



Mémoire en vue de l'obtention du diplôme de Magister en
Génie Civil

Option : Construction et environnement

Présenté par :

KHELIFI Fatima

THÈME

***Contribution à la modélisation du comportement des
éléments en béton renforcé par des barres en PRFV
sous l'effet de la température***

Devant le membre du jury:

Bali Abderahim :	Professeur (ENP, Alger)	Président
Bedrina Medani :	Professeur (U. de Laghouat)	Examineur
Amara Salah :	Maitre de conférences (U. de Laghouat)	Examineur
Bouhicha Mohammed :	Professeur (U. de Laghouat)	Encadreur
Zaidi Ali :	Professeur (U. de Laghouat)	Co-encadreur

2013 – 2014

Résumé

La corrosion est la principale cause de détérioration des structures en béton armé d'acier. Dans le but d'empêcher la détérioration de ces structures, les recherches ont abouti à l'utilisation des nouveaux matériaux appelés polymères renforcés de fibres (PRF) qui remplacent l'armature en acier et peuvent prolonger la vie en service des structures existantes. L'utilisation des barres en PRF à la place des barres d'acier semble être une solution plus efficace pour les structures en béton armé dans les environnements corrosifs. Néanmoins, la différence entre les coefficients d'expansion thermique transversale du béton et des barres d'armatures en PRF peut engendrer des fissures de traction dans le béton sous température élevée et, probablement, la rupture d'enrobage du béton. L'objectif principal de cette étude est d'analyser, par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ADINA, le comportement thermique des poutres en béton armé des barres en PRF de verre (PRFV), notamment, les déformations et les contraintes transversales à l'interface armature en PRFV/béton. Ces déformations et contraintes permettent d'évaluer la variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton et la variation de température (ΔT_{sp}) produisant la rupture totale d'enrobage du béton et le béton situé entre les barres en PRF. Aussi, de prédire le rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRFV (c/d_b) et le rapport d'espacement entre les barres de PRFV au diamètre de la barre en PRFV (e/d_b) minimums afin d'éviter la rupture d'enrobage de béton et le béton situé entre les barres en PRFV, respectivement.

Mots clés : *Températures, PRFV, déformations, contraintes, enrobage de béton, espacement, fissuration.*

Abstract

Corrosion is the main cause of the deterioration of steel reinforced concrete structures. In order to avoid the structures deterioration, the research has led to use new materials such as fiber reinforced polymers (FRP) which replace steel bars and increase the service life of concrete structures. The use of FRP bars instead of steel bars seems to be an effective solution for concrete structures reinforced with steel bars in corrosive environments. However, the difference between the transverse coefficients of thermal expansion of concrete and FRP bar may cause splitting cracks in concrete under high temperature and eventually the failure of concrete cover. The main objective of this study is to analyze the thermal behavior of concrete beams reinforced with glass FRP bars (GFRP), using ADINA software finite element, particularly the transverse strains and stresses at the interface of GFRP bar/concrete. These strains and stresses allow to evaluate the temperature variation (ΔT_{cr}) producing the first cracks in concrete at the interface of GFRP bar/concrete, and the temperature variation (ΔT_{sp}) producing the failure of the concrete cover and the concrete situated between FRP bars. Also, to predict the minimum ratio of concrete cover thickness to FRP bar diameter (c/d_b) and the minimum ratio of spacing between FRP bars to FRP bar diameter (e/d_b) to avoid the failure of the concrete cover and the concrete situated between FRP bars, respectively.

Keys words : *Temperature, GFRP, spacing between bars, concrete cover thickness, deformations, stresses, cracks.*

ملخص

تآكل القضبان الفولاذية هو السبب الرئيسي لتدهور المنشآت الخرسانية المسلحة. و من أجل إعاقه تدهور هذه المنشآت، أدت البحوث إلى استخدام مواد جديدة تدعى القضبان البوليمير (PRF) التي تحل محل القضبان الفولاذية ويمكن أن تستخدم لزيادة مدة حياة الهياكل. استخدام قضبان (PRF) بدلا من القضبان الفولاذية يعتبر حلا أكثر فعالية لهياكل الخرسانة المسلحة في البيئة التي تؤدي الى تآكل القضبان الفولاذية. ومع ذلك، فإن الفرق بين معامل التمدد الحراري للخرسانة ومعامل التمدد الحراري لقضبان البوليمير PRF، يمكن أن يسبب الشقوق في الخرسانة تحت تأثير درجات حرارة عالية، وربما يؤدي إلى إنكسار و انهيار الخرسانة. إن الهدف الرئيسي من هذه الدراسة هو تحليل الإنفعال الحراري لعارضة من الخرسانة المسلحة بقضبان البوليمير الزجاجي (PRFV) باستخدام طريقة العناصر المحدودة وباستعمال نظام ADINA. لاسيما ان هذا التحليل يسمح بمعرفة التشوهات والإجهادات التي بدورها تسمح بتقدير التغير في درجة الحرارة الحرجة (ΔT_{cr}) التي تؤدي إلى ظهور أول تشقق في الخرسانة على سطح التلامس بين القضبان والخرسانة وكذا التغير في درجة الحرارة (ΔT_{sp}) المسبب للتصدع الكلي لجزء الخرسانة المحيطة بالقضبان و الخرسانة الموجودة بين قضبان (PRF). كذلك تقدير اقل نسبة بين سمك الخرسانة المحيط بالقضبان وقطر قضبان PRFV (c/d_b). و اقل نسبة للمسافة بين الخرسانة الموجودة بين قضبان PRFV وقطر هذه الأخيرة (e/d_b)، من أجل تجنب انهيار الخرسانة المحيطة بالقضبان و الخرسانة الموجودة بين قضبان PRFV على التوالي.

الكلمات المفتاحية : الحرارة، ، PRFV، التشوهات، الإجهادات، سمك الخرسانة المحيط بالقضبان، المسافة بين القضبان، التشققات .

Remerciement

Avant tout, je voudrais exprimer mes remerciements les plus sincères à mes très chers parents qui ont sacrifié toute leur vie afin de me voir réussir, et qui ont toujours me soutenir et m'encourager par leur confiance, leur dévouement et leur amour. Qui m'ont guidé durant le moment les plus pénibles de ma vie.

Je tiens à remercier vivement mon directeur de thèse Monsieur BOUHICHA MOHAMED., Professeur à l'Université de Laghouat et Responsable auprès de la Direction Générale de la recherche MESRS de m'avoir proposé ce sujet de magister, de l'attention qu'il a portée à mon travail. Je le remercie pour ses conseils qui ont contribué à l'élaboration de ce travail.

Tous mes remerciements et ma reconnaissance envers mon co-directeur de mémoire Monsieur ZAIDI ALI., Professeur au département de génie civil à l'Université de Laghouat, qui a consacré et approprié une partie de son temps pour ses conseils et directives précieuses tout long de l'élaboration de ce travail et sa patience à la finalisation de ma thèse.

Je voudrais exprimer ma gratitude à tous les membres de mon jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de juger ce travail.

Je remercie de fond de cœur ma famille, tous mes amis et mes collègues, pour m'avoir apporté leur soutien le long de ces années.

Enfin, toute ma gratitude, ma reconnaissance et mes très vifs remerciements à tous ceux qui ont participé de près ou de loin, et en particulier, l'ensemble des enseignants du département de génie civil à l'université de Laghouat et à l'école nationale polytechnique d'Alger, à ma formation d'études de la graduation et de la post graduation.

Table des matières

I. Introduction.....	1
I.1 Généralités.....	1
I.2 Problématique.....	2
I.3 Objectif de travail.....	2
I.4 Organisation du mémoire.....	2
II. Synthèse bibliographique.....	4
II.1 Historique des barres en PRF.....	4
II.2 Constituants des PRF.....	4
II.2.1 Fibres	5
II.2.2 Résines.....	8
II.2.3 Agents de couplage	9
II.2.4 Additifs et autres ajouts	9
II.3 Procédés de fabrication.....	9
II.4 Propriétés des barres d'armature en PRF	10
II.4.1 Propriétés physiques des armatures en PRF	11
II.4.2 Propriétés mécaniques des armatures en PRF	12
II.4.3 Effet des températures	14
II.4.4 Propriétés d'adhérence des barres d'armature en PRF	14
II.4.5 Fatigue des barres d'armature en PRF	15
II.4.6 Fluage et relaxation des barres d'armature en PRF.....	15
II.5 Durabilité des barres d'armature en PRF	15
II.6 Comportement thermique des barres d'armatures en matériaux composites.....	16
II.6.1 Effet de la contrainte appliquée soutenue sur le coefficient d'expansion thermique des tiges d'armatures en matériaux composites	16
II.6.2 Comportement mécanique des tiges en matériaux composites sous hautes températures	17

II.6.3 Comportement des matériaux composites à basses températures.....	18
II.7 Effet de l'expansion thermique transversale des armatures en matériaux composites sur l'interface béton/armature en PRF	18
III. Modèle numérique	21
III.1 Introduction	21
III.2 Description des poutres modélisées.....	21
III.3 Propriétés des matériaux	23
III.4 Logiciel ADINA	25
III.5 Description géométrique des poutres	25
III.5.1 Poutre renforcée d'une seule barre en PRF	25
III.5.2 Poutre renforcée de deux barres en PRF	25
III.6 Modèle numérique.....	26
III.6.1 Les données géométriques du modèle.....	26
III.6.2 Les conditions aux limites.....	29
III.6.3 Application des charges.....	30
III.6.4 Propriétés des matériaux.....	31
III.6.5 Définition des surfaces de contact.....	32
III.6.6 Définition des éléments et le Maillage.....	33
III.7. Analyse des résultats numériques des poutres en béton.....	34
III.7.1 Analyse des résultats pour les poutres renforcées d'une seule barre en PRF.....	34
III.7.2 Analyse des résultats pour les poutres renforcées par deux barres en PRF.....	47
III.8. conclusion.....	63
IV. Modèle analytique.....	64
IV.1. Introduction	64
IV.2. Comportement thermique du béton avant fissuration.....	64

IV.2.1. Contraintes dans le béton dues à la pression radiale P	65
IV.2.2. Déformations dans le béton dues à la pression radiale P	70
IV.2.3. Déformations dans le béton dues à la pression radiale P et à la variation de température ΔT	71
IV.2.4. Déformation transversale de la barre en PRF due à l'effet de la pression radiale P et à la variation de température ΔT	71
IV.2.5. Pression radiale P	72
IV.3. Variation de température ΔT_{cr} produisant la première fissure.....	73
IV.4. Comportement thermique du béton après fissuration.....	74
IV.5. Variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton (Modèle d'Aiello).....	78
IV.6. Variation de température $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton entre les barres en PRFV.....	79
IV.7. Modèle proposé par Zaidi.....	79
IV.8. Analyse des résultats analytiques des poutres en béton.....	81
IV.8.1 Poutres en béton renforcé par une barre en PRF.....	81
IV.8.2 Poutres en béton renforcé par deux barres en PRF.....	97
IV.9. Conclusion.....	107
V. Comparaison des résultats.....	108
V.1. Introduction.....	108
V.2. Effet du rapport d'enrobage du béton au diamètre des barres.....	108
V.2.1. Incrément de température ΔT_{cr} produisant la première fissure.....	108
V.2.2. Incrément de température ΔT_{sp} produisant la rupture complet d'enrobage de béton.....	109
V.2.3. Contraintes de traction circonférentielle du béton.....	109
V.2.4. Déformations thermiques transversales.....	113
V.3. Effet de l'espacement entre les barres en PRF.....	118
V.3.1. Incrément de température ΔT_{cr} produisant la première fissure.....	118

V.3.2. Incrément de température ΔT_{sp} produisant la rupture complet de l'enrobage du béton.....	119
V.3.3. Variation de température $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton entre les barres de PRFV.....	119
V.3.4. Contraintes de traction circonférentielle du béton.....	120
V.3.5. Déformations thermiques transversales.....	122
V.4. Conclusion.....	126
VI. Conclusions.....	127
Recommandations.....	129
Bibliographie.....	130
 Annexes	
A. Les étapes de la modélisation de la poutre P.#19.20/35 par ADINA.	
B. Formation de la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature/béton à la variation de température ΔT_{cr} des poutres renforcées des barres en PRFV.	
C. Formation des fissures à une variation de température ΔT_{sp} au delà de laquelle l'enrobage de béton est totalement fissuré des poutres renforcées des barres en PRFV.	
D. Courbes de contraintes de traction circonférentielle du béton renforcé par des barres en PRFV à l'interface armature en PRF/béton.	
E. Courbes de déformations transversales du béton renforcé par des barres en PRFV à l'interface armature en PRF/béton.	
F. Courbes de déformations transversales du béton renforcé par des barres en PRFV à la surface externe de l'enrobage de béton.	

Liste des figures

Figure II.1	Feuille de PRF de Carbone (pour la réparation des structures en béton) [ISIS Canada, 2001].	4
Figure II.2	Barres en PRF de verre [ISIS Canada, 2001].	4
Figure II.3	Barres en PRF de Carbone [ISIS Canada, 2001].	4
Figure II.4	Schéma présentant les composants de PRF [MP d'ISIS n°2, 2007].	5
Figure II.5	Courbes contrainte/déformation des PRF, des fibres et de la matrice [ISIS Canada, 2001].	5
Figure II.6	Photo d'une coupe transversale d'un faisceau de fibres de verre prise par MEB (microscope électronique à balayage) [Robert et coll., 2009].	6
Figure II.7	Procédé de fabrication des PRF par pultrusion [ISIS Canada, 2001].	10
Figure II.8	Procédé de fabrication des PRF par enroulement filamentaire [MP d'ISIS n°2, 2007].	10
Figure II.9	Produits en PRF [ISIS Canada, 2001].	11
Figure II.10	Courbes contrainte/déformation de différentes armatures en PRF [ISIS Canada, 2001].	13
Figure II.11	Relation entre le coefficient d'expansion thermique CTE et la déformation des fils en Kevlar [Zaidi, 2006].	17
Figure II.12	Cylindre en béton armé ;(a) forme initiale, (b) forme finale après déformation thermique.	19
Figure III.1	Poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV Isorod.	22
Figure III.2	Poutre en béton armé de deux barres en PRFV Isorod.	23
Figure III.3	Diagramme de contrainte-déformation du béton.	23
Figure III.4	Barres en PRFV Isorod.	24
Figure III.5	(a) Coupe en longue de poutre P.#25.35, (b) Coupe en travers de poutre P.#25.35, (c) Vue en perspective.	25
Figure III.6	(a) Coupe en longue de poutre P.#19.20/35, (b) Coupe en travers de poutre P.#19.20/35, (c) Vue en perspective de la poutre.	25
Figure III.7	Géométrie de la poutre renforcée d'une seule barre en PRFV.	26
Figure III.8	Géométrie de la poutre renforcée de deux barres en PRFV.	27
Figure III.9	Géométrie de l'élément et les points considérés : a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	29
Figure III.10	Conditions aux limites: a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	29

Figure III.11	Chargement thermique appliqué sur la poutre: a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	30
Figure III.12	Chargement thermique appliqué de façon homogène sur chaque élément de la poutre.	31
Figure III.13	Diagramme contrainte-déformation du béton.	31
Figure III.14	Direction des lignes et des pressions à la surface de contact : a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	32
Figure III.15	Directions des pressions aux surfaces de contact : a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	32
Figure III.16	Dimensions de maillage : a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	33
Figure III.17	Déférents types d'élément de maillage.	33
Figure III.18	Éléments triangulaires du maillage.	33
Figure III.19	Maillage des barres en PRFV et de béton : a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.	34
Figure III.20	Formation de la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature/béton à la variation de température ΔT_{cr} (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b=1,4$; $\Delta T_{cr} = +22^\circ\text{C}$).	35
Figure III.21	Formation des couronnes de fissures approfondie à une variation de température $\Delta T=+42^\circ\text{C}$ au delà de laquelle l'enrobage du béton est totalement fissuré (P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).	36
Figure III.22	Fissuration totale de l'enrobage du béton à $\Delta T > \Delta T_{sp}$ ($\Delta T=+58^\circ\text{C}$, P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).	36
Figure III.23	Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.30.	37
Figure III.24	Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#10.20.	38
Figure III.25	Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#19.30.	38
Figure III.26	Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#16.20.	39

Figure III.27	Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#25.25.	39
Figure III.28	Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton.	40
Figure III.29	Distribution typique des contraintes de traction circonférentielle du béton renforcé par une barre en PRF à $\Delta T_{cr} = 22$ °C (stress-22) obtenues par ADINA (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).	41
Figure III.30	Distribution typique des contraintes de compression radiale du béton renforcé par une barre en PRF (stress-11) obtenues par ADINA (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).	41
Figure III.31	Distribution typique des déformations circonférentielle du béton renforcé par une barre en PRF (strain-22) obtenues par ADINA (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).	42
Figure III.32	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#13.30.	42
Figure III.33	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#10.20.	43
Figure III.34	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#19.30.	43
Figure III.35	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#16.20.	44
Figure III.36	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.25.	44
Figure III.37	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20.	45
Figure III.38	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.30.	45
Figure III.39	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#16.20.	46

Figure III.40	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.25.	46
Figure III.41	Formation de la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton à la variation de température ΔT_{cr} (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$; $\Delta T_{cr} = +20^\circ\text{C}$).	47
Figure III.42	Formation d'une couronne circulaire en béton fissuré à une variation de température ΔT_{sp} au delà de laquelle le béton entre les barres en PRF est totalement fissuré (pour poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$; $\Delta T_{sp} = +31^\circ\text{C}$).	48
Figure III.43	Béton entre les barres de PRF est totalement fissuré à une variation de température $\Delta T_{sp}' = +37^\circ\text{C}$ (pour poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	49
Figure III.44	Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) - Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20/30.	50
Figure III.45	Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) - Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/25.	51
Figure III.46	Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) - Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20/35.	51
Figure III.47	Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) - Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.30/35.	52
Figure III.48	Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) - Comportement non linéaire des poutres prismatique en béton.	53
Figure III.49	Distribution typique des contraintes de traction circonférentielle du béton (stress-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 1 ^{er} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	54
Figure III.50	Distribution typique des contraintes de compression radiale du béton (stress-11) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 1 ^{er} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	55
Figure III.51	Distribution typique des déformations circonférentielle du béton (strain-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 1 ^{er} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	55

Figure III.52	Distribution typique des contraintes de traction circonférentielle du béton (stress-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 2 ^{ème} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	56
Figure III.53	Distribution typique des contraintes de compression radiale du béton (stress-11) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 2 ^{ème} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	57
Figure III.54	Distribution typique des déformations circonférentielle du béton (strain-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 2 ^{ème} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).	57
Figure III.55	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20/30.	58
Figure III.56	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/25.	58
Figure III.57	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20/35.	59
Figure III.58	Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.30/35.	59
Figure III.59	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/25.	60
Figure III.60	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/30.	60
Figure III.61	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20/35.	61
Figure III.62	Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.30/35.	61
Figure III.63	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20 et de la poutre P.#10.20/30 (ayant un rapport de $c/d_b=2,1$ et $e/d_b=3,3$).	62

Figure III.64	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20 et la poutre P.#19.20/35 (ayant un rapport de $c/d_b=1,0$ et $e/d_b=1,7$).	62
Figure III.65	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire des poutres prismatiques en béton P.#25.30 et la poutre P.#25.30/35 (ayant un rapport de $c/d_b=1,2$ et $e/d_b=1,3$).	63
Figure IV.1	a) Poutre prismatique en béton armé d'une barre en PRF. b) Contraintes thermiques appliquées à l'élément 1 de la poutre.	65
Figure IV.2	Poutre prismatique en béton armé de deux barres en PRF	69
Figure IV.3	Première fissure apparue dans le béton au niveau de l'interface barre/béton à la Variation de température ΔT_{cr} pour les deux cas (a) et (b). a) Cas d'une seule barre en PRF. b) Cas de deux barres en PRF.	73
Figure IV.4	Couronne en béton fissuré formée autour de l'armature à $\Delta T > \Delta T_{cr}$; a) Cas d'une seule barre en PFR. b) Cas de deux barres en PRF.	74
Figure IV.5	Béton totalement fissuré a $\Delta T > \Delta T_{sp}$; a) cas d'une seule barre en PFR. b) cas de deux barres en PRF.	75
Figure IV.6	Déformation de la Couronne en béton fissuré sous la compression radiale à $\Delta T > \Delta T_{cr}$ (ligne continue indique la forme avant déformation, et ligne discontinue indique la forme après déformation); a) Cas d'une seule barre en PFR. b) Cas de deux barres en PRF.	76
Figure IV.7	Variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport c/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.	81
Figure IV.8	Variation de température (ΔT_{sp}), produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport c/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa, prédite par les modèles d'Aiello et Zaidi.	82
Figure IV.9	Variation de température (ΔT_{cr}) et (ΔT_{sp}) produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport c/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.	83
Figure IV.10	Contraintes de traction transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.	84
Figure IV.11	Contraintes de traction transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.	85

Figure IV.12	Contraintes de traction transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.	85
Figure IV.13	Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.	86
Figure IV.14	Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.	86
Figure IV.15	Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.	87
Figure IV.16	Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.	87
Figure IV.17	Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.	88
Figure IV.18	Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.	88
Figure IV.19	Déformations transversales en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.	89
Figure IV.20	Déformations transversales en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.	89
Figure IV.21	Déformations transversales en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.	90
Figure IV.22	Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1 \text{ MPa}$).	91
Figure IV.23	Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1 \text{ MPa}$).	91
Figure IV.24	Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c autour de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$	92

	MPa).	
Figure IV.25	Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	92
Figure IV.26	Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	93
Figure IV.27	Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c autour de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	93
Figure IV.28	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	94
Figure IV.29	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	95
Figure IV.30	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c autour de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	95
Figure IV.31	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	96
Figure IV.32	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	96
Figure IV.33	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c autour de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).	97
Figure IV.34	Variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport e/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.	98
Figure IV.35	Variation de température (ΔT_{sp}) produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres en béton armé de deux barres en PRFV en fonction du rapport c_{min}/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.	99

- Figure IV.36 Variation de température (ΔT_{sp}) produisant la rupture de béton situé entre 100 les barres de PRF des poutres en béton armé de deux barres en PRFV en fonction du rapport e/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct}=4,1$ MPa.
- Figure IV.37 Contraintes transversales maximale en fonction de la variation de 101 température à l'interface armature en PRF/béton pour des rapports de $e/d_b > 2$.
- Figure IV.38 Contraintes transversales maximale en fonction de la variation de 101 température à l'interface armature en PRF/béton pour des rapports de $e/d_b < 2$.
- Figure IV.39 Déformations transversales maximale en fonction de la variation de 102 température à l'interface armature en PRF/béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b > 2$.
- Figure IV.40 Déformations transversales maximale en fonction de la variation de 102 température à l'interface armature en PRF/béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b < 2$.
- Figure IV.41 Déformations transversales en fonction de la variation de température à 103 l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres >2 .
- Figure IV.42 Déformations transversales en fonction de la variation de température à 103 l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres <2 .
- Figure IV.43 Déformations transversales maximale en fonction de la variation de 104 température à la surface externe de l'enrobage du béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b > 2$.
- Figure IV.44 Déformations transversales maximale en fonction de la variation de 104 température à la surface externe de l'enrobage du béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b < 2$.
- Figure IV.45 Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la 105 distance mesurée à partir du milieu de la distance (e) pour le béton situé entre les barres de PRFV des poutres ayant $\Delta T=25^\circ\text{C}$ et e/d_b variant de 1,3 à 3,3 (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).
- Figure IV.46 Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la 105 distance mesurée à partir du milieu de la distance (e) pour le béton situé entre les barres de PRFV des poutres ayant $\Delta T=40^\circ\text{C}$ et e/d_b variant de 1,3 à 3,3 (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).
- Figure IV.47 Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la 106 distance mesurée à partir du milieu de la distance (e) pour le béton situé entre les barres de PRFV des poutres ayant $\Delta T=25^\circ\text{C}$ et e/d_b variant de 1,3 à 3,3 (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

Figure IV.48	Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance mesurée à partir du milieu de la distance (e) pour le béton situé entre les barres de PRFV des poutres ayant $\Delta T=40^{\circ}\text{C}$ et e/d_b variant de 1,3 à 3,3 (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1 \text{ MPa}$).	107
Figure V.1	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#13.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 2,4$).	110
Figure V.2	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#10.20 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytiques ($c/d_b = 2,1$).	110
Figure V.3	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#16.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,9$).	111
Figure V.4	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#19.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,6$).	111
Figure V.5	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,2$).	112
Figure V.6	Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,0$).	112
Figure V.7	Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#13.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 2,4$).	113
Figure V.8	Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#10.20 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 2,1$).	114
Figure V.9	Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#16.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,9$).	114
Figure V.10	Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#19.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,6$).	115
Figure V.11	Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,2$).	115

- Figure V.12 Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en 116 PRF/béton des poutres P.#25.25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,0$).
- Figure V.13 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 116 l'enrobage du béton de la poutre P.#13.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 2,4$).
- Figure V.14 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 117 l'enrobage du béton de la poutre P.#60.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,9$).
- Figure V.15 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 117 l'enrobage du béton de la poutre P.#25.35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,4$).
- Figure V.16 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 118 l'enrobage du béton de la poutre P.#25.25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,0$).
- Figure V.17 Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en 121 PRF/béton des poutres P.#10.20/30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 3,3$).
- Figure V.18 Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en 121 PRF/béton des poutres P.#13.20/25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 2,3$).
- Figure V.19 Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en 122 PRF/béton des poutres P.#19.20/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,7$).
- Figure V.20 Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en 122 PRF/béton des poutres P.#25.30/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,3$).
- Figure V.21 Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en 123 PRF/béton des poutres P.#10.20/30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 3,3$).
- Figure V.22 Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en 123 PRF/béton des poutres P.#13.20/25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 2,3$).
- Figure V.23 Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en 124 PRF/béton des poutres P.#19.20/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,7$).

- Figure V.24 Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en 124 PRF/béton des poutres P.#25.30/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,3$)
- Figure V.25 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 125 l'enrobage du béton de la poutre P.#10.20/30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 3,3$).
- Figure V.26 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 125 l'enrobage du béton de la poutre P.#16.20/20 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,8$).
- Figure V.27 Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de 126 l'enrobage du béton de la poutre P.#25.30/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,3$).
-

Liste des tableaux

Tableau II.1	Propriétés mécaniques des fibres de verre [ISIS Canada, 2001 ; Zaidi, 2006].	6
Tableau II.2	Propriétés mécaniques et physiques des fibres de carbone	7
Tableau II.3	Propriétés mécaniques et physiques des fibres d'aramide	7
Tableau II.4	Propriétés des résines thermodurcissables [ISIS Canada, 2001]	9
Tableau II.5	Densités typiques de barre en PRF et en acier	11
Tableau II.6	Coefficients d'expansion thermique typique des barres d'armature en PRF [ISIS Canada, 2001]	11
Tableau II.7	Propriétés mécanique en traction types des barres d'armatures en PRF [ACI, 2003]	12
Tableau II.8	Propriétés mécaniques de certaines barres d'armature en PRF commerciale disponible	14
Tableau III.1	Caractéristiques géométriques des poutres en béton armé d'une seule barre en PRF	21
Tableau III.2	Caractéristiques géométriques des poutres en béton armé de deux barres en PRF.	22
Tableau III.3	Propriétés physiques et mécaniques du béton	24
Tableau III.4	Propriétés mécaniques des barres en PRFV Isorod	24
Tableau III.5	Coordonnées des points de l'élément modélisé pour une poutre renforcé d'une seule barre en PRFV P.#25.35	27
Tableau III.6	Coordonnées polaires des points intermédiaires de l'élément modélisé pour une poutre renforcé d'une seule barre en PRFV P.#25.35	27
Tableau III.7	Coordonnées des points de l'élément modélisé pour une poutre renforcé de deux barres en PRFV ; P.#19.20/35	28
Tableau III.8	Coordonnées polaires des points intermédiaires de l'élément modélisé pour une poutre renforcé de deux barres en PRFV ; P.#19.20/35	28
Tableau III.9	Variation de la température	30
Tableau III.10	Valeurs de ΔT_{cr} en fonction de c/d_b .	35
Tableau III.11	Valeurs de ΔT_{sp} en fonction de c/d_b .	37
Tableau III.12	Valeurs de ΔT_{cr} en fonction de e/d_b .	48
Tableau III.13	Valeurs de ΔT_{sp} en fonction du rapport e/d_b et c_{min}/d_b .	49

Tableau III.14	Valeurs de $\Delta T_{sp}'$ en fonction du rapport e/d_b .	50
Tableau IV.1	Variation de température ΔT_{cr} en fonction de c/d_b	81
Tableau IV.2	Variation de température ΔT_{sp} en fonction de c/d_b	82
Tableau IV.3	Profondeur de la fissure radiale l_{cr} dans le béton en fonction du c/d_b	94
Tableau IV.4	Variation de température ΔT_{cr} en fonction de e/d_b et c_{min}/d_b	98
Tableau IV.5	Variation de température ΔT_{sp} en fonction de e/d_b et c_{min}/d_b	99
Tableau IV.6	Variation de température $\Delta T_{sp}'$ en fonction de e/d_b et c_{min}/d_b	100
Tableau IV.7	Profondeurs des fissures radiales l_{cr1} et l_{cr2} dans le béton en fonction des e/d_b , c_1/d_b et c_2/d_b	106
Tableau V.1	Comparaison des valeurs de ΔT_{sp} en fonction du rapport c/d_b	108
Tableau V.2	Comparaison des valeurs de ΔT_{sp} en fonction du rapport c/d_b	109
Tableau V.3	Comparaison des valeurs de ΔT_{cr} en fonction du rapport e/d_b	118
Tableau V.4	Comparaison des valeurs de ΔT_{sp} en fonction du rapport e/d_b	119
Tableau V.5	Comparaison des valeurs de $\Delta T_{sp}'$ en fonction du rapport e/d_b	120

Liste des Symboles

a : rayon de l'armature en PRF;
 b : distance mesurée à partir de centre de gravité de la barre en PRFV jusqu'à la surface externe d'enrobage;
 b_1 : distance mesurée à partir de centre de gravité de la première barre en PRFV jusqu'à la surface externe d'enrobage c_1 ;
 b_2 : distance mesurée à partir de centre de gravité de la deuxième barre en PRFV jusqu'à la surface externe d'enrobage c_2 ;
 c : épaisseur d'enrobage du béton;
 c_1 : épaisseur d'enrobage du béton pour la première barre;
 c_2 : épaisseur d'enrobage du béton pour la deuxième barre;
 e : distance entre les barres en PRF ;
 d_b : diamètre de la barre d'armature
 E_c : module d'élasticité du béton;
 E_l : module d'élasticité de la barre en PRF dans la direction longitudinale;
 E_t : module d'élasticité de la barre en PRF dans la direction transversale;
 f_{c28} : résistance à la compression du béton;
 f_{cr28} : résistance à la traction du béton;
 f_{fu} : résistance à la traction ultime de la barre en PRF;
 L : longueur des échantillons des poutres prismatiques en béton;
 P : Pression radiale exercée par la barre en PRF sur le béton;
 P_1 : Pression radiale exercée par la première barre en PRF sur le béton;
 P_2 : Pression radiale exercée par la deuxième barre en PRF sur le béton;
 r : rapport du rayon de la distance b au rayon de la barre $r = b/a = 2.c/d_b + 1$;
 r_1 : rapport du rayon de la distance b_1 au rayon de la barre $r_1 = b_1/a = 2.c_1/d_b + 1$;
 r_2 : rapport du rayon de la distance b_2 au rayon de la barre $r_2 = b_2/a = 2.c_2/d_b + 1$;
 t : rapport de la distance entre les barres e au rayon de la barre $t = e/a = 2.e/d_b$;
 T_g : température de transition vitreuse;
 α_c : coefficient d'expansion thermique du béton;
 α_l : coefficient d'expansion thermique longitudinal de la barre en PRF;
 α_t : coefficient d'expansion thermique transversal de la barre en PRF;
 ΔT : variation de température;
 ΔT_{cr} : variation de température produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature en PRF/béton;
 ΔT_{sp} : variation de température produisant la rupture de l'enrobage du béton;
 $\Delta T_{sp}'$: variation de température produisant la rupture de béton situé entre les barres de PRF;
 ε_{ft} : déformation circonférentielle de la barre en PRF;
 ε_{ct} : déformation circonférentielle dans le béton;
 ν_c : coefficient de Poisson du béton;
 ν_{lt} : coefficient de Poisson de la barre en PRF dans la direction transversale (le premier indice indique la direction transversale de l'application de la contrainte et le deuxième indice indique la direction transversale dans laquelle on détermine la déformation);
 ν_{lt} : coefficient de Poisson de la barre en PRF dans la direction longitudinale.
 ρ_{cr} : rayon externe des fissures.
 α_{fl} : coefficient d'expansion thermique longitudinal de fibre.
 α_{ft} : coefficient d'expansion thermique transversal de fibre.

Chapitre I

I. Introduction

I.1 Généralités :

Durant plusieurs siècles, l'industrie de la construction a été basée sur deux matériaux traditionnels : la pierre et le bois. Cependant à ces deux derniers siècles l'acier et le béton armé sont devenus les matériaux les plus utilisés dans les constructions. La plupart des paysages urbains modernes sont actuellement définis en grande partie par ces deux matériaux. Un bon nombre de structures en béton armé a été exposé à des environnements agressifs. Ces environnements engendrent la diminution de la résistance de ces structures et par conséquent la réduction de leur durée de vie utile théorique. La corrosion induite par les chlorures ou la carbonatation est la principale raison de détérioration des structures de béton armé. Subséquemment, l'acier et le béton subissent de dégradations et de négligence.

Dans le but d'empêcher la dégradation des structures en béton armé, les recherches ont abouti à l'utilisation des nouveaux matériaux appelés polymères renforcés de fibres (PRF). Ces nouveaux matériaux résistant à la corrosion, de hautes résistances mécaniques et de grande légèreté, ont été de plus en plus considérés au cours des 20 dernières années en tant que matériaux pratiques pour les usages structuraux.

L'augmentation rapide de l'utilisation des matériaux PRF pour les usages structuraux au cours des dernières années est probablement due à leurs nombreux avantages par rapport aux matériaux conventionnels tels que l'acier. Parmi les avantages de ces matériaux de PRF par rapport à l'acier, on cite ce qui suit [ERKI et RIZKALLA, 1993] :

- Un rapport résistance/poids plus élevé (10 à 15 fois plus grand que l'acier).
- Une durabilité exceptionnelle dans différents environnements.
- Une facilité et rapidité d'installation, flexibilité et techniques de mise en œuvre.
- La neutralité électromagnétique qui peut être importante dans certaines structures spéciales comme celles abritant les équipements d'imagerie magnétique.
- Une capacité d'adapter les propriétés mécaniques aux besoins par un choix approprié des fibres et de leur direction.
- Des caractéristiques exceptionnelles à la fatigue et une faible conductivité thermique pour certains PRF (PRF de carbone).

Cependant, les matériaux de PRF ont cependant un certain nombre d'inconvénients tels que [ERKI et RIZKALLA, 1993] :

- Un coût élevé de certains PRF par rapport à celui de l'acier. Mais ce coût élevé est rentabilisé à long terme grâce à la grande durabilité des PRF par rapport à l'acier dans les structures en béton.
- Un faible module d'élasticité pour certains PRF (PRF de verre).

- Une sensibilité aux rayons ultra-violet et à l'humidité, particulièrement les fibres à base d'aramide.

I.2 Problématique :

Les matériaux en polymères renforcés de fibres (PRF) sont de plus en plus utilisés dans les ouvrages de génie civil grâce à leurs nombreux avantages par rapport à l'acier. Toutefois, certaines conditions d'application peuvent potentiellement affecter leur durabilité, rendant cruciales les études exhaustives de leur durabilité à long terme pour permettre leur plein développement. Ces études doivent obligatoirement faire intervenir un facteur accélérant comme la température permettant de les effectuer dans des délais raisonnables.

La température est un facteur extrêmement important dans la conception et l'utilisation des matériaux de PRF dans les infrastructures. Les variations de température développées dans les structures en béton armé, sont dues à leur exposition aux conditions climatiques et aux cycles d'échauffement et refroidissement environnementaux. Ces gradients thermiques peuvent engendrer des contraintes de traction élevées suffisantes pour produire la fissuration du béton, et par conséquent, une réduction de la durée de service et de la durabilité des structures.

I.3 Objectif de travail :

À partir des variations de l'enrobage et l'espacement entre les barres de PRF, notre travail consiste à étudier le comportement thermique des éléments prismatiques en béton renforcé de barres en PRF de verre (PRFV). Cette étude permet de déterminer et analyser les déformations thermiques transversales dans l'enrobage du béton et les barres en PRF à l'aide de la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel ADINA. Aussi, elle permet d'évaluer le rapport minimum d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRFV (c/d_b) ainsi que le rapport minimum de l'espacement entre les barres au diamètre des barres PRFV (e/d_b), afin d'éviter respectivement la rupture d'enrobage du béton et le béton situé entre les barres sous les chargements thermiques.

I.4 Organisation du mémoire :

Le plan de ce mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre présente une introduction, la problématique et une structuration de l'étude entre prise.

Le deuxième chapitre résume une revue bibliographique détaillée sur les matériaux composites utilisés en génie civil ainsi que des travaux de recherche précédents réalisés sur le comportement thermique des structures en béton renforcé de PRF.

Par la suite, le chapitre 3 présente l'étude numérique des poutres en béton armé d'une barre et de deux barres en PRFV en utilisant le logiciel ADINA, avec analyse et discussion des résultats numériques.

Le chapitre 4 exhibe le modèle analytique avec analyse et discussion des résultats.

Le chapitre 5 compare les résultats numériques obtenus par ADINA avec ceux prédits par le modèle analytique clôturé par des conclusions et recommandations.

Chapitre II

II. Synthèse bibliographique

II.1 Historique des barres en PRF

Les polymères renforcés de fibres (PRF) sont utilisés depuis des décennies en aéronautique, en aérospatial, dans le secteur de l'automobile et dans d'autres domaines. Leur utilisation dans les travaux de génie civil date des années 50 où les barres d'armature à base de fibres de verre (PRFV) ont été étudiées pour la première fois dans une structure en béton. Mais ce n'est que dans les années 70 que les PRF ont finalement été considérés dans des applications en génie civil et que leurs performances supérieures à l'acier ont été reconnues [ISIS Canada, 2001]. Les produits en PRF sont fabriqués sous différentes formes : barres, feuilles, treillis de deux dimensions, treillis de trois dimensions ou encore des formes structurales standards comme montrés aux figures II.1, II.2, II.3.



Figure II.1: Feuille de PRF de Carbone (pour la réparation des structures en béton) [ISIS Canada, 2001].



Figure II.2 : Barres en PRF de verre [ISIS Canada, 2001].



Figure II.3 : barres en PRF de Carbone [ISIS Canada, 2001].

II.2 Constituants des PRF

Un matériau composite c'est l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux de nature différente, le PRF est un type de matériau composite spécifique constitué de fibres de haute résistance incorporées dans une matrice de polymère. Comme il est montré à la figure II.4 et II.5.

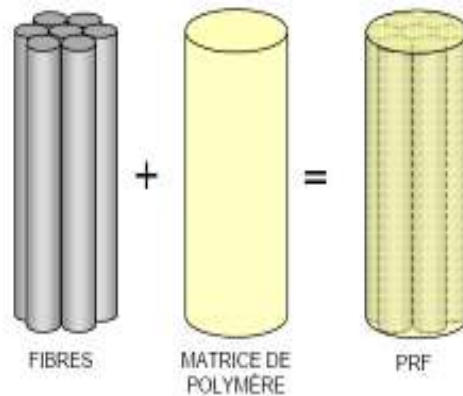


Figure II.4: Schéma présentant les composants de PRF [MP d'ISIS n°2, 2007].

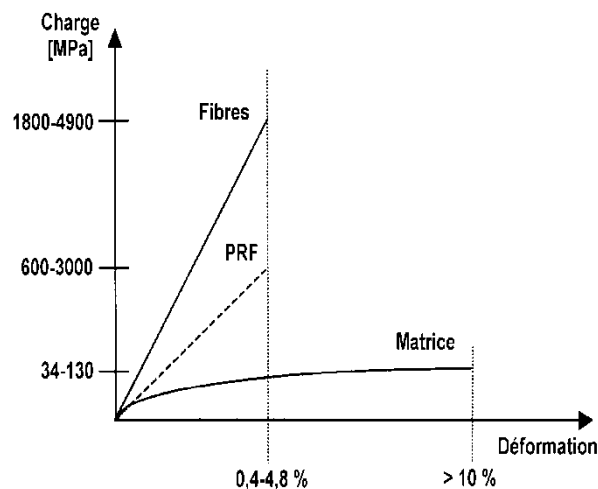


Figure II.5: Courbes contrainte/déformation des PRF, des fibres et de la matrice [ISIS Canada, 2001].

II.2.1 Fibres

Les fibres utilisées pour la fabrication des PRF doivent avoir une résistance élevée, une bonne rigidité et une grande ténacité car leur rôle est de supporter les charges mécaniques appliquées au PRF. Elles doivent aussi être durables et de faible coût. Les fibres les plus utilisées en génie civil sont le carbone, le verre et l'aramide.

a) Fibres de verre

Les fibres de verre sont les moins coûteuses et les plus disponibles, et par conséquent les plus fréquemment utilisées dans les usages structuraux en ingénierie. Elles sont caractérisées par leur haute résistance, leur module d'élasticité et leur masse volumique modéré et par leur faible conductivité thermique [ISIS Canada, 2001]. Les différents types de fibres de verre utilisés pour les renforcements des composites sont:

- Verre E (Electrical) étant un excellent isolant électrique.
- Verre S (Strenght) ayant une haute résistance et rigidité à la traction.
- Verre C (Chemical) ayant une grande résistance aux produits chimiques.
- Verre AR (Alkali Résistant) ayant une résistance accrue aux alcalis.

Le tableau II.1 montre les principales propriétés mécaniques et physiques des fibres de verre. La figure II.6 présente une photo d'une coupe transversale d'un faisceau de fibres de verre prise par microscope électronique à balayage (MEB).

Tableau II.1: Propriétés mécaniques et physiques des fibres de verre. [ISIS Canada, 2001 ; Zaidi, 2006].

Type de Verre	Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement relatif [%]	Coefficient d'expansion thermique [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	Coefficient de Poisson
Verre type E	3500-3600	72,5-75	4,8	5,0	0,2
Verre type S	4600-4900	85,5-87	5,6	2,9	0,22
Verre AR résistant aux alcalis	1800-3500	70-76	2,0-3,0	aucune valeur	aucune valeur

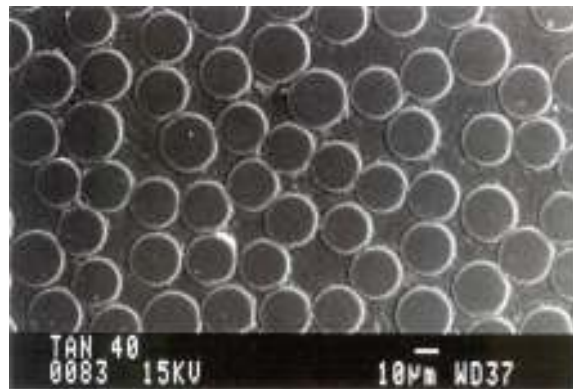


Figure II.6: Photo d'une coupe transversale d'un faisceau de fibres de verre prise par MEB (microscope électronique à balayage) [Robert et Coll., 2009].

b) Fibres de carbone

À cause de leur fabrication complexe, les fibres de carbone sont beaucoup plus chères que les fibres de verre. Cependant, leurs caractéristiques sont grandes : très haute résistance, haut module d'élasticité, rapport rigidité/densité élevé (une faible masse volumique), faible coefficient d'expansion thermique longitudinal, faible sensibilité aux charges de fatigue, une excellente résistance chimique à l'humidité. Néanmoins, les fibres de carbone ont une faible résistance à l'impact, due à leur faible déformation ultime. Elles peuvent être classées selon le type de précurseur :

- Fibres isotropiques « PITCH » caractérisées par un module d'Young élevé;
- Fibres polyacrylonitrile « PAN » caractérisées par une résistance ultime et un coût très élevés.

Le tableau II.2 montre les principales propriétés mécaniques et physiques des fibres de carbone [ISIS Canada, 2001; Zaidi, 2006].

Tableau II.2: Propriétés mécaniques et physiques des fibres de carbone.

Type de carbone		Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement relatif [%]	Coefficient d'expansion thermique [$\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$]	Coefficient de Poisson
PAN	Haute résistance	3500	200-240	1,3-1,8	(-1,2) à (-0,1) (α_{fl}) 7 à 12 (α_{fl})	~ 0,2
	Haut Module	2100-4000	350-650	0,4-0,8		
Pitch	Normale	780-1000	38-40	2,1-2,5	(-1,6) à (-0,9) (α_{fl})	aucune valeur
	Haut Module	3000-3500	400-800	0,4-1,5		

c) Fibres d'aramide

Les fibres d'aramide sont caractérisées principalement par leur haute résistance (cinq fois plus résistantes que l'acier), leur grande résistance à l'usure, leur faible densité et leur haute stabilité thermique. Il est souligner que les fibres d'aramide se dégradent par l'exposition aux rayons ultra-violet, c'est la raison pour laquelle elles doivent être coulées dans une matrice protectrice. L'oxydation limite l'utilisation des fibres d'aramide au-delà de 150 °C. Il existe trois types de fibres d'aramide :

- Kevlar (Dupont, USA);
- Twaron (Akzo, Hollande);
- Technora (Teijin, Japon).

Le tableau II.3 montre les principales propriétés mécaniques et physiques des fibres d'aramide [ISIS Canada, 2001; Zaidi, 2006].

Tableau II.3: Propriétés mécaniques et physiques des fibres d'aramide.

Type d'aramide	Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement relatif [%]	Coefficient d'expansion thermique [$\times 10^{-6}$]	Coefficient de Poisson
Kevlar 29	3620	82,7	4,4	aucune valeur	0,35
Kevlar 49	2800	130	2,3	-2,0 (α_{fl}), 59 (α_{fl})	
Kevlar 129	4210	110	--	aucune valeur	
Kevlar 149	3450	172-179	1,9	aucune valeur	
Twaron	2800	130	2,3	-2,0 (α_{fl}), 59 (α_{fl})	
Technora	3500	74	4,6	aucune valeur	

II.2.2 Résine

La matrice assure la liaison des fibres entre-elles et joue plusieurs rôles importants. Certaines des principales fonctions de la matrice sont : Lier les fibres ensemble, Protéger les fibres de l'abrasion et de l'environnement (agents agressifs, humidité, rayon U.V), Séparer et disperser des fibres dans tout le composite et de transférer les forces entre les différentes fibres. Un critère important pour le choix des matériaux de matrice est qu'ils aient une faible masse volumique. La matrice devrait être capable de développer une déformation ultime plus élevée que les fibres [ISIS Canada, 2001]. Un autre rôle très important de la matrice est de fournir un support latéral aux fibres afin de prévenir leur voilement lorsqu'elles sont soumises à des efforts de compression. Les matériaux de matrice pour PRF peuvent être groupés en deux grandes catégories. Résines thermoplastiques et les résines thermodurcissables.

Les résines thermodurcissables sont utilisées plus souvent que les thermoplastiques elles ont une masse moléculaire moins élevée et une faible viscosité. Ainsi, elles forment une structure rigide à trois dimensions. Les résines thermodurcissables les plus utilisées sont les polyesters, les vinylesters et les époxydes.

a) Résines époxydes

Les époxydes sont souvent utilisées dans les applications des matériaux composite à cause de leur excellente résistance aux solvants et aux produits chimiques, leur faible retrait au moulage, leur température de transition vitreuse élevée, leur excellente adhésion à plusieurs substrats et aux matériaux métalliques, leur excellente résistance en traction et au fluage, et de leur bonnes propriétés électriques (isolation). Cependant, ils ont un coût élevé par rapport au vinylester et iso-polyester, et une réticulation lente [MP d'ISIS n°2, 2007 ; Zaidi, 2006].

b) Résines polyesters :

Les polysters sont les polymères le plus répandus dans la fabrication des PRF en raison de leur coût relativement bas, leur polymérisation rapide, leur viscosité faible, leur stabilité dimensionnelle, leur balance entre leurs résistances mécaniques et chimiques, leur facilité de mise en œuvre. Mais les polysters ont des inconvénients comme un grand retrait volumétrique, une sensibilité à certains solvants, une absorption d'humidité, et une dégradation à la lumière par les rayons ultra-violet [MP d'ISIS n°2, 2007 ; Zaidi, 2006].

c) Résines vinylesters :

Les vinylesters sont souvent identifiées comme étant une classe des polysters en raison de leur procédure de fabrication semblable. Les vinylesters ont une excellente résistance en traction, flexion, une résistance à la fissuration supérieure aux polyesters, excellente résistance aux produits chimiques y compris les alcalis, viscosité faible, bonne adhésion aux fibres de verre, polymérisation rapide et une résistance à la chaleur supérieure aux polyesters. Cependant, les vinylesters ont un retrait volumétrique élevé, adhésion

modérée au carbone et à l'aramide et un coût élevé par rapport au polyester [MP d'ISIS n°2, 2007 ; Zaidi, 2006].

Le tableau II.4 montre les principales propriétés des résines thermodurcissables [ISIS Canada, 2001].

Tableau II.4: Propriétés des résines thermodurcissables [ISIS Canada, 2001].

Résine	Masse volumique spécifique	Résistance en traction [MPa]	Module en traction [GPa]	Retrait à la cure [%]
Époxy	1,20-1,30	55,00-130,00	2,75-4,10	1,00-5,00
Polyester	1,10-1,40	34,50-103,50	2,10-3,45	5,00-12,00
VinylEster	1,12-1,32	73,00-81,00	3,00-3,35	5,40-10,30

II.2.3 Agents de couplage

Un agent de couplage est un produit utilisé dans le but de former ou de promouvoir une plus grande adhérence à l'interface de fibres/matrice du composite. Il a aussi un rôle secondaire de protéger la surface des fibres des conditions environnementales telles que l'humidité et les fluides réactifs. Les agents de couplage couramment utilisés dans les composites sont les composés de chrome et de silanes [Zaidi, 2006].

II.2.4 Additifs et autres ajouts

Les additifs sont des matériaux relativement inertes. Le but principal de leur utilisation est de réduire le volume de la matrice polymère et ainsi d'en diminuer le coût sans pour autant en altérer, de façon significative, les attributs. En général, la quantité de l'additif utilisée se situe entre 20% et 30% du pourcentage poids de la résine [Zaidi, 2006].

II.3 Procédés de fabrication

Il y a trois procédés de fabrication des produits en matériaux composites en PRF : la pultrusion, le tressage et l'enroulement filamentaire [ISIS Canada, 2001].

a) La pultrusion :

Une technique commune pour la fabrication des longueurs continues des profilés en PRF est la pultrusion. Une représentation schématique de ce procédé de fabrication est montrée à la figure II.7. Les brins de matériaux de renfort (fibres) sont tirés des bobines à travers un bassin de résine dans lequel ils sont saturés, puis ils passent à travers une filière constituée d'un certain nombre d'orifices jusqu'à un moule chauffant (four). La vitesse du tirage à travers le moule est prédéterminée par le temps de cure nécessaire. Pour s'assurer d'une bonne adhérence avec le béton, la surface des barres est habituellement tressée, déformée, ou recouverte de sable [ISIS Canada, 2001].

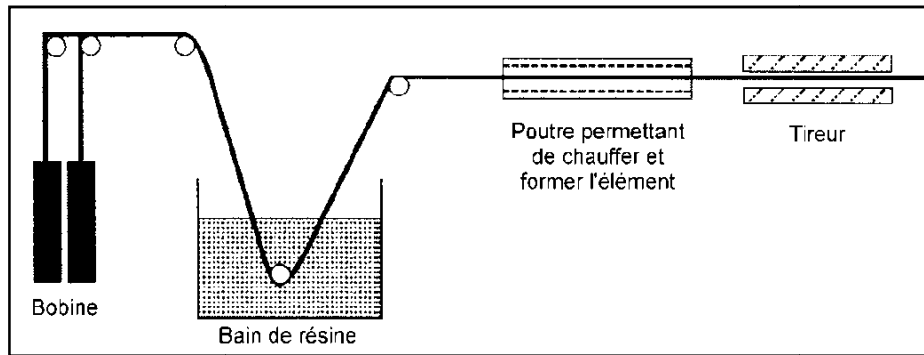


Figure II.7 : Procédé de fabrication des PRF par pultrusion [ISIS Canada, 2001].

b) Le tressage :

Le tressage est le terme utilisé pour l'entrecroisement de deux ou plusieurs fils pour former une structure intégrée [ISIS Canada, 2001].

c) L'enroulement filamentaire

L'enroulement filamentaire est un procédé de fabrication par lequel les fibres continues sont imprégnées d'une matrice et enroulées autour d'un substrat (tambour, tube, cylindre, etc.). Dans ce procédé, les fibres brutes sont tirées des bobines, passent dans un bain de résine puis sont enroulées sur un mandrin rotatif (figure II.8) [MP d'ISIS n2, 2007]. Le produit final est alors cuit en utilisant un système de chauffage constitué par exemple de lampes chauffantes. Ce procédé de fabrication est principalement employé pour la production de conduits, de tubes et de réservoirs.

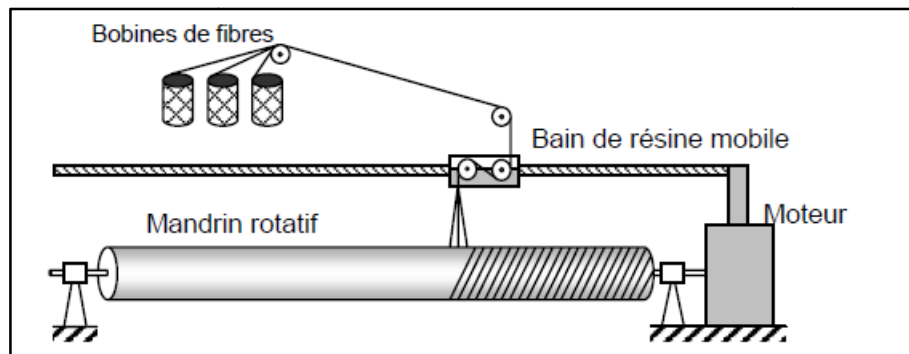


Figure II.8: Procédé de fabrication des PRF par enroulement filamentaire [MP d'ISIS n°2, 2007].

II.4 Propriétés des barres d'armature en PRF

Les barres d'armature en PRF sont fabriquées à partir de fibres continues noyées dans une matrice, comme montrés à la figure II.9. Comme l'acier, les barres en PRF sont fabriquées de différents diamètres, selon le procédé de fabrication. La surface des barres peut être en spirale, droite, sablée/droite, sablée/tressée, et déformée. Leur adhérence au béton est égale, voire meilleure, que celle des barres d'armature conventionnelles en acier.



Figure II.9: Produits en PRF [ISIS Canada, 2001].

II.4.1 Propriétés physiques des armatures en PRF

1) La densité

La densité des barres d'armatures de PRF dépend principalement du pourcentage et des types de fibres utilisées, sa valeur varie entre 1,25 et 2,10 g/cm³ ce qui représente une valeur relativement faible par rapport à celle de l'acier qui est de 7,9 g/cm³. Le tableau II.5 présente quelques valeurs de la densité des barres d'armatures en PRF [Zaidi, 2006].

Tableau II.5 : Densités typiques de barres en PRF et en acier.

Type de barre	Acier	PRFV	PRFC	PRFA
Densité (g/cm ³)	7,9	1,25 à 2,10	1,50 à 1,60	1,25 à 1,40

2) Coefficients d'expansion thermique

Les propriétés thermiques des fibres sont considérablement différentes dans la direction longitudinale et transversale. Comme indiqué au tableau II.6, les barres d'armature fabriquées à partir de ces fibres ont donc des coefficients d'expansion thermique différents dans les deux directions. Les caractéristiques thermiques du produit en PRF changent selon le type de matrice, le type de fibre et de la fraction volumique en fibres.

Tableau II.6: Coefficients d'expansion thermique typiques des barres d'armature en PRF [ISIS Canada, 2001].

