magnétique radial B_r sur la structure thermique de l'écoulement, nous avons présenté les lignes isothermes dans la cavité (plan $R-Z$) dans la figure (Fig. IV-36), on remarque une petite déformation sur le gradient de température ce qui signifie que le régime de convection devient plus régulier.

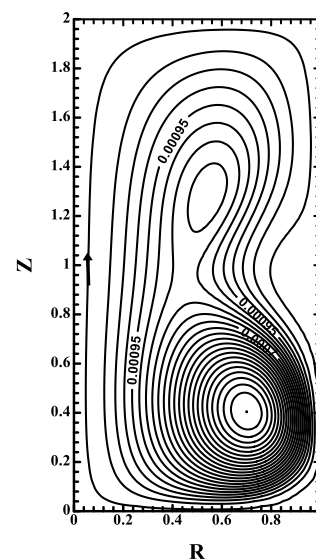
En testant cette figure (Fig. IV-36), on peut constater que la couche thermique dans le cœur de la cavité est détruite et les isothermes deviennent parallèles aux parois horizontales, indiquant la dominance du régime conductif. On peut aussi conclure que les isothermes dans le cas d'un champ magnétique orienté radialement sont les moins déformées en comparant avec le cas où le champ magnétique est vertical, impliquant un transfert de chaleur convectif réduit.



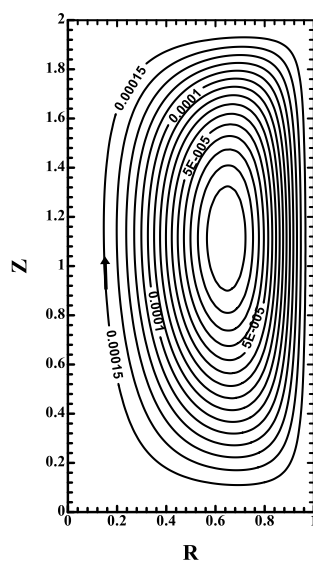
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 1.35 \times 10^{-3}$



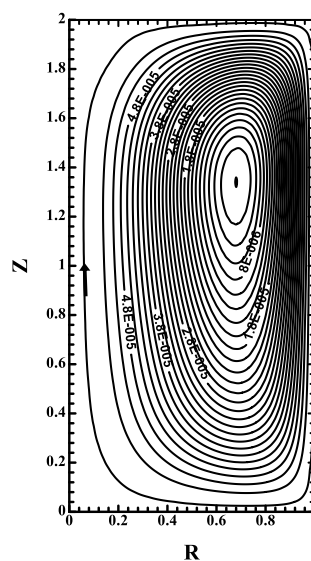
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 1.35 \times 10^{-3}$



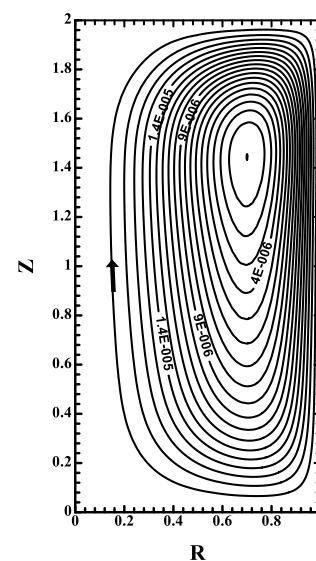
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 1.2 \times 10^{-3}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 1.6 \times 10^{-4}$



(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 5.6 \times 10^{-5}$



(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 1.9 \times 10^{-5}$

Fig. IV-34: Lignes du courant pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$ et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas du champ magnétique radial).

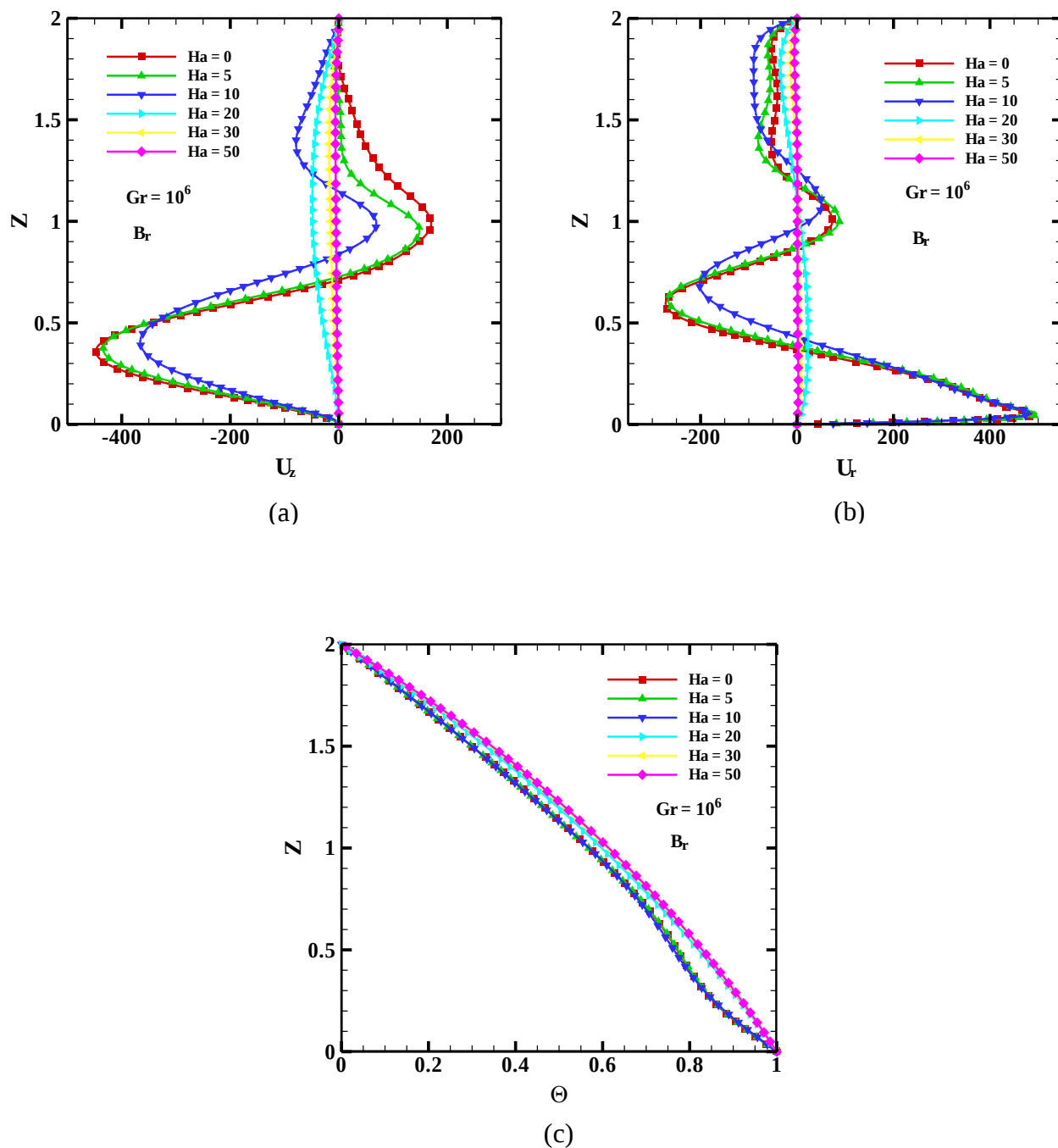


Fig. IV-35: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b) et de température (c) pour $Gr=10^6$, et pour différents nombre de Hartmann (champ magnétique radial).

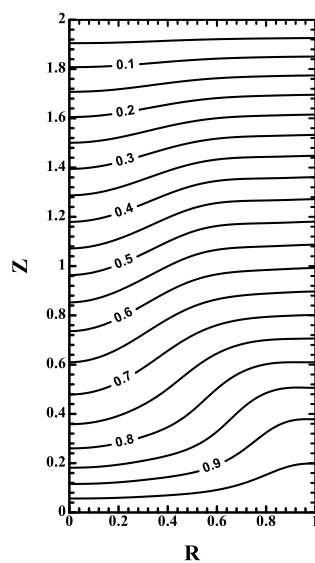
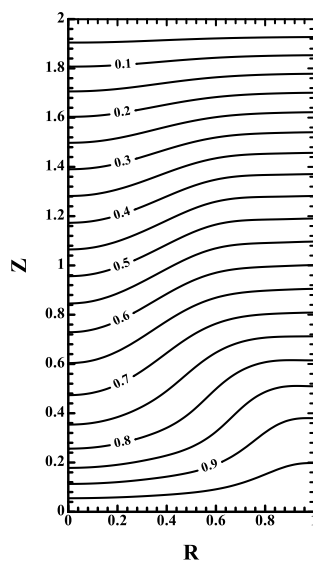
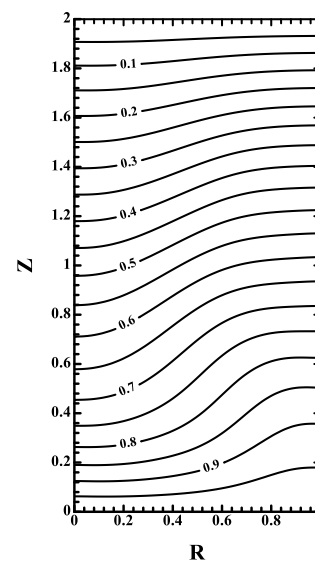
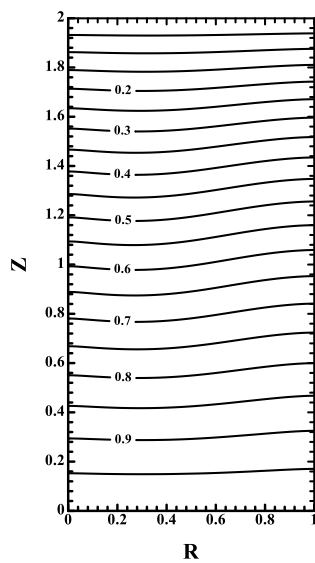
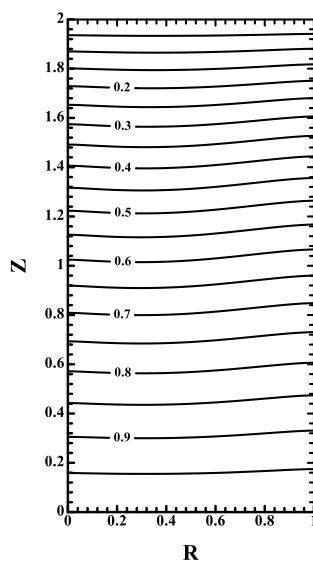
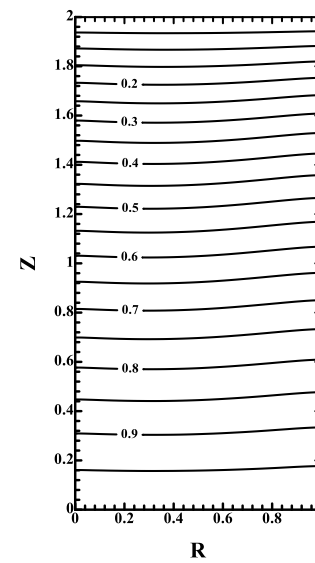
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-36: Lignes isothermes pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (champ magnétique radial).

b- Convection mixte en présence d'un champ magnétique radiale ($Ha \neq 0$) :

Dans la présente partie de ce chapitre, nous intéressons à la situation en présence du champ magnétique appliqué radialement à la configuration étudiée, donc on a résolu numériquement le système d'équations EDP figurant au deuxième chapitre, y compris l'équation du potentiel électrique (Equations II.22.b-II.27.b).

De même que dans la partie de la situation avec champ magnétique axial en convection mixte, l'écoulement secondaire est étudié au moyen des composantes méridiennes U_r et U_z , et les lignes de courant hydrodynamiques tracées à l'aide de la fonction de courant de Stokes ψ . Les résultats pour les diverses intensités du champ magnétique ($Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50), et les différents cas du nombre de Richardson ($Ri = 0.5$, et 10) sont récapitulés en fin de cette partie dans le tableau (IV-7) pour le cas de co/ contre-rotation de disques d'extrémités.

b- 1. Cas des disques Co-rotatifs avec champ magnétique radial ($Ha \neq 0$) :**A- Champs d'écoulement :**

Pour observer l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur la structure de l'écoulement, nous traçons les figures (Fig. IV-37, Fig. IV-38), qui représentent les lignes de courant pour $Ri = 0.5$, et 10 .

Pour $Ha = 5$, on remarque que la variation de la structure de l'écoulement a débuté et les cellules soient dilaté progressivement avec l'augmentation de nombre de Hartmann Ha qui prend la valeur 10 . Ensuite, pour $Ha = 20$ des nouvelles cellules soient observés au haut des cellules principales, ces dernières sont augmentés avec Ha augmente. Cette déformation reliée par l'augmentation de nombre de Hartmann. On remarque aussi la présence toujours de la couche d'Ekman (pour $Ri = 0.5$) située sur les deux disques rotatifs et le fluide dans la majeure partie du cylindre tourne quasi-rigidement avec une vitesse intermédiaire des disques d'extrémités c.à.d. $(\Omega + \Omega)/2 = \Omega$. Pour $Ri = 10$, la convection naturelle est dominante que la convection forcé (car la vitesse angulaire est faible).

Afin de voir l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur les profils des composantes de vitesse.

Nous présentons la distribution axiale à $R = 0.5$ sur les figures (Fig. IV-39, Fig. IV-40) pour $Ri = 0.5$, et 10. En examinant ces figures, on peut distinguer l'importante réduction dans l'amplitude des vecteurs vitesses avec l'application du champ magnétique radial B_r (avec les mêmes valeurs, la réduction de profils de vitesses est plus grande que le cas où le champ magnétique appliqué axialement). Cette réduction de champ des vitesses devient fortement en augmentant la valeur du nombre de Hartmann. Ceci est dû à l'effet de la force électromagnétique sur les vecteurs vitesses U_r et U_z . Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Cela provoque l'apparition de fines couches limites de Hartmann où le gradient de vitesse est très élevé.

B- Champs thermiques :

Sur les figures (Fig. IV-39 c, Fig. IV-40 c), nous présentons les profils de température, en voyant que les gradients de température est plus linéaires, alors le régime de convection est plus régulier que le cas de champ magnétique axial.

Pour bien regarder l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur la structure thermique de l'écoulement, nous avons présenté les lignes isothermes dans la cavité (plan R-Z). Les champs thermiques montrés sur les figures (Fig. IV-41, Fig. IV-42), on remarque que les isothermes montrées sur ces figures sont devenues progressivement parallèles aux parois horizontales lorsque l'intensité de nombre de Hartmann augmente, indiquant que le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction, les isothermes deviennent moins déformées et plus linéaire que le cas de champs magnétique appliqué axialement avec les mêmes intensités du champ magnétique (mêmes valeurs du nombre de Hartmann).

Pour avoir plus des idées sur l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur les écoulements en Co-rotatifs des disques d'extrémités, sur le tableau (IV-7) nous avons présenté la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et de nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement, pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann $Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50.

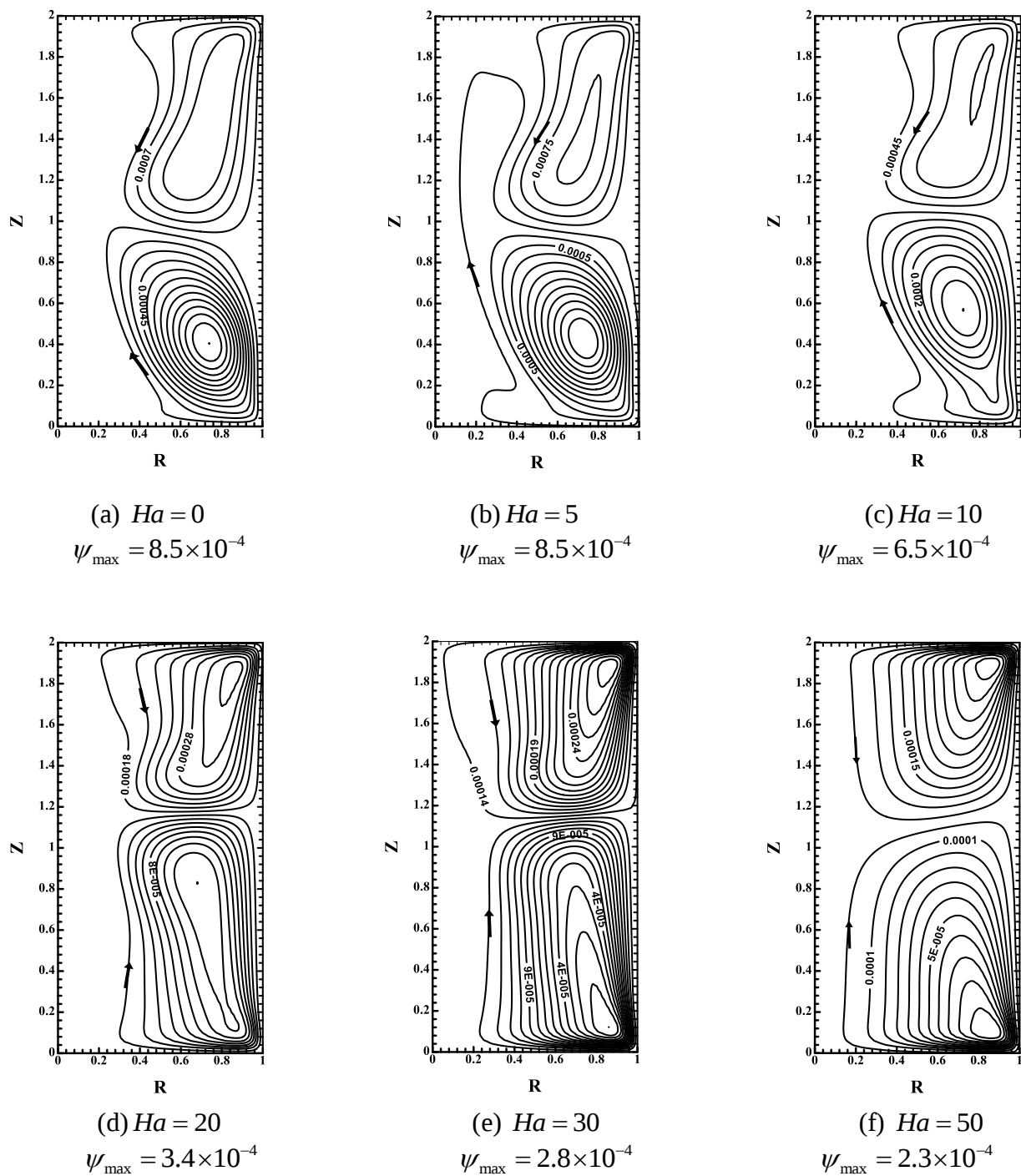
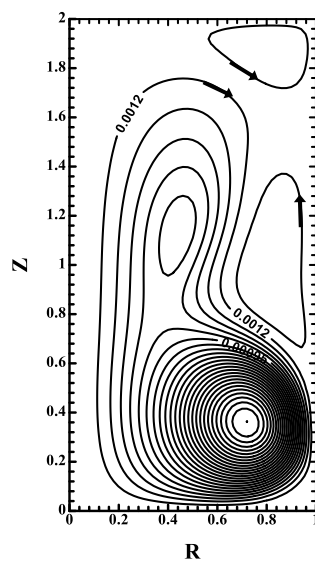
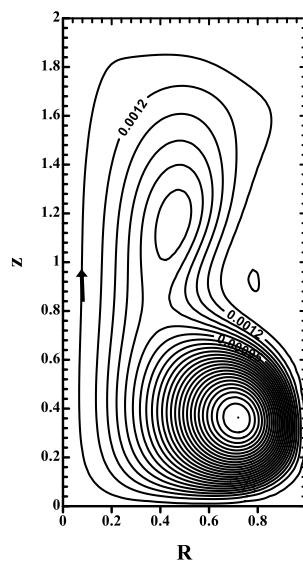


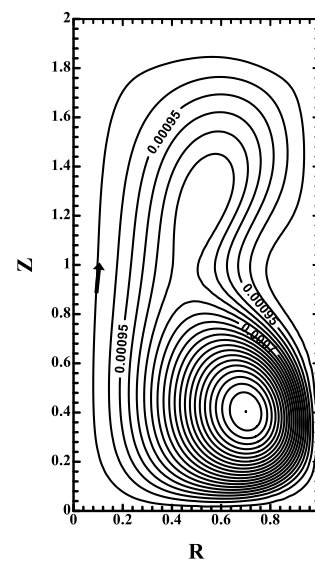
Fig. IV-37: Lignes de courant pour un nombre du Grashof $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).



