



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULTE ou INSTITUT : FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

MEMOIRE DE MASTER

Présenté par :

CHACHI Imane

AZZOUZI Chafika

DOMAINE : SCIENCES ET TECHNIQUES

FILIERE : GENIE CIVIL

OPTION : SCIENCES ET TECHNIQUES TOPOGRAPHIQUES

Thème

**L'utilisation de la technique de la
régression multiple pour la
transformation entre WGS84 et Nord
Sahara**

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	qualité
Mr. DJABALLAH Ahmed	Maitre-assistant A	Président
Mr. BENCHEHIDA Abdelkader	Maitre-assistant B	Examineur
Mr .KADRI Chadli	Maitre-assistant A	Encadreur

Promotion : Juin - 2016

Remerciements

Tout d'abord, on remercie Dieu tout puissant de nous avoir donné la patience, le courage et la volonté afin de rédiger ce modeste travail et nous tenons expressément à remercier nos parents pour leur soutien, leur confiance et leurs encouragements tout au long de ces études.

nous tenons particulièrement à remercier monsieur KADRI Chadli maitre-assistant -A- au niveau de l'Université d'Amar Thelidji pour son attention portée à notre travail pour son encadrement de notre mémoire avec une grande rigueur scientifique.

Nous adressons aussi nos remerciements à Monsieur DJABALLAH Ahmed maître assistant -A- . Pour avoir accepté d'être le président de jury de ce modeste travail ainsi que Monsieur BENCHEHIDA Abdelkader maître assistant -B- . Pour avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Enfin nous adressons nos meilleurs et chaleureux remerciements à toute personne qui nous a aidés de près ou de loin dans la réalisation de ce travail.

Dédicaces

*C'est avec un grand honneur que je dédie ce modeste travail à :
Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son
Soutien, et tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils,
pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, je lui
transmet à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de
mes sentiments et de mon éternelle gratitude.*

*Mon père, qui peut être fier et trouve ici le résultat de longues
Années de sacrifices et de privations pour m'avoir aidé à avancer
dans la vie.*

Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour, à tous

Mes frères et mes sœurs.

*Je dédie ce travail dont le grand plaisir leurs revient en premier
lieu pour leurs conseils, aides, et encouragements.*

A toute ma grande famille chachi

A mon binôme chafika

*À tous mes chers amis et mes collègues de l'Université d'Amar
Thelidji*

Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que

Ce travail soit possible, je vous dis merci.

A tous mes amis surtout mon amie fidèle Amina

A tous ceux qui m'ont aidé de près ou loin à élaborer ce travail.

Imane

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

*A mes parents .Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de
L'amour Dont ils ne cessent de me combler.*

Que dieu leur procure

Bonne santé et longue vie.

A celui que j'aime beaucoup et qui m'ont soutenue tout au long de

Ce travail: mes frères,

Et A mes sœurs,

A toute ma famille azzouzi

A mon binôme imane

À tous mes chers amis et mes collègues de l'Université d'Amar

Thelidji

Et à tout ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce

Travail soit possible, je vous dis merci.

chafika

ملخص

ان الهدف الاساسي للجيوإيسى هو تحديد المواقع المنسوبة الى مرجع دقيق

حيث ادت هذه التقنية الى تسهيل و تسريع العمل GPS في ظل ظهور تقنية نظام تحديد المواقع

النظام العالمى يسمى WGS84 و فى الجزائر النظام الجيوإيسى المحلى يسمى Nord Sahara

وبالتالى فإن الانتقال من النظام العالمى الى النظام المحلى أمر بالغ الأهمية وحاسم

للأسف هذا النظام المحلى هو ثنائى الأبعاد، الأمر الذى يتطلب الى البحث عن طرق جديدة تساعد فى الانتقال من نظام الى آخر.

تشمل هذه المذكرة إحدى الطرق التى تعالج هذا النوع من المشاكل يسمى الانحدار المتعدد **régression multiple**

النتائج التى تم الحصول عليها أجريت على منطقة وهران

كلمات البحث: طرق الانحدار المتعدد، نظام تحديد المواقع

Résumé

L'un des grands objectifs de la géodésie est de déterminer la position en planimétrie et altimétrie attaché à un référentiel bien précis.

L'apparition de nouveau système spatial GPS a facilité et rendre ce travail simple et rapide.

L'Algérie un héritage géodésique et cartographique qui appartient à un système qui s'appelle Nord Sahara.

Donc le passage d'un système à un autre est indispensable et crucial

Malheureusement ce système local est bidimensionnel, qui nécessite de chercher d'autre alternatif autre que les similitudes spatiales pour passer du WGS84 vers Nord Sahara ou l'inverse.

Ce mémoire comporte une étude de l'une des méthodes qui traitent ce genre de problème et qui s'appelle la régression multiple.

Les résultats obtenus est le arc second testé sur la zone de la wilaya d'Oran.

Mots Clé: méthodes à multiples régressions, GPS

Table des matières

Remerciements

Dédicaces

Résumé

Table des matières.....	i
Liste des figures.....	iv
Liste des tableaux.....	v
Liste des équations.....	vi
Notation Et Acronymes	viii
Introduction	2

CHAPITRE I

Le système géodésique en Algérie

I.1 Quelques définitions.....	5
I.2 Les paramètres essentiels	5
I. 2 .1 système de référence géodésique.....	5
I.2 .2 Le réseau géodésique.....	5
I.3 Les principales étapes de la géodésie en Afrique du nord.....	6
I.4 Systèmes géodésiques et cartographiques en Algérie	7
I.4.1 Système Voirol 1875.....	7
I.4.1.1 Chaîne primordiale.....	7
I.4.1.2 Elément de départ du système géodésique Voirol (1875).....	7
I.4.1.3 Valeur du réseau.....	7
I.4.2 Le système ED50.....	7
I.4.3 Le système Nord Sahara.....	8
I.5 La géodésie saharienne	9
I.5.1 Le réseau astronomique.....	9
I.6 Densification du parallèle nord.....	10
I.6.1 Le premier ordre.....	11

I.6.2 Réseau 2ème ordre.....	12
I.7 Le réseau géodésique Doppler.....	13
I.8 Géodésie par GPS.....	14
I.8.1 Réseau GPS Ordre Zéro.....	14
I.8.2 Réseau GPS 1er ordre (réseau de densification par GPS).....	15
I.8.3 Réseau géodésique d'unification par GPS.....	16
I.9 Le réseau de nivellement	17
I.10 Réseau de gravimétrie.....	18
I.11 Unification des travaux géodésiques sur le système Nord- Sahara.....	19
I.11.1 Le système Voirol 1875 en projection Lambert	19
I.11.2 Le système Nord Sahara en Lambert.....	19
I.11.3 Le système Nord Sahara en projection UTM.....	21
I.11.4 Le système Voirol unifié 1960.....	23

CHAPITRE II

Différents types de Transformation

II.1 Ellipsoïde de révolution	25
II.2 Systèmes géodésiques	26
II.3 Types des coordonnées	27
II.3.1 Système géocentrique.....	27
II.3.2 Système Géographique.....	28
II.3.3 Coordonnées planes.....	29
II.4 Transformation entre système géodésique.....	30
II .4.1 Définition.....	30
II.4 .2 Passage des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes.....	31
II.4.3 Passage des coordonnées cartésiennes(X,Y,Z)aux coordonnées géographiques (λ ,h).....	32
II.5 Transformations des coordonnées	33
II.6 Méthodes de transformation entre systèmes géodésiques.....	33

II.6.1 Modèle « à 7 paramètres ».....	33
II.6.2 Transformation MOLODENSKY-BADEKAS.....	34
II .6.2.1 Transformation géographique de Molodensky.....	34
II.6.3 Le Modèle de BURSA – WOLF.....	37
II.7 Unification des systèmes géodésiques terrestres	41
II.7.1Transformation bidimensionnelle.....	41
II.7.2 La transformation par la ligne géodésique.....	42
II .8 Traitement	44
II .8.1 Etape 1 : Résolution du problème Inverse.....	44
II .8.2 Etape 2 : Résolution du problème Direct.....	44
II.9 Transformation polynomiale par la multiple régression	45

CHAPITRE III

Application de la technique de multiple régression

III.1 Introduction	47
III.2 Présentation de la zone d'étude.....	47
III.3 Transformation polynomiale par la multiple régression	48
III.4 Test statistique de la multi-régression	50
Conclusion	55
Référence Bibliographique	57

Liste des figures

Figure I. 1: Le Système Général	6
Figure I.2: Décalages Entre Les Latitudes Du Système Europ 50 Et Latitudes Correspondantes Du Système Nord. Sahara	9
Figure I. 3: Réseau Astronomique	10
Figure I. 4: Réseau De Densification Du Parallèle Nord	11
Figure I. 5: Réseau Doppler INCT	14
Figure I. 6: Réseau GPS Ordre Zéro	15
Figure I. 7: Réseau GPS 1er Ordre	16
Figure I. 8: Réseau de nivellement. En noir: INCT;en rouge: IGN.....	18
Figure I. 9: Réseau De Gravimétrie.....	19
Figure I.10: Projection En Algérie	21
Figure I.11: Fuseaux De La Projection UTM En Algérie.....	22
Figure II.1: L'ellipsoïde De Révolution.....	25
Figure II.2: L'ellipsoïde Global Et Local ,Géoïde	27
Figure II.3: Coordonnées Géocentriques	28
Figure II. 4: Coordonnées Géographiques	29
Figure II. 5: Transformation Entre Système Géodésique.....	30
Figure II. 6: Les Paramètre De L'ellipsoïdes.....	31
Figure II.7: Passage Des Coordonnées Cartésiennes Aux Coordonnées Géographiques	32
Figure II. 8: Transformation Sur La Ellipsoïdeque	43
Figure III.1: Zone D'étude	48
Figure III. 2: Carte Des Différences En Latitude (WGS84-Nord Sahara)	51
Figure III. 3: Carte Des Différences En Longitude (WGS84-Nord Sahara)	51

Liste des tableaux

tableau I.1: mission de geodesie classique 1er ordre.....	12
tableau I.2: mission de geodesie classique 2 eme ordre	13
tableau I.3: mission gps	16
tableau I.4: mission d'unification par gps	17
tableau I.5 : constantes de la projection lambertnord et lambert sud	20
tableau I.6: constantes de la projection utm en algerie	22
tableau III.1: regression multiple pour differences de latitude (wgs84 a systeme national nord sahara)	52
tableau III.2: regression multiple pour differences de longitude (wgs84 a systeme national nord sahara)	52
tableau III.3: precision des points de controle de la transformation au cours de la regression.....	53

Liste des équations

équation : (II.1).....	25
équation : (II.2).....	25
équation : (II.3).....	25
équation : (II.4).....	25
équation : (II.5).....	26
équation : (II.6).....	26
équation : (II.7).....	33
les équations : (II. 8) et (II. 9)	34
équation : (II.10).....	34
équation (II.11).....	34
équation : (II.12).....	35
équation : (II.13)	37
équation : (II.14).....	37
équation : (II.15).....	38
équation : (II.16).....	38
équation : (II.17).....	38
équation : (II.18).....	38
équation : (II.19).....	38
équation : (II.20).....	39
équation : (II.21).....	39
équation : (II.22).....	39
équation : (II.23).....	39
équation : (II.24).....	39
équation : (II.25).....	39
équation : (II.26).....	40
équation : (II.27).....	40
équation : (II.28).....	40
équation : (II.29).....	40
équation : (II.30).....	40
équation : (II.31).....	40
équation : (II.32).....	41
équation : (II.33).....	41
équation : (II.34).....	41
équation : (II.35).....	41
équation : (II.36).....	41
équation : (II.37).....	41
équation : (III.1)	48
équation : (III.2)	49
équation : (III.3)	49
équation : (III.4)	49
équation : (III.5)	49

équation : (III.6)	49
équation : (III.7)	49
équation : (III.8)	49
équation : (III.9)	49
équation : (III.10)	49
équation : (III.11)	49
équation : (III.12)	49
équation : (III.13)	49
équation : (III.14)	49
équation : (III.15)	49
équation : (III.16)	49
équation : (III.17)	50
équation : (III.18)	50
équation : (III.19)	53
équation : (III.20)	53

Notation Et Acronymes

ADOS: Africain Doppler Survey

AAC: Association Africain De Cartographie

AMS : Army Map Service

Clarke 80 A : Ellipsoïde local appliquée au système Nord Sahara

DMA: Defense Mapping Agency

ED50: European Datum 1950

IGN: Institut Géographique National (France)

INCT : Institut National de Cartographie et de Télédétection

IERS : International Earth Rotation Service

GPS: Geodetic Position System

NIMA: US National Imagery and Mapping Agency

NGF: Nivellement General De France

SIG : Le Système D'information Géographique

SGA : Service Géographique de l'Armée

WGS84 : World Geodetic System 84

WGS72: World Geodetic System 72

UTM : Universel Traverse Mercator

Introduction

Introduction

Le GPS a pour but de donner de la position (longitude et latitude) à n'importe quel moment et n'importe quel endroit dans un référentiel mondial appelé WGS84.

Chaque pays possède sa propre référence géodésique. Afin d'exploiter localement les avantages de l'outil GPS, il est nécessaire de transformer les coordonnées GPS en coordonnées exprimées dans le système local.

Avec le développement d'un modèle unique, il est devenu possible de représenter toutes les données locales (position) dans un seul système géodésique de référence ; cependant la transformation des positions d'un système géodésique à un autre n'est pas une opération simple. Pour cette raison un grand nombre de données en service aujourd'hui sont encore référencées dans des systèmes géodésiques anciens.

Les coordonnées cartésiennes exprimées dans un système géocentrique, ou les coordonnées géographiques rapportées à un ellipsoïde géocentrique sont produites par des techniques de positionnement satellitaire (GPS). Pour transformer ces coordonnées dans le système local, il est nécessaire d'appliquer des algorithmes utilisant des paramètres déterminés au moyen de calculs de probabilité afin d'adapter les mesures satellitaires précises au réseau géodésique local et à ses inévitables déformations.

Chaque ellipsoïde local présente invariablement un décalage par rapport à l'ellipsoïde géocentrique du système WGS84. Ce décalage ne résulte pas seulement des différences de paramètres ellipsoïdaux mais aussi de la position de l'origine et de l'orientation des axes de coordonnées. Par conséquent, les coordonnées géographiques d'un même point dans un système de référence local diffèrent de celles du système global et le décalage en distances peut atteindre plusieurs centaines de mètres.

En géodésie, il existe plusieurs modèles de transformation qui permettent le passage d'un système géodésique à un autre. L'emploi de ces modèles passe par des étapes de traitement plus ou moins complexes (ex. : le choix de l'approche de transformation, le choix des points d'appui et la sélection des points de contrôle.

Pour le cas de l'Algérie, il existe plusieurs paramètres de transformation publiables par NIMA, IGN, et INCT ne sont pas précis. Dès qu'on aborde le problème d'une transformation globale et rigoureuse afin de garantir les précisions initiales; les paramètres publiés devient insuffisant ([Medjahed et ZeggaiI, 2012](#)).

Ceci est dû en majeure partie à la méconnaissance et à l'absence d'un système géodésique unifié sur tout le territoire national.

D'où la nécessité de mettre en place une méthodologie de transformation destinée directement à l'utilisateur.

Cette approche est appelée conventionnellement transformation par grille. Elle est basée sur le principe de construction et l'utilisation d'une grille planimétrique (2D) pour la transformation de la longitude et la latitude entre deux datums géodésiques (WGS84 et Nord Sahara).

C'est la méthode appliquée dans ce travail appartient aux familles de transformation par modèle locaux appelée multi régression.

Le présent mémoire a pour objet de définir la méthode de multi régression appliquée dans le cas de notre pays. Après une introduction, on a réalisé une rappelle sur l'historique de réseau géodésique national et ses composantes.