Coefficient d'expansion thermique (x 10 ⁻⁶ /°C)				
Direction	Acier	PRFV	PRFC	PRFA
Longitudinale	11,7	6 à 10	-1 à 0	-6 à -2
Transversale	11,7	21 à 23	22 à 23	60 à 80

II.4.2 Propriétés mécaniques des armatures en PRF :

a) Module d'élasticité longitudinal E_l

Le module d'élasticité, E_l , des barres d'armature en PRF dans le sens des fibres est déterminé de la manière suivante [Zaidi, 2006] :

$$E_l = E_f V_f + E_m V_m \quad (\text{II.1})$$

Où E_l : Le module d'élasticité des barres en PRF.

E_f : Le module d'élasticité longitudinale des fibres.

E_m : Le module d'élasticité longitudinale de la matrice.

V_f : La teneur en volume de fibres.

V_m : La teneur en volume de la matrice.

Tel que : $V_f = \frac{A_f}{A}$ et $V_m = \frac{A_m}{A}$ (II.2)

A_f est la section de fibres; A_m est la section de la matrice; A est la section de la composite en PRF.

En pratique, le module d'élasticité de la matrice est négligé devant celui des fibres, et l'équation (II.1) devient :

$$E_l = E_f V_f \quad (\text{II.3})$$

Le tableau II.7 montre les valeurs typiques de la résistance à la traction, le module d'élasticité et la déformation à la rupture des armatures en PRF. La figure II.10 illustre la résistance et le module d'élasticité de différentes armatures en PRF.

Tableau II.7 : Propriétés mécanique en traction types des barres d'armatures en PRF et en acier [ACI, 2003].

Type de barre	Acier	PRFV	PRFC	PRFA
Résistance ultime (MPa)	483 – 690	483 – 1600	600 – 3690	1720 - 2540
Module d'élasticité (GPa)	200	35 – 51	120 -580	41 – 125
Déformation à la rupture (%)	6 – 12	1,2 – 3,1	0,5 – 1,7	1,9 – 4,4

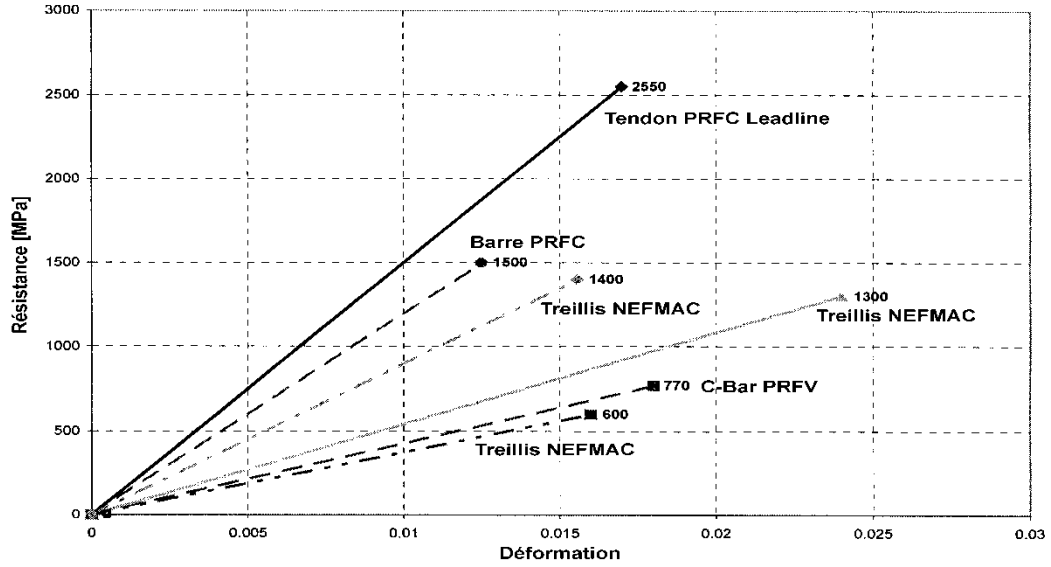


Figure II.10 : Courbes contrainte/déformation de différentes armatures en PRF [ISIS Canada, 2001].

b) Module d'élasticité transversal E_t

Le module d'élasticité, E_t , des barres de PRF dans la direction transversale aux fibres est déterminé de la manière suivante [Zaidi, 2006] :

$$\frac{\sigma_t}{E_t} = \frac{\sigma_t \times V_m}{E_m} + \frac{\sigma_t \times V_f}{E_{ft}} \quad (\text{II.4})$$

Ce qui donne :

$$E_t = \frac{E_m}{(1 - V_f) + \frac{E_m \times V_f}{E_{ft}}} \quad (\text{II.5})$$

Où E_{ft} est le module d'élasticité des fibres dans la direction transversale aux fibres.

c) Coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson longitudinal des PRF, ν_{lt} , caractérise la déformation dans la direction transversale t du composite due à un chargement appliqué dans la direction longitudinale l . Il peut être évalué à partir des coefficients de Poisson des fibres ν_f et de la matrice ν_m . Il est donné par [Zaidi, 2006] :

$$\nu_{lt} = \nu_f \times V_f + \nu_m \times V_m \quad (\text{II.6})$$

Le coefficient de Poisson transversal des PRF, ν_{tt} , caractérise la déformation dans la direction transversale t du composite due à une force appliquée dans la même direction (transversale). Le coefficient ν_{tt} est beaucoup plus proche de celui de la résine.

Le tableau II.8 montre les propriétés mécaniques de certaines barres d'armature en PRF commerciale disponible aux marchés.

Tableau II.8 : Propriétés mécaniques de certaines barres d'armature en PRF commerciale disponible [ISIS Canada, 2001].

PRF À BASE DE FIBRE DE CARBONE			
Nom	Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement relatif max.
Leadline	2250	147,0	0,015
ISOROD (V-ROD)	1596	111,1	0,012
NEFMAC (Treillis)	1200	100,0	0,012
PRF À BASE DE FIBRE DE VERRE			
Nom	Résistance en traction [MPa]	Module d'élasticité [GPa]	Allongement relatif max.
ISOROD (V-ROD)	690	42	0,023
C-BAR	770	37	0,021
NEFMAC (Treillis)	600	30	0,020

II.4.3 Effet des températures

Les effets de la température sur les PRF sont variés et complexe. Parmi ces effets, on peut citer ce qui suit [MP d'ISIS n°2, 2007] :

- Les températures élevées augmentent le taux de fluage des matériaux de PRF.
- Les températures très élevées augmentent le taux de dégradation des PRF dû aux attaques chimiques ou à l'absorption d'humidité.
- La dilatation thermique différentielle (entre les fibres et la matrice, ou entre le PRF et le substrat dans le cas où le PRF est collé sur le béton) peut mener au développement de contraintes thermiques qui pourraient endommager l'interface matrice-fibres [Robert et Benmokrane, 2010], ou l'interface entre le PRF et le substrat. Les contraintes thermiques dues aux différences de coefficients d'expansion thermique (CET), varient en fonction de la nature des constituants du PRF et peuvent être sensiblement différentes de celles du substrat.
- La répétition des cycles thermiques et des contraintes qui en résultent, peuvent endommager les matériaux de PRF par fissuration de la matrice et la rupture des fibres. Ce qui peut aggraver les problèmes dus à l'absorption d'humidité et ou à l'attaque chimique.

II.4.4 Propriétés d'adhérence des barres d'armature en PRF

Les propriétés d'adhérence des barres d'armature en PRF dépendent de la surface de la barre qui peut être recouverte de sable, crénelée, à enroulement hélicoïdal ou tressée. De

plus, les propriétés mécaniques de la barre ainsi que les conditions environnementales influencent l'adhérence des barres d'armature en PRF [ISIS CANADA, 2001].

Le frottement, l'adhésion et la résistance mécanique transfèrent les contraintes d'adhérence au béton. Contrairement au béton armé conventionnel, la résistance en compression du béton n'influence pas l'adhérence des barres en PRF [ISIS Canada, 2001].

II.4.5 Fatigue des barres d'armature en PRF

La fatigue concerne la dégradation ou la rupture d'un matériau ou d'un élément structural après des cycles de chargement et déchargement. La plupart des matériaux de PRF unidirectionnels utilisés en génie civil affichent un bon comportement en fatigue. La fatigue en traction des barres d'armature en PRF n'a pas été complètement étudiée. Il n'y a pas de méthode d'essai universellement acceptée pour évaluer le comportement à la fatigue des produits en PRF. Les résultats des recherches effectuées sur le comportement en fatigue des composites en PRF montrent que les produits en PRFC possèdent une excellente résistance à la fatigue [ISIS Canada, 2001].

II.4.6 Fluage et relaxation des barres d'armature en PRF

Le fluage est un phénomène qui affecte à différents degrés de sévérité pratiquement tous les matériaux en ingénierie. Le comportement au fluage de la plupart des produits en PRF est caractérisé par une réponse initiale élastique, suivi d'un comportement au fluage non linéaire jusqu'à la rupture. Quand les PRF sont soumis à une contrainte constante, ils peuvent se fracturer subitement. Ce phénomène est relié à la rupture par fluage. Plus le rapport des contraintes de charges soutenues (charges permanentes) sur les contraintes des surcharges est grand, plus l'endurance des PRF est petite. La rupture par fluage est aussi affectée par les rayons ultraviolets, les températures élevées, l'alcalinité et les conditions climatiques (humidité, mouillage/séchage, etc.). Les barres d'armature en PRFC sont moins susceptibles à la rupture par fluage, suivies de celles en PRFA et ensuite celles en PRFV. Celles-ci ont le plus haut risque de rupture par fluage [ISIS Canada, 2001].

II.5 Durabilité des barres d'armature en PRF

L'une des principales raisons pour lesquelles l'utilisation de barres en PRF pour armer du béton doit être considérée est que les barres d'acier peuvent se corroder lorsque le béton est soumis à des conditions environnementales agressives, provoquant une perte de résistance des matériaux et une diminution de l'intégrité structurale [ISIS Canada, 2001]. L'exposition à une variété de conditions défavorables peut modifier de manière significative la performance mécanique des matériaux de PRF. Ainsi, omettre de considérer les effets des facteurs tels que la température, l'humidité, les rayons ultraviolet, les différents produits chimiques et l'incendie peut mener à des performances insatisfaisantes. Le béton armé exposé aux chlorures contenus dans l'eau salée ou dans les sels de déglacage est particulièrement sujet à la corrosion de l'acier d'armature. Le

béton est hautement alcalin et a un pH autour de 12,5 à 13,5 et une alcalinité diminuant avec la carbonatation [Coomarasamy et Goodman, 1997]. Des essais de durabilité ont été effectués pour déterminer la réduction de la résistance et de la rigidité due au vieillissement naturel des armatures en PRF pour des conditions de service de 50 à 100 ans. Une méthodologie d'essais de vieillissement accélérés ainsi que des modèles de prédiction sont nécessaires pour fournir des estimations appropriées sur la résistance à long terme [ISIS Canada, 2001].

Les travaux de recherche ayant trait aux effets de la température sur la durabilité des barres d'armature en PRF dans un environnement alcalin constitué de béton indiquent qu'un facteur d'accélération pour chaque différence de température peut être défini par l'utilisation de la loi d'Arrhénius. Ces facteurs diffèrent pour chaque produit, selon le type de fibres, de résines et le diamètre de la barre. De plus, ces facteurs sont affectés par les conditions environnementales telles que le milieu chimique, la température, le PH, l'humidité et les conditions de gel-dégel [ISIS Canada, 2001]. Dans une autre série d'essais [Coomarasamy et Goodman, 1997], les résultats d'augmentation de la masse par absorption d'humidité et d'études morphologiques sur des échantillons en PRF ont indiqué des tendances similaires du point de vue qualitatif. Les résultats d'essais d'absorption, ont montré une augmentation moyenne de la masse de 0,6 %, après 7 semaines de conditionnement pour des échantillons qui ont maintenu 75 % de leur intégrité structurale, comparativement à plus de 2,4 % pour les échantillons qui ont perdu leur intégrité structurale.

II.6 Comportement thermique des barres d'armatures en matériaux composites

II.6.1 Effet de la contrainte appliquée sur le coefficient d'expansion thermique des tiges d'armatures en matériaux composites

Les propriétés thermiques des fibres sont considérablement différentes dans la direction longitudinale et transversale. Les barres d'armature fabriquées à partir de ces fibres ont donc des coefficients d'expansion thermique différents dans les deux directions. Les caractéristiques thermiques du produit en PRF changent selon le type de matrice, le type de fibre et de la fraction volumique en fibres. Les coefficients d'expansion thermique pour certaines barres d'armature en PRF sont déjà donnés dans le tableau (II.6).

GUIMARAES et BURGOYNE (1997) ont étudié l'existence d'une relation liant le coefficient d'expansion thermique des tendons en composites et la contrainte qui leur est appliquée. Une série de 30 essais ont été effectués sur des fils en Kevlar 49 à des températures variant entre 5°C et 75°C et à une contrainte se situant entre 3% et 45% de la résistance ultime en traction. Il apparaît que pour une contrainte appliquée de 60% de la résistance ultime f_u , le coefficient d'expansion thermique longitudinal est de $-10.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ (figure II.11). Le coefficient d'expansion thermique transversal des tendons en PRF pourra être affecté de la même manière sous une contrainte soutenue.

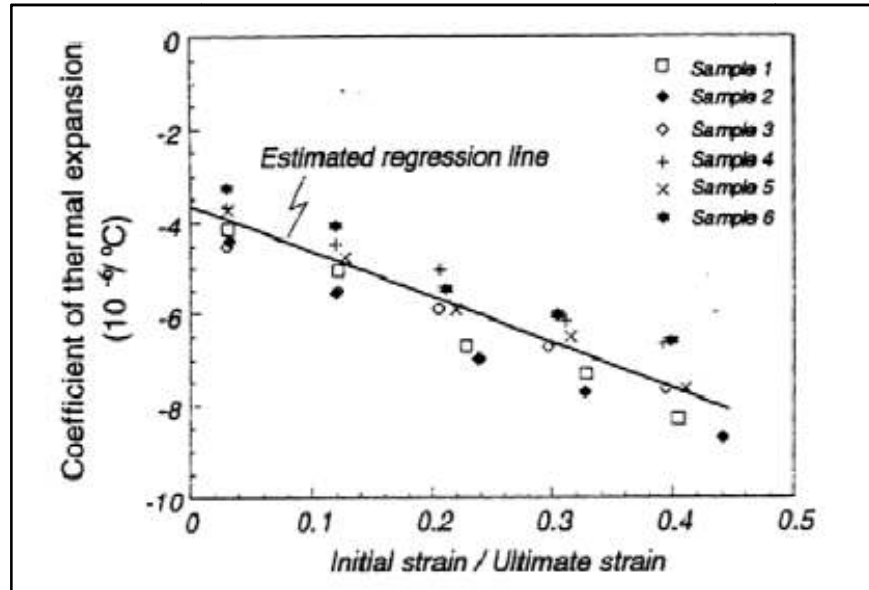


Figure II.11: Relation entre le coefficient d'expansion thermique CTE et la déformation des fils en Kevlar [Zaidi, 2006].

II.6.2 Comportement mécanique des tiges en matériaux composites sous hautes températures

Les températures élevées peuvent avoir un effet négatif sur les PRF. KUMAHARA et coll. (1993) ont étudié l'effet des hautes températures sur la résistance en traction et le module d'Young pour des barres de PRF avec différents types de fibres et de résines. Les résultats sont comme suit :

Pour les barres en PRF d'aramides (PRFA). À des températures de 70°C et 400°C, la résistance à la traction a diminué respectivement de 5% et 80%. À des températures de 70°C et 250°C, le module d'Young a diminué respectivement de 15% et 30%. Pour les barres en PRF de verres (PRFV) ayant une résine vinylester, la résistance à la traction a chuté de 20% à une température de 60°C. Les pertes de résistance à 250°C et 400°C ont été de 40% et 60%, respectivement. Pour les barres en PRF de carbones (PRFC) à base de fibres « PITCH » et de résine époxyde, la résistance en traction a diminué de 20% à une température de 60°C. Par contre, pour les barres en PRF de carbones à base de fibres « PAN » et de liant inorganique (pâte de ciment), la résistance reste presque inchangée à une température de 250°C. Le module d'Young a diminué d'une valeur peu notable. Des essais ont été réalisés par CHAALAL et BENMOKRANE (1993) sur des barres en PRFV à base de fibres de verre et de résine polyester afin d'évaluer l'influence de l'augmentation de température sur la résistance à la tension des barres en PRFV. Les tiges sont soumises à différentes températures allant jusqu'à 400°C. Les résultats ont montré que la perte de résistance était de 31%, 45%, 60% et 71% pour des températures de 100°C, 200°C, 300°C et 400°C, respectivement. Ces pertes sont plus grandes que celles de l'acier (14% à 400°C) et des fils étirés à froid (50% à 400°C). Ces études montrent que les propriétés mécaniques des barres en PRF sont affectées par les hautes

températures et aussi par les types de fibres et résines utilisées [Zaidi, 2006]. RAHMAN et KINGSLEY (1996) ont étudié la résistance à la fatigue en traction sur des PRF de type NEFMAC-H, et ils ont conclu que la résistance à la fatigue des NEFMAC-H se diminue lorsqu'on augmente la température.

II.6.3 Comportement des matériaux composites à basses températures

P.K. DUTTA (1994) a étudié le comportement des barres en PRF, à base de fibres de verre et de résine polyester, sous l'effet de la basse température de $-48\text{ }^{\circ}\text{C}$ et l'effet des cycles thermiques variant de $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ à $+60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Cette étude montre qu'à basse température, la barre en PRF ayant des coefficients d'expansion thermique de fibres et de résine différents développe des contraintes de traction résiduelles qui peuvent engendrer des microfissures dans la matrice et par conséquent une fragilité importante du composite. À basse température, certaines propriétés mécaniques des PRFV s'améliorent, comme par exemple l'augmentation de la résistance à la compression et la rigidité ainsi que la réduction de fragilité du composite sous l'effet des cycles thermiques [Zaidi, 2006].

II.7 Effet de l'expansion thermique transversale des armatures en matériaux composites sur l'interface béton/armature en PRF

L'expansion thermique transversale élevée des armatures en PRF par rapport à celle du béton produit des pressions radiales à l'interface armature/béton. Ces pressions peuvent conduire à la fissuration du béton et éventuellement affaiblir l'adhérence armature/béton. Pour déterminer la pression radiale exercée par l'armature en PRF sur le béton et les contraintes générées dans ce dernier, RAHMAN et coll. (1995) ont élaboré un modèle, pour des cylindres en béton renforcés par des barres de PRF, basé sur la théorie d'élasticité de TIMOSHENKO (1970). Les auteurs ont supposé une adhérence parfaite entre le béton et l'armature en PRF, et que la section du cylindre reste plane après les déformations thermiques. La déformation thermique différentielle se produit dans les directions axiale et transversale (radiale), comme le montre la figure II.12. Le déplacement thermique différentiel transversal, δ_{al} , est donné par la relation suivante [Zaidi et Coll., 2013] :

$$\delta_{al} = (\alpha_t - \alpha_c) a \Delta T \quad (\text{II.7})$$

a : rayon de la barre en PRF.

α_t : Coefficient d'expansion thermique transversal des armatures en PRF.

α_c : Coefficient d'expansion thermique du béton.

ΔT : Variation de température.

Notons que $\delta_{al} > 0$, lorsque $\text{CET}(\text{PRF}) > \text{CET}(\text{béton})$, et $\Delta T > 0$

Le déplacement différentiel transversal, δ_{a1} , est la principale source de la pression radiale. Cependant si l'adhérence est maintenue entre l'armature et le béton, un déplacement thermique transversal additionnel est requis à cause de la compatibilité des déformations longitudinales. Ce déplacement additionnel est donné par l'expression suivante :

$$\delta_{a2} = (\alpha_l - \alpha_c) a \Delta T \frac{[v_c \cdot E_l + v_{lt} \cdot E_c (r^2 - 1)]}{E_c (r^2 - 1) + E_l} \quad (\text{II.8})$$

E_l : Module d'élasticité longitudinale de PRF

E_c : Module d'élasticité du béton

r : rapport du rayon de cylindre sur rayon de l'armature ($r=b/a$)

v_c : Coefficient de poisson du béton

v_{lt} : Coefficient de Poisson des PRF pour le calcul des déformations transversales lorsque la contrainte est appliquée dans la direction longitudinale;

α_l : Coefficient d'expansion thermique longitudinal des armatures en PRF

Le déplacement différentiel total Δ_a est comme suit :

$$\Delta_a = \delta_{a1} + \delta_{a2} \quad (\text{II.9})$$

En utilisant la théorie d'élasticité, la pression radiale est donnée par :

$$P = \frac{\Delta_a}{\frac{a}{E_c} \left(\frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} + v_c \right) + \frac{a}{E_t} (1 - v_{tt})} \quad (\text{II.10})$$

E_t : Module d'élasticité transversal de PRF.

v_{tt} : Le coefficient de Poisson des PRF pour le calcul des déformations transversales lorsque la contrainte est appliquée dans le plan transversal.

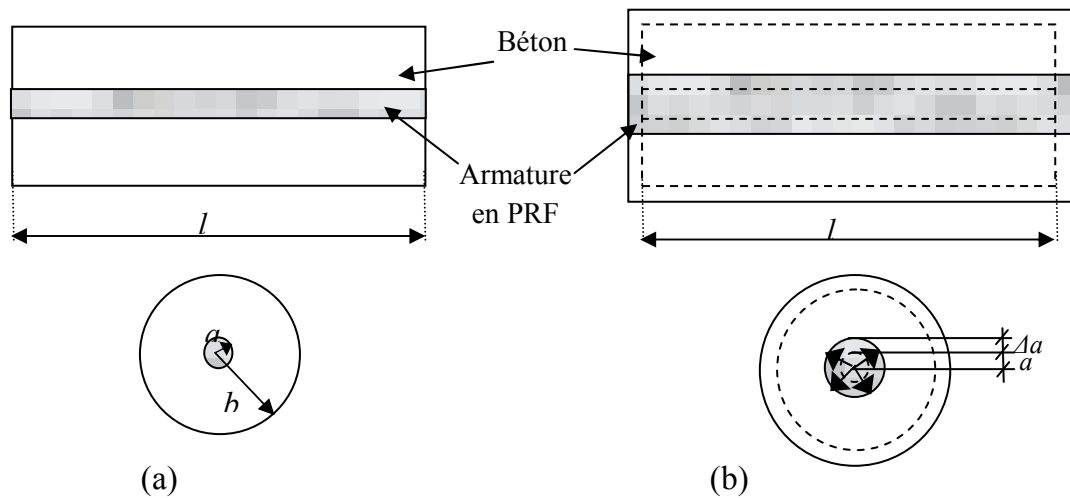


Figure II.12 : Cylindre en béton armé ;(a) forme initiale, (b) forme finale après déformation thermique.

Plusieurs études ont été effectuées pour étudier l'effet de l'expansion thermique transversal sur l'adhérence de béton avec les barres de PRF, parmi ces études on peut citer ce qui suit :

MATTHYS et coll. (1996) ont étudié l'influence de l'expansion thermique transversale des armatures de PRF sur l'enrobage critique du béton en utilisant la méthode des éléments finis. Des prismes en béton renforcé de barres et plaques précontraintes en PRF d'aramide (Arapree), ont été considérés dans cette analyse. Les prismes ont été soumis à la variation de température et à l'effet d'Hoyer défini comme l'expansion transversale des éléments de précontrainte, dans la zone du transfert, due au transfert de la force de précontrainte de l'armature directement au béton ou par l'intermédiaire des éléments d'ancrage. Les barres Arapree ont 5,3 mm et 7,5 mm de diamètre (d_b). Les plaques ont 20 mm de largeur et 1,5 mm; 3 mm ou 5 mm d'épaisseur. Le coefficient d'expansion thermique transversal des barres Arapree est d'environ 65.10^{-6} mm/mm/°C. Les résultats d'analyse montrent que :

- l'enrobage critique du béton (effet d'Hoyer et $\Delta T = 60$ °C) pour les armatures Arapree est égal à 3,5 à 5 fois le diamètre des barres (d_b) dépendant de la résistance du béton et de la forme d'élément précontraint, pour les barres PRFA le rapport critique c/d_b est de 4,7 et 3,7 et ce pour des résistances à la compression du béton de 45 MPa et 90 MPa respectivement. Pour les plaques de PRFA, le rapport critique c/d_b est de 5 et 4,3 et ce pour des résistances du béton à la compression de 45 MPa et 90 MPa respectivement;
- L'épaisseur d'enrobage du béton semble diminuer pour des bétons à haute résistance.

Enfin les auteurs suggèrent d'étudier les éléments en béton renforcé d'armatures précontraintes en PRF de carbone [Zaidi et Coll., 2013].

Chapitre III

III.1. Introduction

Le modèle numérique est établi à l'aide du logiciel ADINA afin d'étudier le comportement non linéaire des poutres prismatiques en béton armé des barres en PRF de verre (PRFV) soumises à des variations de température ΔT . Cette étude permet de déterminer la variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton ainsi que les variations de température ΔT_{sp} et $\Delta T_{sp}'$ au-delà des lesquelles l'enrobage du béton et le béton situé entre les barres sont totalement fissurés, respectivement. En outre, les contraintes de traction circonférentielle et de compression radiale du béton ainsi que les déformations transversales du béton pour chaque cas de chargement thermique, sont déterminées.

III.2. Description des poutres modélisées

Trois différentes sections rectangulaires ($b_1 \times h$) des poutres en béton ont été utilisées à savoir : 76 x 100; 100 x 125 et 100 mm x 150 mm. La longueur des poutres a été de 380 mm. 13 poutres ont été renforcées avec une seule barre en PRFV avec des rapports d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF c/d_b variant de 1,0 à 2,4 (les détails des poutres sont présentés dans le tableau III.1 et la figure III.1), et 6 poutres ont été renforcées avec deux barres en PRFV avec des rapports de l'espacement entre barres dans le béton au diamètre de la barre en PRF e/d_b varie de 1,3 à 3,3 (les détails des poutres sont présentés dans le tableau III.2 et la figure III.2).

Tableau III.1:Caractéristiques géométriques des poutres en béton armé d'une seule barre en PRF.

Poutres	Largeur de poutre b (mm)	Hauteur de poutre h (mm)	Diamètre de barre d_b (mm)	Enrobage du béton c (mm)	c/d_b
P.#10.20	76	100	9,5	20	2,1
P.#13.20	76	100	12,7	20	1,6
P.#13.25	76	100	12,7	25	2
P.#13.30	76	100	12,7	30	2,4
P.#16.20	76	100	15,9	20	1,3
P.#16.25	76	100	15,9	25	1,6
P.#16.30	76	100	15,9	30	1,9
P.#19.20	100	125	19,1	20	1,0
P.#19.25	100	125	19,1	25	1,3
P.#19.30	100	125	19,1	30	1,6
P.#25.25	100	150	25,4	25	1,0
P.#25.30	100	150	25,4	30	1,2
P.#25.35	100	150	25,4	35	1,4

L'identification des poutres indique la forme (P = Prismatique), suivie par le diamètre de la barre en PRF et l'épaisseur d'enrobage du béton.

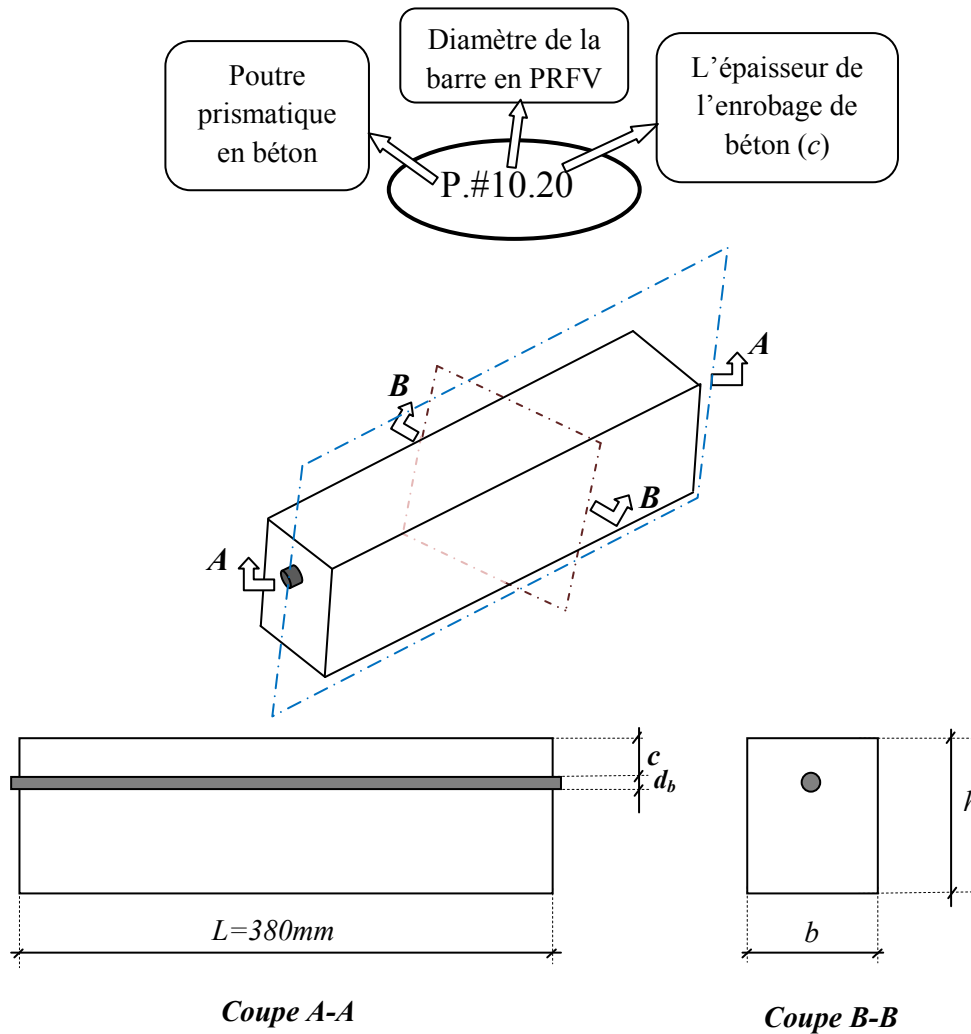


Figure III.1: Poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV.

Tableau III.2: Caractéristiques géométriques des poutres en béton armé de deux barres en PRF.

N° poutres	Largeur de poutre b (mm)	Hauteur de poutre h (mm)	Diamètre de barre d_b (mm)	Enrobage du béton c_1 (mm)	Enrobage du béton c_2 (mm)	L'espace entre les barres e (mm)	c_1/d_b	c_2/d_b	e/d_b
P.#10.20/30	76	100	9,5	20	30	31	2,1	3,2	3,3
P.#10.25/25	76	100	9,5	25	25	31	2,6	2,6	3,3
P.#13.20/25	76	100	12,7	20	25	29,6	1,6	2,0	2,3
P.#16.20/20	76	100	15,9	20	20	28,2	1,3	1,3	1,8
P.#19.20/35	100	125	19,1	20	35	31,8	1,0	1,8	1,7
P.#25.30/35	100	150	25,4	30	35	34,2	1,2	1,4	1,3

L'identification des poutres indique la forme (P = Prismatique), suivie par le diamètre des barres en PRF ensuite l'épaisseur d'enrobage du béton pour la première barre et l'épaisseur d'enrobage du béton pour la deuxième barre de PRFV.

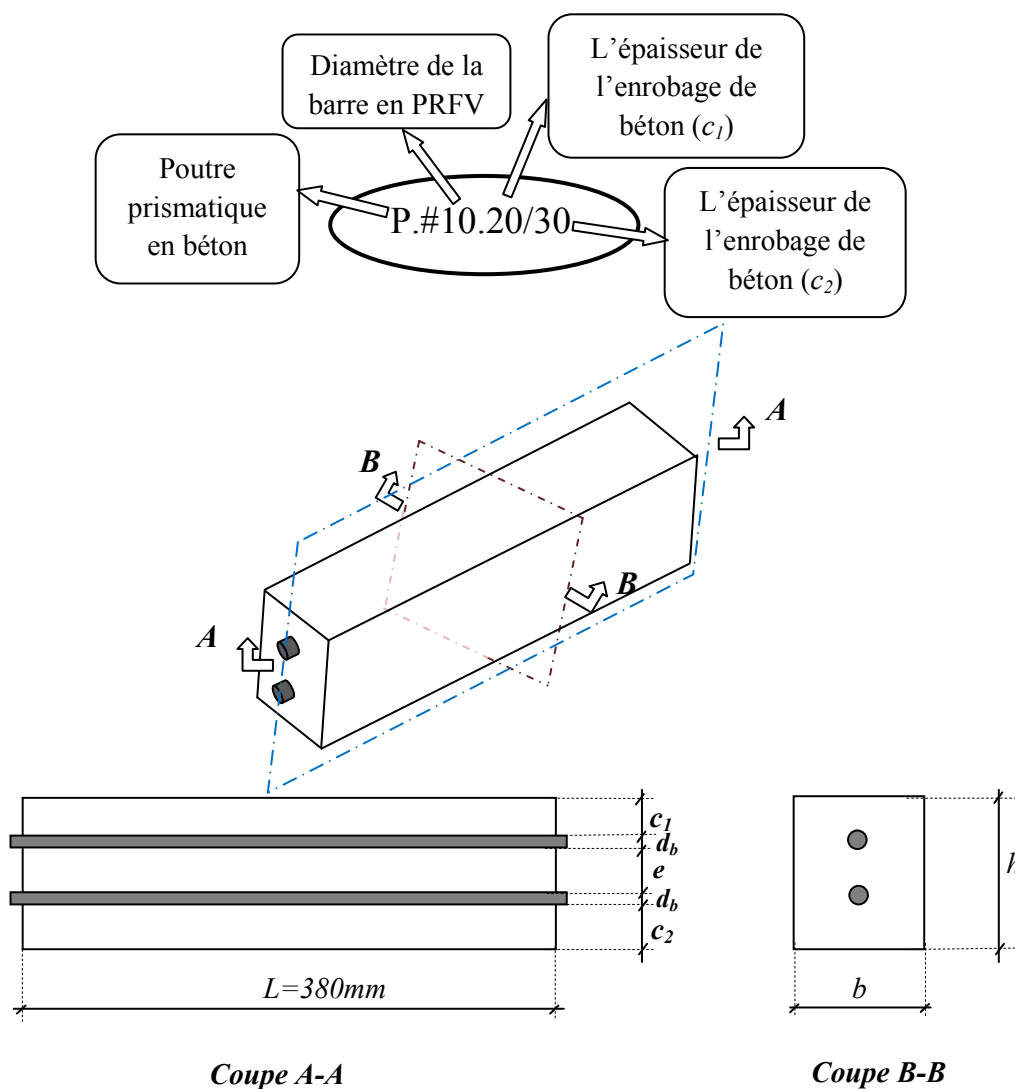


Figure III.2: Poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

III.3. Propriétés des matériaux

III.3.1 Béton

Le béton utilisé dans cette étude est de résistance à la compression de 40 MPa déterminée expérimentalement par Zaidi (2006). Les caractéristiques physiques et mécaniques du béton utilisé sont reportées au tableau III.3. La figure III.3 présente le diagramme de contrainte-déformation du béton.

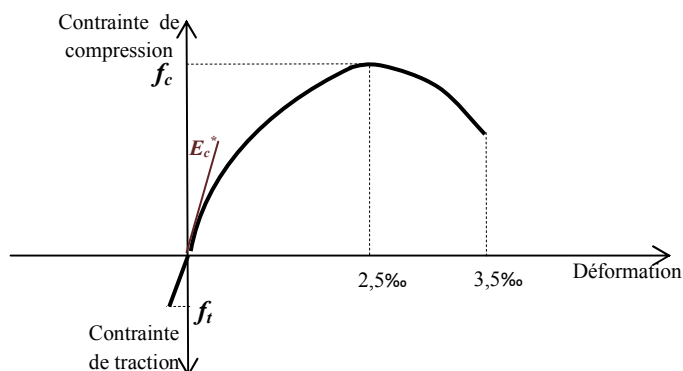


Figure III.3: Diagramme de contrainte-déformation du béton.

Tableau III.3: Propriétés physiques et mécaniques du béton.

La résistance à la compression f_{c28} (MPa)	La résistance à la traction f_{t28} (MPa)	Le module d'élasticité linéaire E_c^* (GPa)	Le coefficient de poisson ν	Le coefficient d'expansion thermique CET($\times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
40	4,1	28	0,17	11,6

III.3.2 Barres en polymères renforcés de fibres (PRFV)

Les barres en polymères renforcés de fibres de verre (PRFV) Isorod ou V-Rod ; Isorod est l'ancienne marque commerciale des barres en PRF tandis que V-Rod est la nouvelle marque commerciale de ces barres. Les barres en PRFV sont constituées de fibres de verre de type E et de résine vinylester. Les barres d'armatures sont recouvertes d'un mélange de sable et de résine (figure III.4) afin d'améliorer l'adhérence avec le béton et d'empêcher la pénétration des agents agressifs.

**Figure III.4:** Barres en PRFV Isorod.

Les propriétés mécaniques en traction des barres en PRFV présentées au tableau III.4 ont été déterminées expérimentalement par Zaidi (2006).

Le module d'élasticité transversal E_t et le coefficient de Poisson transversal ν_{tt} ont été calculés en utilisant la règle des mélanges discutée aux paragraphes II.4.2 (a) et (b).

Tableau III.4 : Propriétés mécaniques des barres en PRFV Isorod.

Désignation de barre	Diamètre de barre, d_b (mm)	Résistance ultime à la traction f_{tu} (MPa)	Module d'élasticité longitudinal E_l (GPa)	Déformation ultime en traction (%)	Coefficient de Poisson longitudinal ν_{lt}	Module d'élasticité transversal E_t (GPa)	Coefficient de Poisson transversal ν_{tt}
N°.10	9,5	627±22	42±1	1,8±0,2	0,28± 0,02	7,1	0,38
N°.13	12,7	617±16	42±1	1,4±0,2			
N°.16	15,9	535±9	42±1	1,5±0,2			
N°.19	19,1	600±15	40±1	1,4±0,2			
N°.25	25,4	N/A	N/A	N/A			

III.4. Logiciel ADINA

ADINA c'est un logiciel de calcul basé sur les éléments finis dont l'abréviation signifie : Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis.

III.5. Description géométrique des poutres :

III.5.1 Poutre renforcée d'une seule barre en PRF

Le schéma suivant présente les caractéristiques géométriques d'une poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV, P.#25.35, à titre d'exemple.

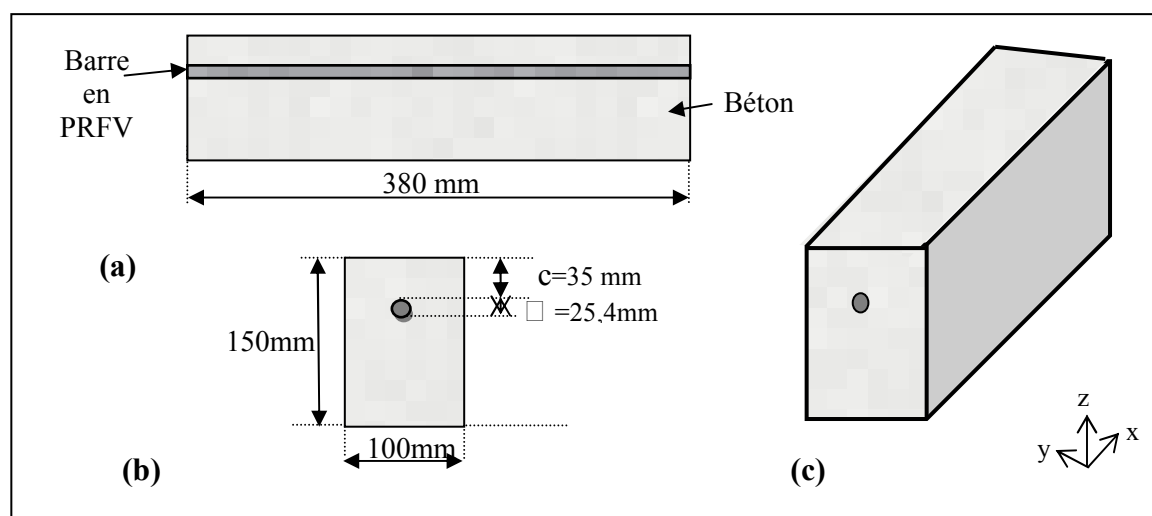


Figure III.5 : (a) Coupe en longue de la poutre P.#25.35, (b) Coupe en travers de la poutre P.#25.35, (c) Vue en perspective de la poutre.

III.5.2 Poutre renforcée de deux barres en PRF

Le schéma suivant présente les caractéristiques géométriques de poutre en béton armé de deux barres en PRFV, P.#19.20/35, à titre d'exemple.

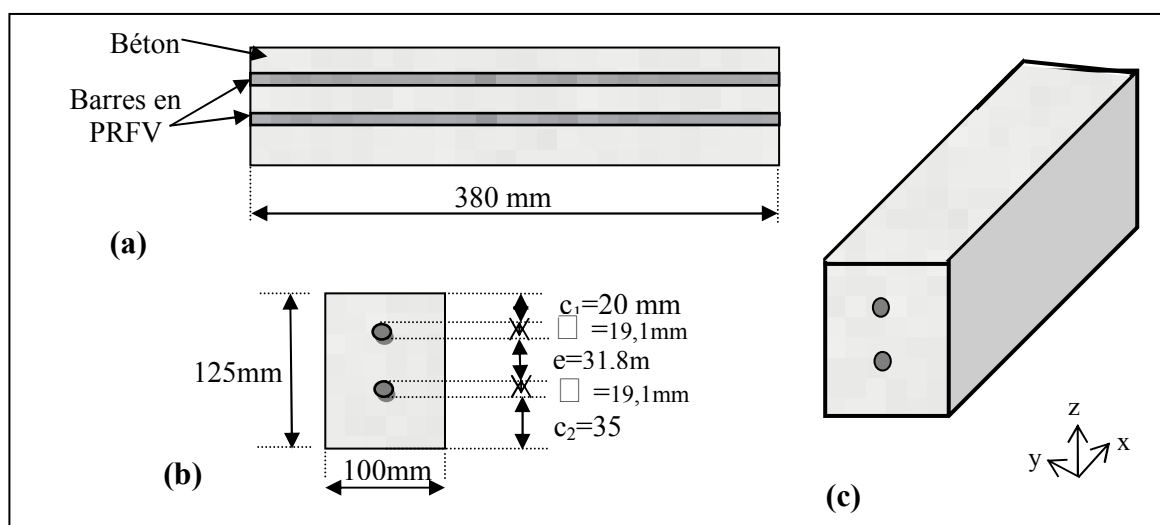


Figure III.6 : (a) Coupe en longue de la poutre P.#19.20/35, (b) Coupe en travers de la poutre P.#19.20/35, (c) Vue en perspective de la poutre.

Tableau III.5 : Coordonnées des points de l'élément modélisé pour une poutre renforcée d'une seule barre en PRFV P.#25.35.

Points	$X_2 \ll Y \gg$	$X_3 \ll Z \gg$
1	50	150
2	0	150
3	0	0
4	50	0
5	0	54,60
6	50	54,60
7	0	115
8	0	102,3
9	0	89,60

Tableau III.6 : Coordonnées polaires des points intermédiaires de l'élément modélisé pour une poutre renforcée d'une seule barre en PRFV P.#25.35.

Points	$X_1 \ll \rho \gg$	$X_2 \ll \theta \gg$	$X_3 \ll Z \gg$
10	12,7	30	0
11	12,7	-30	0

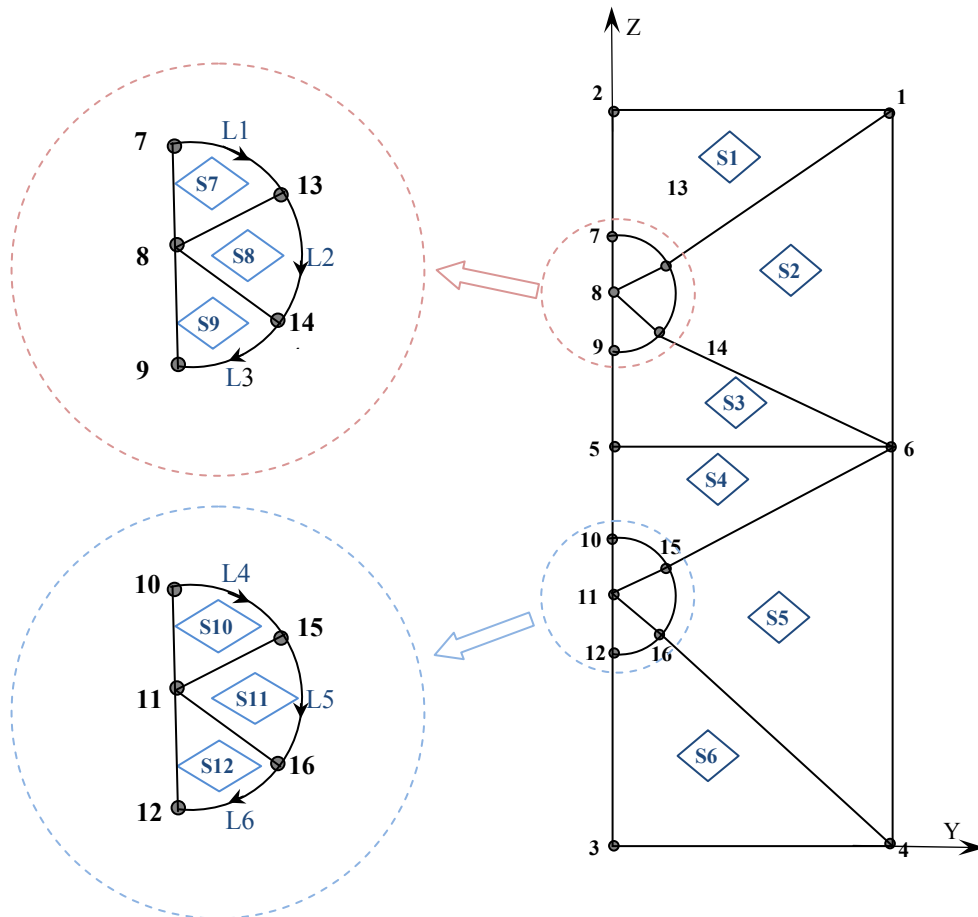


Figure III.8 : Géométrie de la poutre renforcée de deux barres en PRFV.

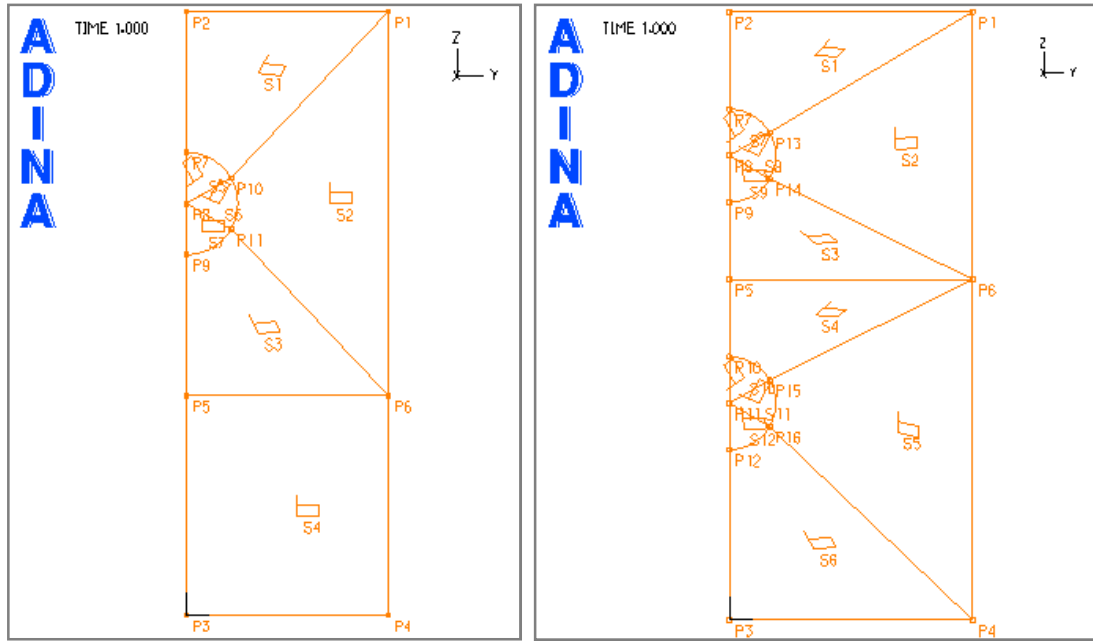
Les coordonnées des points sont données dans le tableau III.7. Pour déterminer les points intermédiaires dans les demi-cercles, on définit les coordonnées cylindriques. Les coordonnées du point de l'origine est le point 8(0 ; 0 ; 95,45), et les coordonnées de la deuxième est le point 11(0 ; 0 ; 44,55). Les détails des coordonnées des points intermédiaires sont donnés dans le tableau III.8.

Tableau III.7 : Coordonnées des points de l'élément modélisé pour une poutre renforcée de deux barres en PRFV ; P.#19.20/35.

Points	X ₂ « Y »	X ₃ « Z »
1	50	125
2	0	125
3	0	0
4	50	0
5	0	70
6	50	70
7	0	105
8	0	95,45
9	0	85,90
10	0	54,10
11	0	44,55
12	0	35

Tableau III.8 : Coordonnées polaires des points intermédiaires de l'élément modélisé pour une poutre renforcée de deux barres en PRFV ; P.#19.20/35.

Points	X ₁ « ρ »	X ₂ « θ »	X ₃ « Z »
13	9,55	30	0
14	9,55	-30	0
15	9,55	30	0
16	9,55	-30	0



(a)

(b)

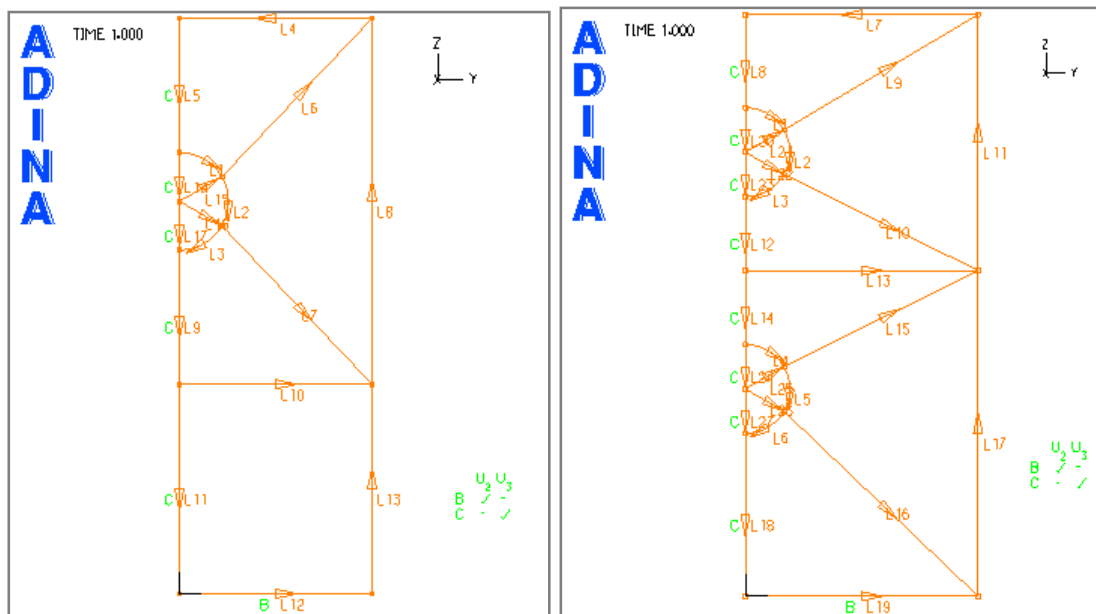
Figure III.9 : Géométrie des éléments et les points considérés : **a)** poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. **b)** poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

III.6.2 Les conditions aux limites

Le nombre de degré de liberté à considérer est égal à 2, donc seulement les déplacements suivants u_y et u_z sont considérés (Figure III.10) :

À $y = 0$: $U_2 = 0$ et $U_3 \neq 0$

À $z = 0$: $U_3 = 0$ et $U_2 \neq 0$



(a)

(b)

Figure III.10 : Conditions aux limites : **a)** poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. **b)** poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

III.6.3 Application des charges

La variation de température ΔT est appliquée statiquement de façon uniforme et homogène sur toutes les surfaces des deux matériaux, béton et armature en PRFV, comme le montre la figure III.11 et la figure III.12.

Comme le montre le tableau III.9 la variation de température ΔT augmente par incrément de 5°C à partir de 0°C et jusqu'à +60°C. ($T^{\circ} = +20$ à +80°C $\Leftrightarrow \Delta T = +0$ à +60°C si la température de référence est de +20°C).

Tableau III.9 : Variation de la température.

Temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$T(^{\circ}\text{C})$	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80

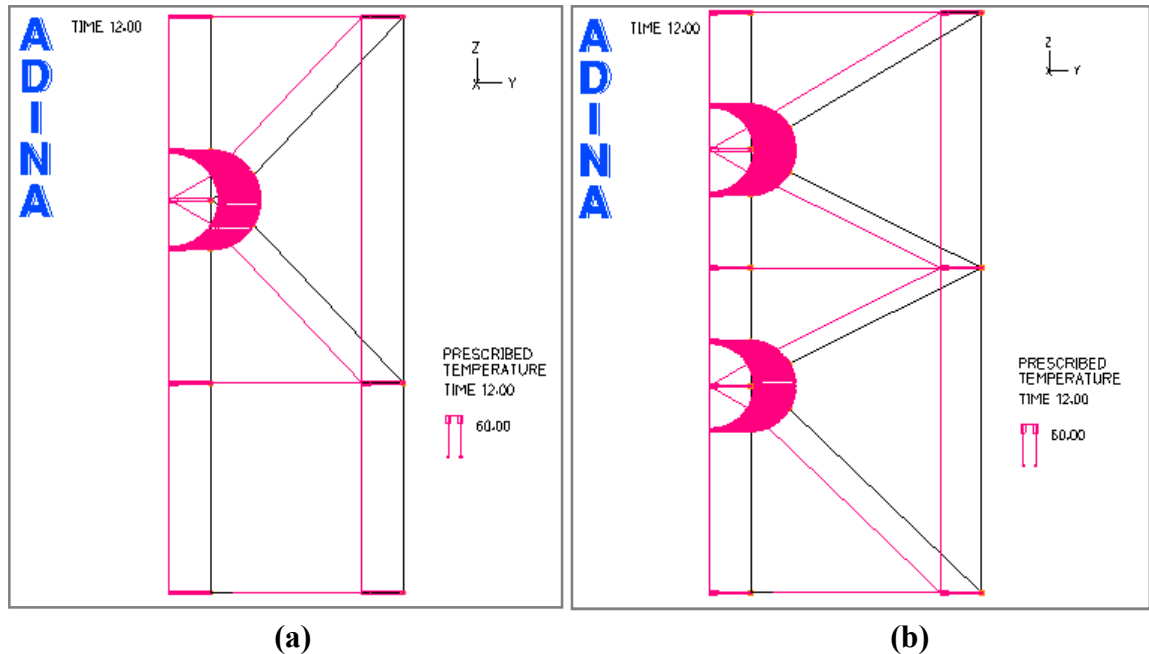


Figure III.11 : Chargement thermique appliqué sur les poutres : a) poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. b) poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

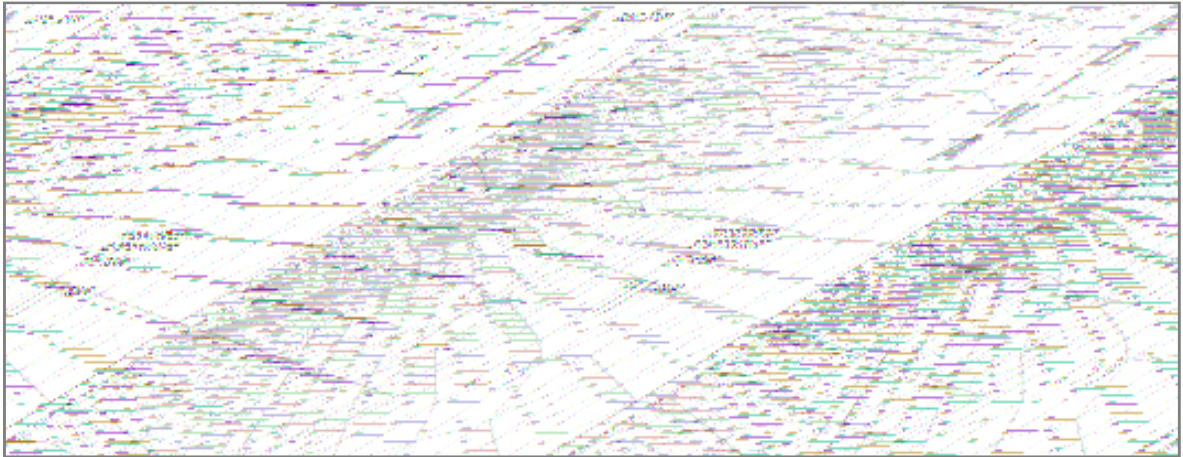


Figure III.12 : Chargement thermique appliqué de façon homogène sur chaque élément de la poutre.