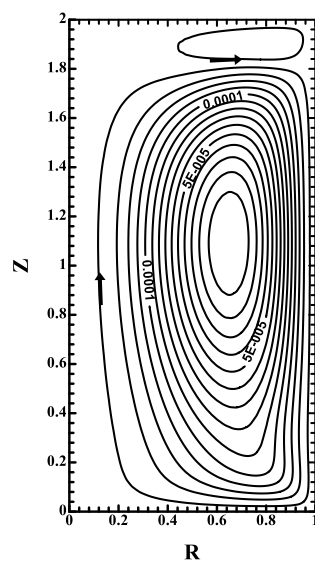
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 1.3 \times 10^{-3}$



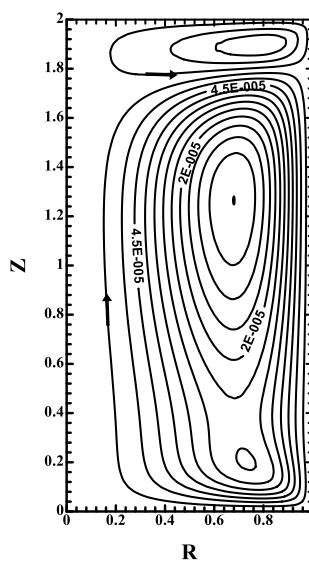
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 1.35 \times 10^{-3}$



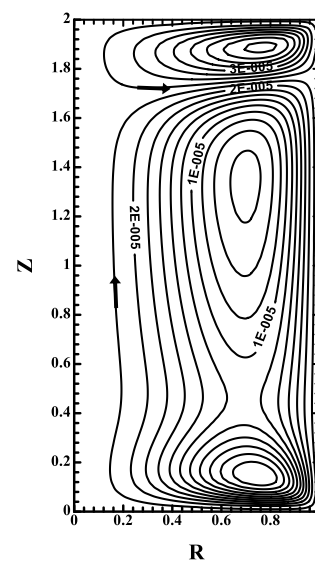
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 1.1 \times 10^{-3}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 1.6 \times 10^{-4}$



(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 7.5 \times 10^{-5}$



(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 4 \times 10^{-5}$

Fig. IV-38: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).

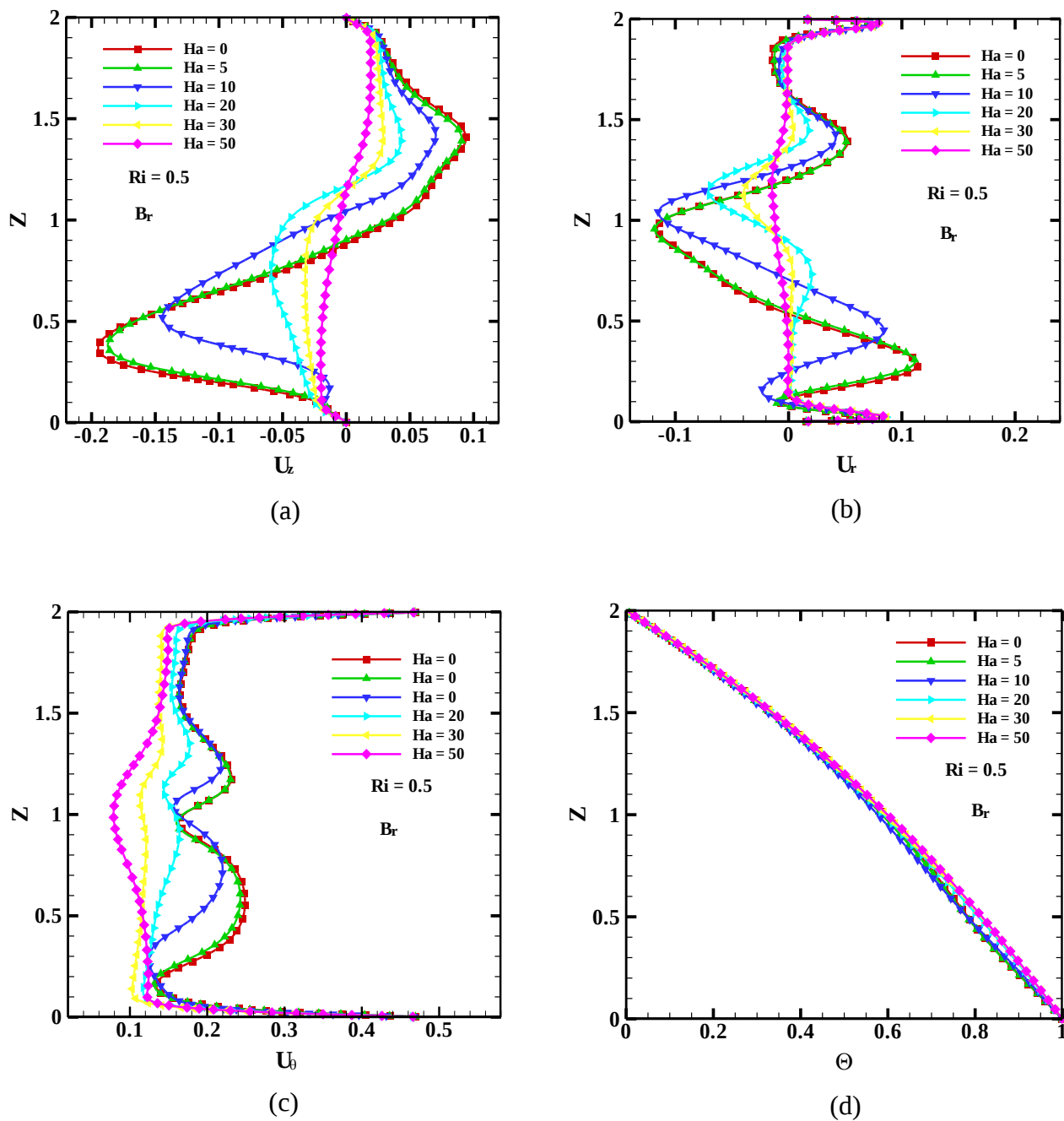


Fig. IV-39: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).

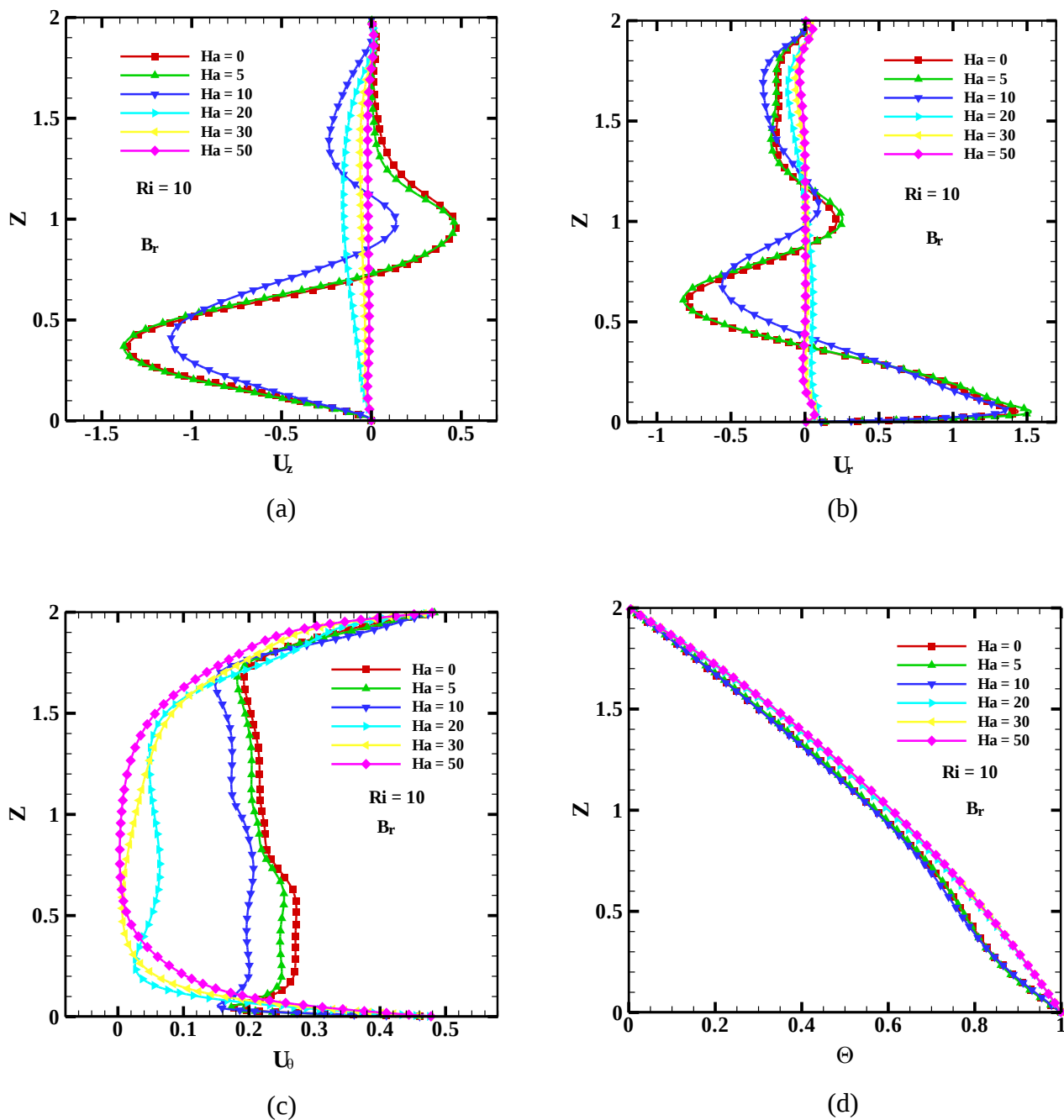


Fig. IV-40: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).

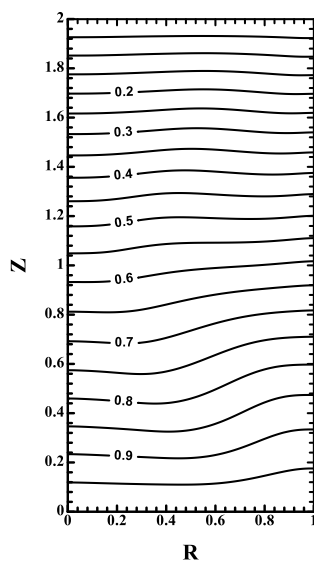
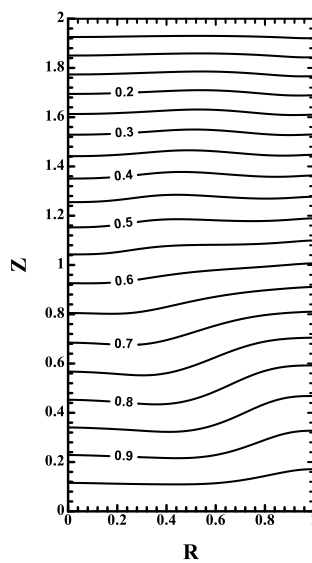
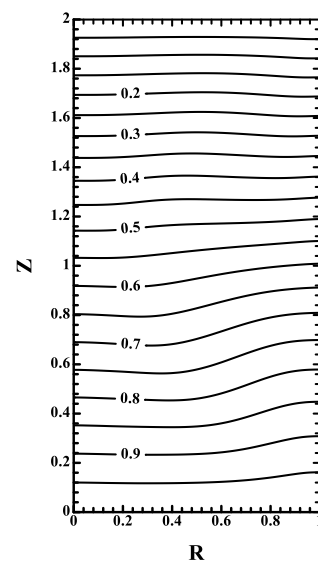
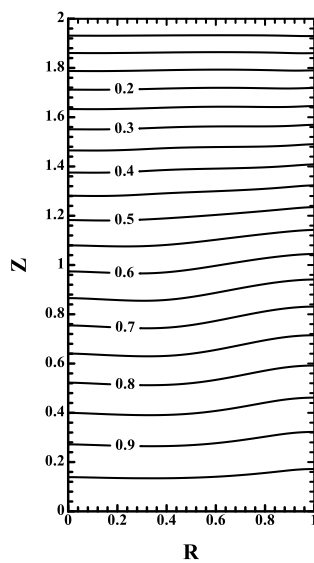
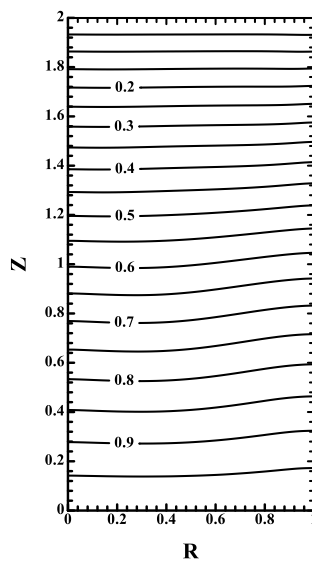
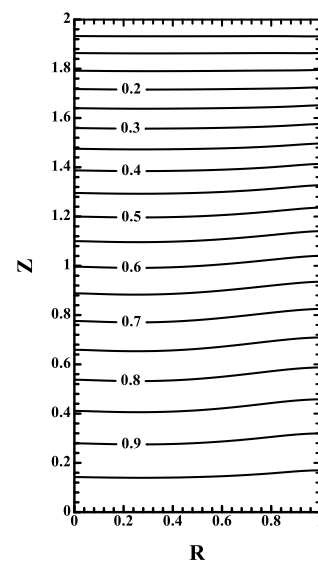
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-41: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).

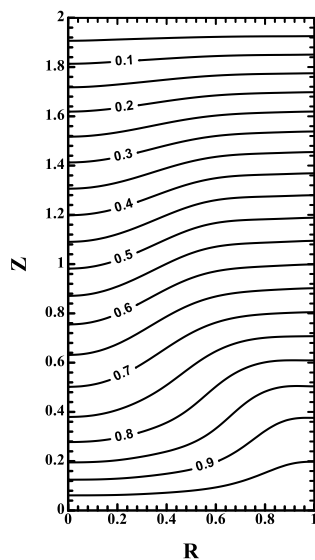
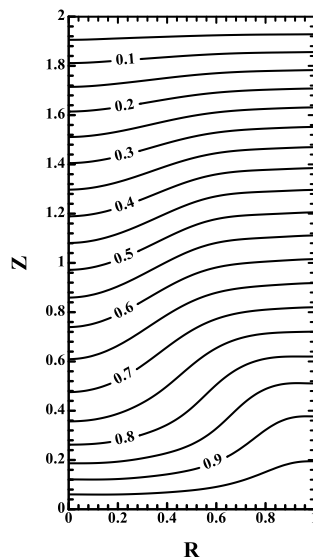
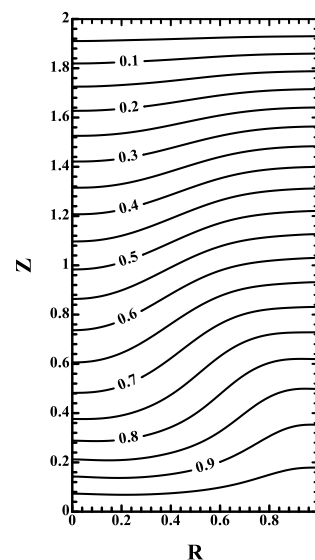
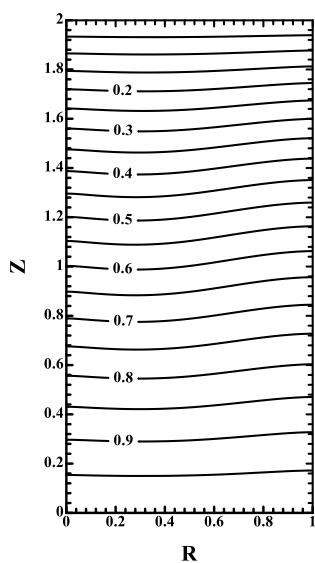
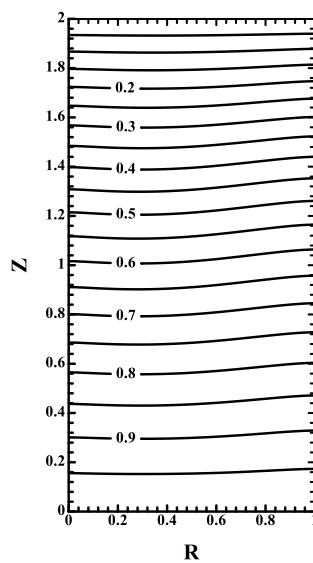
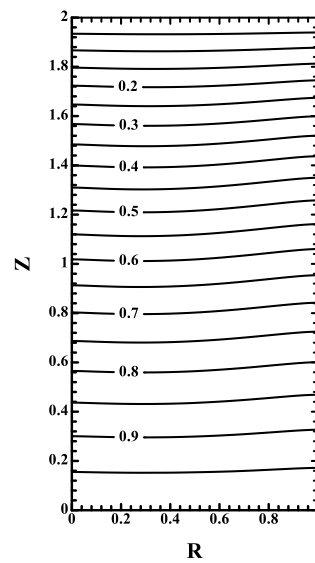
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-42: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).

b- 2. Cas des disques Contre-rotatifs avec champ magnétique radial ($Ha \neq 0$) :

Dans la présente section nous intéressons à la situation de contre-rotation des disques d'extrémités en présence du champ magnétique radial, on aura parlé dans la section suivante l'effet du champ magnétique radial sur la stabilité des écoulements convectifs.

