



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULTÉ DE GENIE CIVIL ET D'ARCHITECTURE
DÉPARTEMENT de GENIE CIVIL

MÉMOIRE DE MASTER

Présenté par : TAÏBAOUI Fatima

DOMAINE : Sciences et Technologies

FILIERE : Hydraulique

OPTION : Ressources Hydrauliques

Thème

**Caractérisation Multiéchelle des pluies et des indices
d'oscillation atmosphérique en Algérie du Nord par l'analyse
'time dependent intrinsic correlation'**

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	qualité
GUIDOUM Azzeddine	MCB	Président
BOUACHE Mohamed	MAA	Examineur
CHETTIH Mohamed	Pr.	Rapporteur

Promotion : 2020

Remerciements

TOUT D'ABORD JE REMERCIE ALLAH LE TOUT PUISSANT DE M'AVOIR DONNÉ LE COURAGE ET LA PATIENCE DE MENER À BIEN MON PROJET DE FIN D'ÉTUDES.

JE REMERCIE CHALEUREUSEMENT MON PROMOTEUR, LE PROFESSEUR MOHAMED CHETTIH, POUR SES MÉTHODES, SES COMMENTAIRES CONSTRUCTIFS, SA GENTILLESSE ET SON SOUTIEN. JE NE POURRAI PAS TROUVER LES BONS MOTS POUR LUI EXPRIMER MA GRATITUDE

JE REMERCIE PROFONDÉMENT :

TOUS LES ENSEIGNANTS LES MEMBRES TECHNIQUES ET ADMINISTRATIFS DU DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL, ET LES PERSONNES QUI ONT CONTRIBUÉ DE PRÈS OU DE LOIN À L'ÉLABORATION DE CE MÉMOIRE



Dédicace

*Nous remercions DIEU de nous avoir donné le courage
d'accomplir ce Travail. Je dédie ce modeste travail en signe
de respect et de reconnaissance :*

Au Soleil : ma mère

À la lune : mon père

Aux Planètes : mes frères, ma sœurs

A mes copines qui m'ont donné du courage

يرتكز هذا العمل على الدراسة في التغيرات الزمنية لسجل السلسلة الزمنية لهطول الامطار اليومية في محطة الدار البيضاء هذه السلسلة غالبا ما تكون غير مستقرة و غير خطية , والسعي إلى الربط الممكن بين تقلبات المناخ والتقلبات الهيدرولوجية التي تتجسد من خلال المؤشرات التذبذب الجوي المختلفة (NAO, AO, MO) لقد استخدمنا تحويل فورييه من اجل استخراج الترددات المميزة و استخدمنا تحويل المويجات المستمر و المنفصل لتمثيل السلم الزمني و وصفها الصحيح للمتغيرات كما استخدمنا تحويل هلبرت –هوانغ لحساب الترددات اللحظية باستخدام تحويل هلبرت واستخراج مؤسسات التمويل الأصغر بطريقة التحليل النموذجي التجريبي هذا أتاح لنا ان نطبق طريقة الارتباط الجوهرية بدلالة الوقت بين الامطار و المؤشرات اليومية حيث يكون كبير و مهم على جميع المقاييس , النتائج المتحصل عليها مشجعة وثرية للمساعدة في فهم التقلبات الجوية في الجزائر.

الكلمات المفتاحية: الارتباط الجوهرية بدلالة الوقت مؤشر تذبذب الامطار, المناخ, الجزائر

Résumé

Ce travail consiste à caractériser la variabilité temporelle des séries chronologiques des pluies journalières de la station de Dar El Beida qui sont le plus souvent non-stationnaires et non-linaires et à chercher les liens possibles entre cette variabilité et les fluctuations climatiques matérialisées par différents indices d'oscillations atmosphériques (NAO, AO, MO). Nous avons utilisé la transformée de Fourier pour extraire les fréquences les plus caractéristiques, et la transformée en Ondelettes continues et discrètes pour une représentation temps-échelle et une description correcte des variabilités. Nous avons également utilisé la transformée de Hilbert-Huang pour calculer les fréquences et les amplitudes instantanées à l'aide de la transformée de Hilbert et extraire les IMFs (l'Intrinsic Mode Function) par la méthode de Décomposition Modale Empirique. Ceci nous a permis d'appliquer la méthode de corrélation intrinsèque en fonction du temps entre les pluies et les indices d'oscillations atmosphériques. Les méthodes utilisées ont permis de montrer que la relation entre les indices et les pluies aux pas journaliers est significative et existe à toutes les échelles. Ces résultats s'avèrent encourageants et prometteurs pour contribuer à comprendre le problème de la variabilité climatique en Algérie.

Mots clés : TDIC, Pluie, Indice d'Oscillation Climatique, Algérie.

Abstract :

The following work consists of the characterization of the temporal variability of the rain's chronological series in dar el baida station .also, it aims at looking for different possible ways between such variability and climatic fluctuations which are materialized by different atmospheric oscillation indicators (NAO AO MO). We have used the transformation Fourier in order to extract the most characterized frequencies then to be transformed into continuous and discrete wavelets for a time scale representation, also a correct description of the variabilities. We have used Hilbert Huang transformation in order to count frequencies with Hilbert transformation. As well as extracting the (IMFs) using the empirical modal decomposition method. The following have allowed us to apply the intrinsic correlation method as a function of time between the rain and the atmospheric oscillations indicators. Such used method opened the doors to show the importance of the relationship between the rain and the indicators which exists on the level of all scales. Such conclusion would definitely help and encourage the different trials for understanding the Algerian climatic variability obstacles

Key words : *time dependent intrinsic correlation*, atmospheric oscillation indicators, Algeria

Table Des Matières

Introduction Générale :	1
Chapitre I : Transformée de Fourier	
I. 1 Introduction	3
I. 2 Transformée de Fourier	3
I. 2.1.Définition	3
I. 2.2.Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante	5
I. 2.3.Densité Spectrale de Puissance	6
I. 2.4.Méthodes d'estimations spectrales	7
I. 2.5.Le périodogramme	8
I. 2.6. Variantes du périodogramme	9
I.2.7.Corrélogramme	9
I. 2.8.Fonction Densité Spectrale Croisée	10
I. 2.9. Spectrogramme	11
I. 2.10. Transformée de Fourier Rapide (FFT)	11
I.2.11. Fonction de Cohérence	12
I.3 Conclusion	12
Chapitre II : Analyse en Ondelettes	
II .1 Introduction	13
II .2 Analyse en Ondelettes	13
II.2.1.Transformée en Ondelettes	14
II.2.2. Analyse en ondelettes continues	14
II.2.3. Analyse en ondelettes discrètes	18
II.3 Analyse croisée en ondelettes	19
II.4 Analyse de Cohérence par ondelettes	20
II.5 Conclusion	20
Chapitre III : Transformée de Hilbert-Huang	
III.1 Introduction	21
III.2 Transformée de Hilbert	21
III .2.1. Spectre de Hilbert	22
III .2.2. Implémentation de la Transformée de Hilbert	23
III.3 Décomposition Modale Empirique	24
III.4 Spectre de Hilbert-Huang	28
III.5. La méthode de la corrélation intrinsèque en fonction du temps	30
III.5.1. Introduction	30
III.5.2. Analyse à l'aide de la méthode <i>Time Dependent Intrinsic Correlation</i>	31
III.6.Conclusion	32
Chapitre IV.1 : Résultats et Discussions	
IV.1 Introduction	33
IV.2 Présentation de la région d'étude	33
IV 2.1 Situation géographique	33
IV 2.2 Climatologie	34
IV.3 Présentation des données	34
IV 3.1 Précipitations	34
IV 3.2 Indices d'oscillations climatiques	35
IV.3.3 Présentation des données des Indices climatiques	38

IV.4 Résultats et interprétation	38
IV.4.1 Analyses spectrales	38
IV.4.2 Analyse en Ondelettes Continue	43
IV.4.3 Analyse en Ondelettes Discrète (Multirésolution)	46
IV.4.4 Décomposition Modale	49
IV.4.5. Méthode de corrélation intrinsèque en fonction du temps	49
IV.5 Conclusion	52
Conclusion générale	53

N°	Liste des Figures	page
01	Principe de calcul de la STFT	05
02	Les deux définitions (directe et indirecte) de la DSP	07
03	Fonction Cohérence	12
04	Principe d'estimation de la Fréquence Instantanée via le signal analytique $z(t)$ de $x(t)$	22
05	Diagrammes de blocs de l'implémentation de la transformée de Hilbert	24
06	Organigramme du Pseudo-code de l'EMD	28
07	Le schéma du graphique TDIC. La section le long de $\tau = 0$ donne le TDIC comme le montre le triangle d'ombre	32
08	Situation géographique de la région d'étude	34
09	Répartition des pluies journalières à travers le temps pour la région	35
10	Les deux phases de l'indice NAO	36
11	Positions moyennes des systèmes météorologiques lors des oscillations arctiques positives et négatives	37
12	L'indice d'Oscillation Méditerranéenne est calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger et Le Caire.	37
13	Analyse Spectrale des pluies à Dar El Beida au pas journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d'exposants.	39
14	Analyse Spectrale de l'Indice d'Oscillation Arctique journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d'exposants.	39
15	Analyse Spectrale de l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d'exposants.	40
16	Analyse Spectrale de l'Indice d'Oscillation Nord-Atlantique journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d'exposants	40
17	Spectrogrammes : (a)-pluies à Dar El Beida ; (b)-AO ; (c)-MO ; (d)-NAO.	42
18	Fonction cohérence entre les pluies à Dar El Beida et les indices d'oscillation climatiques au pas journalier : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB	43
19	Spectres croisés des pluies à Dar El Beida et des indices d'oscillation climatiques : DEB-AO ; (b) DEB-MO ; (c) DEB-NAO	43

20	Analyse en ondelettes continue : (a)-Pluies DEB ; (b)-AO ; (c)-MO et (d)-NAO.	44
21	Analyse en Ondelettes Croisée entre les pluies à Dar El Beida et les indices d'oscillations climatiques au pas journalier (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.	45
22	Cohérence entre les pluies à Dar El Beida et les indices d'oscillations climatiques AO, MO et NAO : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB	45
23	Décomposition par analyse en ondelettes multirésolution : (a) pluies à Dar El Beida ; (b) AO ; (c) MO et (d) NAO.	46
24	Analyse multirésolution croisée en Ondelettes entre les pluies à Dar El Beida et les indices climatiques : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.	48
25	Analyse multirésolution croisée en Ondelettes zoomée entre les pluies à Dar El Beida et les indices climatiques : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.	48
26	Décomposition par EMD des pluies journalières à Dar El Beida : Les 10 IMFs et le Residu (de haut en bas).	49
27	Décomposition par EMD des indices d'oscillations climatiques journaliers : (a)-AO ; (b)-MO ; (c)-NAO.	50
28	Corrélations croisées entre les indices d'oscillations climatiques et les pluies de Dar El Beida en 3D et 2D utilisant la méthode TDIC : (a) et (b) AO-DEB ; (c) et (d) MO-DEB ; (e) et (f) NAO-DEB	51
29	Corrélation croisée entre l'indice d'oscillation Méditerranéenne et les pluies à Dar El Beida pour les petites échelles	52

Liste des Tableau :

N°		page
01	Fonctions ondelettes et leurs propriétés. Les constantes, dans l'expression de $\psi_0(\eta)$ et $\hat{\psi}_0(s\omega)$, assurent une énergie unité	16
02	Comparaison des différentes méthodes d'analyse spectrale	30
03	Coordonnées et Caractéristiques statistiques des pluies journalières	35
04	Description des indices journaliers	38
05	Les principales caractéristiques statistiques des indices	38
06	Résultats de l'analyse spectrale pour les séries de pluies et des indices d'oscillations climatiques	41

Introduction générale :

La bonne connaissance des changements spatio-temporels des variables hydro-météorologiques est un élément clé et essentiel pour une meilleure gestion des ressources en eau. Depuis plusieurs années, les phénomènes hydro-climatologiques extrêmes se multiplient à travers le monde en se manifestant par des inondations, des pluies torrentielles, des ouragans, des sécheresses prolongées dont leur intensité semble croître au même rythme, et ceci à cause du dérèglement climatique.

Cependant, les séries de données hydrologiques et climatiques ont un comportement le plus souvent non linéaire et non stationnaire, il est donc nécessaire de choisir des outils d'analyse de données qui décriront avec précision ses composantes cycliques localement et de manière adaptative.

A ce titre, on propose dans cette étude une série de méthodes telles que l'analyse spectrale, l'analyse en ondelettes, l'analyse de Hilbert-Huang et la méthode *Time Dependent Intrinsic Correlation Analysis* (TDIC) pour étudier d'une façon multi-échelle les séries chronologiques des divers indices climatiques et des pluies, afin de comprendre les cycles intrinsèques de leurs fluctuations telles que les oscillations à long, à moyen et à court terme et les tendances intégrées dans les données pluviométriques et mettre ainsi en évidence l'incidence des régimes de télé connexion sur le régime pluviométrique en Algérie du Nord.

Ce mémoire est scindé principalement en quatre chapitres :

Un premier chapitre dédié aux outils traditionnels de l'analyse spectrale de Fourier où nous avons décrit en détail les différents algorithmes relatifs à la Transformée de Fourier Rapide, à la densité spectrale de puissance ainsi qu'aux estimateurs de la densité spectrale, à la Transformée de Fourier à Court Terme, au Spectrogramme, et à la Fonction de Cohérence.

Le deuxième chapitre de ce travail sera consacré à la description de la Transformée en Ondelettes continue et discrète et à l'analyse multi-résolution et ceci par des analyses un variées et des analyses croisées des signaux.

Le troisième chapitre de ce travail sera consacré à la Transformée de Hilbert-Huang et à la Décomposition Modale Empirique (EMD). Dans ce chapitre, on présentera en détail la

méthode *Time Dependent Intrinsic Correlation Analysis* (TDIC) qui est une nouvelle méthode de corrélation croisée basée sur la méthode EMD. L'avantage de la méthode TDIC est qu'elle

utilise la méthode EMD pour estimer une fenêtre adaptative, dans le but de calculer la corrélation intrinsèque en fonction du temps. L'idée en effet, est de considérer que la corrélation classique demande que les séries en entrée soient stationnaires. La méthode TDIC s'applique à des séries non stationnaires et permet de considérer une corrélation locale à une échelle donnée.

Le quatrième chapitre sera réservé à l'application des méthodes développées précédemment pour analyser les séries des pluies et des indices d'oscillations atmosphériques.

Chapitre I

Transformée de Fourier

I.1. Introduction :

En hydrologie, les outils d'analyse temps-fréquence sont utilisés pour analyser les fluctuations ou les variations internes d'un signal hydrologique en terme de fréquence ou d'échelle.

L'analyse spectrale est utilisée en premier lieu dans le but d'une caractérisation générale du contenu spectral de chaque signal hydrologique étudié. Elle correspond à un ensemble de techniques appliquée aux séries de données chronologiques considérées alors comme des signaux, elle permet de décrire ces signaux dans le domaine des fréquences. Cette technique est largement utilisée dans l'analyse des comportements et des caractéristiques des systèmes hydrogéologiques.

L'analyse spectrale a essentiellement pour but d'identifier les principales bandes fréquentielles, et permet ainsi d'avoir une estimation du spectre de puissance d'un signal et de décrire la distribution de la puissance contenue dans le signal à partir d'un nombre fini d'observations.

Historiquement, l'analyse de Fourier est née bien avant les travaux de Joseph Fourier. Elle a été en grande partie élaborée par ses prédécesseurs. Mais J. Fourier représente un repère chronologique important.

Les outils utilisés ont souvent des limites qui limitent la façon dont les données peuvent être interprétées. Les outils d'analyse basés sur l'analyse de Fourier reposent sur la propriété mathématique que tout signal peut être reconstruit à partir de la somme de fonctions sinusoïdales. Ceci, en théorie, est avantageux et peut être utilisé pour décrire les contributions relatives au signal des différentes fonctions sinus avec des fréquences différentes.

Dans ce chapitre, on se limitera à quelques représentations Temps Fréquence : la Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante (STFT), l'analyse spectrale et la Fonction cohérence.

I.2. Transformée de Fourier :

I.2.1. Définition :

Analyse de Fourier est un outil de base en traitement du signal, indispensable dans de nombreux domaines de la recherche, mais elle montre vite des limites justifiées dès lors que l'on sort du cadre rigoureux de sa définition (Assous ;2005)

La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation donne le spectre d'énergie du signal qui permet d'identifier les fréquences qui sont les mieux exprimées (Rossi ,2010)

La transformation de Fourier permet d'associer un spectre à un signal (Fleury 2001). L'utilisation du spectre de Fourier peut nous permettre de caractériser le comportement général des signaux hydrologiques et climatiques (Rossi, 2010)

Le calcul de la transformée de Fourier $f(\omega)$ d'une série de donnée $s(t)$ pour une fréquence ω est obtenu par l'équation :

$$\int f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt s(t) e^{i\omega t} \quad (01)$$

La transformée de Fourier $f(x)$ d'un signal à temps continu $x(t)$ est donnée par l'équation :

$$\mathcal{F}(x) = X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} . dt \quad (\omega) \in (-\infty, +\infty) \quad (02)$$

La transformation de Fourier inverse permet de retrouver un signal à partir de son spectre, elle est donnée par la relation suivante : (Fleury 2001)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi f t} df \quad (03)$$

Toutes les analyses des données sont effectuées avec des données en temps discret. Par conséquent, la transformée de Fourier en temps discret (DFT du Discrète-time Fourier Transform) est utilisée dans l'analyse des données (Djoudi, 2018). La transformée de Fourier n'est donc rien d'autre qu'une opération qui transforme un signal $x(t)$ d'énergie finie en un spectre fréquentiel (Deliou, 2013). La version discrète de la transformée de Fourier appelée la transformée de Fourier discrète (DFT) d'une série chronologique de longueur N est donnée par (Gorege, 2009) :

$$X\left[\frac{n}{NT}\right] = \frac{1}{N} \sum_{K=0}^{N-1} x[kT] e^{-\frac{i2\pi nkT}{NT}} \quad (04)$$

Où T est l'intervalle d'échantillonnage de la série chronologique. La relation d'inversion est :

$$x(kT) = \sum_{K=0}^{N-1} X\left[\frac{n}{NT}\right] e^{-\frac{i2\pi nk}{N}} \quad (05)$$

L'analyse spectrale de Fourier est un bon outil pour l'analyse de signaux stationnaires. Mais lorsque le signal à des paramètres statistiques variant dans le temps, les signaux doivent être analysés dans le domaine fréquence-temps (Gorge, 2009)

I.2.2. Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante :

Si le signal à étudier est non stationnaire, la première solution qui vient naturellement à l'esprit est de limiter le domaine d'intégration temporel (ou spatial) à l'aide d'une fonction «fenêtre» que l'on pourra faire glisser pour explorer le signal ; on obtient ainsi la transformée de Fourier à fenêtre glissante (Truchetet, 1998).

La Transformée de Fourier à court terme ou Transformée à Fenêtre Glissante était l'une des premières techniques de représentation temps-fréquence. Elle est définie par (Portnoff,1980) comme étant le résultat de la multiplication répétée de la série temporelle (t) par une fenêtre courte localisée dans le temps.

La STFT peut être exprimée par la relation suivante :

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{X}(t) \omega(t - \tau) e^{-i2\pi f t} dt \quad (06)$$

Où $w(t)$ est une fonction fenêtre choisie.

Le principe de calcul de la STFT peut être simplifié par la figure 01 (Deliou ,2013) L'idée de la STFT est de briser ou fractionner un signal non stationnaire en sections dans lesquelles le signal est stationnaire (Djoudi ,2018). Le choix de la largeur de cette fenêtre d'analyse est complètement arbitraire.

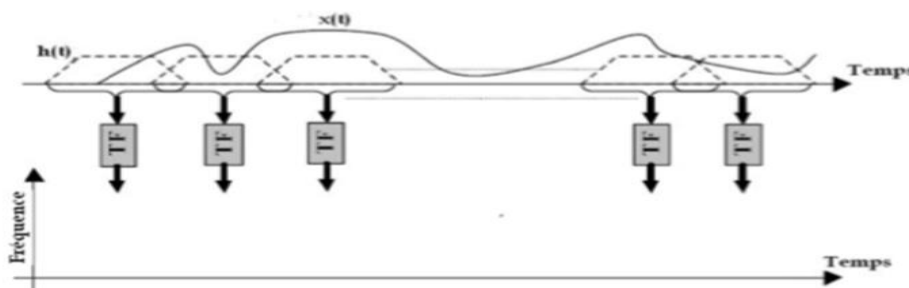


Fig. 01- Principe de calcul de la STFT

Dans certains cas, il est nécessaire de calculer deux STFT avec différentes largeurs de la fenêtre pour arriver à une représentation avec une résolution en temps et en fréquences adéquate (Assous ,2005)

La taille de la fenêtre est choisie de manière à garantir que le segment de signal fenêtré peut être supposé stationnaire. Le fenêtrage se traduit par une localisation dans le temps et donc le spectre ainsi obtenu est appelé spectre local (Gorge ,2009) La limitation de la résolution temps-fréquence est due à l'égalité de (Gabor,1946) qui stipule que :

$$\Delta t. \Delta f \geq k \quad (07)$$

Où Δt : est la résolution temporelle ;
 Δf : est la résolution en fréquence ;
 k : est une constante qui dépend du type de fenêtre utilisée.