III.6.4 Propriétés des matériaux

Le matériau PRFV est considéré comme un matériau de comportement élastique linéaire. Les propriétés de PRFV sont déjà présentées au Tableau III.4 de ce chapitre. Cependant, le béton est considéré comme un matériau de comportement non linéaire comme le montre la figure III.13. Les propriétés du béton sont déjà présentées au Tableau III.3.

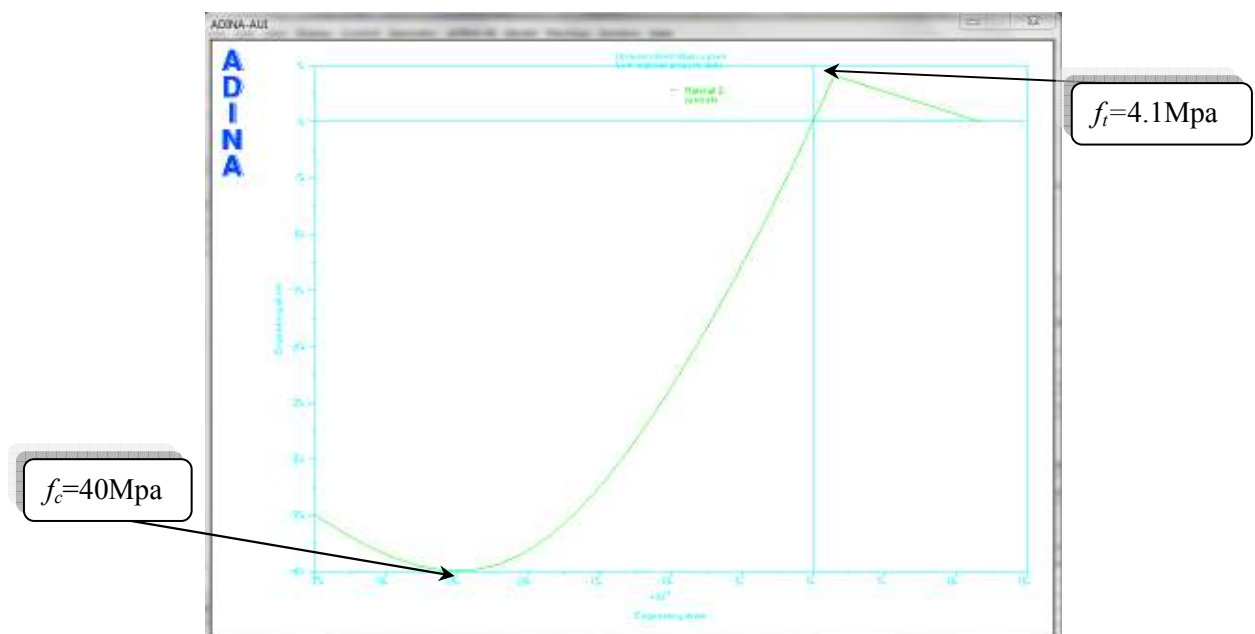


Figure III.13 : Diagramme contrainte-déformation du béton.

III.6.5 Définition des surfaces de contact

Les surfaces de contact sont présentées par des lignes à l'interface armature en PRF/béton. Les schémas de la figure III.14 montrent les directions des pressions aux surfaces de contact. Pour nos modèles, elles sont indiquées par la figure III.15.

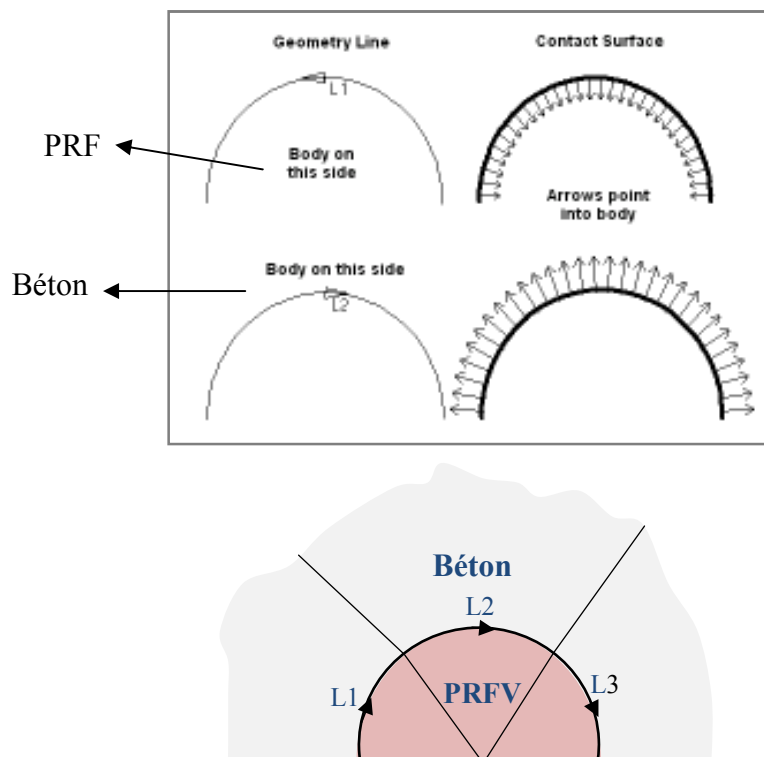


Figure III.14 : Direction des lignes et des pressions à la surface de contact.

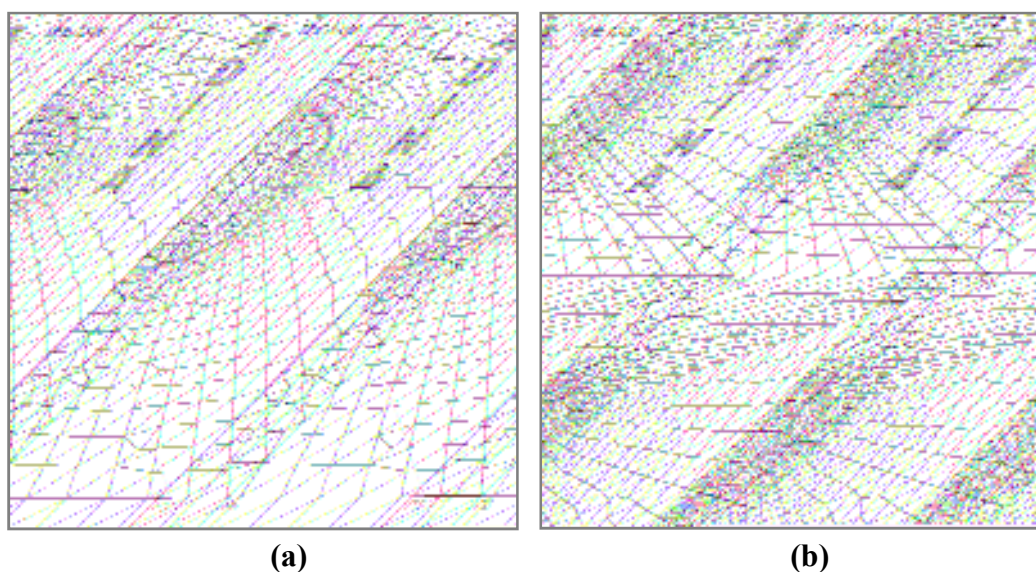


Figure III.15 : Directions des pressions aux surfaces de contact : **a)** poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. **b)** poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

III.6.6 Définition des éléments et le Maillage

La dimension de maillage est plus petite dans la surface de contact comme le montre la figure III.16.

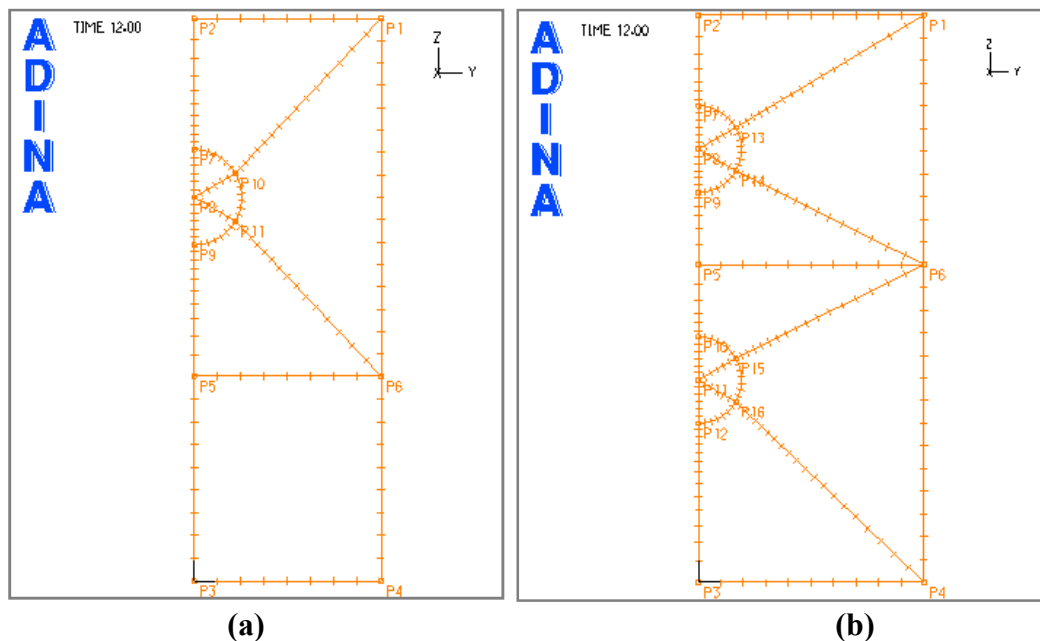


Figure III.16 : Dimensions de maillage : **a)** poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. **b)** poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

La surface de chaque matériau est divisée à des éléments de forme triangulaire à 6 nœuds (figure III.17). La figure III.18 montre le maillage à l'interface armature/béton.

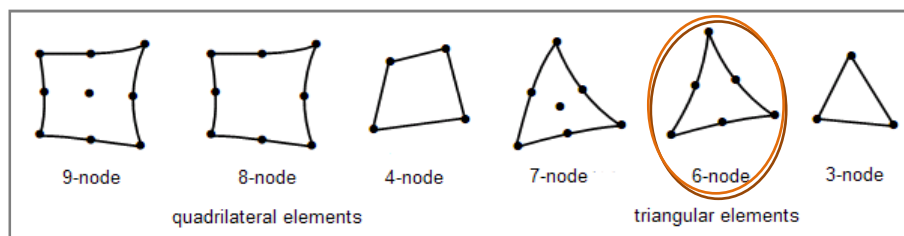


Figure III.17 : Différents types d'élément de maillage.

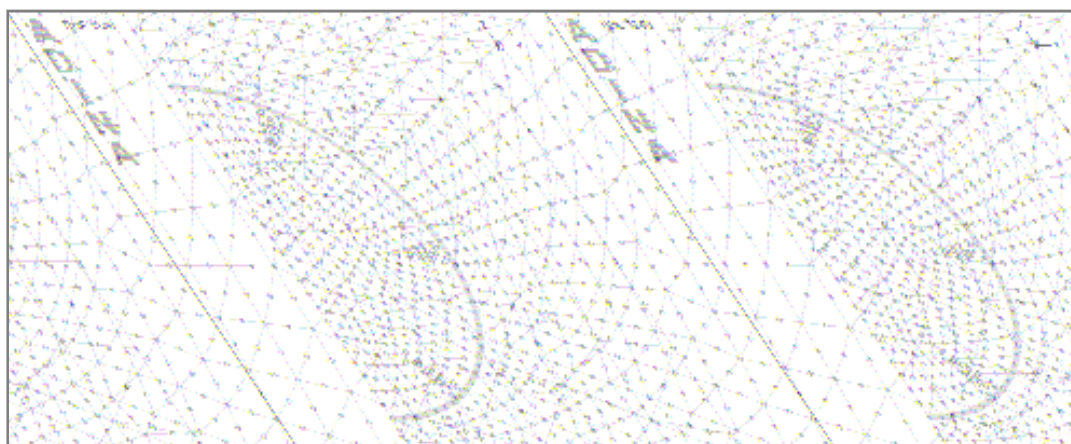


Figure III.18 : Éléments triangulaires du maillage.

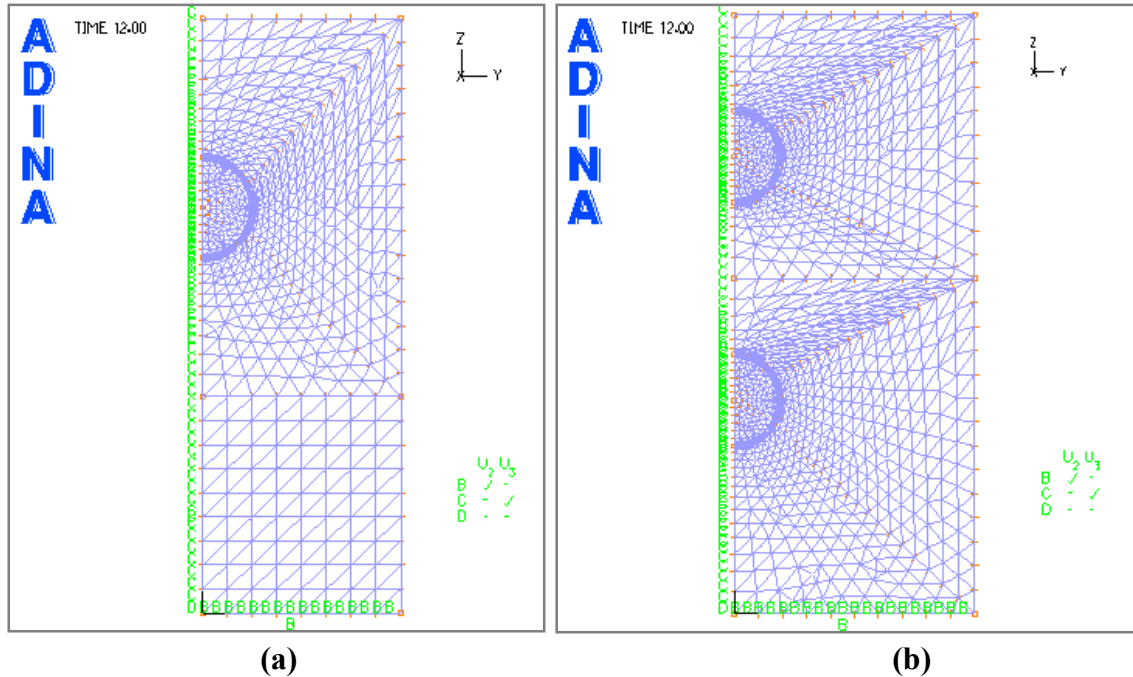


Figure III.19 : Maillage des barres en PRFV et de béton : **a)** poutre en béton armé d'une seule barre en PRFV. **b)** poutre en béton armé de deux barres en PRFV.

III.7. Analyse des résultats numériques des poutres en béton

III.7.1 Analyse des résultats pour les poutres renforcées d'une seule barre en PRF

La figure III.20 montre la formation des premières fissures radiales dans le béton à l'interface armature/béton, obtenues par le programme ADINA, à une variation de température ΔT_{cr} de $+22^{\circ}\text{C}$ (voir annexe) pour une poutre prismatique en béton armé d'une seule barre en PRFV (P.#25.35) ayant un rapport d'épaisseur d'enrobage de béton au diamètre de la barre en PRF c/d_b égal à 1,4.

Le tableau III.10 présente les valeurs de variations de température ΔT_{cr} produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton. D'après ce tableau, on remarque que les valeurs de ΔT_{cr} varient entre 21 et 23°C pour des rapports d'épaisseur d'enrobage au diamètre de barre en PRF c/d_b variant entre 1,0 à 2,4. Aussi, on constate qu'elles augmentent avec l'augmentation du rapport c/d_b à cause de la diminution des contraintes de traction à l'interface armature en PRF/béton.

Pour déterminer ΔT_{cr} les variations de température produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton avec précision, on considère que la variation de température ΔT augmente par incrément de 1°C à partir de $+20^{\circ}\text{C}$ et jusqu'à $+25^{\circ}\text{C}$ (voir Annexe A). De la même manière pour déterminer ΔT_{sp} avec précision, on considère que la variation de température ΔT augmente par incrément de 1°C à partir de 0°C et jusqu'à $+60^{\circ}\text{C}$.

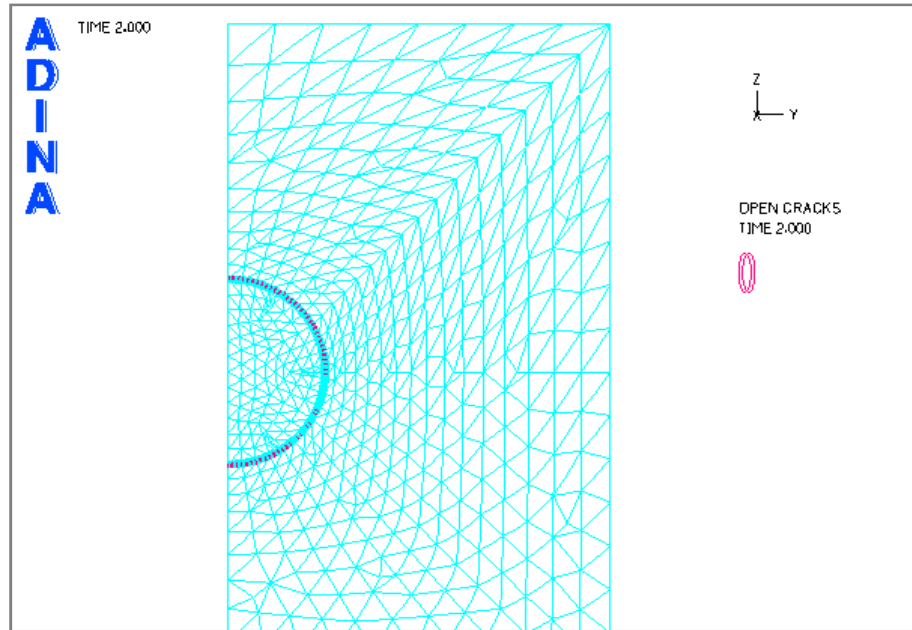


Figure III.20 : Formation de la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature/béton à la variation de température ΔT_{cr} (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b=1,4$; $\Delta T_{cr} = +22$ °C).

Tableau III.10 : Valeurs de ΔT_{cr} en fonction de c/d_b .

<i>Poutre</i>	c/d_b	ΔT_{cr} (°C)
P.#13.30	2,4	23
P.#10.20	2,1	23
P.#13.25	2,0	23
P.#16.30	1,9	22
P.#19.30	1,6	22
P.#13.20	1,6	22
P.#16.25	1,6	22
P.#25.35	1,4	22
P.#19.25	1,3	22
P.#16.20	1,3	22
P.#25.30	1,2	21
P.#19.20	1,0	21
P.#25.25	1,0	21

La figure III.21 montre que la formation de fissure de rayon externe ρ_{cr} se fait lorsque la variation de température atteint la valeur de ΔT_{sp} de +42°C au-delà de laquelle l'enrobage du béton ne peut résister à la pression radiale et donc il se trouve complètement fissuré comme le montre la figure III.22.

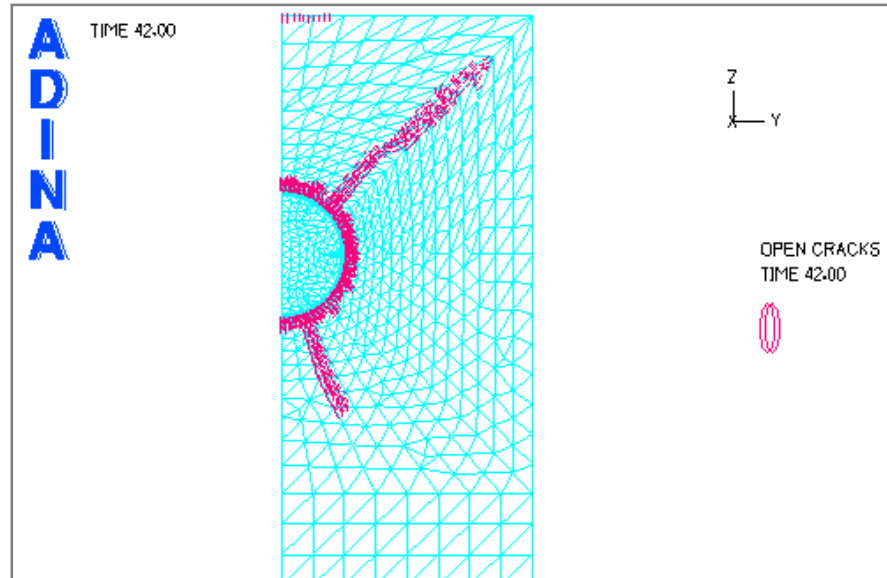


Figure III.21: Formation des couronnes de fissures approfondie à une variation de température $\Delta T_{sp}=+42^{\circ}\text{C}$ au delà de laquelle l'enrobage du béton est totalement fissuré (P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).

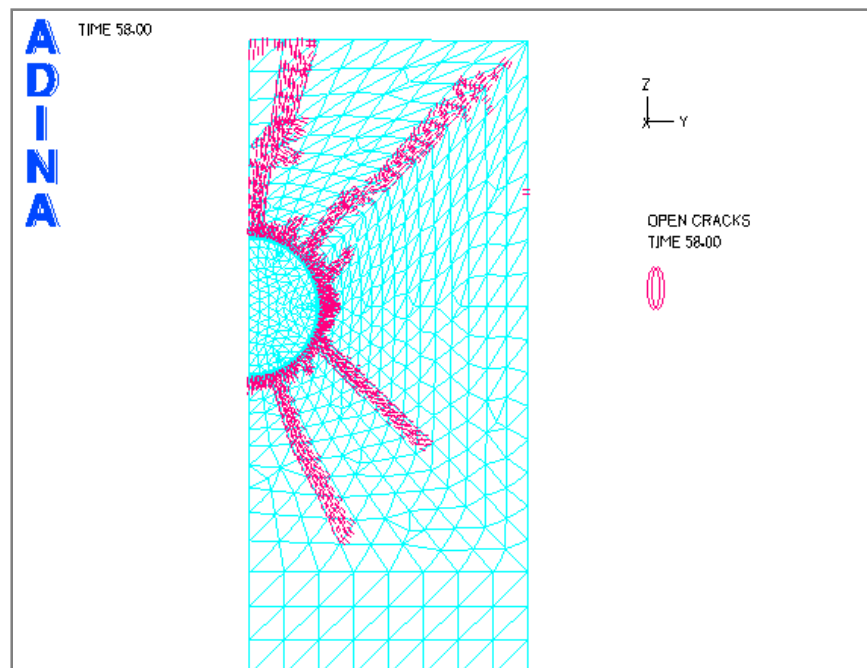


Figure III.22: Fissuration totale de l'enrobage du béton à $\Delta T > \Delta T_{sp}$ ($\Delta T=+58^{\circ}\text{C}$, P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).

Le tableau III.11 présente les valeurs de variations de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage de béton. D'après ce tableau, on remarque que la valeur de ΔT_{sp} varie de 30 à 55°C pour des rapports d'épaisseur d'enrobage au diamètre de barre en PRF c/d_b variant de 1 à 2. Aussi, on constate que les valeurs de ΔT_{sp} augmentent avec l'augmentation du rapport c/d_b , ce qui montre que le risque de rupture d'enrobage diminue avec l'augmentation du rapport d'épaisseur d'enrobage au diamètre de barre en PRF c/d_b .

Tableau III.11 : Valeurs de ΔT_{sp} en fonction de c/d_b .

<i>Poutre</i>	c/d_b	$\Delta T_{sp} (^{\circ}C)$
P.#13.30	2,4	>60
P.#10.20	2,1	>60
P.#13.25	2,0	55
P.#16.30	1,9	49
P.#19.30	1,6	45
P.#13.20	1,6	44
P.#16.25	1,6	42
P.#25.35	1,4	42
P.#19.25	1,3	38
P.#16.20	1,3	36
P.#25.30	1,2	32
P.#19.20	1,0	31
P.#25.25	1,0	30

Les figures III.23 à III.27 présentent les courbes des contraintes de traction circonférentielle σ_{ct} du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton renforcé d'une seule barre en PRFV pour des rapports de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant entre 1,0 et 2,4. À partir de ces figures, on peut remarquer que la première fissure est produite dans le béton à l'interface armature/béton lorsque la contrainte de traction circonférentielle du béton atteint la valeur de la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1$ MPa). On peut encore remarquer que la variation de température (ΔT_{cr}) qui produit la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton varie entre 20 et 25°C.

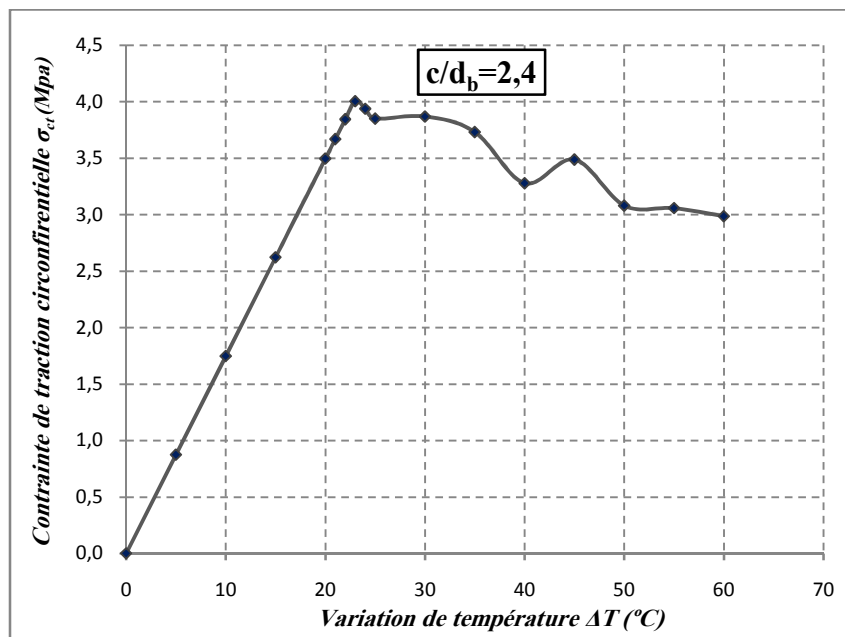


Figure III.23 : Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.30.

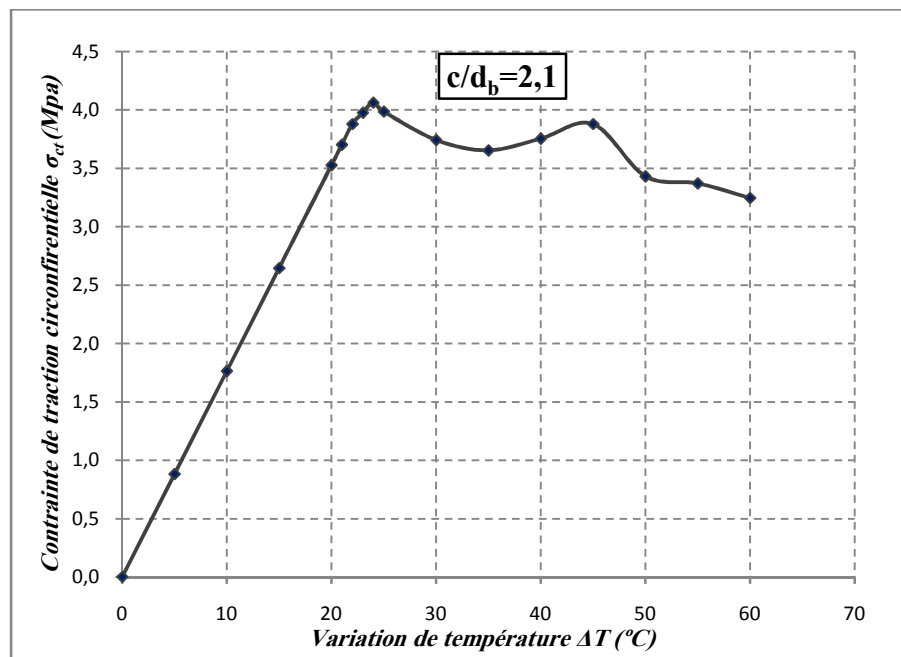


Figure III.24 : Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#10.20.

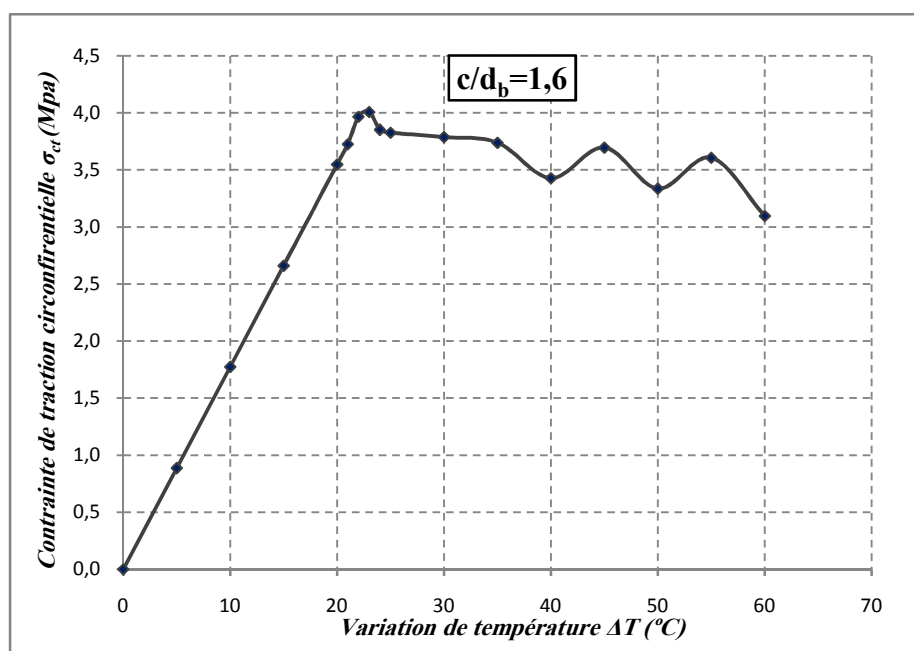


Figure III.25 : Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#19.30.

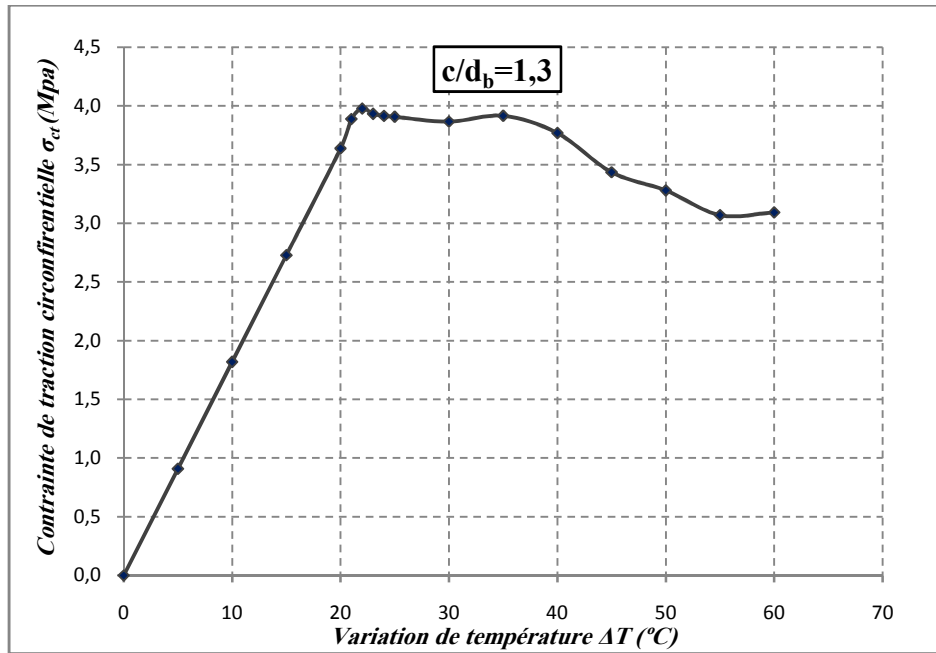


Figure III.26 : Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#16.20.

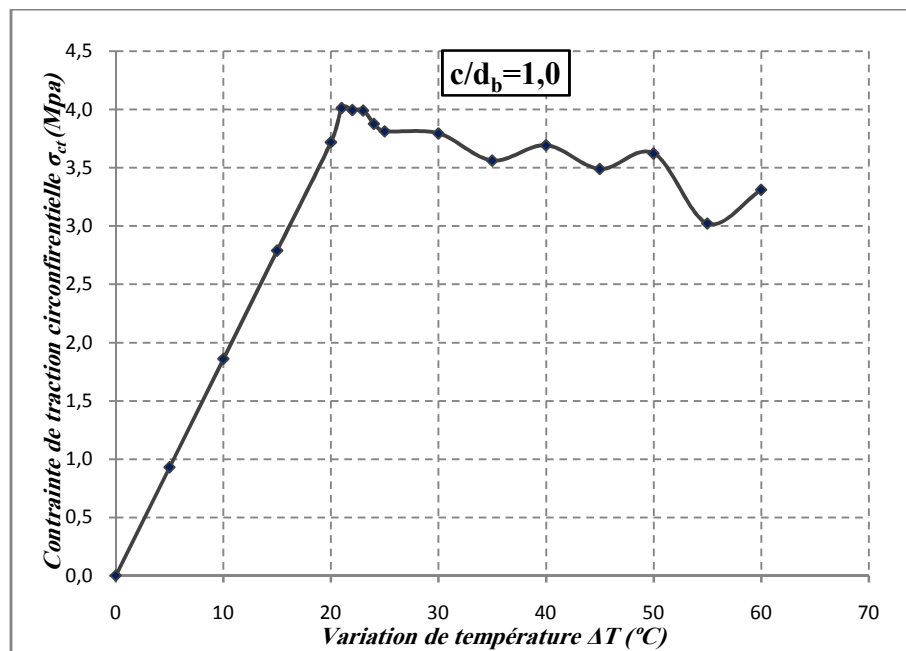


Figure III.27 : Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton P.#25.25.

La figure III.28 présente les courbes des contraintes de traction circonférentielle σ_{ct} du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton renforcé d'une seule barre en PRFV pour des rapports de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant entre 1,0 et 2,4. À

partir de cette figure, on remarque que les contraintes de traction sont linéaires jusqu'à ce que la contrainte atteigne la valeur maximale de la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1$ MPa) pour une variation de température ΔT_{cr} . Aussi, on remarque que la pente des courbes relativement augmente avec la diminution des rapports de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF c/d_b . Les pentes des courbes $\tan \alpha = 0,175$ (pour $c/d_b = 2,4$), $\tan \alpha = 0,178$ (pour $c/d_b = 1,6$) et $\tan \alpha = 0,186$ (pour $c/d_b = 1,0$). De plus lorsque $\Delta T > \Delta T_{cr}$ (variant de 21 à 23°C), les contraintes de traction diminuent brusquement à cause de l'apparition des fissures radiales dans le béton à l'interface armature/béton.

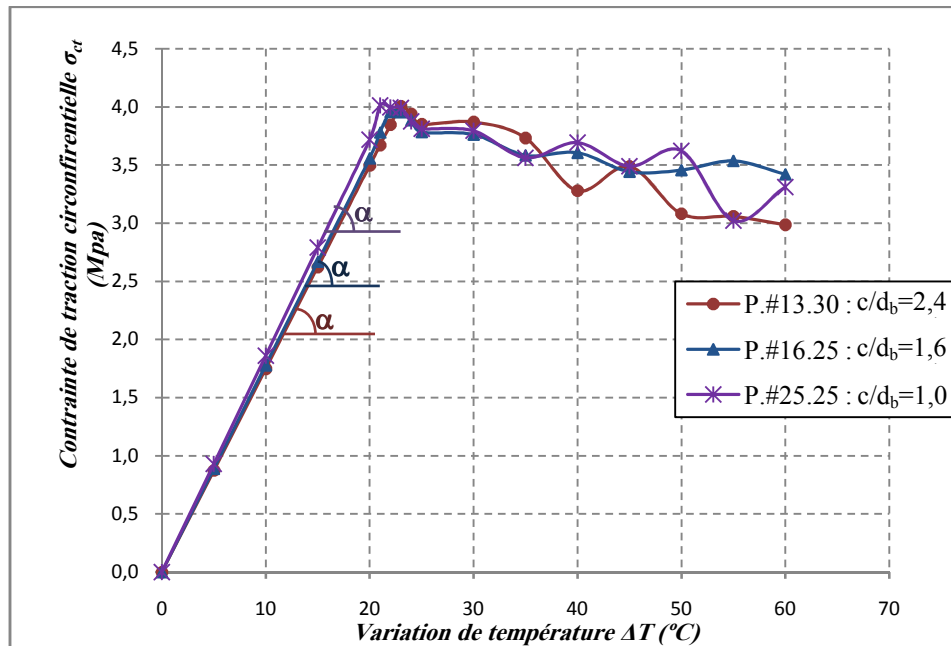


Figure III.28 : Contrainte de traction transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) poutre prismatique en béton.

La figure III.29 présente les distributions typiques des contraintes de traction circonférentielle σ_{ct} du béton à une variation de température de +22°C (au moment de l'apparition des premières fissures à l'interface armature en PRFV/béton). On remarque que les contraintes circonférentielles sont maximales à l'interface armature/béton et diminuent ensuite à travers l'enrobage du béton jusqu'à leurs valeurs minimales au niveau de la surface extérieure de l'enrobage. La figure III.30 montre les distributions typiques des contraintes de compression σ_p du béton à une variation de température de +22°C. On remarque aussi que les contraintes radiale sont maximales à l'interface armature/béton puis elles diminuent à travers l'enrobage du béton jusqu'à leurs valeurs minimales à la surface extérieure de l'enrobage du béton.

La figure III.31 montre la distribution typique des déformations circonférentielles dans le béton à $\Delta T = +22^\circ\text{C}$ (l'apparition des premières fissures à l'interface armature en PRFV/béton). On remarque que la déformation circonférentielle est maximale à l'interface puis elle diminue à travers l'enrobage du béton jusqu'à sa valeur minimale sur la surface externe de l'élément prismatique en béton.

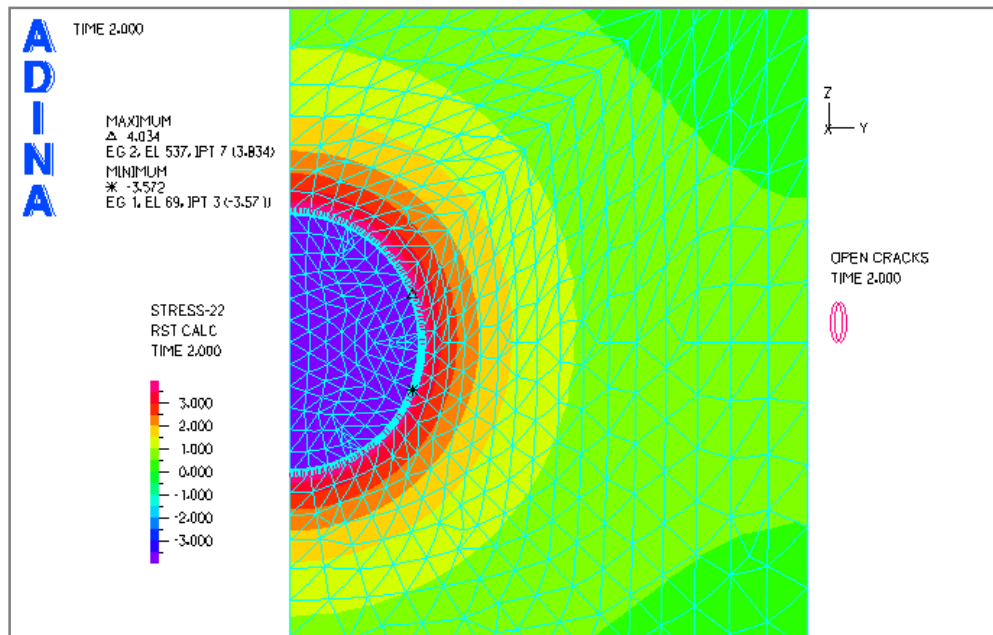


Figure III.29 : Distribution typique des contraintes de traction circonférentielle du béton renforcé par une barre en PRF à $\Delta T_{cr} = 22$ °C (stress-22) obtenues par ADINA (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).

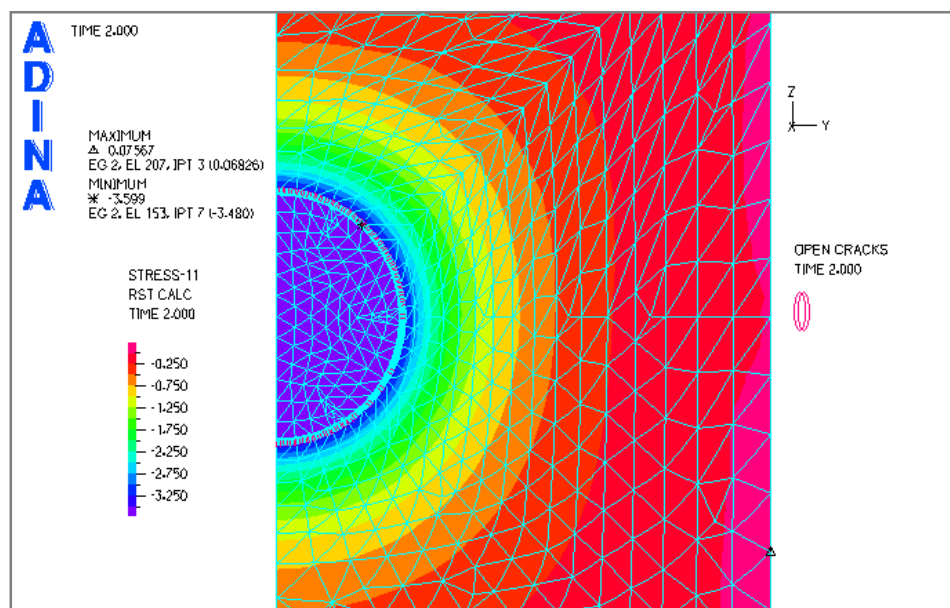


Figure III.30 : Distribution typique des contraintes de compression radiale du béton renforcé par une barre en PRF (stress-11) obtenues par ADINA (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).

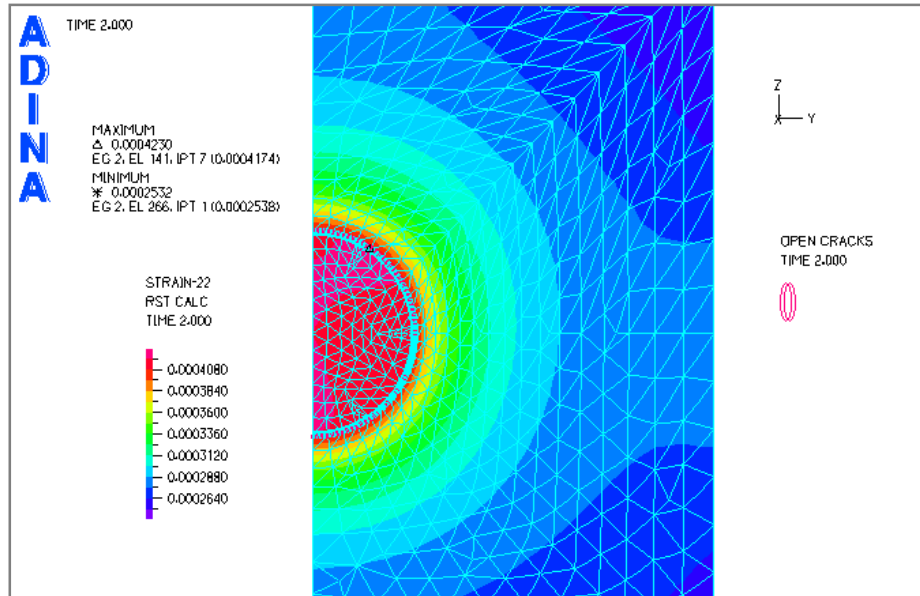


Figure III.31 : Distribution typique des déformations circonférentielles du béton renforcé par une barre en PRF (strain-22) obtenues par ADINA (poutre P.#25.35 ayant $c/d_b = 1,4$).

Les figures III.32 à III.36 présentent les courbes des déformations circonférentielle du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton renforcé par une barre en PRFV pour des rapports de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant entre 1,0 et 2,4. On remarque que les courbes de déformation sont linéaires jusqu'à $\Delta T = 30^\circ\text{C}$ (pour des rapports $c/d_b = 1,0$ et $1,2$), 35°C (pour des rapports c/d_b variant de $1,3$ à $1,9$) et 40°C (pour le rapport c/d_b de $2,4$). Au-delà de ces valeurs de ΔT , les courbes de déformation circonférentielles augmentent brusquement et deviennent paraboliques à cause de la formation des couronnes de fissures radiales approfondies dans le béton autour de la barre en PRF.

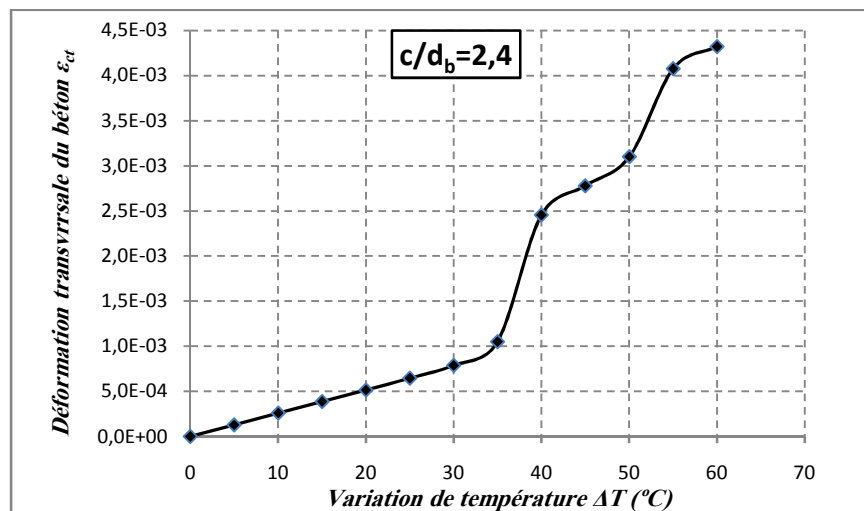


Figure III.32 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) de la poutre prismatique en béton armé P.#13.30.

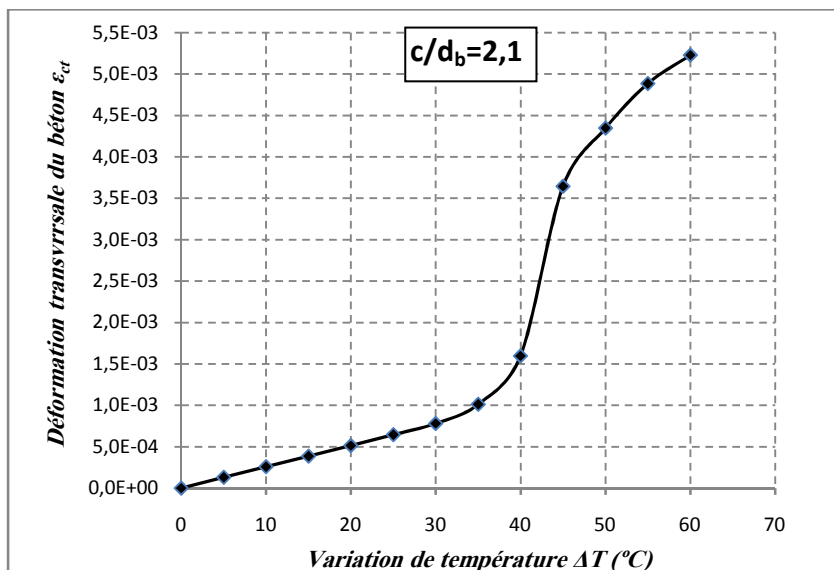


Figure III.33 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) de la poutre prismatique en béton armé P.#10.20.

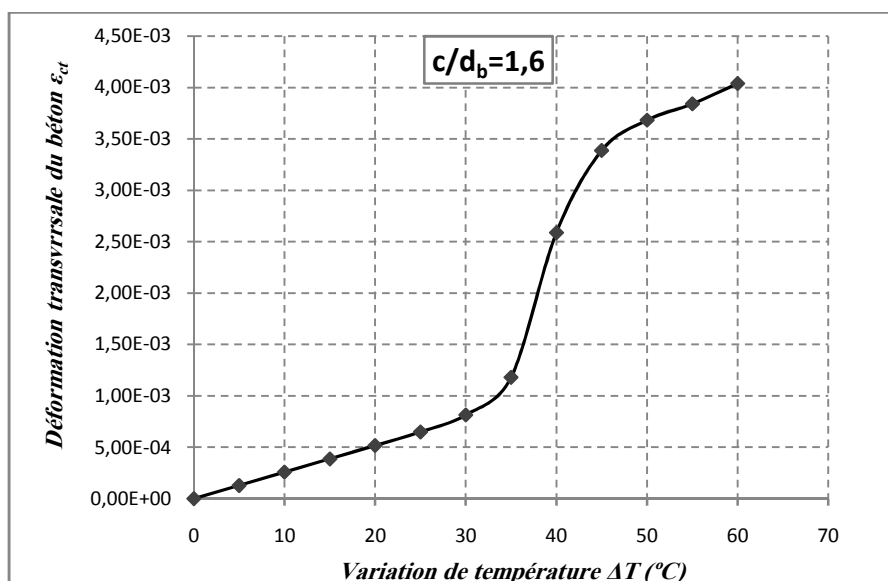


Figure III.34 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) de la poutre prismatique en béton armé P.#19.30.

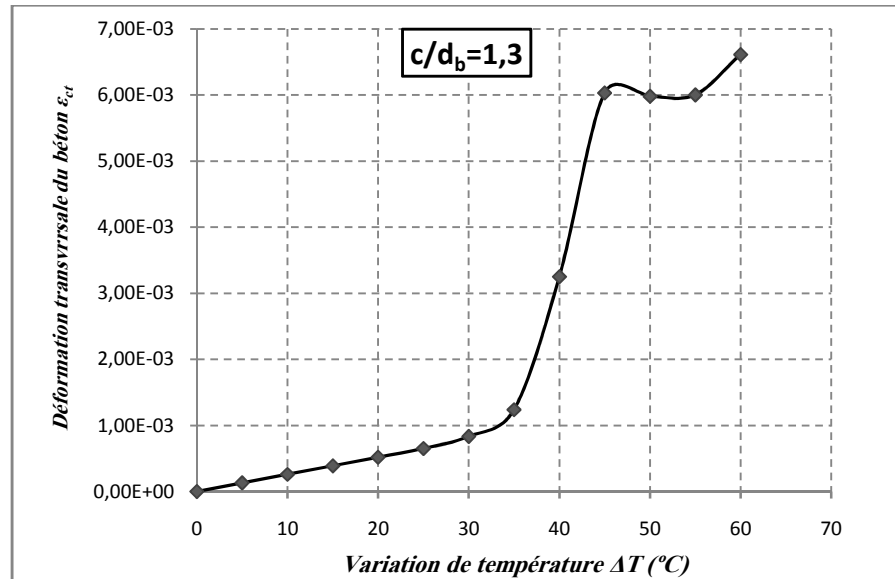


Figure III.35 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) de la poutre prismatique en béton armé P.#16.20.

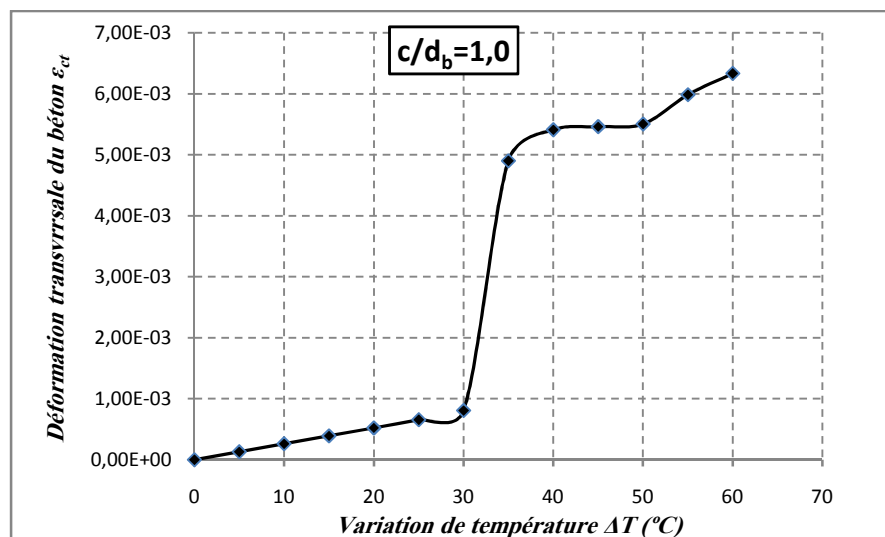


Figure III.36 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) de la poutre prismatique en béton armé P.#25.25.

Les figures III.37 à III.41 présentent les courbes des déformations circonférentielles du béton en fonction de la variation de température ΔT à la surface externe de l'enrobage de béton des poutres en béton renforcé par une seule barre en PRFV pour des rapports de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant entre 1,0 et 2,4. On remarque que les courbes de déformation sont linéaires jusqu'à ce que la variation de température atteigne la valeur de ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton. Au-delà des valeurs de ΔT_{sp} , les courbes de déformation circonférentielles augmentent

brusquement et deviennent paraboliques à cause de la formation de la couronne circulaire des fissures dans l'enrobage de béton, qui atteint la surface externe de l'enrobage de béton ou plus près de cette surface.

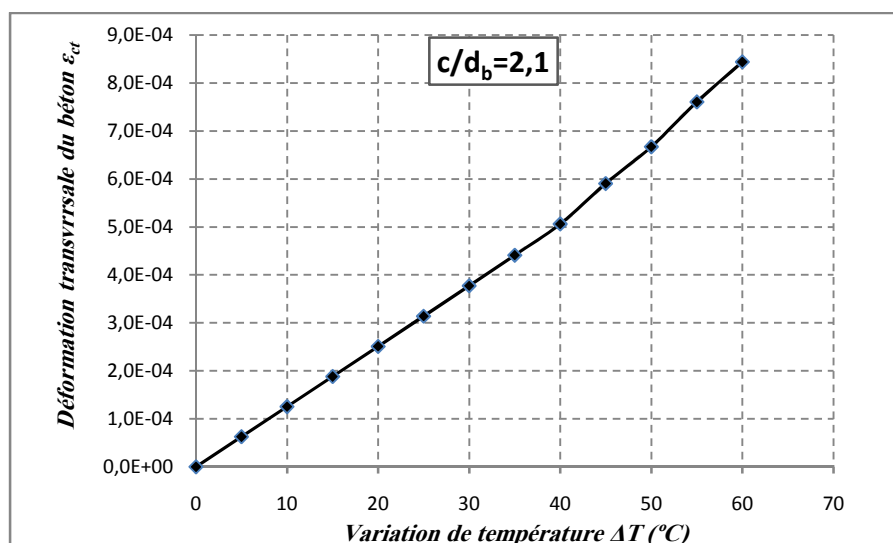


Figure III.37 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20.