Le deuxième chapitre sera consacré au type de coordonnées, et les modèles mathématiques de transformation de coordonnées appliquée en Algérie. Le chapitre trois s'attachera à la définition de la méthode de multi régression par l'application de cette dernière à une zone équipée de données dans les deux systèmes WGS84 et Nord Sahara. En fin, on termine par une conclusion où on démontre leurs inconvénients et avantage pour le cas de l'Algérie.

CHAPITRE I

Le système géodésique en Algérie

I.1 Quelques définitions

Géodésie, c'est la science qui étudie la forme de la terre. Par extension, elle regroupe l'ensemble des techniques ayant pour but de déterminer les positions planimétriques et altimétriques d'un certain nombre de points géodésiques et repères de nivellement.

Les définitions qui suivent sont principalement tirées et inspirées de la notice technique de l'Institut Géographique National, intitulée : Notions géodésiques nécessaires au positionnement géographique (IGN, 2000) ([Kesteloot, 2013](#)).

I.2 Les paramètres essentiels

La mise en œuvre de la géodésie et des techniques qui en sont dérivées nécessitent l'existence d'un jeu de paramètres essentiels :

- un système géodésique de référence
- un réseau géodésique de points matérialisés

I. 2 .1 système de référence géodésique

Un système Géodésique, où datum, est défini par un ellipsoïde, et par la position et l'orientation de cet ellipsoïde dans l'espace.

Un système géodésique (ou datum géodésique) est un repère affine possédant les caractéristiques suivantes :

- le centre O est proche du centre des masses de la Terre
- l'axe OZ est proche de l'axe de rotation terrestre
- le plan OXZ est proche du plan méridien origine

I.2 .2 Le réseau géodésique

Un réseau géodésique est un ensemble de points de la croûte terrestre (tels que des piliers, des bornes...) dont n les coordonnées sont définies, estimées par rapport à un système géodésique. Plusieurs types de réseaux sont distingués :

- les réseaux planimétriques
- les réseaux de nivellement
- les réseaux tridimensionnels géocentriques ([Kesteloot, 2013](#)).

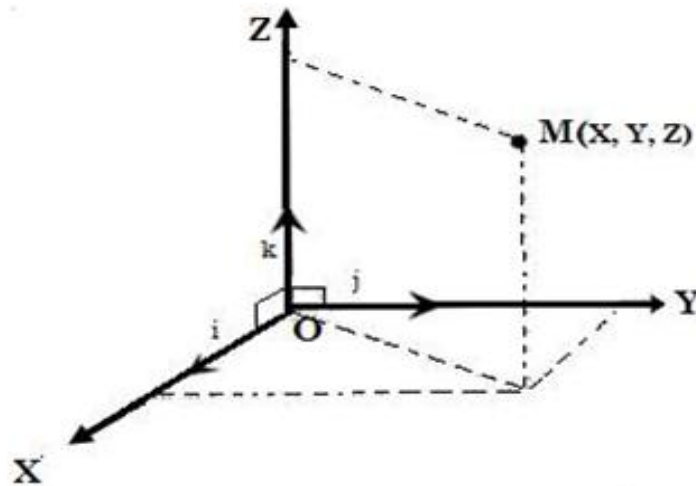


Figure I. 1:Le Système Général

I.3 Les principales étapes de la géodésie en Afrique du nord

Ce réseau primordial est constitué par deux chaînes parallèles et sept chaînes méridiennes.

Chaînes parallèles

- Nord : de Casablanca à Tunis passant dans les régions de Meknes, Oujda, Oran, Alger et Constantine.
- Sud : d'Agadir à Gabès, jalonnée par Bou Dnib, Ain Safra, Laghouat et Biskra.

Chaînes méridiennes

- Marrakech
- Meknes
- Guercif
- Mechria
- Laghouat
- Biskra
- Gabès

Jusqu' en 1950, cet ensemble était divisé en deux tronçons distincts ayant leurs éléments de départ particuliers : la triangulation d'Algérie – Tunisie pour origine le point astronomique de Voirol (près d'Alger) et la triangulation du Maroc sur le point astronomique de Merchich (près de Casablanca).

En 1950, on a adopté pour la Tunisie un système géodésique indépendant ayant pour origine le point astronomique de Carthage (près de Tunis) (Kadri.Chadli, 2003).

I.4 Systèmes géodésiques et cartographiques en Algérie

I.4.1 Système Voirol 1875

I.4.1.1 Chaîne primordiale

La triangulation d'Algérie a été commencée en 1854 :

- Deux chaînes parallèles : le parallèle nord dans la région du Tell et le parallèle sud sur les hauts plateaux.
- Trois chaînes méridiennes : celle de Mechria à l'ouest, de Laghouat au centre et de Biskra à l'Est, ces deux dernières chaînes se rejoignent dans la région d'Ouargla.

I.4.1.2 Elément de départ du système géodésique Voirol (1875)

- Point fondamental : point astronomique de Voirol (près d'Alger) avec des coordonnées géographiques déterminés en 1875.

$L = 40^{\circ} 8' 37.5''$ Nord.

$M = 0^{\circ} 7' 88.7''$ Est de Paris.

- Azimut de départ : est celui du côté Voirol Melab El Kora dont la valeur adoptée fut : $358^{\circ} 09' 32.4''$ gr.
- Base de départ (base de Blida) = 10000,286 m
- L'ellipsoïde de Clarke 1880A fut adopté comme surface de référence.

I.4.1.3 Valeur du réseau

Cette triangulation primordiale a le caractère d'une géodésie de reconnaissance. Elle n'a pas été compensée (avant 1950), et de plus la base de Blida mesurée en 1854 a été reconnue fautive de 0.662 m à la suite de nouvelles mesures effectuées en 1910 et en 1913. Sa vraie longueur est 9.999624 m. De sorte qu'en plus de ses imperfections de structure. Ce réseau comporte au départ une erreur d'échelle d'environ 1/15000.

I.4.2 Le système ED50

D'après les documents originalement fournis par l'IGN, AMS (l'Army Map Service) a effectué un calcul d'ensemble des triangulations primordiales de toute l'Afrique du nord ; ce calcul a été conduit dans le cadre de la compensation européenne sur l'ellipsoïde international ; Nous l'appellerons Europe 50.

A la suite de ce calcul l'AMS a fourni à l'IGN les listes des coordonnées correspondantes.

Depuis longtemps l'IGN avait constaté qu'un nouveau calcul de triangulation d'Algérie n'aurait de véritable signification qu'à la condition de ré-observer les parties du réseau jugées défectueuses. Ce travail comporte la ré-observation et recalcule en y introduisant les bases et azimuth astronomique de M'sabiah, d'Alger et de Navarin.

Les calculs, entrepris en 1955, ont été effectués sur l'ellipsoïde international. Ces calculs se trouvent ainsi incorporés dans le système Europe50 (Kadri.Chadli, 2003).

I.4.3 Le système Nord Sahara

En 1959, l'IGN était en possession d'un réseau de 1^{ère} ordre compensé dans le système Europe 50, sur l'ellipsoïde international de HAYFORD.

D'autre part, tout le système cartographique de l'IGN dans l'Afrique était basé sur l'ellipsoïde de Clarke 1880 recommandé à la conférence Internationale de Eukavu (Congo-Zaire) en 1953, et d'autre part, les cartes sahariennes étaient établies sur un canevas astronomique qui, arrivant au contact du réseau géodésique, présentait des hiatus ou des recouvrements variables, dont l'ordre de grandeur est appréciable pour la cartographie.

Pour concilier les deux canevas de triangulation avec les canevas astronomiques, l'IGN a établi sur l'ellipsoïde de Clarke un système de méridiens et parallèles tel que les discordances moyennes entre les coordonnées géographiques issues de la triangulation et les coordonnées géographiques issues de l'astronomie soient au minimum.

Le système de coordonnées sur l'ellipsoïde qui remplit ces conditions a été appelé "système géodésique Nord Sahara" (Kadri.Chadli, 2003).

Il est déduit du système Europe 50 par la transformation suivante :

$$Mc = Mi - 4.00 \text{ dmgr}$$

$$Lc = Li - 48.400 \text{ dmgr}$$

Mc et Lc : représentent la longitude et la latitude isométrique correspondante au système Nord Sahara sur l'ellipsoïde Clarke 1880.

Mi et Li : représentent la longitude et la latitude isométrique dans le système Europe 50 basé sur l'ellipsoïde international de Herford.

$$Li = \int_0^\varphi \left(\rho / N \cos \varphi \right) d\varphi$$

L_i : la latitude isométrique.

La planche suivante représente les décalages entre les latitudes du système Europe 50 et les latitudes correspondantes du système Nord Sahara.

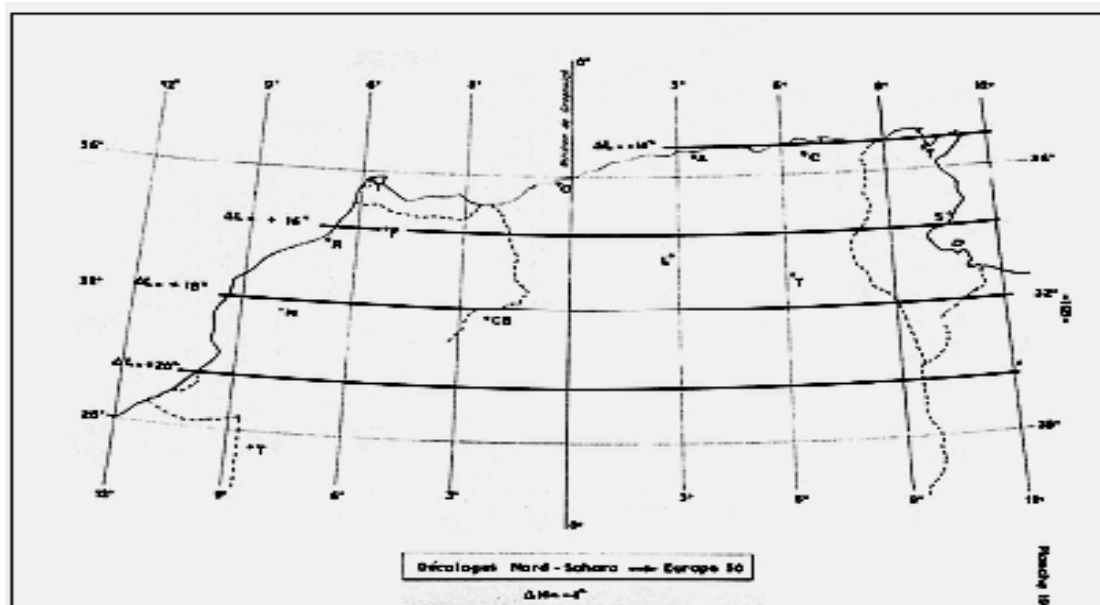


Figure I.2: Décalages Entre Les Latitudes Du Système Europe 50 Et Latitudes Correspondantes Du Système Nord. Sahara (INCT, 2007)

I.5 La géodésie saharienne

I.5.1 Le réseau astronomique

Au-delà de la limite sud du réseau géodésique algérien ancien, le territoire est équipé d'un canevas astronomique qui a principalement été mis en place pour appuyer les photos qui ont servi à la confection de la carte de base de la région à l'échelle 1/200000 type sud limité au nord par le parallèle 34°.

La plupart des observations astronomiques ont eu lieu entre 1954 et 1968. Ces observations ont été le plus souvent opérées au théodolite Wild T3, parfois au niveau NI 2 Zeiss transformé en astrolabe. Les observations étaient réparties sur deux soirées de 16 à 24 étoiles dans la même nuit par la méthode des hauteurs égales. Cette manière de procéder assurait une précision de 1 seconde de degré sur les coordonnées du point. Lorsque le point photo devrait être calculé par rayonnement, la mesure d'azimut était effectuée par observation de 6 à 8 couples sur la polaire.

La précision absolue de ce réseau constitué de 636 points déterminés sur Clarke 80 est de 30 m (INCT, 2007).

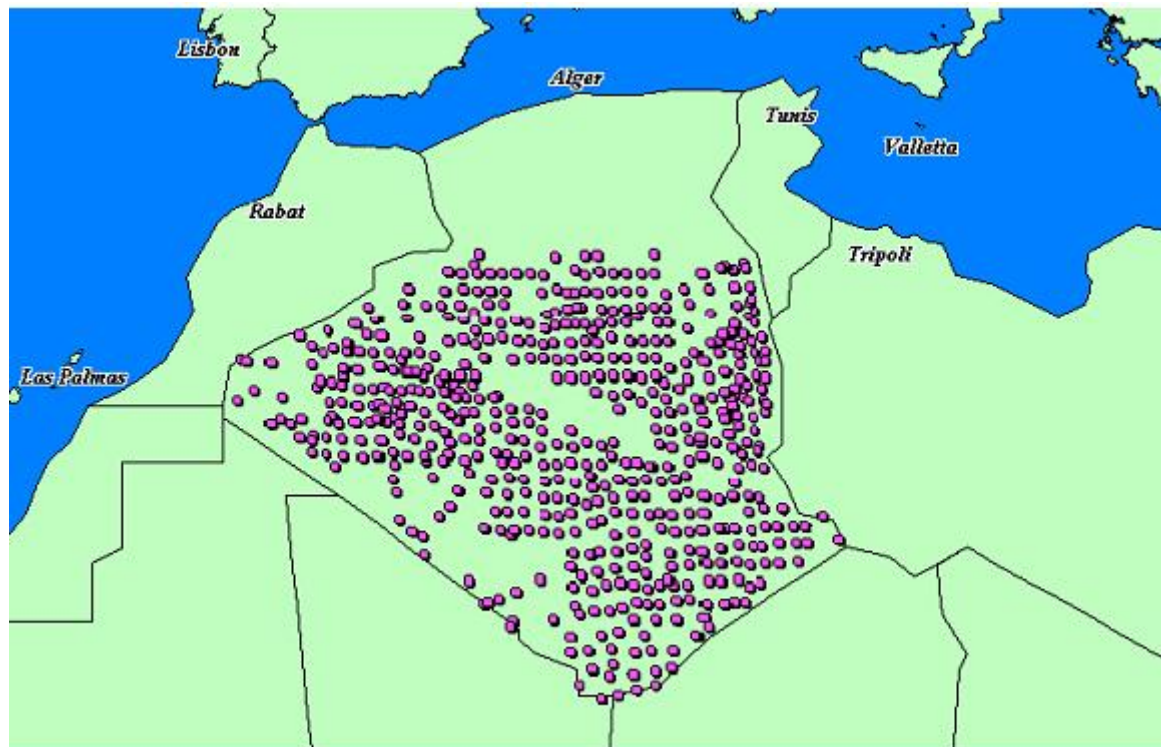


Figure I. 3: Réseau Astronomique (INCT, 2007)

I.6 Densification du parallèle nord

De 1975 à 1994 l'Institut National de Cartographie et de Télédétection a entrepris une importante opération de géodésie de détail sur la zone couverte par le parallèle nord. Cette géodésie de détail comporte un ensemble de points déterminés en planimétrie et en altimétrie par triangulation (procédé terrestre qui consiste à mesurer des angles de triangle et quelques distances pour la mise à l'échelle).