A- Champs d'écoulement :

Premièrement, on commence par examiner l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur la structure de l'écoulement dans le cas où les disques d'extrémités tournent en contre rotation, nous traçons les figures (Fig. IV-43, Fig. IV-44), qui représentent les lignes de courant pour $Ri = 0.5$ et $Ri = 10$.

En examinant ces figures, on remarque que une petite variation sur la structure de l'écoulement lorsqu'on ait fait augmente le nombre de Hartmann de 0 à 5, le changement claire sur la structure de l'écoulement débute depuis $Ha = 10$ par la dilation des cellules (changement soit en taille, soit en intensité) qui est une variation notable avec l'augmentation successive de nombre de Hartmann Ha jusqu' à atteindre la valeur $Ha = 50$, dans ce cas les cellules sont occupées presque tout le volume de la cavité, alors l'écoulement est plus organisé. On remarque aussi la présence toujours de la couche d'Ekman (pour $Ri = 0.5$) située sur les deux disques rotatifs et le fluide dans laquelle chaque disque tend à entrainer une demi-épaisseur de fluide à vitesse angulaire relative Ω , à vitesse suffisamment élevé la couche de cisaillement entre les deux disque peut devenir instable, et s'enrouler selon des lignes de tourbillon orientées radialement, le champs magnétique va pouvoir amortir la perturbation. Notant bien que l'effet du champ magnétique sur l'écoulement en contre-rotation est plus faible que l'écoulement en Co-rotation, il est clair sur les lignes du courant.

Ensuite, pour voir l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r les profils des composantes de vitesse axiale U_z , radiale U_r et tangentielle U_θ au milieu de l'enceinte (à $R = 0.5$), nous avons schématisées les figures (Fig. IV-45, Fig. IV-46). Nous observons que, pour $Ha = 5$, la convection est irrégulière que les autres cas. Par conséquent l'influence du champ magnétique dans ce cas est moins importante. Avec l'augmentation de Ha la vitesse est réduit jusqu'à une valeur élevée du nombre de Hartmann $Ha = 50$, nous observons que les amplitudes de vitesses sont très petits en comparant avec la faible valeur de Ha .

Nous observons aussi que l'apparition de fines couches limite de Hartmann causé par l'effet de la force électromagnétique qui est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Cela est dû à la suppression du mécanisme de convection par le champ magnétique.

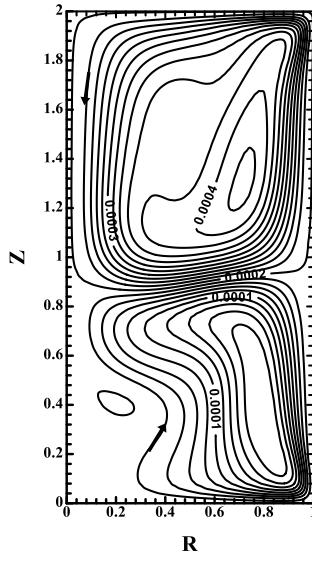
B- Champs thermiques :

Les profils de température sont présentés dans les figures (Fig. IV-45c, Fig. IV-46 c), on remarque une petite déformation sur le gradient de température ($\partial\Theta/\partial Z$) ce qui signifie que le régime de convection devient plus régulier (les linéarités des gradients de température est supérieur que le cas de champ magnétique axial).

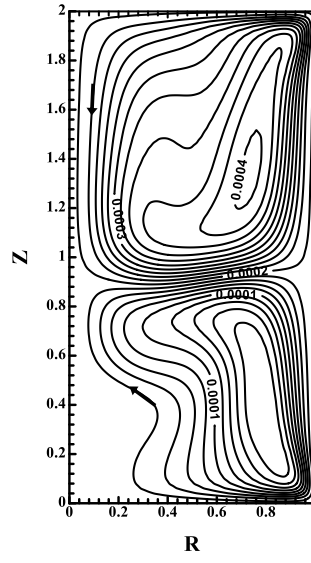
Pour bien observer l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur la structure thermique de l'écoulement, Nous découvrons les lignes isothermes dans la cavité (plan $R-Z$) sur les figures (Fig. IV-47, Fig. IV-48).

En examinant ces figures, on remarque que pour un faible champ magnétique ($Ha = 5$), les isothermes sont deviennent changes mais avec petite variation à ceux de la convection purement conjuguée avec ($Ha = 0$). Lorsque le nombre de Hartmann augmente, la stratification du champ thermique à l'intérieur de l'enceinte diminue. Cependant pour une valeur élevée du nombre de Hartmann ($Ha = 50$), les isothermes deviennent plus déformées que le cas du champ magnétique appliqué axialement. Cela indique que la plupart du transfert de chaleur se fait par conduction.

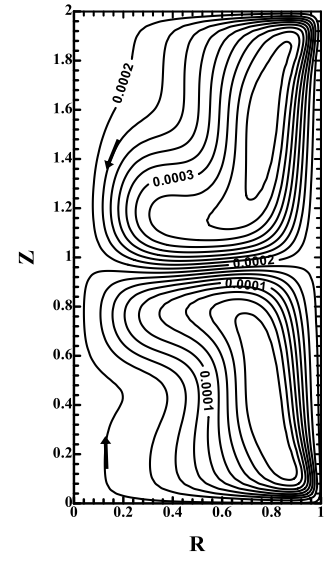
Pour avoir plus des idées sur l'effet de l'intensité du champ magnétique radial B_r sur les écoulements de convection mixte avec les disques d'extrémités tournent en contre-rotation, sur le tableau (IV-7) nous avons présenté la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement, pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann $Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50.



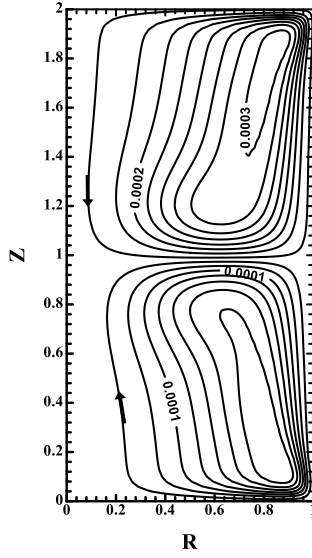
(a) $Ha = 0$
 $\psi_{\max} = 4.4 \times 10^{-4}$



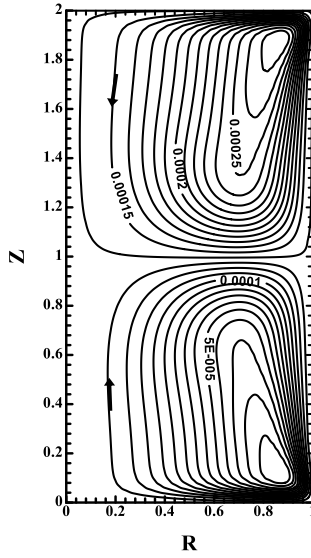
(b) $Ha = 5$
 $\psi_{\max} = 4.2 \times 10^{-4}$



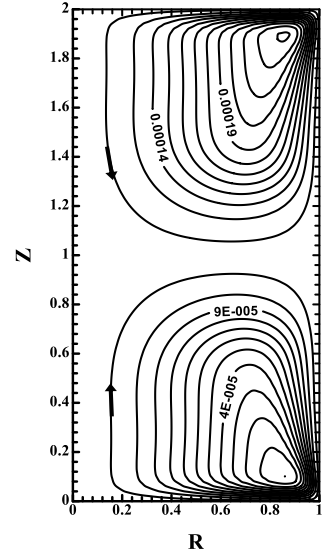
(c) $Ha = 10$
 $\psi_{\max} = 3.8 \times 10^{-4}$



(d) $Ha = 20$
 $\psi_{\max} = 3.2 \times 10^{-4}$



(e) $Ha = 30$
 $\psi_{\max} = 2.8 \times 10^{-4}$



(f) $Ha = 50$
 $\psi_{\max} = 2.4 \times 10^{-4}$

Fig. IV-43: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).

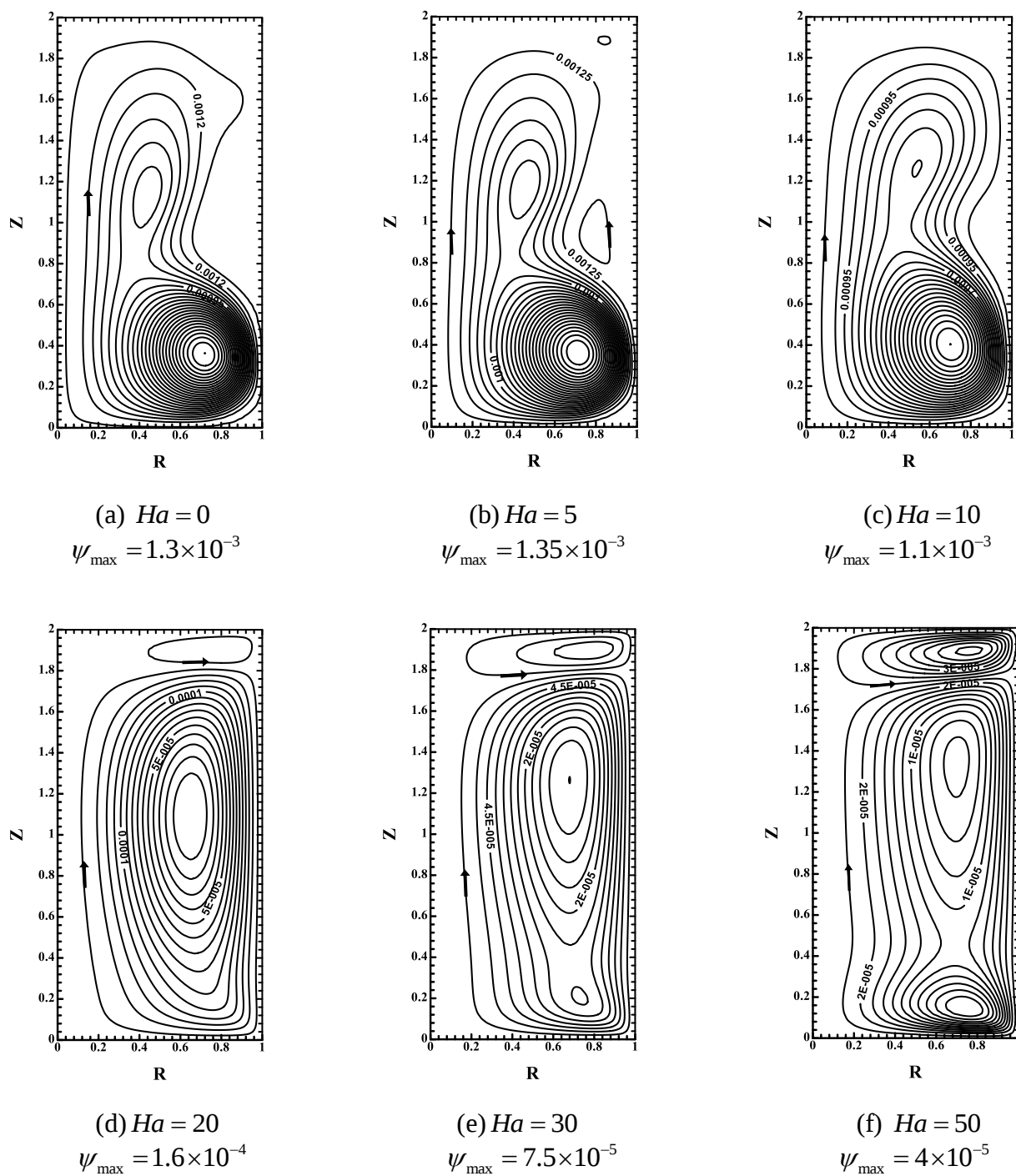


Fig. IV-44: Lignes de courant pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).

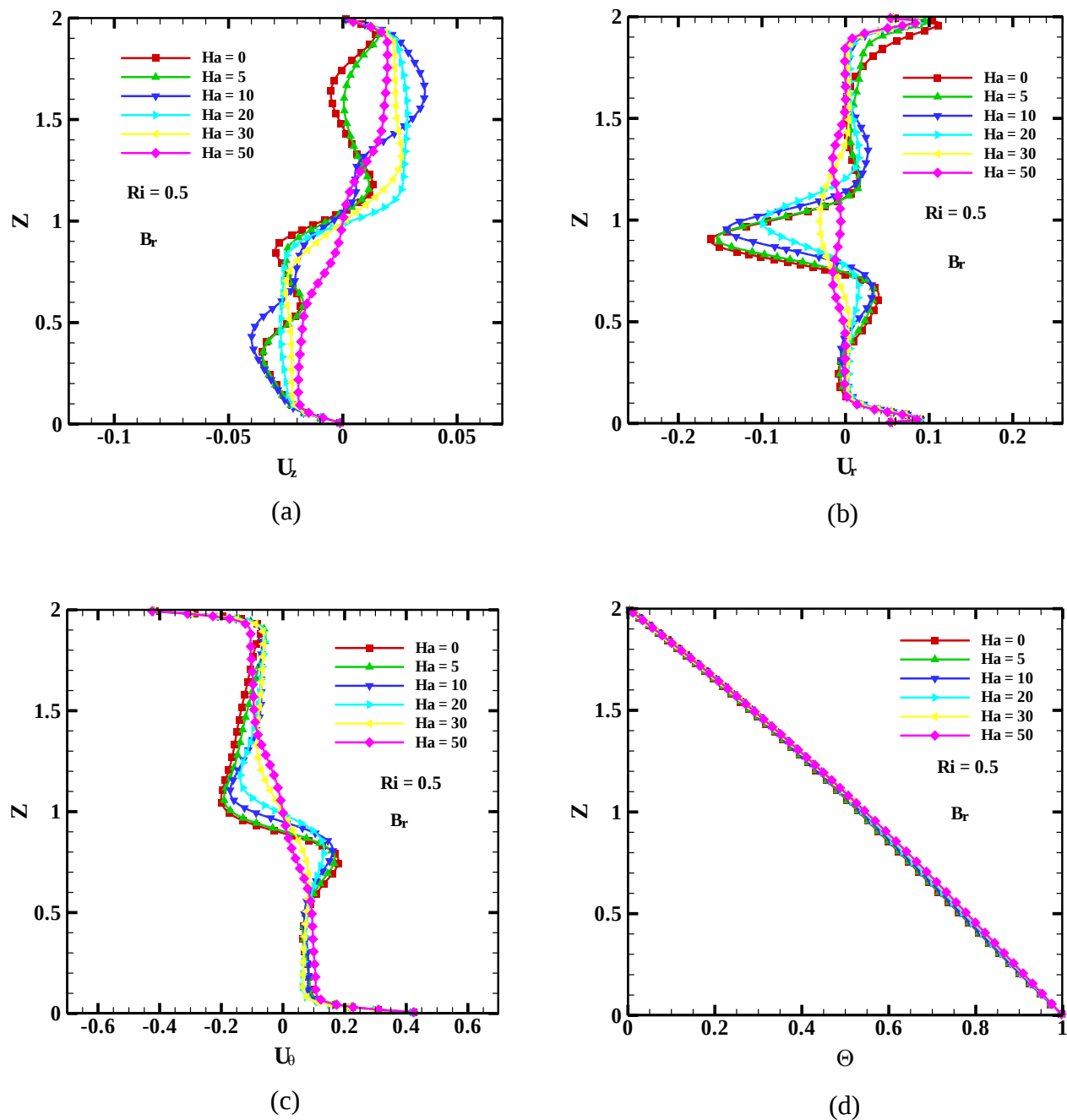


Fig. IV-45: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).

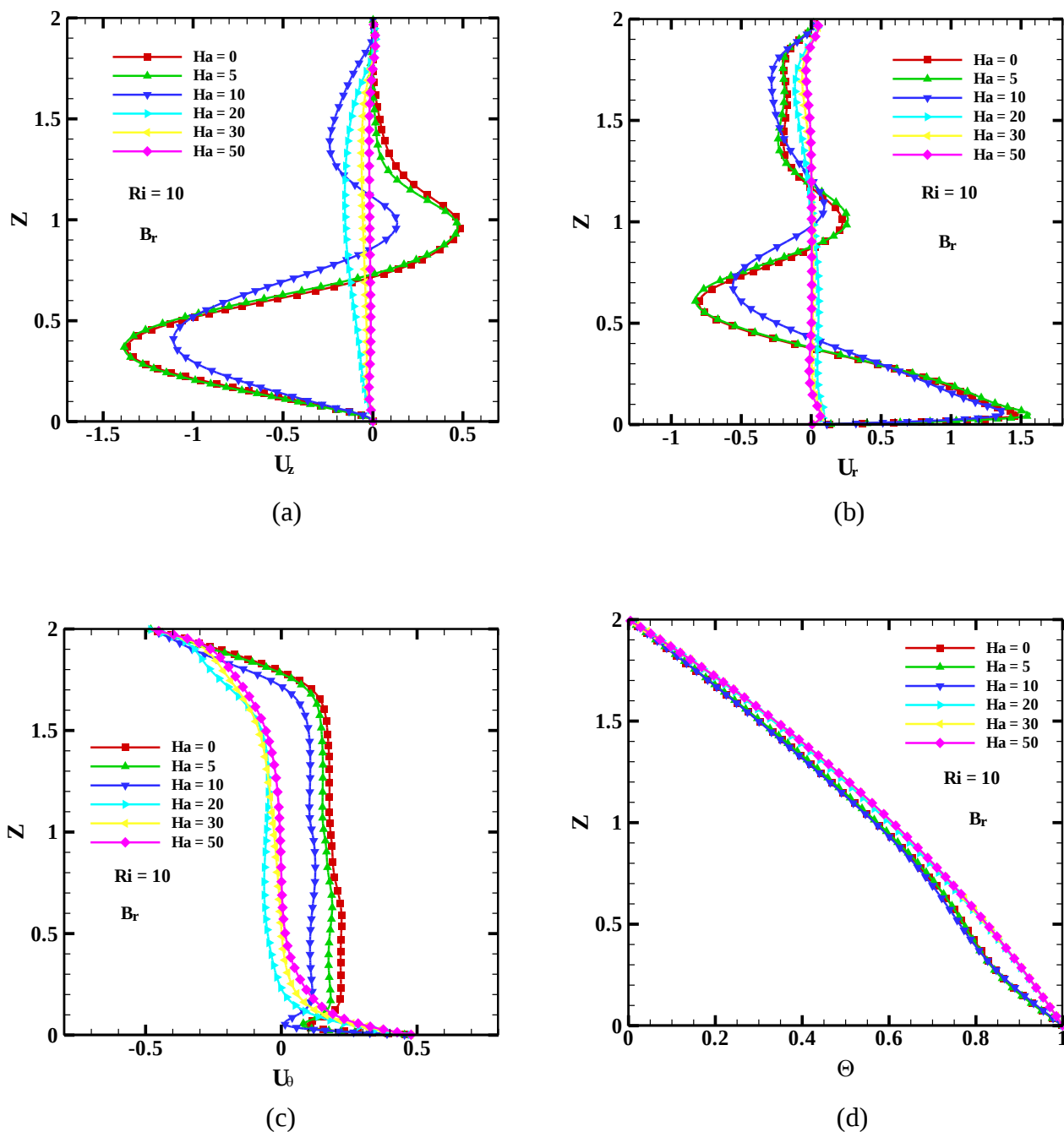


Fig. IV-46: Profils de la composante de vitesse axiale (a), radiale (b), tangentielle (c) et de température (d) à $R = 0.5$, pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).