I.2.3. Densité Spectrale de Puissance :

Un des premiers éléments importants de l'analyse spectrale nous vient de la définition donnée par Wiener et Khintchine de la densité spectrale de puissance (DSP). Elle s'appuie sur un signal aléatoire complexe X stationnaire au sens large et de fonction de corrélation $r(t)$. la DSP est alors définie par une simple transformée de Fourier :

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (08)$$

Si l'on se place dans un cadre discret (période d'échantillonnage T_e), les coefficients de corrélation sont définis par $r_k = \varepsilon \{x_n^* x_{n+k}\}$. la relation de Wiener-Khintchine s'exprime alors sous forme d'une série selon :

$$S_x(f) = T_e \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_k \exp(-j2\pi f k T_e) \quad (09)$$

$$r_k = \int_{-1/2T_e}^{1/2T_e} S_x(f) \exp(j2\pi f k T_e) df \quad (10)$$

$S(f)$ est bien ainsi une fonction de densité (une puissance par unité de fréquence), une distribution de la puissance en fonction de la fréquence. Il suffit pour s'en convaincre d'exprimer la puissance du signal qui n'est autre que le premier coefficient de corrélation, et donc $r_0 = \int S(f) df$.

Pour un signal réel, la suite d'autocorrélation est paire et la DSP peut être représentée par une transformation en cosinus selon :

$$S_x(f) = 2T_e \sum_{k=0}^{\infty} r_k \cos(2\pi f k T_e) \quad (11)$$

Ceci a pour conséquence que la DSP d'un signal réel est pair

Cette notion d'ergodisme permet d'obtenir une nouvelle définition de la DSP d'un signal selon l'équation.

$$Sx(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \varepsilon \left\{ \frac{1}{(2N+1)Te} \left| Te \sum_{n=-N}^N x_n \exp(-j2\pi fnTe) \right|^2 \right\} \quad (12)$$

Il ya donc deux façons de voir la définition de la DSP, soit directement à partir des échantillons x_n soit à partir des coefficients d'autocorrélation r_n .

Le schéma précédent représente ces deux aspects de la question.

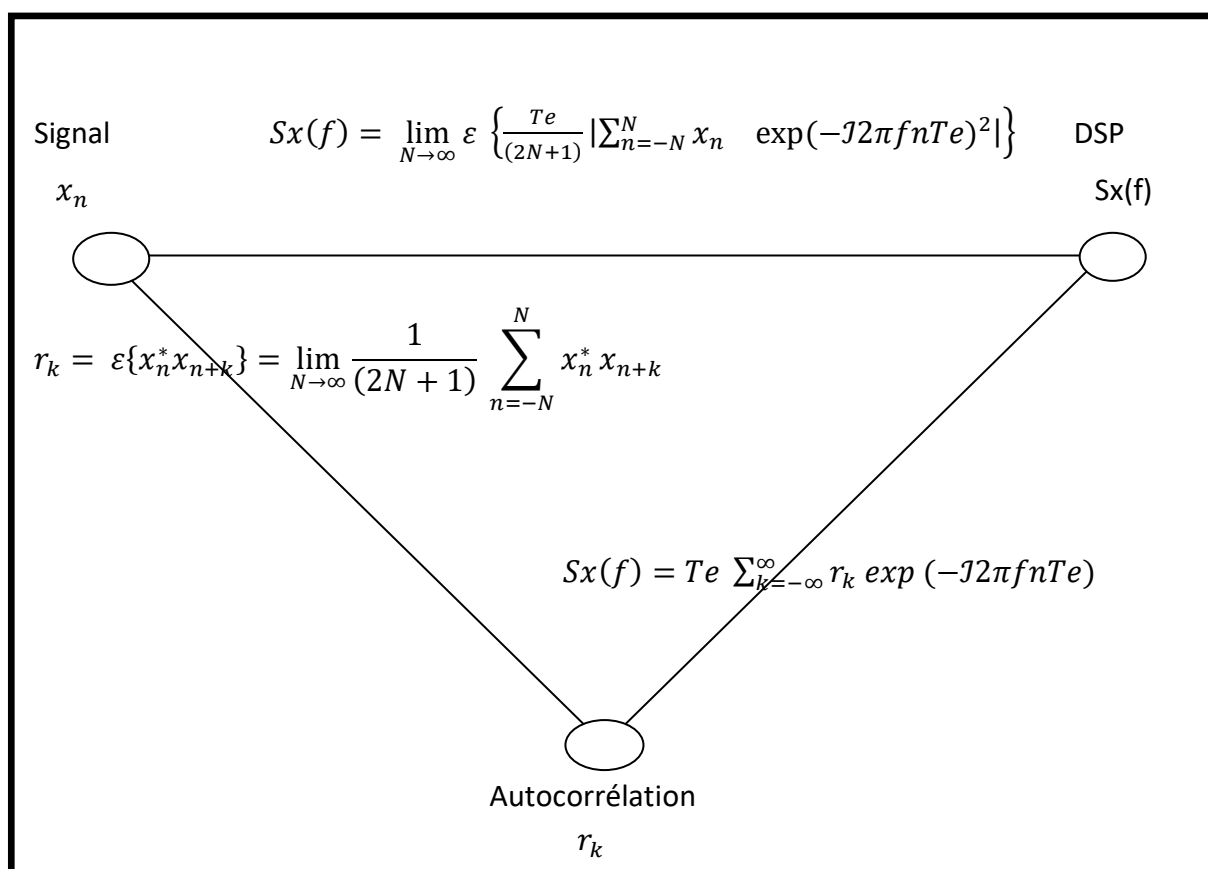


Fig : 02 – Les deux définitions (directe et indirecte) de la DSP

I. 2.4. Méthodes d'estimations spectrales:

- **Les méthodes dites non-paramétriques ou classique :** Sont celles dans lesquelles l'estimation de la DSP est faite directement à partir du signal lui-même. La plus simple de ces méthodes est le périodogramme. Une version améliorée du périodogramme est la méthode de Welch. Une technique non paramétrique plus moderne est la méthode multi conique.
- **Les méthodes dites paramétrique :** l'estimation spectrale paramétrique découle d'une démarche de modélisation plus forte que celle qui est inhérente à toute l'analyse classique. Elle utilise un modèle pour obtenir une estimation du spectre. Ces modèles reposent sur une

connaissance a priori du processus et peuvent être classées en trois grandes catégories :

- Modèles autorégressif (AR)
- Modèles à moyenne ajustée (MA)
- Modèles autorégressif à moyenne ajustée (ARMA).

L'approche paramétrique se décompose en trois étapes :

1. Choisir un modèle décrivant le processus de manière appropriée.
2. Estimer les paramètres du modèle à partir de données disponibles.
3. Estimer le spectre à partir des paramètres du modèle.

I.2.5. Le périodogramme :

I.2.5.1. Définition :

L'on Si reprend l'expression (12) et que l'on omet l'espérance mathématique (on remplace le comportement moyen par une réalisation statistique de l'objet), on trouve la formulation de l'estimateur $\hat{S}_{PER}(f)$ (13) que développa Schuster en 1898. Il le nomma "périodogramme".

$$\hat{S}_{PER}(f) = \frac{1}{NT_e} \left| \text{Te} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp(-j2\pi f k \text{Te}) \right|^2 \quad (13)$$

I.2.5.2. Propriétés :

Considérons un signal x_n , observé sur une plage temporelle discrète $[0, N-1]$ Le périodogramme consiste à calculer la transformée de Fourier de cette réalisation du signal, soit $X(f)$, à en prendre le module, puis à le rendre homogène à une densité de puissance (division par NT_e soit :

$$\hat{S}_{PER}(f) = \frac{1}{NT_e} |X(f)|^2 = \hat{S}_{PER}(f) = \frac{1}{NT_e} \left| \text{Te} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j2\pi f n \text{Te}) \right|^2 \quad (14)$$

Si l'on considère un estimateur particulier de l'autocorrélation selon :

$$r_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|k|-1} x_n^* x_{n+k} \quad (15)$$

On peut réexprimer le périodogramme selon TF des estimées des coefficients d'autocorrélation (16). Remarquons que par rapport à la définition de Wiener – Khintchine (08), on se limite d'une part à un ensemble fini de coefficients, et que d'autre part il s'agit d'estimées des coefficients d'autocorrélation .

$$\hat{S}_{PER}(f) = T e \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} r_k \exp(-j2\pi f k T e) \quad (16)$$

I. 2.6. Variantes du périodogramme :

Afin d'améliorer les performances des périodogramme de nombreuses variantes ont été proposées (Fleury, 2001)

I. 2.6.1. Estimateur de Daniell :

Le premier estimateur présenté ici a été proposé par Daniell en 1946. On construit ainsi l'estimateur spectral suivant :

$$\hat{S}_{DAN}(f_i) = \frac{1}{2p+1} \sum_{n=i-p}^{i+p} \hat{S}_{PER}(f_n) \quad (17)$$

I.2.6.2. Estimateur de Bartlett :

Bartlett utilise en 1948 le même principe de variance ou moyen, on effectue une moyenne sur ces différentes réalisations du même objet statistique :

$$\hat{S}_{BAR}(f) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} \hat{S}_{PER,i}(f) \quad (18)$$

I. 2.6. 3. Estimateur de Welch :

L'estimateur de Welch, présenté en 1967, n'est qu'une généralisation de l'estimateur de Bartlett. On trouve l'estimateur de Welch selon :

$$\hat{S}_{WEL}(f) = \frac{1}{K'} \sum_{i=0}^{K'-1} \hat{S}_{PER,i}(f) \quad (19)$$

I.2.7. Corrélogramme :

I. 2.7.1. Définition :

La DSP d'un signal, nous l'avons vu, est définie comme étant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. Le corrélogramme utilise donc cette définition en remplaçant les

Coefficients d'autocorrélation r_k par des estimés (\hat{r}_k). On ne retient en pratique, nous allons voir pourquoi, qu'un nombre limité M de coefficients de corrélation. On construit alors le corrélogramme selon l'équation (20) :

$$\hat{S}_{corr}(f) = T e \sum_{m=-M}^M \hat{r}_m \exp(-j2\pi f m T e) \quad (20)$$

I. 2.7.2. Estimateurs de l'autocorrélation :

A ce stade, on peut se demander quel estimateur des coefficients d'autocorrélation utiliser. Si l'on fait l'hypothèse pour l'autocorrélation, on peut remplacer la moyenne d'ensemble par une moyenne temporelle (21) :

$$\hat{r}_m = \frac{1}{N - |m|} \sum_{k=0}^{N-|m|-1} x_k x_{k+|m|} \quad (21)$$

Afin de pallier une telle variance, un autre estimateur de l'autocorrélation a été établi (22)

$$\hat{r}_m^B = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-|m|-1} x_k x_{k+|m|} \quad (22)$$

I.2.8. Fonction Densité Spectrale Croisée :

Le PSD est un cas particulier de la fonction densité spectrale croisée (CSD pour Cross Spectral Densité fonction), elle est définie entre deux signaux et par :

$$S_{xy}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xy}(m) e^{-j\omega m} \quad (23)$$

Pour estimer la densité spectrale croisée de deux signaux et de longueur égale en utilisant la méthode de Welch, la fonction CSD forme le périodogramme comme étant le produit de FFT de x et le conjugué de la FFT. Contrairement au PSD à valeur réelle, la CSD est une fonction complexe. La CSD gère la section et le fenêtrage de x et y de la même manière que la fonction utilisée dans la méthode de Welch sous Matlab :

$$S_{xy} = \text{csd}(x, y, \text{nfft}, \text{fs}, \text{window}, \text{numoverlap})$$

I. 2.9. Spectrogramme :

La représentation à deux dimensions (2D) de ce spectre s'appelle spectrogramme. Il permet d'assurer toujours des valeurs réelles positives ou nulles lorsque la STFT présente des valeurs complexes.

Le spectrogramme, $SP(\omega, t)$, est donné par l'amplitude de la fonction STFT par :

$$SP(\omega, t) = |STFT(\omega, t)|^2 \quad (24)$$

Pour calculer le spectrogramme, les données numériques échantillonnées dans le domaine temporel sont divisées en plusieurs segments, qui se chevauchent habituellement, et transformées à l'aide de la transformée de Fourier pour calculer l'amplitude du spectre de puissance de chaque segment. Chaque segment correspond alors à une ligne verticale dans l'image de la représentation temps-fréquence, une représentation de l'amplitude en fonction de la fréquence à un moment donné dans le temps.

I.2.10. Transformée de Fourier Rapide (FFT) :

La FFT pour Fast Fourier Transforme est un algorithme de Cooley et (Tuckey ,1965), est un moyen efficace pour calculer la transformée de Fourier discrète DFT. La FFT mise au point par Cooley et Tukey en 1965 a permis en fait d'exploiter la Transformée de Fourier et d'en faire un outil mathématique de choix. L'algorithme de Cooley-Tukey (1965) pour calculer la TFD de $X \in \mathcal{C}^N$ avec $N = 2^M$ peut-être simplifié par :

$$\begin{aligned} X_K &= \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{\frac{-2\pi kn}{N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n} e^{\frac{-i2\pi kn}{N}} + \sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n+1} e^{\frac{-i2\pi k(2n+1)}{N}} \\ &= \underbrace{\sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n} e^{\frac{-i2\pi kn}{N/2}}}_{TFD_{N/2}} + e^{\frac{-i2\pi kn}{N/2}} \underbrace{\sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n+1} e^{\frac{-i2\pi kn}{N/2}}}_{TFD_{N/2}} \end{aligned}$$

L'interprétation des résultats de la transformée de Fourier rapide ne nécessite pas une éducation bien fondée dans l'algorithme lui-même, mais plutôt une compréhension approfondie de la transformée de Fourier discrète.

Cela découle du fait que la FFT est simplement un algorithme (c'est-à-dire une méthode particulière pour effectuer une série de calculs) qui peut calculer la transformée de Fourier.

I.2.11. Fonction de Cohérence :

La cohérence entre deux signaux x et y est définie par :

$$C_{xy}(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_{xx}(\omega)S_{yy}(\omega)} \quad (25)$$

Ce quotient est un nombre réel compris entre 0 et 1 qui mesure la corrélation entre x et y à la fréquence .

La fonction cohérence prend les séries de x et y , calcule leurs spectres de puissance et leur densité spectrale croisée.

CSD, et renvoie le quotient de la grandeur au carré de la CSD et du produit des spectres de puissance. Ses options et son fonctionnement sont similaires à ceux des fonctions CSD et TFE.

La fonction de cohérence de l'entrée x et la sortie du filtre y en fonction de la fréquence, peut être estimée sous Matlab par la fonction cohère suivante :

```
cohère(xn, yn, 256, fs, 256, 128, 'none')
```

Le graphe donné par la figure 03, illustre la fonction cohérence obtenue.

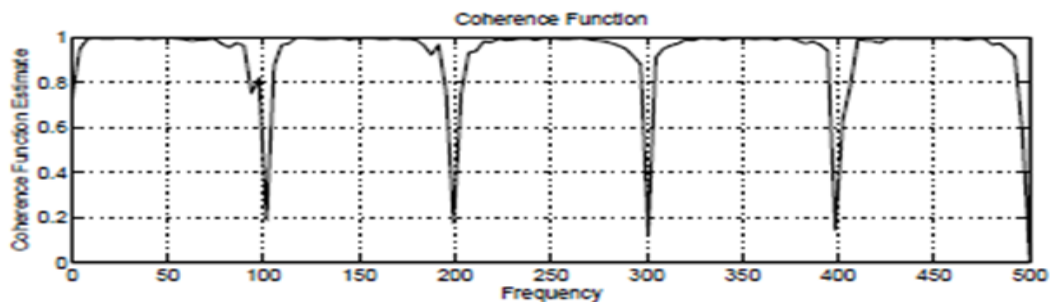


Fig. 03 -Fonction Cohérence

I.3.Conclusion :

Cette technique a été utilisée par plusieurs chercheurs pour tenter de caractériser les différents problèmes analysés. En effet, elle est un outil bien utile pour la caractérisation globale des signaux et des images. En outre, l'analyse locale de Fourier n'est pas suffisante et précise pour cerner toutes les informations nécessaires à la caractérisation des signaux analysés.

Chapitre II

Analyses en Ondelettes

Chapitre II

Analyses en Ondelettes

II.1 Introduction :

L'analyse spectrale ne permet pas d'obtenir une information localisée dans le temps, c'est pour cette raison que nous allons utiliser l'analyse en Ondelettes pour replacer dans le temps les phénomènes hydrologiques et climatiques mis en évidence par l'analyse spectrale. (Bustamante,2009) On peut classer les transformées en Ondelettes selon la famille à laquelle appartiennent les fonctions analysantes choisies.

Les ondelettes sont une extension de l'analyse de Fourier qui permettent de mettre en évidence une évolution du spectre au cours du temps (Grossmann et Torresani, 2001). La transformée en ondelettes, qui décompose le signal à la fois en temps et en fréquence, permet de décrire correctement ces variabilités périodiques ou non, en considérant les changements dans le contenu spectral du signal analysé pour identifier les structures cohérentes et caractériser la variabilité de divers paramètres spatiaux ou temporels (Djoudi, 2018).

La transformation en ondelettes a connu un grand succès qui repose sur le même type d'arguments. Précisons ici que la transformée par Ondelettes a une ambition bien plus grande que celle de la transformée de Fourier car la classe des signaux qu'elle vise à décrire, c'est-à-dire les signaux non stationnaires, est d'une bien plus grande diversité

Dans ce chapitre nous essayerons dans un premier temps de mettre en évidence certaines structures présentes de manière ponctuelle ou plus moins étendue dans le temps, et de mieux comprendre les inter-relations entre variables à certains niveaux d'échelle. Nous essayerons également de procéder à une analyse multirésolution suivie d'une analyse croisée entre détails des indices et détails des pluies, et approximations des indices et approximations des pluies, afin de mettre en évidence le comportement du système indice-pluie et sa sensibilité aux variations.

.

II.2 Analyse en Ondelettes :

La philosophie de base de la transformée en Ondelettes est que n'importe quel signal ou série temporelle peut être décomposée en une série de dilatations

L'analyse en Ondelettes représente un outil analytique efficace, permettant d'étudier la composition spectrale des signaux non stationnaire. En hydrologie, l'analyse en ondelettes est utilisée pour identifier les structures cohérentes et caractériser la variabilité de divers paramètres spatiaux ou temporels.

II.2.1. Transformée en Ondelettes :

La transformée en Ondelettes présente des effets de bord proportionnels à l'échelle de l'ondelette d'analyse. Elle est une représentation temps - échelle qui permet de décrire l'évolution temporelle des caractéristiques d'un signal relativement à une échelle d'observation donnée. (Sharabaty ,2007)

La transformée en ondelettes, qui décompose le signal à la fois en temps et en fréquence, permet donc de décrire correctement ces fluctuations hydrologiques ou climatiques, périodiques ou non, en considérant, contrairement à la transformée de Fourier, les changements dans le contenu spectral du signal analysé (Rossi ,2010)

La transformée en ondelettes s'est imposée comme une technique de représentation temps échelle performante. Elle permet de décrire l'évolution temporelle des caractéristiques d'un signal relativement à une échelle d'observation donnée.

La transformée en Ondelettes est basée sur la convolution du signal à analyser avec un ensemble d'Ondelettes, il est plus pratique de traiter les données dans l'espace de Fourier, donc remplacer la convolution par un simple produit algébrique et pour transformer les données dans le domaine temporel pour obtenir les coefficients d'ondelettes. (Zerouali.2018)

Différentes Ondelettes peuvent être utilisées, les plus courantes sont :

- ✓ **Ondelettes continues :**
 - Ondelette de Morlet ;
 - Ondelette Sombrero.
- ✓ **Ondelettes discrètes :**
 - Ondelettes orthogonales
 - Ondelettes bi-orthogonales
 - Ondelettes semi-orthogonales:

Le choix de l'ondelette dépend surtout de l'application. En effet, ce choix est basé sur le fait de trouver des bancs de filtres qui compactent le maximum d'énergie (Gada,2013)

Par ce changement d'échelle (contraction - dilatation), la transformée en Ondelettes amène à une décomposition temporelle du signa (Sharabaty ,2007)

II.2.2. Analyse en ondelettes continues :

La philosophie de base est que n'importe quel signal ou série temporelle peut être décomposée en une série de dilatations et compressions d'une ondelette mère notée $w(t)$. L'avantage de cette approche est que les hautes fréquences peuvent être localisées sur un plus petit intervalle de temps que les basses fréquences.

Les coefficients $C_x(a, \tau)$ de la transformée en ondelettes d'un signal $x(t)$ sont donnés par le produit scalaire :

$$C_x(a, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,\tau}^*(t) dt \quad (26)$$

Avec :

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \quad (27)$$

Où $\psi(t)$ représente l'ondelette mère, b le paramètre de translation et a le paramètre d'échelle ($a \neq 0$). Le coefficient d'ondelette $C(a, b)$ d'un signal $S x(t)$ dépend de la forme de celui-ci au voisinage du temps b . Quand $S(t)$ varie peu dans le temps, son produit par l'ondelette Ψ engendre une petite aire, autrement dit, $C(a, b)$ est petit. Quand, au contraire, la séquence du signal est irrégulière et que ses variations de fréquence sont comparable à celle de l'ondelette, l'aire du produit entre le signal et l'ondelette est important.