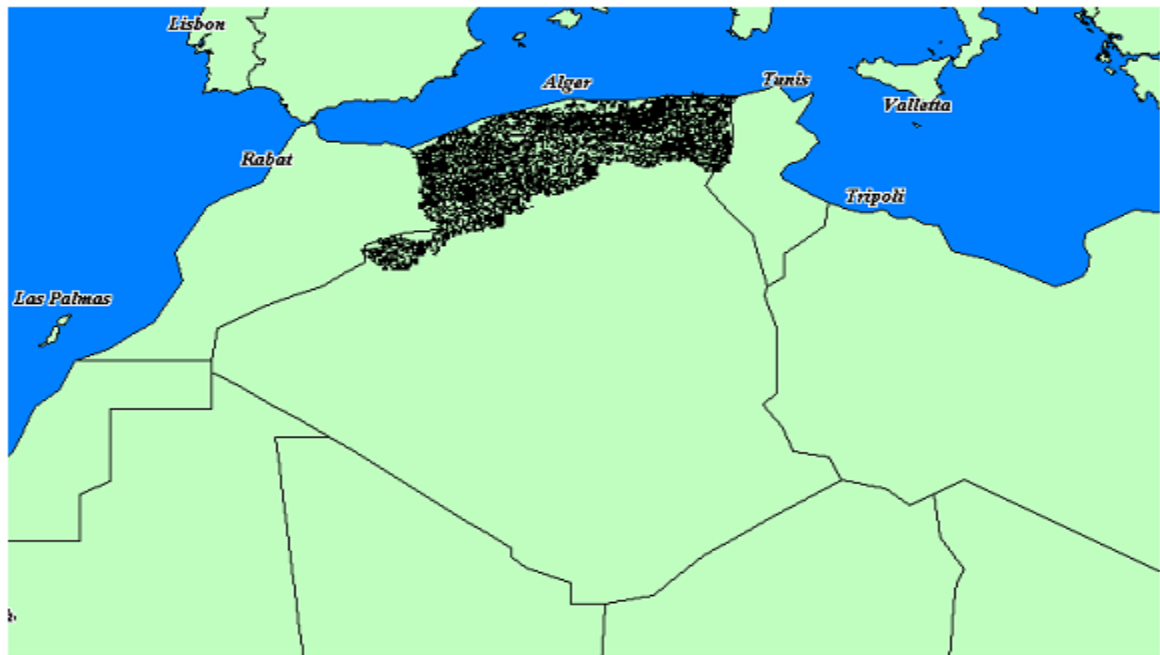


Figure I. 4: Réseau De Densification Du Parallèle Nord (INCT, 2007)

Une hiérarchie de couverture du territoire associée aux possibilités de calcul amène une succession de niveaux : premier ordre, deuxième ordre et complémentaire. L'ensemble des observations est organisé de manière homogène. En revanche, les calculs se succédant en blocs des points au fur et à mesure des missions de terrain (INCT, 2007).

I.6.1 Le premier ordre

Il est composé de 450 points géodésiques régulièrement répartis et matérialisés sur la partie nord du territoire national. Les points sont distants de 30 à 45 km. La précision relative moyenne est de l'ordre de 6 cm (INCT, 2007).

Année	Mission	Nombre de points
1983	Ghazaouet-Tlemcen	03
1984	El Aricha-Mecheria	20
1985	Saida-El Kreider	29
1986	Constantine	24
1987	Aures	50
1988	Tiaret	33
1989	Msila	36
1990	El Bayedh	27
1991	Djelfa	28
1992	Ain Sefra	31
1993-94-95	Bechar-Tindouf	169

Tableau I. 1:Mission De Géodésie Classique 1er Ordre (INCT, 2007)

I.6.2 Réseau 2ème ordre

Il est composé de 3291 points géodésiques régulièrement répartis et matérialisés sur la partie nord du territoire national. Les points du 2ème ordre sont distants de 10 à 20 km. La précision relative moyenne est de l'ordre de 12 cm (INCT, 2007).

Année	Mission	Nombre de points
1974	Oran	135
1975	Mostaghanem	17
1976	Chelef	88
1976-77	Sour El Ghozlan-Tzi Ouzou	152
1977-78	Setif-Béjaia	225
1978-79	Alger-Medea	146
1981-82	Annaba-Skikda	149
1984	Ghazaouet-Tlemcen	172
1985	Saida-El Kreider	282
1986	Constantine	206
1987	Aures	255
1988	Tiaret	259
1989	Msila	183
1990	El Bayedh	114
1991	Djelfa-Laghouat	440
1992	Ain Safra	141
1993-94-95	Bechar	327

Tableau I. 2: Mission De Géodésie Classique 2 eme Ordre (INCT, 2007)

I.7 Le réseau géodésique Doppler

Le système de positionnement par effet Doppler « Transit », était la première technique de spatiale utilisée à l'INCT dans les années 80.

Durant la période 1980-1990, 142 points ont été observés à l'aide de récepteurs JMR et matérialisés sur le terrain.

La méthode d'observation utilisée était le positionnement par point isolé, wainsi que par translocation avec enregistrement de 50 passages ou plus de satellites (une semaine d'observation par point).

La détermination des coordonnées de ces points Doppler dans le système géodésique WGS72, a effectuée par le logiciel Géo Dop sur ordinateur VAX 11/785. Les éphémérides utilisées pour le traitement sont uniquement les éphémérides opérationnelles. La précision obtenue est de l'ordre de 5 mètres.

Des éphémérides précises ont été utilisées pour le calcul de 8 points inclus dans le réseau ADOS (Africain Doppler Survey).

L'INCT a également traité 190 points sur 310 du réseau ADOS en collaboration avec l'Association Africaine de Cartographie (AAC). La précision sue la détermination de ces points est de 1 à 2 mètres (INCT, 2007).

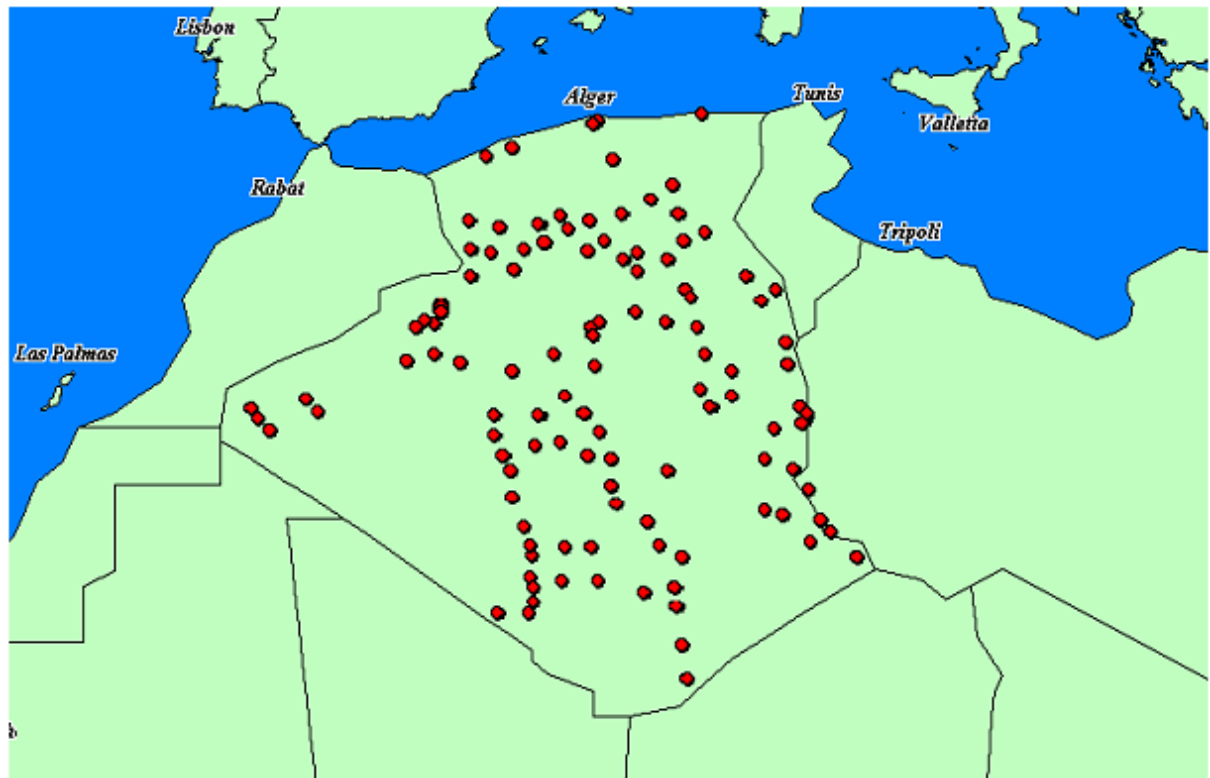


Figure I. 5: Réseau Doppler INCT (INCT, 2007)

I.8 Géodésie par GPS

Conscient des avantages qu'offre le système GPS, notamment en précision et réduction considérable des délais de réalisation, l'INCT a introduit depuis 1997 cette technique pour la mise en place des réseaux GPS de base.

Le réseau de points GPS de base est subdivisé en trois réseaux de plus en plus denses dits réseau d'ordre zéro, réseau 1er ordre GPS et réseau d'unification (INCT, 2007).

I.8.1 Réseau GPS Ordre Zéro

Saisissant l'opportunité technique du projet Tyreanean Geodetic NETwork, l'INCT a observé en 1998 son réseau simultanément avec la campagne d'observation TyrGeoNet.

Ainsi, douze points ont été observés pendant 72 heures et traités par la suite avec des éphémérides précises au moyen du logiciel Bernese. La précision obtenue sur la détermination de ces douze points est centimétrique.

Huit autres points ont été observés en juin 2000 pendant une semaine, mais cette fois-ci ils ont été traités par le logiciel Win Prism, en utilisant les éphémérides opérationnelles. La précision de ces huit points est de l'ordre décimétrique (INCT, 2007).

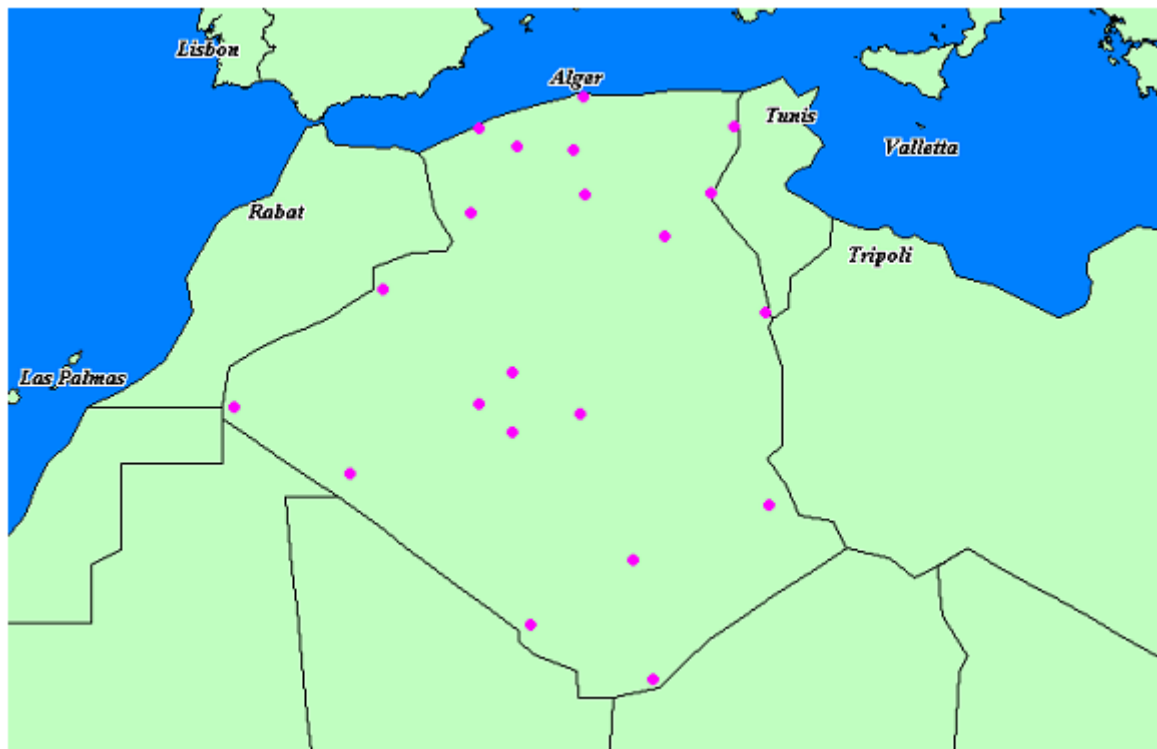


Figure I. 6: Réseau GPS Ordre Zéro (INCT, 2007)

En juin 2005, quinze points du réseau ordre zéro, ont été ré-observés pendant une semaine et traités par la suite avec des éphémérides précises au moyen du logiciel Bernes 5.0.

I.8.2 Réseau GPS 1er ordre (réseau de densification par GPS)

Ce réseau venant compléter le réseau de géodésie classique Nord, servira à poursuivre l'équipement du territoire national. Ce réseau se compose de 1180 points dont les distances sont comprises entre 25 et 50 km, Les observations se font avec des récepteurs bi-fréquences sur une durée de deux heures. La précision relative de ce réseau est de l'ordre de 3 cm (INCT, 2007).

Le tableau ci-dessous illustre les différentes missions de densification par GPS effectuées et le nombre de points observés :

Année	Mission	Nombre de point
1997/98	Touggourt	143
1999	Ohanet	136
2000	Djanet- Ilizi	95
2001	Ouargla-Ghardaïa	97
2002/2003	Bechar-Tindouf	152
2003/2004	Regagne-Bordj Badji Mokhtar	133
2004/2005	Ouargla-In Salah-Tamanrasset	268
2005/2006	Tamanrasset-In Guezzam	156

Tableau I. 3: Mission GPS (INCT, 2007)

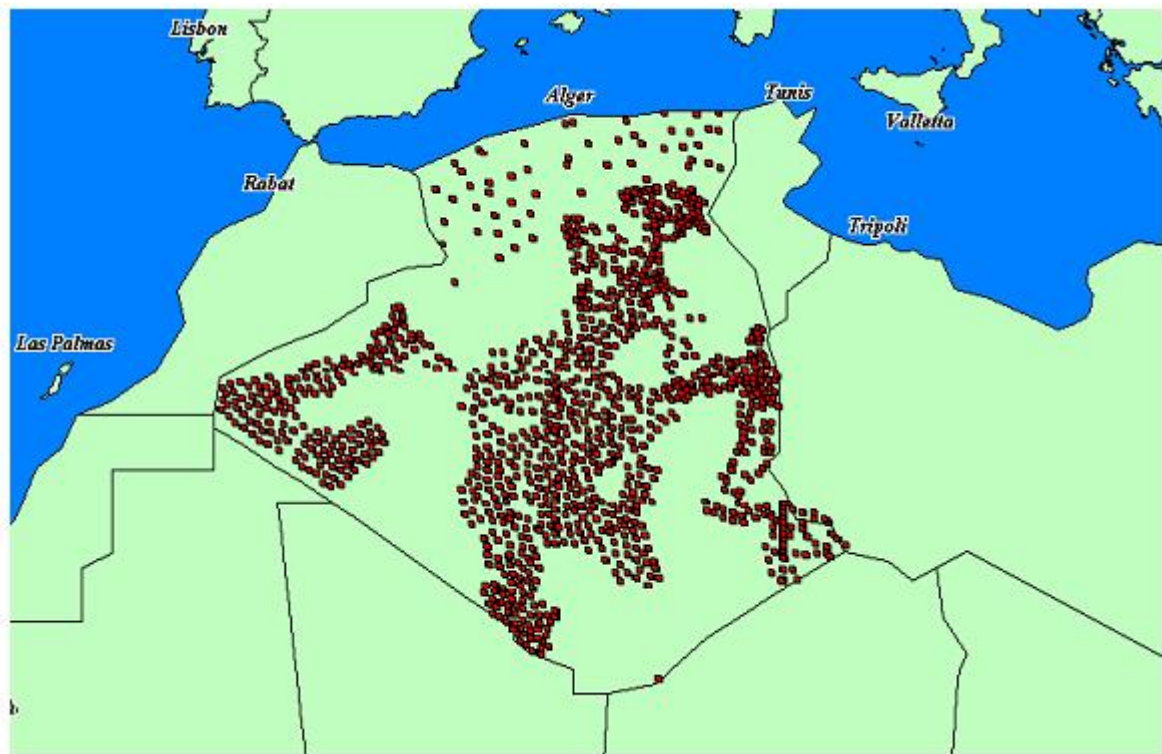


Figure I. 7: Réseau GPS 1er Ordre (INCT, 2007)

I.8.3 Réseau géodésique d'unification par GPS

C'est la ré-détermination d'un ensemble de points de grande précision appartenant au réseau de géodésie classique par la technique GPS. Ces points serviront à unifier les deux systèmes (WGS84 et Nord.Sahara) par la détermination de paramètres de passage le plus précisément possible d'une part et d'autre part et occasionnellement de points d'appui au réseau GPS 1er ordre. Il se compose de 42 points séparés par une distance comprise entre 50 et 150 km.