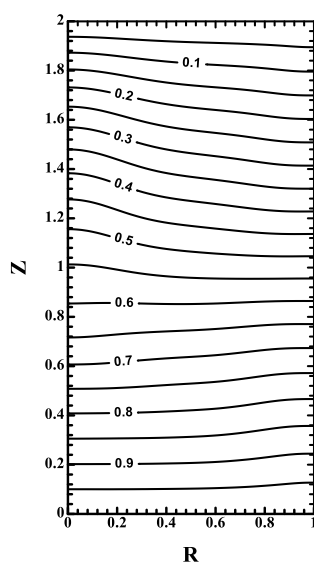
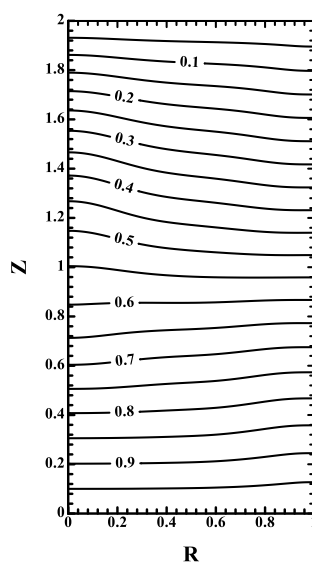
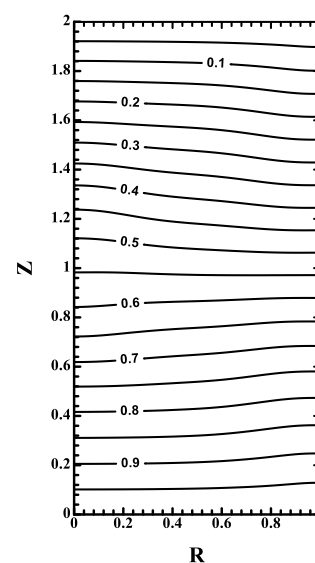
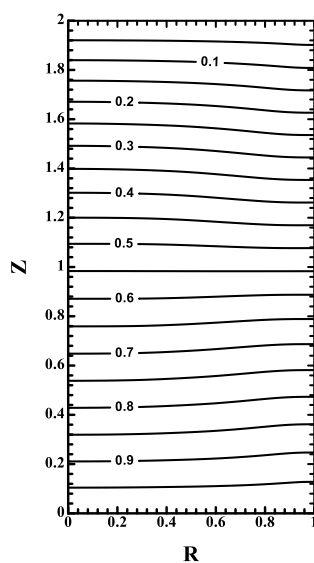
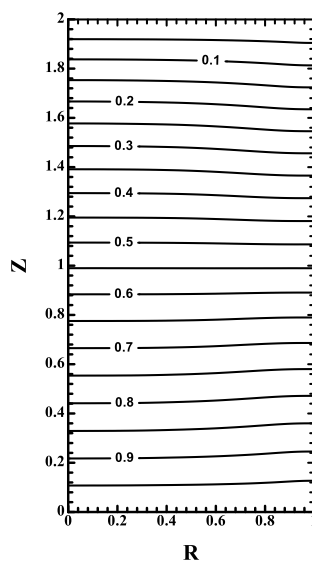
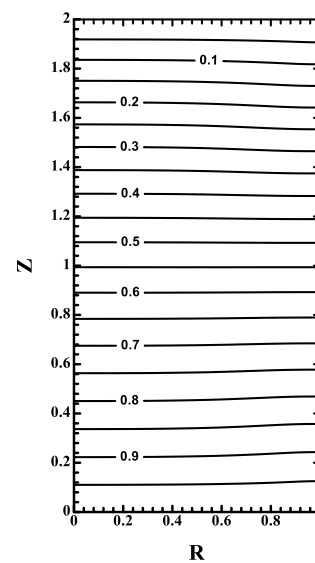
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-47: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 0.5$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique radial).

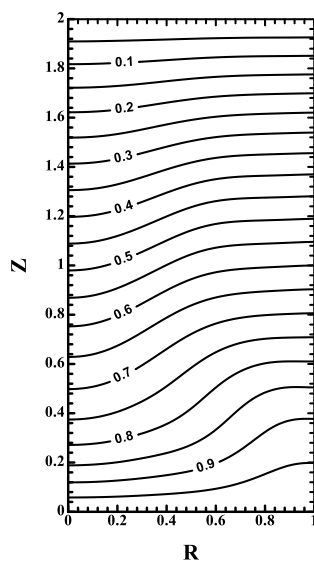
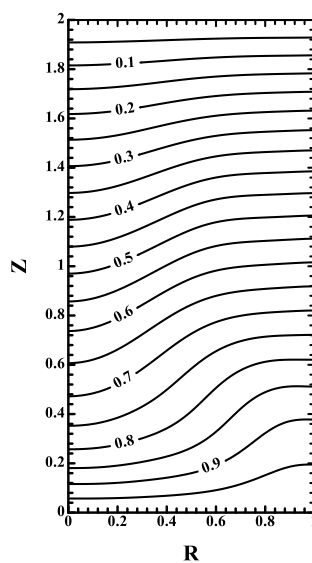
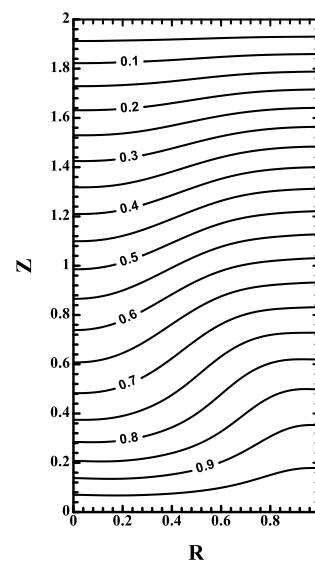
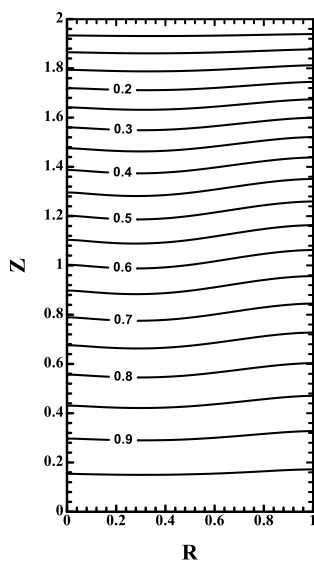
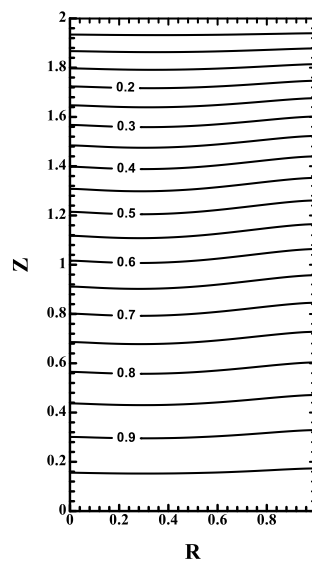
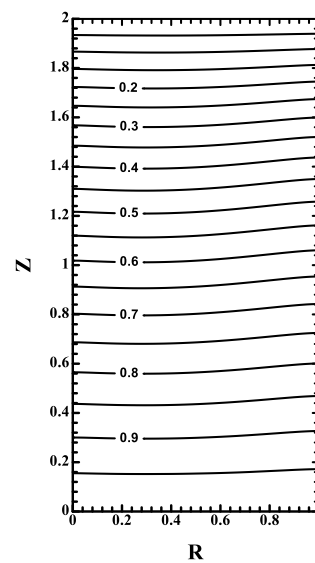
(a) $Ha = 0$ (b) $Ha = 5$ (c) $Ha = 10$ (d) $Ha = 20$ (e) $Ha = 30$ (f) $Ha = 50$

Fig. IV-48: Lignes isothermes pour $Gr = 10^6$, pour $Ri = 10$, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique radial).

c- Conclusion de comparaison entre les deux cas (Co-rotatif et contre-rotatif) dans le cas où le champ magnétique radial :

Le même scénario de le cas où le champ magnétique appliqué axialement, pour voir l'effet de de ce dernière qui appliqué radialement, sur l'écoulement en Co-rotation où bien en contre-rotation, on va faire une comparaison entre les deux cas de rotation.

Nous présentons dans le tableau (IV-7) la fonction de courant maximale $\psi_{\max}$, et le nombre de Nusselt moyen le long de disque inférieur Nu_{moy} , lors de l'écoulement pour le deux cas de rotation (Co/Contre- rotation), pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10, et pour différentes valeurs du nombre de Hartmann appliqué radialement ($Ha = 5, 10, 20, 30$ et 50).

Nous déduisons que l'augmentation du nombre de Hartmann provoque la diminution des valeurs maximale de lignes du courant $\psi_{\max}$ ainsi que les valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} , c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ha va stabilise l'écoulement.

Si nous faisons une comparaison entre l'état de l'écoulement sans champ magnétique $Ha = 0$ et l'état de l'écoulement ou $Ha = 5$ on remarque une petite diminution de ($\psi_{\max}$ et Nu_{moy}).

Pour $Ha = 10$, on remarque un changement, car l'écoulement de contre-rotation pour la valeur du nombre de Richardson $Ri = 0.5$ est plus instable que l'écoulement en Co-rotation. Pour la valeur de $Ri = 10$, les paramètres d'écoulement presque se confondre.

Pour $Ha = 20$, l'écoulement en contre-rotation pour $Ri = 0.5$ est plus instable que l'écoulement en Co-rotation des disques d'extrémités et Pour $Ri = 10$, les paramètres d'écoulement presque sont presque égaux. Même chose pour $Ha = 30$.

Pour $Ha = 50$ l'écoulement en Contre-rotation est plus instable que l'écoulement en Co-rotation pour $Ri = 0.5$. Pour $Ri = 10$, les paramètres d'écoulement presque se confondre.

On constate que la croissance de champ magnétique radiale provoque un écoulement stable jusqu'aux valeurs de nombres de Richardson plus grands, et ça est bien vu dans le cas de Co-rotation que le cas de contre-rotation des disques d'extrémités.

Tableau IV-7: Caractéristiques de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Richardson: $Ri=0.5, 10$, et pour différentes nombre du Hartmann $Ha = 0, 5, 10, 20, 30, 50$ (cas des disques en co/Contre-rotation avec champ magnétique radial).

Paramètres		$\psi_{\max}$		Nu_{moy}	
Cas de rotation	Nombre de Ri	Co-rot	Cont-rot	Co-rot	Cont-rot
$Ha = 0$	$Ri = 0.5$	4.4×10^{-4}	8.5×10^{-4}	0.27477	0.27595
	$Ri = 10$	1.3×10^{-3}	1.3×10^{-3}	0.22563	0.25328
$Ha = 5$	$Ri = 0.5$	8.5×10^{-4}	4.2×10^{-4}	0.28358	0.28417
	$Ri = 10$	1.35×10^{-3}	1.35×10^{-3}	0.22238	0.28878
$Ha = 10$	$Ri = 0.5$	6.5×10^{-4}	3.8×10^{-4}	0.26695	0.26673
	$Ri = 10$	1.1×10^{-3}	1.1×10^{-3}	0.21491	0.27020
$Ha = 20$	$Ri = 0.5$	3.4×10^{-4}	3.2×10^{-4}	0.17916	0.17907
	$Ri = 10$	1.6×10^{-4}	1.6×10^{-4}	0.21071	0.17936
$Ha = 30$	$Ri = 0.5$	2.8×10^{-4}	2.8×10^{-4}	0.17725	0.17737
	$Ri = 10$	7.5×10^{-5}	7.5×10^{-5}	0.20672	0.17542
$Ha = 50$	$Ri = 0.5$	2.3×10^{-4}	2.4×10^{-4}	0.17582	0.17821
	$Ri = 10$	4×10^{-5}	4×10^{-5}	0.20253	0.17771

d- La vitesse maximale $U_{\max}$ en fonction de Ha :

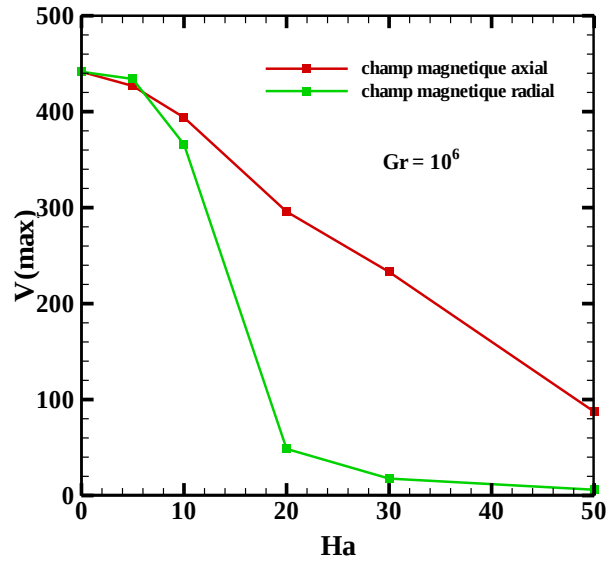
Pour mieux comprendre l'effet de l'intensité du champ magnétique et leur effet d'orientation, nous présentons d'abord les résultats obtenus dans le cas où le champ magnétique appliquée dans le deux sens axialement et radialement sur la convection naturelle. La figure (Fig. IV-49) montre la vitesse axiale maximale $V_{\max}$ et la vitesse radiale maximale $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour un nombre de Grashof $Gr = 10^6$. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus dans le cas où le champ magnétique appliquée axialement et radialement sur la convection mixte en Co-rotation. Les figures (Fig. IV-50, IV-51) montrent la vitesse axiale maximale $V_{\max}$ et la vitesse radiale maximale $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10. Enfin, nous présentons les résultats obtenus dans le cas où le champ magnétique appliquée axialement et radialement sur la convection mixte en contre-rotation. Les figures (Fig. IV-52, IV-53) montrent la vitesse axiale maximale $V_{\max}$ et la vitesse radiale maximale $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour différents nombre de Richardson $Ri = 0.5$, et 10.

En examinant ces figures, Nous déduisons que l'augmentation du nombre de Hartmann provoque la diminution des valeurs maximale des vitesses (axiales $U_{\max}$, radiales $V_{\max}$), c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ha va stabilise l'écoulement.

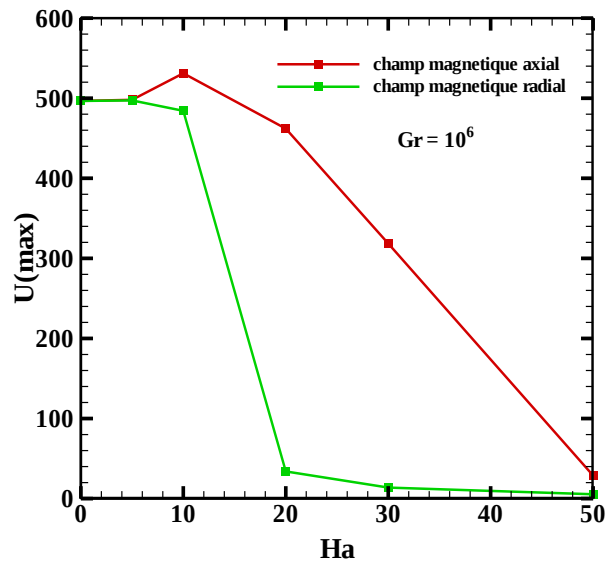
Si nous faisons une comparaison entre l'état de l'écoulement sans champ magnétique $Ha = 0$ et l'état de l'écoulement ou $Ha = 5$ on remarque une petite diminution de $(U_{\max}, V_{\max})$.

Si nous faisons augmentons le nombre de Hartmann, on remarque une diminution successive de $(U_{\max}, V_{\max})$, mais un peu des instabilités peut être vu dans l'écoulement en contre-rotation.

Pour une valeur élevée du nombre de Hartmann, nous observons que $U_{\max}$ et $V_{\max}$ sont très petits en comparant avec les faibles valeurs de Ha . Cela est dû à la suppression du mécanisme de convection par le champ magnétique.



(a)



(b)

Fig. IV-49: La vitesse maximale (a) $V_{\max}$ et (b) $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$ (cas de convection naturelle).