Une interprétation fréquentielle de l'équation (26) est aussi possible en utilisant le théorème de Parseval, les coefficients d'ondelettes du signal temporel continu $x(t)$ sont aussi données par la relation :

$$C_x(a, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}(\omega) \sqrt{a} \hat{\psi}(a\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}(\omega) \Psi_{a,\tau}(\omega) d\omega \quad (28)$$

Cette formulation indique que les coefficients en ondelettes peuvent aussi s'interpréter par le filtrage de (transformée de Fourier de $x(t)$) par un banc de filtres $\Psi_{a,\tau}(\omega)$ relié à la transformée de Fourier de la fonction ondelette par la relation :

$$\Psi_{a,\tau}(\omega) = \sqrt{a} \hat{\psi}(a\omega) e^{i\omega\tau} \quad (29)$$

L'ondelette peut être interprétée comme un filtre passe bande de fréquence centrale f_c . La valeur des coefficients est d'autant plus grande que la fréquence du signal analysé coïncide avec celle de l'ondelette. La variation du paramètre ' a ' permet de déterminer les modes du signal qui correspondent à la fréquence f_c :

$$f_s = f_c / a \quad (30)$$

Il y a des exigences mathématiques strictes que l'ondelette doit appliquer.

La première condition impose donc une décroissance rapide autour de l'origine temporelle. Cette propriété peut être transposée dans le plan fréquentiel (décroissance rapide autour de l'origine des fréquences) et l'on a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega = K_\psi < +\infty \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (31)$$

En plus de la condition de normalisation de la fonction ondelette (la fonction ondelette doit satisfaire $\|\Psi\|=1$, où $\|\cdot\|$ est la norme L^2 classique sur \mathbb{R}), des conditions plus restrictives doivent être exigées sur les moments de la fonction afin d'obtenir une formule de reconstitution du signal à partir de ces coefficients. Plus précisément, le processus temps continu $x(t)$ sera d'autant mieux reconstruit à partir de ces coefficients en ondelettes que les moments d'ordre élevé de la fonction ondelettes sont nuls ou quasi-nuls :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \quad k = 1, \dots, N - 1 \quad (32)$$

La fonction ondelette qui vérifie la condition ci-dessus est dite régulière d'ordre N . Si ces conditions sont remplies, il existe une formule de reconstitution du signal temps continu $x(t)$ à partir de ces coefficients en ondelettes :

$$x(t) = \frac{1}{K_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_\psi(a, \tau) \psi_{a,\tau}(t) \frac{dad\tau}{a^2} \quad (33)$$

Autre propriété intéressante est à notre disposition : la conservation d'énergie entre plan temporel ($x(t)$) et plan temps-échelle ($C_x(a, \tau)$) :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{K_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |C_x(a, \tau)|^2 \frac{dad\tau}{a^2} \quad (34)$$

Plusieurs fonctions ondelettes satisfaisant plus ou moins les conditions d'admissibilité sont proposées dans le cadre de l'analyse en ondelettes continue. Deux fonctions particulièrement populaire pour la transformée en ondelettes sont le chapeau mexicain et l'ondelette de Morlet. Une autre ondelette, baptisée suivant les auteurs ondelette de Paul ou ondelette de Cauchy.

Les propriétés de ces ondelettes sont résumées dans le tableau suivant :

Nom	$\psi_0(\eta)$	$\hat{\psi}_0(s\omega)$	ρ	ν
Morlet (ω_0)	$\pi^{-1/4} e^{i\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2}$	$\pi^{-1/4} H(\omega) e^{-(s\omega-\omega_0)^2/2}$	$\sqrt{2a}$	$\frac{4\pi a}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}}$
Paul (m)	$\frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\pi(2m)!}} (1 - i\eta)^{-(m+1)}$	$\frac{2^m}{\sqrt{m(2m-1)!}} H(\omega) (a\omega)^m e^{-a\omega}$	$a/\sqrt{2}$	$\frac{4\pi a}{2m+1}$
DOG (m)	$\frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m+1/2)}} \frac{d^m}{d\eta^m} (e^{-\eta^2/2})$	$\frac{i^m}{\sqrt{\Gamma(m+1/2)}} (a\omega)^m e^{-(a\omega)^2/2}$	$\sqrt{2a}$	$\frac{2\pi a}{\sqrt{m+1/2}}$

Tableau. 01 : Fonctions ondelettes et leurs propriétés. Les constantes, dans l'expression de $\psi_0(\eta)$ et $\hat{\psi}_0(s\omega)$, assurent une énergie unité.

D'où

η : est un paramètre d'espace sans dimension.

ρ : est une mesure des effets de bord

ν : est la longueur d'onde de Fourier associée à l'échelle a .

$H(\omega)$: Fonction Heaviside, $H(\omega) = 1$ si $\omega > 0$, $H(\omega) = 0$

Γ : Fonction Gamma, $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$; $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.

DOG : dérivée d'une Gaussienne, $m=2$ donne le chapeau mexicain. Par analogie avec le co-spectre de Fourier, on peut définir un co-spectre en ondelettes $W_{xy}(a,\tau)$ entre deux signaux temps continu $x(t)$ et $y(t)$:

$$W_{XY}(a,\tau) = C_X(a,\tau)C_Y^*(a,\tau) \quad (35)$$

Où $C_X(a,\tau)$ et $C_Y^*(a,\tau)$ sont respectivement les coefficients en ondelettes de $x(t)$ et les coefficients en ondelettes conjugués de $y(t)$. Une représentation de type Wiener-Kinchine est ainsi possible. En effet, l'espérance du co-spectre en ondelettes est la transformée en ondelettes de la fonction de covariance des signaux entrée et sortie :

Fourier :

$$E[S_{XY}(\omega)] = \int_{-\infty}^{+\infty} Cov_{XY}(t).e^{-i\omega t} dt \quad (36)$$

Ondelettes :

$$E[W_{XY}(a,\tau)] = E \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(u)\psi_{a,\tau}^*(u)du \int_{-\infty}^{+\infty} y(v)\psi_{a,\tau}^*(v)dv \right] \quad (37)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E[x(u)y(v)]\psi_{a,\tau}^*(u)\psi_{a,\tau}^*(v)dudv$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Cov_{XY}(u-v)\psi_{a,\tau}^*(u)\psi_{a,\tau}^*(v)dudv \quad (38)$$

Une autre information sur la relation entre les signaux de type temps-continu peut être extraite de la fonction de cohérence en ondelettes définie par :

$$\Gamma(a,\tau) = \frac{W_{XY}(a,\tau)}{\sqrt{W_{XX}(a,\tau)W_{YY}(a,\tau)}} = \rho_{XY}(a,\tau)\exp(i\theta_{XY}(a,\tau)) \quad (39)$$

II.2.3. Analyse en ondelettes discrètes :

La transformée en ondelettes discrète (DWT) est basé sur la décomposition du signal original des données en une série de fonctions discrètes de niveaux variables, l'assemblage qui reconstruit le signal original. La transformée en ondelettes discrète de Daubechies (db wavelets) est l'une des transformations les plus utilisable dans l'analyse des phénomènes

Dans l'objectif de trouver une base de fonctions orthonormées, la transformée en ondelettes discrète (TOD ou DWT en anglais) a été introduite pas (Daubechies ,1992). Dans le même style que la transformée de Fourier discrète (TFD), la transformée en ondelette discrète est une transformation linéaire applicable sur un vecteur (série temporelle ou signal).

La caractéristique définissant la TOD est que les fonctions de base ont un support compact (elles sont non nulles, seulement dans des intervalles finis dans les deux domaines temps et fréquences).

Là où la transformée de Fourier projette une fonction impulsionnelle d'un domaine en une sinusoïde de support infini dans l'autre domaine, la TOD projette une fonction impulsionnelle d'un domaine en une fonction dans l'autre domaine tout en gardant un support fini. L'inconvénient de créer une telle base de fonctions est que la régularité sinusoïdale est sacrifiée est considérée comme un processus de décomposition du signal en approximations et en détails. La transformée en ondelettes discrète (DWT) a la forme de :

$$\Psi_{m,n} \left(\frac{t - \tau}{s} \right) = s_0^{-m/2} \Psi \left(\frac{t - n\tau_0 s_0^m}{s_0^m} \right) \quad (40)$$

Où :

Ψ : est l'ondelette mère

s : est alors appelé facteur d'échelle (dilatation), tandis que le paramètre τ est appelé facteur de translation (temps) ; m, n sont responsables d'opération respectivement de dilatation et translation (m et n sont des nombres entiers) ;

t : est une valeur indépendante.

s_0 : est une étape fixe spécifiée de dilatation supérieure à 1.

t_0 : est le paramètre de position (doit être supérieur à zéro).

A partir de cette équation, on peut voir que l'étape de translation $n\tau_0 s_0^m$ dépend de la dilatation s_0^m (Li et al. 2009). Si on choisit $s_0 = 2$ et $\tau_0 = 1$, on exprime alors la transformée en ondelettes dyadique, c'est le cas le plus efficace pour des raisons pratiques. Pour une série chronologique discrète $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, où x_i s'observe à des temps discrets t le DWT devient :

$$W_{m,n} = 2^{-m/2} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \Psi(2^{-m}i - n) \quad (41)$$

Où :

$W_{m,n}$ est le coefficient d'ondelettes pour l'ondelette discrète d'échelle $s = 2^m$ et de position

$$\tau = 2^m n ;$$

Donc le DWT informe la variation d'une série chronologique à différentes échelles et localisations, d'après Mallat (1989).

La description simple de la transformée en ondelette discrète est définie par la forme suivante :

$$\chi(i) = A_x^m(i) + \sum_{j>m+1} D_x^j(i) = A_x^m(i) + R_x^j(i) \quad (42)$$

A^m : Approximation du signal discret $x(i)$ à la résolution m ;

$$A_x^m(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle x, \varphi_{m,k} \rangle \cdot \varphi_{m,k}(i) \quad (43)$$

D^m : Détail du signal discret $x(i)$ à la résolution.

$$D_x^m(i) = \sum_{k=-\infty}^{-\infty} \langle x, \psi_{m,k} \rangle \cdot \psi_{m,k}(i) \quad (44)$$

R_x^m : Résidu à l'échelle d'approximation m .

Pour plus de détail sur le DWT et sa version inverse, le lecteur est invité à consulter les travaux de Mallat (1989), de Daubechies (1992) et Labat et al. (2000, 2002).

A partir de l'expression présentée au-dessus, l'énergie totale $T_x(m)$ peut être capturée ou estimée pour un détail à l'échelle m sélectionnée d'un signal discret x_i :

$$T_x(m) = 1/2^{M-n} \sum_{n=1}^{2^{M-n}} (D_{m,n}^x)^2 \quad (45)$$

II.3. Analyse croisée en ondelettes :

Une méthode d'analyse croisée basée sur la transformée en ondelettes continue.

La méthode d'analyse en ondelettes multi-échelle, applicable à de nombreux signaux hydrologiques, s'avère totalement complémentaire à l'analyse croisée spectrale de type Fourier, tout en fournissant des indications plus précises sur la variabilité temporelle ou la non stationnarité entre les deux variables.

L'analyse en ondelettes croisée est élaborée dans le but de comparer deux séries temporelles (indice et pluie) afin de voir les similitudes entre elles et, pour identifier le degré de corrélation entre deux séries temporelles à travers un spectre croisé

Le XWT entre des deux séries X_n et X_n est définie comme : $W^{xy} = W^x W^{y*}$ où (*) est le complexe conjugué et $|W^{xy}|$ est le spectre de puissance en ondelettes croisées donnée par :

$$D \left(\frac{W_n^x(s) W_n^{x*}(s)}{\delta_x \delta_y} < p \right) = \frac{z_v(p)}{v} \sqrt{P_k^x P_k^y} \quad (46)$$

$$P_k = \frac{1 - a^2}{|1 - a e^{-2i\pi k}|^2} \quad (47)$$

Où :

P_k : est le spectre de puissance de Fourier d'un processus auto régressif du premier ordre Avec auto corrélation a de pas égale à 1 avec p_k^x calculé pour x_n de variance δ_x et p_k^y calculé pour y_n de variance δ_y .

$z_v(p)$: est le niveau de signification liée à la probabilité p pour la fonction de densité de probabilité (FDP) défini par la racine carrée du produit des deux distributions x^2 .

Dans le cas où $V=2$ et le niveau de signification de 5 %.

II.4. Analyse de Cohérence par ondelettes (WCT) :

Dans cette approche, la cohérence est mesurée entre deux transformées en ondelettes croisées dans l'espace (temps-fréquence). Selon Torrence et Webster (1998), la fonction de cohérence par ondelettes est définie comme suit :

$$R_n^2(s) = \frac{|S(s^{-1} W_n^{XY}(S))|^2}{S(|S^{-1}(W_n^X(S))|^2) \cdot S(|S^{-1}(W_n^Y(S))|^2)} \quad (48)$$

Où S est un opérateur de lissage, L'opérateur de lissage S la plus compatible est calculée comme suite :

$$S(w) = S_{scal} (S_{time} (W_n(S))) \quad (49)$$

Où S_{scal} exprime le lissage sur le long de l'axe de l'échelle d'ondelette et S_{time} le lissage dans le temps.

II.5. Conclusion :

Les ondelettes apparaissent comme une découverte importante en mathématiques appliquées. Dans de nombreux domaines d'applications où l'analyse de Fourier était traditionnellement employée, elles ont ouvert une voie alternative, souvent mieux adaptée à la nature des phénomènes étudiés. Elles ont également eu le mérite de favoriser le dialogue entre différentes communautés scientifiques intéressées par leurs potentialités.

Chapitre III

Transformée de Hilbert-Huang

Chapitre III

Transformée de Hilbert-Huang

III.1. Introduction

La transformée de Hilbert Huang (T.H.H) a été introduite pour la première fois en 1998, par Huang afin d'analyser des signaux provenant des systèmes non linéaires et non stationnaires (Gada, 2013). La Transformée de Hilbert-Huang est une transformation linéaire qui permet d'étendre un signal réel dans le domaine complexe pour calculer la distribution qui possède une seule fréquence à chaque échantillon, ensuite calculer la fréquence et l'amplitude instantanée de chacune de ces composantes en utilisant la transformée de Hilbert.

III.2. Transformée de Hilbert :

En mathématiques et en traitement du signal, la Transformée de Hilbert notée $\mathcal{H}\{x\}(t)$ ou $\hat{y}(t)$, d'une fonction de la variable réelle $x(t)$ est une transformation linéaire qui permet d'étendre un signal réel dans le domaine complexe, de sorte qu'il vérifie les équations de Cauchy-Riemann.

Par définition :

$$\mathcal{H}\{x\}(t) = \hat{y}(t) = (h * x)(t) = vp \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \right\} = \frac{1}{\pi} vp \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \right\} \quad (50)$$

Où

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (51)$$

Et

$$vp \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \right\} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{-\infty}^{t-\epsilon} x(\tau) h(t - \tau) d\tau + \int_{t+\epsilon}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \right\} \quad (52)$$

Et où vp étant l'abréviation de valeur principale de Cauchy.

La transformée de Hilbert a été utilisée, afin de calculer des fréquences et des amplitudes instantanées et de décrire le signal plus localement.

III .2.1. Spectre de Hilbert :

Byron et Fuller (1992) et Gabor (1946) ont montré qu'une fonction analytique peut être formée avec la paire de la transformée de Hilbert, comme indiqué dans l'équation suivante :

$$z(t) = x(t) + i\hat{y}(t) = A(t)e^{i\theta(t)} \quad (53)$$

Où

$$A(t) = (x(t)^2 + \hat{y}(t)^2)^{1/2}, \theta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{\hat{y}(t)}{x(t)}\right) \text{ et } i = \sqrt{-1} \quad (54)$$

Où $A(t)$ et $\theta(t)$ représentent respectivement les Amplitudes Instantanées et les Fonctions de Phase.

La fréquence instantanée peut alors être écrite comme la dérivée temporelle de la phase (Gabor 1946), comme indiqué dans l'équation suivante :

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (55)$$

L'estimation de l'Amplitude Instantanée et de la fréquence instantanée d'un signal $x(t)$ par la Transformée de Hilbert peut être schématisée par la Fig.III.1

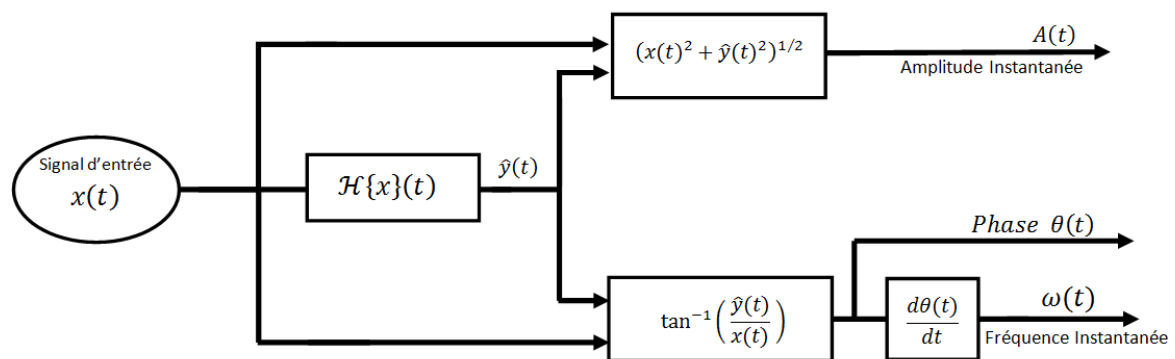


Fig.04 - Principe d'estimation de la Fréquence Instantanée via le signal analytique $z(t)$ de $x(t)$.

Notez que la fonction analytique $z(t)$ est l'approximation mathématique du signal original $x(t)$.

Comme les fonctions d'amplitude et de fréquence sont exprimées en fonction du temps, le spectre de Hilbert, qui affiche les contributions d'amplitude relative ou d'énergie (carré d'amplitude) pour une certaine fréquence à un moment donné, peut être construit comme $\mathcal{H}(\omega, t)$. Ensuite, un spectre marginal peut être calculé comme indiqué dans l'équation(56), où le spectre est intégré sur le domaine temporel de 0 à T.

$$E(\omega) = \int_0^T \mathcal{H}(\omega, t) dt \quad (56)$$

Le spectre marginal représente la somme de toutes les amplitudes (énergies) sur toute l'étendue des données.

III .2.2. Implémentation de la Transformée de Hilbert

Un signal réel peut s'exprimer comme un signal discrétisé $x[n]$ sur un intervalle fini :

$$x[n] = x_c(nT) \quad \text{OU} \quad n \in I = [0, \dots, N - 1] \quad (57)$$

Où T est la période d'échantillonnage.

Nous pouvons calculer la transformée discrète de Fourier (DFT) de la série $x[n]$ en utilisant la formule suivante :

$$x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{j2\pi kn/N} \quad (58)$$

Où

$$X[k] = X_r[k] + jX_i[k] \quad \text{et} \quad j = \sqrt{-1} \quad (59)$$

Alors, le signal initial peut se récrire comme suit :

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi kn/N} \quad (60)$$

• Diagrammes de blocs de l'implémentation de la transformée de Hilbert

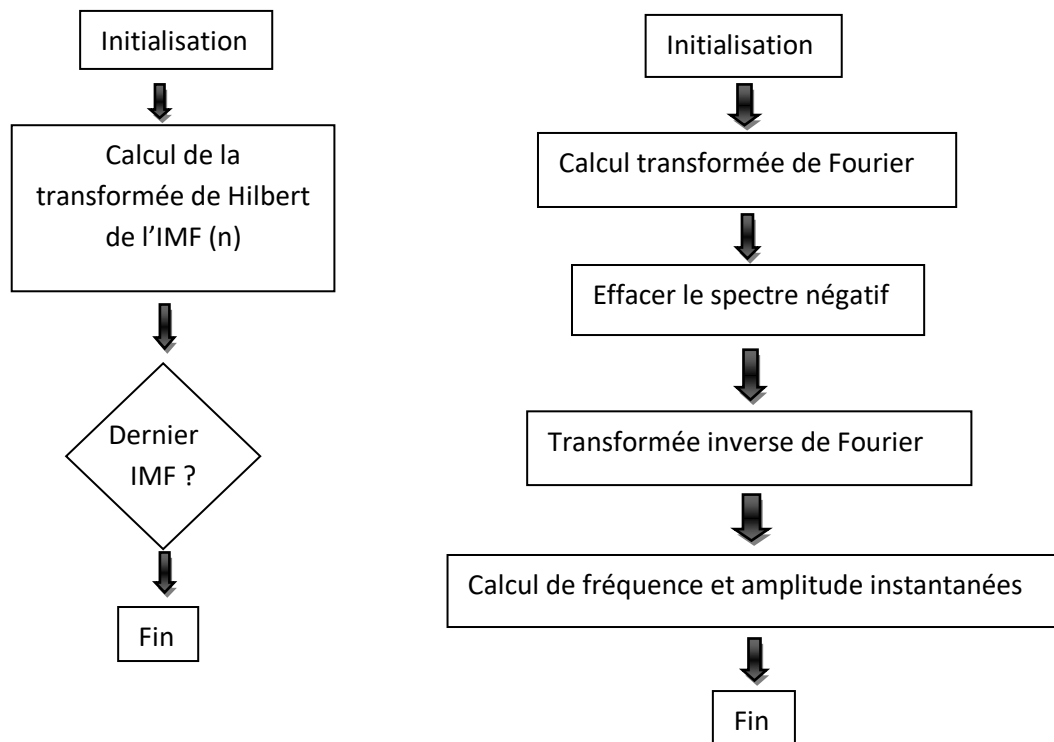


Fig.05 : Diagrammes de blocs de l'implémentation de la transformée de Hilbert

III.3. Décomposition Modale Empirique :

La Décomposition Modale Empirique (EMD pour Empirical Mode Decomposition) a été introduite pour la première fois en 1998 par l'équipe de Norden E. Huang de la NASA (Huang et al. 1998) pour étudier des données climato-atmosphériques.