Les observations des points se font avec des récepteurs bi-fréquences Ashtech Z12, sur une durée de 18 heures réparties sur trois jours. La précision relative de ce réseau est de l'ordre de 2 cm (INCT, 2007).

Année	Mission	Nombre de points
1998	Est	07
2000	Centre-Est	25
2001	Ouest	10

Tableau I.4:Mission D'unification Par GPS (INCT, 2007)

I.9 Le réseau de nivellement

L'origine du nivellement en Algérie remonte à l'époque coloniale française (1889). Il fut confié au Service Géographique de l'Armée (SGA) puis pris en charge par l'IGN. Munis d'un matériel semblable à celui du Service du Nivellement Général de France (NGF), ses opérateurs élaborèrent à partir de 1887 un réseau de nivellement géométrique de précision limité au premier et second ordre, basé sur le médimarémètre de la Goulette (Tunisie).

Entre 1953 et 1954, les travaux de nivellement furent menés en parallèle avec la ré-observation du parallèle Nord et du 1^{er} ordre complémentaire du littoral.

Vers 1968, les travaux de géodésie, de cartographie et de nivellement ont été pris en charge par l'Institut National de Cartographie et de Télédétection (INCT). Les lignes de nivellement de précision exécutées depuis 1975 ont suivi en parallèle les travaux de la géodésie par la densification du parallèle Nord.

Actuellement, le réseau altimétrique algérien comporte quelques 6500 km de nivellement de 1^{er} ordre et quelques 18000 km de différents ordres, lié à la référence altimétrique de la Goulette en Tunisie. (Ben Ahmed, 2003).

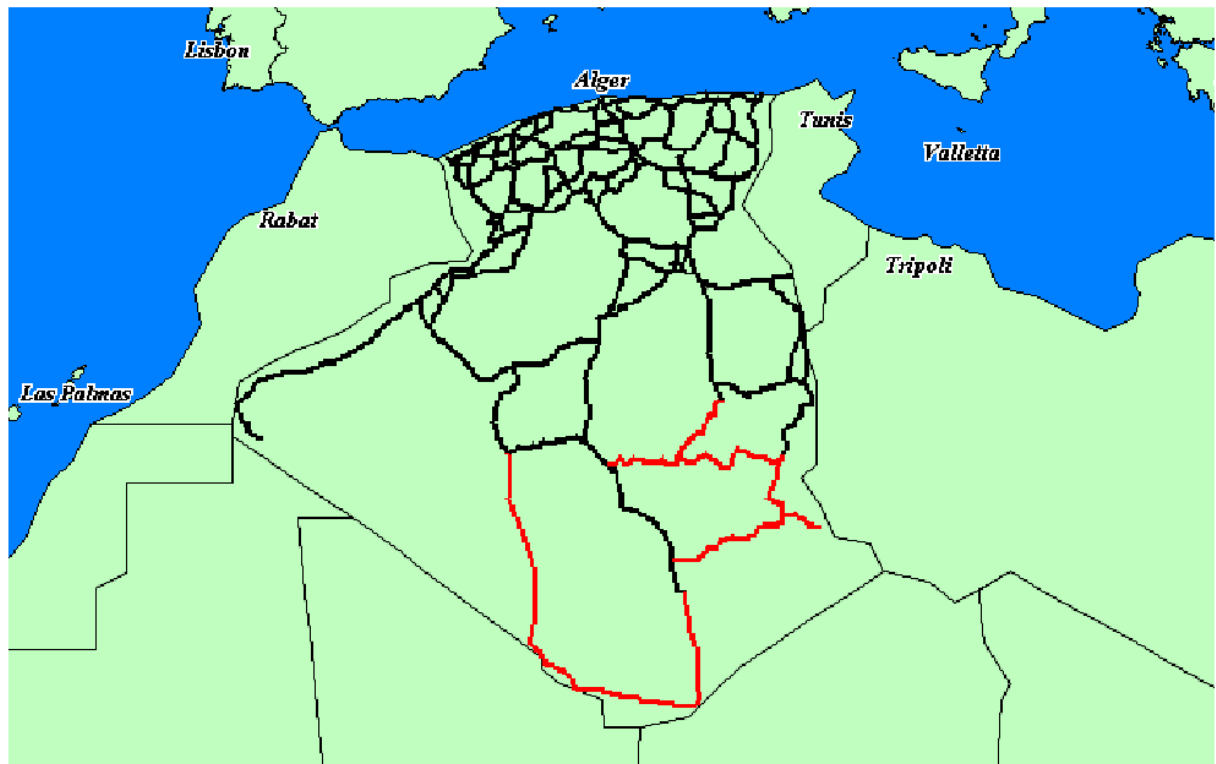


Figure I. 8: Réseau de nivellement. En noir: INCT; en rouge: IGN (INCT, 2007)

I.10 Réseau de gravimétrie

Le réseau national de gravimétrie est composé de deux réseaux, à savoir :

Le réseau fondamental composé de 12 points absolus observés en 2001 avec le gravimètre FG5-111 de la National Science Foundation des Etats Unies.

Les observations ont été traitées avec le software fourni par la compagnie Micro-solution Inc., en suivant à la lettre les conventions internationales en usage dans le domaine. La précision moyenne de ce réseau est de 1.5 micro gal.

Le réseau secondaire composé de 1301 points déterminées par des mesures de gravité relatives effectuées à l'aide des gravimètres Lacoste & Bromberg, distants de 30 Kilomètres en moyenne, et nivelés par le procédé de nivellement de précision. La précision de ce réseau est de 0.02 m Gal. (INCT, 2005-2009).

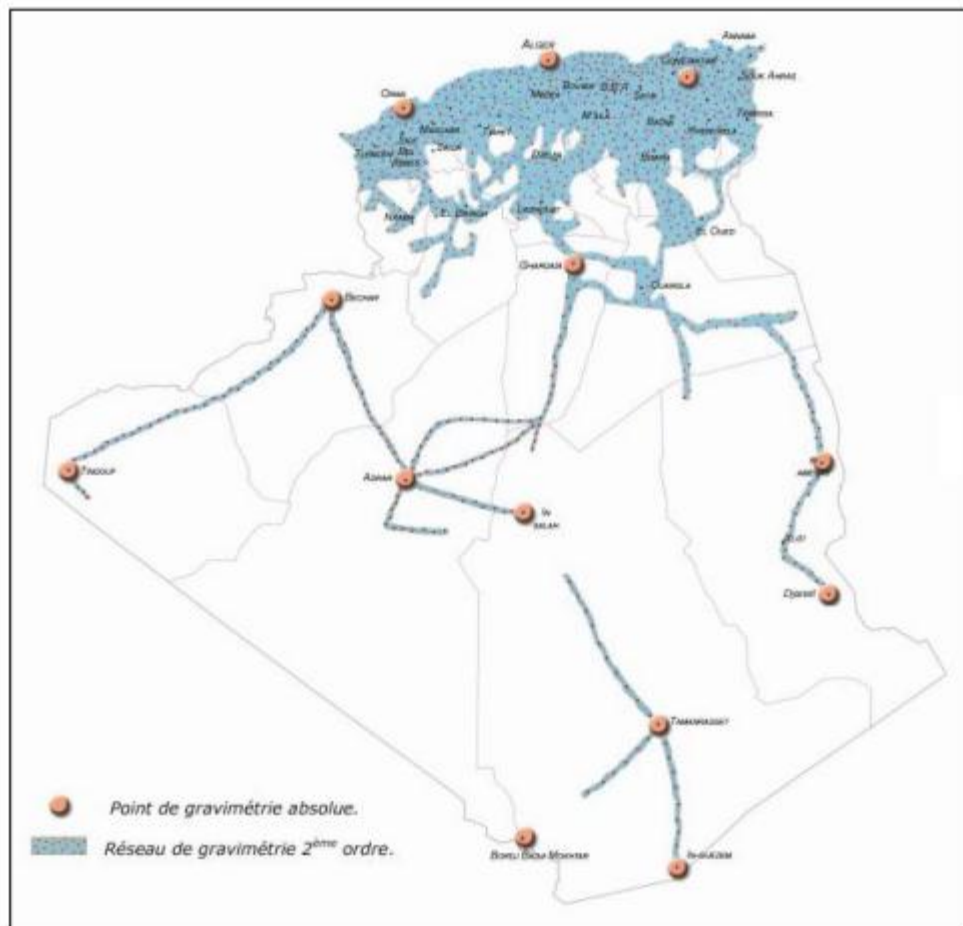


Figure I. 9: Réseau De Gravimétrie (INCT, 2005-2009)

I.11 Unification des travaux géodésiques sur le système Nord-Sahara

I.11.1 Le système Voirol 1875 en projection Lambert

En 1942, le calcul de la triangulation d'Algérie a été effectué directement en coordonnées géographiques sur l'ellipsoïde de Clarke 1880.

Ce n'est qu'à partir de cette date qu'on a introduit dans ces territoires l'emploi d'une projection en géodésie, et c'est la projection conique de Lambert qui a été choisie (Kadri.Chadli, 2003).

Lambert Nord-Algérie $L_0 = 40^G$ $M_0 = 3^G$ Est de Greenwich

Lambert Sud-Algérie $L_0 = 37^G$ $M_0 = 3^G$ Est de Greenwich

I.11.2 Le système Nord Sahara en Lambert

Dans les deux zones Lambert d'Algérie on peut obtenir de nouvelles coordonnées rectangulaires du système géodésique Nord Sahara en appliquant les coordonnées géographiques de ce système, les formules classiques de transformation de Lambert. Ce système "Lambert Nord Sahara" n'est pas édité par IGN il ne sert que d'intermédiaire pour accéder aux

coordonnées Lambert d'un nouveau système dit Voirol unifié 1960 dont nous allons donner la justification.

Les constantes de la projection Lambert sont :

Constantes	Lambert Nord	Lambert Sud
Mode de définition	Tangente	Tangente
Zone d'application	42,0 gr - 37,5gr	34,5gr 39,5 gr
Latitude origine	40 gr = 36°	37 gr = 33° 18"
Longitude origine ou méridien central	3 gr Est Greenwich	3 gr Est Greenwich
E0	500 135.000 m	500 135. 000 m
N0	300 090.000 m	300 090.000 m
Facteur d'échelle	0,999 625 544 000	0,999 625 769 000

Tableau I. 5 : Constantes De La Projection Lambert nord Et Lambert Sud (INCT, 2007)

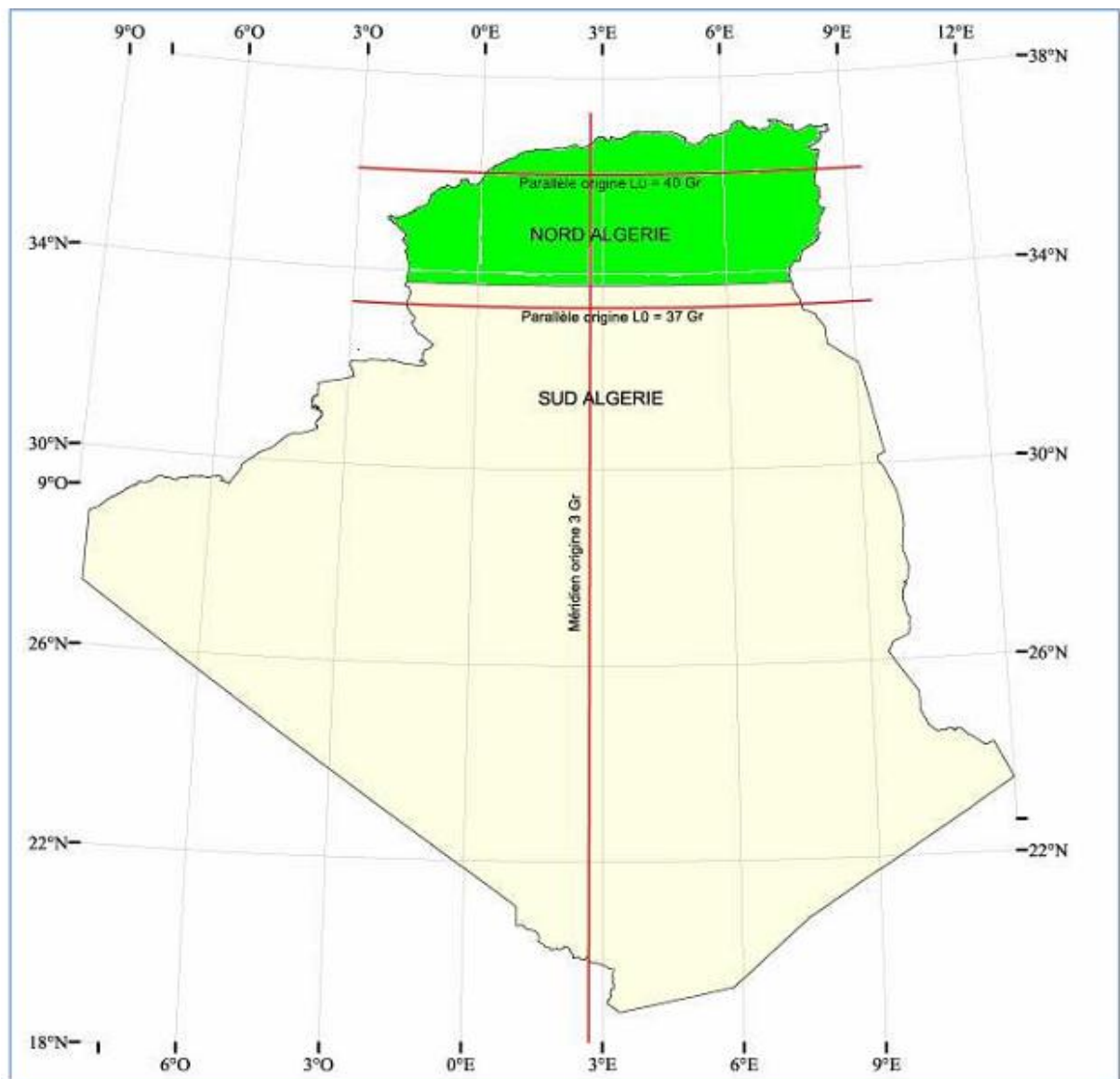


Figure I.10: Projection En Algérie (INCT, 2007)

I.11.3 Le système Nord Sahara en projection UTM

La raison d'être du système Nord Sahara étant d'harmoniser les canevas de triangulation avec les coordonnées astronomiques, il était logique d'adopter une même projection pour les deux réseaux. Depuis 1950 Les travaux astronomiques effectués en Afrique sont traduits en projection de Mercator Transverse Universelle (UTM) c'est donc cette représentation qui a été adoptée pour habiller le système géodésique Nord Sahara (Kadri.Chadli, 2003).