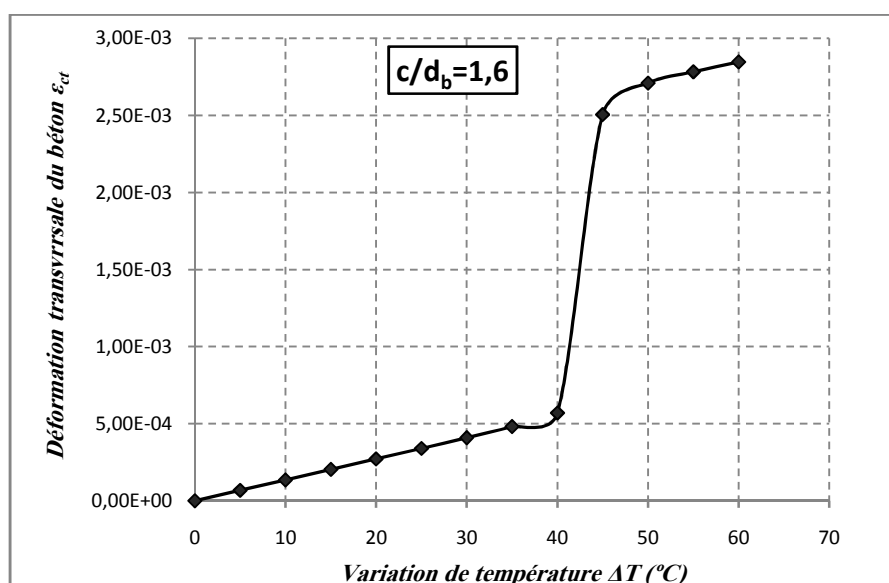


Figure III.38 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.30.

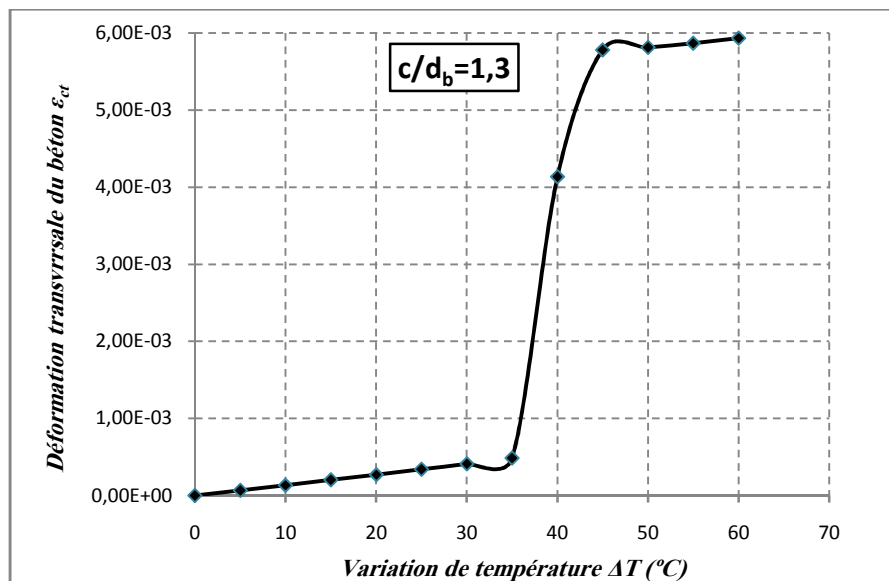


Figure III.39 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#16.20.

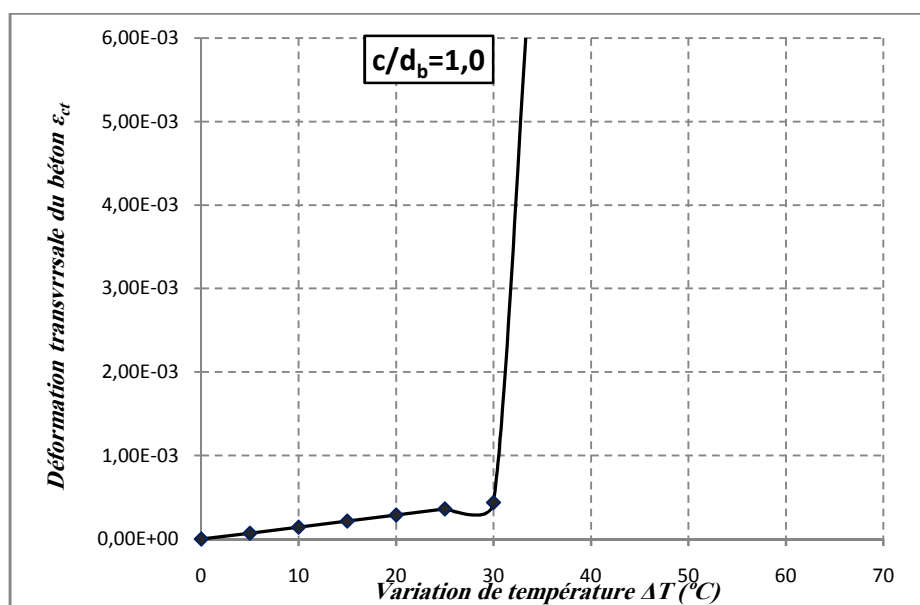


Figure III.40 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.25.

III.7.2 Analyse de résultats pour les poutres renforcées par deux barres en PRFV

La figure III.41 montre la formation des premières fissures radiales dans le béton à l'interface armature/béton, obtenues par le programme ADINA, à une variation de température ΔT_{cr} de $+20^{\circ}\text{C}$ pour une poutre prismatique en béton (P.#19.20/35) ayant un rapport e/d_b égal à 1,7 et des rapports $c_1/d_b=1,0$ et $c_2/d_b=1,8$. On peut remarquer que les premières fissures apparaissent au niveau de béton situé entre les barres de PRF.

Le tableau III.12 présente les valeurs de variations de température ΔT_{cr} produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton. D'après ce tableau, on remarque que les valeurs de ΔT_{cr} varient entre 19 et 22°C pour des rapports d'espacement entre les barres au diamètre de barre en PRF e/d_b variant de 1,3 à 3,3. Aussi, il est à noter que les valeurs de ΔT_{cr} augmentent avec l'augmentation du rapport e/d_b à cause de la diminution des contraintes de traction à l'interface armature en PRF/béton.

Pour déterminer les variations de température ΔT_{cr} produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton avec précision on considère que, la variation de température ΔT augmente par incrément de 1°C à partir de $+20^{\circ}\text{C}$ et jusqu'à $+25^{\circ}\text{C}$ (pour des rapports de $e/d_b \geq 2,3$), et à partir de $+15^{\circ}\text{C}$ et jusqu'à $+20^{\circ}\text{C}$ (pour des rapports de $e/d_b < 2,3$) (voir Annexe A).

Pour déterminer les valeurs de variations de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage de béton et $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton situé entre les barres en PRF avec précision on considère que la variation de température ΔT augmente par incrément de 1°C à partir de 0°C et jusqu'à $+60^{\circ}\text{C}$.

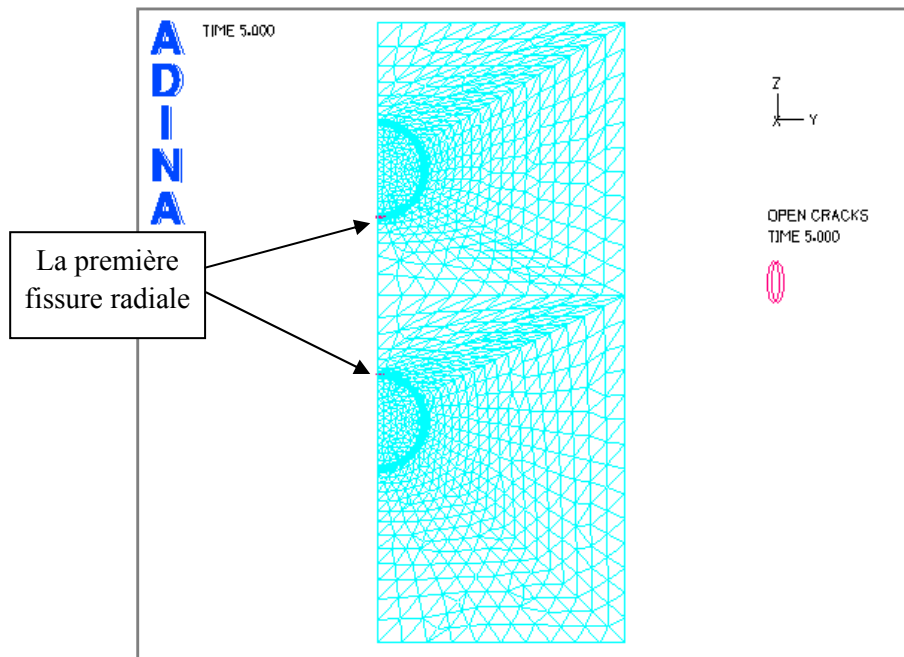


Figure III.41 : Formation de la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton à la variation de température ΔT_{cr} (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$; $\Delta T_{cr} = +20^{\circ}\text{C}$).

Tableau III.12 : Valeurs de ΔT_{cr} en fonction du rapport e/d_b .

<i>Poutre</i>	e/d_b	$\Delta T_{cr} (^\circ\text{C})$
P.#10.20/30	3,3	22
P.#10.25/25	3,3	22
P.#13.20/25	2,3	22
P.#16.20/20	1,8	20
P.#19.20/35	1,7	20
P.#25.30/35	1,3	19

La figure III.42 montre que la formation de fissure de rayon externe ρ_{cr} se fait lorsque la variation de température atteint la valeur de ΔT_{sp} de $+31^\circ\text{C}$ au-delà de laquelle l'enrobage du béton ne peut résister aux contraintes de traction et donc il est totalement fissuré.

Le tableau III.13 présente les valeurs de variations de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage de béton. D'après ce tableau, on remarque que la valeur de ΔT_{sp} commence de la valeur de 31°C pour des rapports d'épaisseur d'enrobage au diamètre de barre en PRF $c_{min}/d_b = 1,0$. Aussi, on remarque que ΔT_{sp} augmente avec l'augmentation du rapport c_{min}/d_b . On constate que le risque de rupture de l'enrobage de béton diminue avec l'augmentation du rapport d'épaisseur d'enrobage au diamètre de barre en PRF c_{min}/d_b .

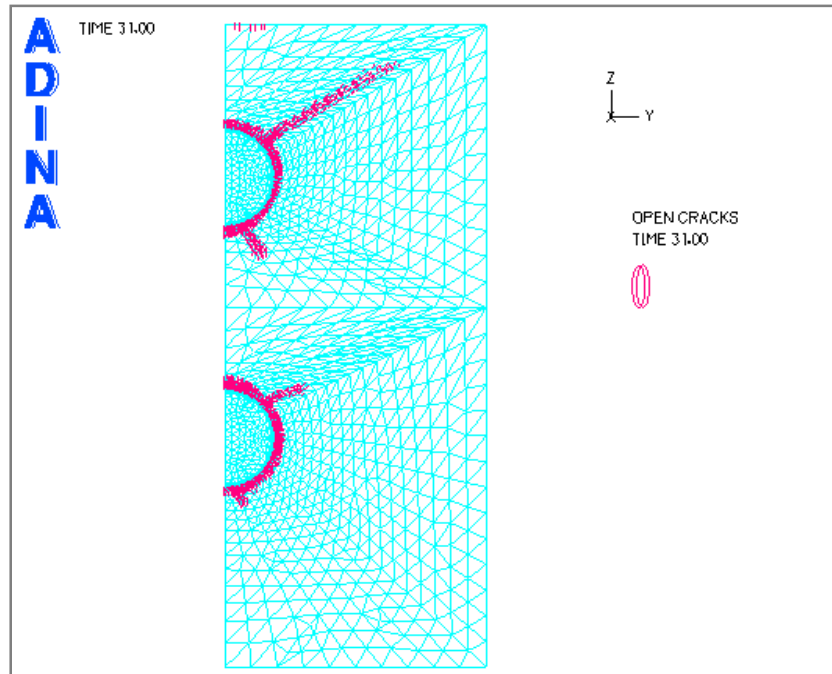


Figure III.42: Formation d'une couronne circulaire en béton fissuré à une variation de température ΔT_{sp} au delà de laquelle le béton entre les barres en PRF est totalement fissuré (pour poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$; $\Delta T_{sp} = +31^\circ\text{C}$).

Tableau III.13 : Valeurs de ΔT_{sp} produisant la rupture de l'enrobage de béton des poutres armées de deux barres.

<i>Poutre</i>	c_{min}/d_b	e/d_b	$\Delta T_{sp} (^{\circ}\text{C})$
P.#10.25/25	2,6	3,3	>60
P.#10.20/30	2,1	3,3	>60
P.#13.20/25	1,6	2,3	43
P.#16.20/20	1,3	1,8	34
P.#25.30/35	1,2	1,3	32
P.#19.20/35	1,0	1,7	31

La figure III.43 montre que le béton situé entre les barres de PRFV ne peut résister aux contraintes de traction. En conséquence, il se trouve complètement fissuré lorsque la variation de température atteint la valeur de $\Delta T_{sp}'$ de $+37^{\circ}\text{C}$ pour un rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de barre e/d_b égale à 1,7.

Le tableau III.14 présente les valeurs de variations de température $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton situé entre les barres de PRF. D'après ce tableau, on remarque que la valeur de $\Delta T_{sp}'$ varie de 32 à 55 $^{\circ}\text{C}$ pour un rapport d'espacement entre les barres en PRF au diamètre de barre e/d_b variant de 1,3 à 2,3 respectivement. De ces résultats, on conclut que le risque de rupture du béton entre les barres diminue avec l'augmentation du rapport d'espacement entre les barres en PRF au diamètre de barre en PRF e/d_b .

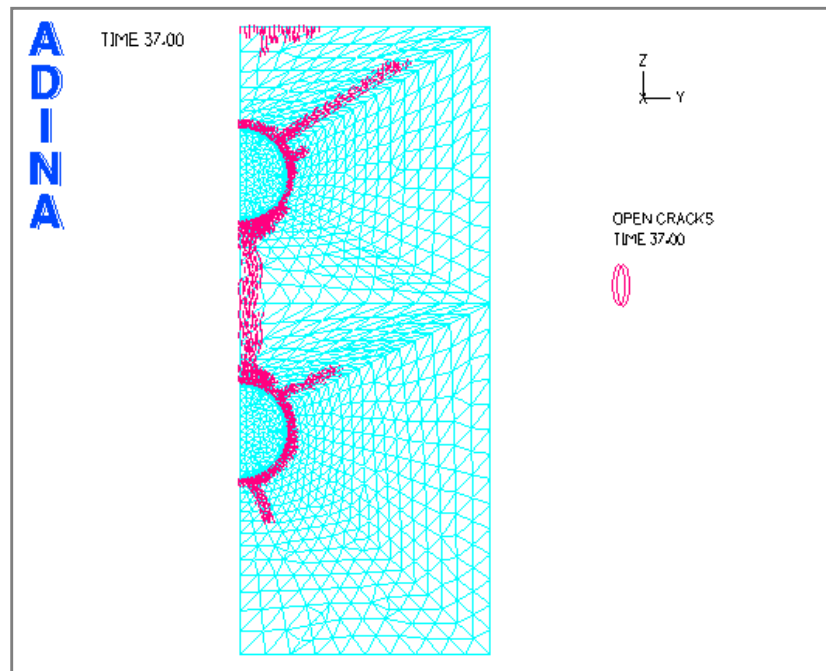


Figure III.43: Béton entre les barres de PRFV est totalement fissuré à une variation de température $\Delta T_{sp}' = +37^{\circ}\text{C}$ (pour poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

Tableau III.14 : Valeurs de $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton situé entre les barres.

<i>Poutre</i>	e/d_b	$\Delta T_{sp}'$ (°C)
P.#10.20/30	3,3	>60
P.#10.25/25	3,3	>60
P.#13.20/25	2,3	55
P.#16.20/20	1,8	39
P.#19.20/35	1,7	37
P.#25.30/35	1,3	32

Les figures III.44 à III.47 présentent les courbes des contraintes de traction circonférentielle maximale σ_{ct} du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton renforcé par deux barres en PRFV pour des rapports de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3. À partir de ces figures, on peut remarquer que la première fissure est produite dans le béton à l'interface armature/béton lorsque la contrainte de traction circonférentielle du béton atteint la valeur de la résistance à la traction du béton ($\sigma_{ct} \approx f_{ct} = 4,1$ MPa). On peut encore remarquer que la variation de température (ΔT_{cr}) qui produit la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton varie de 19 à 22°C pour les poutres de rapports (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3.

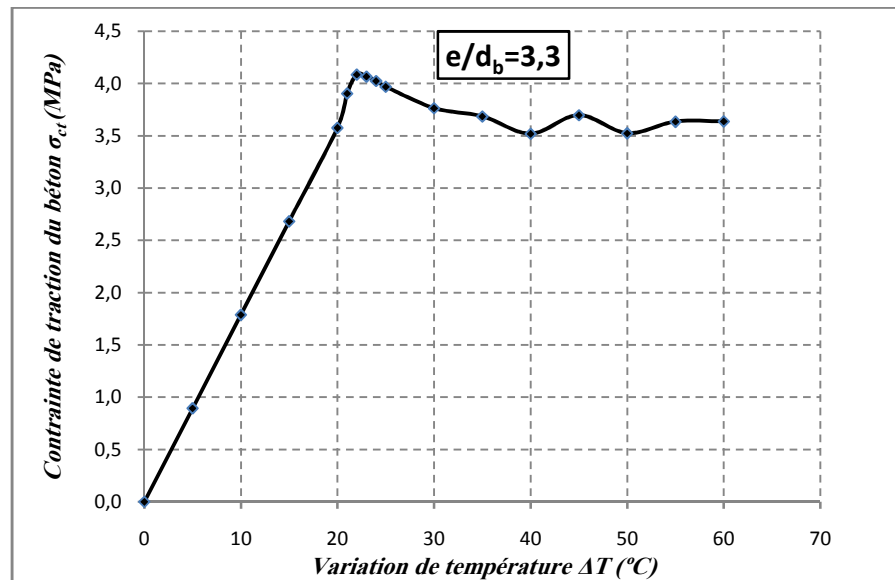


Figure III.44 : Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)- Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20/30.

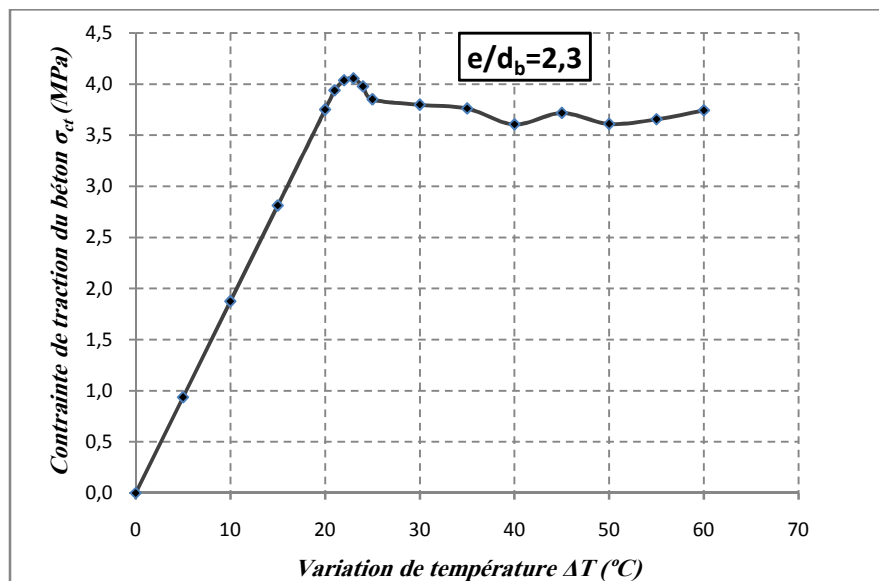


Figure III.45 : Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)- Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/25.

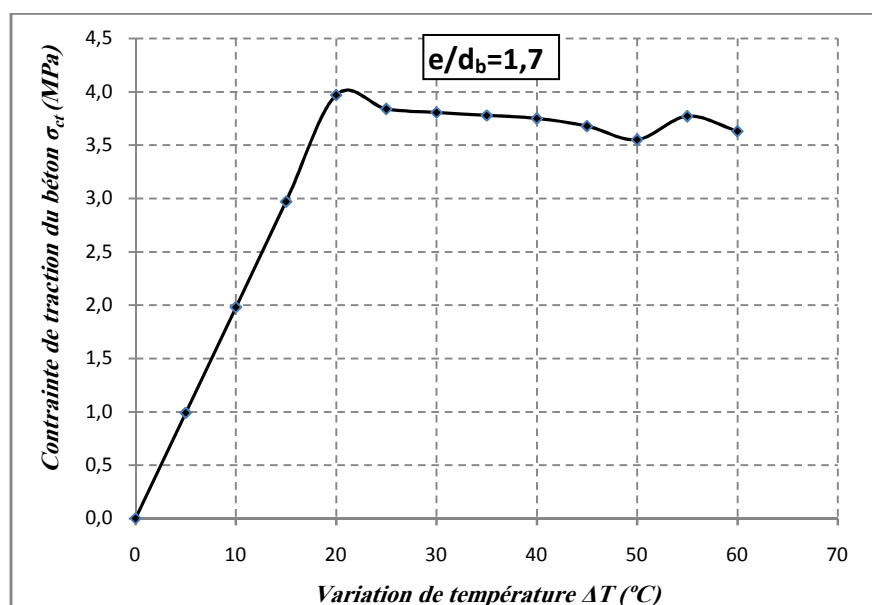


Figure III.46 : Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)- Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20/35.

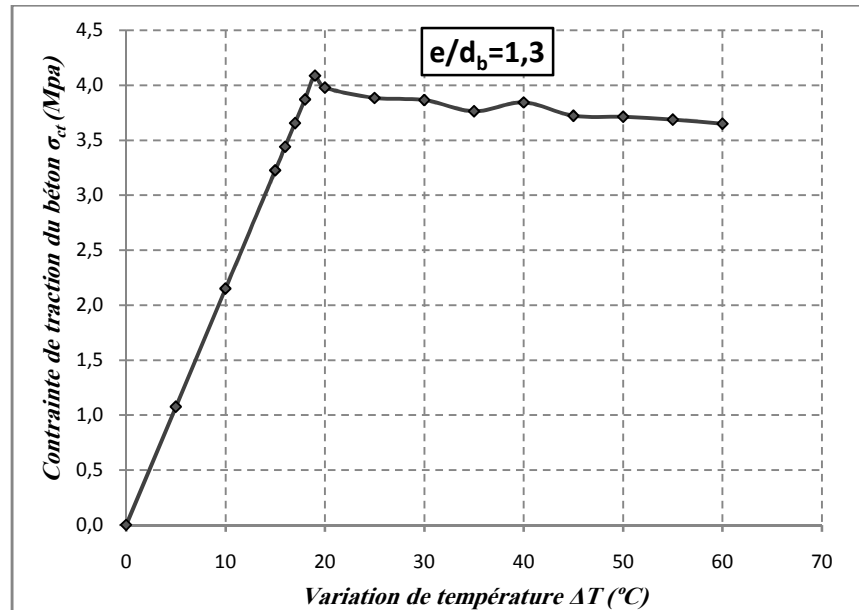


Figure III.47 : Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)- Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.30/35.

La figure III.48 présente les courbes des contraintes de traction circonférentielle σ_{ct} du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton renforcé de deux barres en PRFV pour des rapports de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de les barres (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3. À partir de cette figure, on remarque que les courbes de contraintes de traction sont linéaires jusqu'à ce que la contrainte de traction maximale atteinte la résistance à la traction du béton ($f_{cr}=4,1$ MPa) à une variation de température égale à ΔT_{cr} . Aussi, on remarque que la pente des courbes augmente avec la diminution du rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres en PRF e/d_b . Les pentes des courbes $\tan \alpha = 0,179$ (pour $e/d_b = 3,3$), $\tan \alpha = 0,200$ (pour $e/d_b = 1,8$) et $\tan \alpha = 0,215$ (pour $e/d_b = 1,3$). En outre, pour des valeurs de $\Delta T > \Delta T_{cr}$ les courbes de contrainte diminuent brusquement à cause de l'apparition des fissures dans le béton à l'interface armature/béton.

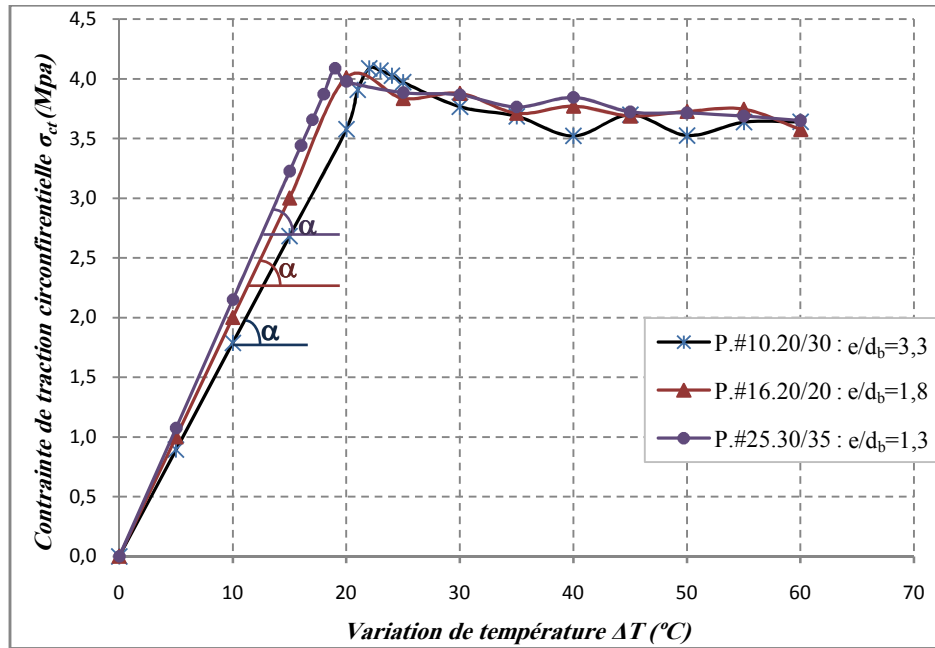


Figure III.48 : Contrainte de traction transversale maximale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)- Comportement non linéaire des poutres prismatique en béton.

Les figures III.49 et III.52 présentent les distributions typiques des contraintes de traction circumferentielle σ_{ct} du béton à une variation de température de $+20^\circ\text{C}$ au moment de l'apparition des premières fissures à l'interface armature en PRFV/béton (dans le cas de la figure III.50 l'origine du repère des coordonnées cylindriques choisie est le centre de la barre de PRF situé en haut et l'inverse pour la figure III.53). On remarque que les contraintes circumferentielles sont maximales à l'interface armature/béton ensuite diminuent à travers l'enrobage du béton jusqu'à leurs valeurs minimales.

Les figures III.50 et III.53 montrent les distributions typiques des contraintes de compression radiale σ_p du béton à une variation de température de $+20^\circ\text{C}$. On remarque aussi que les contraintes radiale sont maximales à l'interface armature/béton puis diminuent à travers l'enrobage du béton jusqu'à leurs valeurs minimales.

Les figures III.51 et III.54 montrent la distribution typique des déformations circumferentielles dans le béton à $\Delta T_{cr} = +20^\circ\text{C}$ (l'apparition des premières fissures à l'interface armature en PRFV/béton). On remarque que la déformation circumferentielle est maximale à l'interface puis elle diminue à travers l'enrobage du béton jusqu'à sa valeur minimale sur la surface externe de l'enrobage de béton des poutres.

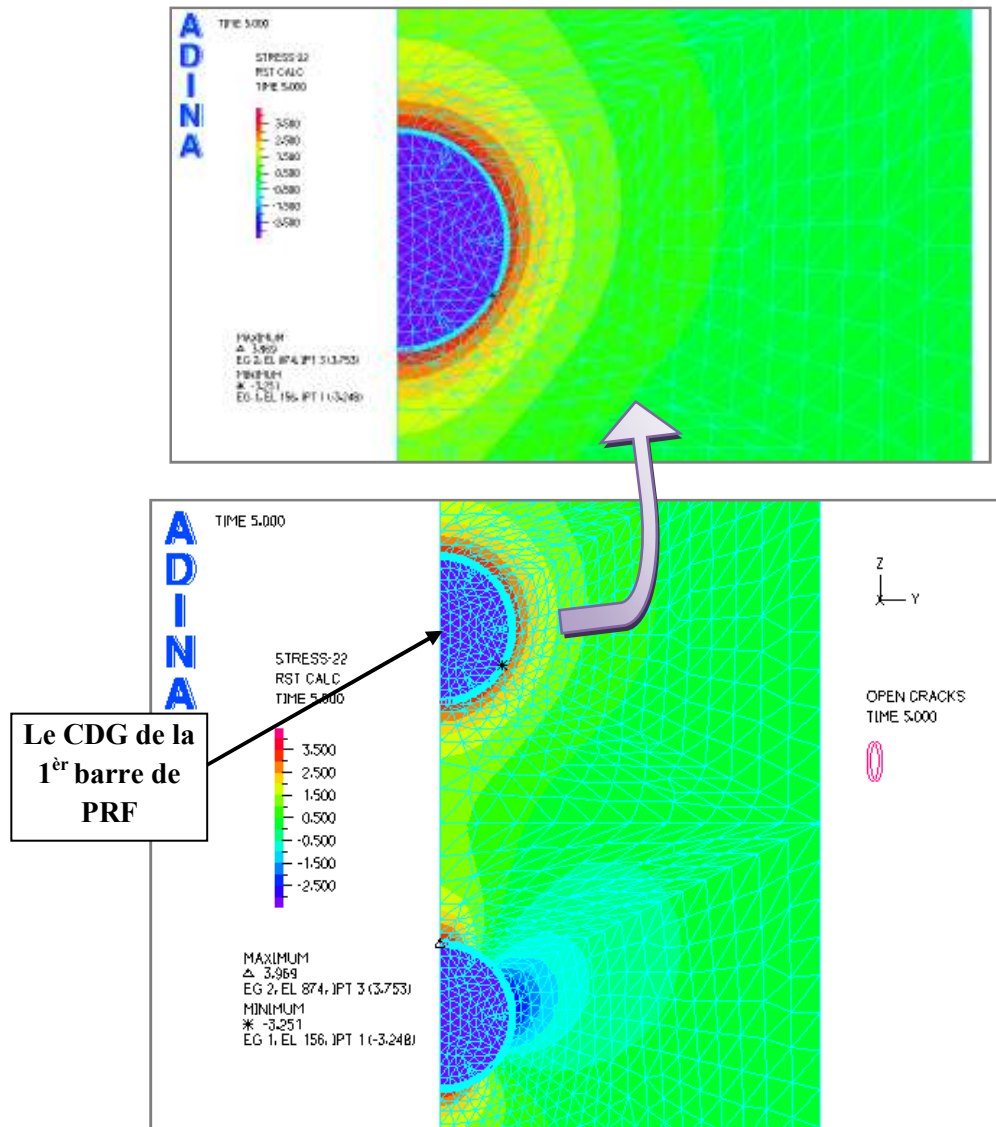


Figure III.49 : Distribution typique des contraintes de traction circonférentielle du béton (stress-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 1^{er} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

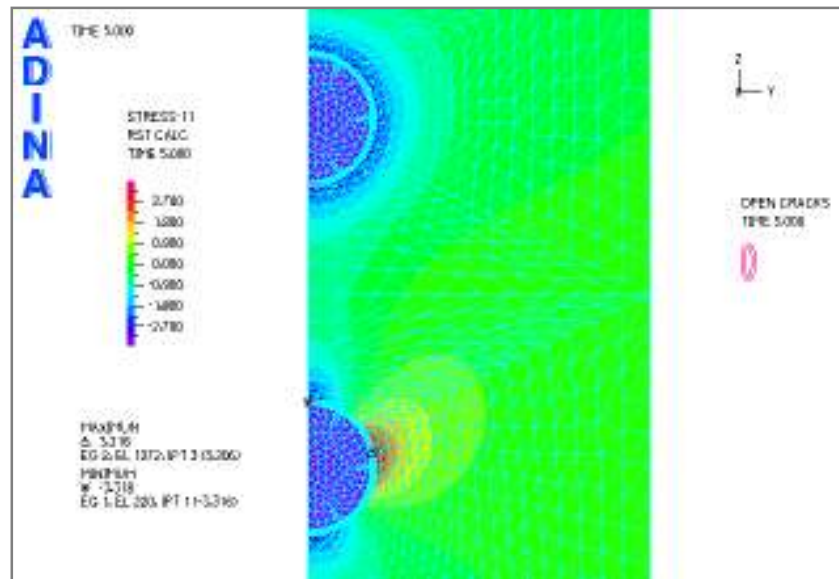


Figure III.50 : Distribution typique des contraintes de compression radiale du béton (stress-11) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 1^{er} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

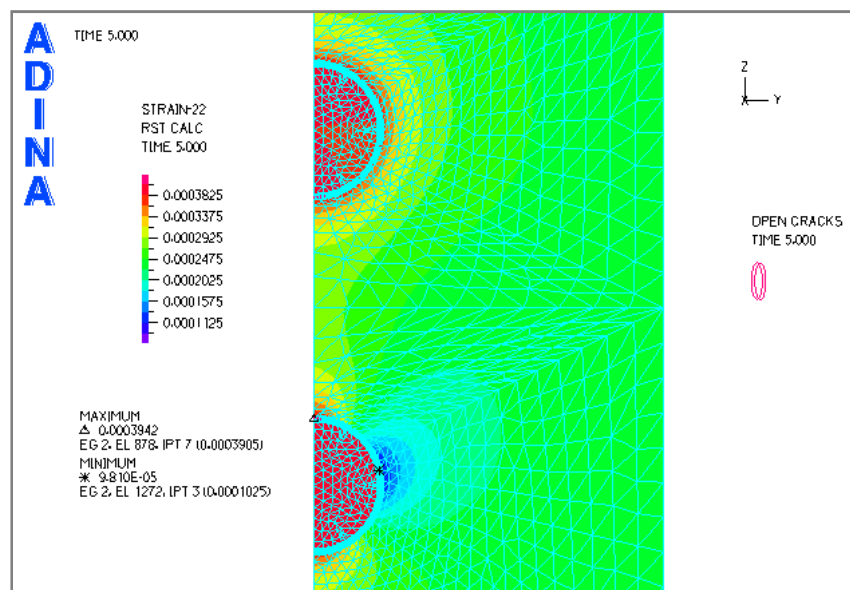


Figure III.51 : Distribution typique des déformations circonférentielle du béton (strain-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 1^{er} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

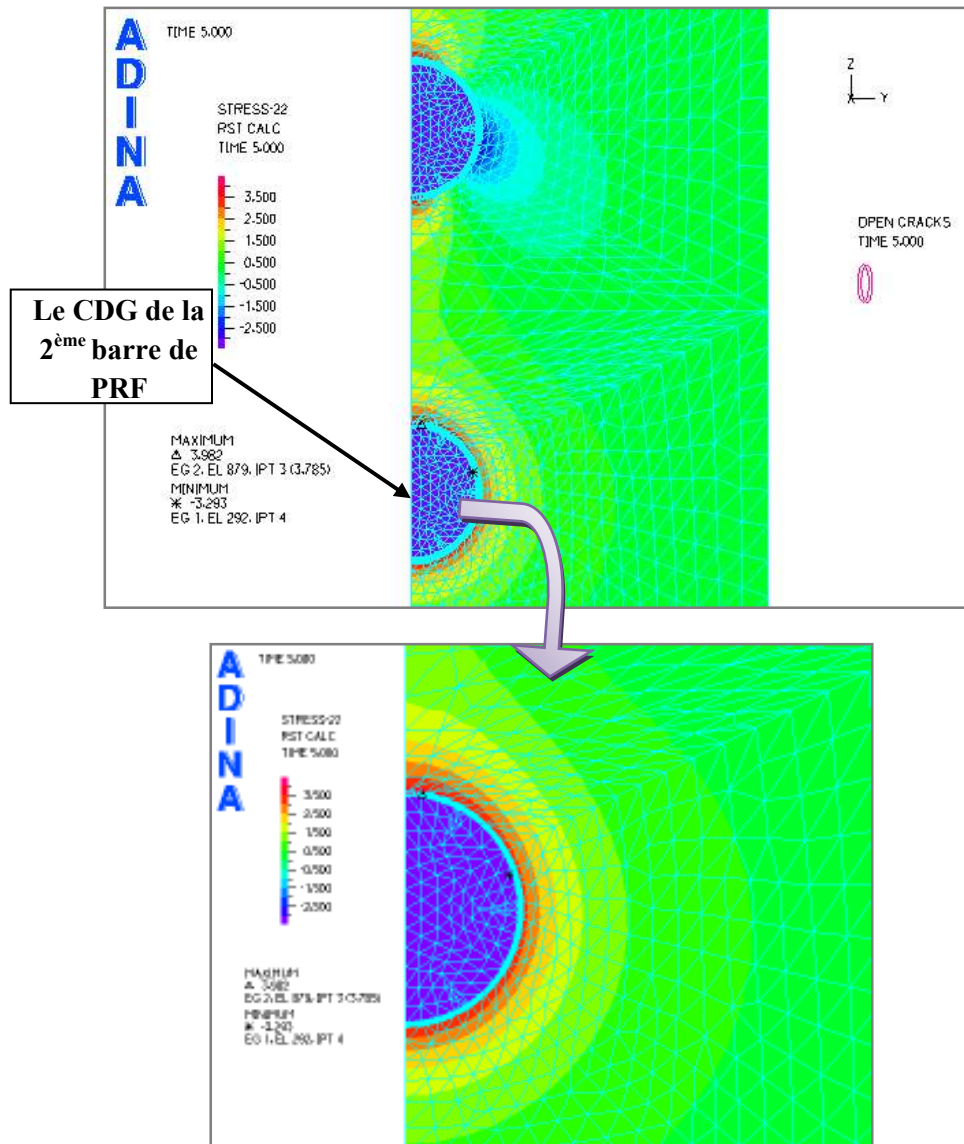


Figure III.52 : Distribution typique des contraintes de traction circonférentielle du béton (stress-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 2^{ème} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

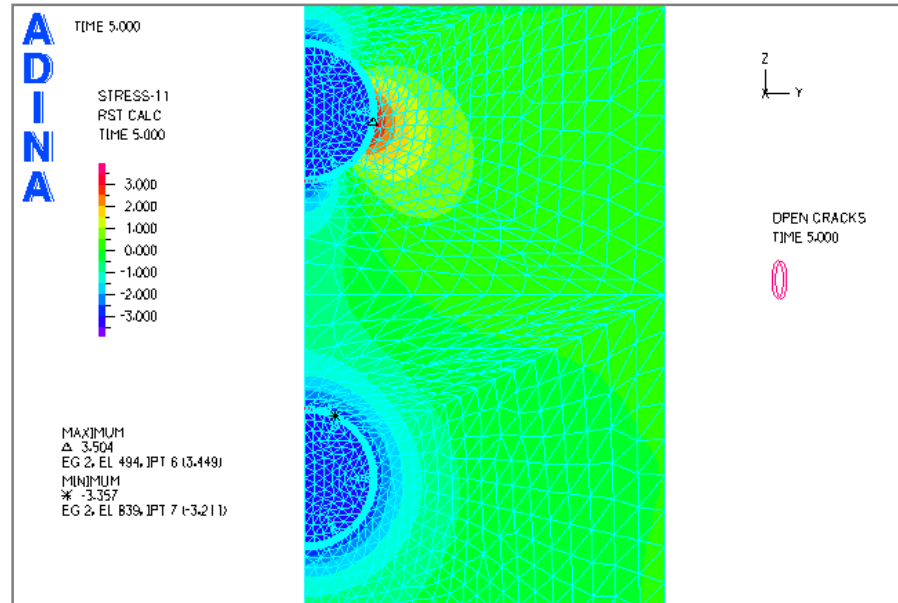


Figure III.53 : Distribution typique des contraintes de compression radiale du béton (stress-11) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 2^{ème} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

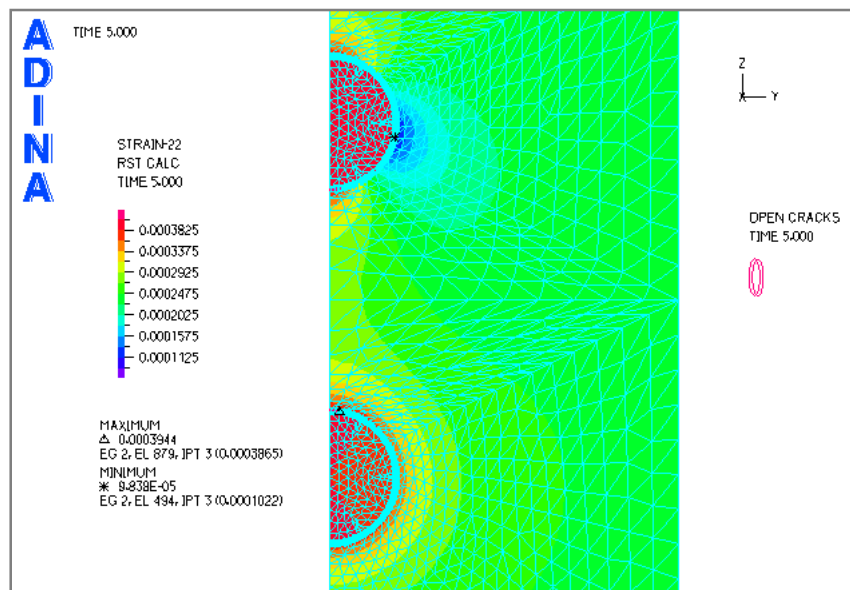


Figure III.54 : Distribution typique des déformations circonférentielle du béton (strain-22) obtenues par ADINA (avec l'origine du repère des coordonnées cylindriques est le centre de gravité de la 2^{ème} barre de PRF) (poutre P.#19.20/35 ayant $e/d_b = 1,7$).

Les figures III.55 à III.58 présentent les courbes des déformations circonférentielle du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton renforcé par une seule barre en PRFV pour des rapports de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3. On remarque que les courbes de déformation sont linéaires jusqu'à $\Delta T=30^\circ\text{C}$ pour des rapports de e/d_b de 1,3 et 1,8 ; de 35°C pour un rapport de e/d_b égale à 2,3 et de 40°C pour un rapport de e/d_b égale à 3,3. Au-delà de ces valeurs ΔT , une augmentation importante de déformation est observée à cause de la formation des couronnes de fissures de béton dont la profondeur n'est pas loin de la mi-distance entre les barres de PRFV.

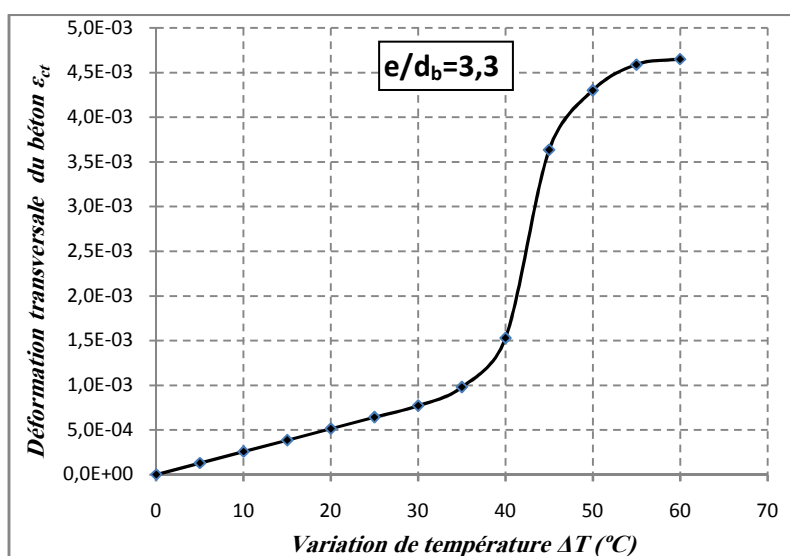


Figure III.55: Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#10.20/30.

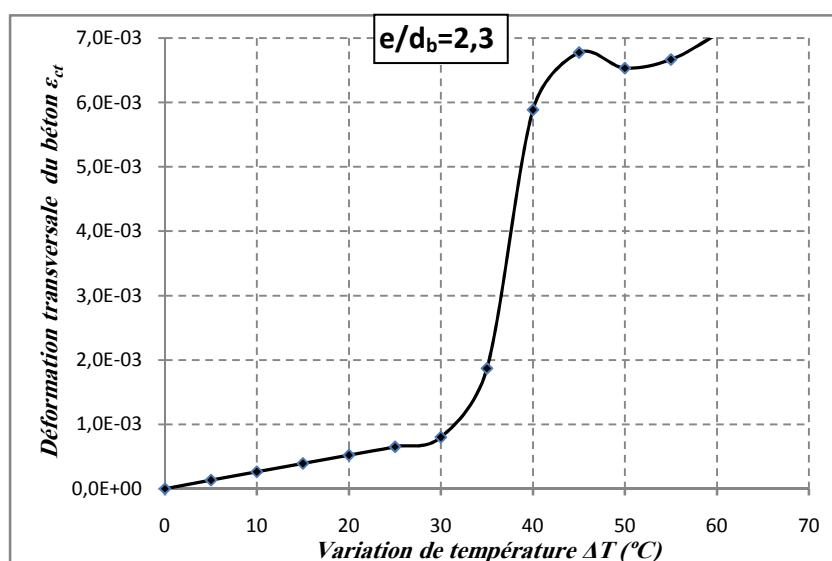


Figure III.56 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/25.

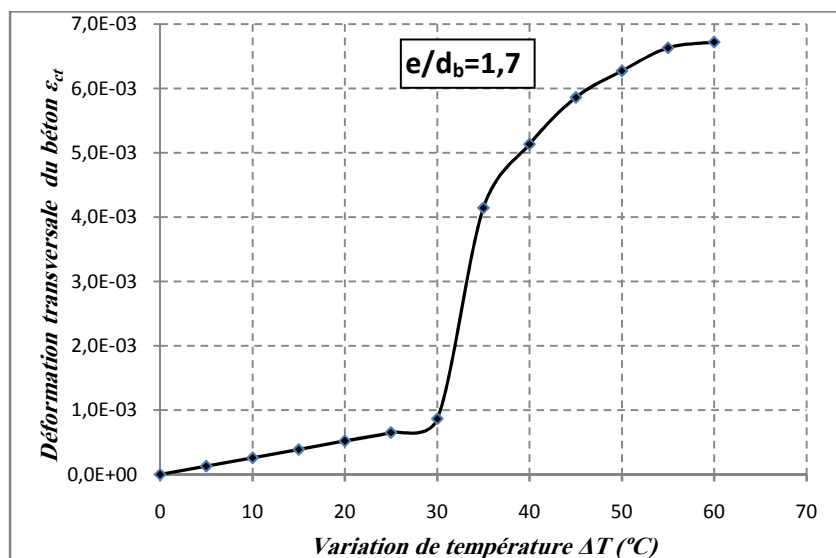


Figure III.57 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20/35.

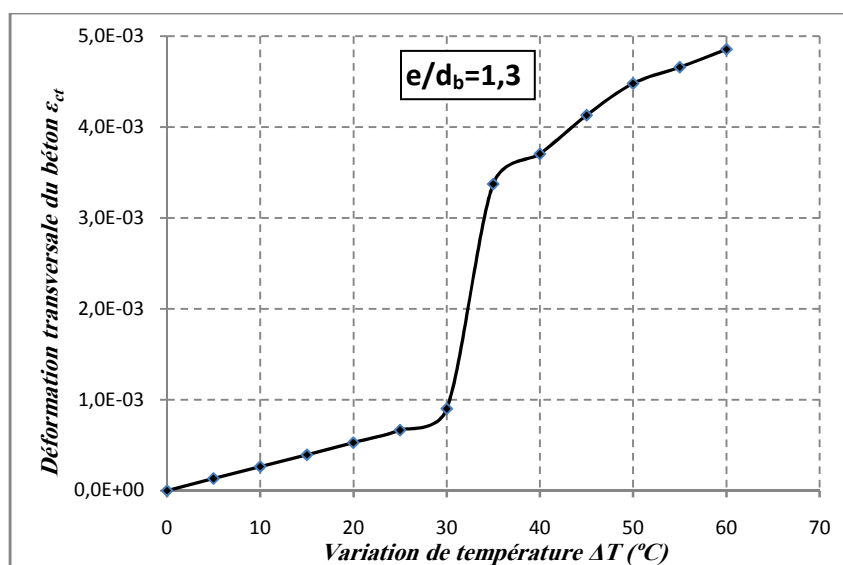


Figure III.58 : Déformation transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.30/35.

Les figures III.59 à III.62 présentent les courbes des déformations circonférentielles du béton en fonction de la variation de température ΔT à la surface externe de l'enrobage de béton des poutres en béton renforcé par deux barres en PRFV pour des rapports de l'espacement entre les barres de PRFV au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3. On remarque que les courbes de déformation sont linéaires jusqu'aux valeurs de variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton. Au-delà desquelles les courbes de déformation circonférentielles augmentent brusquement et deviennent paraboliques à cause de la formation des fissures dans l'enrobage de béton.

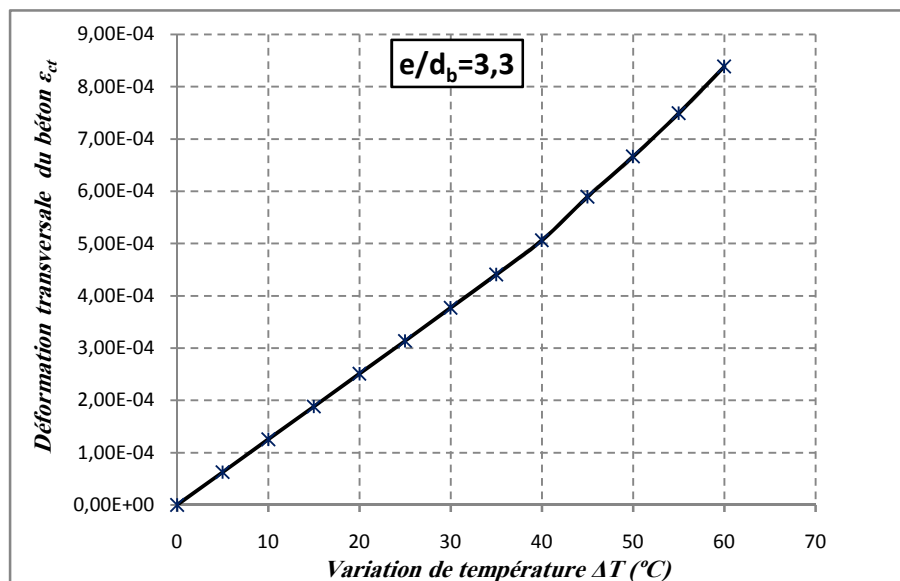


Figure III.59 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/25.

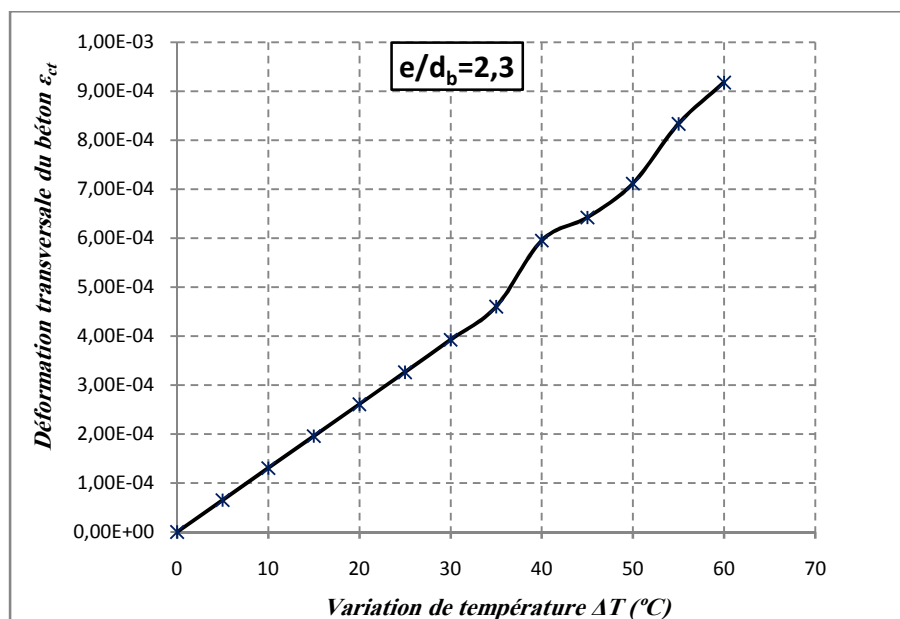


Figure III.60 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#13.20/30.

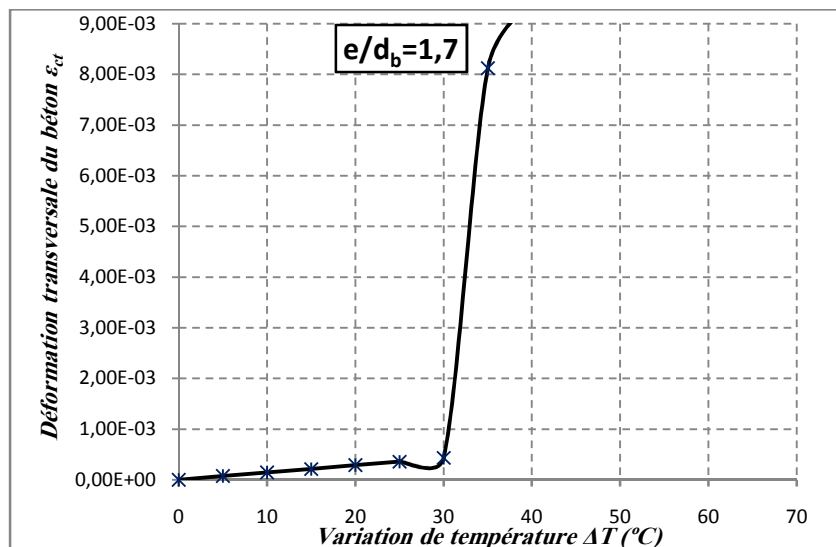


Figure III.61 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#19.20/35.

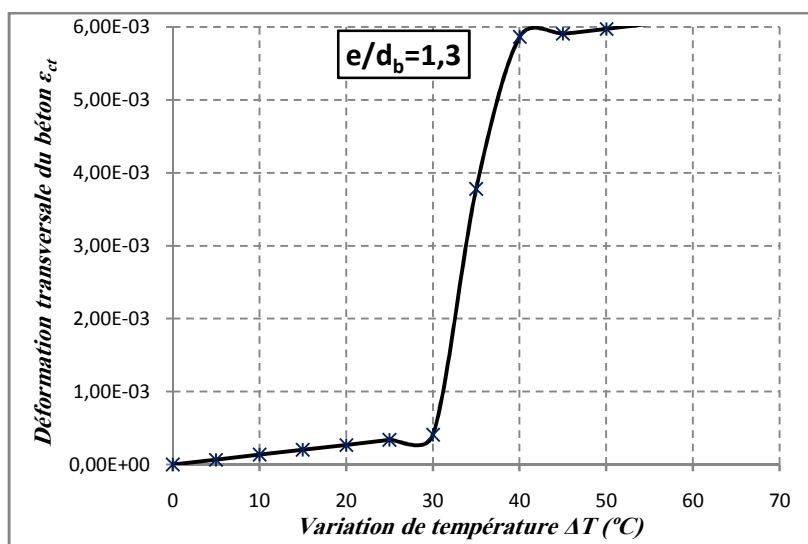


Figure III.62 : Déformation transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton P.#25.30/35.