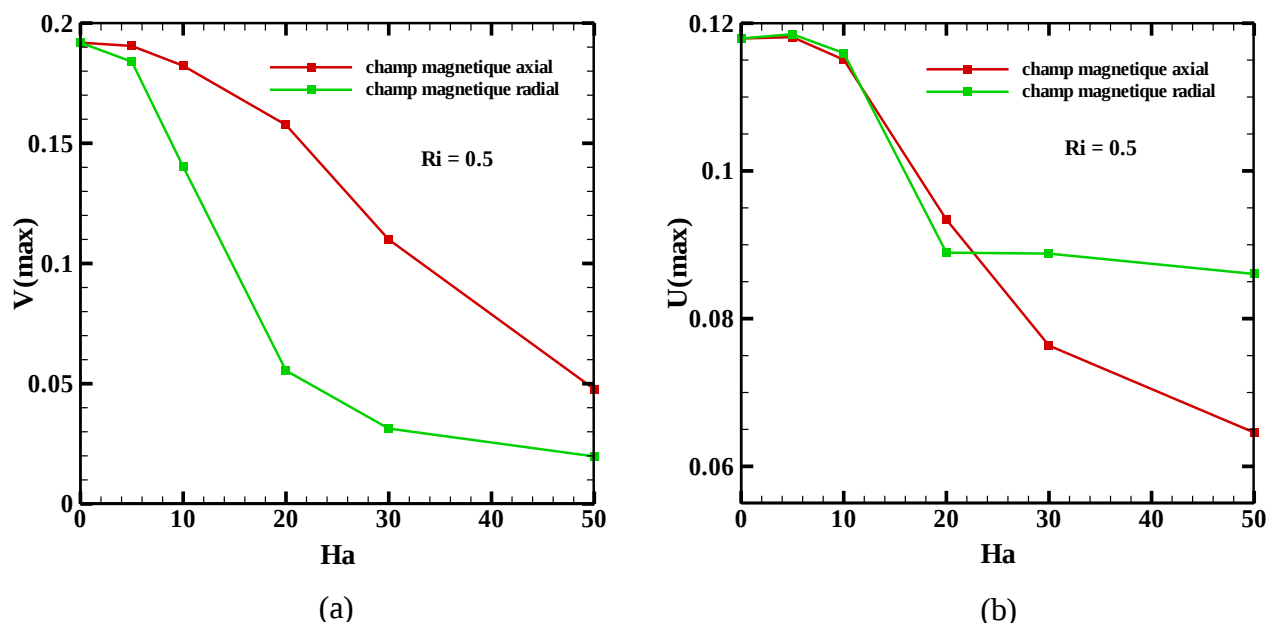


Fig. IV-50: La vitesse maximale (a) $V_{\max}$ et (b) $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en co-rotation).

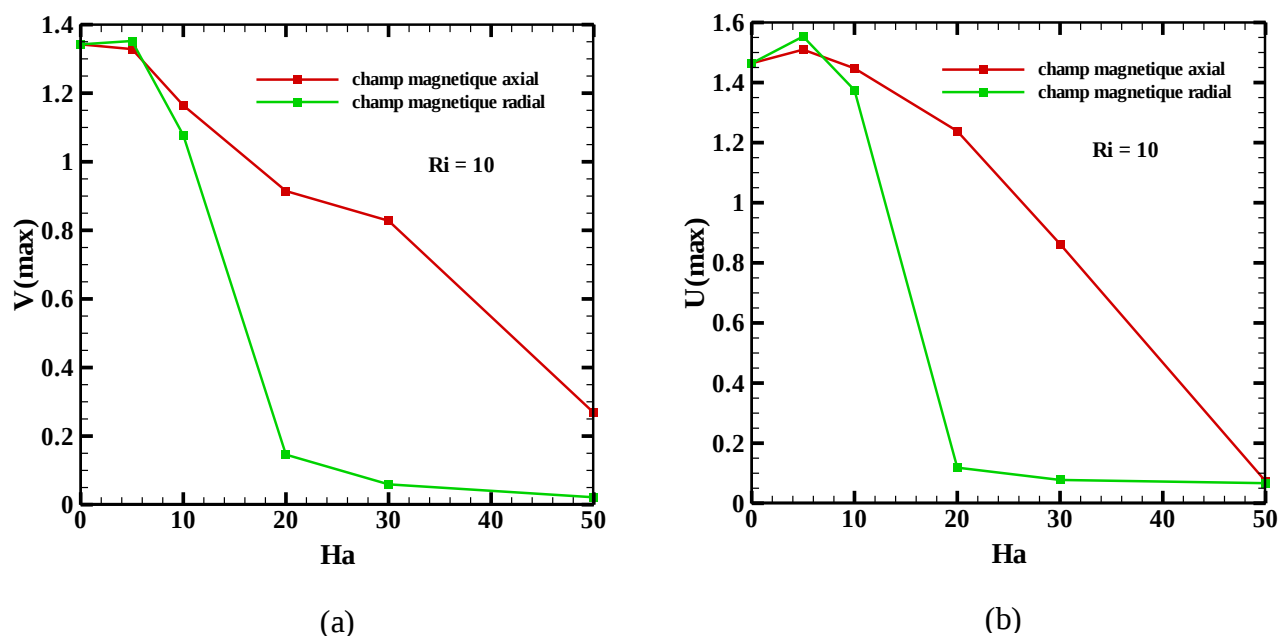


Fig. IV-51: La vitesse maximale (a) $V_{\max}$ et (b) $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 10$ (cas des disques en co-rotation).

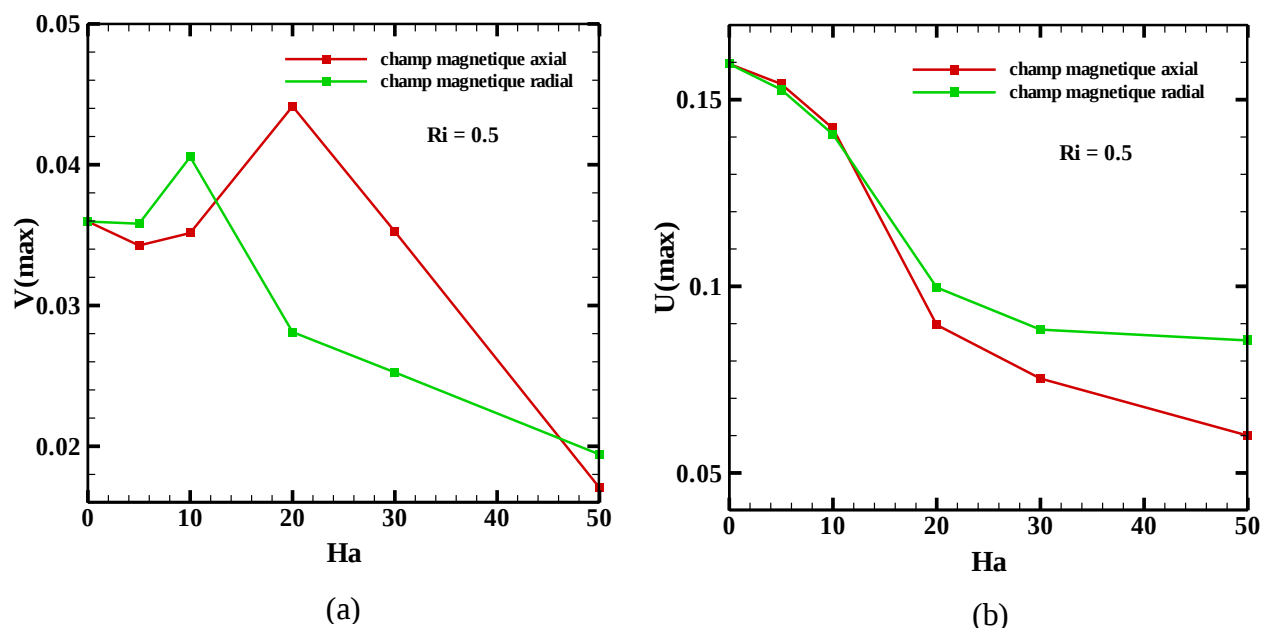


Fig. IV-52: La vitesse maximale (a) $V_{\max}$ et (b) $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en contre-rotation).

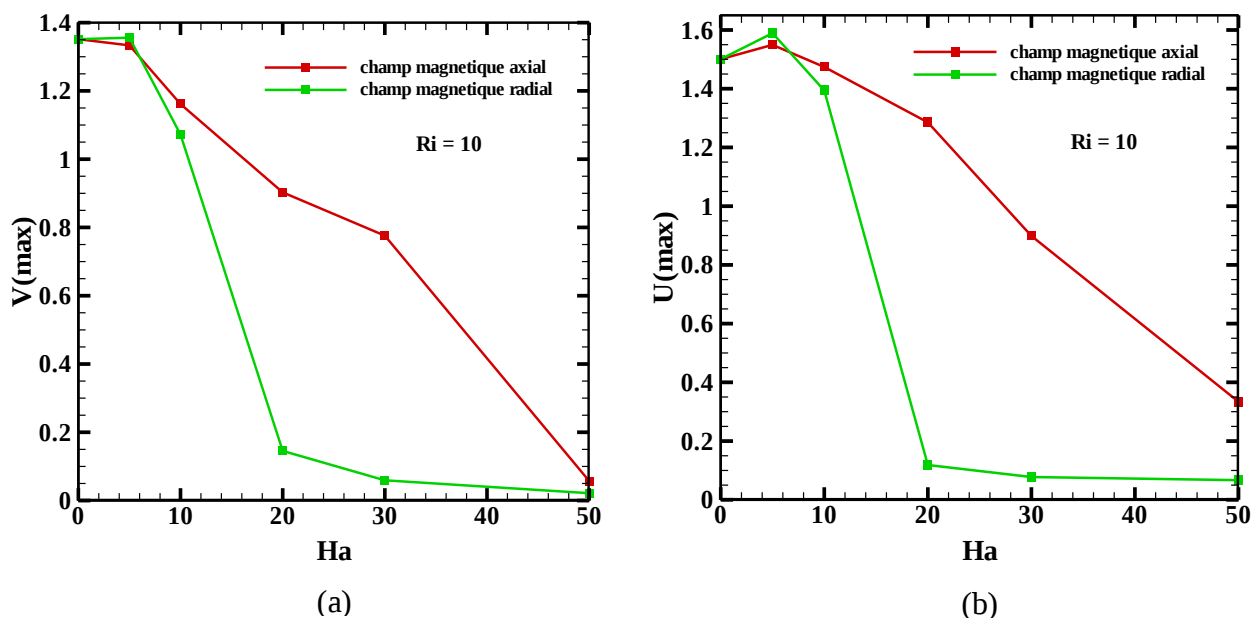


Fig. IV-53: La vitesse maximale (a) $V_{\max}$ et (b) $U_{\max}$ en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué axialement et radialement pour $Gr = 10^6$, et pour $Ri = 10$ (cas des disques en contre-rotation).

IV.4.6. Comparaison de l'effet de l'orientation du champ magnétique :

Pour montrer l'effet de l'orientation du champ magnétique sur la convection thermique (naturelle ou mixte), nous présentons d'abord les résultats obtenus dans le cas où le champ magnétique appliquée dans le deux sens axialement et radialement sur la convection naturelle. La figure (Fig. IV-54) montre les profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R=0.5$, pour un nombre de Grashof $Gr=10^6$, et pour différents valeurs de nombre de Hartmann appliqué à la direction axiale et radiale respectivement, et la figure (Fig. IV-55) montre les profils de la composante de vitesse radiale U_r à $R=0.5$, pour un nombre de Grashof $Gr=10^6$, et pour différents valeurs de nombre de Hartmann appliqué à la direction axiale et radiale respectivement. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus dans le cas où le champ magnétique appliquée axialement et radialement sur la convection mixte en Co-rotation. Les figures (Fig. IV-56, IV-58) montrent les profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R=0.5$, pour différentes nombre de Richardson $Ri=0.5$, et 10, et pour différents valeurs de nombre de Hartmann appliqué à la direction axiale et radiale respectivement, et les figures (Fig. IV-57, IV-59) montrent les profils de la composante de vitesse radiale U_r à $R=0.5$, pour différentes nombre de Richardson $Ri=0.5$, et 10, et pour différents valeurs de nombre de Hartmann appliqué à la direction axiale et radiale respectivement. Enfin, nous présentons les résultats obtenus dans le cas où le champ magnétique appliquée axialement et radialement sur la convection mixte en contre-rotation. Les figures (Fig. IV-60, IV-62) montrent les profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R=0.5$, pour différentes nombre de Richardson $Ri=0.5$, et 10, et pour différents valeurs de nombre de Hartmann appliqué à la direction axiale et radiale respectivement, et les figures (Fig. IV-61, IV-63) montrent les profils de la composante de vitesse radiale U_r à $R=0.5$, pour différentes nombre de Richardson $Ri=0.5$, et 10, et pour différents valeurs de nombre de Hartmann appliqué à la direction axiale et radiale respectivement.

En examinant ces figures, Nous concluons que l'augmentation du nombre de Hartmann provoque la diminution des amplitudes de composantes des vitesses (axiales U_z , radiales U_r), dans le cas du champ magnétique radial que dans le cas du champ magnétique axial c.-à-d. que l'augmentation des valeurs de Ha va stabilise plus l'écoulement dans le cas du champ magnétique radial que dans le cas du champ magnétique axial.

Si nous faisons une comparaison entre l'état de l'écoulement sans champ magnétique $Ha = 0$ et l'état de l'écoulement ou $Ha = 5$ appliqué dans les deux directions, on remarque une grande diminution des amplitudes des vitesses (axiales U_z , radiales U_r) dans le cas où le champ magnétique appliqué radialement.

Si nous faisons augmentons le nombre de Hartmann, on remarque une diminution successive des amplitudes des vitesses (axiales U_z , radiales U_r), mais cette diminution est grande dans le cas où le champ magnétique appliqué radialement (un peu des instabilités peut être vu dans le cas des disques tournent en contre-rotation).

Pour une valeur élevée du nombre de Hartmann, nous observons que les amplitudes des vitesses (axiales U_z , radiales U_r) sont très petits en comparant avec les faibles valeurs de Ha , mais ces amplitudes des vitesses sont très petits dans le cas du champ magnétique appliqué radialement en comparant avec le cas du champ magnétique appliqué axialement. Cela est dû à la suppression du mécanisme de convection est plus par le champ magnétique radial.

Finalement, on peut conclure que l'orientation du champ magnétique est donne plus d'effet sur le mécanisme de convection. En comparaison avec les cas du champ magnétique appliqué dans les deux directions présentant dans les figures schématisées au-dessous quelles montrent l'influence du paramètre Ha du champ magnétique radial est plus sur le mouvement du fluide. Nos résultats obtenus montrent que le champ magnétique radial provoque la forte stabilisation de l'écoulement de convection thermique.

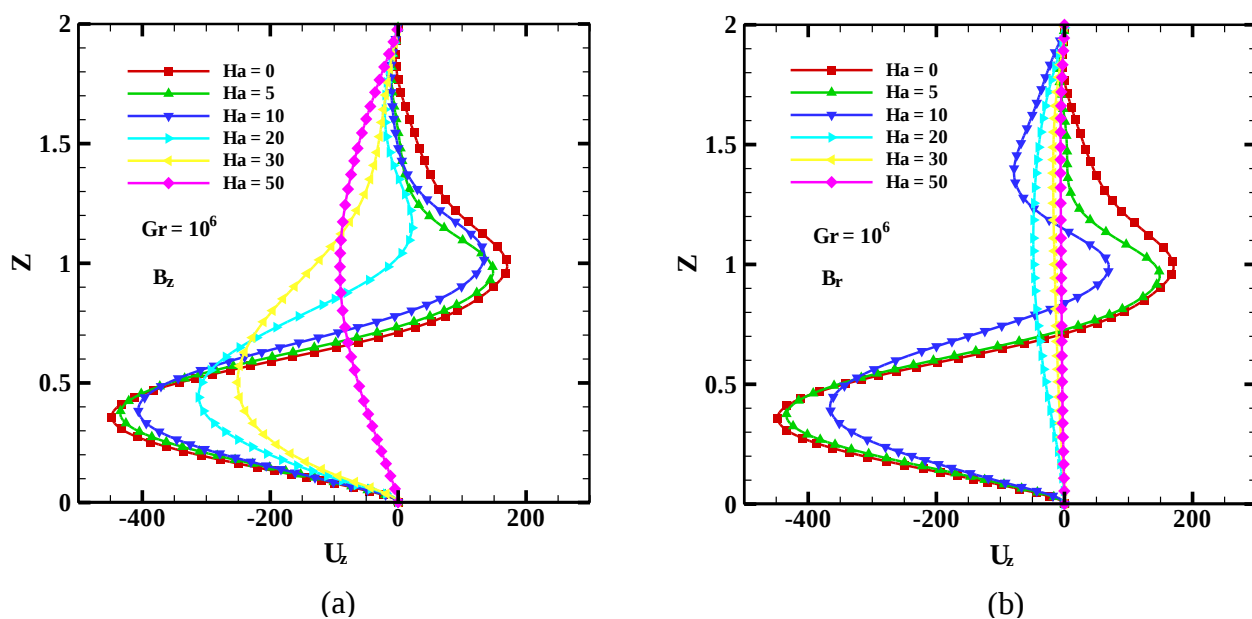


Fig. IV-54: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$.

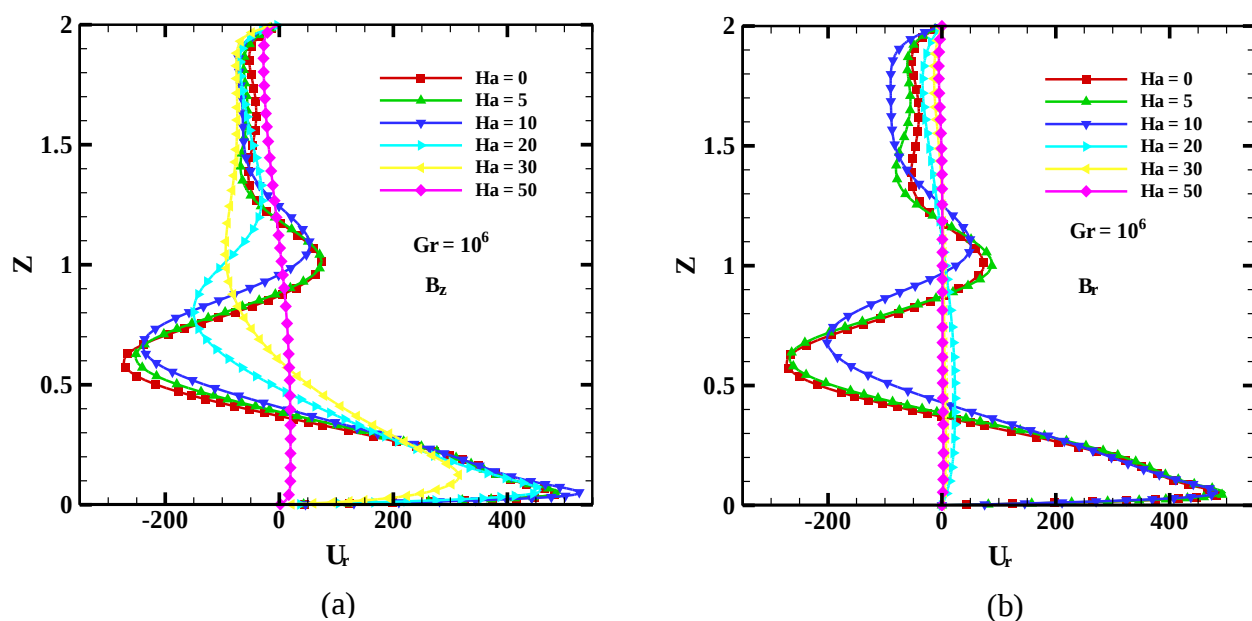


Fig. IV-55: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$.