Les constantes de la projection UTM sont :

Constantes	UTM Nord fuseau n
Latitude origine	0°
Longitude origine ou méridien central de la projection	$6(N_f-31)+3^\circ/\text{Greenwich}$ Nf: numéro de fuseau.
E_0	500 000 m
N_0	0 m
Facteur d'échelle	0, 9996 m

Tableau I. 6:Constantes De La Projection UTM En Algérie (INCT, 2007)

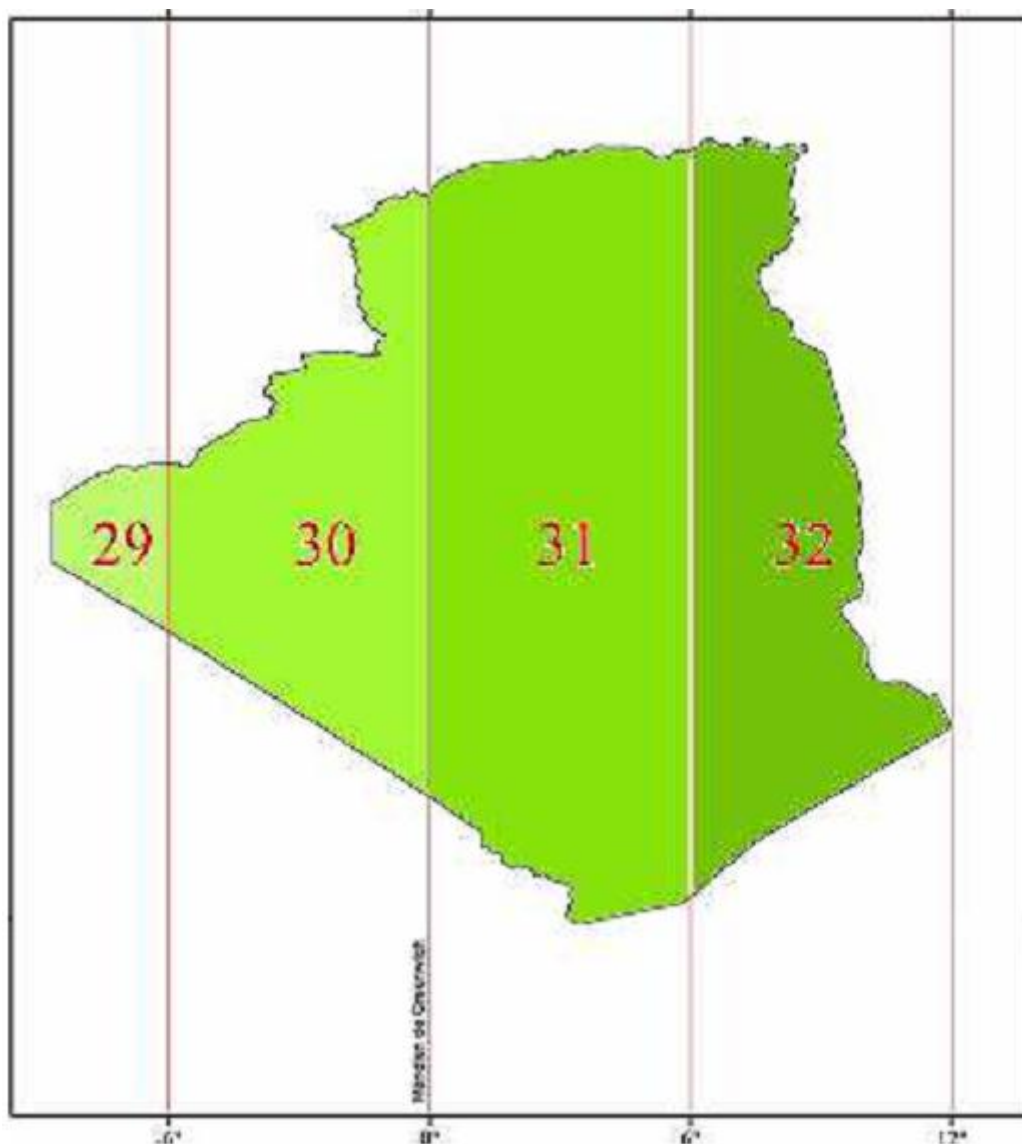


Figure I.11: Fuseaux De La Projection UTM En Algérie (INCT, 2007)

I.11.4 Le système Voirol unifié 1960

Toutes Les listes de coordonnées ainsi que toute la cartographie d'Algérie ont été établies jusqu'en 1960 sur le système Voirol 1875.

Mais nous avons vus que ce système était entaché d'une erreur d'échelle considérable (1/15000) et que de plus, ces points de détail présentaient d'un bloc à l'autre des cassures de 3 à 18 mètres.

Il est donc jugé indispensable de remplacer les listes de coordonnées anciennes par des listes nouvelles dans un système homogène, mais toutefois assez près du système ancien pour ne pas remettre en question le quadrillage de toutes les cartes existantes qui sont établies à partir d'un système Voirol 1875. Le nouveau système dit Voirol unifié a été établi de la manière suivante :

Lorsqu'on a comparé sur tous les points du réseau de premier ordre les coordonnées homogènes du système Lambert Nord Sahara avec les coordonnées Lambert Voirol 1875, on a trouvé une discordance entre les deux systèmes. On a pris la moyenne ($\Delta X = 135$ m, $\Delta Y = 90$ m) de ces discordances et appliqué aux coordonnées Lambert Nord Sahara une modification des constantes X et des constantes Y à cette moyenne.

De sorte que pour chacune des zones Lambert d'Algérie, on obtient les coordonnées Lambert Voirol 1960 en ajoutant au coordonnées Lambert Nord Sahara les constantes ($\Delta X = 135$ m, $\Delta Y = 90$ m) ([Kadri.Chadli, 2003](#)).

CHAPITRE II

Différentes types de Transformation

II.1 Ellipsoïde de révolution

L'ellipsoïde de révolution utilisé en géodésie est produit par la rotation d'une ellipse autour de son petit axe. C'est une surface mathématique bien définie dont la forme et les dimensions sont définies par deux paramètres, les longueurs du demi-petit axe (b) et du demi-grand axe (a). La forme d'un ellipsoïde de référence peut être également définie par son aplatissement :

$$f = (a - b) / a \text{ ou son excentricité : } e = (a^2 - b^2)^{1/2} / a \quad (\text{II.1})$$

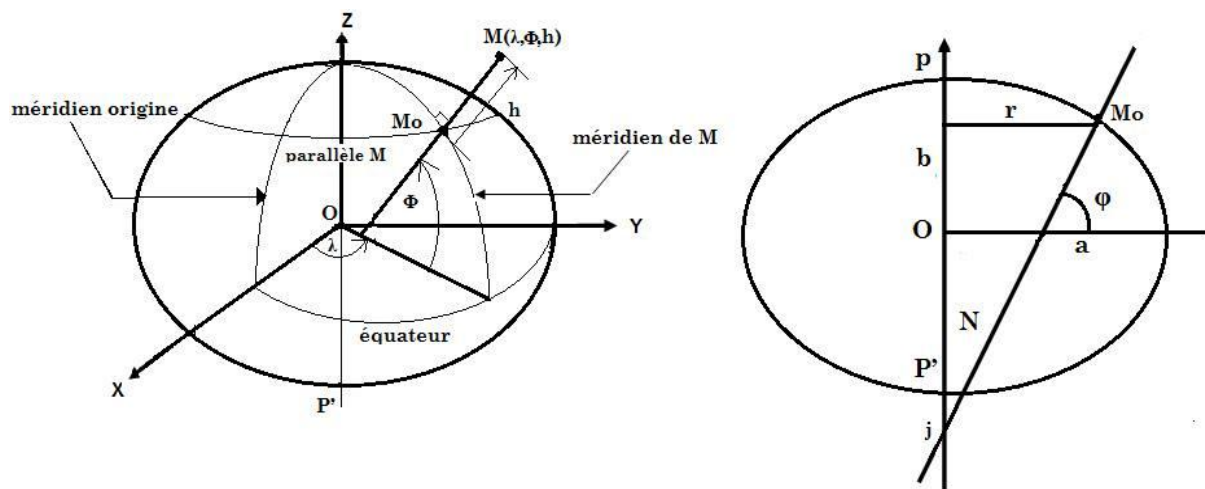


Figure II.12:L'ellipsoïde De Révolution (Zeggai.Ali, 2004)

Parallèle : cercle de rayon.

Méridien : demi ellipse (a , b), contenant (PP')

Equateur : grand cercle de rayon a .

Azimut : angle que fait une direction avec le méridien passant par le point (direction du Nord géographique : Pole P).

Longitude φ : angle dièdre compris entre la méridienne origine de Greenwich et le méridien de lieu.

Latitude : angle contenue dans le plan du méridien compté depuis l'équateur et qui fait un angle avec la normale N (JMo).

$$N = r / \cos \varphi \quad (\text{II.1})$$

$$e^2 = 1 - (b/a)^2 \quad (\text{II.2})$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \quad (\text{II.3})$$

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{w^3} = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \quad (\text{II.4})$$

$$N = \frac{a}{w} = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (\text{II.5})$$

N : grande normale.

ρ : Rayon de courbure moyenne au point de latitude φ .

e : excentricité de l'ellipse définissant l'ellipsoïde de révolutions.

a et b : demi grand et petite axe perspective (Zeggai.Ali, 2004).

II.2 Systèmes géodésiques

Un système géodésique est défini par :

- un ellipsoïde, choisi le plus proche possible du géoïde local ;
- un système de représentation plane ;
- un point fondamental (sauf dans le cas d'un système géocentrique où il n'y a pas de point fondamental) dont les coordonnées sont déterminées par des mesures astronomiques ; en ce point, la normale à l'ellipsoïde est confondue avec la verticale c'est-à-dire la normale au géoïde.

La réalisation d'un système géodésique est concrétisée sur le terrain par un réseau de points connus en coordonnées dans ce système. Cette réalisation étant fonction des techniques de mesure, de calcul et de leurs évolutions, il peut exister plusieurs réalisations d'un même système géodésiques. (Serge Milles, 1999).

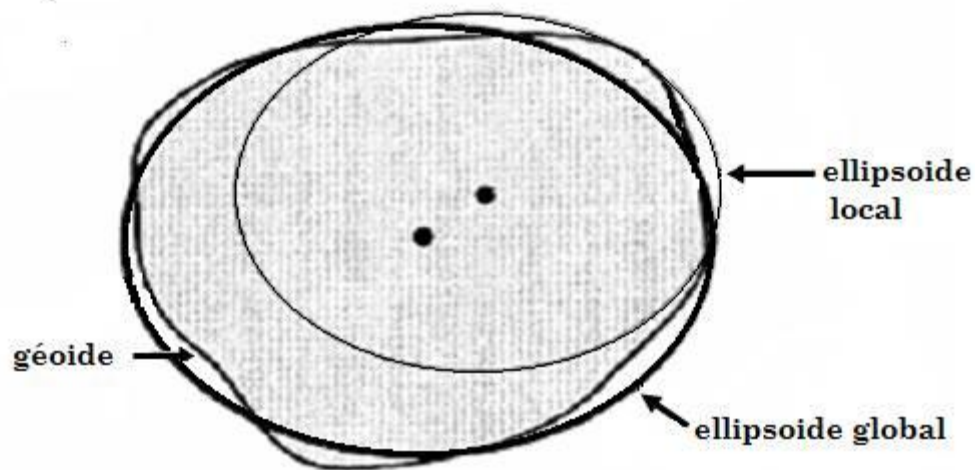


Figure II.2: L'ellipsoïde global et local, géοide (Serge Milles, 1999)

II.3 Types des coordonnées

Les coordonnées géographiques et cartésiennes sont équivalentes et permettent de se déplacer sur un globe alors que les coordonnées planes permettent de se déplacer sur une carte qui est une projection d'une partie du globe.

- Il existe 3 types de coordonnées
 - ✓ cartésiennes géocentriques (XYZ en mètres), utilisées en géodésie,
 - ✓ géographiques (en DMS), utilisées dans la marine, l'aviation et le GPS,
 - ✓ planes (en projection E, N ou X, Y en mètres), utilisées par tout le monde, [\(site 1, 2016\)](#).

II.3.1 Système géocentrique

Un système de référence géocentrique est un repère (O, X, Y, Z)

(fig. II.3) tel que :

- ✓ O est proche du centre des masses de la terre (au mieux à quelques dizaines de mètres près pour les systèmes réalisés par géodésie spatiale).
- ✓ l'axe OZ est proche de l'axe de rotation terrestre.
- ✓ le plan OXZ est proche du plan du méridien origine.

Dans un système de référence géodésique, un point de la croûte terrestre est considéré fixe bien qu'il soit soumis à de faibles mouvements, dans aux marées terrestres, d'un en amplitude inférieure à 30 cm et aux mouvements tectoniques, provoquant des déplacements inférieurs à 10 cm par an.

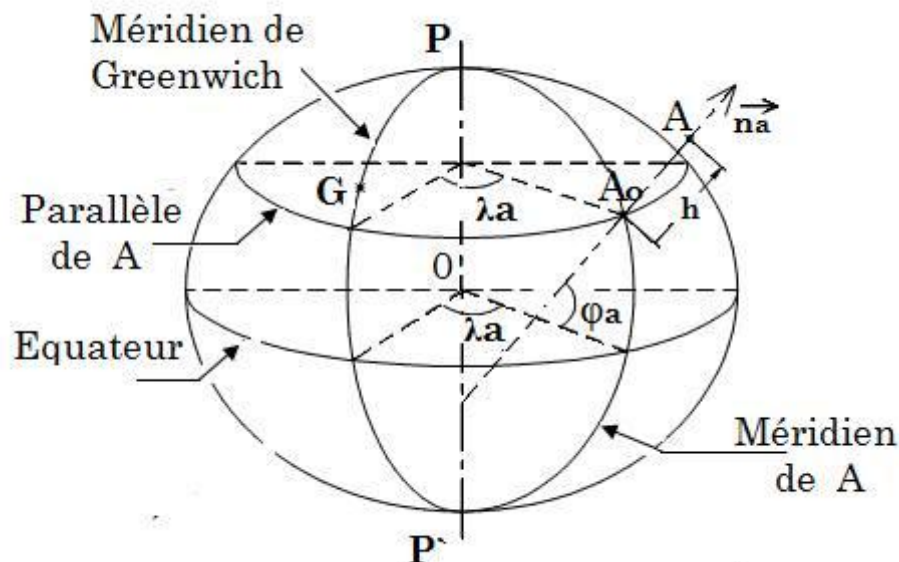


Figure II.3: Coordonnées Géocentriques (Serge Milles, 1999)

II.3.2 Système Géographique

L'axe de rotation de la terre est l'axe des pôles PP' . Le cercle perpendiculaire à l'axe des pôles est l'équateur. La demi-ellipse méridienne passant par les pôles et par un point A est la méridienne de A (fig. II.4)

Un point sur l'ellipsoïde est repéré par sa longitude et sa latitude (rapportées à la normale (na) à l'ellipsoïde en A).

Elles sont définies ci-après.

Longitude (λ) : la longitude λ d'un lieu A est l'angle dièdre formé par le méridien du lieu avec le méridien origine. Elle est comprise entre 0° et 180° Est ou Ouest. Le méridien origine international est celui de Greenwich (observatoire de la banlieue de Londres).

Latitude (ϕ) : la latitude de A est l'angle ϕ que fait la verticale (na) de A avec le plan de l'équateur. Elle est comprise entre 0 à 90° Nord ou Sud. Les cercles perpendiculaires à la ligne des pôles PP' sont appelés parallèles : ils sont parallèles au plan de l'équateur.

Hauteur ellipsoïdale (h) : à un point A' situé sur la surface de la terre et sur la même verticale que A , on associera une troisième coordonnée correspondant à la hauteur au-dessus de l'ellipsoïde, notée h , mesurée suivant la normale (na) (Serge Milles, 1999).