Les figures III.63 à III.65 comparent les courbes des contraintes de traction circonférentielle du béton en fonction de la variation de température ΔT à l'interface armature/béton des poutres en béton armé d'une seule barre et de deux barres ayant le même rapport de l'épaisseur de l'enrobage du béton au diamètre de barre (c/d_b du poutre renforcé d'une seule barre en PRF égale à c_{min}/d_b du poutre renforcé de deux barres en PRF). Les poutres renforcées de deux barres en PRF ont des rapports de l'espacement entre les barres au diamètre des barres en PRF e/d_b variant entre 1,3 et 3,3. On remarque que les courbes de contraintes sont presque semblables pour des rapports de e/d_b égale à

3,3 et elles s'éloignent pour des rapports de e/d_b plus petit. On conclut que le rapport de l'espacement entre les barres au diamètre du barre en PRF e/d_b a une influence sur les contraintes de traction circonférentielle du béton donc avec la diminution de l'espacement entre les barres la variation de température produisant la première fissure ΔT_{cr} diminue et par conséquent le risque de fissuration augmente.

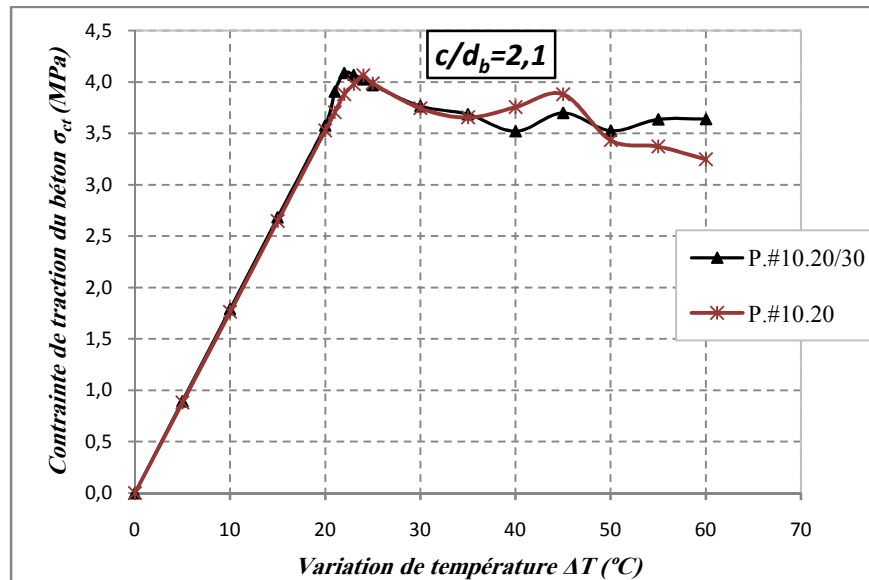


Figure III.63 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT)-Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton (la poutre P.#10.20/30 ayant un rapport de $e/d_b=3,3$).

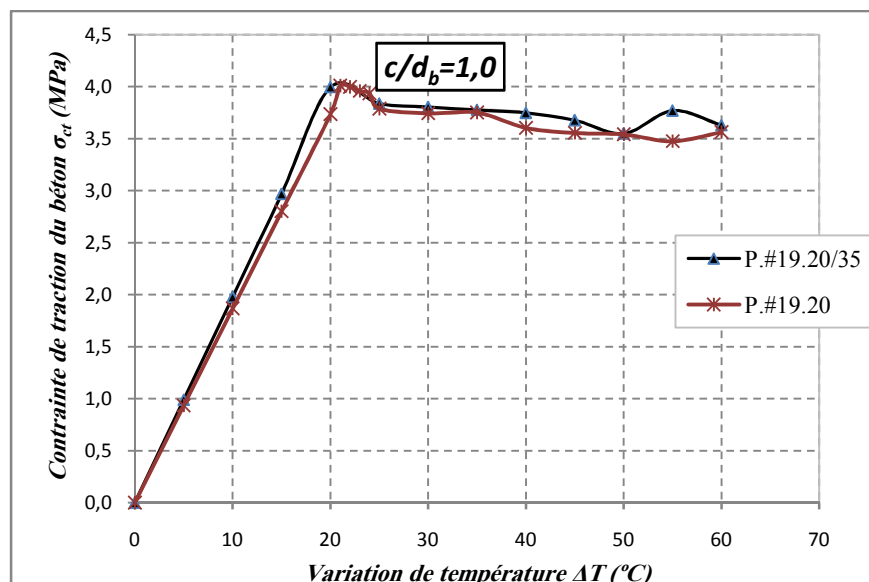


Figure III.64 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire de la poutre prismatique en béton (la poutre P.#19.20/35 ayant un rapport de $e/d_b=1,7$).

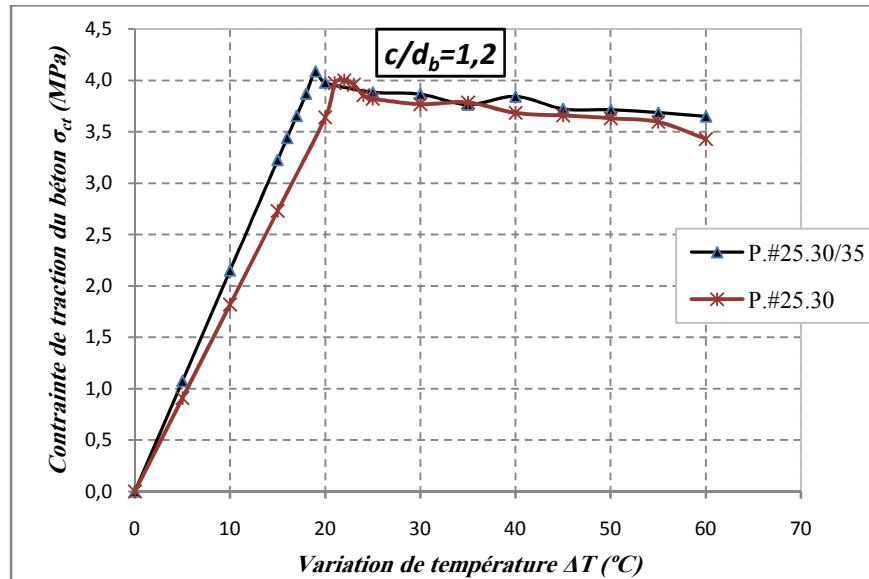


Figure III.65 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton en fonction de la variation de température (ΔT) Comportement non linéaire des poutres prismatiques en béton. (la poutre P.#25.30/35 ayant un rapport de $e/d_b=1,3$).

III.8. Conclusion

L'analyse de résultats numériques traités dans ce chapitre permet de conclure ce qui suit :

- La première fissure apparaît dans le béton, à l'interface armature en PRF/béton, à une variation de température ΔT_{cr} varie entre 21 et 23°C pour les poutres prismatiques en béton armé d'une seule barre en PRFV, et varie entre 19 et 22°C pour les poutres en béton armé de deux barres en PRFV.
- les variations de l'épaisseur d'enrobage du béton et de l'espacement entre les barres de PRF n'ont pas une grande influence sur les déformations thermiques transversales à l'interface armature en PRFV/béton et à la surface externe de l'enrobage du béton.
- Les contraintes de traction circonférentielles sont maximales à l'interface armature/béton ensuite diminuent à travers l'enrobage du béton jusqu'à atteindre leurs valeurs minimales.
- Les variations de température ΔT_{sp} produisant la rupture de béton situé entre les barres de PRF varie de 32 à 55 °C pour un rapport de e/d_b variant de 1,3 à 2,3.
- Les variations de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage de béton varie de 30 à 55°C pour des rapports de c/d_b variant de 1 à 2.
- Un rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) supérieur à 2,0 semble être suffisant afin d'éviter la rupture d'enrobage du béton sous température allant jusqu'à +80°C.
- un rapport d'espacement entre les barres dans le béton au diamètre de la barre en PRFV (e/d_b) supérieur à 2,3 semble être suffisant afin d'éviter la rupture du béton situé entre les barres en PRFV des poutres en béton armé de deux barres en PRFV sous température allant jusqu'à +80°C.

Chapitre IV

IV. Modèle analytique

IV.1. Introduction

Ce chapitre présente l'étude analytique du comportement thermique des poutres en béton armé d'une barre et de deux barres en PRF de verre. Cette étude analytique, basée sur la théorie d'élasticité linéaire, comprend l'étude de l'effet du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) et le rapport de l'espacement entre les barres du PRF au diamètre de barre (e/d_b) sur la distribution des contraintes et déformations dans l'enrobage du béton et dans la barre en PRF. Elle permet aussi l'évaluation des charges thermiques ΔT_{cr} produisant les premières fissures dans le béton à l'interface armature/béton et les charges thermiques ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton.

IV.2. Comportement thermique du béton avant fissuration

La différence entre les coefficients d'expansion thermique transversale des barres en PRF et du béton dans les structures en béton armé engendre une pression radiale P à l'interface armature/béton sous chargement thermique comme le montre la figure IV.1. Cette pression produit des contraintes de traction circonférentielle qui peuvent causer des fissures radiales dans le béton et, éventuellement, la rupture de l'enrobage du béton si l'action du confinement du béton est insuffisante.

Le modèle analytique est établi pour déterminer les contraintes et les déformations thermiques dans une poutre prismatique en béton armé de barre en PRF sous une variation de température ΔT . Le modèle étudié est basé sur les hypothèses suivantes :

- Une adhérence parfaite entre le béton et la barre en PRF.
- La barre en PRF et le béton présentent un comportement élastique linéaire.
- La section de la poutre reste plane après déformations thermiques.
- Absence des armatures transversales afin d'évaluer uniquement la contribution de l'enrobage du béton pour soutenir les contraintes de traction due à la variation de température.

Il est à souligner que pour le cas de deux barres en PRF, chaque barre est étudiée séparément de l'autre pour définir les contraintes et les déformations. Aussi, il est à noter que le modèle analytique développé pour la poutre prismatique en béton armé de PRF a été inspiré de celui développé par Zaidi (2006) pour un cylindre en béton armé de barre en PRF.

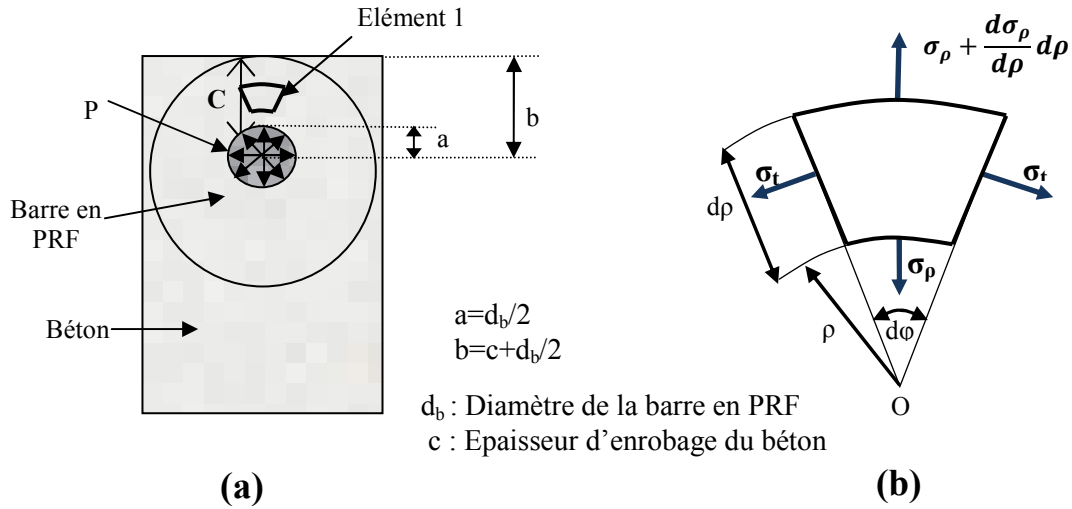


Figure IV.1: a) Poutre prismatique en béton armé d'une barre en PRF. b) Contraintes thermiques appliquées à l'élément 1 de la poutre.

IV.2.1. Contraintes dans le béton dues à la pression radiale P

La déformation de la poutre prismatique en béton sous la pression radiale interne P exercée par la barre en PRF sur le béton se compose d'un déplacement radial variable le long du rayon de surface cylindrique et un déplacement circonférentiel constant le long du périmètre de rayon de cette surface.

u est le déplacement radial de la surface cylindrique de rayon ρ

$u + \frac{du}{d\rho} d\rho$ est le déplacement radial de la surface cylindrique de rayon $\rho + d\rho$

La déformation radiale ε_ρ et la déformation circonférentielle ε_t , dans un élément du béton situé à un rayon ρ mesuré à partir du centre de gravité de la barre en PRF, figure IV.1(b), sont comme suit :

$$\varepsilon_\rho = \frac{du}{d\rho} \quad (IV.1)$$

$$\varepsilon_t = \frac{u}{\rho} \quad (IV.2)$$

Les expressions de la contrainte radiale σ_ρ et de la contrainte circonférentielle σ_t , en fonction des déformations de l'élément considéré, déterminées par la théorie d'élasticité [TIMOSHENKO ET GOODIER, 1970] pour les cylindres creux sous pression hydrostatique interne P en considérant la solution en contraintes planes, sont données par :

$$\sigma_\rho = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} (\varepsilon_\rho + \nu_c \varepsilon_t) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[\frac{du}{d\rho} + \nu_c \frac{u}{\rho} \right] \quad (IV.3)$$

$$\sigma_t = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} (\varepsilon_t + \nu_c \varepsilon_\rho) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[\frac{u}{\rho} + \nu_c \frac{du}{d\rho} \right] \quad (\text{IV.4})$$

Où

E_c : le module d'élasticité du béton.

ν_c : le coefficient de Poisson du béton.

L'équation d'équilibre de l'élément 1 est déterminée en faisant la somme des forces suivant la direction de la bissectrice de l'angle $d\varphi$; on obtient :

$$\sigma_\rho \cdot \rho \cdot d\varphi + 2\sigma_t \cdot d\rho \cdot \frac{d\varphi}{2} - \left(\sigma_\rho + \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} d\rho \right) (\rho + d\rho) d\varphi = 0 \quad (\text{IV.5})$$

En négligeant les termes de second ordre, l'équation IV.5 devient :

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho + \sigma_t}{\rho} = 0 \quad (\text{IV.6})$$

Remplaçant les expressions de σ_ρ de l'équation (IV.3) et σ_t de l'équation (IV.4) dans l'équation (IV.6), on obtient l'équation d'équilibre en termes de déplacement.

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{du}{d\rho} - \frac{u}{\rho^2} = 0 \quad (\text{IV.7})$$

La solution générale de cette équation différentielle est de la forme :

$$u = C_1 \rho + \frac{C_2}{\rho} \quad (\text{IV.8})$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées par les conditions aux limites interne et externe. Remplaçant l'expression de u de l'équation (IV.8) dans les équations (IV.3) et (IV.4), on obtient :

$$\sigma_\rho(\rho) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[C_1 (1+\nu_c) - C_2 \frac{1-\nu_c}{\rho^2} \right] \quad (\text{IV.9})$$

$$\sigma_t(\rho) = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \left[C_1(1+\nu_c) + C_2 \frac{1-\nu_c}{\rho^2} \right] \quad (\text{IV.10})$$

Les conditions aux limites de la surface interne ($\rho = a$) et de la surface externe ($\rho = b$) de poutre prismatique en béton sont :

$$\sigma_\rho(\rho = a) = -P \quad (\text{IV.11})$$

$$\sigma_\rho(\rho = b) = 0 \quad (\text{IV.12})$$

Les constantes C_1 et C_2 sont obtenues en utilisant les conditions aux limites ci-dessus dans l'équation IV.9, on a :

$$C_1 = \frac{1-\nu_c}{E_c} \frac{a^2}{b^2 - a^2} P \quad (\text{IV.13})$$

$$C_2 = \frac{1-\nu_c}{E_c} \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} P \quad (\text{IV.14})$$

Les expressions de la contrainte radiale σ_ρ et de la contrainte circonférentielle σ_t du béton dues à la pression radiale P sont obtenues en substituant les expressions des constantes C_1 et C_2 (équations IV.13 et IV.14) dans les équations IV.9 et IV.10, on a : [ZAIDI, 2006]

$$\sigma_\rho = \frac{a^2 P}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.15})$$

$$\sigma_t = \frac{a^2 P}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.16})$$

Où $a = d_b/2$
 $b = c + d_b/2$.

d_b : le rayon de l'armature en PRF.

c : l'épaisseur de l'enrobage de béton.

Posant $r = b/a$, les équations IV.15 et IV.16 deviennent :

$$\sigma_\rho = \frac{P}{r^2 - 1} \left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.17})$$

$$\sigma_t = \frac{P}{r^2 - 1} \left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.18})$$

La contrainte de traction circonférentielle maximale dans le béton due à la pression radiale P , à l'interface armature/béton ($\rho = a$), est donnée par : [ZAIDI, 2006]

$$\sigma_{t\max} = \frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} P \quad (\text{IV.19})$$

Dans le cas de poutre armé en deux barres en PRF; Les contraintes de traction circonférentielle dues à la pression de première barre P_1 , est donnée par :

$$\sigma_{t1}(\rho) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left(1 + \frac{b_1^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.20})$$

Les contraintes de traction circonférentielle dues à la pression de la deuxième barre P_2 , est donnée par :

$$\sigma_{t2}(\rho) = \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left(1 + \frac{b_2^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.21})$$

Le béton situé entre les barres à des contraintes dues à la pression de première barre plus des contraintes dues à la deuxième barre.

$$\sigma_t(\rho) = \sigma_{t1}(\rho) + \sigma_{t2}(2a + e - \rho) \quad (\text{IV.22})$$

Remplaçant les expressions des σ_{t1} et σ_{t2} des équations IV.20 et IV.21 dans l'équation IV.22. Les contraintes de traction circonférentielle pour le béton situé entre les barres est donnée par :

$$\sigma_t(\rho) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left(1 + \frac{b_1^2}{\rho^2} \right) + \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left(1 + \frac{b_2^2}{(2a + e - \rho)^2} \right) \quad (\text{IV.23})$$

Où: $r_1 = \frac{2c_1 + d_b}{d_b}$

$$r_2 = \frac{2c_2 + d_b}{d_b}$$

$$b_1 = c_1 + a$$

$$b_2 = c_2 + a$$

P_1 et P_2 : pression due à la première barre et à la deuxième barre en PRF respectivement.
 c_1 et c_2 : l'épaisseur d'enrobage de la première barre et à la deuxième barre en PRF respectivement.

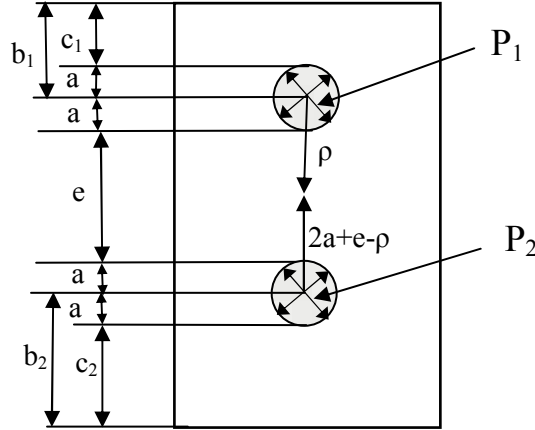


Figure IV.2 : Poutre prismatique en béton armé de deux barres en PRF.

Le béton situé entre les barres est soumis à des contraintes de compression dues à la pression de la première barre plus des contraintes de compression dues à la deuxième barre.

$$\sigma_{\rho}(\rho) = \sigma_{\rho 1}(\rho) + \sigma_{\rho 2}(2a + e - \rho) \quad (\text{IV.24})$$

La contrainte de compression radiale due à la pression de première barre P_1 , est donnée par :

$$\sigma_{\rho 1}(\rho) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left(1 - \frac{b_1^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.25})$$

La contrainte de compression radiale due à la pression de deuxième barre P_2 , est donnée par :

$$\sigma_{\rho 2}(\rho) = \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left(1 - \frac{b_2^2}{\rho^2} \right) \quad (\text{IV.26})$$

Remplaçant les expressions des $\sigma_{\rho 1}$ et $\sigma_{\rho 2}$ des équations IV.25 et IV.26 dans l'équation IV.24, on obtient la contrainte de compression radiale donnée par :

$$\sigma_{\rho}(\rho) = \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left(1 - \frac{b_1^2}{\rho^2} \right) + \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left(1 - \frac{b_2^2}{(2a + e - \rho)^2} \right) \quad (\text{IV.27})$$

Pour les poutres à deux barres en PRF, les contraintes de traction maximales dans le béton dues à la pression radiale P_1 pour la première barre, et P_2 pour la deuxième barre à l'interface armature/béton où $\rho = a$ sont données par :

- À l'interface de la première barre :

$$\sigma_{t \max 1} = \frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1} P_1 + \frac{P_2}{r_2^2 - 1} \left(1 + \frac{r_2^2}{(1+t)^2} \right) \quad (\text{IV.28})$$

- À l'interface de la deuxième barre :

$$\sigma_{t \max 2} = \frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1} P_2 + \frac{P_1}{r_1^2 - 1} \left(1 + \frac{r_1^2}{(1+t)^2} \right) \quad (\text{IV.29})$$

Où: $t = \frac{e}{a} = \frac{2e}{d_b}$

e : l'espacement entre les barres en PRFV

IV.2.2. Déformations dans le béton dues à la pression radiale P

Le déplacement radial u à n'importe quel point de la paroi de la poutre prismatique, sous la pression radiale P , est obtenu en remplaçant les expressions de C_1 et C_2 (équations IV.13 et IV.14) dans l'équation IV.8, on a :

$$u(\rho) = \frac{1 - \nu_c}{E_c} \frac{P}{r^2 - 1} \rho + \frac{1 + \nu_c}{E_c} \frac{b^2}{r^2 - 1} \frac{P}{\rho} \quad (\text{IV.30})$$

D'après l'équation IV.30 et IV.1, La déformation radiale ε_{cp} dans le béton due à la pression radiale P est :

$$\varepsilon_{cp}(\rho) = \frac{P}{E_c (r^2 - 1)} \left[\left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) - \nu_c \left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) \right] \quad (\text{IV.30})$$

$$\varepsilon_{cp}(\rho) = \frac{1}{E_c} (\sigma_\rho - \nu_c \sigma_t) \quad (\text{IV.31})$$

Remplaçant l'expression u de l'équation IV.1 dans l'équation IV.30, la déformation circonférentielle ε_{ct} dans le béton due à la pression radiale P est :

$$\varepsilon_{ct}(\rho) = \frac{P}{E_c (r^2 - 1)} \left[\left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) - \nu_c \left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) \right] \quad (\text{IV.32})$$

$$\varepsilon_{ct}(\rho) = \frac{1}{E_c} (\sigma_t - \nu_c \sigma_\rho) \quad (\text{IV.33})$$

IV.2.3. Déformations dans le béton dues à la pression radiale P et à la variation de température ΔT :

La déformation radiale ε_{cp} dans le béton due à la pression radiale P et à la variation de température ΔT est donnée par ZAIDI (2006) :

$$\varepsilon_{cp}(\rho) = \frac{P}{E_c(r^2 - 1)} \left[\left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) - \nu_c \left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) \right] + \alpha_c \Delta T \quad (\text{IV.34})$$

α_c : le coefficient d'expansion thermique du béton.

La déformation circonférentielle ε_{ct} dans le béton due à la pression radiale P et à la variation de température ΔT est :

$$\varepsilon_{ct}(\rho) = \frac{P}{E_c(r^2 - 1)} \left[\left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) - \nu_c \left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) \right] + \alpha_c \Delta T \quad (\text{IV.35})$$

La déformation circonférentielle ε_{ct} dans le béton, à l'interface armature/béton ($\rho = a$), due à la pression radiale P et à la variation de température ΔT est donnée par :

$$\varepsilon_{ct} = \frac{P}{E_c} \left(\frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} + \nu_c \right) + \alpha_c \Delta T \quad (\text{IV.36})$$

IV.2.4. Déformation transversale de la barre en PRF due à l'effet de la pression radiale P et à la variation de température ΔT

De la même façon que l'on a procédé pour la poutre prismatique en béton sous pression interne, on peut déterminer les déformations transversales de la barre en PRF sous pression externe due à la réaction du béton sur la barre en PRF. Le déplacement radial u à n'importe quel point de la barre en PRF est donné par ZAIDI (2006) :

$$u(\rho) = - \frac{(1 - \nu_{tt})P}{E_t} \rho \quad (\text{IV.37})$$

Où

E_t : Le module d'élasticité de la barre en PRF dans la direction transversale

ν_{tt} : Le coefficient de Poisson de la barre en PRF dans la direction transversale (le premier indice indique la direction transversale de l'application de la contrainte et le deuxième indice indique la direction transversale dans laquelle on détermine la déformation).

La déformation circonférentielle ε_{ft} de la barre en PRF due à la pression radiale P est donnée par :

$$\varepsilon_{ft} = \frac{u(\rho)}{\rho} = -\frac{(1-\nu_u)P}{E_t} \quad (IV.38)$$

La déformation circonférentielle de la barre en PRF due à la pression radiale P et à la variation de température ΔT , est donnée par :

$$\varepsilon_{ft} = \alpha_t \Delta T - \frac{(1-\nu_u)P}{E_t} \quad (IV.39)$$

α_t : le coefficient d'expansion thermique transversale de la barre en PRF.

IV.2.5. Pression radiale P

La pression radiale P exercée par la barre en PRF sur le béton due à la variation de température ΔT est déterminée en utilisant l'équation de compatibilité des déformations transversales à l'interface armature/béton.

$$\varepsilon_{ft} = \varepsilon_{ct} \quad (IV.40)$$

À partir des équations IV.36 et IV.39, on obtient l'expression de la pression radiale P donnée par ZAIDI (2006) :

$$P = \frac{(\alpha_t - \alpha_c)\Delta T}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_u)} \quad (IV.41)$$

Où $(\alpha_t - \alpha_c)\Delta T$ est la déformation thermique différentielle transversale;

$$r = \frac{2c + d_b}{d_b}$$

d_b : diamètre de la barre ($d_b = 2a$);

c : épaisseur d'enrobage du béton.

Pour le cas des poutres en béton armé de deux barres en PRF, on suppose que la pression sur l'interface armature/béton est déterminée de la manière que celle d'une poutre renforcée d'une barre. La poutre à deux épaisseurs d'enrobage c_1 et c_2 (r_1 et r_2), donc chaque barre à une pression radiale différente de l'autre (P_1 et P_2) leurs valeurs sont :

$$P_1 = \frac{(\alpha_t - \alpha_c)\Delta T}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_u)} \quad (IV.42)$$

$$P_2 = \frac{(\alpha_t - \alpha_c)\Delta T}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_t)} \quad (\text{IV.43})$$

Il est important de noter que $(\alpha_t - \alpha_c)\Delta T$ est la déformation thermique différentielle transversale, c'est la principale source de la pression radiale [ZAIDI, 2006].

IV.3. Variation de température ΔT_{cr} produisant la première fissure

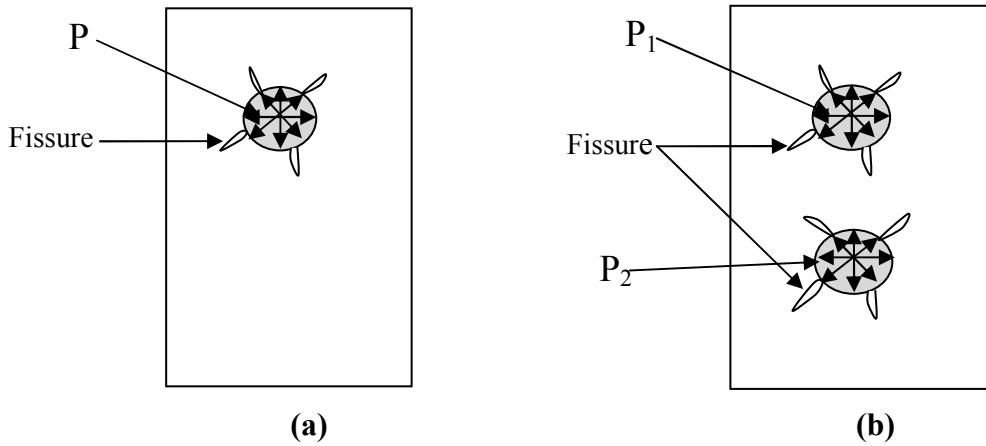


Figure IV.3 : Première fissure apparue dans le béton au niveau de l'interface barre/béton à la variation de température ΔT_{cr} pour les deux cas (a) et (b). **a)** Cas d'une seule barre en PRF. **b)** Cas de deux barres en PRF.

La première fissure radiale apparaît dans le béton à l'interface armature en PRF/béton quand la contrainte circonférentielle atteint la résistance à la traction du béton (f_{ct}). De l'équation (IV.19), on peut écrire :

$$\sigma_{t \max} = f_{ct} \quad (\text{IV.44})$$

On remplace l'expression de $\sigma_{t \max}$ (équation IV.19) et l'expression de la pression P de l'équation IV.41 dans l'équation IV.44. La variation de température (ΔT_{cr}) qui produit la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton est donc :

$$\Delta T_{cr} = \frac{f_{ct}}{(\alpha_t - \alpha_c)} \left[\frac{1}{E_c} + \frac{r^2 - 1}{r^2 + 1} \left(\frac{\nu_c}{E_c} + \frac{1 - \nu_t}{E_t} \right) \right] \quad (\text{IV.45})$$

Pour le cas des poutres en béton renforcé par deux barres en PRF, on calcule la variation de température produisant la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature en PRF/béton pour chaque barre de PRF.

On remplace l'expression de σ_{tmax1} (équation IV.28) et les expressions des pressions P_1 et P_2 des équations IV.42 et IV.43 dans l'équation IV.44. Donc, la première fissure, à l'interface de la barre 1/béton, apparaît à ΔT_{cr1} données par :

$$\Delta T_{cr1} = \frac{f_{ct}}{(\alpha_t - \alpha_c)} \left[\frac{\frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1}}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tt})} + \frac{\frac{\left(1 + \frac{r_2^2}{(1+t)^2} \right)}{r_1^2 - 1}}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tt})} \right]^{-1} \quad (IV.46)$$

De même façon, on remplace l'expression de σ_{tmax2} (équation IV.29) et les expressions des pressions P_1 et P_2 des équations IV.42 et IV.43 dans l'équation IV.44. Donc, La première fissure, à l'interface de la barre 2/béton, apparaît à ΔT_{cr2} données par :

$$\Delta T_{cr2} = \frac{f_{ct}}{(\alpha_t - \alpha_c)} \left[\frac{\frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1}}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r_2^2 + 1}{r_2^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tt})} + \frac{\frac{\left(1 + \frac{r_1^2}{(1+t)^2} \right)}{r_1^2 - 1}}{\frac{1}{E_c} \left(\frac{r_1^2 + 1}{r_1^2 - 1} + \nu_c \right) + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tt})} \right]^{-1} \quad (IV.47)$$

Donc la température produisant la première fissure à l'interface armature/ béton de poutres renforcé de deux barres en PRFV est :

$$\Delta T_{cr} = \text{Min}(\Delta T_{cr1}, \Delta T_{cr2}) \quad (IV.48)$$

IV.4. Comportement thermique du béton après fissuration

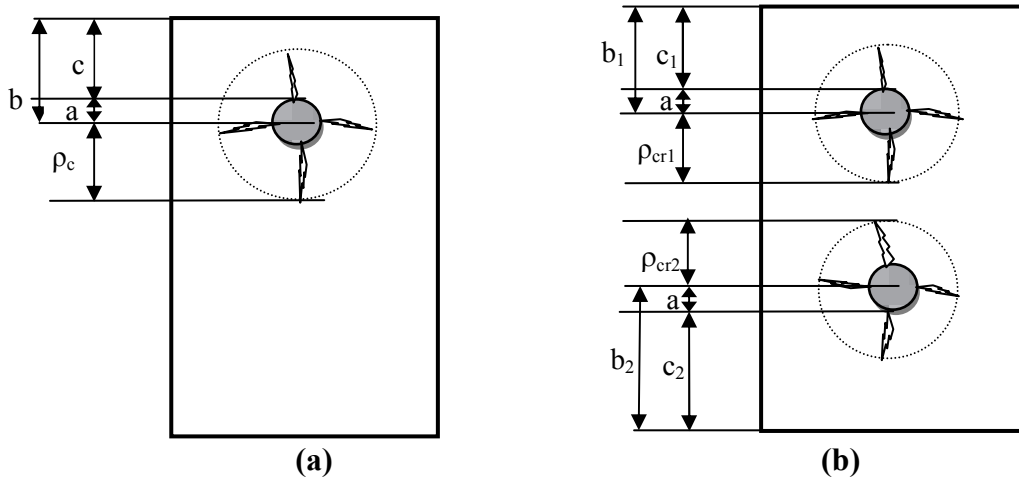


Figure IV.4: Couronne en béton fissuré formée autour de l'armature à $\Delta T > \Delta T_{cr}$; **a)** Cas d'une seule barre en PFR. **b)** Cas de deux barres en PRF.

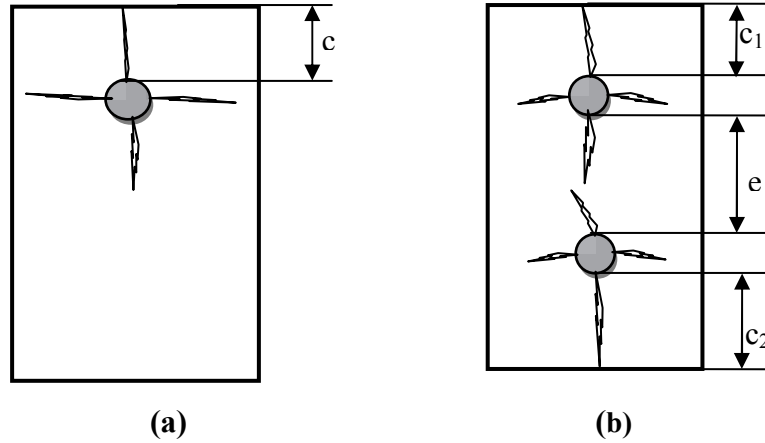


Figure IV.5 : Béton totalement fissuré à $\Delta T > \Delta T_{sp}$; **a)** cas d'une seule barre en PFR. **b)** cas de deux barres en PRF.

Il est considéré par Aiello et coll. (2001) qu'une couronne circulaire en béton fissuré est formée lorsque $\Delta T > \Delta T_{cr}$, comme montré par la (figure IV.4), dont le rayon interne et le rayon externe sont respectivement a et ρ_{cr} .

Les conditions aux limites de surfaces de la couronne fissurée sont :

$$\sigma_\rho(\rho = a) = -P \quad (IV.49)$$

$$\sigma_t = 0 \quad \text{Pour} \quad \rho \in [a, \rho_{cr}] \quad (IV.50)$$

Donc, il n'y a aucune contrainte de traction à l'intérieur de la zone fissurée.

Dans la couronne en béton fissuré, où $\rho \in [a, \rho_{cr}]$ la contrainte radiale est considérée inversement proportionnelle à ρ , on a :

$$\sigma_\rho(\rho) = \frac{C_3}{\rho} \quad (IV.51)$$

Pour $\rho \in [a, \rho_{cr}]$, où C_3 est une constante de proportionnalité.

Utilisant les conditions aux limites de surfaces de la couronne fissurée (équation IV.49)

$$C_3 = -aP \quad (IV.52)$$

Remplaçant l'expression de C_3 (équation IV.52) dans l'équation IV.51, on a donc :

$$\sigma_\rho(\rho) = -\frac{a}{\rho} P \quad \text{Pour} \quad \rho \in [a, \rho_{cr}] \quad (IV.53)$$

À l'interface entre le béton fissuré et non fissuré, à $\rho = \rho_{cr}$, la contrainte radiale est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_\rho(\rho_{cr}) = -\frac{a}{\rho_{cr}} P \quad (IV.54)$$

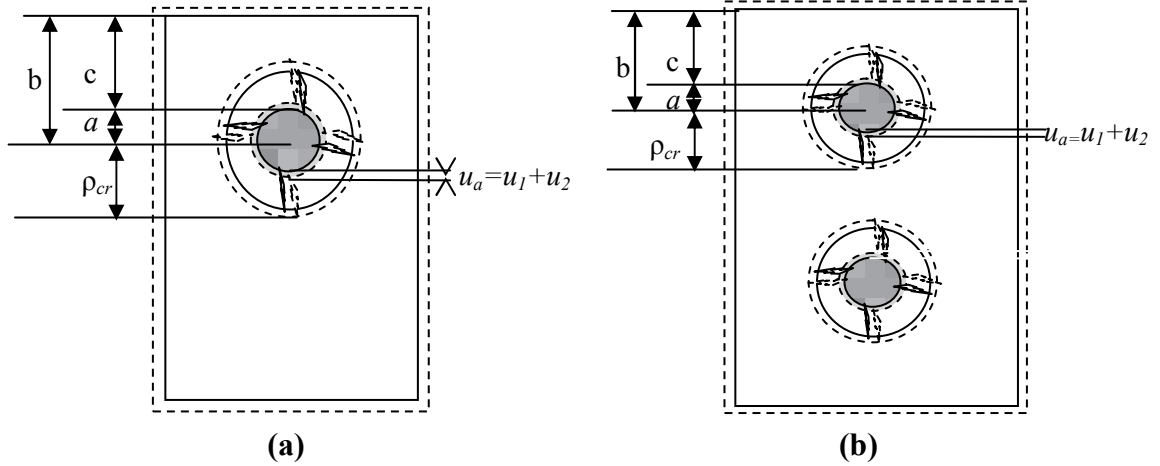


Figure IV.6 : Déformation de la Couronne en béton fissuré sous la compression radiale à $\Delta T > \Delta T_{cr}$ (ligne continue indique la forme avant déformation, et ligne discontinue indique la forme après déformation) ; **a)** cas d'une seule barre en PFR. **b)** cas de deux barres en PRF.

La déformation radiale dans la couronne fissurée due à la compression radiale (équation IV.53) est :

$$\varepsilon_{c\rho}(\rho) = \frac{du}{d\rho} = -\frac{a}{E_c \rho} P \quad (\text{IV.55})$$

La diminution de l'épaisseur du béton fissuré (figure IV.6) due à la compression radiale (équation IV.53), déterminée de l'équation (IV.55), est trouvée égale à :

$$u_1 = \frac{aP}{E_c} \ln\left(\frac{\rho_{cr}}{a}\right) \quad (\text{IV.56})$$

En termes de déformation circonférentielle à l'interface armature/béton, l'équation IV.56 devient :

$$\varepsilon_{ct} = \frac{P}{E_c} \ln\left(\frac{\rho_{cr}}{a}\right) \quad (\text{IV.57})$$

L'augmentation du rayon comme montré la figure IV.6 due à la compression radiale (équation IV.54) hors duquel le béton n'est pas fissuré; on considère que la zone non fissurée comme un cylindre creux sous pression interne de $\frac{a}{\rho_{cr}} P$, est donnée par :

$$u_2 = \frac{aP}{E_c} \left(\frac{b^2 + \rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} + \nu_c \right) \quad (\text{IV.58})$$

L'augmentation u_a (figure IV.5) du rayon a due à la compression radiale ($\Delta T > \Delta T_{cr}$) est la somme de la diminution de l'épaisseur du béton fissuré (équation IV.57) et l'augmentation du rayon hors duquel le béton n'est pas fissuré (équation IV.58).

$$u_a = \frac{aP}{E_c} \ln\left(\frac{\rho_{cr}}{a}\right) + \frac{aP}{E_c} \left(\frac{b^2 + \rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} + \nu_c \right) \quad (IV.59)$$

A partir de l'équation IV.59, la déformation circonférentielle due à la compression radiale et à la variation de température lorsque le béton est fissuré, est donnée par :

$$\varepsilon_{ct} = \frac{P}{E_c} \left[\ln\left(\frac{\rho_{cr}}{a}\right) + \frac{b^2 + \rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} + \nu_c \right] + \alpha_c \Delta T \quad (IV.60)$$

À partir des équations IV.38 et IV.60, l'équation de compatibilité de déformations transversales à l'interface armature/béton lorsque le béton est fissuré, est donnée par :

$$\frac{P}{E_c} \left[\ln\left(\frac{\rho_{cr}}{a}\right) + \frac{b^2 + \rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} + \nu_c \right] + \alpha_c \Delta T = \alpha_c \Delta T - \frac{(1 - \nu_t)}{E_t} P \quad (IV.61)$$

Pour le béton non fissuré dont le rayon interne et le rayon externe sont respectivement ρ_{cr} et b , la contrainte radiale (σ_ρ) et de la contrainte circonférentielle (σ_t) sont obtenues en utilisant les équations IV.15 et IV.16 pour $\rho \geq \rho_{cr}$, est donnée par : [ZAIDI, 2006]

$$\sigma_\rho(\rho) = \frac{\rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} \left(1 - \frac{b^2}{\rho^2} \right) \frac{a}{\rho_{cr}} P \quad (IV.62)$$

$$\sigma_t(\rho) = \frac{\rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} \left(1 + \frac{b^2}{\rho^2} \right) \frac{a}{\rho_{cr}} P \quad (IV.63)$$

À l'interface entre le béton fissuré et non fissuré, à $\rho = \rho_{cr}$, la contrainte circonférentielle $\sigma_t(\rho_{cr})$ est égale à la résistance à la traction du béton (f_{ct}). De l'équation IV.47, on peut écrire:

$$\frac{\rho_{cr}^2}{b^2 - \rho_{cr}^2} \left(1 + \frac{b^2}{\rho_{cr}^2} \right) \frac{a}{\rho_{cr}} P = f_{ct} \quad (IV.64)$$

Donc on obtient :

$$\left(\frac{\rho_{cr}}{b} \right)^3 + \left(\frac{1}{r} \frac{P}{f_{ct}} \right) \left(\frac{\rho_{cr}}{b} \right)^2 - \left(\frac{\rho_{cr}}{b} \right) + \left(\frac{1}{r} \frac{P}{f_{ct}} \right) = 0 \quad (IV.65)$$

Cette équation permet de déterminer le rayon ρ_{cr} correspondant à la variation de température ΔT_{sp} au-delà de laquelle l'enrobage du béton est totalement fissuré.

IV.5. Variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton (Modèle d'Aiello)

Dans les cas des problèmes réels et pratiques :

$$1 \leq c/d_b \leq 3 \Rightarrow 3 \leq r \leq 7 \Rightarrow 0,1 \leq 1/r \leq 0,3$$

L'équation (IV.65) a une seule solution significative lorsque le rapport $\frac{1}{r} \frac{P}{f_{ct}}$ est situé entre 0,1 et 0,3.

Pour un rapport $\frac{1}{r} \frac{P}{f_{ct}} > 0,3$ Aucune solution ne peut être trouvée ; qui notifie que la pression radiale de compression est assez élevée ou l'enrobage du béton c est assez petit. Dans ce cas, la fissure radiale dans le béton ne peut être stoppée et il y a la rupture complète de l'enrobage du béton. Donc, la pression radiale maximale P que le béton peut supporter est donnée par :

$$\frac{1}{r} \frac{P}{f_{ct}} = 0,3 \Rightarrow P = 0,3 f_{ct} \cdot r \quad (IV.66)$$

Remplaçant l'expression de P (équation IV.66) dans l'équation (IV.65), on obtient le rayon (ρ_{cr}) de la couronne en béton fissuré au-delà duquel l'enrobage du béton est complètement Fissuré

$$\rho_{cr} = 0,48b \quad (IV.67)$$

La variation de température ΔT_{sp} , au-delà de laquelle l'enrobage du béton est totalement fissuré, est déterminée à partir de l'équation (IV.61) en substituant P et ρ_{cr} par leurs expressions données respectivement par les équations (IV.66) et (IV.67) : [Aiello, 2001]

$$\Delta T_{sp} = \frac{0,3 \cdot f_{ct} \cdot r}{\alpha_t - \alpha_c} \left[\frac{1}{E_c} [\ln(0,48 \cdot r) + 1,6 + \nu_c] + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_t) \right] \quad (IV.68)$$

Dans le cas des poutres armées en deux barres en PRF; on calcule chaque barre séparément de l'autre ; puisque le risque de la rupture d'enrobage du béton n'est pas au béton situé entre les barres.

$$\Delta T_{sp1} = \frac{0,3 \cdot f_{ct} \cdot r_1}{\alpha_t - \alpha_c} \left[\frac{1}{E_c} [\ln(0,48 \cdot r_1) + 1,6 + \nu_c] + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_t) \right] \quad (IV.69)$$

$$\Delta T_{sp2} = \frac{0,3 \cdot f_{ct} \cdot r_2}{\alpha_t - \alpha_c} \left[\frac{1}{E_c} [\ln(0,48 \cdot r_2) + 1,6 + \nu_c] + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_t) \right] \quad (IV.70)$$

Donc la température produisant la rupture de l'enrobage du béton des poutres renforcé de deux barres en PRFV est donnée par :

$$\Delta T_{sp} = \text{Min} (\Delta T_{sp1}, \Delta T_{sp2}) \quad (IV.71)$$

IV.6. Variation de température $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton entre les barres en PRFV

On suppose que la rupture du béton entre les barres en PRF de poutre renforcé de deux barres en PRF est faite, lorsque la somme des rayons des couronnes circulaires des fissures autour des deux barres de PRF est égale à la somme de l'espacement entre les barres plus le rayon de chaque barre. On suppose que les rayons critiques dans le béton situé entre les barres en PRF et autour des deux barres sont égaux, donc on peut écrire :

$$\rho_{cr1}' = \rho_{cr2}' = \frac{1}{2}(e + 2a) \quad (IV.72)$$

Dans la réalité, la rupture du béton entre les barres de PRF se fait avant que la somme de ρ_{cr1}' et ρ_{cr2}' égale à $(e+2a)$. Pour diminuer le rayon critique, on multiplie par un coefficient de 0,8. L'expression de ρ_{cr}' devient :

$$\rho_{cr}' = 0,4(e + 2a) \quad (IV.73)$$

La variation de température $\Delta T_{sp}'$, au-delà de laquelle le béton entre les barres de PRF est totalement fissuré, est déterminée à partir de l'équation de compatibilité de déformations transversales à l'interface armature/béton lorsque le béton est fissuré (IV.61), en remplaçant P par son expression de l'équation (IV.66) et ρ_{cr}' par son expression de l'équation (IV.73). Donc on peut écrire :

$$\Delta T_{sp1}' = \frac{0,3.f_{ct}.r_1}{\alpha_t - \alpha_c} \left[\frac{1}{E_c} \left[\ln(0,4t + 0,8) + \frac{r_1^2 + 0,16t^2 + 0,64.(t+1)}{r_1^2 - 0,16t^2 - 0,64.(t+1)} + v_c \right] + \frac{1}{E_t} (1 - v_{tt}) \right] \quad (IV.74)$$

$$\Delta T_{sp2}' = \frac{0,3.f_{ct}.r_2}{\alpha_t - \alpha_c} \left[\frac{1}{E_c} \left[\ln(0,4t + 0,8) + \frac{r_2^2 + 0,16t^2 + 0,64.(t+1)}{r_2^2 - 0,16t^2 - 0,64.(t+1)} + v_c \right] + \frac{1}{E_t} (1 - v_{tt}) \right] \quad (IV.75)$$

Donc la température produisant la rupture de béton situé entre les barres de PRF des poutres renforcées de deux barres en PRFV est :

$$\Delta T_{sp}' = \text{Min} (\Delta T_{sp1}', \Delta T_{sp2}') \quad (IV.76)$$

IV.7. Modèle proposé par Zaidi

a) Modèle proposé pour les déformations transversale

Dans le but de modifier les équations analytiques basées sur la théorie d'élasticité, Zaidi (2006) a proposé un modèle déterminant les déformations thermiques transversales. Les équations de déformations proposées sont comme suit :

Pour les déformations thermiques transversales (ε_{ft}) à l'interface armature en PRF/béton, les équations proposées sont :

$$\varepsilon_{ft} = \alpha_t \cdot \Delta T - \frac{(1 - \nu_{tt})}{E_t} P \quad \text{Pour} \quad \Delta T \leq +20^\circ\text{C} \quad (\text{IV.77})$$

$$\varepsilon_{ft} = 0,80\alpha_t \cdot \Delta T \quad \text{Pour} \quad \Delta T > +20^\circ\text{C} \quad (\text{IV.78})$$

Le modèle proposé par Zaidi (équations IV.78) pour prédire les déformations thermiques transversales à l'interface armature en PRF/béton est valable pour les bétons ordinaires et les barres en PRF en verre (PRFV).

b) Modèle proposé pour prédire l'augmentation de température ΔT_{sp}

Un modèle a été proposé par Zaidi (2006) pour prédire la variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres prismatiques. La rupture d'enrobage du béton des poutres se produit pour un rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF $c/d_b \leq 1,4$ qui est déterminé expérimentalement par Zaidi à partir des poutres en béton armé de barres en PRFV Isorod testées sous température de -30°C à $+80^\circ\text{C}$. Le rapport r est de :

$$r = 2 \frac{c}{d_b} + 1 = 3,8 \quad (\text{IV.79})$$

Substituant la valeur de r donnée par l'équation IV.79 dans l'équation IV.19, on obtient :

$$P = 0,87 f_{ct} \quad (\text{IV.80})$$

Le rayon externe ρ_{cr} de la couronne en béton fissuré est obtenu en substituant les rapports de P (équation IV.80) et r (équation IV.79) par leurs valeurs dans l'équation IV.65, on obtient l'équation suivant :

$$\left(\frac{\rho_{cr}}{b} \right)^3 + 0,23 \left(\frac{\rho_{cr}}{b} \right)^2 - \left(\frac{\rho_{cr}}{b} \right) + 0,23 = 0 \quad (\text{IV.81})$$

La résolution de cette équation donne trois racines dont deux sont éliminées car elles sont loin de la réalité pratique et la troisième est donnée par :

$$\rho_{cr} = 0,72 \times b \quad (\text{IV.82})$$

La variation de température ΔT_{sp} au-delà de laquelle l'enrobage du béton est complètement fissuré, est déterminée à partir de l'équation IV.61 en remplaçant la pression P et le rayon ρ_{cr} par leurs expressions données respectivement par les équations IV.80 et IV.82, on obtient donc l'équation suivante proposée pour les poutres :

$$\Delta T_{sp} = \frac{0,23 \cdot f_{ct} \cdot r}{(\alpha_t - \alpha_c)} \left[\frac{1}{E_c} [\ln(0,72 \cdot r) + 3,2 + \nu_c] + \frac{1}{E_t} (1 - \nu_{tt}) \right] \quad (\text{IV.83})$$

IV.8. Analyse des résultats analytiques des poutres en béton

IV.8.1 Poutres en béton renforcé par une seule barre en PRF

La figure IV.7 et le tableau IV.1 montrent la variation de température ΔT_{cr} , produisant la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature/béton des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRFV, en fonction du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) pour un béton de résistance à la traction $f_{ct}=4,1$ MPa. On remarque que la valeur de ΔT_{cr} augmente de 21°C à 24°C lorsque le rapport c/d_b augmente de 1,0 à 2,4. En outre, la variation de ΔT_{cr} est grande pour c/d_b variant de 1 à 1,4. Cependant, pour des rapports $c/d_b > 1,4$ la variation de ΔT_{cr} est faible.

Tableau IV.1 : Variation de température ΔT_{cr} en fonction de c/d_b .

<i>Poutre</i>	c/d_b	ΔT_{cr} (°C)
P.#25.25	1,0	21,09
P.#19.20	1,0	21,35
P.#25.30	1,2	21,83
P.#16.20	1,3	22,06
P.#19.25	1,3	22,20
P.#25.35	1,4	22,37
P.#19.30	1,6	22,77
P.#16.25	1,6	22,76
P.#13.20	1,6	22,77
P.#16.30	1,9	23,23
P.#13.25	2,0	23,33
P.#10.20	2,1	23,46
P.#13.30	2,4	23,68

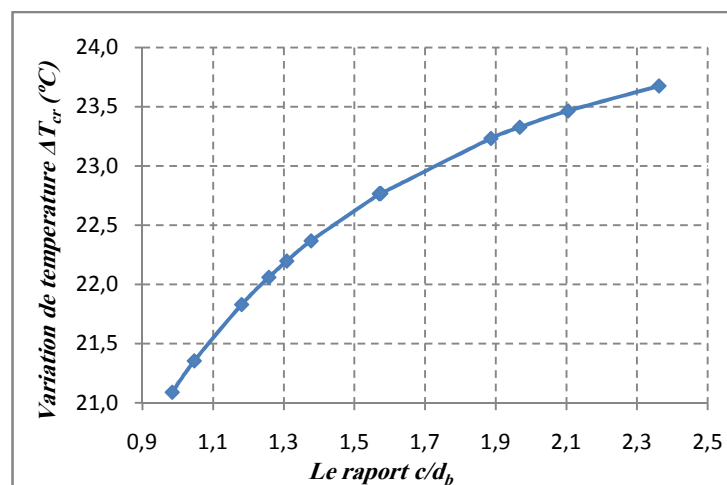


Figure IV.7: Variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport c/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.

La figure IV.8 et le tableau IV.2 montrent la variation de température ΔT_{sp} , produisant la rupture de l'enrobage des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRFV, prédites par les modèles d'Aiello et Zaidi en fonction du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant de 1,0 à 2,4. On remarque que le modèle de Zaidi donne des valeurs de ΔT_{sp} relativement supérieures par rapport à celles prédites par le modèle d'Aiello car ce dernier est établi pour des éléments en béton armé de PRF dont l'épaisseur d'enrobage de béton autour de la barre est constante ce qui n'est pas le cas pour les poutres prismatiques.

Tableau IV.2 : Variation de température ΔT_{sp} en fonction de c/d_b .

Poutre	c/d_b	$\Delta T_{sp}(^{\circ}\text{C})$	
		Modèle d'Aiello	Modèle de Zaidi
P.#25.25	1,0	27,84	30,71
P.#19.20	1,0	29,29	32,22
P.#25.30	1,2	32,39	35,45
P.#16.20	1,3	34,20	37,31
P.#19.25	1,3	35,40	38,56
P.#25.35	1,4	37,04	40,25
P.#19.30	1,6	41,67	45,02
P.#16.25	1,6	41,71	45,06
P.#13.20	1,6	41,77	45,12
P.#16.30	1,9	49,43	52,96
P.#13.25	2,0	51,46	55,04
P.#10.20	2,1	54,89	58,53
P.#13.30	2,4	61,41	65,15

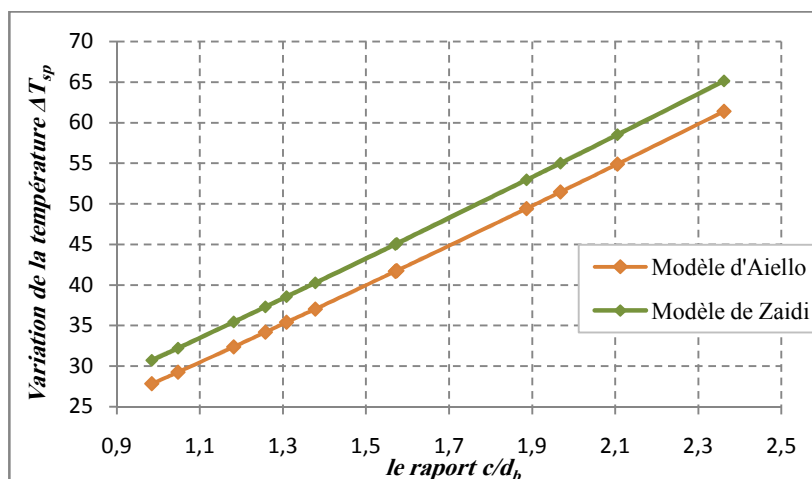


Figure IV.8 : Variation de température (ΔT_{sp}), produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport c/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa, prédite par les modèles d'Aiello et Zaidi.

La figure IV.9 présente la variation de température ΔT_{cr} et ΔT_{sp} en fonction du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b). On remarque, d'après les courbes, que lorsque le rapport de c/d_b augmente la différence entre ΔT_{cr} et ΔT_{sp} (pour les deux modèles) augmente. Ceci s'explique par le fait que lorsque le rapport c/d_b augmente la contrainte de traction dans le béton diminue à l'interface et à travers l'enrobage.