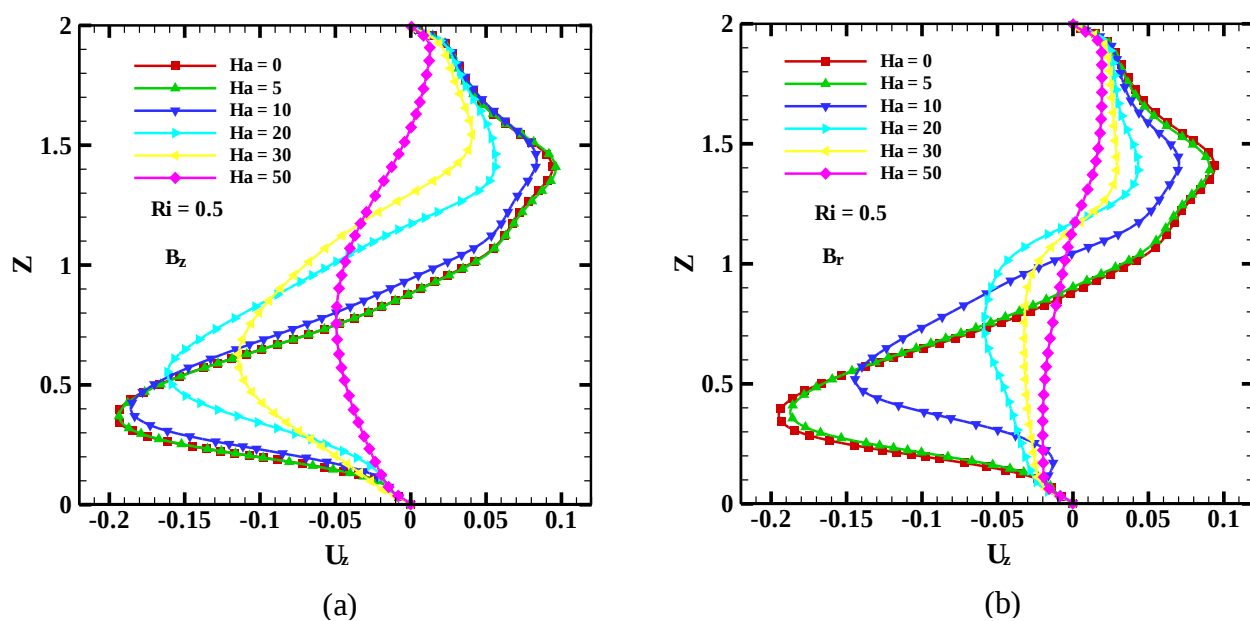


Fig. IV-56: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en co-rotation).

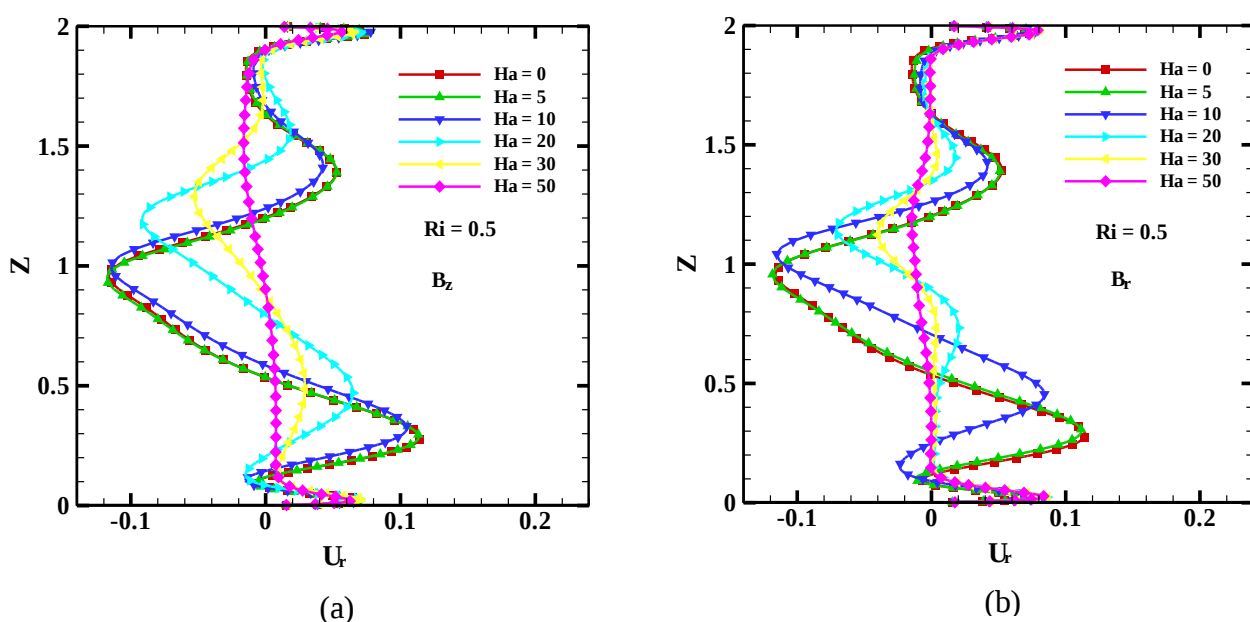


Fig. IV-57: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en co-rotation).

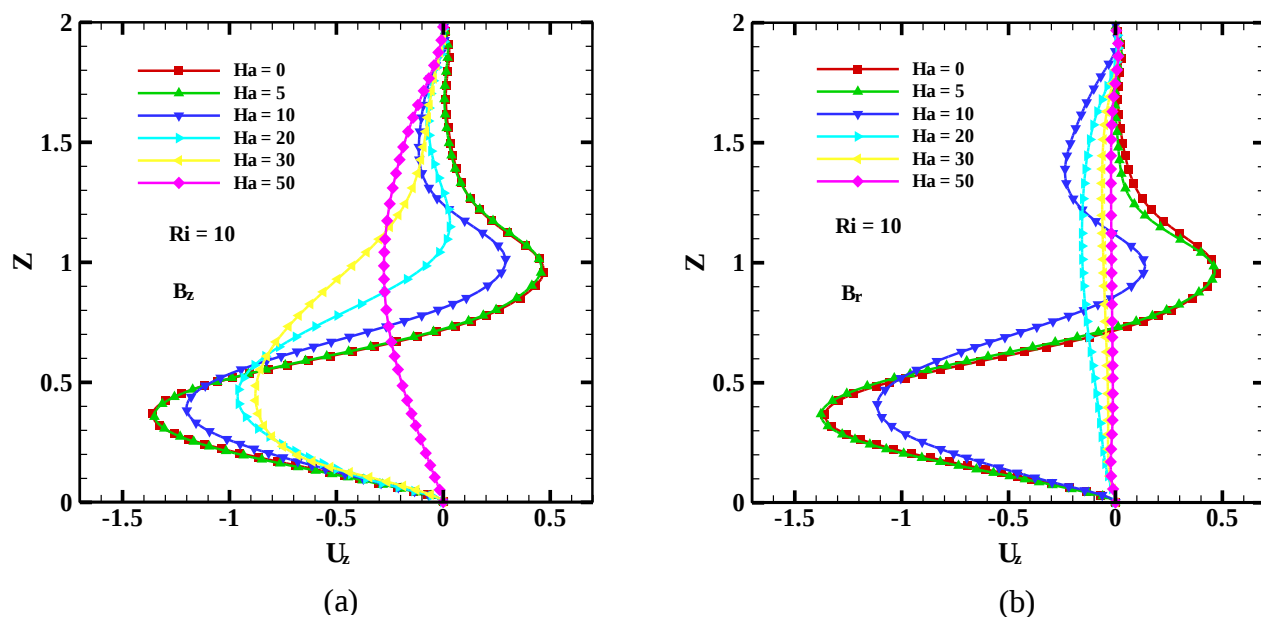


Fig. IV-58: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en co-rotation).

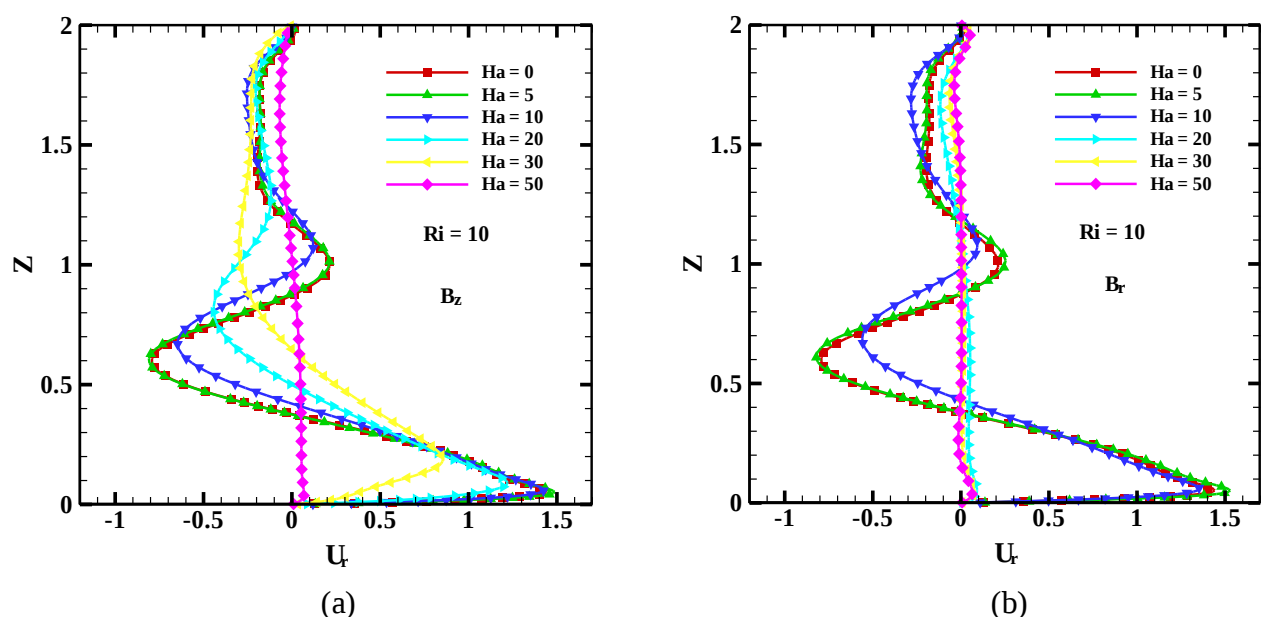


Fig. IV-59: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en co-rotation).

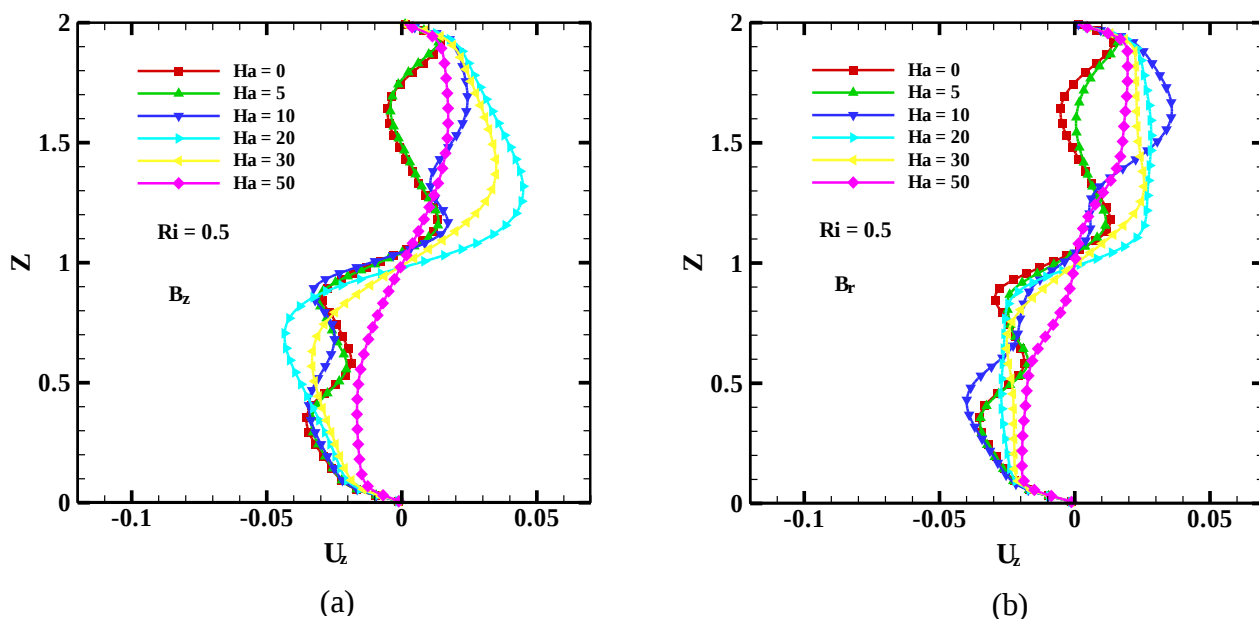


Fig. IV-60: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en contre-rotation).

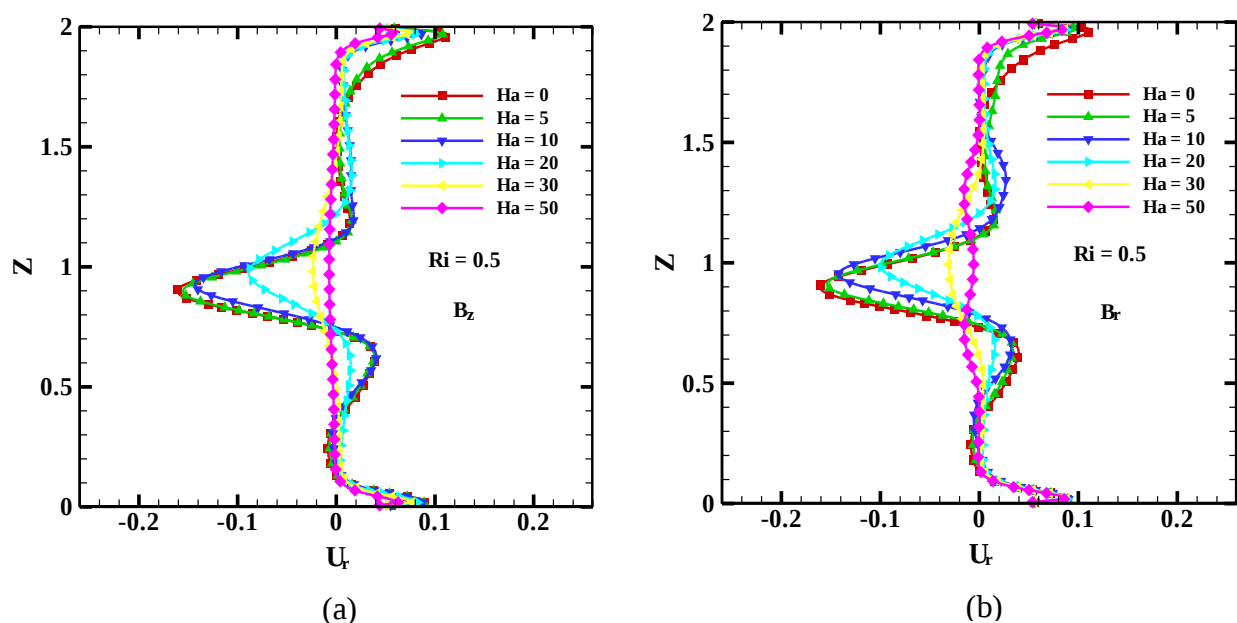


Fig. IV-61: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 0.5$ (cas des disques en contre-rotation).

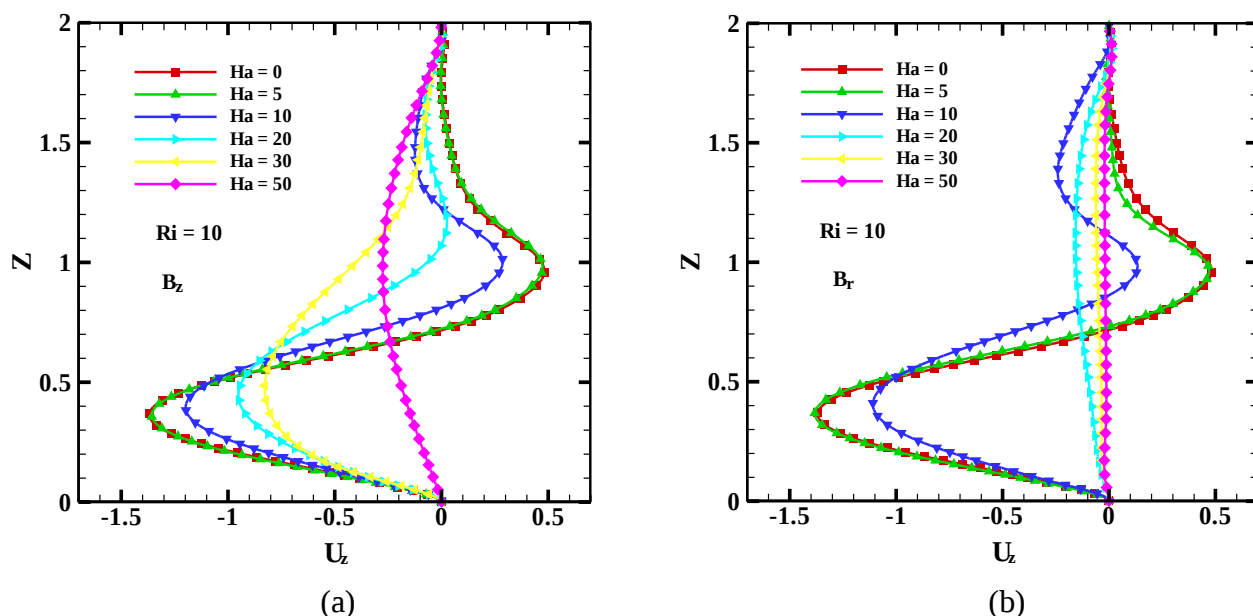


Fig. IV-62: Profils de la composante de vitesse axiale U_z à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en contre-rotation).