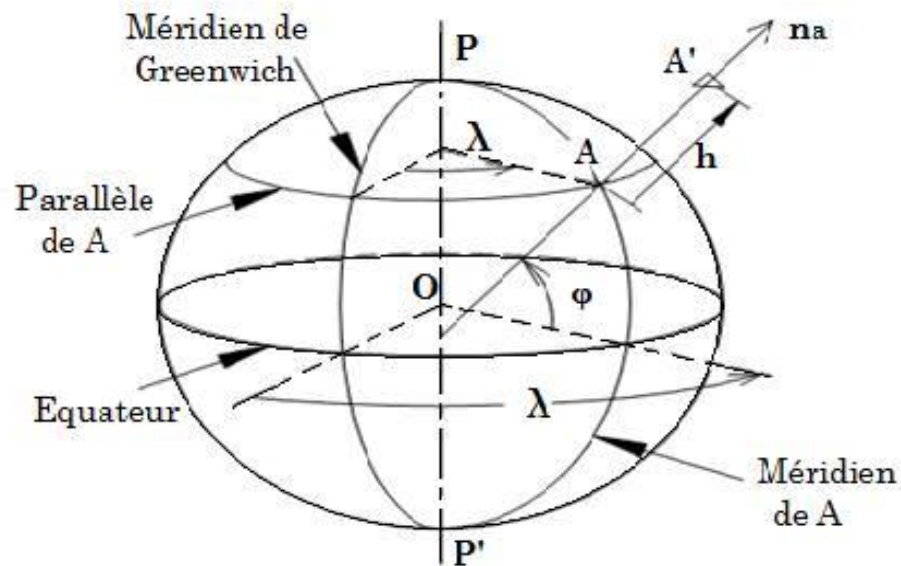


Figure II. 4: Coordonnées Géographiques (Serge Milles, 1999)

II.3.3 Coordonnées planes

De l'ellipsoïde au plan: les projections cartographiques On choisit une surface développable

- On la positionne par rapport à l'ellipsoïde
- On définit une projection ellipsoïde => surface
- et on développe la surface

Chaque point de la sphère a une image sur le plan de projection

–parallèles et méridiens ont des formes variées

Les coordonnées planes (E, N) permettent des mesures directes sur la carte, mais...

Toute projection induit des distorsions

- le long de la ligne tangente : distorsion nulle
- plus on s'en éloigne: plus la distorsion augmente

Une projection peut conserver...

- les angles : projection conforme
- les surfaces : projection équivalente
- Ni l'un ni l'autre: projection aphylactique (IGN., 2012).

II.4 Transformation entre système géodésique

II .4.1 Définition

On entend par changement de système géodésique la transformation qui permet d'exprimer les coordonnées cartésiennes, géographique ou planes d'un point dans un autre système géodésique. Il peut être détaillé selon le modèle suivant : [\(IGN, 2002\)](#).

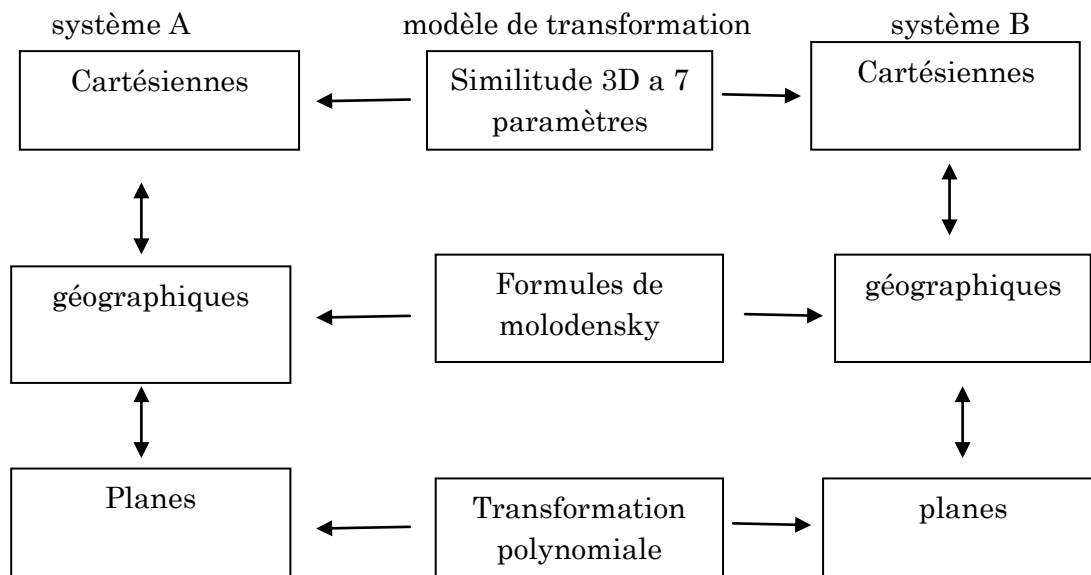


Figure II. 5: Transformation Entre Système Géodésique [\(IGN, 2002\)](#)

Le plus utilisé est la similitude 3D car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée "dans les 2 sens" (Les mêmes 7 paramètres servent à transformer des coordonnées exprimées dans le système A vers le système B mais également du système B vers le système A avec une simple inversion de signe).

Les formules de Molodensky sont des développements limités dont l'ordre influe évidemment sur la précision finale. Le passage inverse nécessite l'application de formules différentes. La transformation polynomiale ne s'applique que sur des zones restreintes (pour conserver une précision comparable à celle obtenue par l'emploi d'une similitude).

II.4 .2 Passage des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes

transformation géographique $\leftrightarrow$ cartésiennes

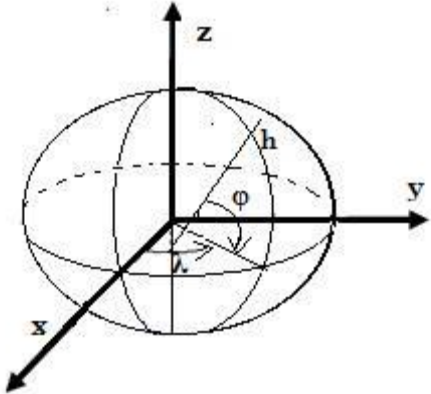
	$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$
	$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$
	$Z = (N(1 - e^2) + h) \sin \varphi$
	(inverse par calcul itératif)
	$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$
	$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$
	$N = \frac{a}{w}$
	$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{w^3}$
	$r = N \cos \varphi$

Figure II. 6: Les Paramètre De L'ellipsoïdes (IGN, 2002)

II.4.3 Passage des coordonnées cartésiennes (X,Y,Z) aux coordonnées géographiques (λ , h)

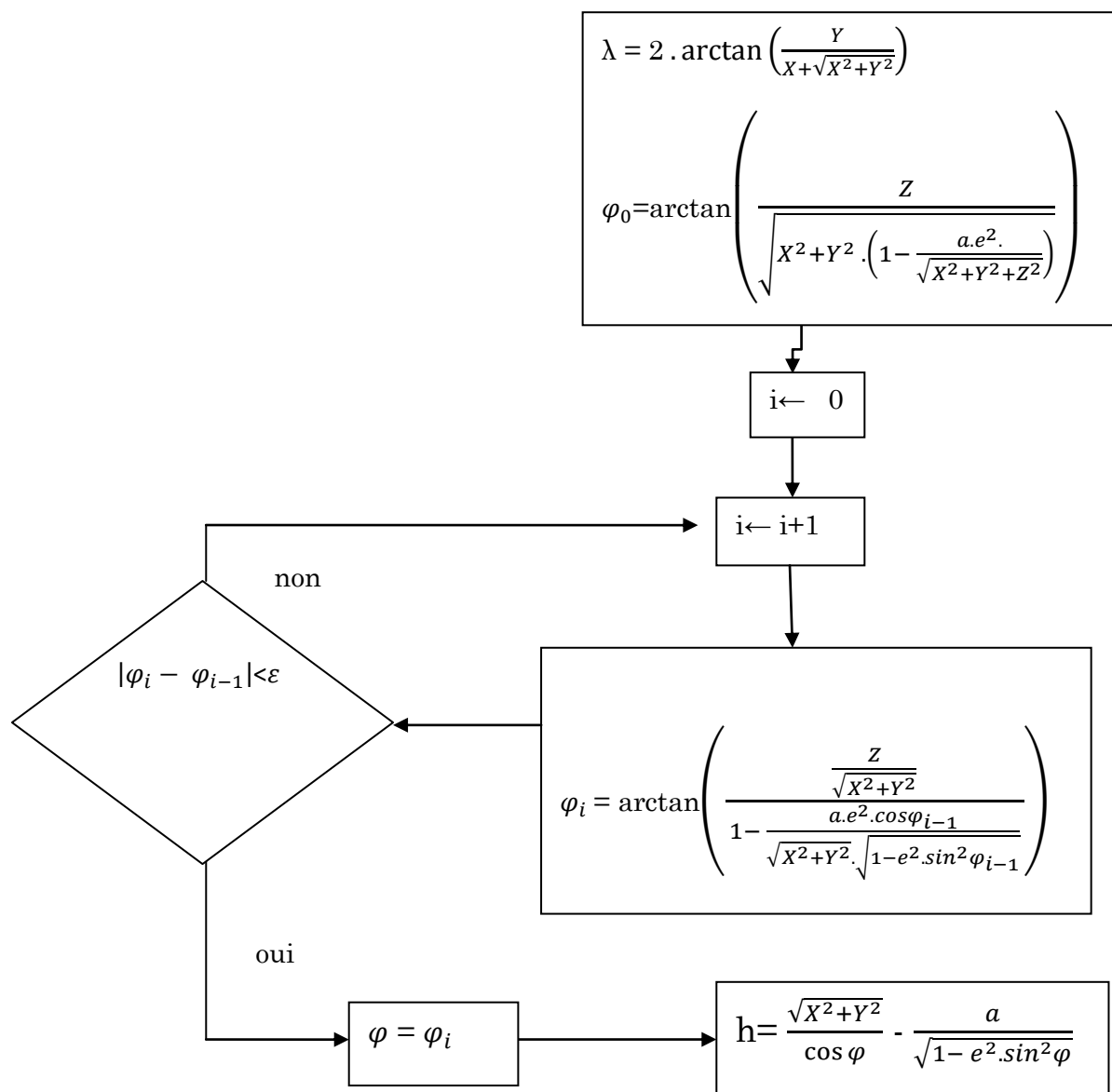


Figure II.7: Passage Des Coordonnées Cartésiennes Aux Coordonnées Géographiques (IGN, 2002)

II.5 Transformations des coordonnées

La transformation des données d'un système géodésique à un autre, nécessite la connaissance des paramètres de passage avec l'emploi d'un modèle adéquat.

Il n'existe aucune méthode théorique directe de passage d'un système à l'autre car chaque système géodésique (spatiale,.) repose sur le choix d'un modèle (Zeggai.Ali, 2004).

II.6 Méthodes de transformation entre systèmes géodésiques

Il existe plusieurs modèles de transformation qui permettent le passage d'un système géodésique à un autre :

Modèles globaux : le modèle de Bursa Wolf, le modèle de Molodensky Badekas, le modèle de Vies, le modèle géographique de Molodensky...

Modèles locaux : le modèle des lignes géodésiques, la transformation polynomiale par la multiple régression.

Le choix d'un modèle de transformation adéquat est influencé par :

- ✓ le domaine pour lequel le modèle doit être appliqué
- ✓ la présence des distorsions dans l'un ou l'autre système géodésique ou bien les deux à la fois.
- ✓ le type de transformation souhaitée (2D ou 3D), et le système de coordonnées utilisé (géographique, cartésien ou plan)
- ✓ la précision recherchée suivant le type d'application. (Medjahed et ZeggaiI, 2012).

II.6.1 Modèle « à 7 paramètres »

Les 7 paramètres sont 3 translations (TX, TY, TZ), 3 rotations (ϵX , ϵY , ϵZ) et un facteur d'échelle (k).

Concernant le signe des rotations et dans toutes ses publications, l'IGN utilise la convention de l'IERS1 qui consiste à amener les axes du système d'arrivée en parallèle à ceux du système de départ. Cette convention est notamment utilisée dans les programmes Circé. Par contre, dans la plupart des systèmes GPS autonomes ou les systèmes d'information géographique (SIG), les signes des rotations doivent être inversés.

L'IGN utilise les symboles R1, R2 et R3 pour les rotations exprimées selon la convention IERS, afin de les différencier des notations ϵx , ϵy , et ϵz qui sont plus couramment utilisées. La formule de transformation de coordonnées cartésiennes peut alors s'écrire (T étant le vecteur translation et k le facteur d'échelle) : (IGN, 2013)

$$X' = T + (1 + k) \cdot X + R \cdot X \quad (II.6)$$

$$\text{avec } R = \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et obtient } \begin{aligned} \varepsilon_x &= -R_1 \\ \varepsilon_y &= -R_2 \\ \varepsilon_z &= -R_3 \end{aligned}$$

II.6.2 Transformation MOLODENSKY-BADEKAS

Le modèle de MOLODENSKY-BADEKAS en formalisme cartésien est obtenu par

L'introduction d'un vecteur définissant un point initial autour duquel s'effectuent les rotations $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$. Ce point est généralement pris comme centre de gravité ou iso barycentre dans les deux (02) systèmes de coordonnées. Le modèle est généralement utilisé pour les transformations locales du type cadastre (Zeggai.Ali, 2004).

On prendra comme point initial. Le centre de gravité dans les deux systèmes

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{II. 7})$$

$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} \end{pmatrix} \quad (\text{II. 8})$$

A la déference du modèle de BURSA-WOLF, MOLODENSKY-BADEKAS introduit dans son modèle, un point initiale tel que :

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \vec{T} + (1+k) \cdot R_{(E_x \ E_y \ E_z)} \cdot (\vec{x} - \vec{x}_0) \quad (\text{II.9})$$

en posant $(\vec{x} - \vec{x}_0) = \vec{x}$ et en ordonnant la matrice, le modèle de molodensky-badekas devient pour n points :

$$\begin{pmatrix} X_1 & - & x_1 \\ X_2 & - & x_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ X_n & - & x_n \\ Y_1 & - & y_1 \\ Y_2 & - & y_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_n & - & y_n \\ Z_1 & - & z_1 \\ Z_2 & - & z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ Z_n & - & z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \vec{x}_1 & 0 & \vec{z}_1 & -\vec{y}_1 \\ 1 & 0 & 0 & \vec{x}_2 & 0 & \vec{z}_2 & -\vec{y}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vec{x}_n & 0 & \vec{z}_n & -\vec{y}_n \\ 1 & 0 & 0 & \vec{y}_1 & -\vec{z}_1 & 0 & \vec{x}_1 \\ 1 & 0 & 0 & \vec{y}_2 & -\vec{z}_2 & 0 & \vec{x}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vec{y}_n & -\vec{z}_n & 0 & \vec{x}_n \\ 1 & 0 & 0 & \vec{z}_1 & \vec{y}_1 & -\vec{x}_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \vec{z}_2 & \vec{y}_2 & -\vec{x}_2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vec{z}_n & \vec{y}_n & -\vec{x}_n & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ k \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

II .6.2.1 Transformation géographique de Molodensky

Chaque système de référence géodésique lui est associe un ellipsoïde de révolution défini par ses composantes (a, b), (a, e) ou (a, f).

Avec : a : demi grand axe

b : demi petit axe

e : excentricité

f : aplatissement

Les coordonnées géographiques (longitude et latitude) sont valeurs plus représentatives dans la pratique que les coordonnées (X, Y, Z).

La transformation mise en œuvre est alors neuf (09) paramètres dans laquelle s'ajoutent deux autres paramètres (D_a et D_f ou D_e).

$$\text{Ou} \quad D_a = a_1 - a_2$$

$$D_f = f_1 - f_2$$

$$D_e = e_1 - e_2$$

Il existe des formule qui permettent de s'affranchir des coordonnées géocentriques liées à deux (02) ellipsoïdes et permettent d'aboutir à une transformation directe. Cette transformation est issue des équations différentielles de MOLODENSKY.

Le modèle obtenu est à neuf (09) paramètres. Les équations différentielles en formalisé géographique donnent finalement : le modèle géographique de MOLODENSKY.