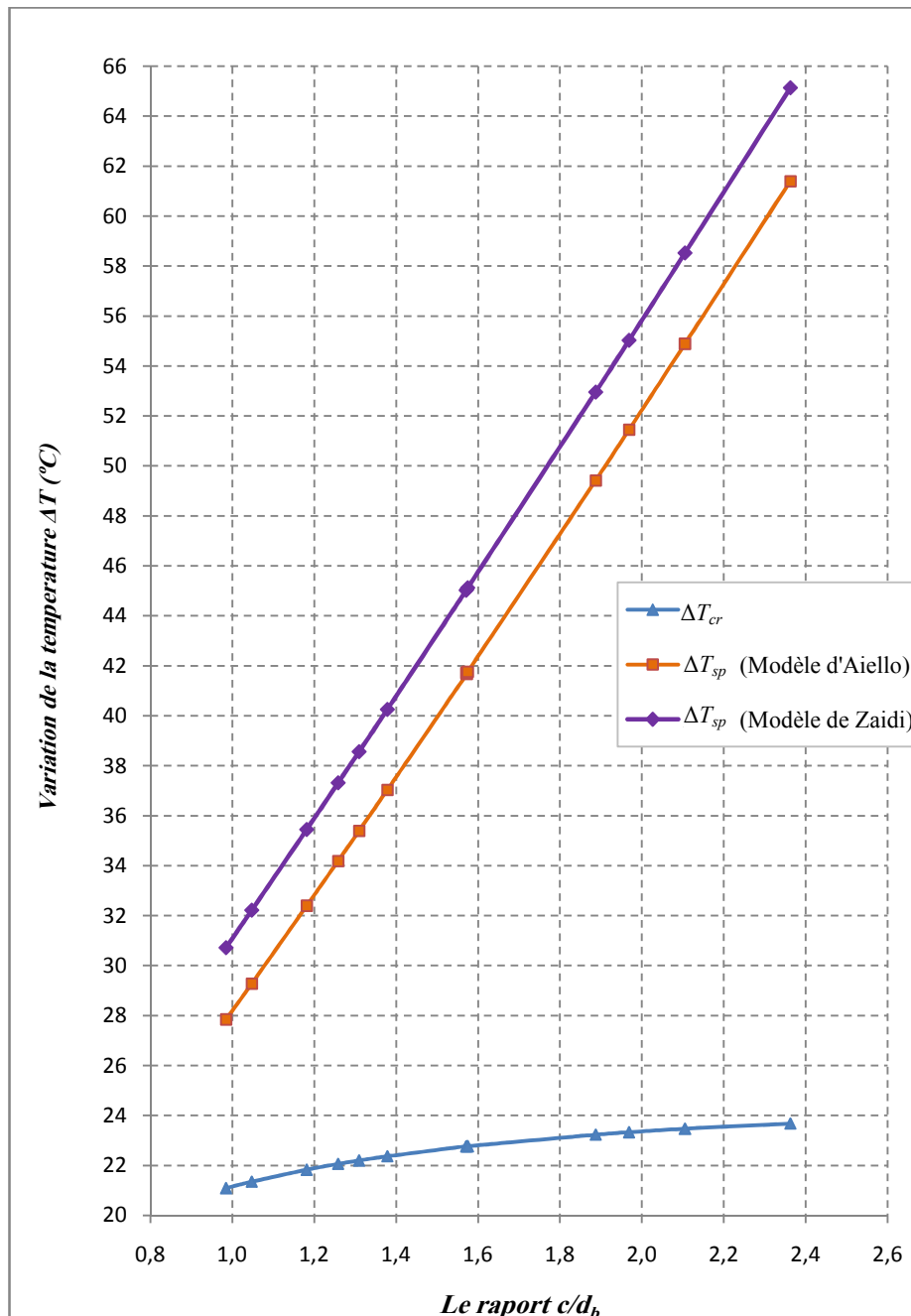


Figure IV.9: Variation de température (ΔT_{cr}) et (ΔT_{sp}) produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport c/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.

Les figures IV.10 à IV.12 montrent les contraintes de traction circonférentielles en fonction de la variation de température à l'interface armature/béton des poutres prismatique en béton armé de barres en PRFV pour des épaisseurs d'enrobage du béton de 20, 25 et 30 mm respectivement. À partir de ces figures, on remarque que la contrainte de traction du béton diminue avec l'augmentation du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b). La variation de la contrainte circonférentielle est relativement élevée pour des rapports de c/d_b inférieurs à 2,1 (à $\Delta T = 60^\circ\text{C}$: pour $c/d_b = 2,1 \rightarrow \sigma_t = 10,48\text{MPa}$, pour $c/d_b = 1 \rightarrow \sigma_t = 11,52\text{MPa}$) Donc la variation des contraintes égale 10%. On remarque encore que le modèle linéaire donne des contraintes de traction du béton assez élevées qui dépassent la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1\text{MPa}$) et qui peuvent atteindre des valeurs de 12 MPa à des variations de températures de 60°C . Aussi, on peut observer que la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1\text{MPa}$) est atteinte à des variations de température (ΔT_{cr}) variant entre 20 et 25°C . À ces variations de température (ΔT_{cr}), les premières fissures radiales commencent à se développer dans le béton à l'interface armature en PRF/béton et, par conséquent, les contraintes de traction réelle du béton diminuent, ce qui l'ignore le modèle linéaire.

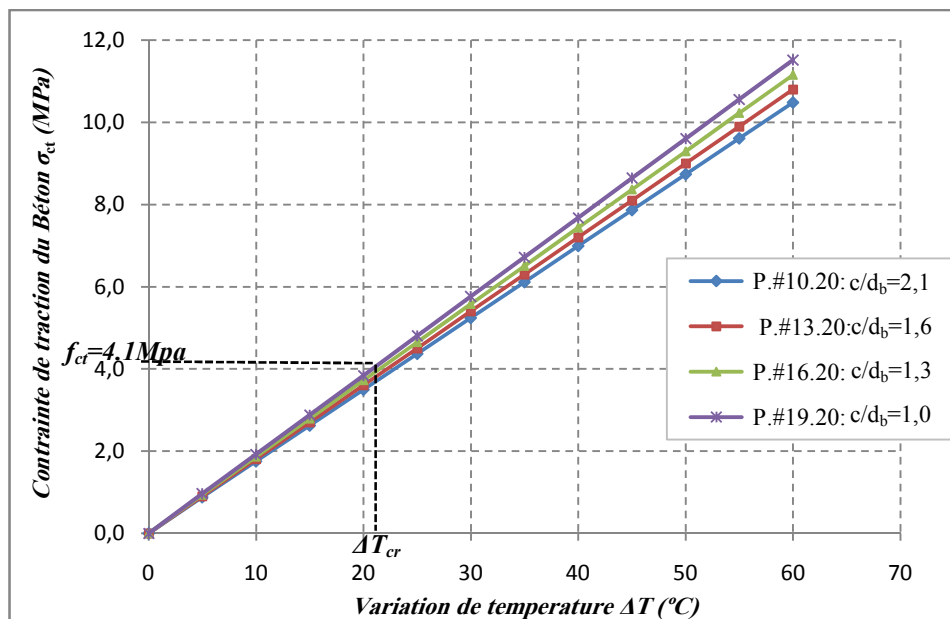


Figure IV.10 : Contraintes de traction transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.

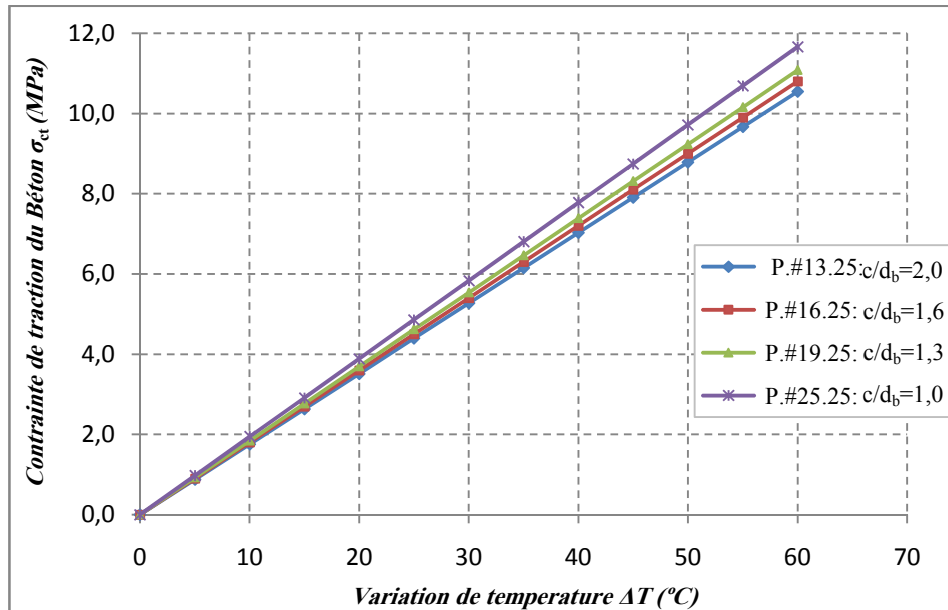


Figure IV.11 : Contraintes de traction transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.

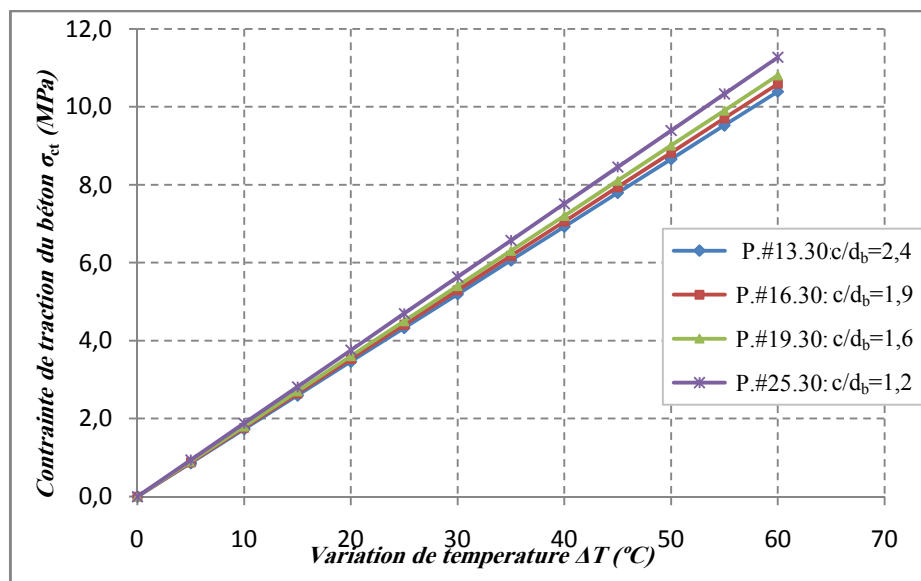


Figure IV.12 : Contraintes de traction transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.

Les figures IV.13 à IV.15 présentent les déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature/béton des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRF de verre pour des épaisseurs d'enrobage du béton de 20, 25 et 30 mm. Ces figures montrent l'effet de la variation du diamètre de la barre en PRFV sur les déformations transversales à l'interface armature/béton. On peut remarquer que les courbes

de déformations transversales sont linéaires et à peu près similaires. On peut conclure que la variation du diamètre de la barre en PRFV n'a pas beaucoup d'influence sur la déformation transversale à l'interface armature/béton; puisqu'il s'agit du même matériau pour les diamètres des barres en PRF.

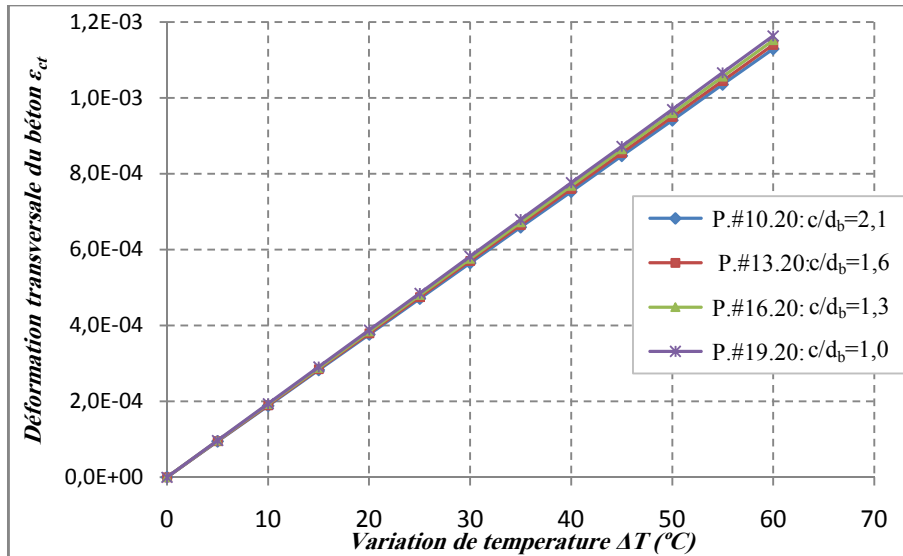


Figure IV.13 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.

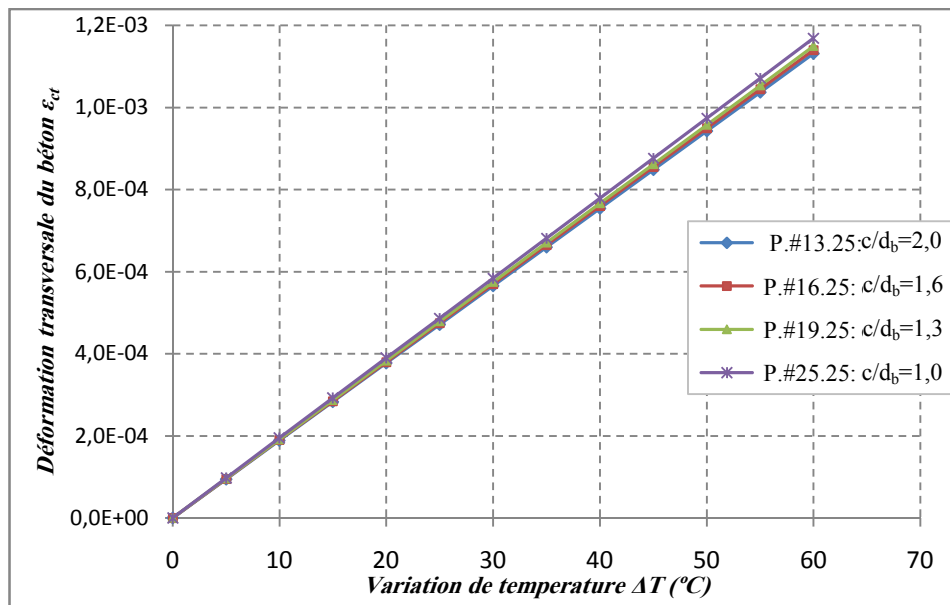


Figure IV.14 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.

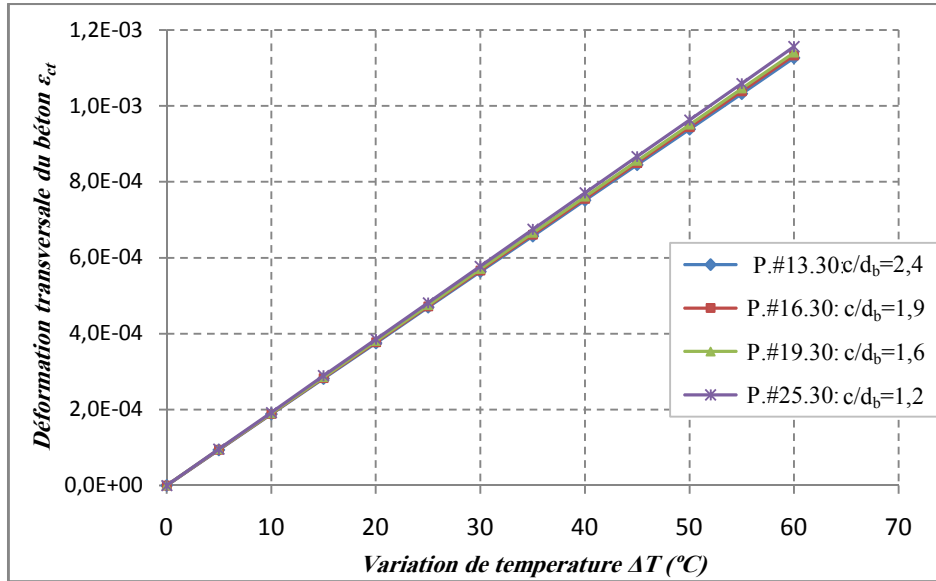


Figure IV.15 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.

Les figures IV.16 à IV.18 présentent les déformations transversales en fonction de la variation de température prédites par le modèle de Zaidi (2006) à l'interface armature/béton des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRF de verre pour des épaisseurs d'enrobage du béton autour de 20 ,25 et 30 mm. On peut remarquer que les courbes de déformations transversales prédites par le modèle de Zaidi sont similaires pour différentes valeurs de c/d_b . On peut conclure que la variation du diamètre de la barre en PRFV n'a pas d'influence sur la déformation transversale à l'interface armature/béton.

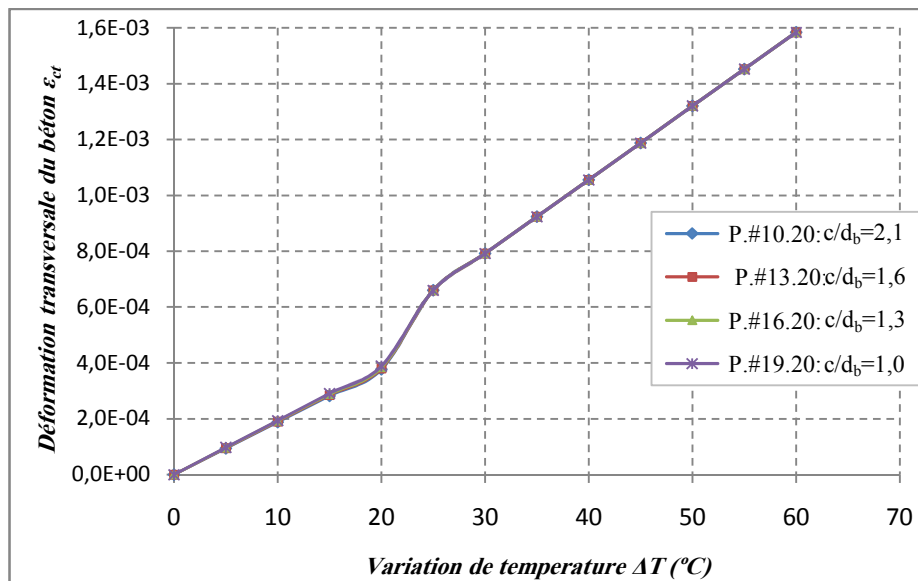


Figure IV.16 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.

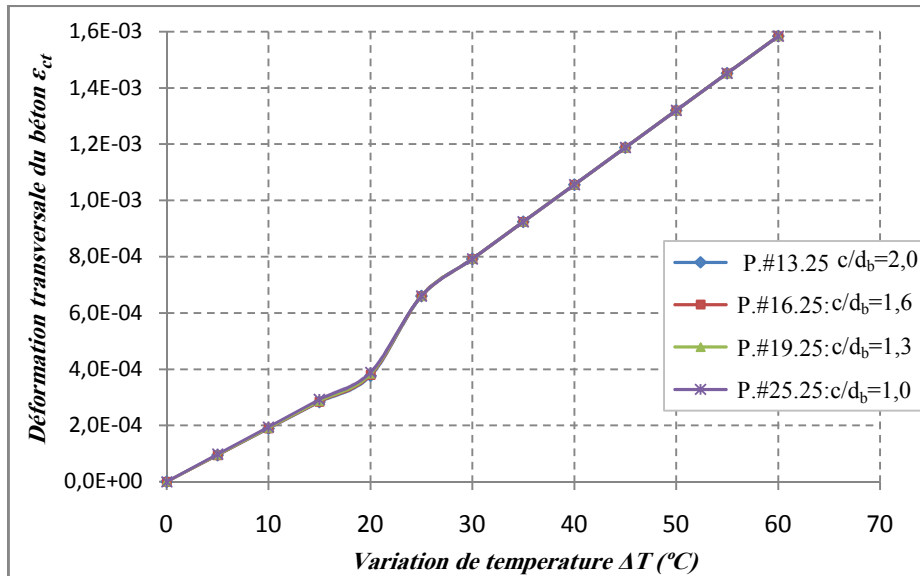


Figure IV.17 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.

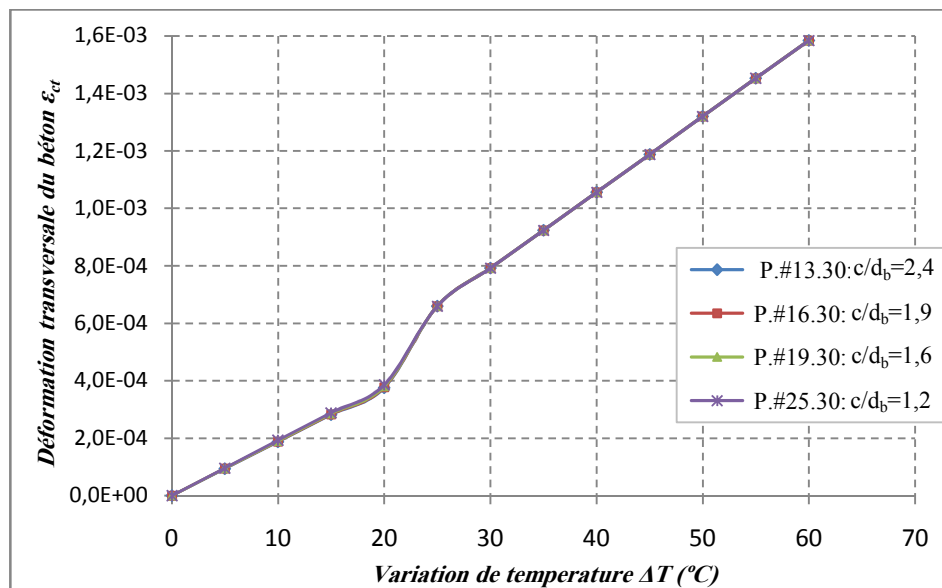


Figure IV.18 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.

Les figures IV.19 à IV.21 présentent les déformations transversales à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température des poutres prismatiques en béton armé d'une seule barre en PRFV pour des épaisseurs d'enrobage du béton autour de 20, 25 et 30 mm. D'après ces figures, on peut distinguer que les courbes de déformations sont et à peu près similaires pour différentes valeurs de c/d_b . On peut dire que la variation du diamètre de la barre en PRFV n'a pas une grande influence sur la déformation transversale à la surface externe de l'enrobage du béton.

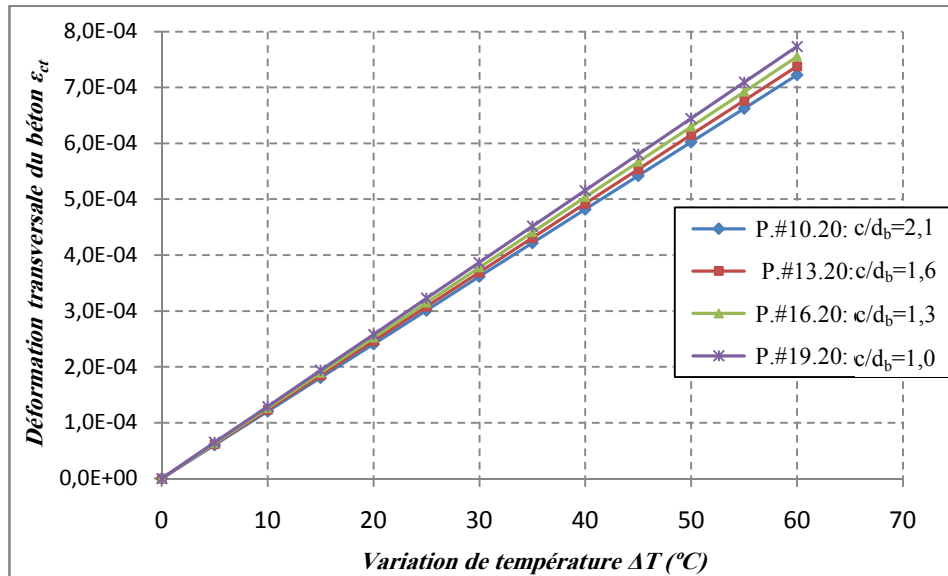


Figure IV.19 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 20 mm.

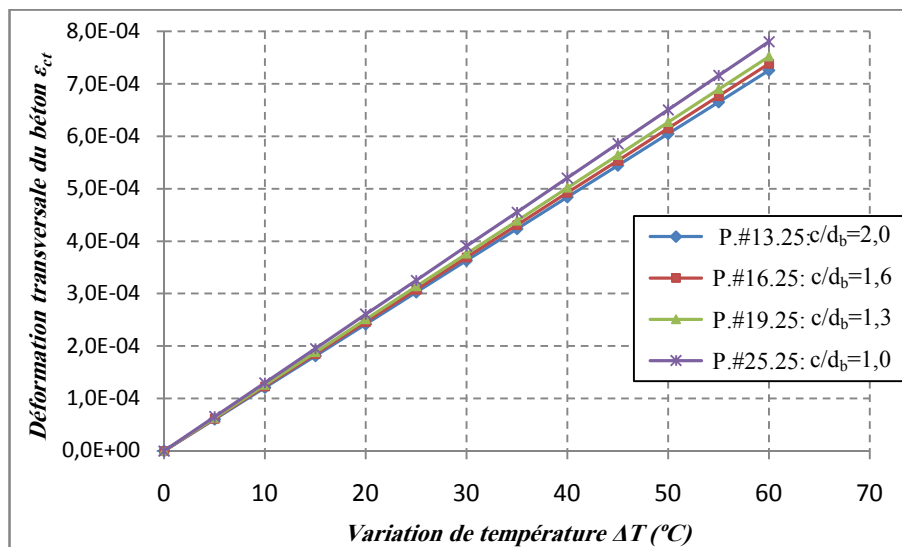


Figure IV.20 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 25 mm.

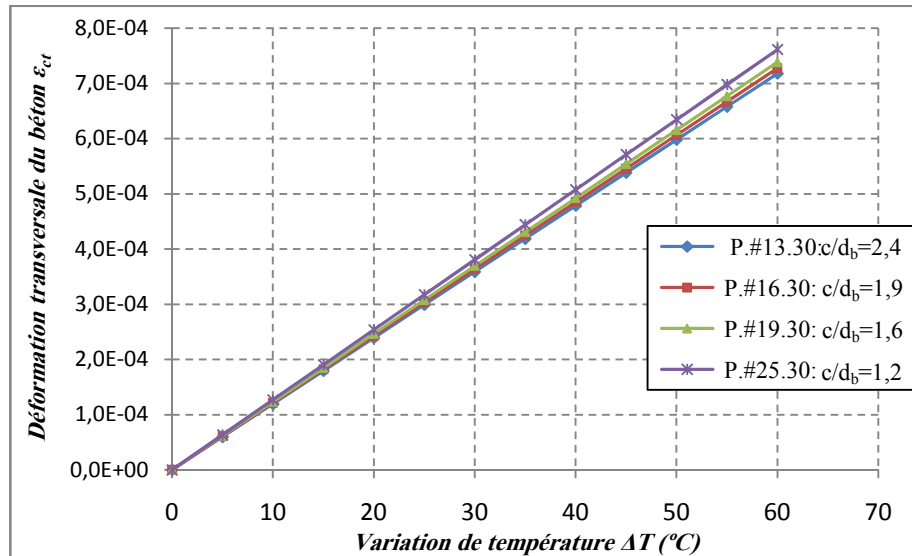


Figure IV.21 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour une épaisseur d'enrobage du béton de 30 mm.

Les figures IV.22 à IV.27 illustrent les contraintes de traction circonférentielle du béton des poutres en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRFV, à des variations de température de 25 et 40 °C et pour des épaisseurs d'enrobage du béton de 20, 25 et 30 mm. Ces figures montrent que la contrainte de traction du béton est maximale à l'interface armature/béton puis diminue à travers l'enrobage du béton jusqu'à sa valeur minimale au niveau de la surface externe de la poutre en béton. On remarque encore que la contrainte de traction du béton diminue avec l'augmentation du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b). Elle est beaucoup moins importante pour des rapports c/d_b supérieurs à 2.

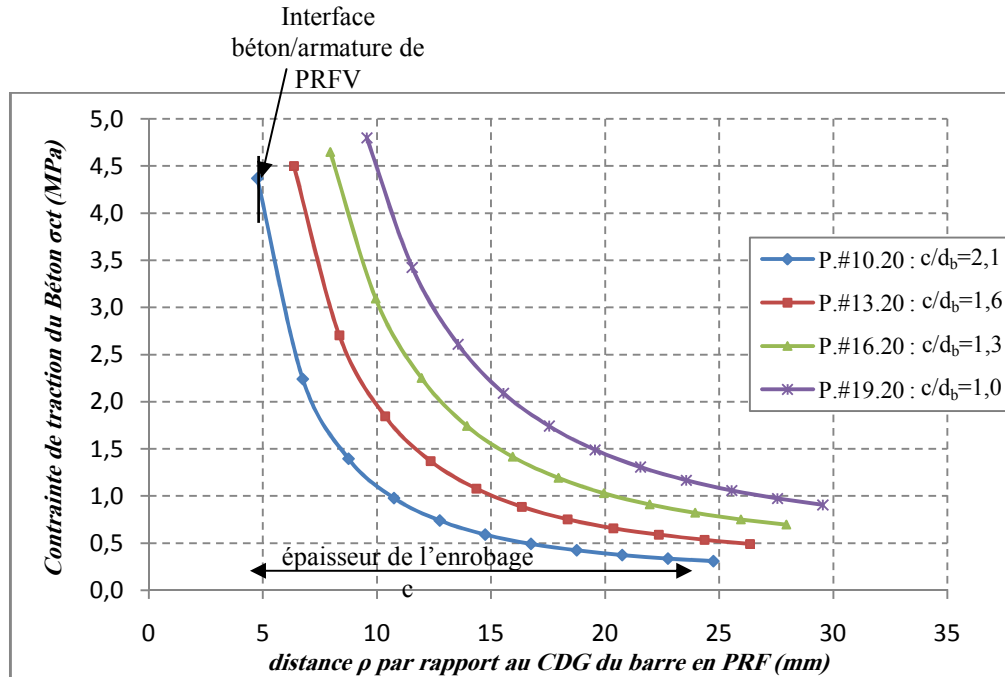


Figure IV.22: Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

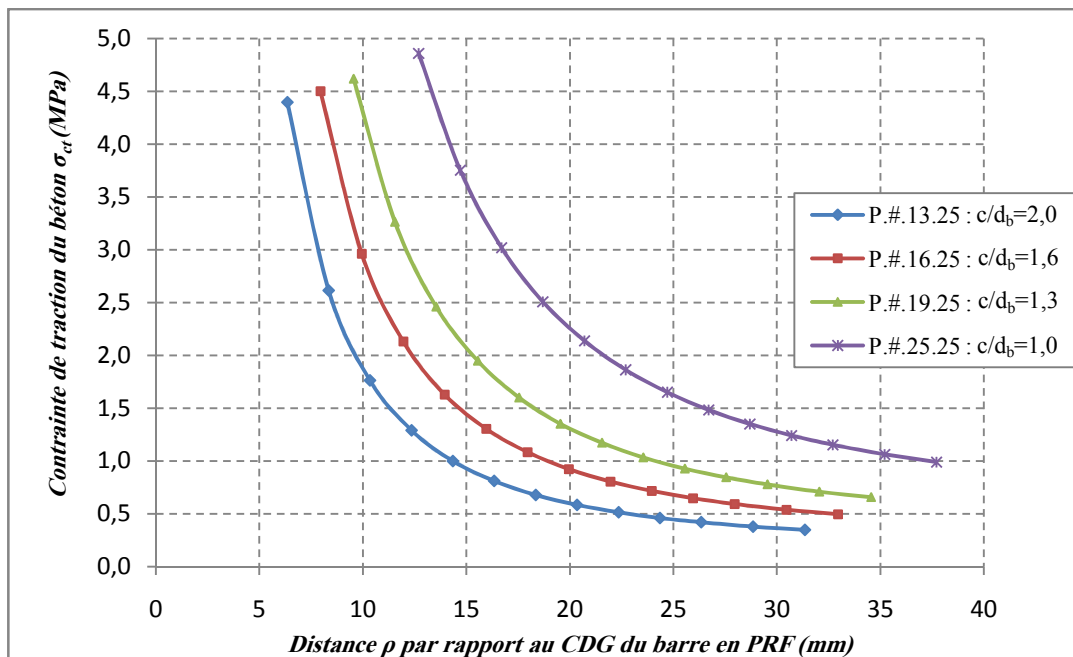


Figure IV.23: Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

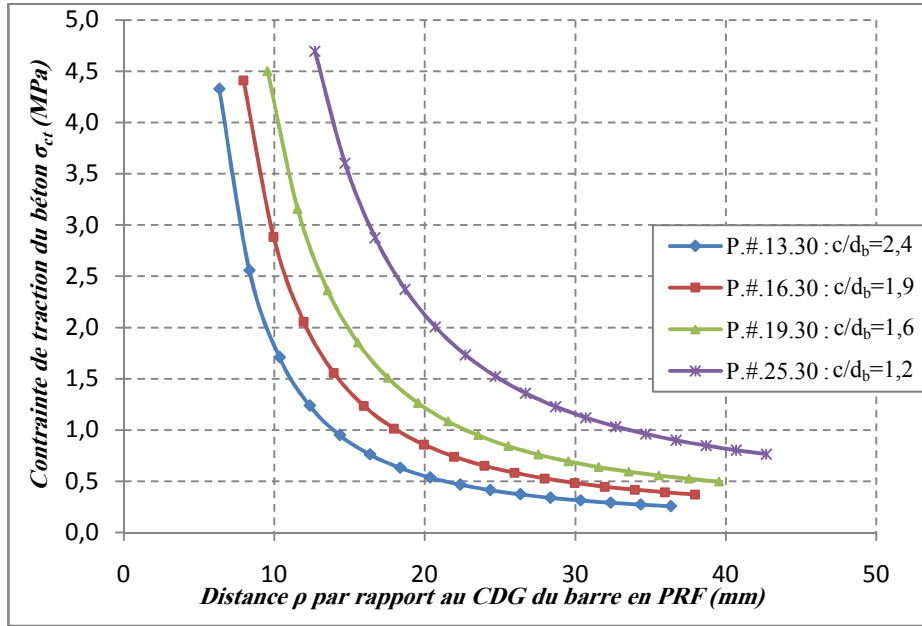


Figure IV.24: Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

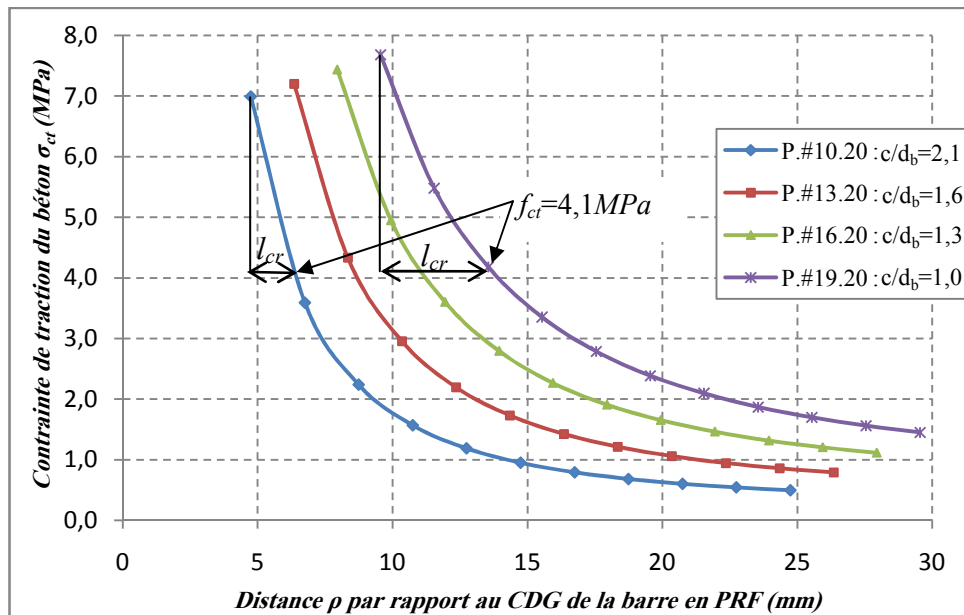


Figure IV.25: Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

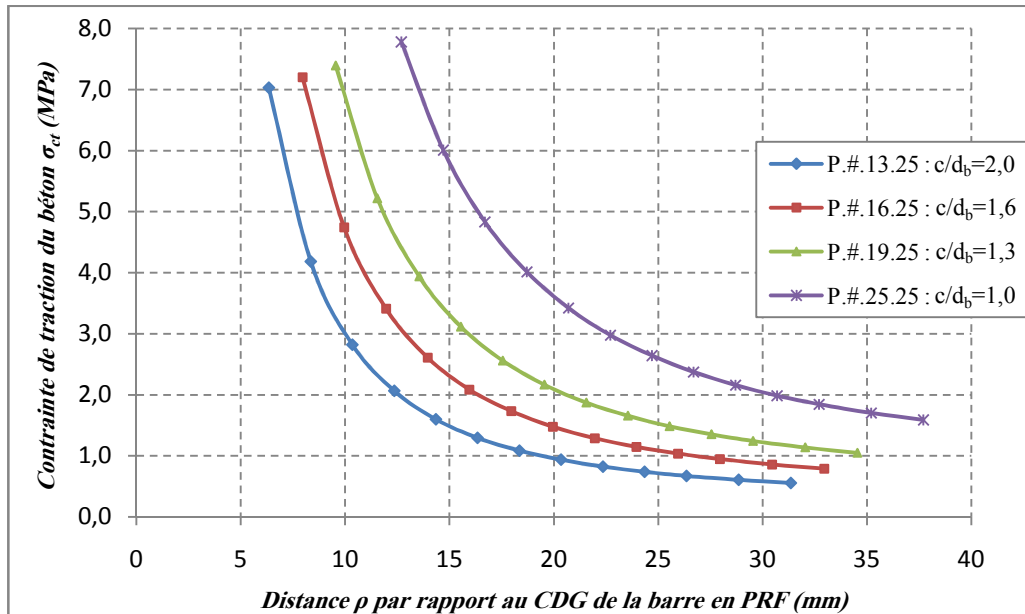


Figure IV.26: Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

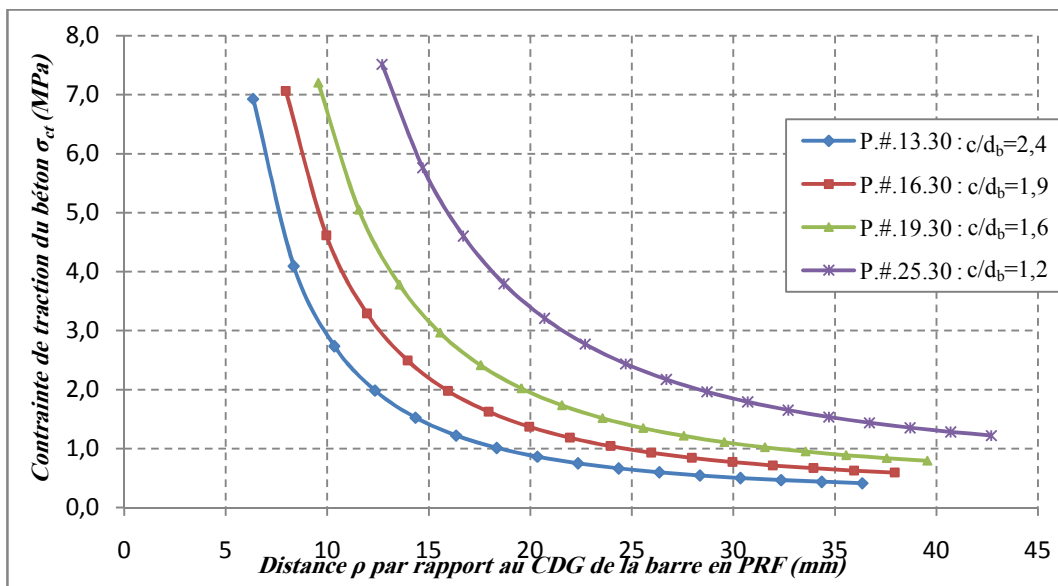


Figure IV.27: Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

Le tableau IV.3 présente la profondeur de la fissure radiale (l_{cr}) dans le béton à partir de l'interface armature en PRF/béton, en fonction du rapport de l'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) à des variations de température de 25 et 40 °C, pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa. Les valeurs de l_{cr} sont déterminées à partir des graphes de contraintes de traction transversale du béton (figures IV.22 à IV.27). À partir des valeurs de l_{cr} (tableau IV.3), on remarque que la profondeur de la fissure

radiale (l_{cr}) dans le béton diminue avec l'augmentation du rapport c/d_b , et la diminution de la variation de température ΔT . Aussi, on remarque que l_{cr} est faible pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et elle est assez importante pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$.

Tableau IV.3 : Profondeur de la fissure radiale l_{cr} dans le béton en fonction du c/d_b .

c/d_b	l_{cr} (mm)	
	$\Delta T = 25^\circ\text{C}$	$\Delta T = 40^\circ\text{C}$
2,4	0,26	1,99
2,0	0,33	2,06
1,6	0,52	3,27
1,4	0,89	4,48
1,2	1,09	4,69
1,0	1,37	5,86

Les figures IV.28 à IV.33 montrent les contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRFV à des variations de température de 25 et 40 °C et pour des épaisseurs d'enrobage du béton de 20, 25 et 35 mm. De ces figures, on remarque que la contrainte de compression radiale est maximale à l'interface armature/béton puis elle diminue à travers l'enrobage du béton jusqu'à ce qu'elle s'annule sur la surface externe de l'enrobage en béton de la poutre.

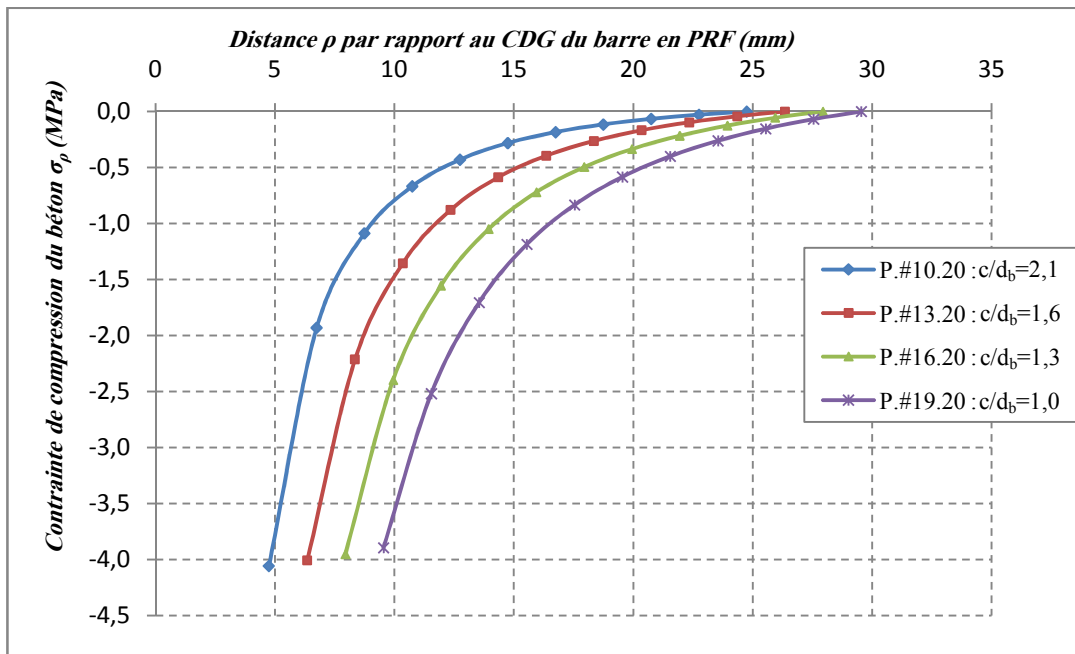


Figure IV.28: Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1 \text{ MPa}$).

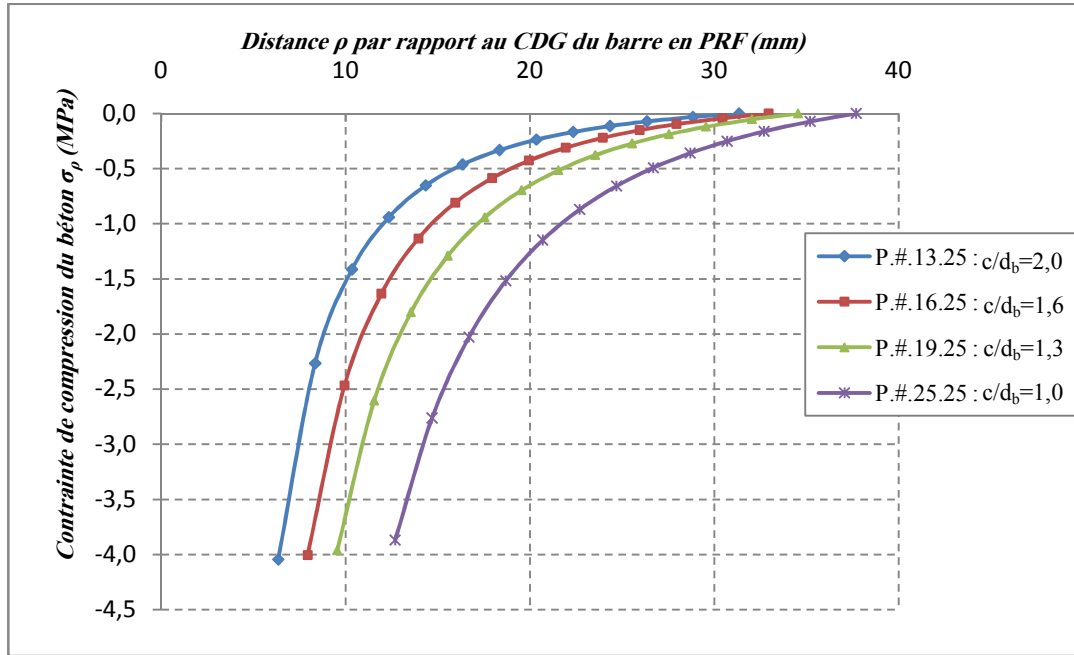


Figure IV.29: Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

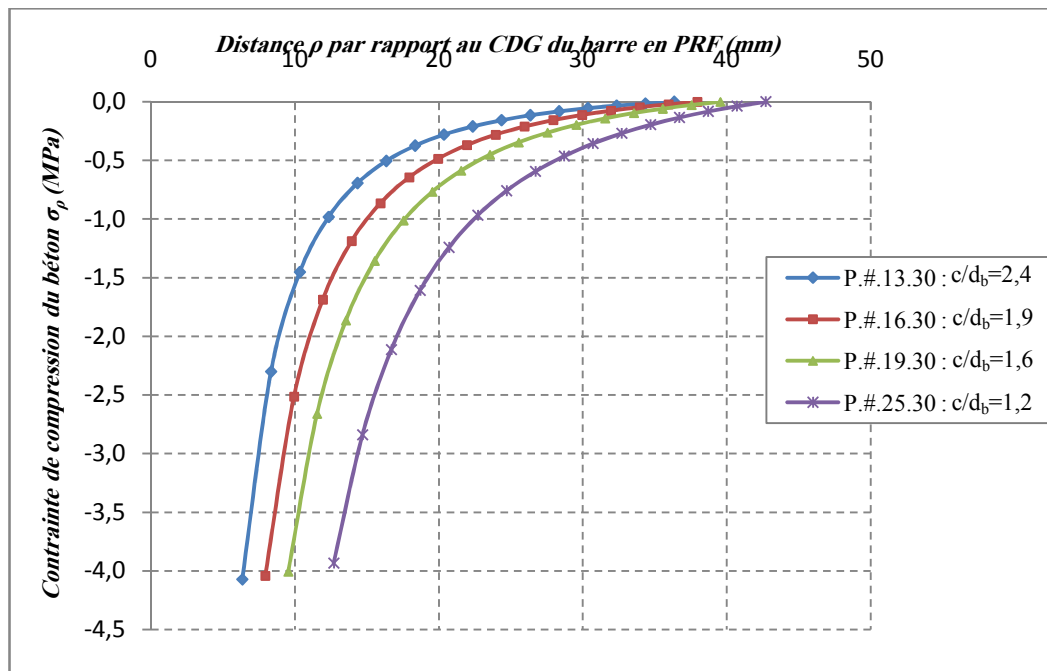


Figure IV.30 : Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 25^\circ\text{C}$ et c de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

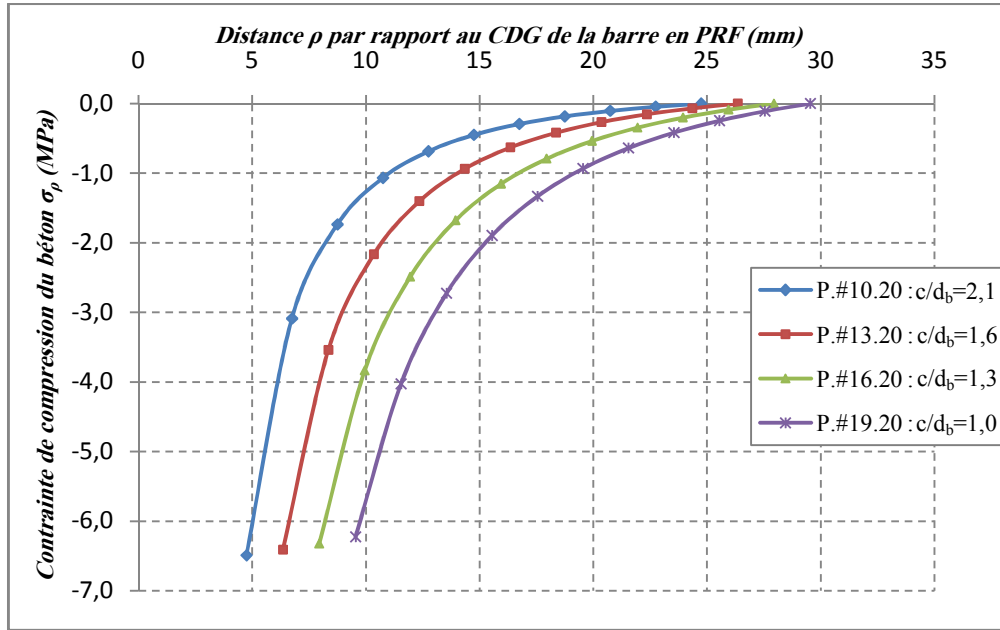


Figure IV.31 : Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 20 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

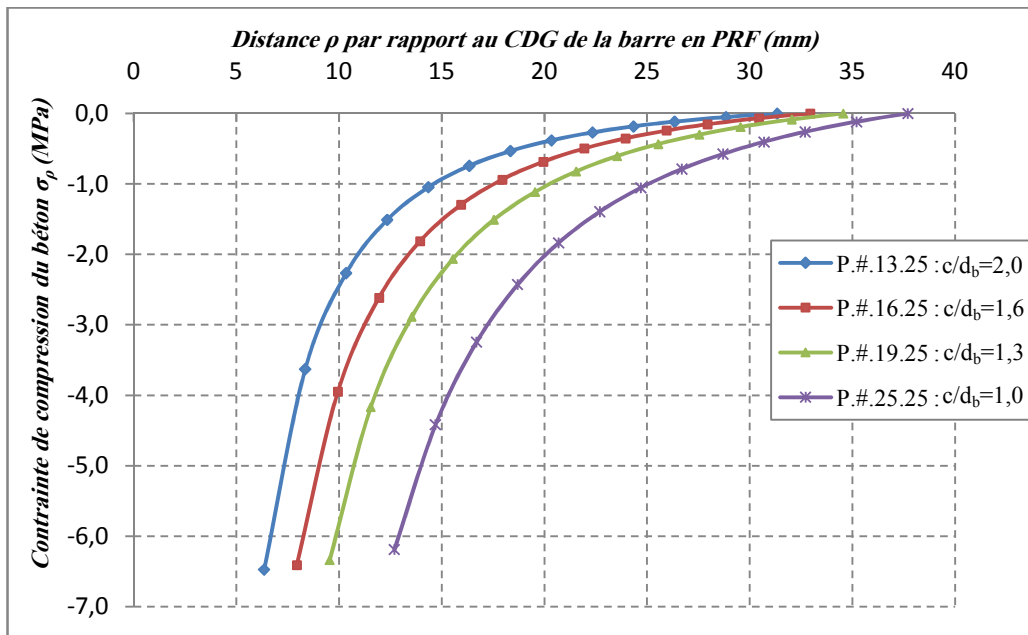


Figure IV.32 : Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 25 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1$ MPa).

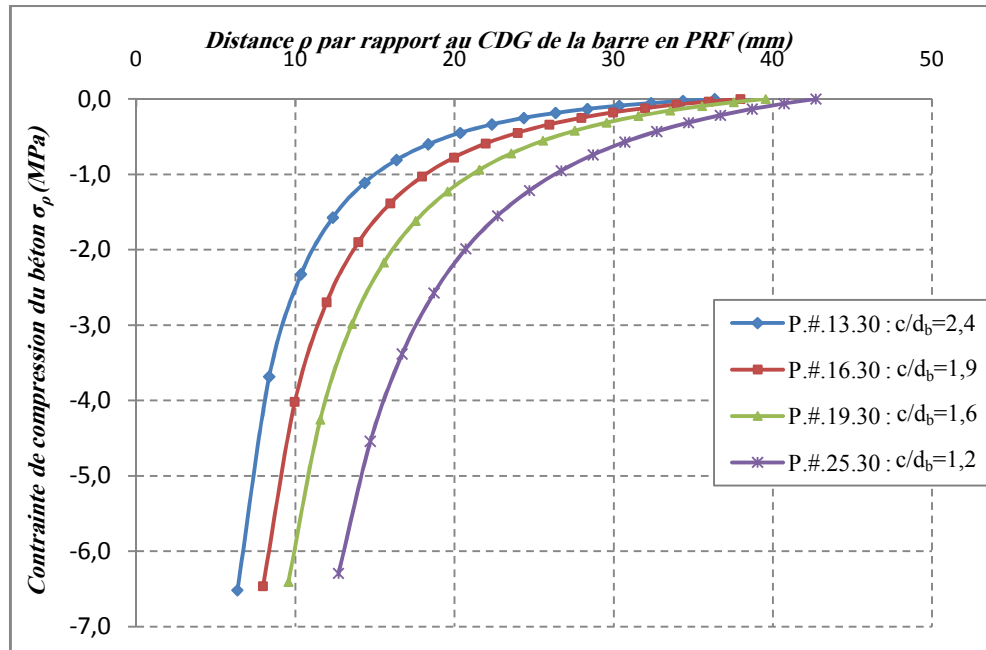


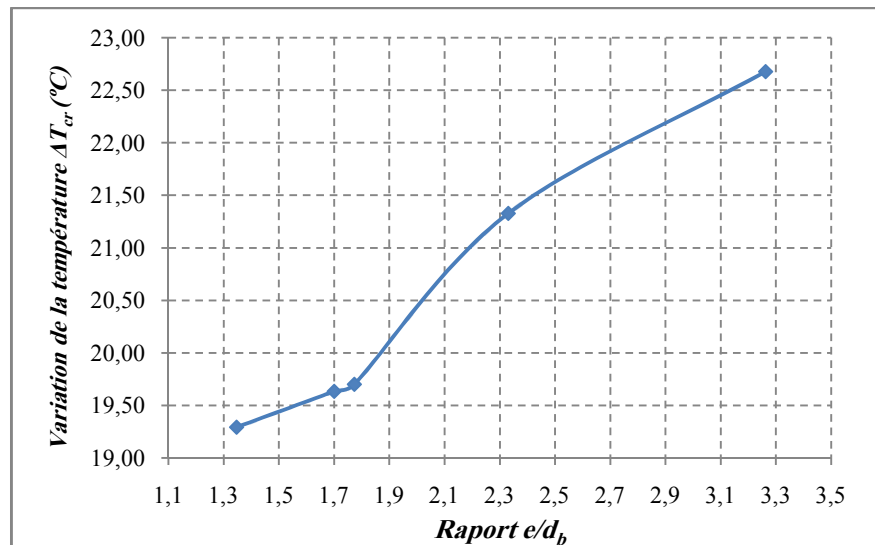
Figure IV.33 : Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance ρ mesurée à partir du centre de gravité de la barre en PRF pour $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ et c de 30 mm (la résistance à la traction du béton $f_{ct} = 4,1 \text{ MPa}$).