La décomposition en mode empirique (EMD) est une méthode adaptative introduite pour analyser les signaux non linéaires et non stationnaires et aussi utilisée pour lisser une série temporelle, ou en extraire une tendance.

La méthode EMD permet de décomposer une série temporelle en une somme de séries temporelles appelées "Modes", chacune ayant une fréquence caractéristique.

La méthode exprime une série temporelle $X(t)$ comme la somme d'un nombre fini de modes $C_i(t)$ et d'un résidu final $r(t)$

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r(t) \quad (61)$$

La série temporelle d'origine comme une tendance (en version lissée) et un terme haute fréquence $x'(t)$

$$X(t) = \bar{X}(t) + x'(t) \quad (62)$$

a) Fonction Modale Intrinsèque :

Une IMF est une fonction qui doit satisfaire deux conditions :

- avoir un nombre d'extrema et de passages par zéro égaux ou au plus différents d'une unité ;
- à chaque instant, la valeur moyenne entre son enveloppe supérieure et inférieure doit être nulle.

La deuxième condition est nécessaire pour que la fréquence instantanée n'ait pas de fluctuations indésirables dues à l'asymétrie du signal.

Le signal $x(t)$ peut alors s'écrire :

$$x(t) = \sum_{j=1}^N IMF_j(t) + r(t), \quad (N \in \mathbb{N}^*), \quad (63)$$

Où $IMF_j(t)$ est la j^e oscillation, $r(t)$ le résidu de la décomposition et N le nombre d'IMF (ou modes).

L'approche proposée repose entièrement sur les caractéristiques oscillatoires de $x(t)$. Cette décomposition est entièrement pilotée par les données du signal (ou *data driven*) et adaptée à celui-ci. C'est pourquoi le nom de *fonction modale intrinsèque* (IMF) a été retenu, principalement car il associe naturellement l'idée de décrire un signal $x(t)$ suivant ses différents modes d'oscillations naturelles. La méthode est par construction, d'après l'équation (63), une décomposition complète, N étant fini. En effet, si l'on additionne toutes les IMF ainsi que le résidu alors, on reconstruit linéairement le signal original sans perte ou déformation de l'information initiale (Cexus 2005 et Huang et al. 1998).

Même si la notion d'IMF repose plus sur une intuition que sur une définition très rigoureuse, cette fonction doit respecter certains critères comme précisé ci-dessous (Cexus 2005).

Définition : Une IMF (ou mode empirique) est une fonction telle que :

$$IMF: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ t \rightarrow IMF_j(t) \end{cases} \quad (64)$$

qui doit être :

- a) de moyenne nulle ;
- b) dont les nombres d'extrema et de passages à zéro diffèrent au plus de un (en d'autres termes, cela signifie qu'entre un minimum et un maximum successif, une IMF passe par zéro) ;
- c) qui suit une loi de modulation en amplitude et en fréquence (comportement oscillant) naturellement de type mono-composante.

- Le point (a) est lié à la contrainte d'estimation de la Fréquence Instantanée d'un signal mono-composante avec la Transformée de Hilbert.
- Le point (b) repose sur la définition de bande étroite d'un signal mono-composante.
- La dernière remarque (c) est plus une conséquence due au processus d'estimation de l'IMF.

Ainsi, même si la notion d'IMF repose essentiellement sur un concept, celle-ci présente des caractéristiques très strictes et peut être formalisée par le modèle suivant :

$$IMF_j(t) \approx \Re \{a_j(t) \cdot e^{i\phi_j(t)}\} \quad (65)$$

Avec $a_j(t)$ l'amplitude de l'enveloppe de la j^e IMF et $\phi_j(t)$ sa phase.

En fait, les contraintes imposées reposent sur la volonté d'estimer la Fréquence Instantanée et l'Amplitude Instantanée d'une IMF en utilisant la Transformée de Hilbert. En effet, l'objectif initial de l'EMD est de réaliser une décomposition temporelle en signaux mono-composante pour calculer leurs Fréquences Instantanées, définies comme étant la dérivée de la phase du signal analytique. Par la suite, la connaissance des Fréquences Instantanées permet d'aboutir à une représentation temps-fréquence.

b) Sifting Process

Le principe de la décomposition modale empirique est assuré par le processus de tamisage connu sous le nom de "*Sifting Process*" et défini par l'algorithme décrit dans ce qui suit.

- **Notations :**

ϵ : indique le seuil prédéfini, c'est un critère de condition de la boucle indiquée par i .

j : représente l'indice de l'IMF.

i : constitue l'indice de l'itération appliquée sur le résidu pour vérifier le critère d'une IMF.

r_j : désigne le résidu après l'obtention de la j^{eme} IMF.

$h_{j,i}$: c'est une variable intermédiaire de calcul qui prend la valeur du nouveau résidu à la première itération, puis, elle prend la différence entre le résidu et la valeur de l'enveloppe moyenne aux itérations suivantes.

$U_{j,i}$: représente l'enveloppe supérieure de $h_{j,i}$ construite par interpolation des maxima.

$L_{j,i}$: représente l'enveloppe inférieure de $h_{j,i}$ construite par interpolation des minima.

$\mu_{j,i}$: désigne l'enveloppe moyenne, obtenu a partir des deux enveloppes de $h_{j,i}$.

$SD(i)$: indique le critère d'arrêt a la i^{eme} itération.

- **Algorithme :**

Les différentes étapes du procédé de tamisage peuvent s'écrire sous la forme du pseudo-code suivant :

Etape 1 :	Fixer $\epsilon, j \leftarrow 1$ (j^{e} IMF)
Etape 2 :	$r_{j-1}(t) \leftarrow x(t)$ (résidu)
Etape 3 :	<p>Extraire la j^{e} IMF:</p> <p>(a) $h_{j,i-1}(t) \leftarrow r_{j-1}(t), i \leftarrow 1$ (i, itération de la boucle de sifting)</p> <p>(b) Extraire les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$</p> <p>(c) Calculer les enveloppes supérieure et inférieure: $U_{j,i-1}$ et $L_{j,i-1}(t)$ par interpolation (splines cubiques par exemple) avec les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$ respectivement.</p> <p>(d) Calculer l'enveloppe moyenne:</p> $\mu_{j,i-1}(t) \leftarrow (U_{j,i-1}(t) + L_{j,i-1}(t)) / 2.$ <p>(e) Mettre à jour: $h_{j,i} \leftarrow h_{j,i-1}(t) - \mu_{j,i-1}(t), i \leftarrow i + 1$</p> <p>(f) Calculer le critère d'arrêt (par exemple):</p> $SD(i) = \sum_{t=0}^T \frac{ h_{j,i-1}(t) - h_{j,i}(t) ^2}{(h_{j,i-1}(t))^2}$ <p>où T représente le nombre d'échantillons du signal.</p> <p>(g) Décider: répéter l'étape (b) – (f) tant que $SD(i) < \epsilon$ et alors mettre $IMF_j(t) (\equiv IMF_j(t) \leftarrow h_{j,i}(t))$ (j^{e} IMF)</p>
Etape 4 :	Mettre à jour le résidu : $r_j(t) \leftarrow r_{j-1}(t) - IMF_j(t)$
Etape 5 :	Répéter l'étape 3 avec $j \leftarrow j + 1$ jusqu'à ce que le nombre d'extrema dans $r_j(t)$ soit inférieur à 2

L'algorithme décrit ci-dessus, comporte deux boucles imbriquées l'une dans l'autre, celle indiquée par j permet d'extraire l'IMF , qui nous détermine le niveau de profondeur de

décomposition et l'autre indiquée par i conditionne la fonction $IMF_j(t)$ de manière à respecter les critères requis ; avoir deux enveloppes symétriques afin que le signal extrait IMF_j soit bien une IMF . Une bonne décomposition donnée par cet algorithme est conditionnée par le choix de certains paramètres. La décomposition modale empirique peut être décrite par l'organigramme de la Fig.06

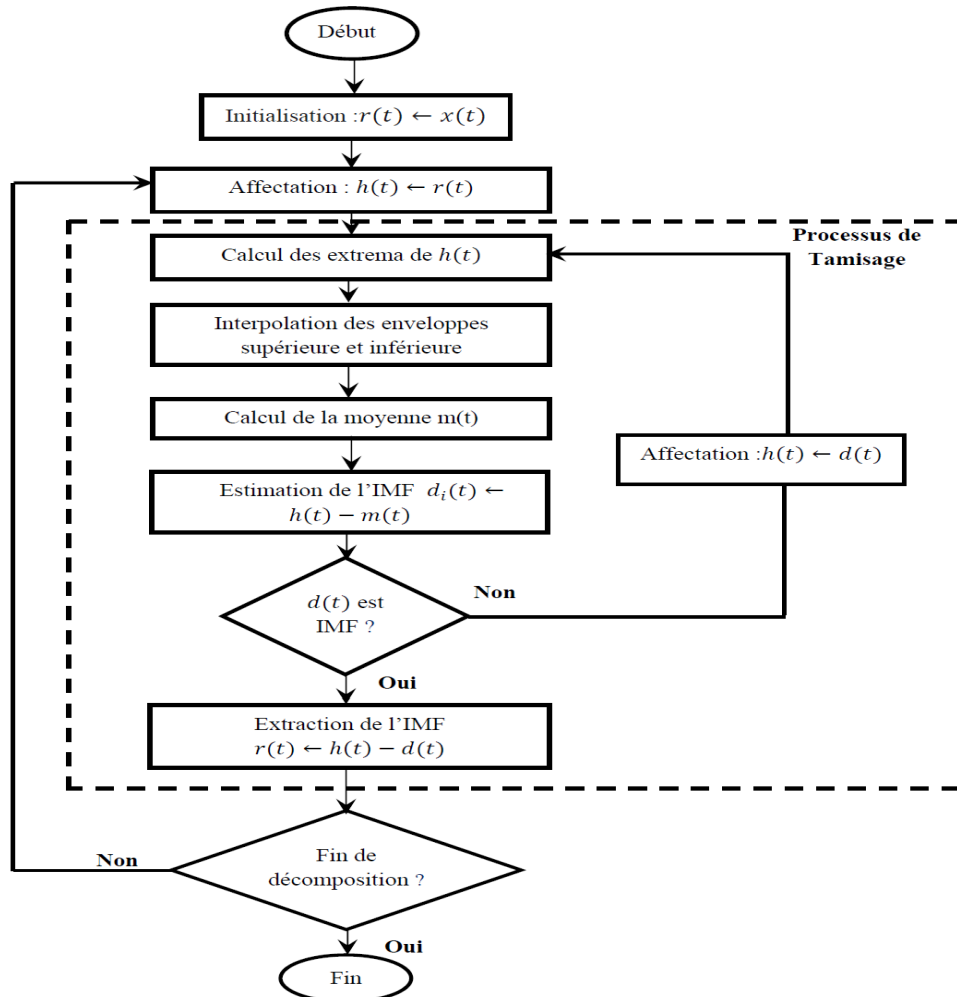


Fig.06 : - Organigramme du Pseudo-code de l'EMD.

(D'après Cexus 2005, Gada 2011)

III.4. Spectre de Hilbert-Huang :

Une fois que nous avons les composants de la fonction modale intrinsèque, la Transformée de Hilbert peut être appliquée à chaque composant pour obtenir les amplitudes, et en même temps la fréquence instantanée est calculée en utilisant l'équation (55). Par conséquent, l'équation (63) est réécrite dans l'expression suivante :

$$x(t) = \Re \sum_{j=1}^N a_j(t) \exp\left(i \int \omega_j(\tau) d\tau\right) \quad (66)$$

Où \Re est la partie réelle du nombre complexe.

La distribution temps-fréquence de l'amplitude est désignée par le spectre d'amplitude de Hilbert $\mathcal{H}(\omega, t)$, ou simplement le spectre de Hilbert. A un instant t , la fréquence instantanée ω et l'amplitude sont calculées simultanément pour que ces valeurs soient affectées au spectre de Hilbert $\mathcal{H}(\omega, t)$.

$a_j(t)$ est un coefficient de dilatation dépendant du temps similaire à la constante dans l'expansion de Fourier et ω_j est la fréquence instantanée à un instant τ qui diffère de la fréquence constante ω_j dans de la transformée de Fourier de l'équation (67). Elle représente une forme généralisée de l'expansion de Fourier :

$$x(t) = \Re \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp(i\omega_j t) \quad (67)$$

Avec le spectre de Hilbert défini, le spectre marginal de Hilbert défini précédemment par l'équation (55), $\mathcal{H}(\omega)$, est défini par l'équation (68), cette fois à partir des composants de la fonction modale intrinsèque. C'est une mesure de la contribution énergétique totale de chaque fréquence sur l'ensemble de l'étendue des données dans un sens probabiliste. Le spectre fournit une manière quantitative de décrire la représentation temps-fréquence-énergie en intégrant le spectre de Hilbert sur toute la durée :

$$E(\omega) = \int_0^T \mathcal{H}(\omega, t) dt \quad (68)$$

Où T est la longueur totale des données.

Une autre intégration sur l'intervalle de fréquence est l'énergie instantanée $IE(t)$, qui est défini par l'équation (69). Il fournit des informations sur la variation temporelle de l'énergie :

$$IE(t) = \int_{\omega}^{\infty} \mathcal{H}(\omega, t) d\omega \quad (69)$$

La présentation du spectre de Hilbert brut donne des résultats "désirables" et quantitatifs. Cependant, la représentation à plus haute résolution et les petits points dispersés dans le graphique Temps-Fréquence-Energie ne sont pas faciles à interpréter dans le spectre de Hilbert brut. Par conséquent, il est souvent recommandé d'utiliser des filtres (Laplacien pondéré, Gaussien, moyen pondéré local, ...) au spectre de Hilbert. Une vue "floue" ou "lissée" peut ainsi être dérivée de la présentation originale en utilisant un filtrage bidimensionnel (Rao et al 2008).

Les propriétés de cinq méthodes d'analyse spectrale décrites dans ce chapitre et dans le chapitre précédent basées sur la capacité à traiter les séries temporelles non linéaires et non stationnaires sont énumérées au tableau suivant d'après (Huang et al.1998) :

	Fourier	MTM	Ondelettes	Hilbert-Huang
Base	à priori	à priori	à priori	Adaptative
Fréquence	Convolution : Globale Incertaine	Convolution : Globale Incertaine	Convolution : Régionale Incertaine	Différentiation : Locale Certaine
Présentation	Energie-Fréquence	Energie-Fréquence	Energie-Temps- Fréquence	Energie-Temps- Fréquence
Non Linéarité	Non	Non	Non	Oui
Non Stationnarité	Non	Oui	Oui	Oui
Extraction de caractéristiques	Non	Non	Non (Discrète) Oui (Continue)	Oui
Base Théorique	Théorie complète	Théorie complète	Théorie complète	Empirique

Tableau 02 : Comparaison des différentes méthodes d'analyse spectrale
(Huang et al.1998)

III.5. La méthode de la corrélation intrinsèque en fonction du temps :

III.5.1. Introduction :

Étant donné que la plupart des séries chronologiques hydro-climatiques possèdent un comportement multi-échelle, une analyse de corrélation dépendante de l'échelle est plus appropriée pour établir le lien entre les variables météorologiques et la variable hydrologique. Mais la sélection de la taille de fenêtre appropriée est un problème difficile lors de l'application de telles techniques. Chen et al. (2010) ont proposé une méthode pour déterminer la corrélation dépendante de l'échelle entre deux séries chronologiques, à savoir la corrélation intrinsèque dépendante du temps.

Cette nouvelle approche comprend à la fois une analyse de corrélation automatique et croisée conçue spécialement pour analyser, capturer et suivre les corrélations locales entre les paires de séries chronologiques non linéaires et non stationnaires.

La corrélation intrinsèque en fonction du temps (TDIC) est conçue spécifiquement pour analyser et suivre les corrélations locales entre les séries de temps et peut être adaptée même pour les données non stationnaires et non linéaires. Cette méthode a été utilisée pour le changement climatique les sciences marines l'économie etc., et peut être utilisée pour explorer les corrélations intrinsèques des séries chronologiques à différentes échelles de temps (Huang et Schmitt, 2010).

III.5.2. Analyse à l'aide de la méthode *Time Dependent Intrinsic Correlation* (TDIC)

Les analyses classiques de corrélation et de cohérence ne révèlent que les propriétés globales entre deux signaux dans les domaines temporel et fréquentiel, respectivement. Ainsi, ils peuvent fausser les corrélations transversales et fournir des relations non physiques lorsqu'elles sont appliquées aux processus stationnaires. L'analyse de corrélation intrinsèque en fonction du temps (TDIC) est utilisée pour déterminer l'association entre les indices d'oscillations climatiques et les pluies à différentes échelles de temps.

- **Définition :**

Cette corrélation intrinsèque en fonction du temps (TDIC) est définie comme suit :

$$R_{ij}(t_k^n) = \text{Corr}(C_{1,i}(t_w^n)C_{2,j}(t_w^n)) \quad (70)$$

Dans le domaine temporel, la fonction de corrélation croisée de deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ est déterminée pour une corrélation possible. Le coefficient de corrélation linéaire de Pearson est la fonction de corrélation croisée la plus couramment utilisée et est définie comme suit :

$$y_{xy} = \frac{\text{cov}(x(t), y(t))}{\sigma(x(t))\sigma(y(t))} \quad (71)$$

Où $\text{cov}(t)$: est la covariance de deux signaux ;

$d\sigma(t)$: est la déviation standard du signal ;

y_{xy} : peut varier de -1 à $+1$ (où la valeur de la zone de fermeture du zéro indique une corrélation entre les deux signaux, une valeur de -1 indique une corrélation négative parfaite et une valeur de $+1$ indique une corrélation positive)

Peut être défini comme une fonction des puissances densité spectrale :

$$C_{xy}(f) = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f)P_{yy}(f)} \quad (72)$$

Où $P_{xy}(f)$: est la densité spectrale de puissance croisée ;

Et $P_{xx}(f)$ et $P_{yy}(f)$: sont respectivement les PSD des signaux $x(t)$ et $y(t)$;

C_{xy} : a des valeurs comprises entre 0 et 1.

La fenêtre glissante est déterminée de manière adaptative en fonction de la période instantanée maximale de chaque paire de IMF, qui est donnée par

$$t_w = \left[t - n \frac{\max(T_m^x(t), T_m^y(t))}{2}, t + n \frac{\max(T_m^x(t), T_m^y(t))}{2} \right] \quad (73)$$

Où : $T_m^x(t)$ et $T_m^y(t)$ sont les périodes instantanées de l'IMF C_m^x et C_m^y : respectivement ;

Et n : est tout numéro positif, qui est un facteur de multiplication pour la taille minimale de la fenêtre coulissante (Chen et al, 2010).

À la suite de la définition, $R_{ij}(t_k^n)$ est tridimensionnel, c'est-à-dire le temps, les tailles des fenêtres glissantes et les pas de retard. Par conséquent, le coefficient de corrélation résultant est une matrice tridimensionnelle, ayant la forme d'un prisme avec les extrémités triangulaires :

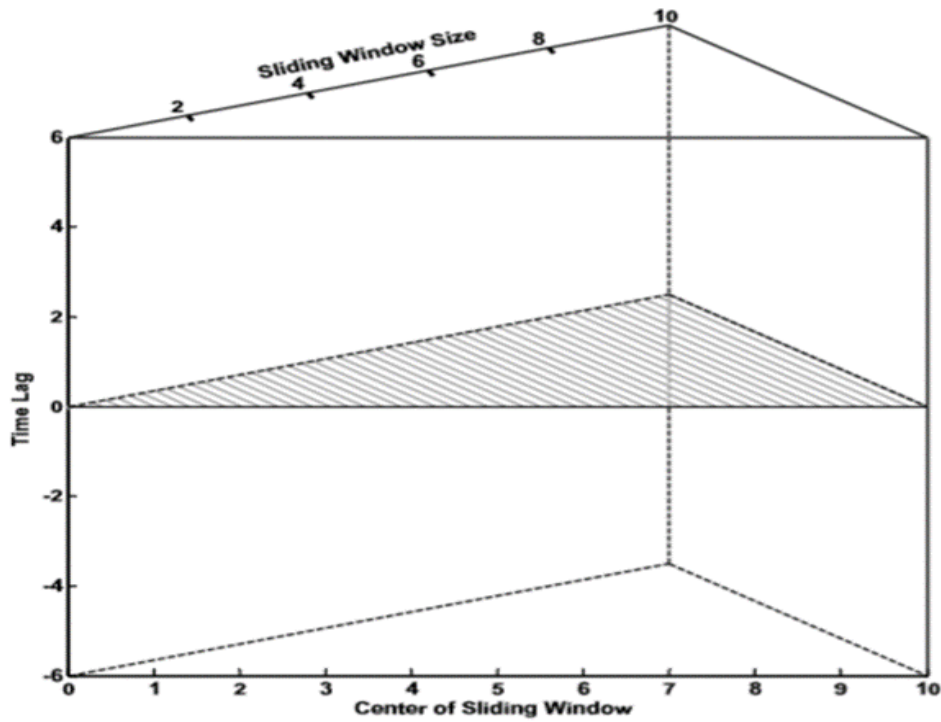


Fig.07 :Le schéma du graphique TDIC. La section le long de $\tau = 0$ donne le TDIC comme le montre le triangle d'ombre.