1°-pour 1 point :

$$\begin{pmatrix} \lambda_2 - \lambda_1 \\ \varphi_2 - \varphi_1 \\ h_2 - h_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(1,1) & \dots & A(1,7) \\ A(2,1) & \dots & A(2,7) \\ A(3,1) & \dots & A(3,7) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ k \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(1,1) & B(1,2) \\ B(2,1) & B(2,2) \\ B(3,1) & B(3,3) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_a \\ d_f \end{pmatrix} \quad (\text{II.11})$$

$$A(1,1) = -\sin \lambda / (N+h) \cdot \cos \varphi$$

$$A(2,1) = -\sin \varphi \cdot \cos \lambda / (\rho+h)$$

$$A(1,2) = \cos \varphi / (N+h) \cdot \cos \varphi$$

$$A(2,2) = -\sin \varphi \cdot \cos \lambda / (\rho+h)$$

$$A(1,3) = 0$$

$$A(2,3) = \cos \varphi / (\rho+h)$$

$$A(1,4) = 0$$

$$A(2,4) = N \cdot e^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi / (\rho+h)$$

$$A(1,5) = -(1 - (N \cdot e^2 / (N+h))) \cdot \tan \varphi \cos \lambda$$

$$A(2,5) = (a \cdot w + h) \sin \lambda / (\rho + h)$$

$$A(1,6) = -(1 - (N \cdot e^2 / (N+h))) \cdot \tan \varphi \sin \lambda$$

$$A(2,6) = -(a \cdot w + h) \cos \lambda / (\rho+h)$$

$$A(1,7) = 1$$

$$A(2,7) = 0$$

$$A(3,1) = \cos \varphi \cdot \cos \lambda$$

$$A(3,2) = \cos \varphi \cdot \sin \lambda$$

$$A(3,3) = \sin \varphi$$

$$A(3,4) = (a \cdot w + h)$$

$$A(3,5) = N \cdot e^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda$$

$$A(3,6) = N \cdot e^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda$$

$$A(3,7) = 0$$

$$B(1,1) = 0$$

$$B(1,2) = 0$$

$$B(2,1) = e^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi / w \cdot (\rho + h)$$

$$B(2,2) = a \cdot (1-f) \cdot (2 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi / W^3 \cdot (\rho + h)$$

$$B(3,1) = -w$$

$$B(3,2) = a(1-f) \cdot \sin^2 \varphi / w$$

$$\text{ET:} \quad w = (1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2}$$

$$N = a / w$$

$$\rho = a (1 - e^2) / w^3$$

C'est l'écriture matricielle pour un seul point, pour le cas de n point, la solution est donnée par la méthode des moindres carrés (Zeggai.Ali, 2004).

2° -pour n point (n>3):

$$\begin{pmatrix} \lambda_2^1 - \lambda_1^1 \\ \lambda_2^2 - \lambda_1^2 \\ \dots \dots \dots \\ \lambda_2^n - \lambda_1^n \\ \varphi_2^1 - \varphi_1^1 \\ \varphi_2^2 - \varphi_1^2 \\ \dots \dots \dots \\ \varphi_2^n - \varphi_1^n \\ h_2^1 - h_1^1 \\ h_2^2 - h_1^2 \\ \dots \dots \dots \\ h_2^n - h_1^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1.1}^1 & A_{1.2}^1 & A_{1.3}^1 & A_{1.4}^1 & A_{1.5}^1 & A_{1.6}^1 & A_{1.7}^1 \\ A_{1.1}^2 & A_{1.2}^2 & A_{1.3}^2 & A_{1.4}^2 & A_{1.5}^2 & A_{1.6}^2 & A_{1.7}^2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ A_{1.1}^n & A_{1.2}^n & A_{1.3}^n & A_{1.4}^n & A_{1.5}^n & A_{1.6}^n & A_{1.7}^n \\ A_{2.1}^1 & A_{2.2}^1 & A_{2.3}^1 & A_{2.4}^1 & A_{2.5}^1 & A_{2.6}^1 & A_{2.7}^1 \\ A_{2.1}^2 & A_{2.2}^2 & A_{2.3}^2 & A_{2.4}^2 & A_{2.5}^2 & A_{2.6}^2 & A_{2.7}^2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ A_{2.1}^n & A_{2.2}^n & A_{2.3}^n & A_{2.4}^n & A_{2.5}^n & A_{2.6}^n & A_{2.7}^n \\ A_{3.1}^1 & A_{3.2}^1 & A_{3.3}^1 & A_{3.4}^1 & A_{3.5}^1 & A_{3.6}^1 & A_{3.7}^1 \\ A_{3.1}^2 & A_{3.2}^2 & A_{3.3}^2 & A_{3.4}^2 & A_{3.5}^2 & A_{3.6}^2 & A_{3.7}^2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ A_{3.1}^n & A_{3.2}^n & A_{3.3}^n & A_{3.4}^n & A_{3.5}^n & A_{3.6}^n & A_{3.7}^n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ k \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{1.1}^1 & B_{1.2}^1 \\ B_{1.1}^2 & B_{1.2}^2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ B_{1.1}^n & B_{1.2}^n \\ B_{2.1}^1 & B_{2.2}^1 \\ B_{2.1}^2 & B_{2.2}^2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ B_{2.1}^n & B_{2.2}^n \\ B_{3.1}^1 & B_{3.2}^1 \\ B_{3.1}^2 & B_{3.2}^2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ B_{3.1}^n & B_{3.2}^n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} da \\ df \end{pmatrix} \quad (\text{II.12})$$

II.6.3 Le Modèle de BURSA - WOLF

Parmi les modèles de transformation de passage du système géodésique mondial au système géodésique national ou local, on cite le modèle de Bursa-Wolf `a 7 paramètres. Nous présentons ci-après ce modèle de transformations de passage entre les systèmes géodésiques avec en plus la possibilité d'unifier des systèmes géodésiques terrestres.

Nous utilisons par la suite les notations suivantes :

(X1,Y1,Z1) les coordonnées cartésiennes 3D dans le système géocentrique WGS84(système 1), (X2,Y2,Z2) les coordonnées cartésiennes 3D dans le système géocentrique local(système 2), ($\varphi_1, \lambda_1, h_1$) les coordonnées géodésiques dans le système 1.

($\varphi_2, \lambda_2, h_2$) les coordonnées géodésiques dans le système 2.

Le Modèle de BURSA – WOLF Ce modèle s'écrit sous la forme vectorielle [II.30] :

$$X_2 = T + (1+m) \cdot R \cdot (r_x, r_y, r_z) \cdot X_1 \quad (\text{II.13})$$

ou:

- X_2 est le vecteur de composantes $(X_2, Y_2, Z_2)^T$. T désigne transposée.
- T est le vecteur translation de composantes $(T_x, T_y, T_z)^T$ entre les systèmes 1 et 2.
- $1+m$ est le facteur d'échelle entre les 2 systèmes.
- $R(r_x, r_y, r_z)$ est la matrice de rotation (3,3) pour passer du système 1 au système 2.
- X_1 est le vecteur de composantes $(X_1, Y_1, Z_1)^T$.

en développant (II. 30).on obtient:

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1+m) \begin{pmatrix} 1 & rz & -ry \\ -rz & 1 & rx \\ ry & -rx & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

avec (rx, ry ,rz)les rotations comptées positivement dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Dans l'équation (II.31) .on considère que le point dans le système terrestre local représenté par X_2 est approché on écrit alors:

$$X_2 = X_2^0 + dX_2$$

soit matricielle ment:

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_2^0 \\ Y_2^0 \\ Z_2^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dX_2 \\ dY_2 \\ dZ_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Alors l'équation (II.31) s'écrit:

$$\begin{pmatrix} X_2^0 \\ Y_2^0 \\ Z_2^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dX_2 \\ dY_2 \\ dZ_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + (1+m) \begin{pmatrix} 1 & rz & -ry \\ -rz & 1 & rx \\ ry & -rx & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.16})$$

calcul des paramètres du Modèle de Bursa - Wolf par les Moindres carrées:

En considérant comme inconnues les paramètres $T_X, T_Y, T_Z, m, rx, ry, rz$, et dX_2, dY_2, dZ_2 l'équation (33) s'écrit en gardant les termes du 1 er ordre comme suit:

$$\begin{pmatrix} X_2^0 & X_1 \\ Y_2^0 & Y_1 \\ Z_2^0 & Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_1 & 0 & -Z_1 & Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & Y_1 & Z_1 & 0 & -X_1 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 & -Y_1 & X_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ k \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dX_2 \\ dY_2 \\ dZ_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Maintenant, on exprime les variation (dX_2, dY_2, dZ_2) en fonction des coordonnées géodésiques dans le système local c'est-à-dire ($d\lambda_2, d\varphi_2, d\theta_2$). on obtient sous forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} dX_2 \\ dY_2 \\ dZ_2 \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} d\lambda_2 \\ d\varphi_2 \\ d\theta_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

Avec:

$$J = \begin{pmatrix} -(N + he) \cos \varphi \sin \lambda & -(\rho + he) \sin \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \cos \lambda \\ (N + he) \cos \varphi \cos \lambda & -(\rho + he) \sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \sin \lambda \\ 0 & (\rho + he) \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix}_2 \quad (\text{II.19})$$

ou ρ, N sont les rayons principaux de courbure de l'ellipsoïde de révolution données par:

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)(1-e^2 \sin^2 \lambda)} \quad (\text{II.20})$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (\text{II.21})$$

e^2 Le carré de la première excentricité.

L'équation (II.34) devient:

$$\begin{pmatrix} X_2^0 & X_1 \\ Y_2^0 & Y_1 \\ Z_2^0 & Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_1 & 0 & -Z_1 & Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & Y_1 & Z_1 & 0 & -X_1 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 & -Y_1 & X_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ m \\ r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} - J \cdot \begin{pmatrix} d\lambda_2 \\ d\varphi_2 \\ dhe_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.22})$$

Pour permettre de résoudre par la méthode des moindres carrés le système précédent, on ne va pas considérer l'inconnue de l'altitude dhe_2 et la matrice J devient la matrice J' (3×2) donnée par :

$$J' = \begin{pmatrix} -(N + he) \cos \varphi \sin \lambda & -(\rho + he) \sin \varphi \cos \lambda \\ (N + he) \cos \varphi \cos \lambda & -(\rho + he) \sin \varphi \sin \lambda \\ 0 & (\rho + he) \cos \varphi \end{pmatrix}_2 \quad (\text{II.23})$$

Et on a :

$$\begin{pmatrix} X_2^0 & X_1 \\ Y_2^0 & Y_1 \\ Z_2^0 & Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_1 & 0 & -Z_1 & Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & Y_1 & Z_1 & 0 & -X_1 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 & -Y_1 & X_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ m \\ r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} - J' \cdot \begin{pmatrix} d\lambda_2 \\ d\varphi_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.24})$$

si n est le nombre des points GPS utilisés sur l'ensemble des systèmes géodésiques terrestres, le nombre des équations d'observations est $3n$. le nombre des inconnues est $7+2n$. La résolution de (II.41) est possible si $3n$ ce qui est possible dans ces cas de calculs.

En utilisant l'équation (II.41) pour les n points communs dans les systèmes 1 et 2 et en posant:

$$L = \begin{pmatrix} X_{21}^0 & X_{11} \\ Y_{21}^0 & Y_{11} \\ Z_{21}^0 & Z_{11} \\ \vdots & \\ X_{2i}^0 & X_{1i} \\ Y_{2i}^0 & Y_{1i} \\ Z_{2i}^0 & Z_{1i} \\ \vdots & \\ X_{2n}^0 & X_{1n} \\ Y_{2n}^0 & Y_{1n} \\ Z_{2n}^0 & Z_{1n} \end{pmatrix} \quad (\text{II.25})$$

$$U = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ m \\ r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} \quad (\text{II.26})$$

$$W = \begin{pmatrix} d\lambda_{21} \\ d\varphi_{21} \\ \vdots \\ d\lambda_{2i} \\ d\varphi_{2i} \\ \vdots \\ d\lambda_{2n} \\ d\varphi_{2n} \end{pmatrix} \quad (\text{II.27})$$

A la matrice (3n,7):

$$A(3n,7) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_i & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & 1 & 0 & Y_i & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & 1 & Z_i & -Y_i & X_i & 0 \end{pmatrix}_{i=1,n} \quad (\text{II.28})$$

B la matrice (3n,2):

$$B(2n,2) = \begin{pmatrix} -(Ni + hei) \cos \varphi i \sin \lambda i & -(\rho i + hei) \sin \varphi i \cos \lambda i \\ (Ni + hei) \cos \varphi i \cos \lambda i & -(\rho i + hei) \sin \varphi i \sin \lambda i \\ 0 & (\rho i + hei) \cos \varphi i \end{pmatrix}_{2(i=1,n)} \quad (\text{II.29})$$

et V le vecteur des résidus de la méthode des moindres carrés , la détermination des paramètres inconnus (U,W) se fait par la résolution par les moindres carrés de l'équation:

$$AU-BW=L+V \quad (\text{II.30})$$

poson:

$$M = (A, -B) \quad (II.31)$$

$$X = \begin{pmatrix} U \\ W \end{pmatrix} \quad (II.32)$$

le système (II.47) s'écrit:

$$M.X = L+V \quad (II.33)$$

Chercher X talque $V^T.V$ soit minimum ce qui donne:

$$\bar{X} = (M^T.M)^{-1}.M^T.L \quad (II.34)$$

Le vecteur résidu est donné par:

$$V = M.\bar{X}-L = M.(M^T.M)^{-1}.M^T.L -L \quad (II.35)$$

La facteur de variance unitaire est donné par:

$$\sigma^2 = \frac{V^T V}{3n-7-2n} \quad (II.36)$$

II.7 Unification des systèmes géodésiques terrestres

De (II.51), on tire le vecteur des corrections $(d\lambda_i, d\varphi_i)$ soit $\bar{w}$. on calcule par la suite les nouvelles coordonnées planimétriques $(\bar{X}_i, \bar{Y}_i)_2$ soit $I_{(1)} = \{1, n_1\}$ l'ensemble des points communs utilisés du système terrestre $S_2^{(1)}$. on peut maintenant modéliser le passage des coordonnées $(X_i, Y_i)_2 (i \in I_{(1)})$ aux coordonnées corrigées $(\bar{X}_i, \bar{Y}_i)_2 (i \in I_{(1)})$ par des polynomes complexes conformes. Enfin ,on transforme tous les autres coordonnées des points du système $S_2^{(1)}$, de même pour les autres systèmes terreestres utilisés. Ce qui permet d'unifier ces système géodésiques terrestres [\(Abdelmajid, 2015\)](#).

II.7.1 Transformation bidimensionnelle

Les paramètres de transformation publiés par la *DMA* (Défense Mapping Agency) pour l'Algérie sont connus à ± 25 mètres, il est donc clair qu'elles ne permettent pas d'obtenir la précision exigée pour les applications à petites échelles ou à grandes échelles.

La méconnaissance de la hauteur du géoïde locale (N); nous oblige donc à adopter de nouvelles approches de transformation des coordonnées planimétriques GPS en coordonnées planimétriques locales.

La méthode de transformation adoptée pour l'uniformisation des données GPS est celle utilisant les lignes géodésiques.

II.7.2 La transformation par la ligne géodésique

Le principe de cette transformation se base sur le transport de la ligne géodésique lipodique qui lie chaque point GPS au point double initial. Un point double initial est un point connu dans les deux systèmes (ex : WGS84 et Nord Sahara 1959). Le transport se fait de l'ellipsoïde WGS84 vers l'ellipsoïde Clarke 1880A. Elle est valable uniquement à l'intérieur d'une zone d'extension limitée ($r < 50$ km). Même si l'on dispose dans cette zone limitée d'un seul point double on peut toujours transformer les coordonnées planimétriques GPS en coordonnées planimétriques locales.

Principe de la transformation par la ligne géodésique :

Pour faire le transport de la ligne géodésique lipodique par exemple de l'ellipsoïde WGS84 à l'ellipsoïde Clarke 1880, on doit résoudre le problème Inverse et Direct de la ligne géodésique.

Cette résolution doit être effectuée avec une extrême précision, au moins centimétrique. La résolution de cette transformation nécessite la connaissance d'un point double initial, et de trois à quatre points doubles bien répartis dans la zone à étudier (Figure II.4) ([Kadri.chadli, 2003](#)).