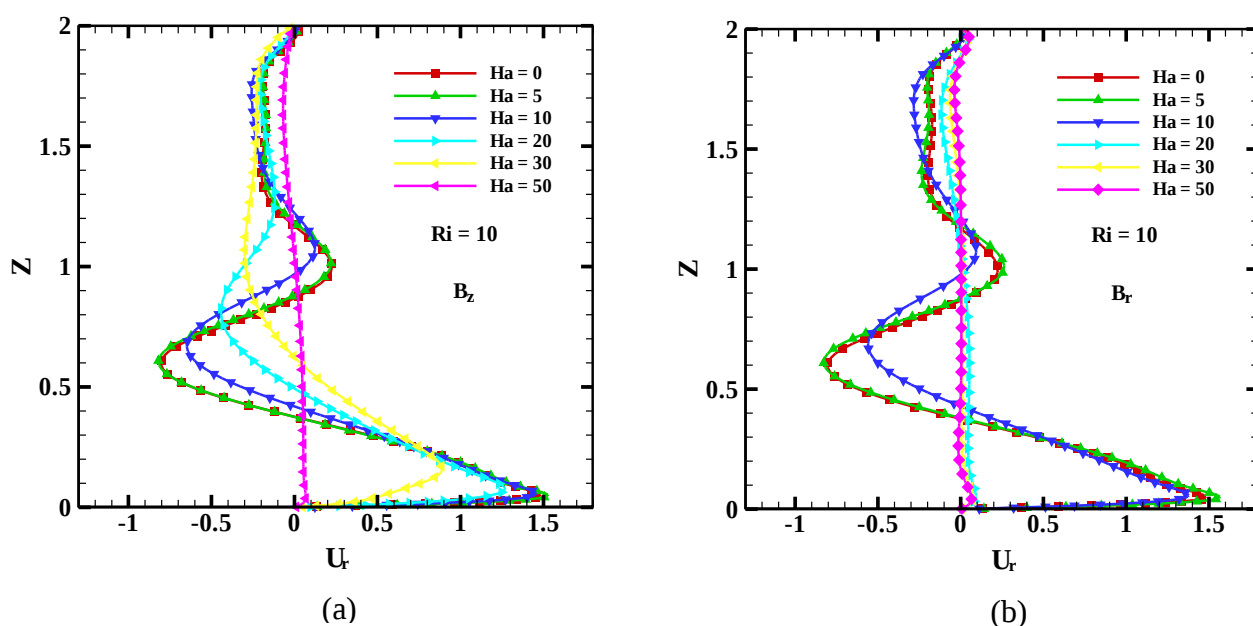


Fig. IV-63: Profils de la composante de vitesse axiale U_r à $R = 0.5$, en fonction de nombre de Hartmann Ha appliqué (a) axialement et (b) radialement pour $Gr = 10^6$ et pour $Ri = 10$ (cas des disques en contre-rotation).

IV.5.Taux de transfert de chaleur (Nombre de Nusselt moyen) :

Le taux de transfert de chaleur et de masse à travers la cavité est obtenu en évaluant la moyenne des nombres de Nusselt sur la paroi chaude de la cavité (disque inférieur de la cavité). La figure (Fig. IV-64) présente un schéma de nombre de Nusselt moyen $Nu(moy)$ en fonction de nombre de de Grashof Gr .

Dans le cas de la convection naturelle, et pour le nombre de Nusselt moyen $Nu(moy)$ est clairement noté que l'augmentation de Gr correspond plus en plus nombreux $Nu(moy)$, ce qui s'explique par la domination de la convection naturelle lorsque le nombre de Grashof augmente.

La figure (Fig. IV-65) présente un schéma de nombre de Nusselt moyen $Nu(moy)$ en fonction du nombre de Richardson Ri .

Dans le cas de la convection mixte, et pour le nombre de Nusselt moyen est clairement noté que l'augmentation de Ri correspond la réduite de nombre Nu , ce qui s'explique par la diminution du nombre de Re (diminution de la vitesse de rotation où la conduction domine le transfert de chaleur).

On remarque aussi une forte baisse lors de la convection forcée est dominant ($0.01 \leq Ri \leq 0.5$). Toutefois, pour les grandes valeurs du nombre de Richardson ($Ri \geq 10$), il diminue de façon monotone et linéaire (convection naturelle principalement).

L'effet du champ magnétique sur la convection thermique peut être observé aussi dans les taux de transfert des chaleurs présentées sur la figure (Fig. IV-66) pour la convection naturelle, sur la figure (Fig. IV-167) pour la convection mixte en Co-rotation des disques d'extrémités, et sur la figure (Fig. IV-68) pour la convection mixte en contre-rotation des disques d'extrémités. Nous observons que pour un champ magnétique à faible intensité, les nombres moyens de Nusselt sont presque semblables à ceux de la convection thermique en l'absence d'un champ magnétique. La croissance du nombre de Hartmann entraîne une diminution des taux de transfert des chaleurs. Cependant pour une grande valeur du nombre de Hartmann, les taux de transfert des chaleurs sont très peu, ce qui indique que la majeure partie du transfert de chaleur se fait par conduction thermique. En conséquence l'application du champ magnétique réduit les taux de transfert de chaleur et de masse.

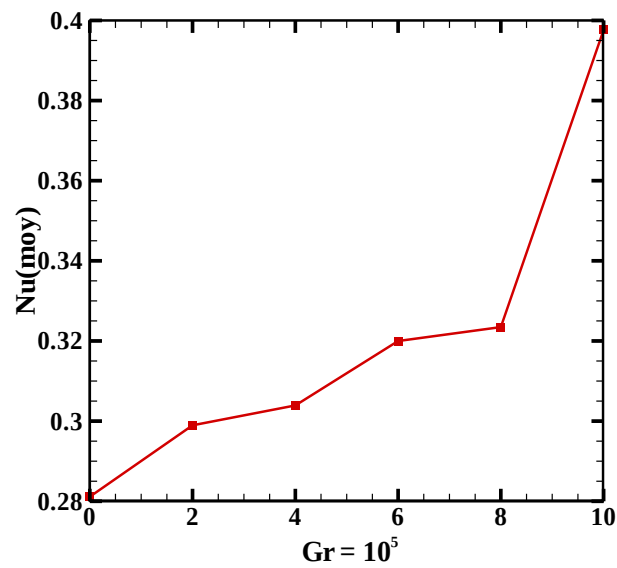


Fig. IV-64: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Grashof (sans champ magnétique).

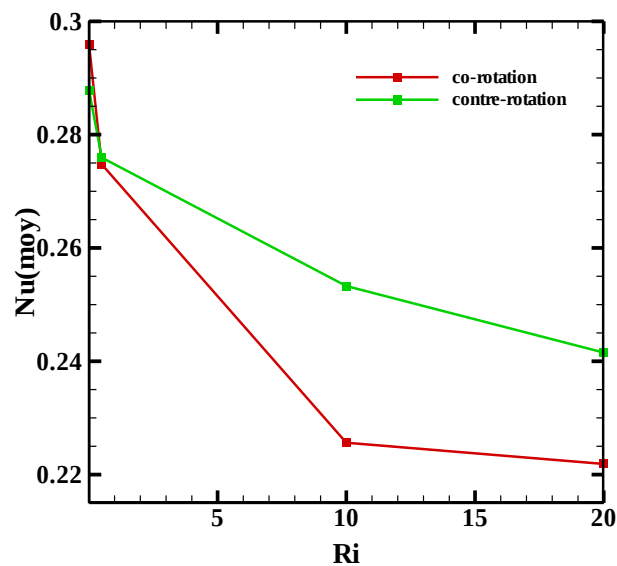


Fig. IV-65: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Richardson pour Gr=10⁶ (cas des disques en co/contre-rotation sans champ magnétique).

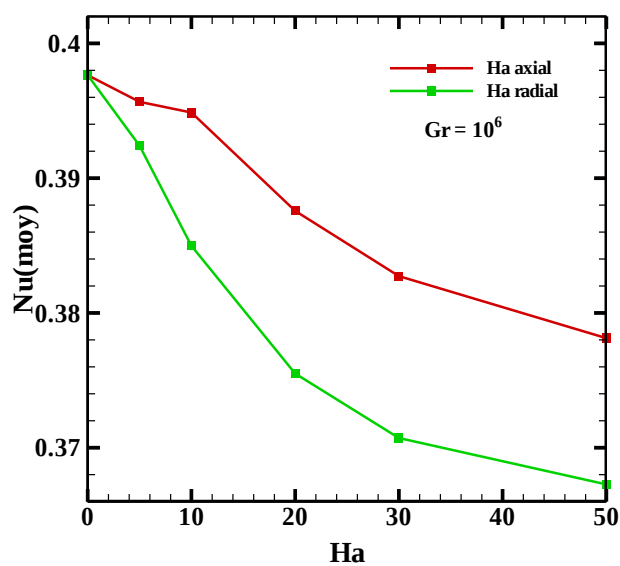


Fig. IV-66: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Hartmann pour $Gr=10^6$ (cas du champ magnétique axial et radial).

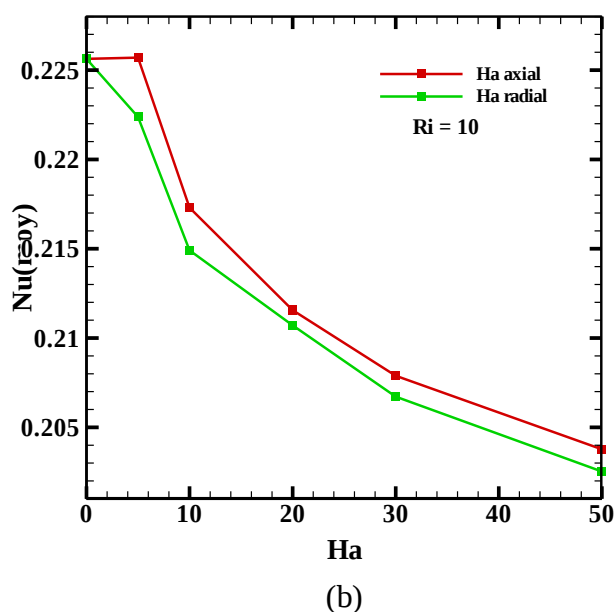
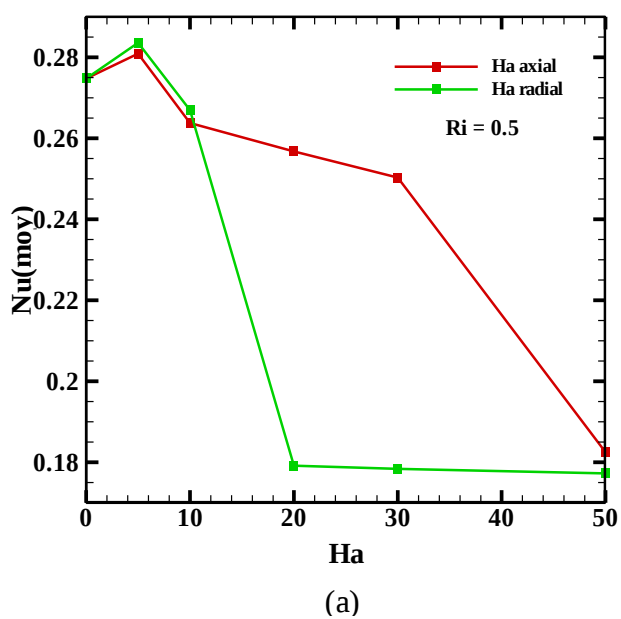


Fig. IV-67: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Hartmann pour $Gr=10^6$, et pour $Ri = 0.5, 10$ (cas des disques en co-rotation avec champ magnétique axial et radial).

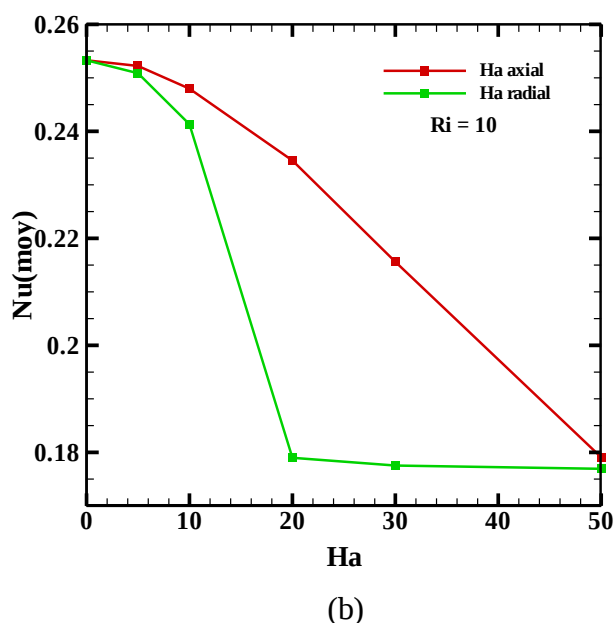
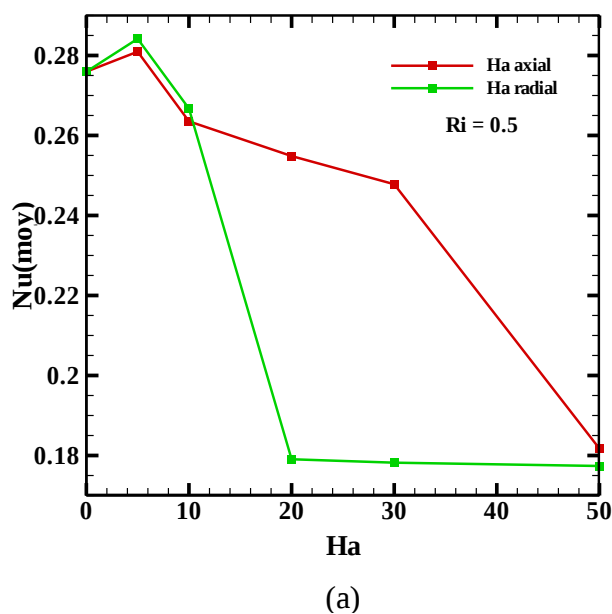


Fig. IV-68: Nombre de Nusselt moyen (disque chaud) en fonction du nombres de Hartmann pour $Gr=10^6$, et pour $Ri = 0.5, 10$ (cas des disques en contre-rotation avec champ magnétique axial et radial).

Conclusion et perspectives

Une étude numérique des transferts thermiques convectifs dans une cavité cylindrique axisymétrique remplie par un fluide à faible nombre de Prandtl conducteur à l'électricité sous l'influence d'un champ magnétique externe (axiale B_z ou radial B_r) a été présentée. Un logiciel (FLEUNT) sur la base de la méthode des volumes finis a été utilisé pour résoudre numériquement les équations régissant les deux phénomènes.

Dans la première partie de ce travail, les principaux résultats sont :

- Ces travaux ont été validés par comparaison avec les données expérimentales et numériques trouvés dans la littérature, et sont en bon accord.
- L'étude de la convection naturelle montre que pour des valeurs élevées du nombre de Grashof (6×10^5 , 8×10^5 , 10^6) entraîne l'instabilité de l'écoulement provoqué par la production d'un flux de régime multicellulaire.
- L'augmentation du nombre de Grashof Gr conduit à une augmentation du nombre de Nusselt Nu , et provoque des changements dans la structure du flux et du champ thermique, qui permet de contrôler la convection naturelle.
- Nos résultats numériques pour le cas de la convection mixte ont montré que l'augmentation du nombre de Richardson Ri affecte directement dans la structure de l'écoulement et du champ thermique dans les deux cas Co / contre- rotation.
- L'augmentation de nombre de Richardson Ri , conduit à une diminution du nombre Reynolds Re et le taux de transfert de chaleur (Nu), dans le cas de Co- rotation.
- Le fluide dans la majorité du cylindre tourne quasi- rigidement avec une vitesse intermédiaire de disques d'extrémité et les champs d'écoulement et les isothermes sont symétriques par rapport au plan médian ($Z = 1$).
- Dans le cas de contre- rotation, on obtient une situation antisymétrique où chaque disque tend à mener une moitié de l'épaisseur de fluide par rapport à la vitesse angulaire, $+\Omega$ et $-\Omega$, un écoulement de cisaillement inter-disque est créé, à un certain nombre de Ri , l'écoulement perd sa symétrie en raison de la couche limite instable pour Co- rotation et une instabilité de cisaillement dans le cas de contre- rotation.
- En absence du champ magnétique, la structure de l'écoulement montre une irrégularité due à la convection libre pure ou mixte.

Dans la deuxième partie de ce travail, les principaux résultats sont :

- En présence du champ magnétique, l'écoulement est plus régulier.
- Une augmentation dans l'intensité du champ magnétique cause un changement dans la magnitude et la structure de l'écoulement.
- L'intensité de l'écoulement est réduite dans les deux directions du champ magnétique, donc une régularisation dans l'écoulement est observée au centre de la cavité.
- La réduction de l'écoulement est importante quand le champ magnétique est orienté verticalement (transversal au gradient de température) et plus faible quand le champ magnétique est longitudinal (aligné avec le gradient de température).
- Avec l'application du champ magnétique, la stratification thermique dans le cœur de la cavité est détruite et les isothermes deviennent parallèles aux parois verticales.

En conclusion, les résultats indiquent que :

- L'application d'un champ magnétique permanent sur le bain conducteur à l'électricité est un moyen de stabiliser, de réorganiser l'écoulement de convection.
- Le taux de transfert de chaleur se stabilise avec l'augmentation de nombre de Hartmann.
- Le champ magnétique radial provoque la forte stabilisation de l'écoulement de convection thermique.