IV.8.2 Poutres en béton renforcées par deux barres en PRF

La figure IV.34 et le tableau IV.4 montrent la variation de température ΔT_{cr} , produisant la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature/béton des poutre prismatique en béton armé par deux barres en PRFV, en fonction du rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) pour un béton de résistance à la traction $f_{ct}=4,1 \text{ MPa}$. On remarque que les valeurs de ΔT_{cr} varient de 19°C à 23°C pour des rapports de (e/d_b) variant de 1,3 à 3,3. D'après la figure IV.34 on remarque que la variation de température ΔT_{cr} augmente avec l'augmentation du rapport (e/d_b). En outre, on peut observer que l'augmentation de ΔT_{cr} est faible pour les rapports de $e/d_b \leq 1,8$ à cause des fortes pressions générées aux interfaces armature/béton. Cependant, pour des rapports $e/d_b > 1,8$ on remarque que la pente de la courbe de ΔT_{cr} est relativement grande à cause de la diminution de pression radiales aux interfaces armature/béton et par conséquent la contrainte de traction. On peut conclure qu'un rapport $e/d_b > 1,8$ diminue énormément la contrainte de traction transversale et par conséquent diminue la profondeur de la fissure dans le béton situé entre les barres en PRF des poutres prismatiques.

Tableau IV.4 : Variation de température ΔT_{cr} en fonction du rapport e/d_b .

<i>Poutre</i>	e/d_b	c_{min}/d_b	ΔT_{cr} (°C)
P.#10.20/30	3,3	2,1	22,68
P.#13.20/25	2,3	1,6	21,33
P.#16.20/20	1,8	1,3	19,70
P.#19.20/35	1,7	1,0	19,63
P.#25.30/35	1,3	1,2	19,29

**Figure IV.34 :** Variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature/béton des poutres en béton armé de barres en PRFV en fonction du rapport e/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.

La figure IV.35 et le tableau IV.5 montrent la variation de température ΔT_{sp} , produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres prismatiques en béton armé de deux barres en PRFV, en fonction du rapport de l'épaisseur de l'enrobage minimale au diamètre des barres en PRF (c_{min}/d_b). On remarque que le modèle d'Aiello donne des valeurs de ΔT_{sp} relativement inférieures par rapport à celles prédites par le modèle de Zaidi car ce dernier est établi pour des éléments en béton armé de PRF dont l'épaisseur d'enrobage de béton autour de la barre n'est pas constante. On remarque que la variation de température ΔT_{sp} augmente avec l'augmentation du rapport (c_{min}/d_b). En outre, on peut constater que le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres en PRF (e/d_b) n'a pas de grande influence sur la variation de ΔT_{sp} . Cependant, l'influence du rapport c_{min}/d_b au la variation de température ΔT_{sp} est remarquable.

Tableau IV.5 : Variation de température ΔT_{sp} en fonction du rapport e/d_b et c_{min}/d_b .

Poutre	e/d_b	c_{min}/d_b	ΔT_{sp} (°C)	
			Modèle d'Aiello	Modèle de Zaidi
P.#10.25/25	3,3	2,6	68,34	72,16
P.#10.20/30	3,3	2,1	54,89	58,53
P.#13.20/25	2,3	1,6	41,77	45,12
P.#16.20/20	1,8	1,3	34,20	37,31
P.#25.30/35	1,3	1,2	32,39	35,45
P.#19.20/35	1,7	1,0	29,29	32,22

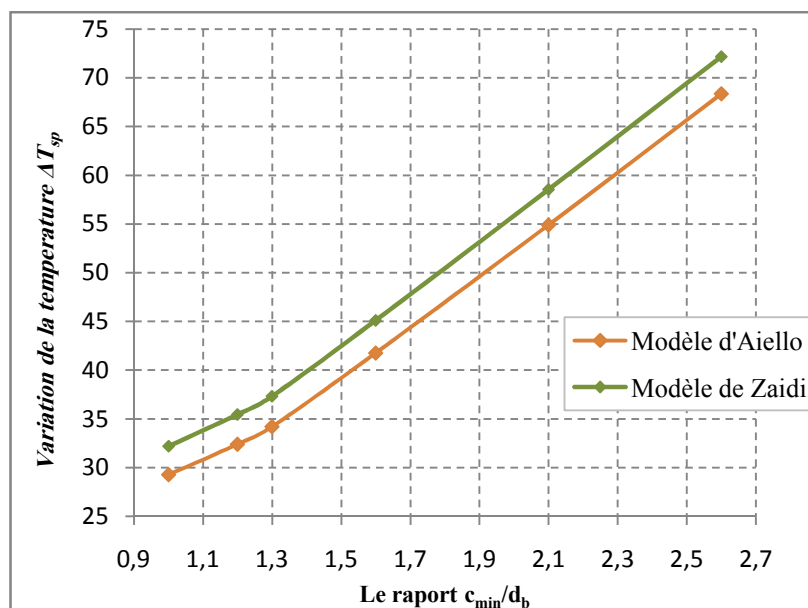
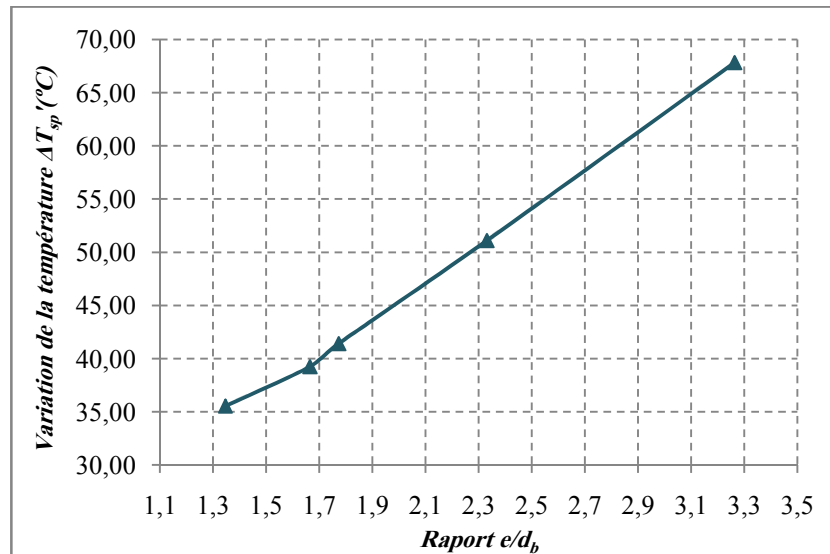


Figure IV.35 : Variation de température (ΔT_{sp}) produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres en béton armé de deux barres en PRFV en fonction du rapport c_{min}/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct} = 4,1$ MPa.

La figure IV.36 et le tableau IV.6 montrent la variation de température $\Delta T_{sp}'$, produisant la rupture de béton entre les barres en PRF des poutres prismatiques en béton armé de deux barres en PRFV, en fonction du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre des barres en PRFV (e/d_b) et du rapport de l'épaisseur minimale de l'enrobage de béton au diamètre des barres en PRFV (c_{min}/d_b). On remarque que la variation de température $\Delta T_{sp}'$ augmente avec l'augmentation du rapport e/d_b . En outre, on peut constater que le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres en PRF (e/d_b) a une grande influence sur la variation de $\Delta T_{sp}'$.

Tableau IV.6 : Variation de température $\Delta T_{sp}'$ en fonction du rapport e/d_b et c_{min}/d_b .

<i>Poutre</i>	e/d_b	c_{min}/d_b	$\Delta T_{sp}'$ (°C)
P.#10.20/30	3,3	2,1	67,82
P.#13.20/25	2,3	1,6	51,09
P.#16.20/20	1,8	1,3	41,40
P.#19.20/35	1,7	1,0	39,25
P.#25.30/35	1,3	1,2	35,55

**Figure IV.36 :** Variation de température ($\Delta T_{sp}'$) produisant la rupture de béton situé entre les barres de PRF des poutres en béton armé de deux barres en PRFV en fonction du rapport e/d_b pour un béton de résistance à la traction $f_{ct}=4,1$ MPa.

Les figures IV.37 et IV.38 montrent les contraintes de traction circonférentielles en fonction de la variation de température à l'interface armature/béton des poutres prismatique en béton renforcé de deux barres en PRFV pour des rapports de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) variant de 2,3 à 3,3 et de 1,3 à 1,8 respectivement. À partir de ces figures, on remarque que la contrainte de traction du béton diminue avec l'augmentation du rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF (e/d_b). La variation de la contrainte circonférentielle est relativement élevée pour des rapports de (e/d_b) inférieurs à 2. On remarque encore que le modèle linéaire donne des contraintes de traction du béton assez élevées qui dépassent la résistance à la traction du béton ($f_{ct}=4,1$ MPa) et qui peuvent atteindre des valeurs de 14 MPa à des variations de températures de 60°C. Aussi, on note que la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1$ MPa) est atteinte à des variations de température (ΔT_{cr}) variant entre 19 °C et 23°C. À ces variations de température (ΔT_{cr}), les premières fissures radiales commencent à se développer dans le béton à l'interface armature en PRF/béton et, par conséquent, les contraintes de traction réelle du béton diminuent, ce qui l'ignore le modèle analytique basé sur le comportement élastique linéaire des deux matériaux.

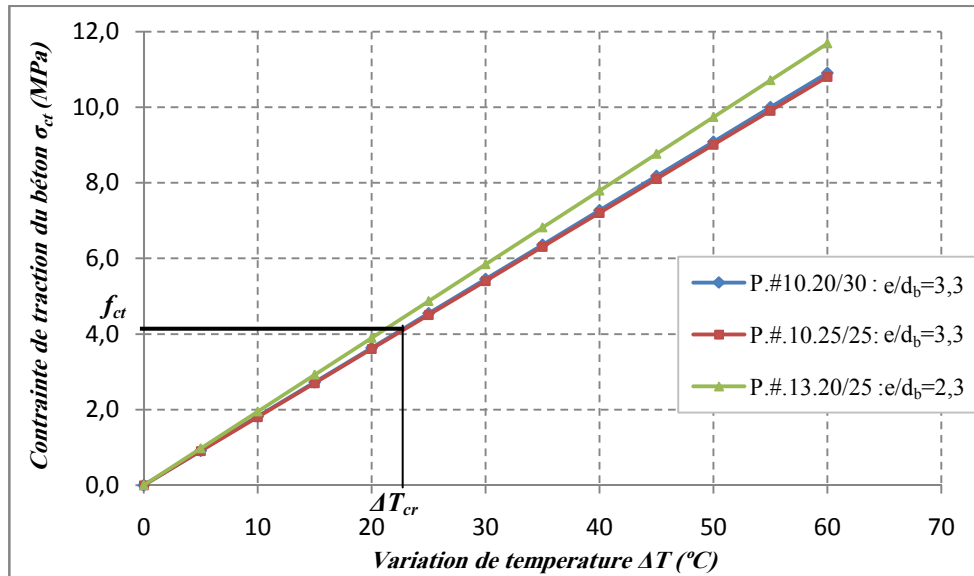


Figure IV.37 : Contraintes transversales maximale en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour des rapports de $e/d_b > 2$.

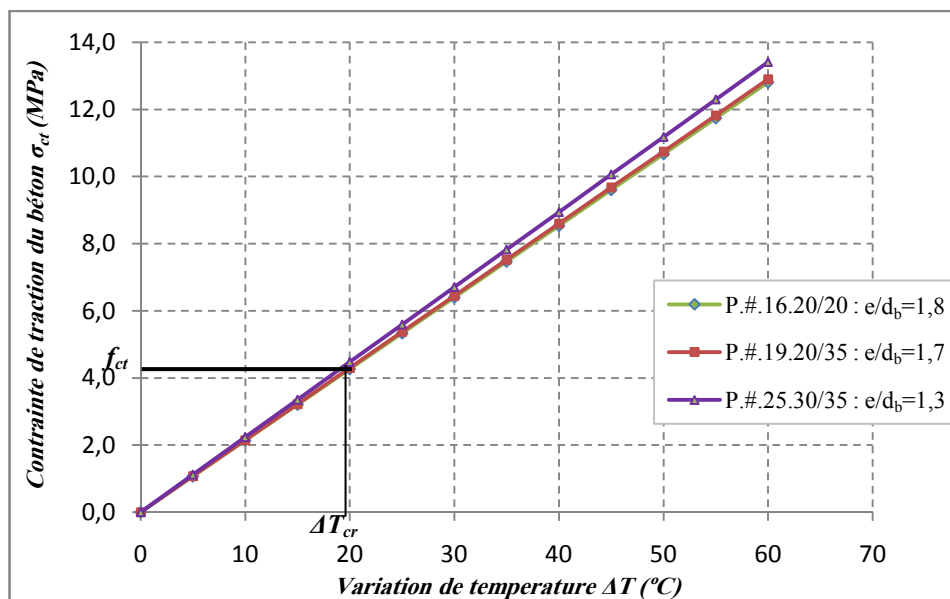


Figure IV.38 : Contraintes transversales maximale en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour des rapports de $e/d_b < 2$.

Les figures IV.39 et IV.40 présentent les déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature/béton des poutres prismatiques en béton armé de deux barres en PRF de verre pour des rapports de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) variant de 2,3 à 3,3 et de 1,3 à 1,8 respectivement. Ces figures montrent l'effet de la variation de l'espacement entre les barres en PRFV sur les déformations transversales à l'interface armature/béton. On peut remarquer que les courbes de déformations transversales sont linéaires et presque similaires. On peut conclure que la variation de l'espacement entre les barres de PRFV n'a pas de grand effet sur la déformation transversale à l'interface armature/béton.

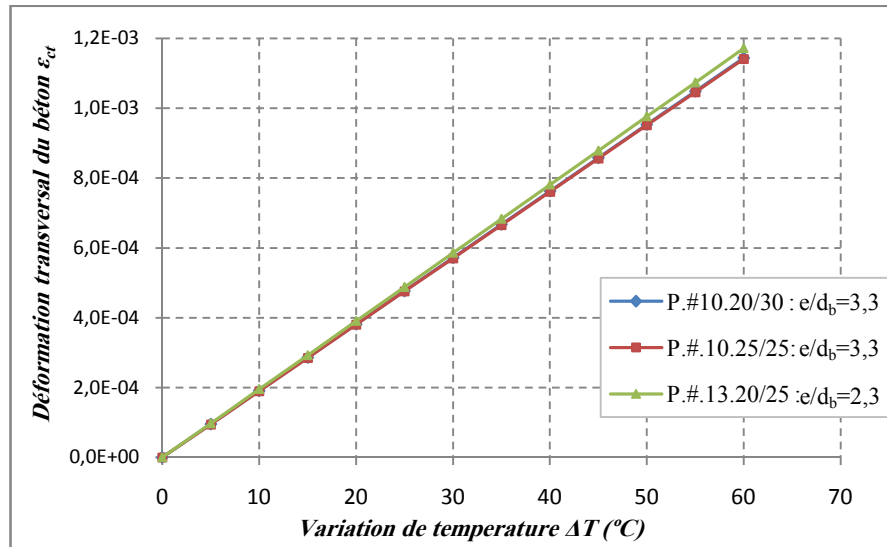


Figure IV.39 : Déformations transversales maximale en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b > 2$.

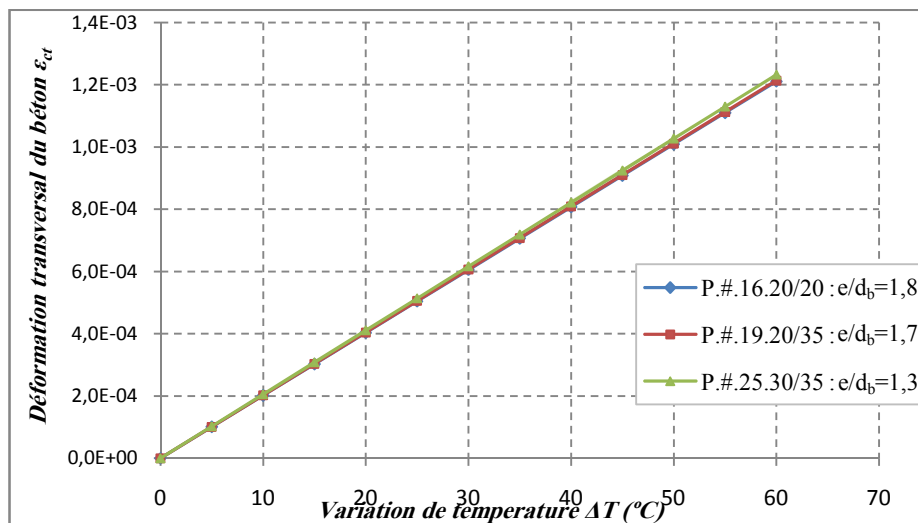


Figure IV.40 : Déformations transversales maximale en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b < 2$.

Les figures IV.41 à IV.42 présentent les déformations transversales prédites par le modèle de Zaidi en fonction de la variation de température, à l'interface armature/béton des poutres prismatiques en béton renforcé par deux barres en PRF de verre pour des rapports de l'espacement entre les barres au diamètre des barres variant de 1,3 à 3,3. On peut remarquer que les courbes de déformations transversales obtenues par le modèle de Zaidi sont similaires pour différentes valeurs de e/d_b . On peut conclure que la variation du l'espacement entre les barre en PRFV n'a pas d'effet remarquable sur la déformation transversale à l'interface armature/béton.

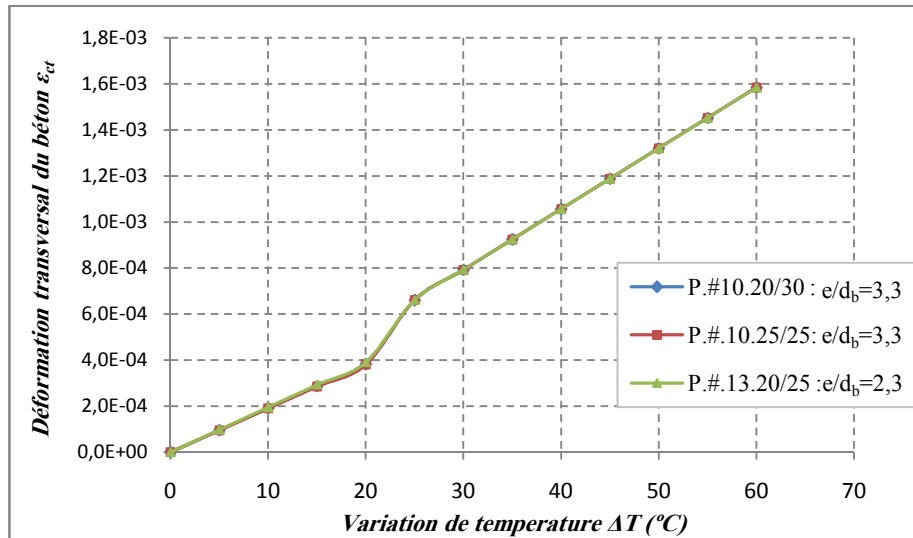


Figure IV.41 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres > 2 .

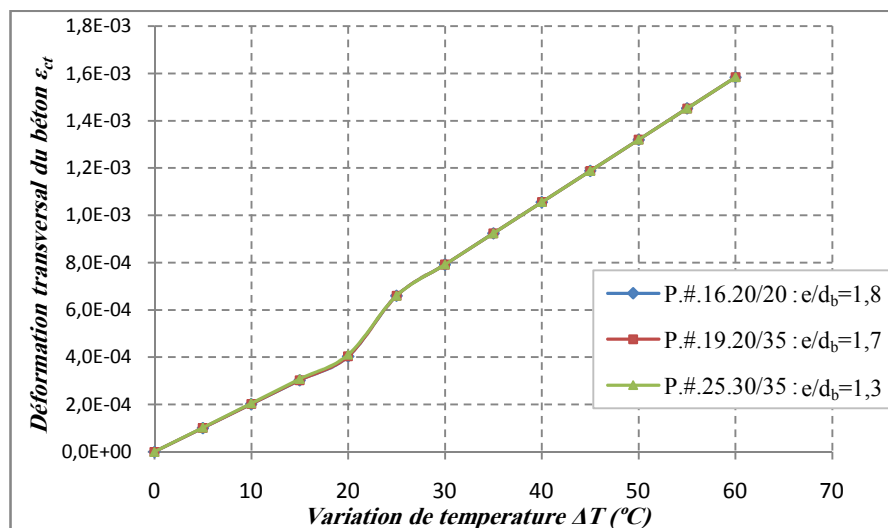


Figure IV.42 : Déformations transversales en fonction de la variation de température à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle de Zaidi, pour le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres < 2 .

Les figures IV.43 à IV.44 présentent les déformations transversales à la surface externe de l'enrobage du béton en fonction de la variation de température des poutres prismatiques en béton armé de deux barres en PRFV pour des rapports de l'espacement entre les barres au diamètre des barres (e/d_b) variant de 1,3 à 3,3. D'après ces figures, on peut distinguer que les courbes de déformations sont à peu près similaires pour différentes valeurs de e/d_b . On peut dire que la variation d'espacement entre les barres de PRFV n'a pas une grande influence sur la déformation transversale à la surface externe de l'enrobage du béton.

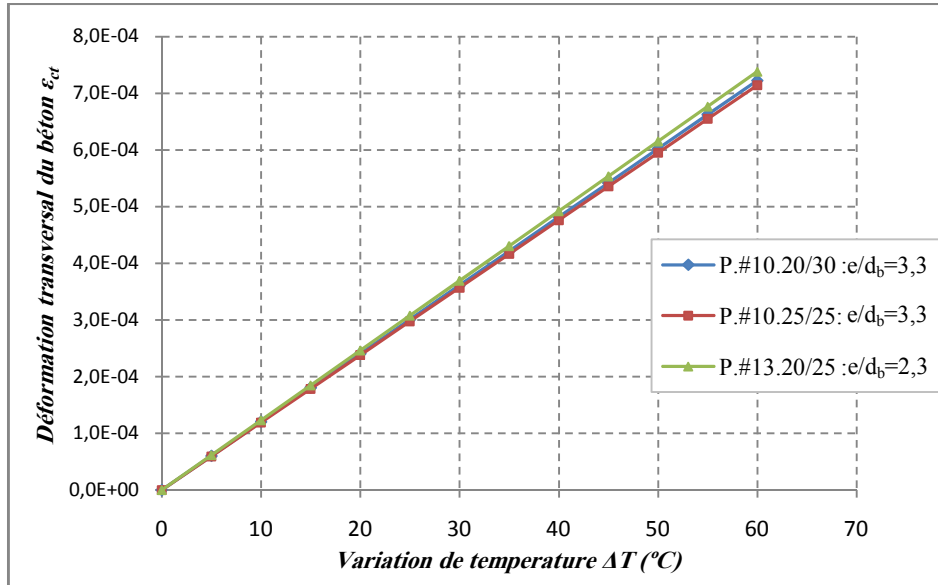


Figure IV.43 : Déformations transversales maximale en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b > 2$.

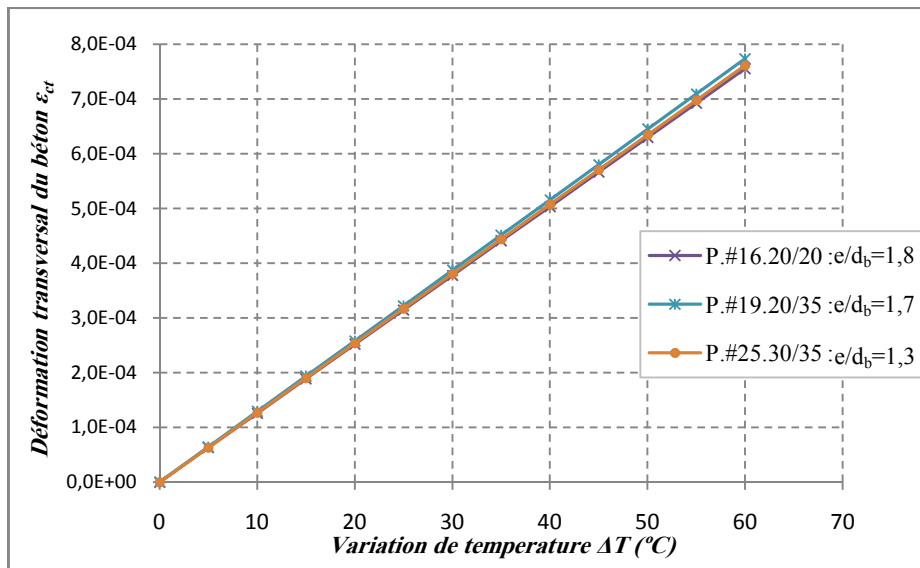


Figure IV.44 : Déformations transversales maximale en fonction de la variation de température à la surface externe de l'enrobage du béton pour un rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de barres $e/d_b < 2$.

Les figures IV.45 à IV.46 présentent les contraintes de traction circonférentielle du béton en fonction de la distance e mesurée entre les barres de PRFV, à des variations de température de 25 et 40 °C. Ces figures montrent que la contrainte de traction du béton est maximale aux deux interfaces armature/béton puis diminue à travers le béton situé entre les deux barres jusqu'à sa valeur minimale à la mi-distance e . On remarque encore que la contrainte de traction du béton diminue avec l'augmentation du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF (e/d_b).

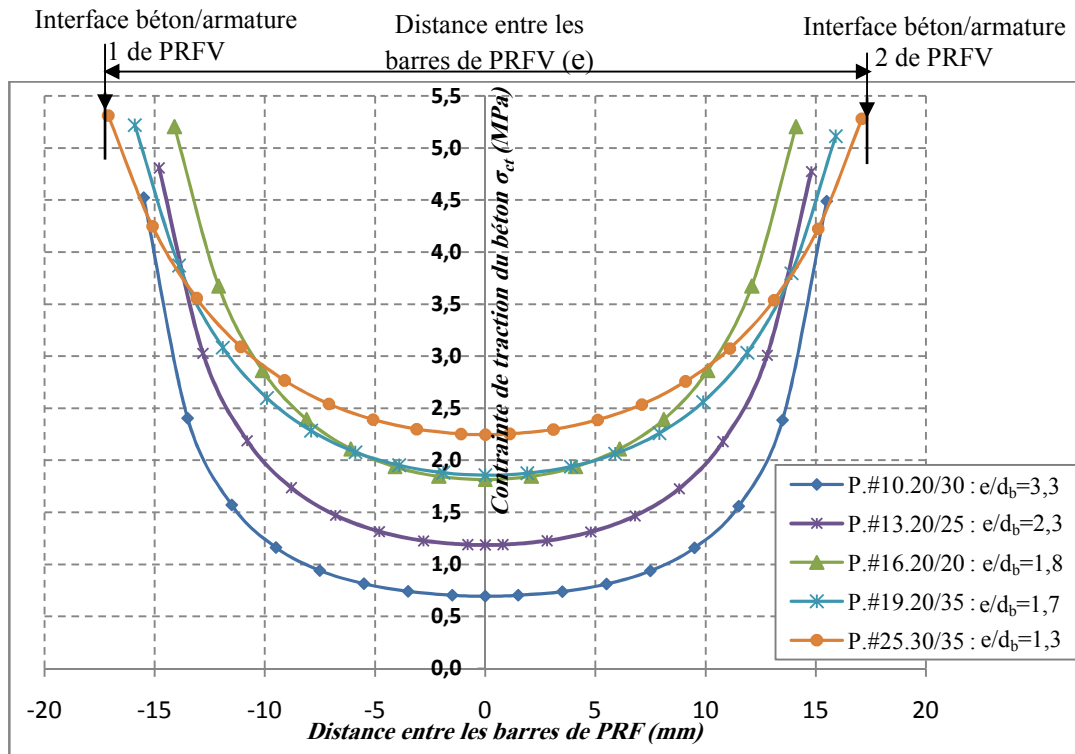


Figure IV.45 : Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance e mesurée entre les barres de PRFV des poutres sous $\Delta T=25^{\circ}\text{C}$.

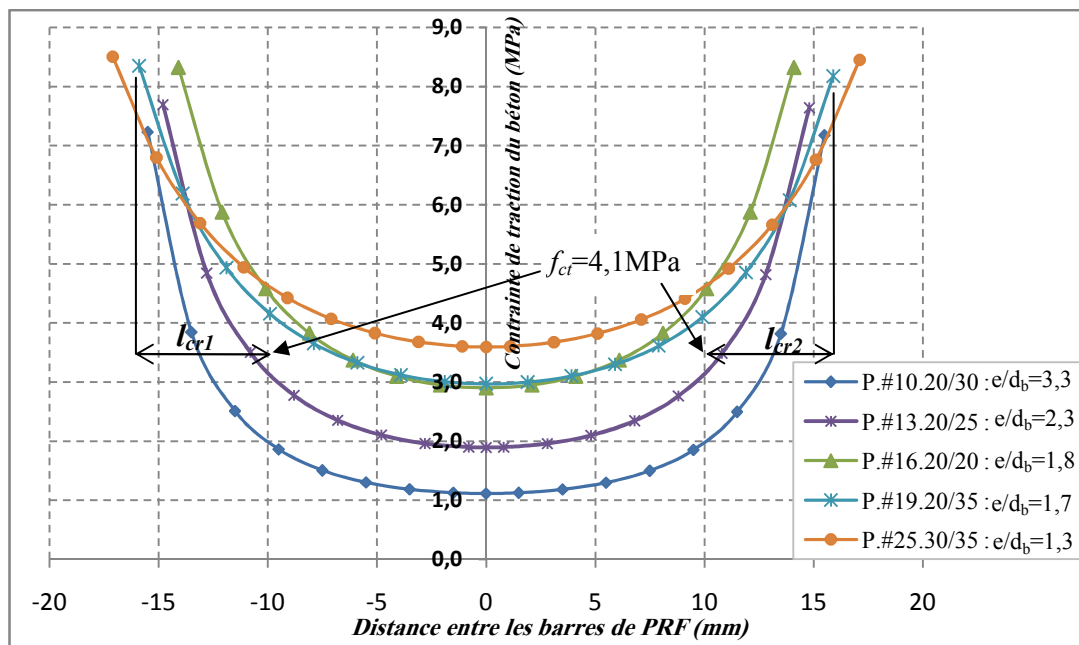


Figure IV.46 : Contraintes de traction transversale du béton en fonction de la distance e mesurée entre les barres de PRFV des poutres sous $\Delta T=40^{\circ}\text{C}$.

Le tableau IV.7 présente les profondeurs des fissures radiales (l_{cr1}) et (l_{cr2}) dans le béton entre les barres de PRFV mesurées à partir de l'interface armature en PRF/béton de chaque barre en PRF, ils sont déterminées à partir des graphes de contraintes de traction (figures IV.45 et IV.46). Ces profondeurs sont en fonction des rapports des l'épaisseur d'enrobages

du béton au diamètre de la barre (c_1/d_b) et (c_2/d_b) et du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF (e/d_b). D'après ce tableau, on remarque que la profondeur de la fissure radiale dans le béton diminue avec l'augmentation du rapport e/d_b , et la diminution de la variation de température ΔT . Aussi, on remarque que les valeurs de l_{cr} sont assez importantes pour des valeurs du rapport e/d_b inférieure ou égales à 1,8.

Tableau IV.7 : Profondeurs des fissures radiales l_{cr1} et l_{cr2} dans le béton en fonction des rapports e/d_b , c_1/d_b et c_2/d_b .

e/d_b	c_1/d_b	l_{cr1} (mm)		c_2/d_b	l_{cr2} (mm)	
		$\Delta T=25^\circ\text{C}$	$\Delta T=40^\circ\text{C}$		$\Delta T=25^\circ\text{C}$	$\Delta T=40^\circ\text{C}$
3,3	2,6	0,36	1,82	2,6	0,36	1,82
3,3	2,1	0,40	1,85	3,3	0,37	1,83
2,3	1,6	0,79	3,43	2,0	0,76	3,41
1,8	1,3	1,44	4,51	1,3	1,44	4,51
1,7	1,0	1,66	6,08	1,8	1,54	6,00
1,3	1,2	2,76	8,64	1,4	2,71	8,61

Les figures IV.47 à IV.48 rapportent les contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance « e » mesurée entre les deux barres de PRFV à des variations de température de 25 et 40 °C pour des rapports de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre variant de 1,3 à 3,3. De ces figures, on remarque que la contrainte de compression radiale est maximale aux deux interfaces armature/béton ensuite elle diminue à travers le béton situé entre les deux barres en PRFV de l'interface armature/béton jusqu'à la mi-distance « e ». On remarque aussi que la contrainte de compression radiale du béton diminue avec l'augmentation du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF (e/d_b).

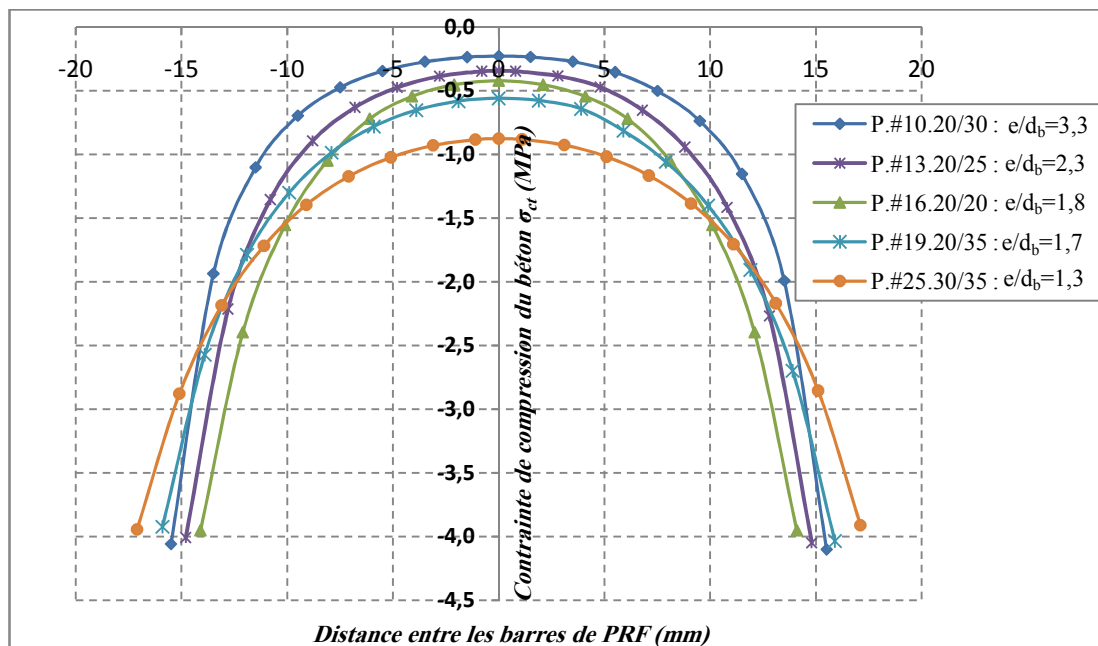


Figure IV.47: Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance e mesurée entre les barres de PRFV des poutres sous $\Delta T=25^\circ\text{C}$.

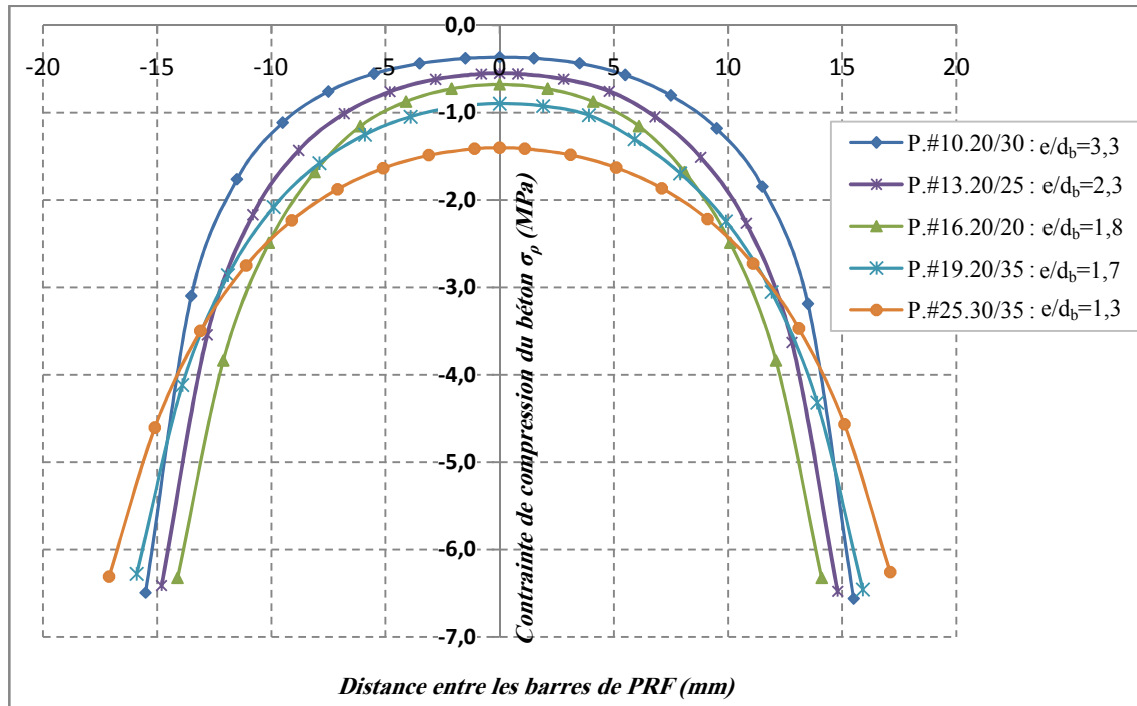


Figure IV.48: Contraintes de compression radiale du béton en fonction de la distance e mesurée entre les barres de PRFV des poutres sous $\Delta T=40^\circ\text{C}$.

IV.9. Conclusion

L'étude analytique du comportement thermique des poutres en béton armé des barres en PRFV basée sur la théorie d'élasticité linéaire, permet d'énumérer les conclusions suivantes :

- Les contraintes de compression radiale sont maximales aux interfaces armature/béton ensuite elles diminuent aux surfaces externes des poutres.
- Les déformations thermiques sont similaires pour différentes valeurs de c/d_b et de e/d_b , donc les variations de l'enrobage du béton et de l'espacement entre les barres en PRFV n'ont pas une grande influence sur les déformations transversales à la surface externe de l'enrobage du béton et à l'interface armature/béton.
- Le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres en PRF (e/d_b) a une grande influence sur la variation de ΔT_{sp} .
- Le rapport de l'espacement entre les barres de PRF au diamètre des barres en PRF (e/d_b) n'a pas d'influence sur la variation de ΔT_{sp} . Cependant, l'influence du rapport c/d_b sur la variation de température ΔT_{sp} est importante.

Chapitre V

V. Comparaison des résultats analytiques et numériques

V.1. Introduction

Ce chapitre présente la comparaison entre les résultats analytiques et numériques en termes de variations de température produisant la première fissure dans le béton à l'interface armature en PRF/béton et de variations de température produisant la rupture d'enrobage du béton. Aussi, exhibe les déformations thermiques transversales et les contraintes de traction circonférentielle pour les deux cas d'étude à savoir l'étude de l'effet du rapport d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF et l'étude de l'effet de l'espacement entre les barres en PRF dans le béton.

V.2. Effet du rapport d'enrobage du béton au diamètre des barres

V.2.1. Variation de température ΔT_{cr} produisant la première fissure

D'après le tableau V.1 la valeur numérique de la variation de température ΔT_{cr} produisant la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres, varie entre +21 et +23°C. Cependant, les valeurs de ΔT_{cr} prédites par le modèle analytique varient entre +21 et +24°C pour un rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant de 1,0 à 2,4 (tableau V.1). De ce tableau, on remarque que les modèles analytique et numérique donnent le même intervalle de variation de ΔT_{cr} pour un rapport de c/d_b variant entre 1,0 et 2,4.

Tableau V.1 : Comparaison des valeurs de ΔT_{cr} en fonction de c/d_b .

<i>Poutre</i>	c/d_b	ΔT_{cr} (°C)	
		<i>Modèle analytique</i>	<i>Modèle numérique</i>
P.#25.25	1,0	21,09	21
P.#19.20	1,0	21,35	21
P.#25.30	1,2	21,83	21
P.#16.20	1,3	22,06	22
P.#19.25	1,3	22,20	22
P.#25.35	1,4	22,37	22
P.#19.30	1,6	22,77	22
P.#16.25	1,6	22,76	22
P.#13.20	1,6	22,77	22
P.#16.30	1,9	23,23	22
P.#13.25	2,0	23,33	23
P.#10.20	2,1	23,46	23
P.#13.30	2,4	23,68	23

V.2.2. Variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture complète d'enrobage de béton

Le tableau V.2 exhibe la comparaison entre les variations de température ΔT_{sp} , produisant la rupture d'enrobage du béton, obtenues par le modèle numérique et celles obtenues par les modèles analytiques pour des poutres en béton armé de barres en PRFV. On peut remarquer que les valeurs de ΔT_{sp} prédites par l'équation d'Aiello sont plus conservatrices car cette équation est basée sur l'hypothèse que l'épaisseur du béton enrobant la barre en PRF est constante ce qui est loin de la réalité pour les poutres en béton de section rectangulaire où l'action du confinement du béton est dissymétrique. Cependant, pour les valeurs de ΔT_{sp} prédites par le modèle de Zaidi sont plus proches aux valeurs obtenues par le modèle numérique d'ADINA.

Tableau V.2 : Comparaison des valeurs de ΔT_{sp} en fonction de c/d_b .

<i>Poutre</i>	<i>c/d_b</i>	<i>ΔT_{sp} (°C)</i>		
		<i>Modèle analytique</i>		<i>Modèle numérique</i>
		<i>Modèle d'Aiello</i>	<i>Modèle de Zaidi</i>	
P.#25.25	1,0	27,84	30,71	32
P.#19.20	1,0	29,29	32,22	31
P.#25.30	1,2	32,39	35,45	35
P.#16.20	1,3	34,20	37,31	36
P.#19.25	1,3	35,40	38,56	38
P.#25.35	1,4	37,04	40,25	42
P.#19.30	1,6	41,67	45,02	45
P.#16.25	1,6	41,71	45,06	42
P.#13.20	1,6	41,77	45,12	44
P.#16.30	1,9	49,43	52,96	52
P.#13.25	2,0	51,46	55,04	55
P.#10.20	2,1	54,89	58,53	>60
P.#13.30	2,4	61,41	65,15	>60

V.2.3. Contraintes de traction circonférentielle du béton

Les Figures V.1 à V.6 montrent la comparaison entre les courbes analytiques prédites par le modèle linéaire et les courbes numériques obtenues par ADINA en terme de contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres prismatiques en béton armé de barre en PRF de verre ayant un rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRFV (c/d_b) variant entre 1,0 et 2,4. On remarque que le modèle analytique linéaire donne des contraintes de traction plus proches à celles données par le modèle numérique pour une variation de température inférieure de ΔT_{cr} . Cependant, pour une variation de température supérieure de ΔT_{cr} le modèle analytique donne des contraintes du béton assez élevées que celles données par le modèle numérique

et qui dépassent la résistance à la traction du béton des poutres prismatiques ($f_{ct} = 4,1\text{MPa}$) en atteignant la valeur de 12 MPa à des variations de températures de $+ 60^\circ\text{C}$. Aussi, on constate que pour le modèle numérique la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1\text{MPa}$) est atteinte à des variations de température ΔT_{cr} . À cette variation de température, les premières fissures radiales commencent à se développer dans le béton à l'interface armature en PRF/béton. Par conséquent, les contraintes de traction circonférentielle du béton prédites du modèle numérique diminuent brusquement, ce qui l'ignore carrément le modèle analytique linéaire.

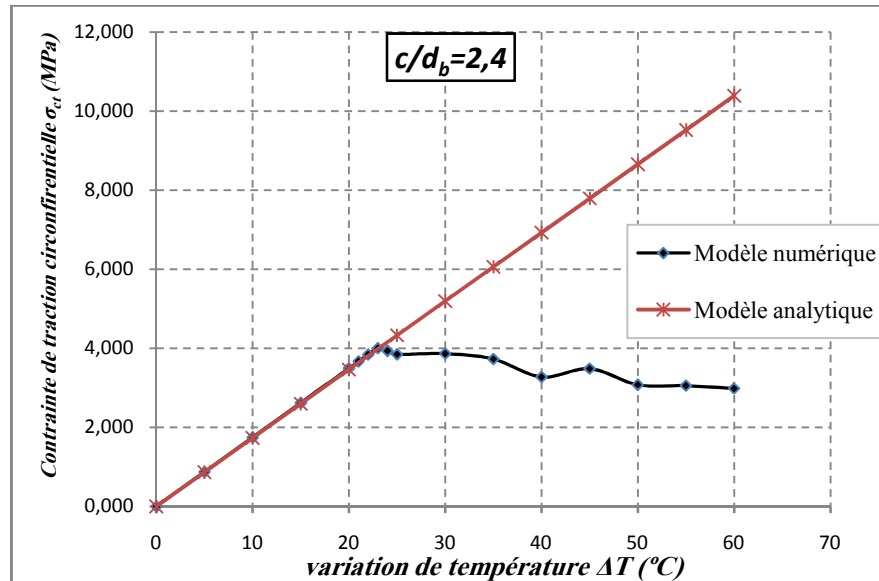


Figure V.1 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#13.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 2,4$).

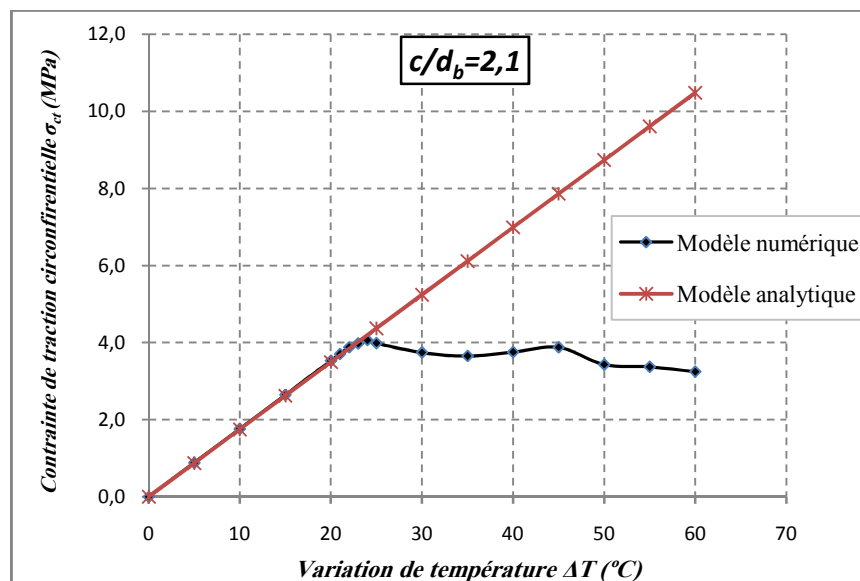


Figure V.2 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#10.20 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et ceux du modèle analytiques ($c/d_b = 2.1$).

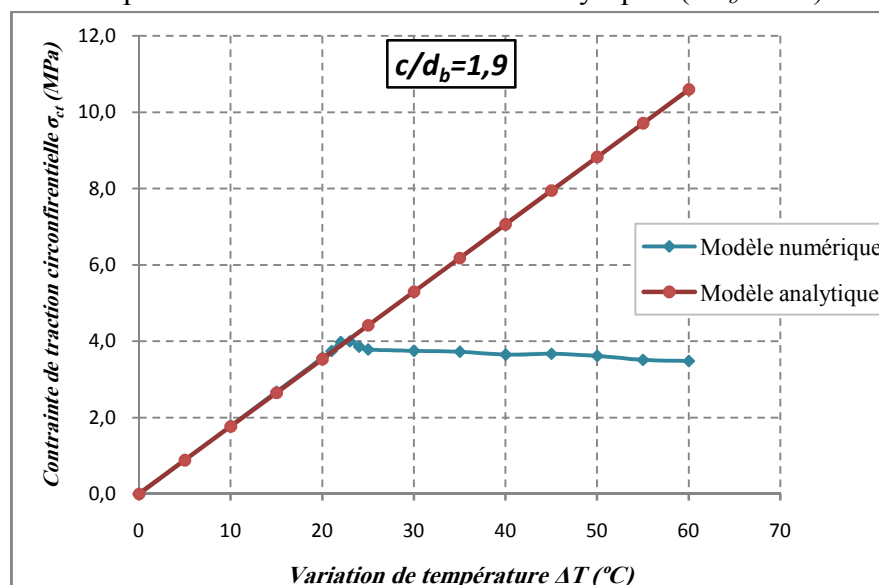


Figure V.3 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#16.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,9$).

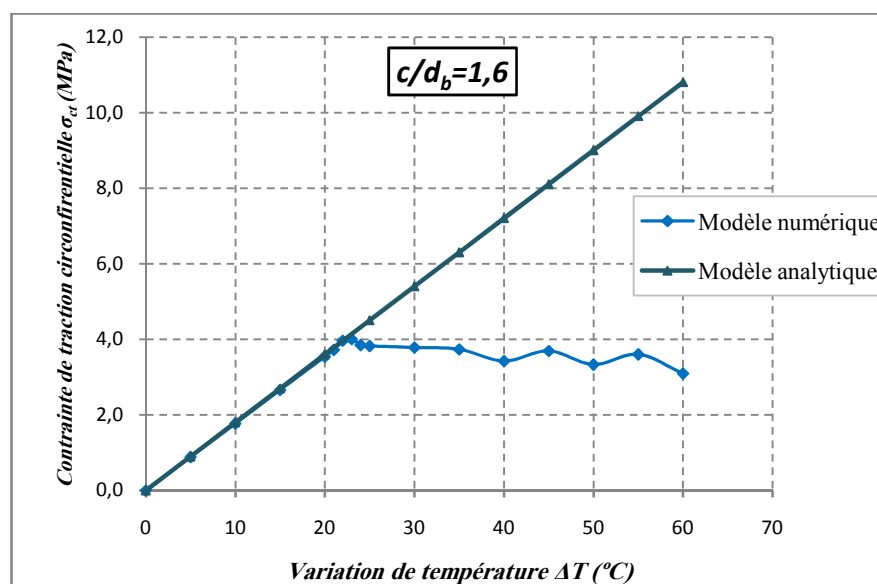


Figure V.4 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#19.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,6$).

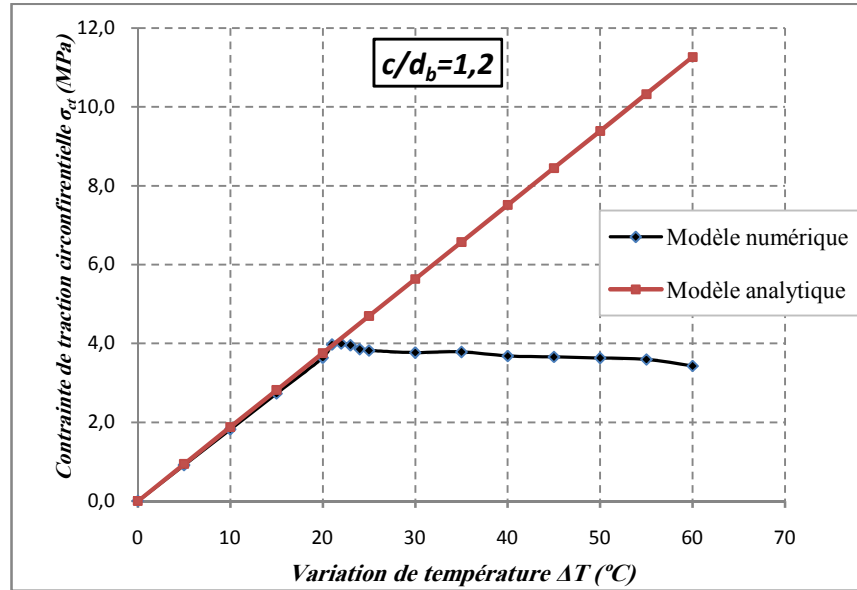


Figure V.5 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,2$).

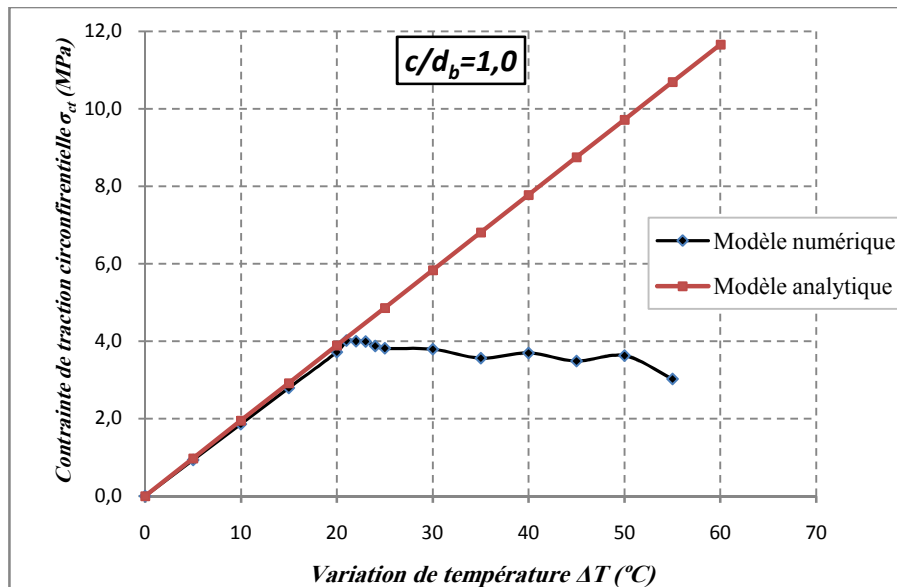


Figure V.6 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et du modèle analytique ($c/d_b = 1,0$).

V.2.4. Déformations thermiques transversales

Les figures V.7 à V.12 montrent la comparaison entre les courbes analytiques prédites par les modèles d'Aiello et de Zaidi et les courbes numériques obtenues par ADINA en termes de déformations thermiques transversales du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres en béton. À partir de ces figures, on peut remarquer que les courbes analytiques obtenues par le modèle de Zaidi, en termes de déformations thermiques transversales, sont en bon accord avec les courbes numériques pour des variations de températures inférieures à $+35^{\circ}\text{C}$, ainsi avec les courbes analytiques prédites par le modèle d'Aiello mais pour des variations de température inférieure à $+20^{\circ}\text{C}$. Néanmoins, pour $\Delta T > +35^{\circ}\text{C}$, les résultats numériques sont plus grands à cause de la présence de la couronne des fissures de traction radiales approfondies dans le béton, qui n'est pas prise en considération particulièrement dans le modèle analytique d'Aiello basé sur la théorie d'élasticité.