III.6.Conclusion :

L'efficacité de la transformée de Hilbert-Huang est très bien illustrée dans la détection des signaux de faibles amplitudes. Le résultat obtenu montre bien la capacité de l'EMD à décomposer un signal complexe en différentes composantes, couvrant le spectre depuis les hautes fréquences vers les basses fréquences.

Chapitre IV

Résultats et Discussions

Chapitre IV

Résultats et Discussions

IV.1. Introduction :

La variabilité climatique de ces dernières décennies peut être expliquée par des modifications environnementales causées par l'action anthropique, elle pourrait être aussi due aux fluctuations naturelles à basse fréquence du climat. Ces variabilités et ces tendances observées sont soumises à l'influence de ce que l'on appelle des téléconnexions, c'est-à-dire des oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle (Zerouali ,2018)

Le présent chapitre présente les résultats du traitement de l'analyse des séries pluviométriques et des indices d'oscillations atmosphériques à l'aide des méthodes Temps-Fréquence. On présentera dans un premier temps les résultats obtenus par l'analyse Spectrale (simple, croisée, cohérence). Dans la deuxième partie de ce travail, on présentera les résultats par l'analyse en Ondelettes Continues (univariée, croisée, cohérence), et l'analyse en ondelettes multirésolutions (univariée et croisée). Dans la dernière partie, on s'attachera à présenter les résultats de l'analyse de Hilbert-Huang en appliquant la méthode TDIC en vue de mieux comprendre l'évolution temporelle à long et à court terme de la relation indices climatiques-pluies en Algérie du Nord.

IV.2. Présentation de la région d'étude :

IV.2.1. Situation géographique :

C'est un pays de montagnes basses et moyennes, de hautes plaines et de plateaux. L'altitude moyenne ne dépasse pas 900 m. La partie côtière est occupée par des plaines basses petites et d'anciens massifs cristallins très démembrés. En limite Sud se trouve le système montagneux de l'Atlas Tellien, dont certains sommets atteignent ou dépassent 2000 m d'altitude. Ces montagnes sont coupées de gorges profondes où s'intercalent d'importantes cuvettes.

Plus au Sud, s'étend la région des hauts-plateaux atteignant 800 à 1200 m d'altitude. Dans les parties les plus basses de ces derniers, s'encastrent les Chotts. Au sud les hauts plateaux sont encadrés par les chaînes de l'Atlas Saharien et par le massif des Aurès, dont certains sommets dépassent 2300 d'altitude.



Fig 08 : Situation géographique de la région d'étude

IV.2.2 Climatologie :

Le climat de l'Algérie du Nord est subtropical méditerranéen, se caractérise par un été très chaud et sec et un hiver relativement chaud et pluvieux. Dans les hauts-plateaux le climat est plus sec et plus continental. Le facteur prédominant dans la formation de l'écoulement des cours d'eau est évidemment les précipitations, qui sont très irrégulières durant l'année. L'altitude et l'orientation des chaînes montagneuses vis-à-vis des vents dominants, l'éloignement de la mer et la nature de la couverture végétale ont une grande influence sur les précipitations et leur répartition spatiale. C'est pour cela que les précipitations moyennes annuelles en Algérie septentrionale varient très fortement d'une région à l'autre. Elles s'échelonnent de 1600 voir 1900 mm sur les cimes des montagnes de grande et petite Kabylie et jusqu'à 200 mm dans les régions intérieures du pays. En hiver, une petite partie de ces précipitations tombe sous forme de neige. Son épaisseur n'est jamais importante mais peut atteindre 30 cm et plus en montagne. Les températures moyennes annuelles de l'air sont de l'ordre de 18°C dans les régions côtières et de 14°C plus au Sud. Le couvert végétal naturel est méditerranéen ou semi-désertique et obéit à la loi de l'étagement en montagne (Djoudi, 2018).

IV.3 Présentation des données :

IV.3.1 Précipitations :

La base des données des séries pluviométriques collectées aux pas journalier au niveau de la station de Dar El Beida est utilisée dans notre travail. La station de Dar El Beida est très représentative des régions côtières d'Algérie, elle est située dans la banlieue d'Alger au centre du pays dans la partie septentrionale de l'Algérie.

Le tableau ci-dessous résume la période de surveillance de la station étudiée, les coordonnées des stations et la source qui a fourni ces données ainsi que les caractéristiques statistiques des pluies journalières.

Station	Période	Coordonnées	Moyenne	Variance	Coef. Vari.	Min	Max	Source
Dar El Beida	1948-2009	36.54° N - 3.19° E	1.8097	36.9221	3.3577	0	136.6	ONM

Tableau 03. Coordonnées et Caractéristiques statistiques des pluies journalières

La figure 09 présente l'évolution des précipitations journalières au cours du temps de la station de Dar El Beida.

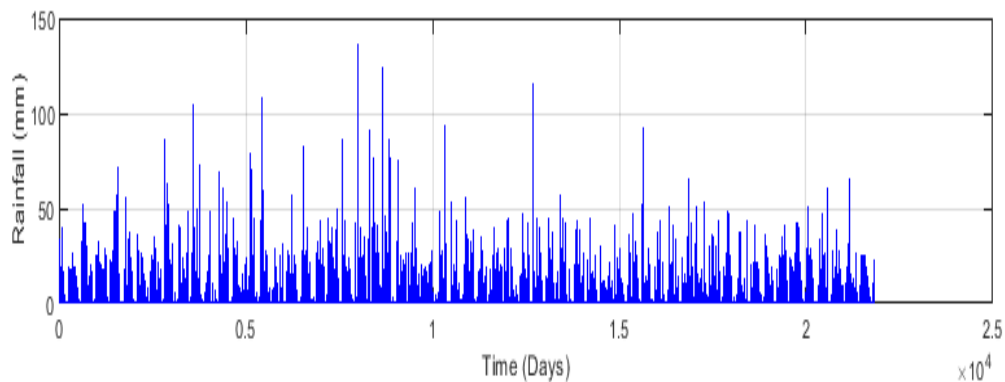


Fig 09 : Répartition des pluies journalières à travers le temps pour la région

IV.3.2 Indices d'oscillation climatiques :

Les indices d'oscillation représentent une différence de pression calculée entre deux points (un de haute pression et l'autre de basse pression). On va analyser ces indices climatiques afin d'expliquer la variabilité pluviométrique de la zone d'étude et pour voir leur influence sur les précipitations.

● L'Oscillation Atlantique du Nord (NAO)

L'Oscillation Nord-Atlantique (NAO) a été découverte pour la première fois par Sir Gilbert Walker durant les années 1920 (Fig.10). Elle caractérise la circulation atmosphérique de l'hémisphère Nord. La NAO influence sur les hivers d'Europe du Nord. Elle est mise en évidence par les différences de pression entre les Açores à 35.1° N, 5.3° W et l'Islande à 65° N, 20° W. La NAO est plus importante en hiver et présente deux phases à savoir : une phase positive et une phase négative, chaque phase est responsable des conditions atmosphériques distinctes autour de l'Atlantique Nord. D'autre part, le NAO caractérise un fort gradient de pressions présent sur l'Atlantique Nord. Selon, la position relative des hautes et des basses pressions, la NAO sera dite positive ou négative. En cas de NAO positive, il y a un fort courant d'Ouest générant de multiples dépressions vers l'Europe du Nord. En cas de NAO négative, le phénomène dépressionnaire est moins intense et passe plus au Sud (Fig.10) (Rossi et al. 2011).

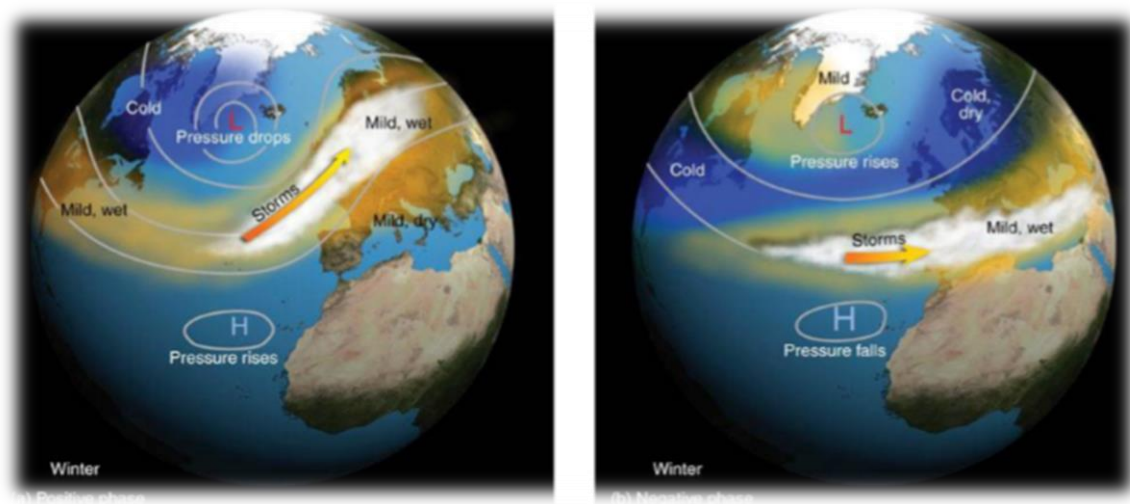


Fig 10. Les deux phases de l'indice NAO

(Source : <http://apollo.lsc.vsc.edu/classes/met130/notes/chapter10/nao.html>).

● L'Oscillation Arctique (AO)

L'Oscillation Arctique (AO) pour Arctic Oscillation ou l'oscillation de Nord Atlantique est un modèle de variabilité des pressions atmosphériques des océans : Arctique et Nord-Atlantique, qui entraîne de grands changements météorologiques chaque année et chaque décennie

Lorsque l'Oscillation Arctique (AO) se trouve dans sa phase positive, il existe une plus grande différence de pression entre 20N et le Pôle, une basse pression prédomine dans l'Arctique et une haute pression dans les latitudes tempérées de la planète. Lorsqu'elle est négative les systèmes s'inversent. Il faut habituellement de quelques jours à plusieurs mois pour que les situations s'inversent ainsi et c'est ce que l'on nomme l'oscillation 1. Ce schéma de la situation en surface est intimement lié à la situation dans la haute troposphère et la stratosphère. La stratosphère tend à se refroidir durant la phase positive, et inversement durant la phase négative. Cela a pour conséquence de renforcer le vortex polaire en phase positive.

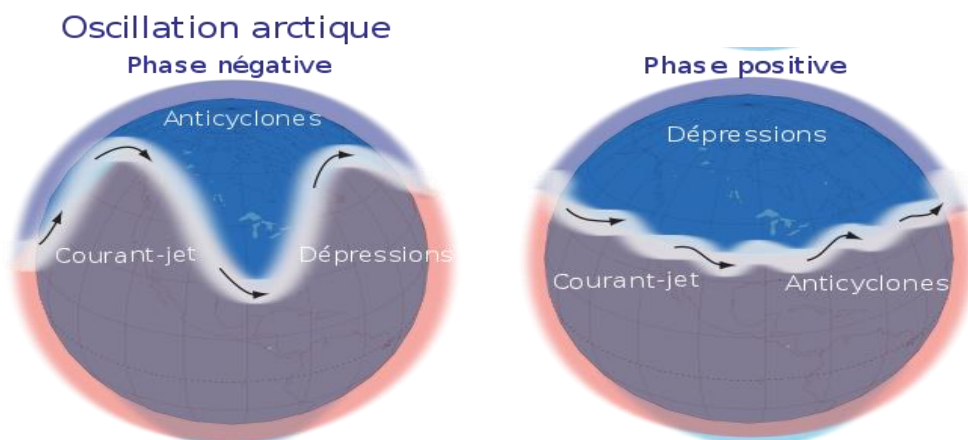


Fig 11. Positions moyennes des systèmes météorologiques lors des oscillations arctiques positives et négatives

● L'Oscillation Méditerranéenne (MO)

L'oscillation Méditerranéenne (MO) pour Mediterranean Oscillation, correspond au comportement opposé de la dynamique atmosphérique entre les sous bassins Est-Ouest de la Méditerranée (Conte et al. 1989).

La MO est un modèle de variabilité de basse fréquence produisant des anomalies barométriques, thermiques et pluviométriques opposées entre les extrémités du bassin, la MO influence les précipitations dans le bassin méditerranéen (Dunkeloh et Jacobeit, 2003; Kutiel et al. 1996; Dougu'edroit, 1998; Maheras et al, 1999).

L'Oscillation Méditerranéenne a été défini par Conte et al. (1989) et par Palutikof et al. (1996). Conte et al. (1989) sont les premiers chercheurs à parler d'une «Oscillation Méditerranéenne (MO) entre l'Ouest et l'Est du bassin Méditerranéen avec un indice calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger en Algérie et Le Caire en Egypte.

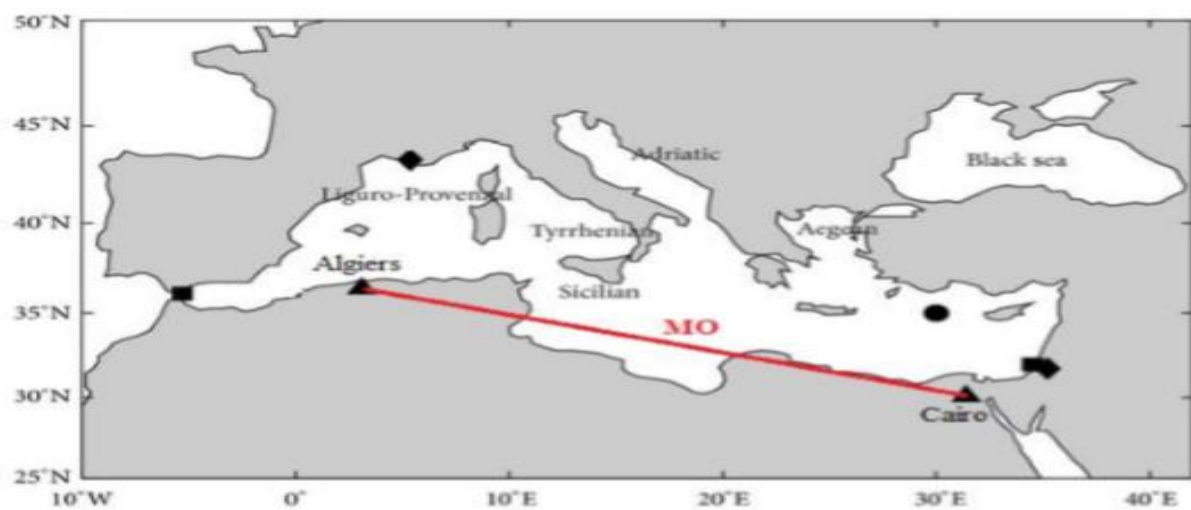


Fig 12 : L'indice d'Oscillation Méditerranéenne est calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger et Le Caire.

IV.3.3 Présentation des données des Indices climatiques :

Dans ce travail nous intéressons aux indices : AO, MO et NAO au pas journalier.

Le tableau (03) ci-dessous résume les sources des données et les périodes des indices d'oscillation climatiques journaliers.

Indices	Période	Sources
AO	1950-2019	ftp://ftp.cpc.ncep.noaa.gov/cwlinks/
MO	1948-2016	https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/moi/moi1.output.dat
NAO	1948-2019	http://www.esrl.noaa.gov/psd/PNA

Tableau 04 : - Description des indices journaliers

Les principales caractéristiques statistiques des indices journaliers sont résumées dans le tableau suivant :

Indices	Moyennes	Variances	Coef. Vari.	Min	Max
AO	-0.1154	2.0402	-12.3764	-7.433	5.911
MO	-0.0186	0.9959	-53.7697	-5.138	3.55
NAO	-4.7128	1.4355.104	-25.4230	-564.29	433.56

Tableau 05 : Les principales caractéristiques statistiques des indices

IV.4. Résultats et interprétation :

IV.4.1 Analyses spectrales :

IV.4.1.1. Analyses univariées :

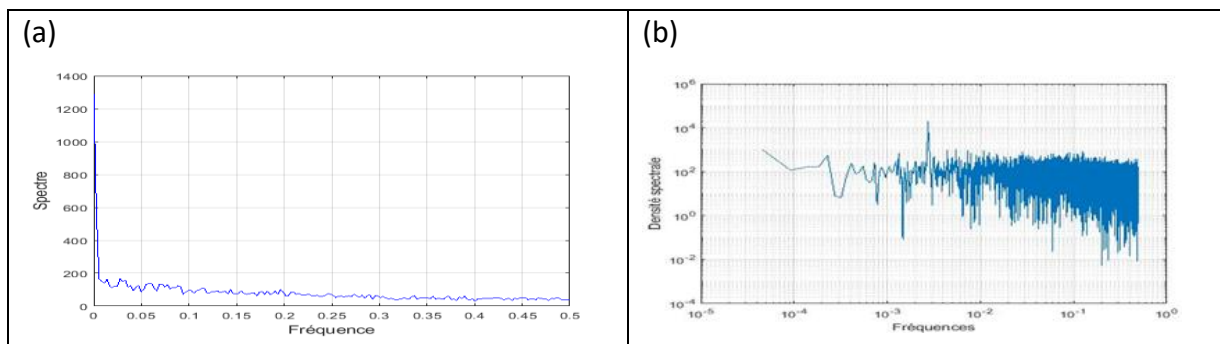
Pour analyser les séries des pluies et des indices d'oscillations atmosphériques, nous avons utilisé plusieurs méthodes issues de l'analyse spectrale de Fourier. Ces méthodes permettront de donner plusieurs représentations sous forme de plusieurs fenêtres graphiques qui ont chacune une échelle caractéristique. Nous avons utilisé dans un premier temps la méthode la plus simple de l'analyse spectrale, une technique usuelle de traitement et d'analyse du signal temporel qui permet d'observer le comportement du signal.

Les résultats du traitement des données de pluies journalières de la station de Dar El Beida sont résumés dans la figure (13.)

Le spectre de densité de variance (Fig. 13 (a)) met en évidence l'absence de structure à court terme, il ne montre aucun pic spectaculaire et notable.

Le spectre annuel calculé sur la série de pluie journalière est représentée dans un repère log-log (Fig. 13 (b)) et le spectre moyen permettent d'observer un comportement linéaire sur la plage d'échelles s'étend entre un jour et 5 jours. La plage d'invariance d'échelle analysée est caractérisée par un exposant du spectre inférieur à 1 ($\beta = 0,62$). La deuxième plage d'échelles n'apparaît pas nettement sur le graphique, aucune autre rupture pour pouvoir la définir.

Nous constatons clairement que cette valeur de β met en évidence le caractère conservatif de la série de pluies, et d'ailleurs, ce qui est tout à fait en accord avec les résultats rencontrés en littérature (Tessier *et al*, 1993)



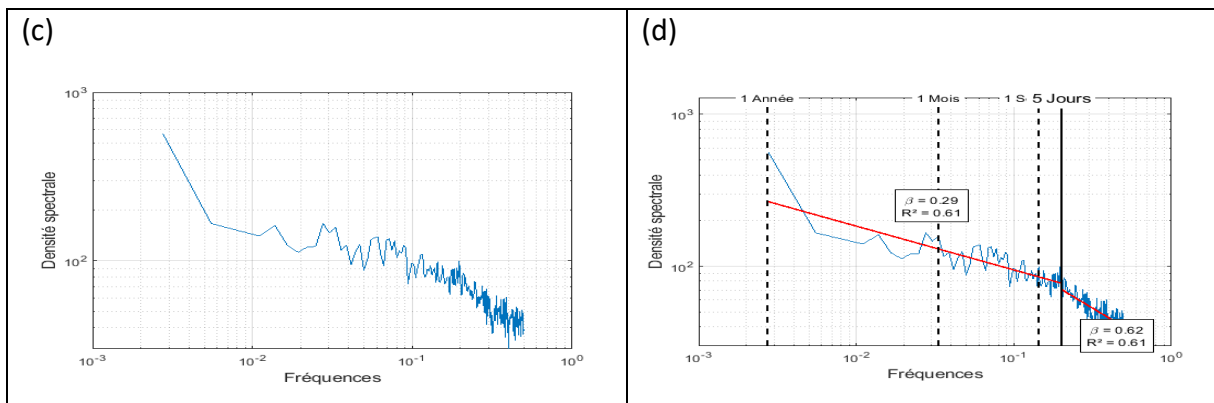


Fig. 13 : Analyse Spectrale des pluies à Dar El Beida au pas journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d’exposants.