Bibliographique

- [1] F. Lévy, “Physique et technologie des semi-conducteurs”, Presses polytechniques et universitaires Romandes, Première édition, Lausanne (1995).
- [2] A. Verneuil, “Annales de Chimie et de Physique“ 8e série III (1904), 20.
- [3] J. Czochralski, Z. Physik, Chem. 92 (1918), 219.
- [4] G.R. Teal et J.B. Little, “Growth of germanium single crystals“. Phys. Rev. 78 (1950) 647.
- [5] A.W.A. Hart, Czochralski Crystal Growth, Leiden Univ. Diss. 1978.
- [6] F.E. Rosenberger, Fundamentals of Crystal Growth, Springer 1979.
- [7] D.T.J. Hurle, Crystal Pulling from the Melt, Springer-Verlag 1993.
- [8] D.T.J. Hurle, Handbook of Crystal Growth vol. A-B, North-Holland 1993- 1994.
- [9] R. Fornari, Theoretical and Technological Aspects of Crystal Growth, Trans. Tech. Publ. 1998.
- [10] H.J. Scheel and T. Fukuda, Crystal Growth Technology, John Wiley & Sons 2003.
- [11] P. Capper, Bulk Crystal Growth of Electronic, Optical and Optoelectronic Materials, John Wiley & Sons 2005.
- [12] M. H. Tavakoli, Numerical analysis of seeding process during Czochralski growth of oxide single crystals, these doctoral, University Cottbus, 2006.
- [13] F. Lévy, “Physique et technologie des semi-conducteurs (Traité des matériaux) ”, Edition Broché, 1994.
- [14] H. Oya, Y. Horioka, Y. Furukawa and T. Shingyoji, Extended Abstracts (The 37th Spring Meeting, 1990); The Japan Society of Applied Physics and Related Society.
- [15] M. Itsumi, H. Akiya and T. Ueki, J. Appl. Phys. **78** (1995) 5984.
- [16] S. Miyazawa, Semi-Insulating III-V Materials (1986) 3.

- [17] H. Yamagishi, I. Fusegawa, K. Takano, E. Iino, N. Fujimaki, T. Ohta and M. Sakurada, *Semiconductor Silicon* (1994) 124.
- [18] A. F. Witt, C. J. Herman and H. C. Gatos, *J. Mater. Sci.* **5** (1970) 882.
- [19] G. Meuller and R. Rupp, *Crystal Properties and Preparation*, Vol. 35 (Trans Tech. Switzerland, 1991) 138.
- [20] D. T. J. Hurle, *J. Cryst. Growth* **65** (1983) 124.
- [21] K. Hoshi, T. Suzuki, Y. Okubo and N. Isawa, *Extended Abstracts of E.C.S. Spring Meeting*, (The Electrochemical Soc., Pennington, 1980) 811.
- [22] T. Suzuki, N. Isawa, Y. Okubo and K. Hoshi, *Semiconductor Silicon 1981*, eds. H. R. Huff, R. J. Kriegler and Y. Takeishi (The Electrochem. Soc., Pennington, 1981) 90.
- [23] H. Hirata and N. Inoue, *Jpn. J. Appl. Phys.* **23** (1984) L527.
- [24] H. Hirata and K. Hoshikawa, *J. Cryst. Growth* **96** (1989) 747.
- [25] H. Hirata and K. Hoshikawa, *J. Cryst. Growth* **113** (1991) 164.
- [26]- H. U. Vogel. “Experimentelle Ergebnisse über die laminare Strömung in einem zylindrischen Gehäuse mit darin rotierender Scheibe”, MPI Bericht 6, 1968.
- [27]- H. U. Vogel. “Rückströmungsblasen in Drallströmungen. Festschrift 50 Jahre Max-Plank-Institut für Strömungsforschung, 1975.
- [28]- B. Ronnenberg. “ Ein selbstjustierendes 3-Komponenten-Laserdoppleranemometer nach dem Vergleichsstrahlverfahren, angewandt für Untersuchungen in einer stationären zylindersymmetrischen Drehströmung mit einem Rückstromgebiet”, MPI Bericht 20, 1977.
- [29]- M. P. Escudier. “Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall”, *Experiments in Fluids*, vol. 2, pp. 189-196, 1984.
- [30] J. M. Hyun, *Flow in an open tank with a free surface driven by the spinning bottom*, *J. Fluid Eng.* **107** (1985), 495.

- [31] J. N. Sorensen, High-order axisymmetric Navier-Stokes code: Description and evaluation of boundary conditions, *Int. J. Numer. Math. Fluids* 9 (1989), 1517-1537.
- [32]- D. T. Valentine and C. C. Jahnke, "Flows induced in a cylinder with both end walls rotating", *Physics of Fluids*, vol. 6, pp. 2702-2710, 1994.
- [33] J. N. Sorensen, & E. A. Christensen, Direct numerical simulation of rotating fluid flow in a closed cylinder, *Physics of fluids* 7 (1995) 764-778.
- [34]- A. Yu. Gelfgat, P. Z. Bar-Yoseph et A. Solan, "Steady states and oscillatory instability of swirling flow in a cylinder with rotating top and bottom", *Physics of Fluids*, vol. 8, N°10, pp. 2614-2625, 1996.
- [35]- M. P. Escudier et L. M. Cullen. "Flow of a Shear-Thinning Liquid in a Cylindrical Container with A Rotating End Wall" *Experimental Thermal and Fluid Science* . Vol.12, pp. 381-387, 1996.
- [36] A. Spohn, , M. Mory, & E. J. Hopfinger, Observations of vortex breakdown in an open cylindrical container with a rotating bottom, *Exps. Fluids*. 14 (1998), 70-77.
- [37]- J. L. Stevens, J. M. Lopez and B. J. Cantwell, "Oscillatory flow states in an enclosed cylinder with a rotating endwall", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 389, pp.101-118, 1999.
- [38] Morten Brons, Lars Kollgaard Voigt & Jens Norkær Sorensen, Streamline topology of steady axisymmetric vortex breakdown in a cylinder with co-and counter-rotating end-covers, *J. Fluid Mech.* 401 (1999), 275-292.
- [39]- T. Mullin, J. J. Kobine, S. J. Tavener and K. A. Cliffe, "On the creation of stagnation points near straight and sloped walls", *Physics of Fluids*, vol. 12, N°2, 2000.
- [40]- F. Sotiropoulos, Y. Ventikos and T. C. Lackey, "Chaotic advection in three-dimensional stationary vortex-breakdown bubbles: Sil'nikov's chaos and the devil's staircase", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 444, pp. 257-297, 2001.
- [41] A. Yu. Gelfat, et al, Three-dimensional instability of axisymmetric flow in a rotating lid-cylinder enclosure, *J. Fluid Mech.* 438 (2001), 363-377.

- [42]- J. M. Lopez, F. Marques et Jie Shen "An Efficient Spectral-Projection Method for the Navier–Stokes Equations in Cylindrical Geometries” *Journal of Computational Physics*. Vol.176, pp.384-401, 2002.
- [43]- M. C. Thompson and K. Hourigan,”The sensitivity of steady vortex breakdown bubbles in confined cylinder flows to rotating lid misalignment”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 496, pp. 129–138, 2003.
- [44]- M. R. Ruith, P. Chen, E. Meiburg and T. Maxworthy,”Three-dimensional vortex breakdown in swirling jets and wakes: direct numerical simulation, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 486, pp. 331–378, 2003.
- [45]- L. Mununga, K. Hourigan, M. C. Thompson et T. Leweke "Confined flow vortex breakdown control using a small rotating disk”, *Physics of Fluids*, vol. 16, N° 12, pp. 4750-4753, 2004.
- [46] R. Iwatsu, Flow pattern and heat transfer of swirling flows in cylindrical container with rotating top and stable temperature gradient, *Int. J. Heat Mass Transf.* 47 (2004), 2755–2767.
- [47]-M. Pivaa and E. Meiburg,”Steady axisymmetric flow in an open cylindrical container with a partially rotating bottom wall”, *Physics of Fluids*, vol. 17, 2005.
- [48]- Cui, X. "Cell pattern and stagnation ring of the flow driven by the counter-rotation in a fluid-filled cylinder", *Computers & Fluids*. Vol. 37, pp.135-145, 2008.
- [49]- V.Barcilon et J.Pedlosky "Linear theory of rotating stratified fluid motions". *J.Fluid Mech.* Vol.29, pp.1-16, 1967.
- [50]- R. Iwatsu "Flow pattern and heat transfer of swirling flows in cylindrical container with rotating top and stable temperature gradient”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol. 47, pp. 2755–2767, 2004.
- [51]- Y. Omi et R. Iwatsu, “Numerical study of swirling flows in a cylindrical container with co-/counter-rotating end disks under stable temperature difference”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* ,vol. 48, pp. 4854-4866, 2005.
- [52]- R. Bessaih, M. Kadja and Ph. Marty, Effect of wall electrical conductivity and magnetic field orientation on liquid metal flow in a geometry similar to the horizontal Bridgman configuration for crystal growth, *Int. J. Heat Mass Transf.* 42 (1999), 4345- 4362.

- [53]- J. O. Murphy and J. M. Lopez, “The onset of oscillatory instability in a rotating layer of mercury heated from below and subject to a magnetic field”, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* 407, pp. 313-324, 1986.
- [54]-H. Ben Hadid, D. Henry and R. Touihri,” Unsteady three-dimensional buoyancy-driven convection in a circular cylindrical cavity and its damping by magnetic field”, *Journal of Crystal Growth*, vol. 180, pp. 433-441, 1997.
- [55]-R. Bessaih, Ph. Marty and M. Kadja,”Numerical study of disk driven rotating MHD flow of a liquid metal in a cylindrical enclosure”, *Acta Mechanica*, vol. 135, pp. 153-167, 1999.
- [56]-Ph. Marty, L. M. Witkowski, P. Trombetta and T. Tomasino, “On The Stability of Rotating MHD Flows”, *Transfer Phenomena in Magnetohydrodynamic and Electroconducting Flows*, pp. 327-343, 1999.
- [57]-R. Bessaih, “Etude de la convection naturelle laminaire et turbulente dans des enceintes “, *Thèse de doctorat d’état, Université Mentouri – Constantine*, 2000.
- [58]-G. Talmage, S.-H. Shyu, J. M. Lopez and J. S. Walker, “Inertial effects in the rotationally driven melt motion during the Czochralski growth of silicon crystals with a strong axial magnetic field”, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, vol. 51, pp. 267-289, 2000.
- [59]-A. Juel, T. Mullin, H. Ben Hadid and D. Henry, “Three-dimensional free convection in molten gallium”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 436, pp. 267-281, 2001.
- [60]- M.Abricka, Yu.Gelfgat, J.Krumins. Influence of combined electromagnetic fields on the heat/mass transfer in the Bridgman process. – *Energy Conservation and Management*, 2002, No 43, pp.327-333.
- [61]- R. Bessaih , M. Kadja, K. Eckert et Ph. Marty, “Numerical and analytical study of rotating flow in an enclosed cylinder under an axial magnetic field”, *Acta Mechanica*, vol. 164, pp. 175-188, 2003.
- [62]-A. Kharicha, A. Alemany, and D. Bornas, ”Influence of the magnetic field and the conductance ratio on the mass transfer rotating lid driven flow”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 1997–2014, 2004.

- [63]- Yu. M. Gelfgat et A.Yu. Gelfgat, “experimental and numerical study of rotating magnetic field driven flow in cylindrical enclosures with different aspect ratios”, *Magnetohydrodynamics*, vol. 40, No. 2, pp. 147–160, 2004.
- [64]- M. P. Volz et K. Mazuruk, “Lorentz body force induced by travelling magnetic fields,” *Magnetohydrodynamics*, vol. 40, pp. 117-126, 2004.
- [65]- A. Kharicha, A. Alemany, and D. Bornas, ”Hydrodynamic study of a rotating MHD flow in a cylindrical cavity by ultrasound Doppler shift method”, *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, pp. 589–615, 2005.
- [66]-V. Mittal, M. F. Baig and B. Kant Khan, “Buoyancy-driven convection in liquid metals subjected to transverse magnetic fields”, *Journal of Indian Institut of Science*, vol. 85, pp. 119–129, 2005.
- [67]- F.Berrahil et R.Bessaih “Magnetohydrodynamique stability of oscillatory natural convection in a cylindrical enclosure filled with a liquid metal”, *Word Journal of Engineering*. Vol. 5(1), pp.1-9, 2008.
- [68]- R. Bessaïh, A. Boukhari et Ph.Marty "Magnetohydrodynamics stability of a rotating flow with heat transfer" *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol 36, pp. 893-901, 2009.
- [69]- S.C. Kakarantzas et I.E. Sarris, A.P. Grecos et N.S. Vlachos "Magnetohydrodynamic natural convection in a vertical cylindrical cavity with sinusoidal upper wall temperature", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp.250–259, 2009.
- [70]- F. Mebarek-oudina, R. Bessaïh, “Numerical modeling of MHD stability in a cylindrical configuration”, *Journal of the Franklin Institute*. (2012).
- [71]- J. H. Lienhard IV et J. H. Lienhard V, ”A Heat Transfer Textbook”, 3rd Ed., Cambridge, MA: Phlogiston Press, c 2005.
- [72]- H. Benniche, S. Bouabdallah (Encadreur), Numerical simulation of rotating flow, Thèse de Master, Université Ammar Telidji–Laghout 2012.
- [73]- A.Yu.Gelfgat and P.Z.Bar-Yoseph. “The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity”, *Physics of Fluids*, Vol. 13, No.8, pp. 2269-2279, 2001.

- [74]- Rjucsh K. Kundu, Ira M. Cohen, Fluid Mechanics, Second Edition, ACADEMIC PRESS, C 2002. (USA).
- [75]- F. Berrahil, R. Bessaih (Encadreur), Hydrodynamique, Transfert de chaleur d'un Ecoulement Tournant et Stabilité MHD, Thèse de Magister, Université Mentouri – Constantine, 2005.
- [76]- Suhas V. Patankar. "Numerical heat transfer and fluid flow". Hemisphere. Washinton, DC, 1980.
- [77]- A. Boukhari, R. Bessaih (Encadreur), Etude de l'instabilité hydrodynamique des écoulements tournants, Thèse de Magister, Université Mentouri – Constantine, 2006.
- [78]- B. Mahfoud, R. Bessaih (Encadreur), Etude numérique d'un écoulement tournant avec transfert de chaleur sous l'effet d'un champ magnétique, Thèse de Magister, Université Mentouri – Constantine, 2009.
- [79]- H. Benniche, S. Bouabdallah (Encadreur), Numerical simulation of rotating flow, Thèse de Master, Université Ammar Telidji–Laghouat 2012.
- [80]- J. Michelsen, Modeling of laminar incompressible rotating flow, AFM 86-05, Phd. Dissertation, dept. of fluid mechanics, Tech. Univ. of Denmark (1986).
- [81]- B. Mahfoud, R. Bessaih, Stabilité d'un écoulement tournant dans une enceinte cylindrique soumise à un gradient de température et sous champ magnétique, Séminaire National de Mécanique, SNM'11(2009).
- [82]- C. C. Jahnke & D. T. Valentine, Boundary layer separation in a rotating container, Phys.of Fluids 8 (1996), 1408.
- [84]- H. J. Lugt, Axisymmetric vortex breakdown with and without temperature effects in a container with a rotating lid, J. Fluid Mech. 179 (1987), 179–200.
- [85]- G. Gauthier, P. Gondret et M. Rabaud. "Structure de l'écoulement entre deux disques tournants", XVème Congrès Français de Mécanique Nancy. 7 Septembre 2001.
- [86]- F. Moisy, T. Pasutto, G. Gauthier, P. Gondret et M.Rabaud. "Instabilités spirales entre disques tournants", Laboratoire FAST, Orsay. 2003.

Convection thermique dans une cavité cylindrique axisymétrique en présence d'un champ magnétique externe

Résumé:

Une étude numérique du transfert thermique convectif dans une cavité cylindrique axisymétrique similaire à celle utilisée dans la configuration de Czochralski (Cz) rempli d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.011$), du conducteur de l'électricité, a été présentée. Le Logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis est utilisé, pour résoudre numériquement les équations de Navier Stokes, de la continuité, de l'énergie et de potentielle électrique. L'effet de l'augmentation du nombre de Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ et 50) pour une valeur du nombre Grashof ($Gr = 10^6$) dans le cas de convection naturelle a été étudié, et pour différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri = 0.5$, et 10) dans le cas de convection mixte (en Co/contre-rotation de disques d'extrémités) a été présenté et discuté. L'effet d'orientation du champ magnétique est également pris en compte pour différentes valeurs du nombre de Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$). La plus forte stabilisation des flux convectifs se produit lorsque le champ magnétique est appliqué dans la direction radiale.

Mots clés : Convection thermique, méthode de Czochralski, champ magnétique, méthode des volumes finis.

Thermal convection in an axisymmetric cylindrical cavity in the presence of an external magnetic field

Abstract:

A numerical study of convective heat transfer in an axisymmetric cylindrical cavity similar to the configuration used in Czochralski (Cz) filled with a fluid low Prandtl number ($Pr = 0.011$) of electrically conductive , was presented . The Fluent software based on the finite volume method is used to numerically solve the Navier-Stokes equations, continuity, energy and electric potential. The effect of the increase of Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ and 50) for a value of the Grashof number ($Gr = 10^6$) in the case of natural convection was studied, and for different values of the Richardson number ($Ri = 0.5$, and 10) in the case of mixed convection (Co / cons - rotation of discs ends) was presented and discussed. The effect of orientation of the magnetic field is also taken into account for different values of the Hartmann number ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$). The greatest stabilization convective flow occurs when the magnetic field is applied in the radial direction.

Keywords: Convection heat, Czochralski method, magnetic field, finite volume method.

الحمل الحراري في تجويف أسطواني متناسق مع المحور في وجود مجال مغناطيسي خارجي

ملخص :

دراسة عددية لانتقال الحمل الحراري في تجويف أسطواني متناسق مع المحور مماثلة إلى التكوين المستخدمة في تجربة Czochralski مملوءة بسائل مع عدد برنولد صغير و واصل للكهرباء . ويستخدم برنامج الفلويينت على أساس أسلوب الحجم المنتهية في حل المعادلات التفاضلية نافير ستوكس ، والاستمرارية والطاقة و الجهد الكهربائي عدديا . تمت دراسة تأثير زيادة عدد هارتمان ($0, 5, 10, 20, 30$ و 50) لقيمة من عدد غراتشوف (10^6) في حالة الحمل الحراري الطبيعي ، و تمت مناقشة تأثير زيادة عدد هارتمان على قيم مختلفة لعدد ريتشاردسون (0.5 و 10) في حالة الحمل الحراري المختلط (في حالة دوران أقراص النهاية في نفس الاتجاه وفي عكس الاتجاه). يؤخذ تأثير اتجاه المجال المغناطيسي أيضا بعين الاعتبار لقيم مختلفة من هارتمان ($0, 5, 10, 20, 30$ و 50) بحيث يحدث أكبر قدر من الاستقرار لتدفق الحمل الحراري عند تطبيق حقل مغناطيسي في الاتجاه الشعاعي

الكلمات الرئيسية: انتقال الحمل الحراري، تجربة Czochralski ، المجال المغناطيسي، طريقة الحجم المنتهية.