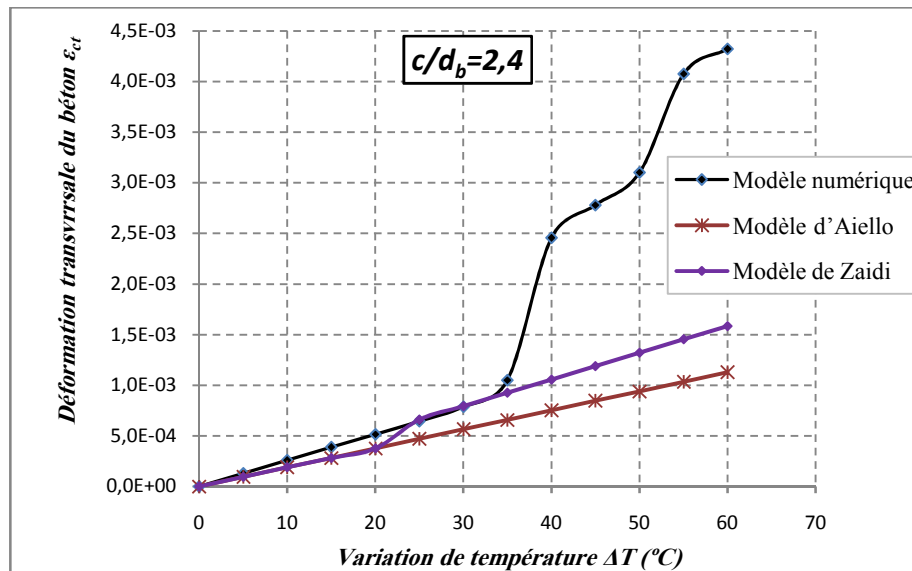


Figure V.7 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#13.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 2,4$).

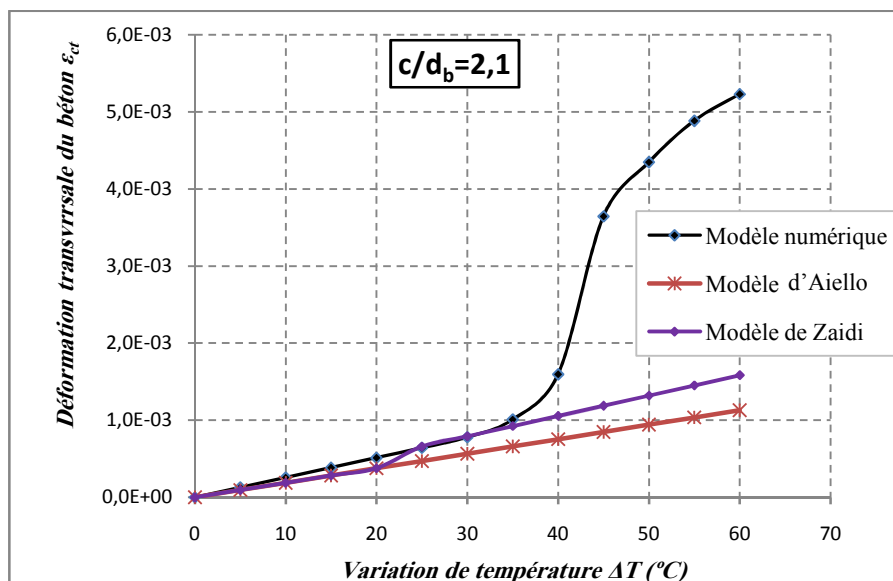


Figure V.8 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#10.20 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 2,1$).

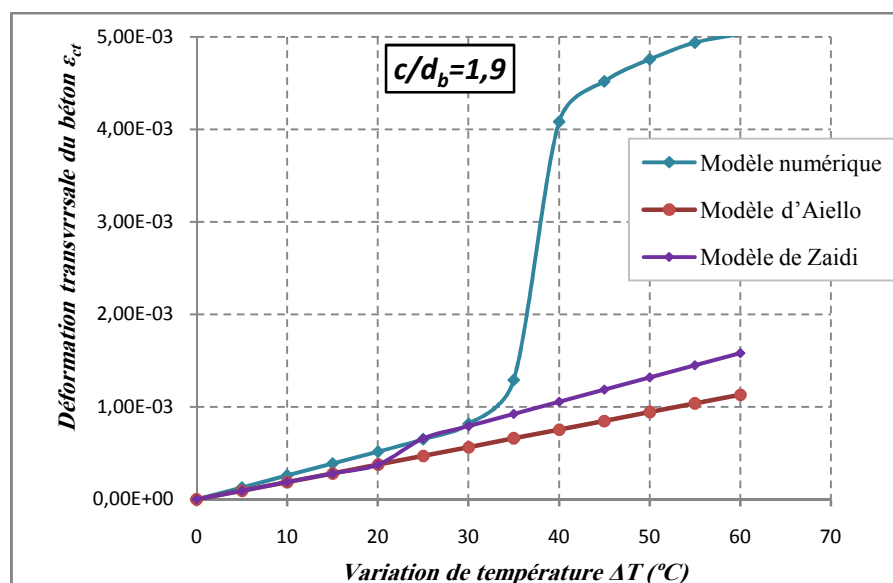


Figure V.9 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#16.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,9$).

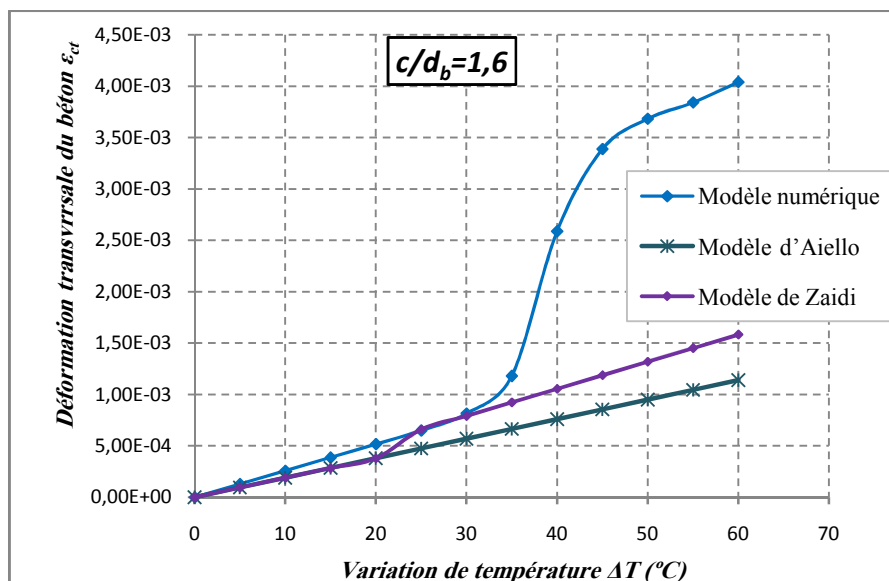


Figure V.10 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#19.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,6$).

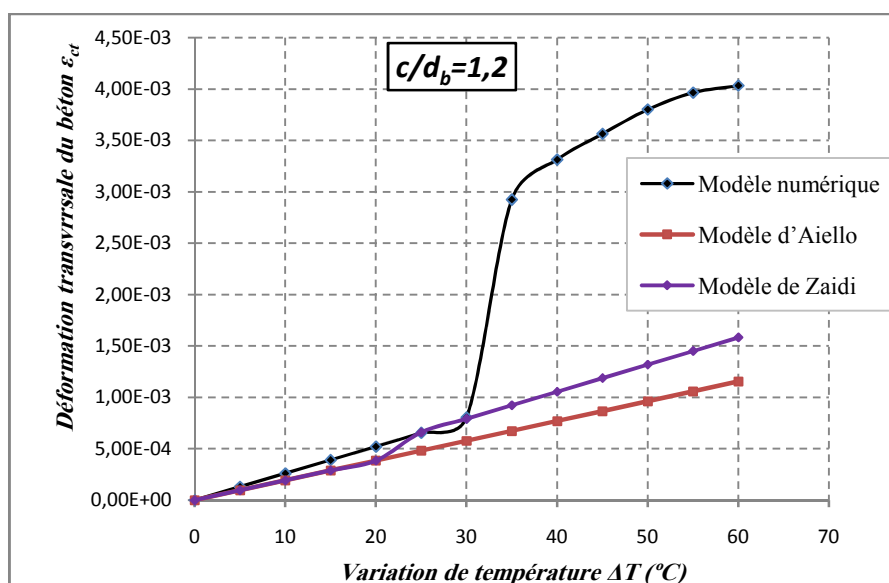


Figure V.11 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,2$).

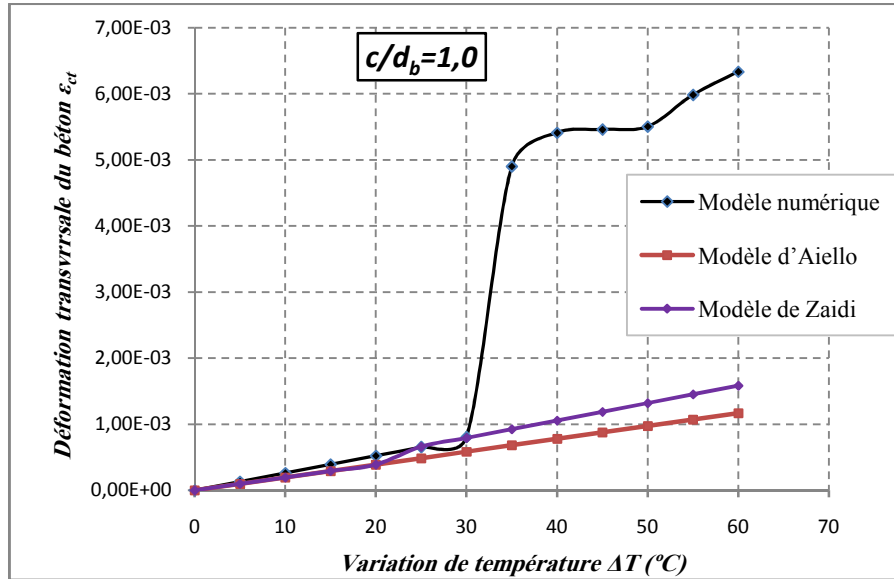


Figure V.12 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,0$).

Les figures V.13 à V.16 montrent la comparaison entre les courbes analytiques et les courbes numériques obtenues par ADINA en termes de déformations thermiques transversales du béton à la surface externe de l'enrobage de béton des poutres en béton armé d'une seule barre en PRFV. À partir de ces figures, on peut remarquer que les courbes analytiques sont en bon accord avec les courbes numériques pour des variations de températures inférieures à ΔT_{sp} . Cependant, pour des variations de températures supérieures à ΔT_{sp} , les résultats numériques sont plus grands au modèle analytique, à cause de la présence des fissures au niveau de l'enrobage du béton.

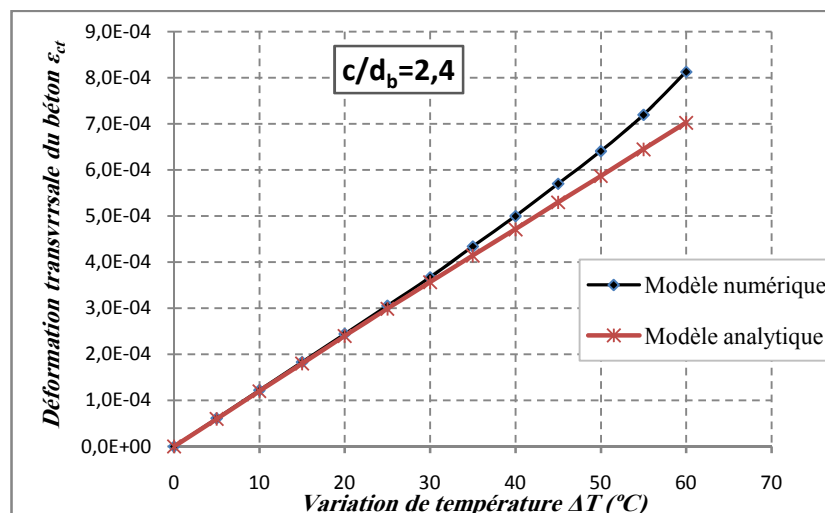


Figure V.13 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton de la poutre P.#13.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 2,4$).

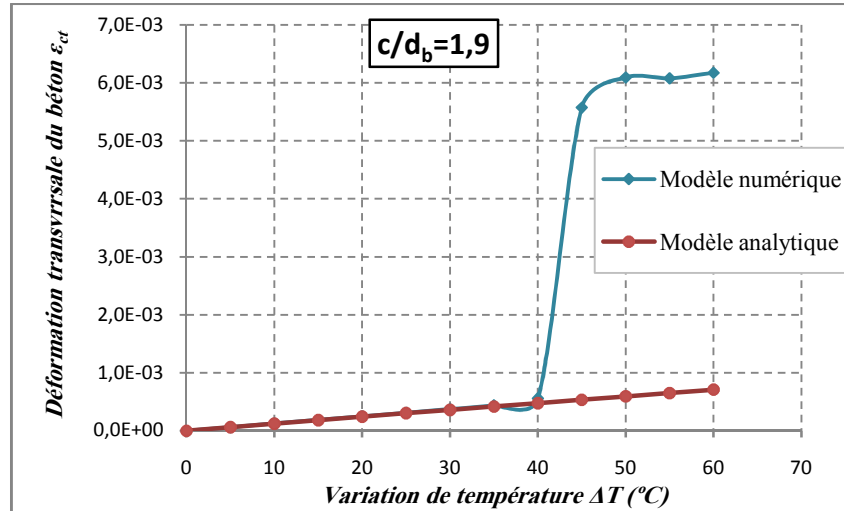


Figure V.14 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton de la poutre P.#60.30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,9$).

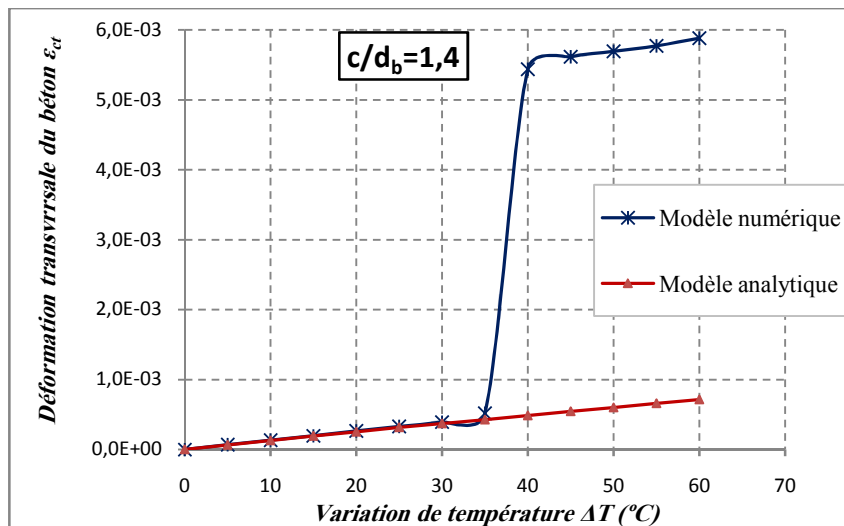


Figure V.15 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton de la poutre P.#25.35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,4$).

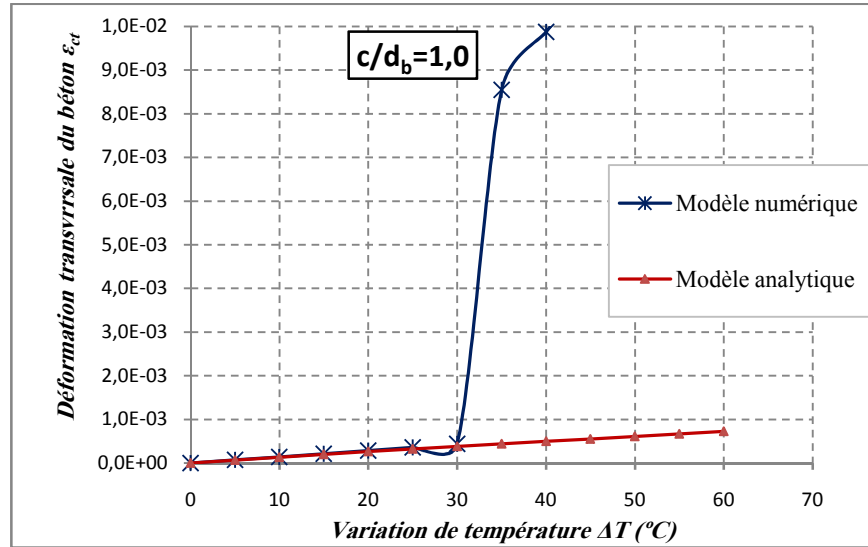


Figure V.16 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l’enrobage du béton de la poutre P.#25.25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($c/d_b = 1,0$).

V.3. Effet de l’espacement entre les barres en PRF

V.3.1. Variation de température ΔT_{cr} produisant la première fissure

D’après le tableau V.3, la valeur numérique de la variation de température ΔT_{cr} produisant la première fissure radiale dans le béton à l’interface armature en PRF/béton des poutres varie entre +21 et +22°C pour des rapports de $e/d_b > 2$ et entre +19 et +20°C pour des rapports de $e/d_b < 2$. Les valeurs de ΔT_{cr} prédites par le modèle analytique varient entre +21 et +23°C pour un rapport d’espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF $e/d_b > 2$ et entre +19 et +20°C pour $e/d_b < 2$ (Tableau V.3). En outre, on remarque que les modèles analytique et numérique donnent le même intervalle de variation de ΔT_{cr} pour un rapport de e/d_b variant entre 1,3 et 3,3.

Tableau V.3 : Comparaison des valeurs de ΔT_{cr} en fonction du rapport e/d_b .

Poutre	e/d_b	ΔT_{cr} (°C)	
		Modèle analytique	Modèle numérique
P.#10.20/30	3,3	22,68	22
P.#10.25/25	3,3	22,88	22
P.#13.20/25	2,3	21,33	22
P.#16.20/20	1,8	19,70	20
P.#19.20/35	1,7	19,63	20
P.#25.30/35	1,3	19,29	19

V.3.2. Variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture de l'enrobage du béton

Le tableau V.4 montre la comparaison entre les variations de température ΔT_{sp} , produisant la rupture d'enrobage du béton, obtenues par les modèles analytiques d'Aiello et de Zaidi avec celles obtenues par le modèle numérique pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV. On peut remarquer que les valeurs de ΔT_{sp} obtenues par le modèle numérique est plus conservatrices par rapport au celles obtenu par Zaidi à cause de la présence des contraintes de traction de la deuxième barre dans la poutre. Cependant, pour les valeurs de ΔT_{sp} prédites par le modèle d'Aiello sont en générale plus proche de celles valeurs obtenues par le modèle numérique d'ADINA.

Tableau V.4 : Comparaison des valeurs de ΔT_{sp} en fonction du rapport e/d_b .

<i>Poutre</i>	e/d_b	c_{min}/d_b	ΔT_{sp} (°C)		
			<i>Modèle analytique</i>		<i>Modèle numérique</i>
			<i>Modèle d'Aiello</i>	<i>Modèle de Zaidi</i>	
P.#10.25/25	3,3	2,6	68,34	72,16	>60
P.#10.20/30	3,3	2,1	54,89	58,53	>60
P.#13.20/25	2,3	1,6	41,77	45,12	43
P.#16.20/20	1,8	1,3	34,20	37,31	34
P.#25.30/35	1,3	1,2	32,39	35,45	32
P.#19.20/35	1,7	1,0	29,29	32,22	31

V.3.3. Variation de température $\Delta T_{sp}'$ produisant la rupture de béton entre les barres de PRFV

Le tableau V.5 montre la comparaison entre les variations de température $\Delta T_{sp}'$, produisant la rupture du béton situé entre les barres en PRFV, obtenues par le modèle numérique et celles obtenues par le modèle analytique pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV. On peut remarquer que les valeurs de $\Delta T_{sp}'$ prédites par le modèle analytique sont proches des valeurs obtenu par le modèle numérique de ADINA pour des rapports d'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF e/d_b variant de 1,3 et 3,3.

Tableau V.5 : Variation de température ΔT_{sp} en fonction du rapport e/d_b .

<i>Poutre</i>	e/d_b	ΔT_{sp} (°C)	
		<i>Modèle analytique</i>	<i>Modèle numérique</i>
P.#10.25/25	3,3	73,09	>60
P.#10.20/30	3,3	67,82	>60
P.#13.20/25	2,3	51,09	55
P.#16.20/20	1,8	41,40	39
P.#19.20/35	1,7	39,25	37
P.#25.30/35	1,3	35,55	32

V.3.4. Contraintes de traction circonférentielle transversales du béton

Les Figures V.17 à V.20 illustrent la comparaison entre les courbes analytiques prédites par le modèle analytique et les courbes numériques obtenues par ADINA en termes des contraintes de traction circonférentielle du béton, à l'interface armature en PRF/béton, des poutres prismatiques en béton armé de barre en PRF de verre ayant un rapport d'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRFV (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3. On remarque que le modèle analytique linéaire donne des contraintes de traction plus proches que celles données par le modèle numérique pour une variation de température inférieure à ΔT_{cr} . Cependant, pour une variation de température supérieure à ΔT_{cr} le modèle analytique donne des contraintes du béton assez élevées que celle données par le modèle numérique et qui dépassent la résistance à la traction du béton des poutres prismatiques ($f_{ct} = 4,1\text{MPa}$) pouvant dépasser 13 MPa à des variations de températures de + 60°C. Aussi, on constate que pour le modèle numérique la résistance à la traction du béton ($f_{ct} = 4,1\text{MPa}$) est atteinte à des variations de température ΔT_{cr} autour de 20 °C. À cette variation de température les premières fissures radiales commencent à se développer dans le béton à l'interface armature en PRF/béton et, par conséquent, les contraintes de traction circonférentielles du béton prédites du modèle numérique diminuent soudainement. Par contre le modèle analytique basé sur la théorie d'élasticité linéaire ignore la présence de ces fissures radiales.

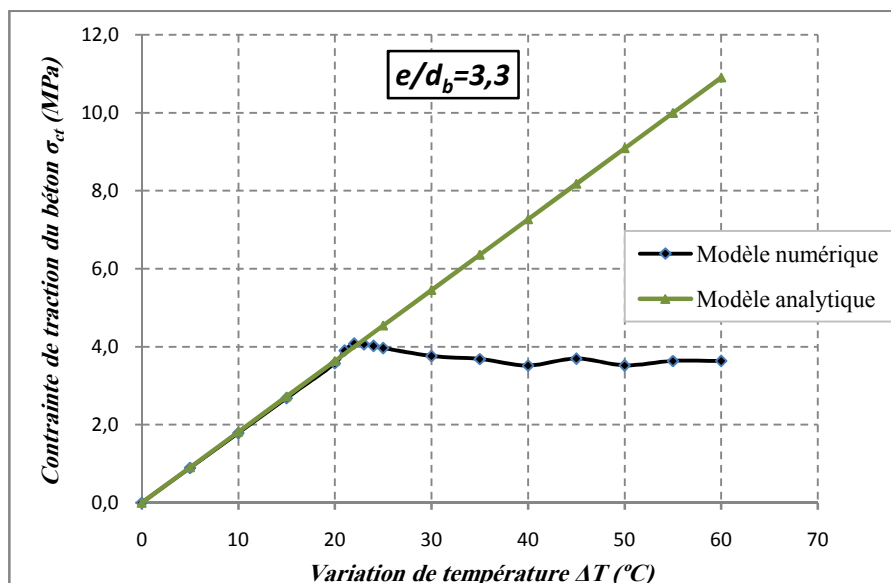


Figure V.17 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#10.20/30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 3,3$).

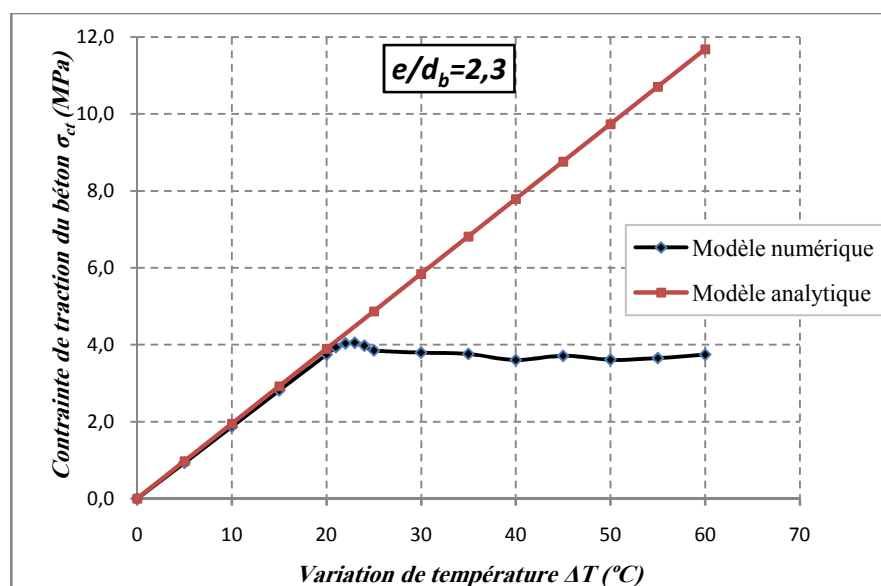


Figure V.18 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#13.20/25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 2,3$).

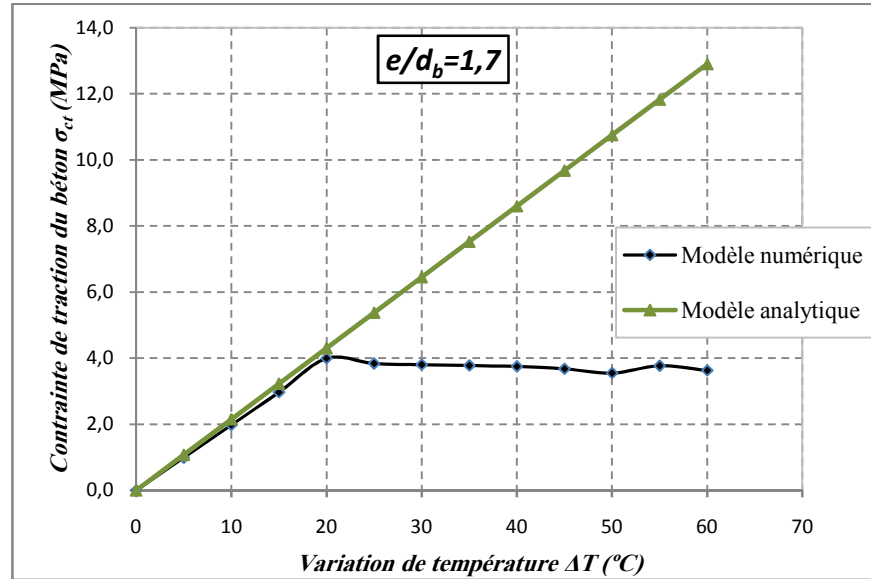


Figure V.19 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#19.20/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,7$).

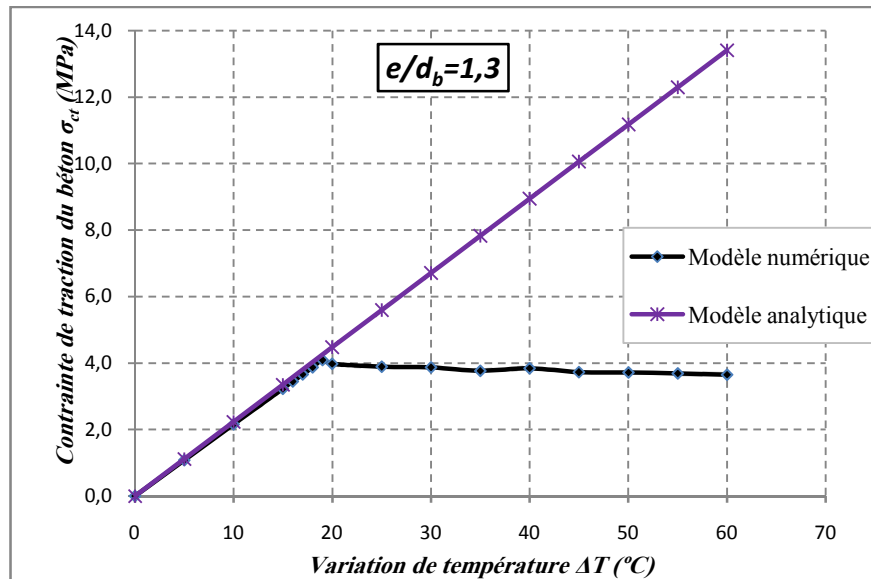


Figure V.20 : Contraintes de traction circonférentielle du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.30/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,3$).

V.3.5. Déformations thermiques transversales

Les figures V.21 à V.24 présentent la comparaison entre les résultats analytiques prédites par les modèles d'Aiello et de Zaidi et ceux obtenus par le modèle numérique en termes de déformations thermiques transversales du béton, à l'interface armature en PRF/béton, des poutres prismatiques en béton renforcé par deux barres de PRF. À partir de ces figures, on peut remarquer que les courbes analytiques de déformations thermiques transversales obtenues par le modèle de Zaidi sont en bon accord avec les résultats numériques pour des

variations de température inférieure à $+35^{\circ}\text{C}$, la même remarque peut être notée pour les courbes analytiques prédites par le modèle d'Aiello mais pour des variations de température inférieures à $+20^{\circ}\text{C}$. Pour $\Delta T^{\circ} > +35^{\circ}\text{C}$, les résultats numériques sont plus grands à cause de la présence de la couronne des fissures de traction qui sont plus profondes que celle du modèle de Zaidi. Cependant, le modèle analytique d'Aiello basé sur la théorie d'élasticité ignore carrément la présence de ces fissures.

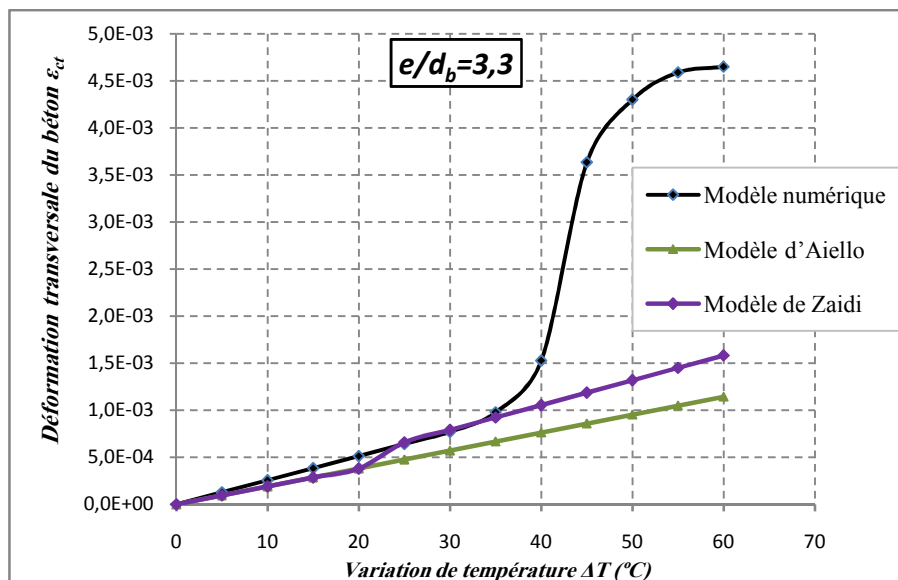


Figure V.21 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#10.20/30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 3,3$).

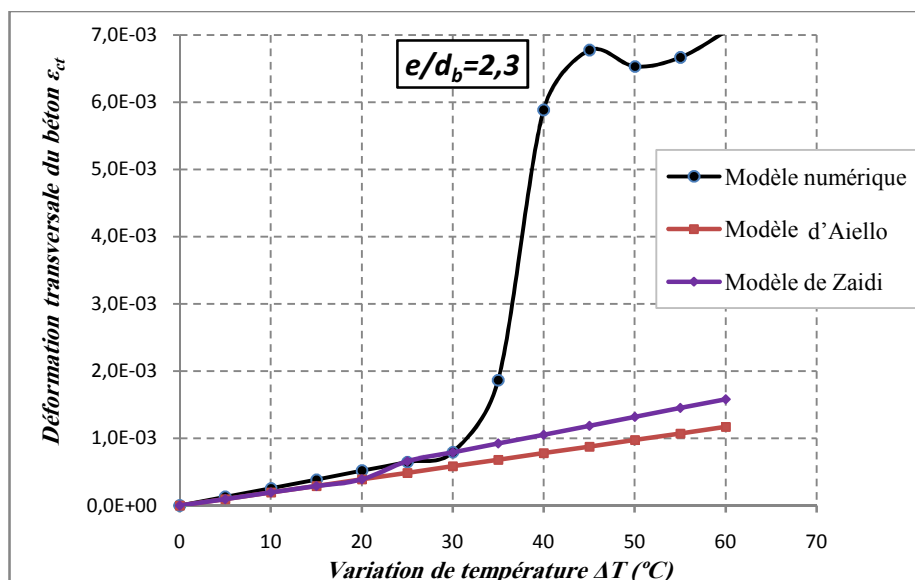


Figure V.22 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#13.20/25 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 2,3$).

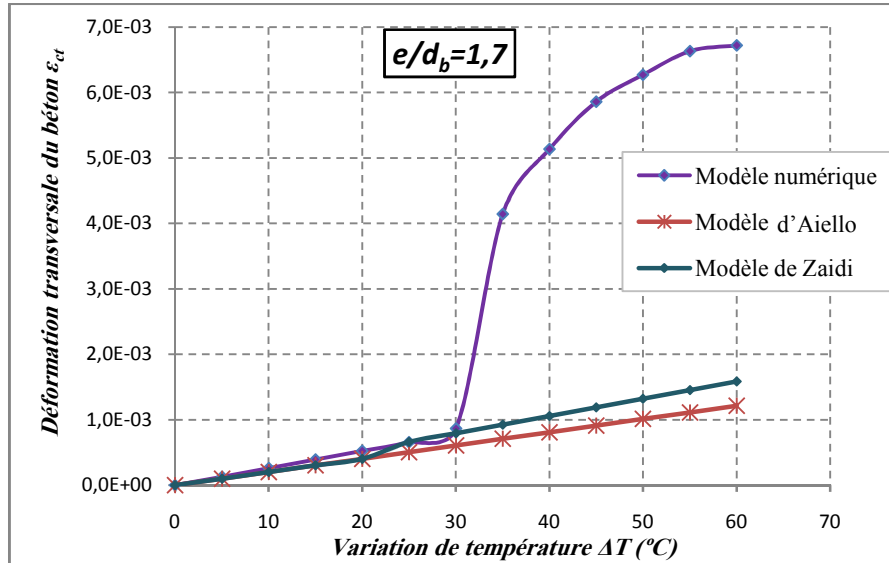


Figure V.23 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#19.20/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,7$).

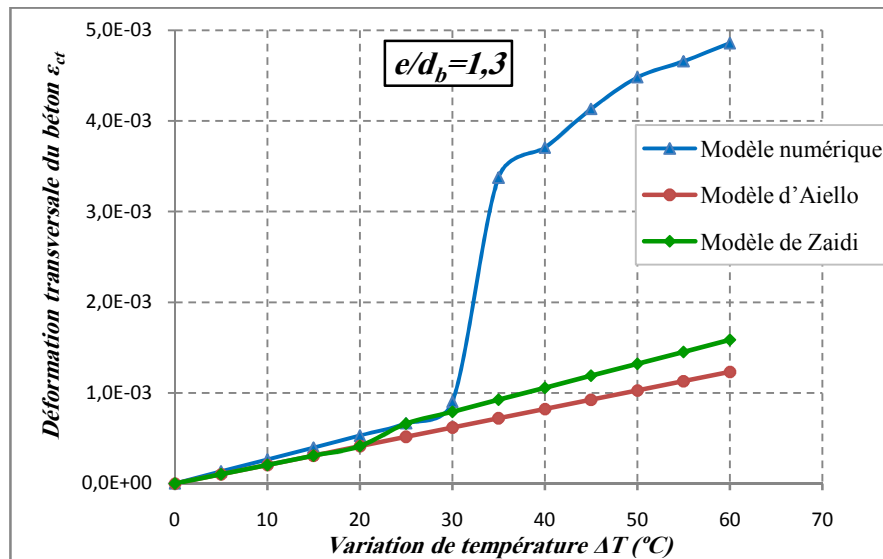


Figure V.24 : Déformation thermique transversale du béton à l'interface armature en PRF/béton des poutres P.#25.30/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,3$).

Les figures V.25 à V.27 montrent la comparaison entre les courbes analytiques et les courbes numériques obtenues par ADINA en termes de déformations thermiques transversales du béton à la surface externe de l'enrobage de béton des poutres en béton armé de deux barres en PRFV. À partir de ces figures, on peut remarquer que les courbes analytiques, sont en bon accord avec les courbes numériques pour des variations de températures inférieures à ΔT_{sp} . Cependant, pour des variations de températures supérieures à ΔT_{sp} , les résultats numériques sont plus grands au modèle analytique, à cause de la présence des fissures au niveau de l'enrobage du béton.

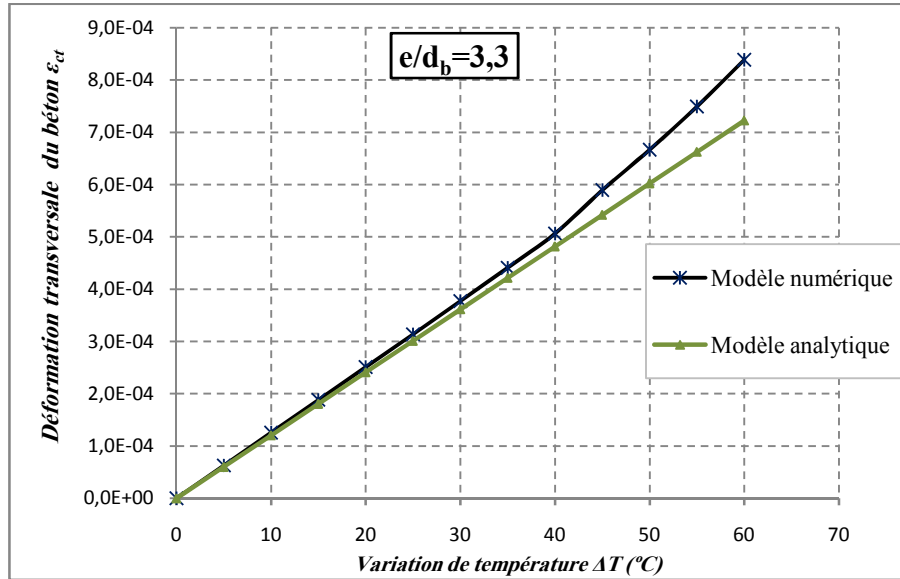


Figure V.25 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton de la poutre P.#10.20/30 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 3,3$).

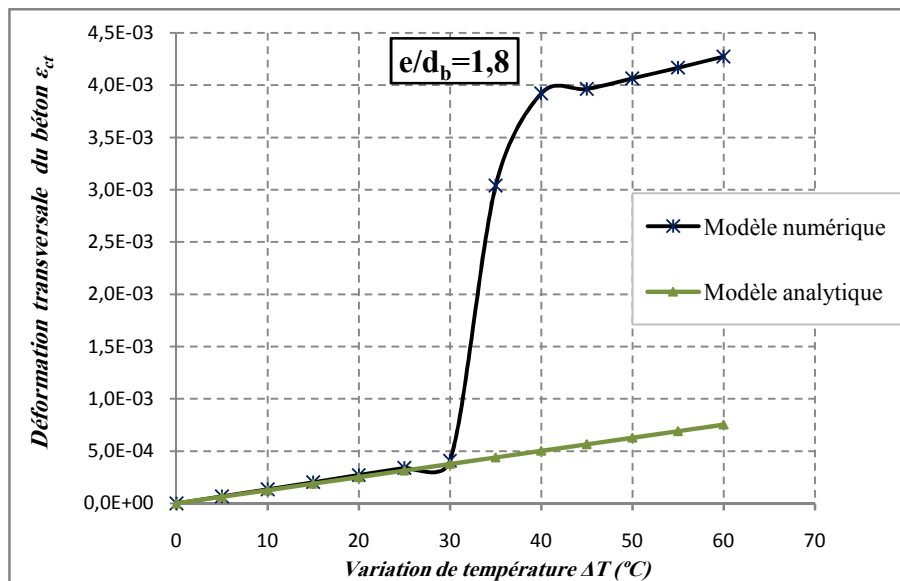


Figure V.26 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton de la poutre P.#16.20/20 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,8$).

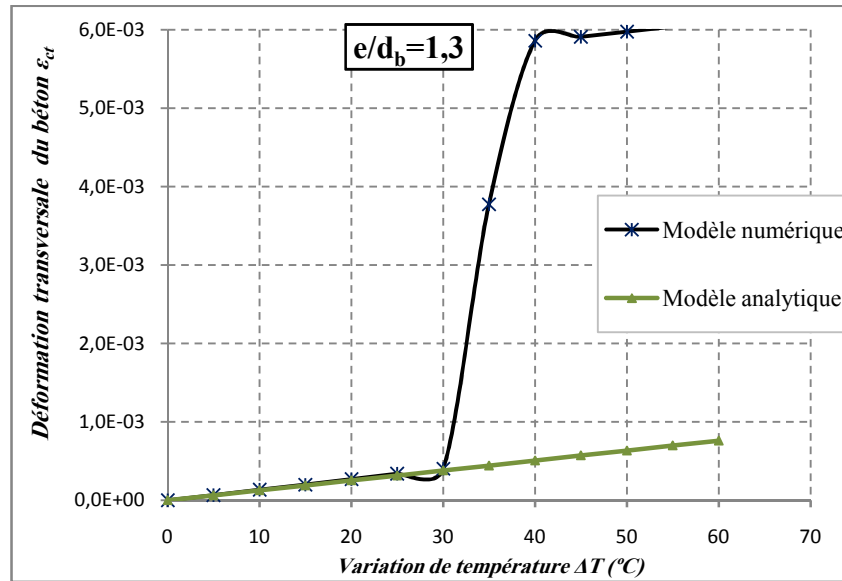


Figure V.27 : Déformation thermique transversale du béton à la surface externe de l'enrobage du béton de la poutre P.#25.30/35 – Comparaison entre les résultats numériques obtenus par ADINA et les résultats analytiques ($e/d_b = 1,3$).

V.4. Conclusion

La comparaison entre les résultats analytiques et numériques permet de citer les conclusions suivantes :

- les modèles analytique et numérique donnent le même intervalle de variation de ΔT_{cr} pour un rapport de c/d_b variant entre 1,0 et 2,4, et pour un rapport de e/d_b variant entre 1,3 et 3,3.
- Les valeurs de ΔT_{sp} prédites par le modèle de Zaidi sont plus proches aux valeurs numériques pour les poutres renforcées d'une seule barre en PRFV. Mais pour les poutres renforcées de deux barres en PRFV, les valeurs de ΔT_{sp} prédites par le modèle d'Aiello sont plus proches aux valeurs numériques.
- Les valeurs de la variation de température produisant la rupture du béton situé entre les barres en PRF $\Delta T_{sp}'$ prédites par le modèle analytique sont proches aux valeurs obtenues par le modèle numérique d'ADINA.
- Le modèle analytique donne des contraintes de traction plus proches que celles données par le modèle numérique pour une variation de température inférieure à ΔT_{cr} .
- les déformations thermiques transversales obtenues par le modèle de Zaidi sont plus proche aux résultats numériques pour des variations de température inférieure à +35°C.

Chapitre VI

VI. Conclusions

L'objectif principal de ce projet de recherche est d'étudier le comportement thermique des poutres en béton armé de barres en PRF de verre, notamment, les contraintes de traction circonférentielle du béton, les déformations thermiques transversales à l'interface armature en PRF/béton. Éventuellement de déterminer la variation de température (ΔT_{cr}) produisant la première fissure radiale dans le béton à l'interface armature en PRF/béton et la variation de température (ΔT_{sp}) produisant la rupture d'enrobage du béton ainsi le béton situé entre les barres de PRF en fonction du rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) et du rapport de l'espacement entre les barres au diamètre des barres (e/d_b). Pour accomplir notre objectif, des modèles analytiques (modèle d'Aiello, modèle de Zaidi) et numérique à l'aide de logiciel ADINA ont été développés pour évaluer les variations de températures ΔT_{cr} et ΔT_{sp} , ainsi que les contraintes et les déformations thermiques transversales.

Les principaux paramètres étudiés dans ce mémoire sont le rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b), le rapport de l'espacement entre les barres au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) et la variation de température. L'analyse des résultats analytique et numérique des poutres en béton armé de barres en PRFV, ont permis de dresser les conclusions suivantes :

- Selon le modèle numérique les premières fissures radiales apparaissent dans le béton à l'interface armature en PRF/béton à des variations de températures (ΔT_{cr}) autour de +20 et +23°C (donc pour une température autour de +40 et +43°C si la température de référence est de +20°C) pour les poutres en béton ayant un rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) variant entre 1,0 et 2,4.
- Selon le modèle numérique, les premières fissures radiales se produisent dans le béton, à l'interface armature en PRF/béton, à des variations de températures (ΔT_{cr}) autour de +18 et +22°C (donc pour des températures autour de +38 et +42, si la température de référence est de +20°C) pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV, et ayant un rapport d'espacement entre les barres de PRF au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) variant entre 1,3 et 3,3.
- Les variations de températures ΔT_{cr} prédites par le modèle analytique, produisant les premières fissures radiales dans le béton à l'interface armature en PRF/béton, sont en bon accord avec les résultats numériques obtenus par ADINA pour des poutres en béton armé d'une seule barre en PRFV sous variation de température (ΔT) allant jusqu'à +60 et ayant des rapports de c/d_b variant entre 1,0 et 2,4, et pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV sous variation de température allant jusqu'à +60 ayant des rapports de e/d_b variant entre 1,3 et 3,3.

- Les variations de températures ΔT_{sp} prédites par l'équation d'Aiello, produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres, sont plus conservatrices car l'équation d'Aiello est basée sur la supposition que l'épaisseur d'enrobage du béton entourant la barre en PRF est constante ce qui n'est pas le cas pour les poutres en béton armé de section rectangulaire où l'action du confinement du béton est dissymétrique.
- L'équation proposée par Zaidi pour déterminer la variation de température ΔT_{sp} produisant la rupture d'enrobage du béton des poutres prismatiques en béton armé de barres en PRFV sous température de +20 à +80°C pour des rapports de c/d_b variant entre 1,0 et 2,4 est en bon accord avec les résultats numériques obtenu par ADINA.
- Selon le modèle numérique, les fissures induites par la haute température commencent à se développer sur la surface externe des poutres en béton armé des barres en PRFV à des variations de températures (ΔT_{sp}) variant de +30 à +55°C correspondant respectivement à des rapport c/d_b variant de 1 à 2 pour les poutres en béton armé de barres en PRF où l'action du confinement du béton est dissymétrique sous ΔT allant jusqu'à 60 °C.
- Les fissures induites par la haute température commencent à se développer sur la surface externe de l'enrobage de béton à des variations de températures (ΔT_{sp}) variant de +31 et +43°C correspondant respectivement des rapports c/d_b variant de 1 à 1,6 pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV.
- Les variations de température ($\Delta T_{sp}'$), prédites par le modèle numérique, produisant la rupture complète du béton situant entre les barres en PRFV, sont dans la gamme de 32°C et 55°C correspondant au rapport e/d_b variant de 1,3 à 2,3.
- Un rapport d'épaisseur d'enrobage du béton au diamètre de la barre en PRF (c/d_b) supérieur à 2,0 semble être suffisant afin d'éviter la rupture d'enrobage du béton sous variations de température allant jusqu'à +60°C pour des poutres en béton armé de barres en PRFV où l'action du confinement du béton est dissymétrique (enrobage du béton variable).
- Le rapport d'espacement entre les barres en PRFV au diamètre de la barre en PRF (e/d_b) n'a pas de grande influence sur la température de rupture de l'enrobage de béton. Cependant, l'influence de ce rapport e/d_b sur la température de rupture du béton situé entre les barres en PRFV est remarquable.
- Selon le modèle numérique, un rapport d'espacement entre les barres dans le béton au diamètre de la barre en PRFV (e/d_b) supérieur à 2,3 semble être suffisant afin d'éviter la rupture du béton situé entre les barres en PRFV des poutres en béton armé de deux barres en PRFV sous variation de température allant jusqu'à +60°C.
- Les contraintes de traction circonférentielle dans le béton, à l'interface armature en PRF/béton prédites par le modèle numérique sont en bon accord avec celles évaluées par le modèle analytique linéaire jusqu'à la valeur de ΔT_{cr} (20 à 25°C). À partir de cette valeur le modèle numérique donne des valeurs plus faibles à cause des fissures qui n'ont pas été prises en considérations dans le modèle analytique linéaire.

- Les déformations thermiques transversales, à l'interface armature en PRF/béton des poutres, prédites par le modèle analytique proposé par Zaidi, sont en bon accord avec les résultats numériques jusqu'à formation de couronne de fissures approfondies ou rupture complète de l'enrobage du béton à des variations de température autour de +30 et +40°C au-delà desquelles les résultats numériques sont prépondérants.
- Les déformations thermiques transversales maximum à l'interface armature en PRF/béton et à la surface externe de l'enrobage de béton, pour les cinq diamètres de barres en PRFV et pour les différentes valeurs d'enrobage et de l'espacement entre les barres sont similaires. Il semble que l'épaisseur d'enrobage du béton et l'espacement entre les barres de PRFV n'ont pas de grande influence sur la déformation thermique transversale qui dépend beaucoup plus de la valeur de température.

Recommandations

Pour des futurs travaux de recherche, on recommande ce qui suit :

- Refaire l'étude présentée dans ce mémoire pour des poutres en béton armé de deux barres en PRFV, avec une étude analytique approfondie pour la détermination des variations de température ΔT_{sp} produisant la rupture de béton entre les barres des poutres en béton armé de deux barres en PRFV.
- Étudier le comportement des éléments en béton armé de barres en PRF de carbone sous l'effet de température. Aussi, sous charges combinées mécaniques et thermique.

Bibliographie

AIELLO, M.A. (Feb. 1999) *Concrete cover failure in FRP reinforced beams under thermal loading*, Journal of Composites for Construction, vol. 3, n° 1, p. 46-52.

AIELLO, M.A., FOCACCI, F., HUANG, P.C., and NANNI, A. (Nov. 1999). *Cracking of concrete cover in FRP reinforced concrete elements under thermal loads*, Fourth International Symposium on FRP for Reinforced Concrete Structures (FRPRCS4), Baltimore, MD, p. 233-243.

AIELLO, M.A., FOCACCI, F., and NANNI, A. (July-August 2001) *Effects of thermal loads on concrete cover of fiber reinforced polymer reinforced elements: Theoretical and experimental analysis*, ACI Materials Journal, vol. 98, n° 4, p. 332-339.

ALVAREZ, A., ZAIDI, A., and MASMUDI, R. (May 2007) *bond-slip behavior of FRP bars under low and high temperature – experimental and theoretical studies*. 3rd International Conference on Durability & Field Application of Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites for Construction, Quebec, Canada.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (2003) *Guide for the Design and Construction of Concrete with FRP Bars*, ACI 440.1R-03, American Concrete Institute, Detroit, 42p.

ACI (1995) *State of the art report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) Reinforcements for concrete structures*

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (2000) *Canadian Highway Bridge Design Code*, CAN/CSA-S6-00, Canadian Standards Association, Toronto, Ontario, Canada, 734 p.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (2002) *Design and Construction of Building Components with Fiber –Reinforced Polymers*, CAN/CSA-S806-02, Canadian Standards Association, Toronto, Ontario, Canada, 177 p.

CHAALLAL, O., and BENMOKRANE, B. (1993) *Physical and mechanical performance of innovative glass fiber reinforced plastic rod for concrete and grouted anchorages*, Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 20, n° 2, p. 254-268.

COOMARASAMY, A. et GOODMAN, S. (1997). *Investigation of the Durability Characteristics of Fiber Reinforced Polymer (FRP) Materials in Concrete Environment*, American Society for Composites-Twelfth Technical Conference, Dearborn, Michigan.

DUTTA, P.K. (Aug. 1994) *Low-temperature compressive strength of glass-fiber-reinforced polymer composites*, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Transactions of the ASME, vol. 116, n° 3, p. 167-172.

ERKI, M.A., and RIZKALLA, S.H. (Jun. 1993) *FRP reinforcement for concrete structures*, Concrete International: Design and Construction, vol. 15, n° 6, p. 48-53.

GUIMARAES, G., and BURGOYNE, C. (Oct. 1997) *Thermal expansion of Kevlar 49 yarns*, Non metallic FRP reinforcement for concrete structures, proceedings of the third international symposium, Saporu, Japon, vol. 2, 171 p.

HAMDI, B., (juin 2012) *Étude Numérique du Comportement Thermique des Poutres en Béton Armé de Barres en Polymères Renforcés de Fibres (PRF)*, Mémoire de Master, Département de génie civil, Université de Laghouat p. 22-25.

INTELLIGENT SENSING FOR INNOVATIVE STRUCTURE (2001) *Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers (FRPs)*, Design Manual N°3, ISIS-Canada, Winnipeg, Manitoba Canada, 81P.

KUMAHARA, S., MASUDA, Y., TANANO, H., and SHIMIZU, A. (1993) *Tensile strength of continuous fiber bar under high temperature*, International symposium, Vancouver, ACI SP-138-44, P. 731-742.

MATTHYS, S., DE SHUTTER, G., and TAERWE, L. (August 1996) *Influence of transverse thermal expansion of FRP reinforcement on the critical concrete cover*, Proceedings of 2nd International Conference, Advanced Composite Materials in Bridges and Structures, ACMBS-II, Montreal, QC, p. 665-672.

MODULE PÉDAGOGIQUE D'ISIS N°2. (2007) *Introduction à l'utilisation des composites de PRF en construction*, préparé par ISIS canada, un réseau Canadien de centre d'excellence, Auteur principale L.A Bisby Ph.D, département de génie civil université Queen's, P. 2-14.

RAHMAN, H.A., and KINGSLEY, C.Y. (1996) *Fatigue behavior of a fiber reinforced plastic grid as reinforcement for concrete*, Proceedings of 1st International Conference on composites in infrastructure: Fiber composite in infrastructure, Tucson, AZ: ICCI, p. 427-439.

RAHMAN, H.A., KINGSLEY, C.Y., and TAYLOR, D.A. (June 1995) *Thermal stress in FRP reinforced concrete*, Proceedings, Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Ottawa, p. 605-614.

ROBERT, M., COUSIN, P., BENMOKRANE, B. (2009) *“Effect of the Temperature on the Behaviour of FRP Composite in Civil Engineering Applications”*, Journal of Composites for Construction.

ROBERT, M., BENMOKRANE, B. (July/August 2010) *“Behavior of GFRP Reinforcing Bars Subjected to Extreme Temperatures”*, Journal of Composites for Construction ASCE.

TIMOSHENKO, S.P., and GOODIER, J.N. (1970) *Theory of elasticity*, Mc-Graw-Hill, New York.

ZAIDI, A. (May 2006) *Comportement thermique d'éléments en béton armé de barres en polymères renforcés de fibres (PRF)*, Mémoire de Doctorat, Département de génie civil, Université de Sherbrooke (Québec), Canada.

ZAIDI, A. and MASMOUDI, R. (May 2006) *Thermal effect on FRP-reinforced concrete Slabs*. Proceedings of the 1st International Structural Specialty Conference CSCE, Calgary, Alberta, Canada, 10 p.

ZAIDI, A. and MASMOUDI, R. (August 2006) *Effect of low and high temperatures on the transverse thermal expansion of FRP bars embedded in concrete*, 7th International Conference on Short & Medium Span Bridges, Montreal, Quebec, Canada, 11p.

ZAIDI, A. and MASMOUDI, R. (May 2007) *Numerical analysis of the transverse thermal behavior of FRP Bars embedded in concrete*. 3rd International Conference on Durability & Field Applications of fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites for Constructions, Quebec, Canada.

ZAIDI, A. and MASMOUDI, R. (July 2007) *Effect of Concrete Cover Thickness and FRP-Bars Spacing on the Transverse Thermal Expansion of FRP Bars*. 8th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures, University of Patras, Department of Civil Engineering, Patras, Greece, 10p.

ZAIDI, A. and MASMOUDI, R. (March 2008) *Thermal effect on fiber reinforced polymer reinforced concrete slabs*. Canadian Journal of Civil Engineering, NRC-Canada, vol. 35, n° 3, P 312-320.

ZAIDI, A. et MASMOUDI, R. (2013) *Comportement Thermique des éléments en béton armé de PRF – Étude théorique et expérimentale*. Edition : Presses Académiques Francophones (PAF), Saarbrücken Allemagne.