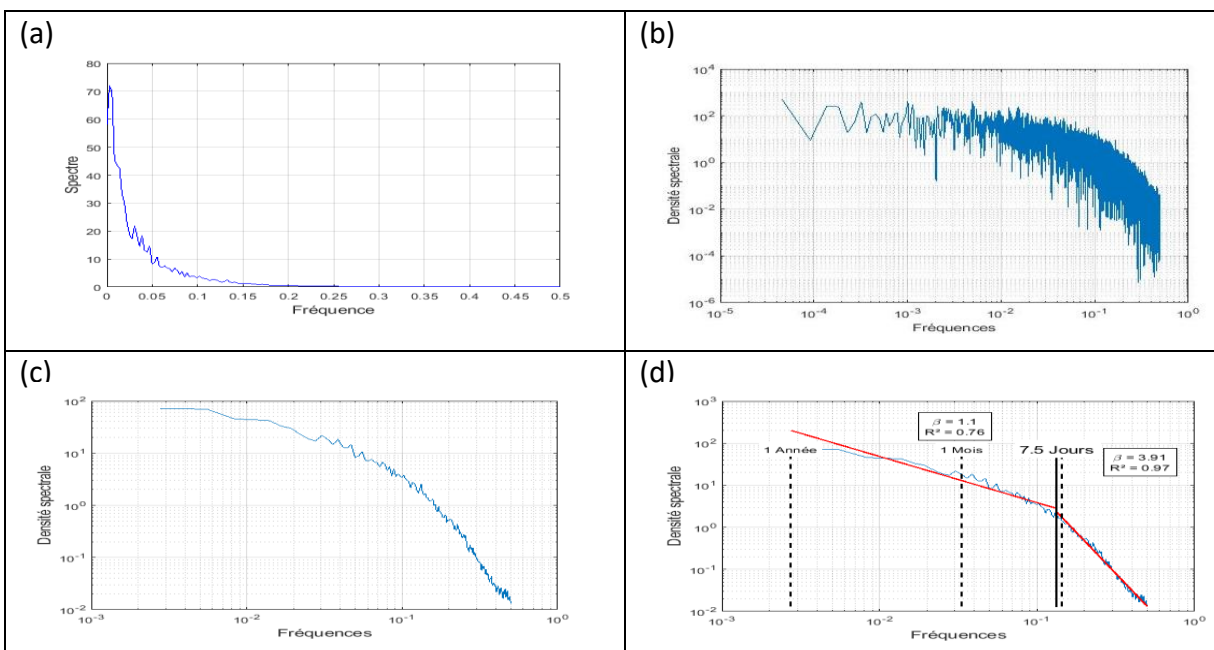
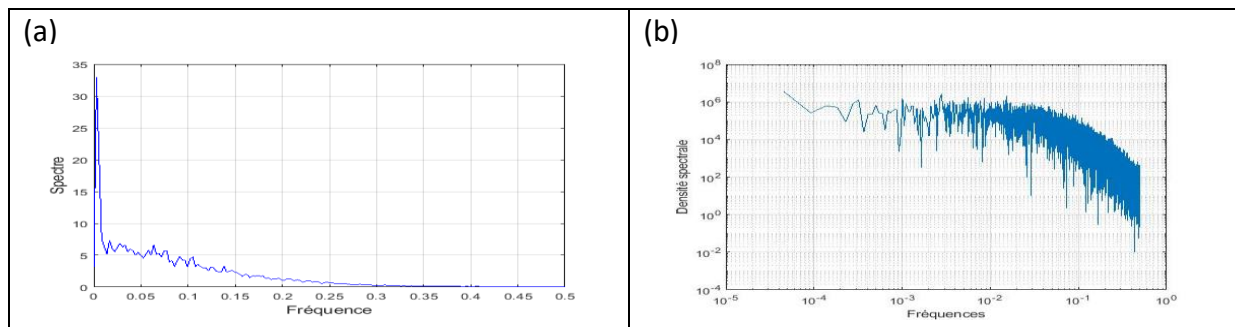


Fig. 14 : Analyse Spectrale de l’Indice d’Oscillation Arctique journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d’exposants.



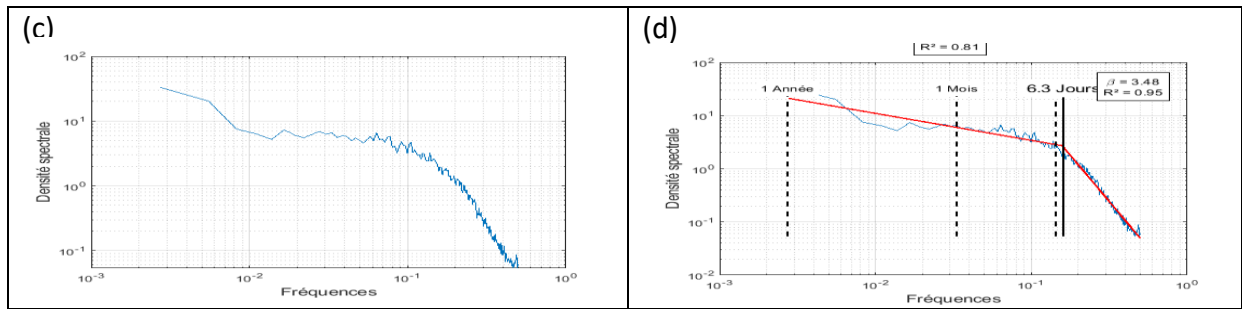


Fig. 15 : Analyse Spectrale de l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d'exposants.

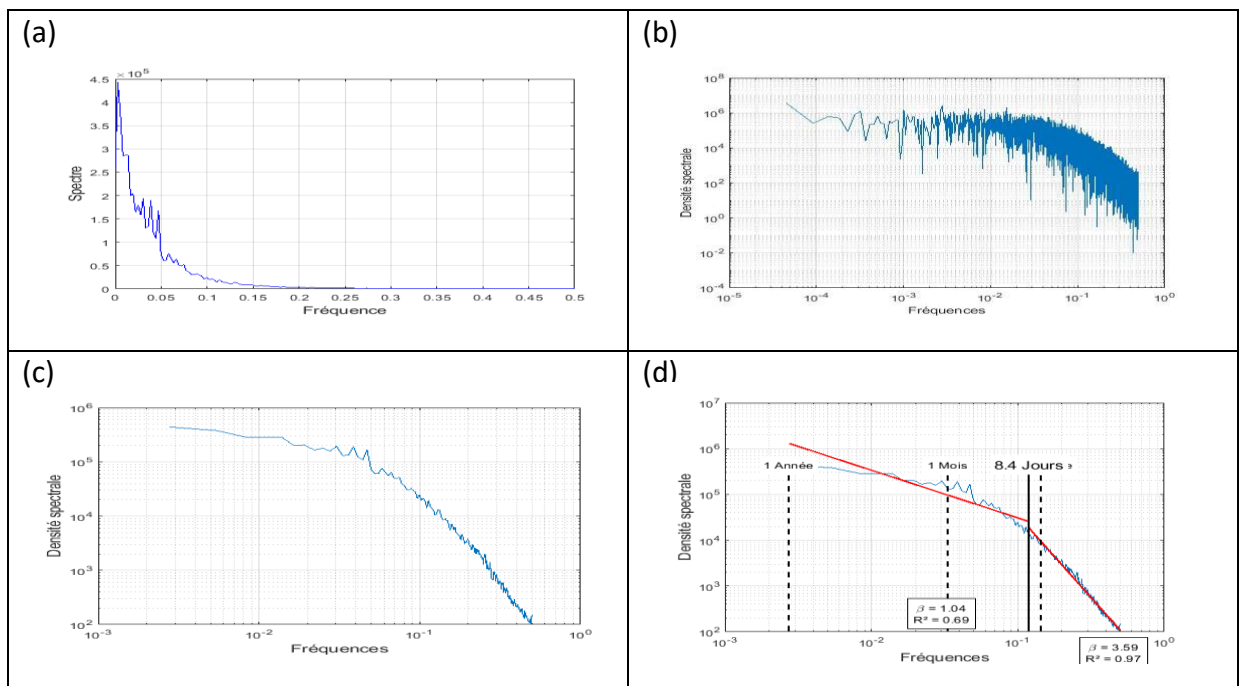


Fig. 16 : Analyse Spectrale de l'Indice d'Oscillation Nord-Atlantique journalier : (a) – Spectrale de Densité de variance ; (b) - Spectre calculé est représenté dans un repère log-log ; (c) – Spectre moyen ; (d) – Spectre moyen avec valeurs d'exposants.

L'analyse spectrale des séries des indices d'oscillations climatiques journaliers AO, MO et NAO permet de montrer timidement quelques fréquences caractéristiques à basse fréquence. Le spectre annuel montre un caractère composite, sur les spectres moyens, on remarque des pentes β assez fortes supérieures à 3 pour les hautes fréquences où la série est non-conservative, par contre les faibles fréquences, les pentes est de l'ordre de 1. Dans ce cas, deux plages d'échelles à comportement linéaire sont mises en évidence, avec une nette rupture du spectre autour de 6 à 8 jours environ, qui est de 5 jours sur le spectre des pluies. On retiendra deux plages d'invariances d'échelles, le premier entre un jour et une semaine, la seconde entre une semaine

et un ans.

Nous résumons les principales caractéristiques du comportement spectral des pluies et des indices d'oscillations climatiques dans le tableau ci-dessous :

Séries	Exposant de spectre (β)	Plage d'invariance d'échelle analysée
Pluies : Dar El Beida	0.62	1-5 jours
Indice AO	3.91	1-7 jours
Indice MO	3.48	1-6 jours
Indice NAO	3.59	1-8 jours

Tableau 06 : Résultats de l'analyse spectrale pour les séries de pluies et des indices d'oscillations climatiques

Les séries de pluies et des indices ont des comportements spectraux différents, pour la série des pluies, elle est conservative, alors que les séries des indices sont non-conservatives.

IV.4.1.2. Spectrogramme :

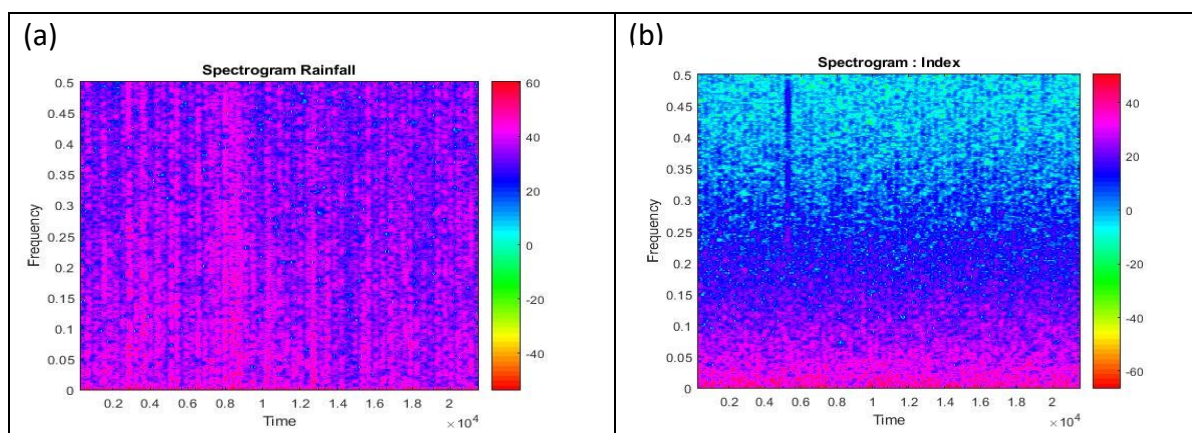
Les spectrogrammes calculés pour les pluies et les indices climatiques sont ceux utilisant la transformée de Fourier à court terme (STFT) à partir des séries temporels des pluies comme décrit dans le chapitre I.

La figure (17) illustre les spectrogrammes obtenus pour les pluies à Dar El Beida et les indices d'oscillations AO, MO et NAO.

Pour les pluies, le spectrogramme ne montre pas de fréquence caractéristique, alors que les spectrogrammes des indices montrent nettement que les basses fréquences sont les plus caractéristiques.

Pour l'indices de AO et NAO une structure faible et basses fréquences (égales à 0.05) .

pour le MO une structure clair et presque bonne fréquences (égales à 0.3)



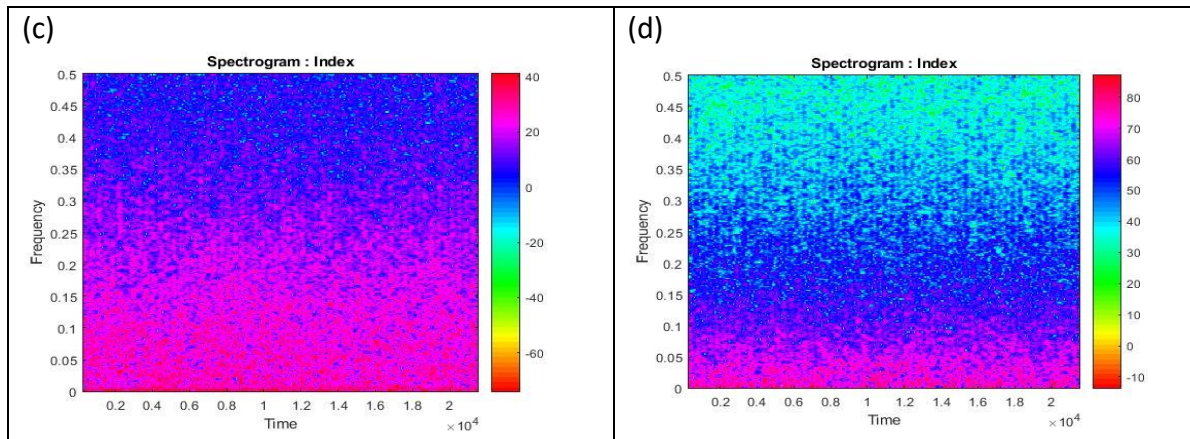


Fig. 17 : Spectrogrammes : (a)-pluies à Dar El Beida ; (b)-AO ; (c)-MO ; (d)-NAO.

IV.4.1.3. Analyses de la cohérence :

Nous avons utilisé cette analyse afin de bien comprendre les interactions et les interrelations entre les pluies et les indices d'oscillation climatiques au pas journalier.

La figure (18) représente la fonction cohérence entre les pluies à Dar El Beida (DEB) et des indices d'oscillation climatiques au pas journalier AO, MO et NAO.

La valeur de cohérence AO-DEB (Fig. 18 (a)) présente une faible variabilité et oscille entre 0 et 0.05 avec une moyenne de 0.025. Cela peut en effet indiquer une très faible relation causale non linéaire et une très faible corrélation entre l'AO et les pluies.

La valeur de la cohérence MO-DEB présente une variabilité faible et oscille entre 0.05 et 0.25 avec une moyenne de 0.15. D'une façon générale, la cohérence est meilleure pour les basses fréquences que les hautes fréquences.

La valeur de la cohérence NAO-DEB présente là aussi une très faible variabilité, elle oscille entre 0 et 0.04 avec une moyenne de 0.02. Comme dans le cas de l'AO, la relation causale non linéaire est très faible à cette échelle.

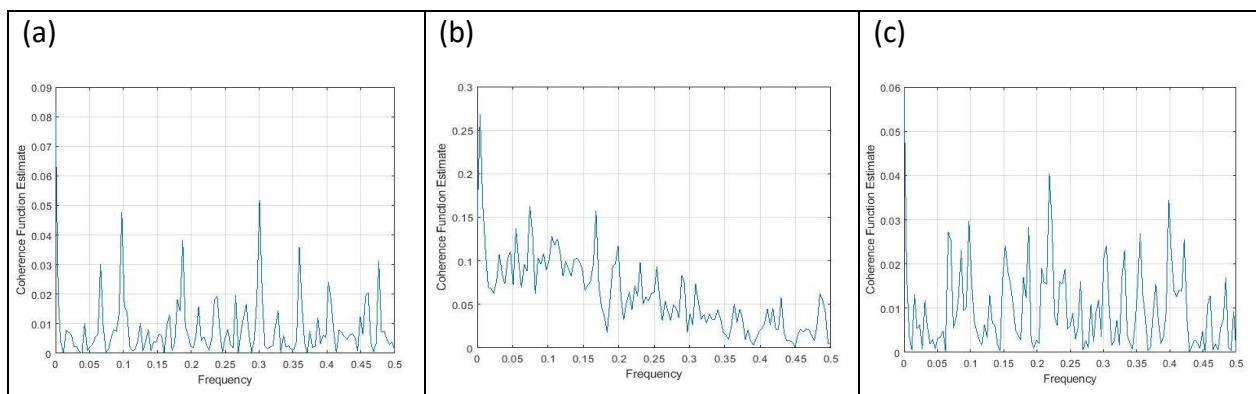


Fig. 18 : Fonction cohérence entre les pluies à Dar El Beida et les indices d'oscillation climatiques au pas journalier : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.

IV.4.1.4. Analyses croisées :

La figure (19) représente le spectre croisé des pluies à Dar El Beida (DEB) et des indices d'oscillation climatiques AO, MO et NAO.

La fonction d'amplitude croisée a donnée les amplitudes les plus élevées pour les basses fréquences. Ceci confirme les résultats du spectrogramme.

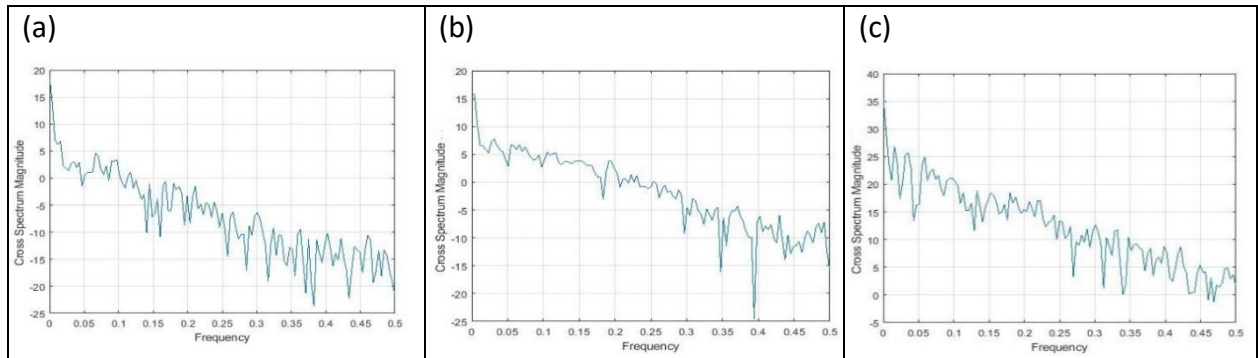


Fig. 19 : Spectres croisés des pluies à Dar El Beida et des indices d'oscillation climatiques :
 (a) DEB-AO ; (b) DEB-MO ; (c) DEB-NAO

IV.4.2. Analyse en Ondelettes Continue :

IV.4.2.1. Analyse en Ondelettes Continue univariée :

L'analyse en Ondelettes continue (CWT) a été appliquée sur les séries de pluies et des indices climatiques. Les résultats sont présentés dans la figure (20), les spectres permettent d'identifier les principaux modes de variabilité des pluies et des indices.

Pour les pluies, le spectre en ondelettes met clairement et d'une façon bien visible en évidence la fluctuation annuelle (365 j), ainsi que d'autres pluriannuelles : 2-5 ans et 10-12 ans. Des fluctuations à faibles périodes sont également présentent mais très discontinues.

Pour les indices AO et NAO, la fluctuation annuelle n'est présente, mais d'autres fluctuations à court terme sont présente d'une façon discontinue. D'autres fluctuations pluriannuelles sont présentes mais éparées et discontinues. Pour l'indice d'oscillation Méditerranéenne MO, son spectre en ondelettes est presque semblable à celui des pluies. La composante annuelle est nettement visible.

En définitive, l'analyse en ondelettes à mis en évidence que le comportement du MO et très comparable à celui des pluies ce qui révèle une possible relation étroite entre les deux séries.

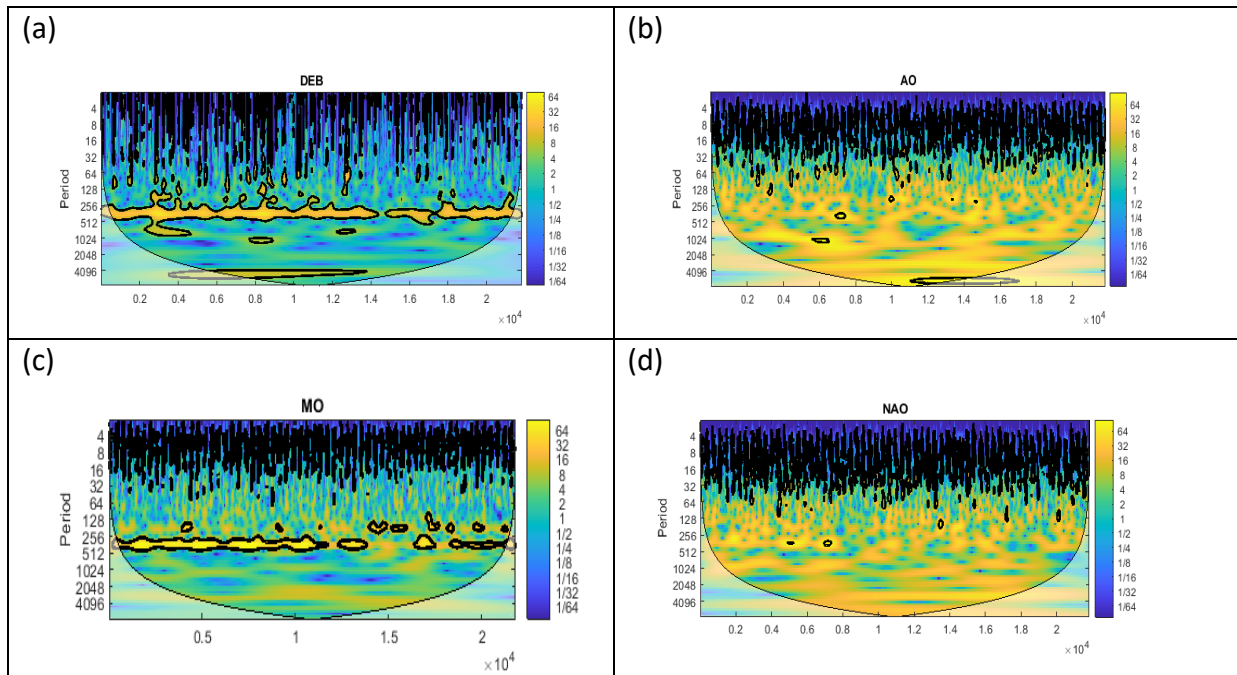


Fig. 20 : - Analyse en ondelettes continue : (a)-Pluies DEB ; (b)-AO ; (c)-MO et (d)-NAO.

IV.4.2.2. Spectre en ondelettes croisé :

La figure (21) représenté les spectres en ondelettes croisés entre les séries des pluies à Dar El Beida et des indices d’oscillations climatiques AO, MO et NAO.

Les spectres croisés entre les indices et les pluies révèlent un pouvoir significatif commun important et significatif, il met en évidence clairement la composante annuelle entre le MO et les pluies et d’une façon continue. Pour l’AO et le NAO, la composante annuelle avec les pluies est visible mais plus ou moins discontinue.

Pour les fluctuations à basses fréquences, elles existent pour les trois indices, alors que pour les fluctuations pluriannuelles ne sont visibles que pour l’MO et les pluies. Ce là signifie que l’oscillation arctique influence les pluies en méditerranée qu’à long terme, mais les indices influences tous les pluies à court terme.

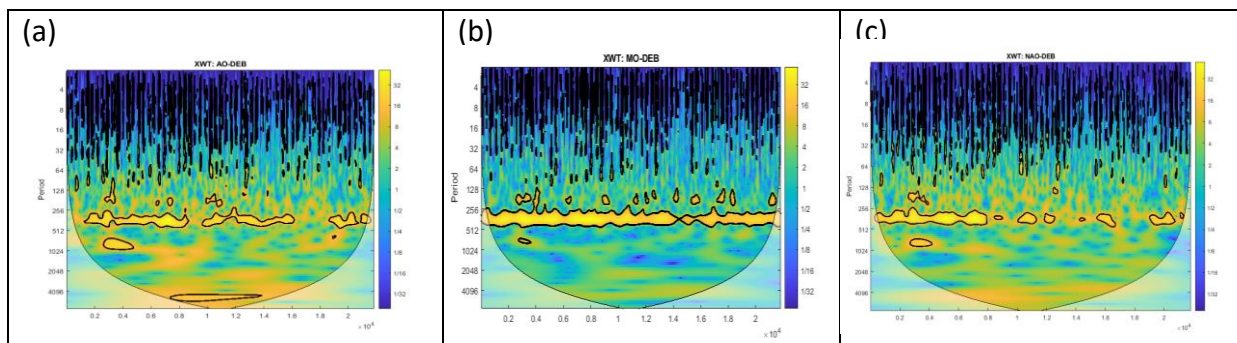


Fig. 21 : Analyse en Ondelettes Croisée entre les pluies à Dar El Beida et les indices d’oscillations climatiques au pas journalier (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.

IV.4.2.3. Analyse de cohérence par ondelettes

L'analyse de cohérence par ondelettes a été réalisée entre les indices AO, MO et NAO et les pluies à Dar El Beida. La figure (22) représente les résultats obtenus par cette analyse de Cohérence. Nous constatons la cohérence MO-DEB (Fig. 22 (b)) est forte pour la composante annuelle ainsi que pour d'autres composantes pluriannuelles mais d'une façon locale. La cohérence AO-DEB et NAO-DEB (Fig. 22 (a) et (c)) existe à plusieurs échelles mais localement et d'une manière discontinue.

La relation MO-Pluie est fortement mise en évidence pour la composante annuelle. Elle est présente à petite échelle et à grande échelle mais d'une façon discontinue.

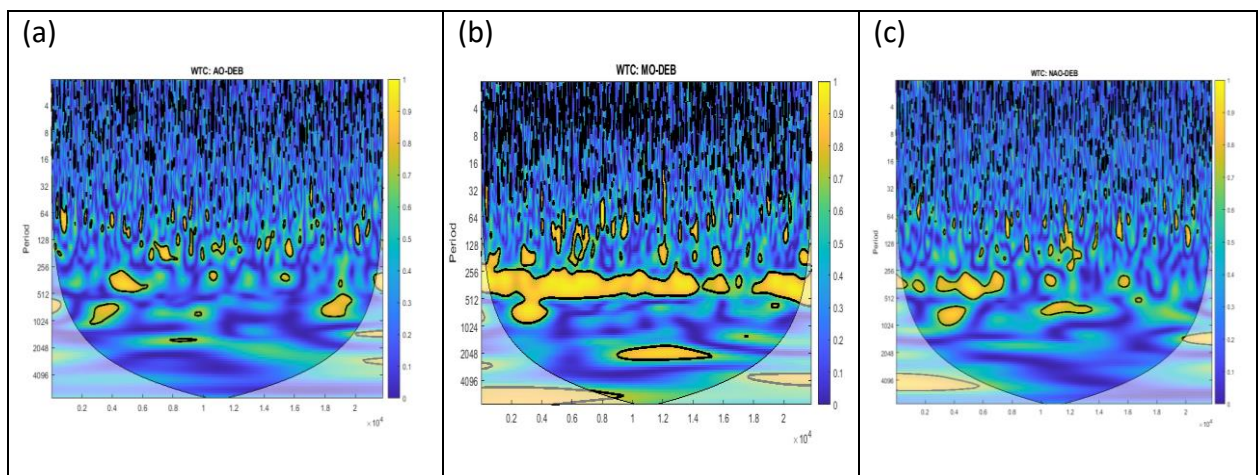


Fig. 22 : Cohérence entre les pluies à Dar El Beida et les indices d'oscillations climatiques AO, MO et NAO : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB

IV.4.3 Analyse en Ondelettes Discrète (Multirésolution)

L'analyse multirésolution permet de mettre en évidence les différents modes de variabilité présents dans le signal non linéaire, depuis les modes à petites échelles de temps jusqu'aux modes de variabilité à plus long terme, L'analyse permet de capturer les variations du signal à différentes échelles. Ainsi, de grandes variations impliquent de fortes valeurs pour les coefficients aux petites échelles.

IV.4.3.1. Analyse multirésolution univariée :

La figure (23) représente les résultats de la décomposition par l'analyse en ondelettes multirésolution des pluies à Dar El Beida (Fig. 23 (a)) et les indices d'oscillations climatiques : AO (Fig. 23 (b)), MO (Fig. 23 (c)) et NAO (Fig. 23 (d)).

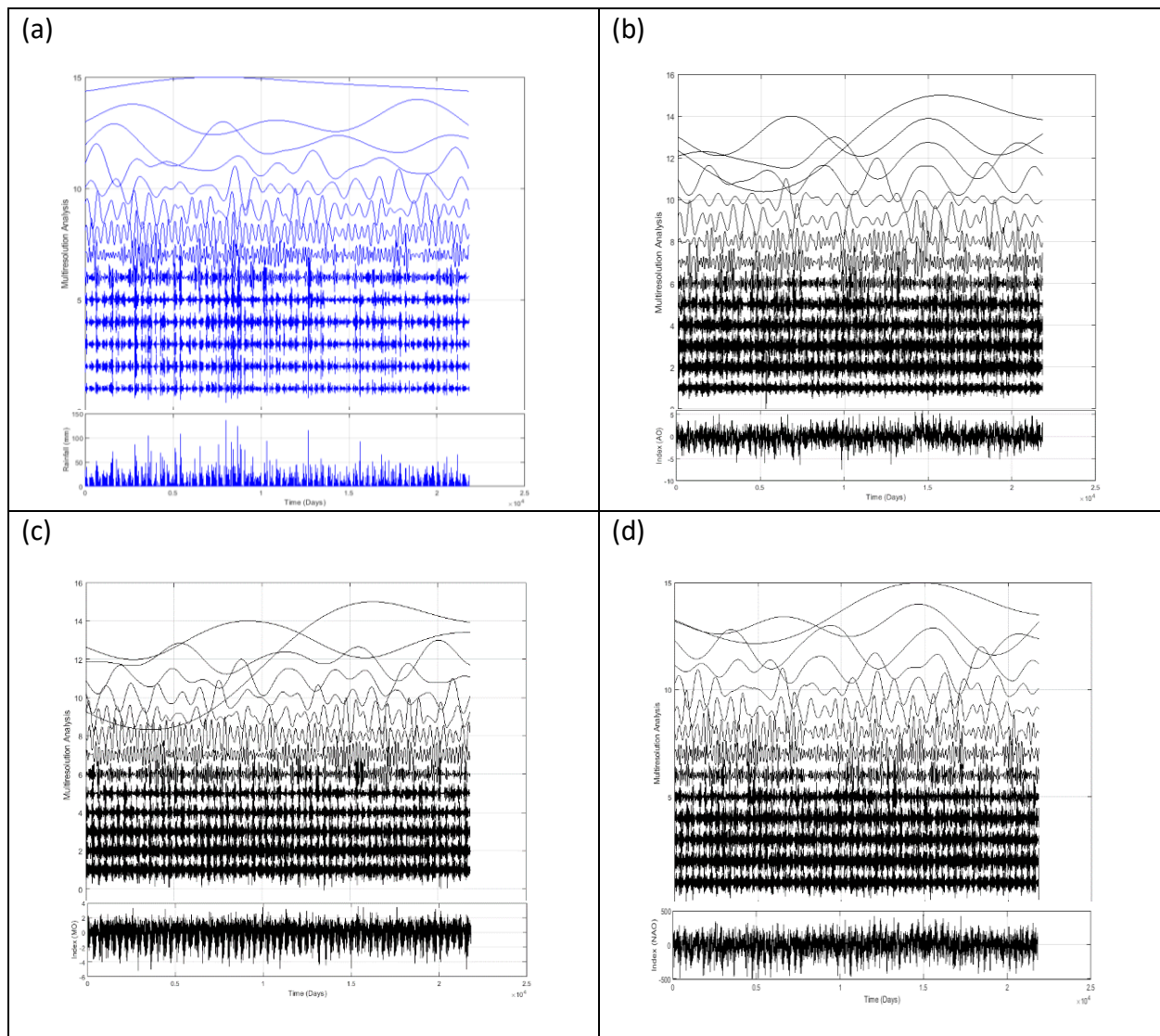


Fig. 23 : Décomposition par analyse en ondelettes multirésolution : (a) pluies à Dar El Beida ; (b) AO ; (c) MO et (d) NAO.

La figure (23) visualise les résultats de l'analyse en ondelettes de Daubechies (daub 20), elle représente l'évolution temporelle des coefficients en ondelettes de Daubechies. Les différentes composantes ont été décalées pour plus de clarté, depuis la composante journalière (en bas) jusqu'à celles à long terme (en haut). Cette répartition apparaît comme non uniformément répartie dans le temps et à travers les échelles.

A long terme, l'approximation des niveaux les plus élevés correspond à une image lissée du signal, elle met en évidence la tendance générale du processus, pour les pluies, la tendance semble stable, alors que pour les indices, on constate un comportement identique entre les

indices matérialisé par une succession de périodes humides et sèches et différent par rapport au comportement des pluies qui est plus stable. Afin de mettre clairement et nettement cette relation à l'aide de l'analyse multirésolution, nous proposons une analyse croisée.

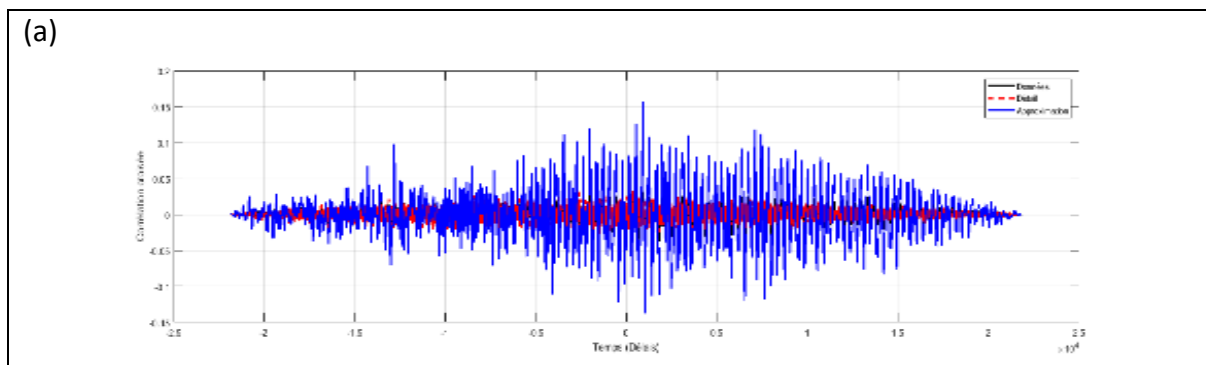
IV.4.3.2. Analyse multirésolution croisée en ondelettes :

L'analyse multirésolution croisée a été utilisée pour déterminer les corrélations et le degré de causalité entre chaque détail-indice et détail-pluie, échelle par échelle jusqu'à l'approximation. La figure 24 représente le résultat de l'analyse multirésolution croisée en Ondelettes entre les pluies à Dar El Beida et les indices climatiques : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB. Pour pouvoir interpréter les graphiques, nous avons zoomé sur la figure 24 pour plus de détail (Fig. 25).

Comme première observation, les spectres en ondelettes multirésolution croisés entre les signaux originaux des indices et des précipitations montrent de très faibles corrélations, les meilleurs résultats sont ceux du couple MO-DEB (Fig. 25 (b)).

Pour les corrélations entre détail indice-pluie, en général sont faibles, mais assez significatives pour le couple MO-DEB dans ce cas aussi. Les corrélations entre les approximations indice-pluie, sont peu voir insignifiants pour les couples AO-DEB et NAO-DEB, mais significatives pour le couple MO-DEB.

L'analyse multirésolution croisée entre les indices et les pluies a montré une corrélation plus significative pour le MO et les pluies à Dar El Beida que les autres indices (AO et NAO) à court terme et à long terme où elle atteint 0,53.



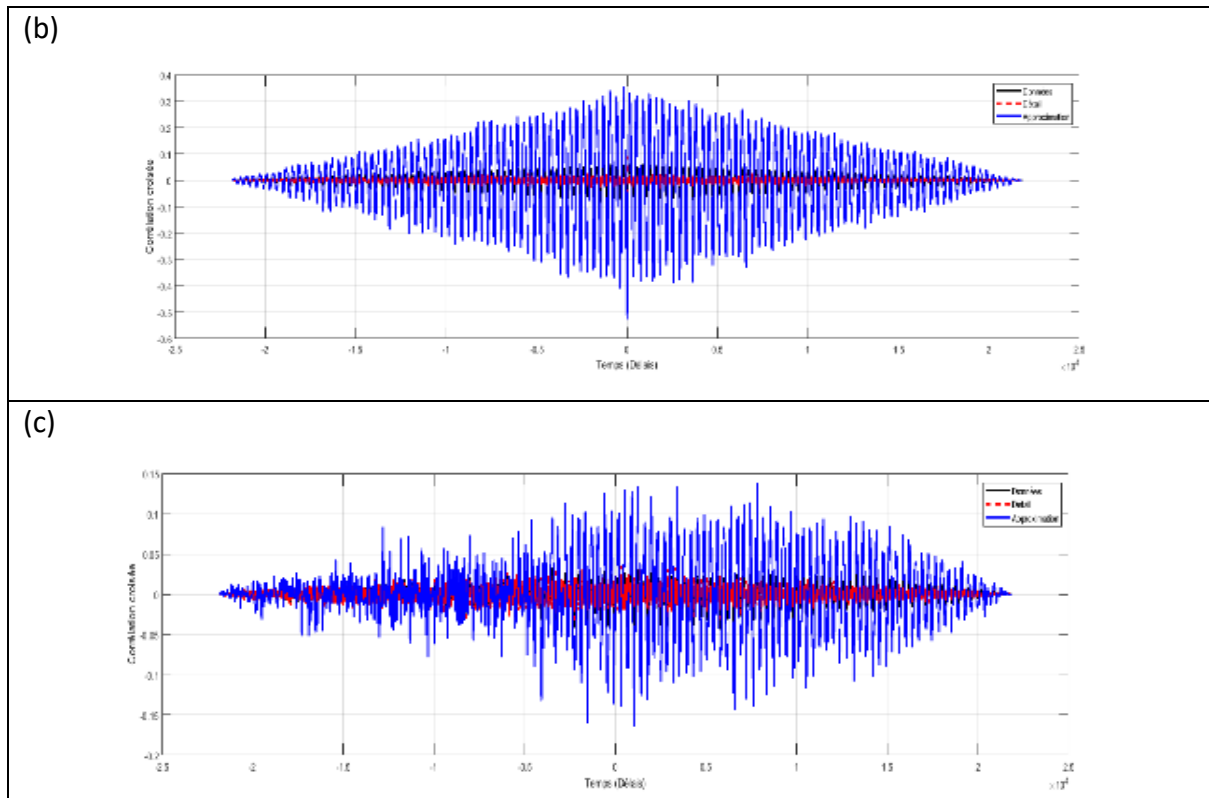


Fig. 24 : Analyse multirésolution croisée en Ondelettes entre les pluies à Dar El Beida et les indices climatiques : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.

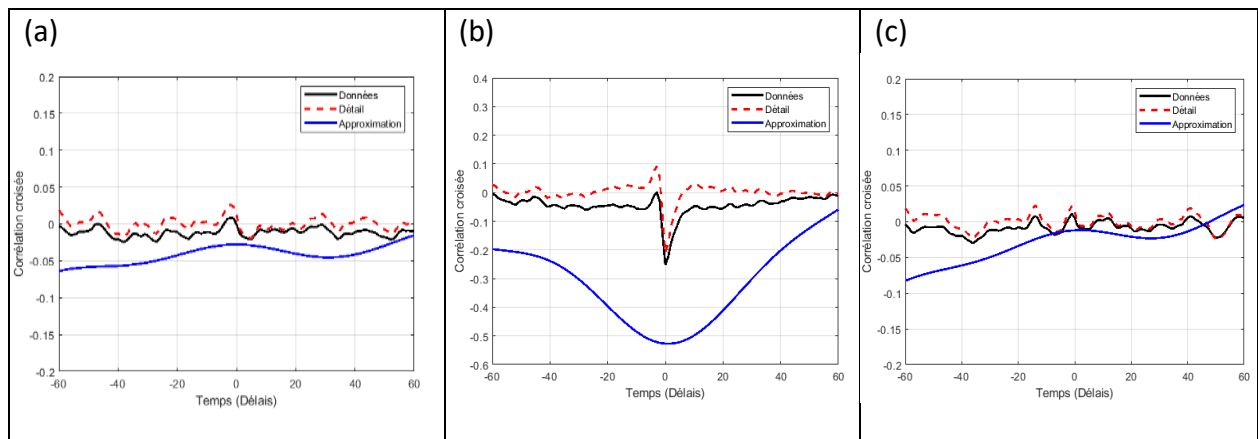


Fig. 25 : Analyse multirésolution croisée en Ondelettes zoomée entre les pluies à Dar El Beida et les indices climatiques : (a) AO-DEB ; (b) MO-DEB ; (c) NAO-DEB.

IV.4.4 Décomposition Modale Empirique

La méthode de décomposition modale empirique est appliquée aux données de pluies de Dar El Beida selon le processus de tamisage (Sifting Process) décrit dans le chapitre précédent. Les résultats sont présentés dans la figure 26. Les IMFs montrent que de fortes fluctuations existent surtout à petite échelle.

Le résidu indique que la tendance des précipitations à la station de Dar El Beida augmente, après une légère baisse.

La décomposition modale empirique a été appliquée aussi aux données des indices d'oscillation climatique (AO, MO, NAO) selon le processus de tamisage. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 27. Les IMFs montrent que de fortes fluctuations existent surtout à petite échelle comme dans le cas de l'analyse spectrale et l'analyse en ondelettes, ces fluctuations se propagent d'une façon plus ou moins modérée aux autres IMFs.

Pour l'AO le processus général décrit par son résidu a une tendance en hausse. Pour le NAO le processus général a une tendance à la baisse.

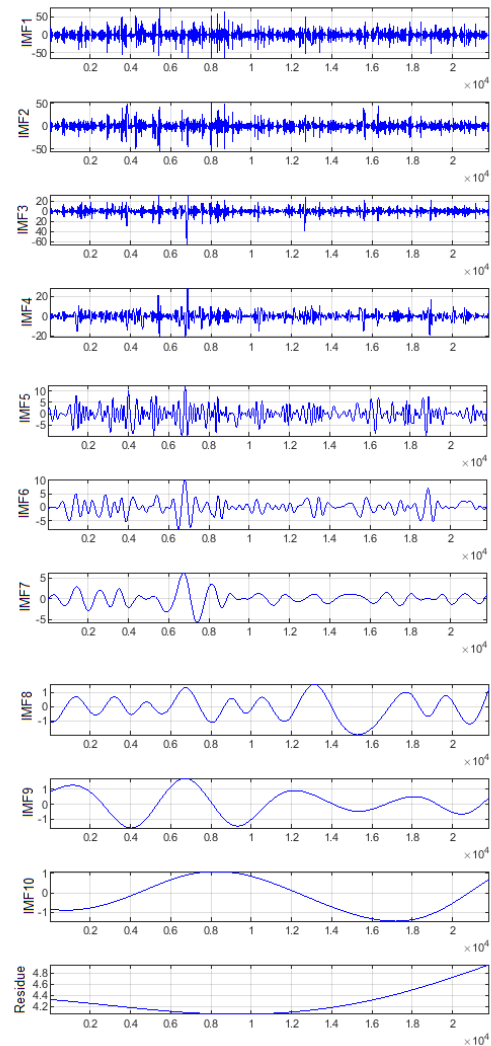


Fig. 26 : Décomposition par EMD des pluies journalières à Dar El Beida : Les 10 IMFs et le Residu (de haut en bas).

Pour le MO, le comportement de sa tendance débute par une baisse puis une hausse et il se termine par une baisse en opposition à la tendance des pluies.

IV.4.5. Méthode de corrélation intrinsèque en fonction du temps

L'analyse de corrélation intrinsèque en fonction du temps (TDIC) est utilisée pour déterminer la corrélation entre les indices d'oscillations climatiques et les pluies à différentes échelles de temps. Le graphe TDIC (ou TDIC plot) peut fournir l'évolution temporelle de la corrélation localisée entre deux signaux pour plusieurs échelles. Malheureusement, l'utilisation de cette méthode est extrêmement gourmande en mémoire vive, la RAM disponible sur un ordinateur "classique" ne nous permet pas d'utiliser nos séries temporelles avec toute leur période d'observation. Le travail a été effectué sur une station de calcul très puissante.

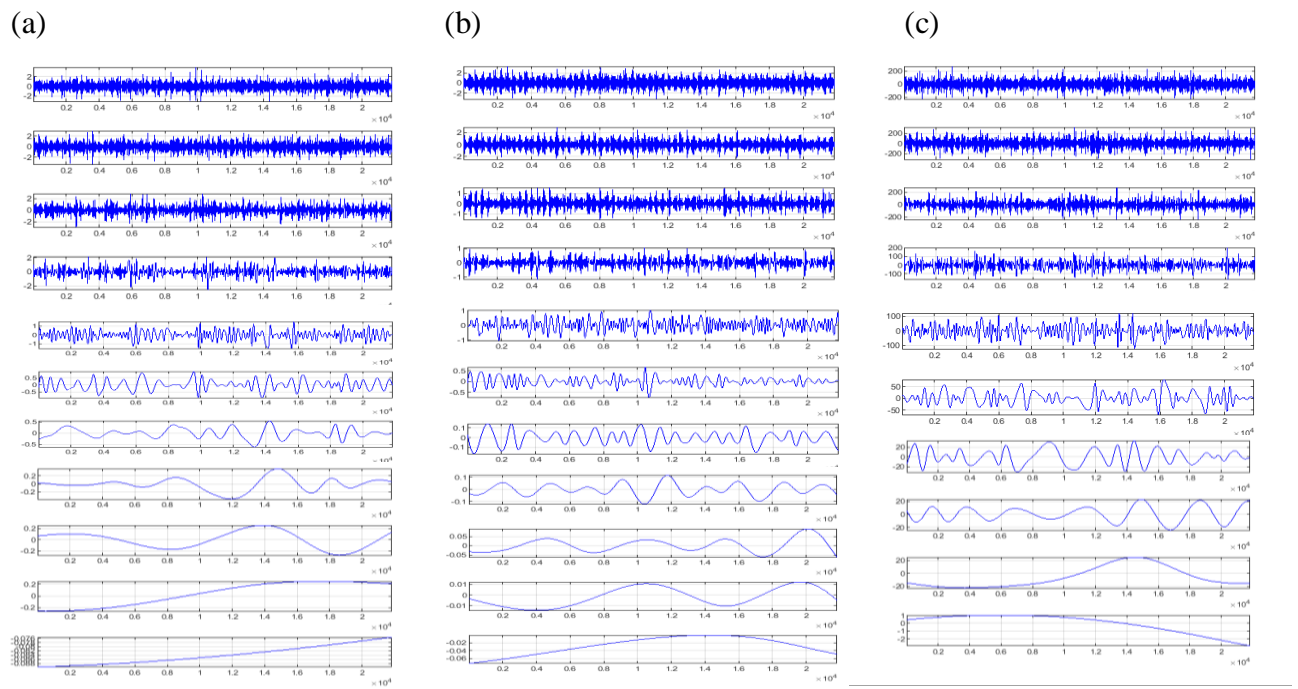


Fig. 27 : Décomposition par EMD des indices d'oscillations climatiques journaliers : (a)-AO ; (b)-MO ; (c)-NAO.

La méthode TDIC est utilisée et interprétée de la manière suivante : plus on se déplace vers la pointe supérieure du triangle, plus on regarde les corrélations avec un décalage temporel.

Les graphes TDIC ont été présentés à deux et à trois dimensions afin de visualiser convenablement les corrélations positives ou négatives. On voit apparaître un pattern pour les graphes TDIC sur la figure 28 nettement complet pour MO et non pas à toutes les échelles pour l'AO et le NAO. Un patch vert clair à vert d'eau à corrélation négative apparaît à toutes les échelles pour le MO, alors que pour l'AO et le NAO est moins spectaculaire et plus faible, ceci confirme déjà une corrélation significative MO-Pluie.

Cependant, à très petites échelles, nous constatons un phénomène « *d'aliasing* » correspondant probablement à des alternances de phases (positives, négatives) entre les indices et les pluies. A ce titre, nous avons agrandi le graphe TDIC du MO et des pluies pour plus de visibilité (Fig. 29).

L'apparition de ces patches en alternance, Bleu clair - Vert clair, semble confirmer l'interaction du MO et des pluies à petites échelles, mais des corrélations négatives qui dépassent la valeur -0.8.

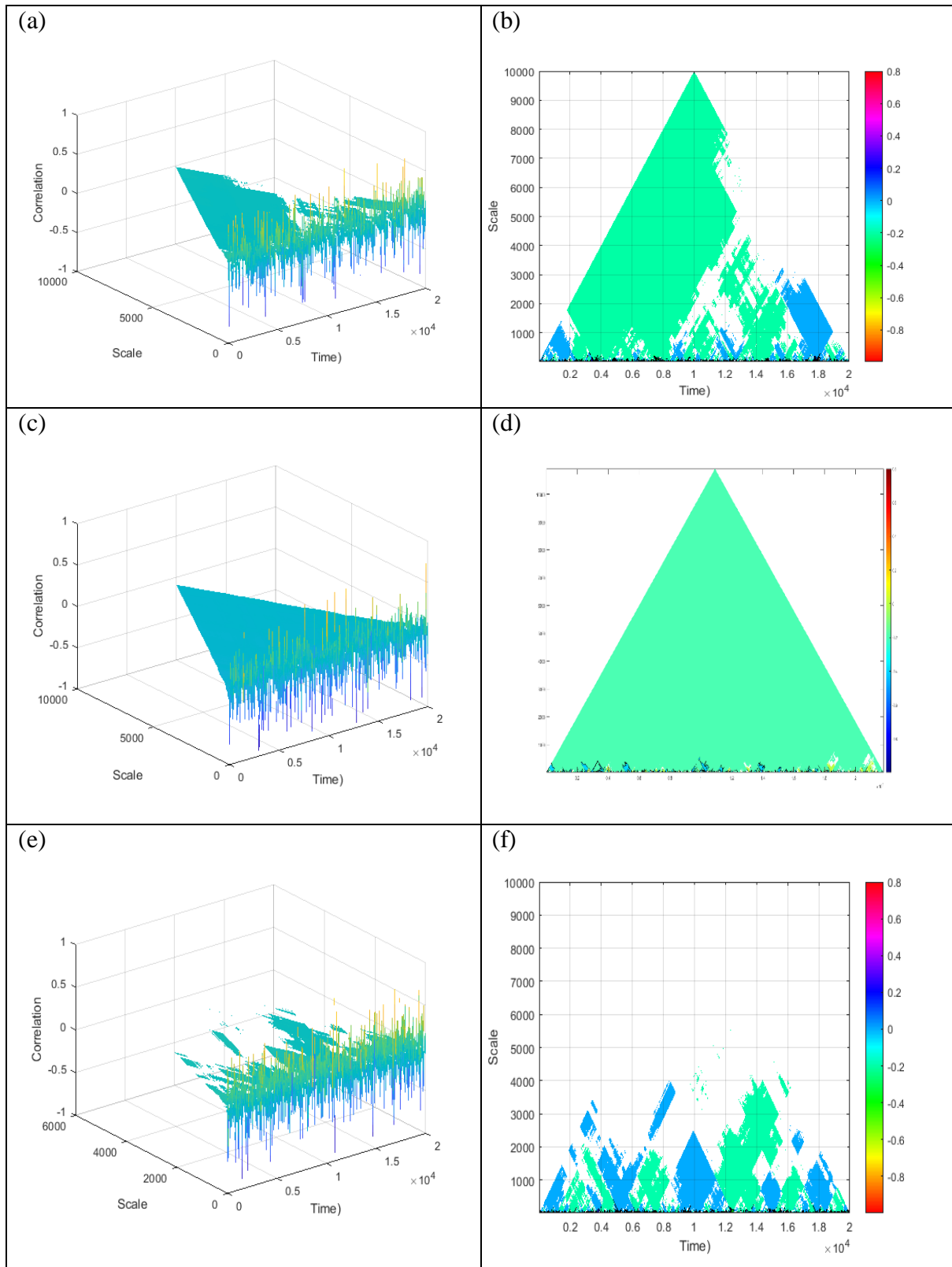


Fig. 28 -Corrélations croisées entre les indices d'oscillations climatiques et les pluies de Dar El Beida en 3D et 2D utilisant la méthode TDIC : (a) et (b) AO-DEB ; (c) et (d) MO-DEB ; (e) et (f) NAO-DEB

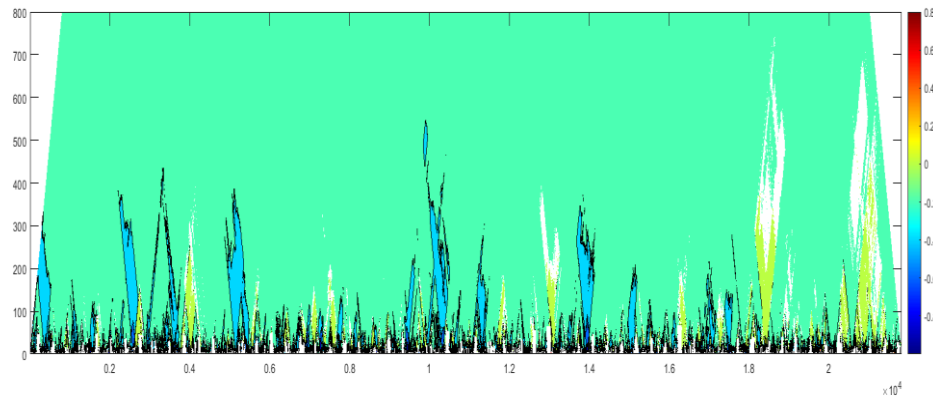


Fig. 29 : - Corrélation croisée entre l'indice d'oscillation Méditerranéenne et les pluies à Dar El Beida pour les petites échelles

IV.5 Conclusion :

Des observations numériques et graphiques obtenues à partir des différentes méthodes que nous avons abordées dans cette étude ont permis d'évaluer les relations potentielles entre les précipitations de la station de Dar El Beida et les indices d'oscillations climatiques.

Nous avons remarqué au début de notre étude que le comportement spectral par analyses univariées, analyse de cohérence et analyses croisées est complètement différent entre les précipitations et les indices climatiques, nous n'avons pas remarqué une relation claire et convaincante entre eux.

Par ailleurs, nous avons contribué par montrer et analyser les différents modes de variabilité des pluies et des indices à l'aide de l'analyse en ondelettes continues et multirésolution, elles montrent globalement une relation de causalité éventuelle faible, mais une capacité de régulation très significative.

Ainsi, pour confirmer les résultats obtenus précédemment et extraire plus d'informations sur les possibilités de la relation indice-pluie, la méthode de corrélation intrinsèque en fonction du temps a mis en évidence une corrélation faible en général et négative à toutes les échelles, mais particulièrement significative à petites échelles entre le MO et les pluies à Dar El Beida.

Conclusion générale :

L'Algérie est considérée comme l'un des pays semi-arides les plus vulnérables au changement climatique. Dans cette étude, nous nous intéressons à la partie Nord de l'Algérie, en raison de son contexte d'hydrologie de surface, et là où le phénomène des extrêmes hydrologiques et climatiques et des changements climatiques (inondations, pluies torrentielles, ouragans, sécheresses, etc.) sont devenu un sujet fréquent.

Afin de comprendre les cycles essentiels de leurs fluctuations, nous proposons dans le cadre de cette étude une nouvelle approche qui s'appuie sur l'analyse des données de précipitations et des indices d'oscillations climatiques à partir d'un certain nombre d'informations et de données (atmosphériques, climatiques, hydrologiques, etc...) et les techniques de traitement du signal pour mieux caractériser et comprendre ces processus climatiques et hydrologiques et évaluer leurs interactions.

Dans ce travail, on a consacré une première partie à l'application des méthodes d'analyses spectrales afin de comparer le comportement spectral des pluies à celui des indices. A ce titre, les séries de pluies et des indices ont des comportements spectraux différents, pour la série des pluies, elle est conservative, alors que les séries des indices sont non-conservatives.

La deuxième partie de ce travail comprend principalement l'application des méthodes d'analyse en Ondelettes Continue et d'analyse en Ondelettes discrète afin de compléter l'analyse spectrale. L'analyse en ondelettes continue a mis en évidence que le comportement du MO est très comparable à celui des pluies ce qui révèle une possible relation étroite entre les deux séries. Les spectres en ondelettes croisés entre les indices et les pluies révèlent un pouvoir commun important et significatif, il met en évidence clairement la composante annuelle entre le MO et les pluies et d'une façon continue L'analyse de la cohérence montre que la relation MO-Pluie est fortement mise en évidence pour la composante annuelle. Elle est présente à petite échelle et à grande échelle mais d'une façon discontinue.

L'analyse multirésolution croisée entre les indices et les pluies a montré une corrélation plus significative pour le MO et les pluies à Dar El Beida que les autres indices à court terme et à long terme.

La méthode de décomposition modale empirique a constitué la dernière partie de ce travail. Elle a été appliquée aux données de pluies et des indices afin d'utiliser la méthode de corrélation intrinsèque en fonction du temps.

Cette méthode a mis en évidence une corrélation faible en général et négative à toutes les échelles, mais particulièrement significative à petites échelles entre le MO et les pluies à Dar El Beida.

Références Bibliographiques

- Adarsh, S., & Reddy, M. J. (2016).** Multiscale characterization of streamflow and suspended sediment concentration data using Hilbert–Huang transform and time dependent intrinsic correlation analysis. *Modeling Earth Systems and Environment*, 2(4), 1-17
- Adarsh, S., & Janga Reddy, M. (2019).** Multiscale characterization and prediction of reservoir inflows using MEMD-SLR coupled approach. *Journal of Hydrologic Engineering*, 24(1), 04018059.
- Assous S. (2005, décembre 14).** Time-frequency analysis by the S transform and interpretation of the laser Doppler flowmetry signals: clinic diagnosis applications. Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- Barnhart, Bradley Lee (2011)** - The Hilbert-Huang Transform: theory, applications, development. PhD (Doctor of Philosophy) thesis, University of Iowa, 89p.
- Brigham, E. (1988)** - The Fast Fourier Transform and its Applications. Prentice Hall. Englewood Cliffs NJ, 448 p
- Brigham E. (1974).** The fast Fourier transform. Prentice-Hall Inc.
- Chen, X., Wu, Z., & Huang, N. E. (2010).** The time-dependent intrinsic correlation based on the empirical mode decomposition. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2(02), 233-265.
- Derot, J. (2014).** *Utilisation des données de MAREL Carnot pour la compréhension des mécanismes des extrêmes dans la qualité des eaux à Boulogne-sur-Mer* (Doctoral dissertation).
- Deliou A. (2013, juin 22).** Extraction des caractéristiques fréquentielles des signaux biomédicaux et g acoustiques par des algorithmes basées sur des techniques temps fréquence non paramétriques. Faculté des sciences, Agadir.
- Huang, Y., & Schmitt, F. G. (2014).** Time dependent intrinsic correlation analysis of temperature and dissolved oxygen time series using empirical mode decomposition. *Journal of Marine Systems*, 130, 90-100.
- Derot, J. (2014).** *Utilisation des données de MAREL Carnot pour la compréhension des mécanismes des extrêmes dans la qualité des eaux à Boulogne-sur-Mer* (Doctoral dissertation).
- Djoudi A. (2018).** Apport de la Transformée de Hilbert-Huang à l'étude de la. Université Amar Thelidji- Laghouat, faculte de genie civil et d'architecture, departement de genie civil, Algerie, Laghouat
- Fleury, G. (2001).** *Analyse spectrale: méthodes non-paramétriques et paramétriques.*
- Gabor, D. (1946)** - Theory of communication. J. Inst. Elect. Eng., Vol. 93, No. 3, pp. 429 – 457
- Gada S. (2013)** – Décomposition Modale Empirique: Application à l'analyse de la texture. Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. 99p
- George N V. (2009).** S Transform: Time frequency analysis & filtering. Department of Electronics and Communication Engineering, National Institute of Technology, Rourkela, India.

Haddad, S., Grimes, M., Benkdidah, T., Mekideche, M., & Bouhadjera, A. (2010). LA DECOMPOSITION MODALE EMPIRIQUE POUR LA DETECTION D'ECHOS ULTRASONORES MULTIPLES. In *Conférence Internationale sur le Soudage, le CND et l'Industrie des Métaux, IC-WNDT-MI'10*. Centre de Recherche Scientifique et Technique en Soudage et Contrôle (CSC).

Heckbert P. (1998, janvier 27). Fourier Transforms and the Fourier Transforms and the.

Huang NE, Shen Z, Long SR, Wu MC, Shih HH, Zheng Q, Yen N, Tung C., Liu HH(1998)- The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society London 1998*.A454:903–995

Ismail, D. K. B., Lazure, P., & Puillat, I. (2015). Advanced spectral analysis and cross correlation based on the empirical mode decomposition: application to the environmental time series. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 12(9), 1968-1972
Truchetet, F. (1998). *Ondelettes pour le signal numérique*. Hermes.

Mahgoun, H., Bekka, R. E., & Felkaoui, A. (2011). Etude Comparative Entre la Transformée de Hilbert-Huang et la Transformée en Ondelettes Continue Dans la Détection des Défauts de Roulements.

Perrier, V. (2005). Application de la théorie des ondelettes. *Institut National Polytechnique de Grenoble*.

Rossi, A. (2010). *Analyse spatio-temporelle de la variabilité hydrologique du bassin versant du Mississippi: rôles des fluctuations climatiques et déduction de l'impact des modifications du milieu physique* (Doctoral dissertation, Rouen).

Sharabaty, H. (2007). *Diagnostic de la somnolence d'un opérateur: analyse automatique de signaux physiologiques* (Doctoral dissertation, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier).

TAOUTI, M. B. (2012). *Analyses fractales et multifractales des précipitations et des débits en Algérie septentrionale* (Doctoral dissertation, Université de Laghouat-Amar Telidji).

Truchetet, F. (1998). *Ondelettes pour le signal numérique*. Hermes.

Vera Bustamante, A. (2009). Étude de la corrélation entre les différents indices du phénomène ENSO (El Niño, La Niña) et les indices de pluviométrie et de débits du bassin versant de l'Esmeraldas (Nord de la côte Pacifique équatorienne): rapport de stage.

Vera Bustamante, A. (2009). Étude de la corrélation entre les différents indices du phénomène ENSO (El Niño, La Niña) et les indices de pluviométrie et de débits du bassin versant de l'Esmeraldas (Nord de la côte Pacifique équatorienne): rapport de stage.

Wright P B. (1975). An index of the Southern Oscillation. Climatic Research Unit, School of Environmental Sciences, University of East Anglia.

Yang, Y., Liu, G., & Liu, C. (2020). Fine interrelation between track irregularities and vehicle responses: multi-scale time-dependent correlation analysis. *Vehicle System Dynamics*, 1-19

Zamrane Z. (2016). Recherche d'indices de variabilité climatique dans des séries hydroclimatiques au Maroc : identification, positionnement temporel, tendances et liens avec les fluctuations climatiques : cas des grands bassins de la Moulouya, du Sebou et du Tensift. Délivré par Université Montpellier.

Zerouali B.(2018). Evaluation et gestion de l'impact des changements climatiques sur les ressources en eau de la Wilaya de Tizi Ouzo, Université Amar Telidji