Les données à utiliser pour la transformation géodésique sont :

- ✓ Les coordonnées GPS A, ($A \in \lambda$ du point initial dans le système WGS84).
- ✓ Les coordonnées Local A, ($A \in \lambda$ du point initial dans le système Local).
- ✓ Les coordonnées GPS i, ($i \in \lambda$ des points d'appuis dans le système WGS84, avec $i=1,4$).
- ✓ Les coordonnées Local i, ($i \in \lambda$ des points d'appuis dans le système Local, avec $i=1,4$).
- ✓ Les coordonnées GPS i, ($i \in \lambda$ des points nouveaux GPS dans le système WGS84, avec $i=1, n$).
- ✓ L'ondulation moyenne Nm du géoïde de la région (approchée à quelques mètres).
- ✓ Les paramètres a et e des deux ellipsoïdes (WGS84 et Clarke 1880A).

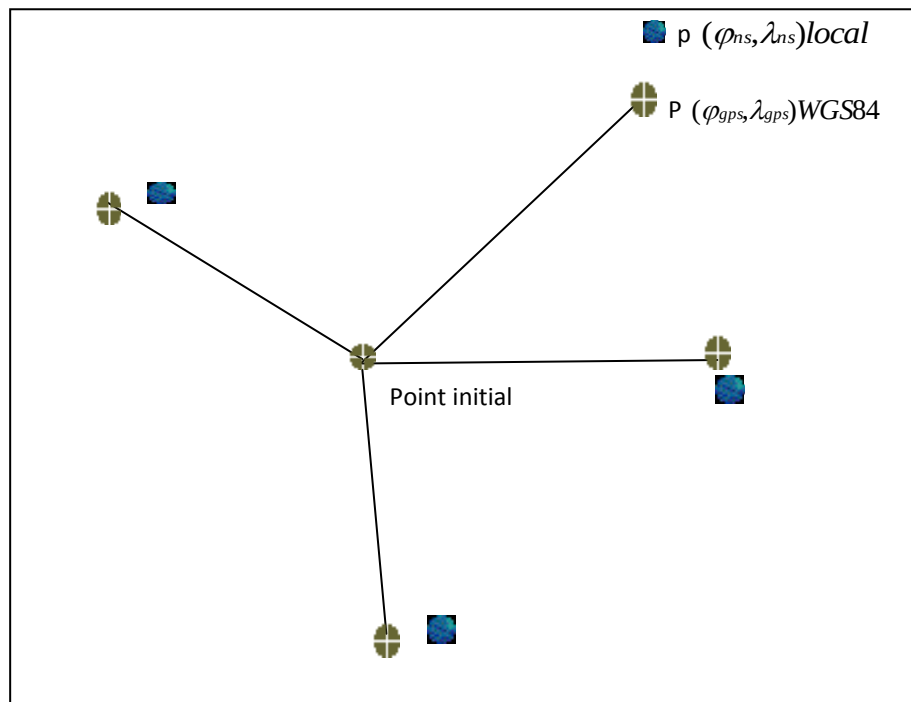


Figure II. 8:Transformation Sur L'Ellipsoideque (Kadri.Chadli, 2003)

II .8 Traitement

II .8.1 Etape 1 : Résolution du problème Inverse

La transformation géodésique nécessite la résolution du problème inverse et direct. Avant de résoudre le problème inverse on doit ajouter l'ondulation moyenne N_m au demi grand axe (a_{WGS}) de l'ellipsoïde WGS84. Donc en premier lieu la résolution de ce problème se fait sur l'ellipsoïde qui a pour demi-grand axe ($a_{WGS84} + N_m$). Dans l'exemple qui suit, le point A est un point double initial, et le point 1 est un point GPS nouveau à transformer dans le système local.

Problème inverse

En entrée (λ_A, φ_A)_{GPS} , (λ_1, φ_1)_{GPS}

En sortie Distance : D_{A-1} , Azimut : $A_{Z_{A-1}}, A_{Z_{1-A}}$

II .8.2 Etape 2 : Résolution du problème Direct

Une fois le problème inverse effectué, le traitement se poursuit sur l'ellipsoïde local en abordant le problème direct. A partir des coordonnées (λ_A, φ_A)_{Local} du Point initial A et en considérant invariant la distance D_{A-1} et $A_{Z_{A-1}}$ déjà calculée dans l'étape 1, on commence par résoudre le problème direct. Les résultats de cette résolution sont les coordonnées (λ_1, φ_1)_{Local} du point 1 dans le système local.

Problème direct

En Entrée : (λ_A, φ_A)_{Local}

D_{A-1} : Distance obtenue après traitement du problème inverse

$A_{Z_{A-1}}$: Azimut obtenu après traitement du problème inverse .

(a, e) : Paramètres de l'ellipsoïde local .

En Sortie : (λ_1, φ_1)_{Local}

Les coordonnées planimétriques (λ_1, φ_1)_{Local} du point 1 obtenues sont affectées des erreurs qui dépendent de la localisation GPS. Si dans la région à étudier on dispose de 3 à 4 points doubles, le procédé consiste à recalculer les coordonnées planimétriques locales du point initial en suivant l'étape 1 et l'étape 2.

Pour cela on doit recalculer les coordonnées planimétriques locales de ces quatre points doubles, les écarts trouvés sont introduits en prenant leurs valeurs moyennes comme correction aux coordonnées locales du point initial. En répétant cette compensation empirique et après deux à trois itérations, presque toute erreur systématique est éliminée. Une fois les coordonnées initiales locales améliorées, on procède à transformer tous les points nouveaux GPS (λ_i, φ_i)_{GPS} en (λ_i, φ_i)_{Local} ($i=1, n$), puis en coordonnées planes UTM. (Kadri.chadli, 2003).

II.9 Transformation polynomiale par la multiple régression

L'emploi d'une méthode de transformation pour le calcul des paramètres de passage entre deux référentiels géodésiques exige l'homogénéité entre ces deux référentiels.

Certains référentiels géodésiques locaux réalisés par la méthode classique, présentent un manque d'information en termes d'orientation et d'échelle et par conséquent le problème de transformation se pose.

Diverses approches ont été proposées, parmi ces méthodes, la transformation polynomiale par multiple régression.

En termes simples ce sont des fonctions de polynômes qui représentent les distorsions entre les deux systèmes géodésiques, en fonction de la position en latitude et en longitude .

L'objectif de l'application est de déterminer les paramètres de transformation bidimensionnelle entre les coordonnées géodésiques rapportées à l'ellipsoïde de révolution WGS84 et celles rapportées à l'ellipsoïde de Clarke 1880A associé au système Nord Sahara ([Medjahed et ZeggaiI, 2012](#)).

CHAPITRE III

Application de la technique de multiple régression

III.1 Introduction

Le produit final d'une transformation géodésique entre le système GPS et le système géodésique local Nord Sahara est un vrai problème pour les acteurs du domaine géodésique et topographique car le WGS84 est un système géocentrique et le système algérien est un système bidimensionnel pour plusieurs raisons; premièrement l'information de l'auteur de géoïde est méconnaissable presque dans la totalité du pays, en plus là où il existe cette dernière; sa résolution est très petite, deuxième point dans le sud les données géodésiques qui existent sont de nature astronomique (points de doppler).

Alors les techniques de similitude spatiale (à sept paramètres) utilisées dans les transformations ne sont pas optimales et donnent des résultats qui ne sont pas exploitables ($> 3m$). Donc la recherche d'une autre méthode qui utilise les caractéristiques existantes de notre système est devenue déterminante et cruciale pour trouver un résultat qui peut être intégré surtout dans le domaine de la topographie.

Cette méthode utilisée a consisté aux formules de multiple régression qui peuvent réduire la précision des résultats obtenues supérieure 3m jusqu'à inférieure à 0.5 m.

III.2 Présentation de la zone d'étude

L'objectif de l'application est de déterminer les paramètres de transformation bidimensionnelle entre les coordonnées géodésiques rapportées à l'ellipsoïde de révolution WGS84 et celles rapportées à l'ellipsoïde de Clarke 1880A associé au système Nord Sahara. Ces paramètres sont les coefficients λ_i et φ_i calculés par les équations de la transformation polynomiale.

Les données utilisées sont collectées de la manière suivante:

données GPS : issues des observations menées lors des campagnes GPS à travers la région d'Oran (fig. III.1)

données Nord Sahara : issues des observations de la triangulation et de la géodésie classique en Algérie (CADASTRE et MICROGEODESIE).

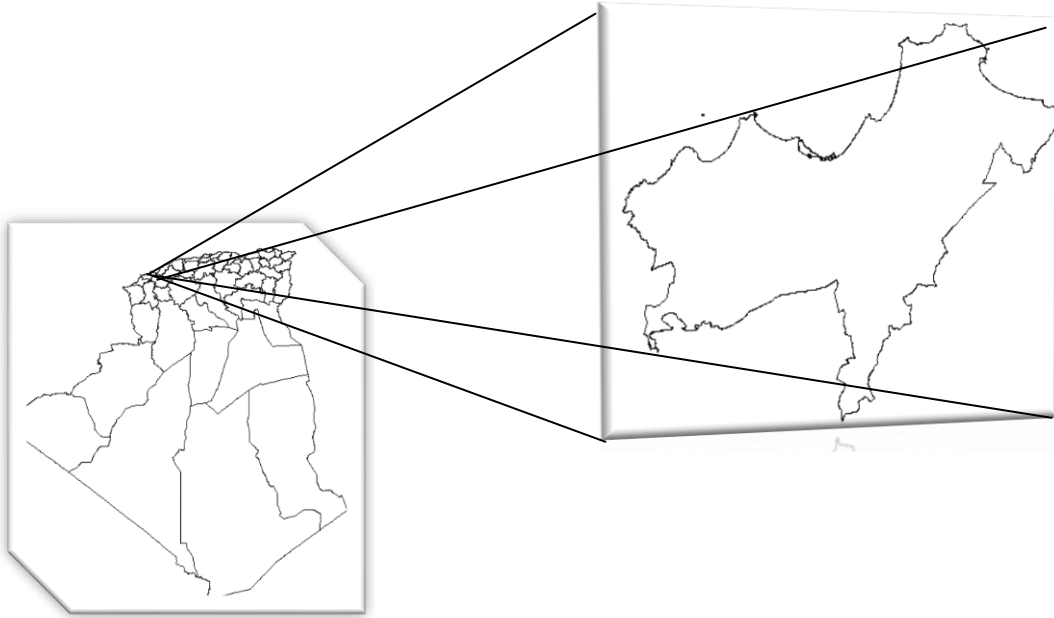


Figure III.1: Zone D'étude

III.3 Transformation polynomiale par la multiple régression

L'utilisation d'une technique de transformation pour le calcul des paramètres de passage entre deux référentiels géodésiques exige l'homogénéité entre ces deux référentiels. Certains référentiels géodésiques locaux réalisés par la méthode classique, présentent un manque d'information en termes d'orientation et d'échelle et par conséquent le problème de transformation se pose. Diverses approches ont été proposées, parmi ces méthodes, la transformation polynomiale par multiple régression. En termes simples ce sont des fonctions de polynômes qui représentent les anomalies ou distorsions entre les deux systèmes géodésiques (Nord Sahara et GPS), en fonction de la position en latitude et en longitude.

$$\begin{cases} \lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda \\ \varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

λ_2, φ_2 : Les coordonnées géodésiques dans le premier système (WGS84).

λ_1, φ_1 : Les coordonnées géodésiques dans le deuxième système (Nord Sahara).

$\Delta\lambda, \Delta\varphi$: La différence en longitude et latitude entre les deux systèmes géodésiques.

Les formules de latitude

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi \quad (\text{III.2})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda \quad (\text{III.3})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda + c_3\varphi^2 \quad (\text{III.37})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda + c_3\varphi^2 + c_4\varphi^3 \quad (\text{III.5})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda + c_3\varphi^2 + c_4\varphi^3 + c_5\lambda^2 \quad (\text{III.6})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda + c_3\varphi^2 + c_4\varphi^3 + c_5\lambda^2 + c_6\lambda^3 \quad (\text{III.7})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda + c_3\varphi^2 + c_4\varphi^3 + c_5\lambda^2 + c_6\lambda^3 + c_7\varphi^4 \quad (\text{III.38})$$

$$\Delta\varphi = c_0 + c_1\varphi + c_2\lambda + c_3\varphi^2 + c_4\varphi^3 + c_5\lambda^2 + c_6\lambda^3 + c_7\varphi^4 + c_8\lambda^4 \quad (\text{III.9})$$

(Dr. Gomaa M. Dawod and Prof . Dalal S.Alnaggar, 2000)

Les formules de longitude

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda \quad (\text{III.10})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 \quad (\text{III.11})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 + d_3\varphi \quad (\text{III.12})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 + d_3\varphi + d_4\lambda^3 \quad (\text{III.13})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 + d_3\varphi + d_4\lambda^3 + d_5\lambda^4 \quad (\text{III.14})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 + d_3\varphi + d_4\lambda^3 + d_5\lambda^4 + d_6\varphi^2 \quad (\text{III.15})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 + d_3\varphi + d_4\lambda^3 + d_5\lambda^4 + d_6\varphi^2 + d_7\varphi^3 + d_7\lambda^5 \quad (\text{III.16})$$

$$\Delta\lambda = d_0 + d_1\lambda + d_2\lambda^2 + d_3\varphi + d_4\lambda^3 + d_5\lambda^4 + d_6\varphi^2 + d_7\varphi^3 + d_7\lambda^5 + d_8\lambda^6 \quad (\text{III.17})$$

(Dr. Gomaa M. Dawod and Prof . Dalal S.Alnaggar, 2000)

avec $\Delta\lambda$ et $\Delta\varphi$ sont comptés en arc de secondes, tandis que φ et λ sont les coordonnées géodésiques (WGS84) en degrés.

c_i et d_i : sont les coefficients de multi-régression à déterminer.

III.4 Test statistique de la multi-régression

Le nombre des inconnues dans les équations de la multiple régression est basé sur plusieurs facteurs : la disponibilité des données, la distribution des données et l'utilisation des tests statistiques pour la détermination de la signification de modèle.

Il existe deux indicateurs ont une grande importance : l'erreur standard d'estimation; et le coefficient de détermination.

L'estimation de l'erreur standard est un indicateur de la précision de l'équation de régression et est calculée par (pour $\Delta\varphi$ comme un exemple) :

$$\sigma(\delta\Delta\varphi) = \sqrt{(\sum_{i=1}^n [(\Delta\varphi_i \text{connue}) - (\Delta\varphi_i \text{calculé})]^2 / n)} \quad (\text{III.18})$$

(Dr. Gomaa M. Dawod and Prof . Dalal S.Alnaggar, 2000)

Le coefficient de détermination est l'indicateur qui calcule la grandeur de variation des variables dépendant expliqué par les variables indépendants utilisés par les formules de multi-régression.

$$r^2(\delta\Delta\varphi) = \sum_{i=1}^n [(\Delta\varphi_i \text{calculé}) - (\Delta\varphi \text{moyen})]^2 / \sum_{i=1}^n [(\Delta\varphi_i \text{connue}) - (\Delta\varphi \text{moyen})]^2 \quad (\text{III.19})$$

(Dr. Gomaa M. Dawod and Prof . Dalal S.Alnaggar, 2000)

III.5 Application de la multi-régression dans la région d'Oran

Les données collectés dans la région à étudier est 20 point distribués sur tout le territoire à de la région dont quatre points sont utilisés comme point de contrôle, qui ne participe pas dans le calcul des coefficients.

Pour résoudre les coefficients des multiples régressions on a utilisé la méthode des moindres carrés.

Les figure(III.2) et figure (III.3) représentent les différences en longitude et latitude entre les coordonnées WGS84 et Nord Sahara.

L'analyse statistique des données montre que l'intervalle de différence en latitude est varié entre -0,4118" et 0,3967" avec une moyenne de -0,2010" et un écart-type égal 0,3508. La différence dans la longitude varie entre -3,0091" et 3,00954" avec une moyenne de 1,8732" et un écart-type égal 2,4186".

Les deux figures montrent aussi que la variation en longitude et latitude est focalise dans la région ouest de la zone d'étude.

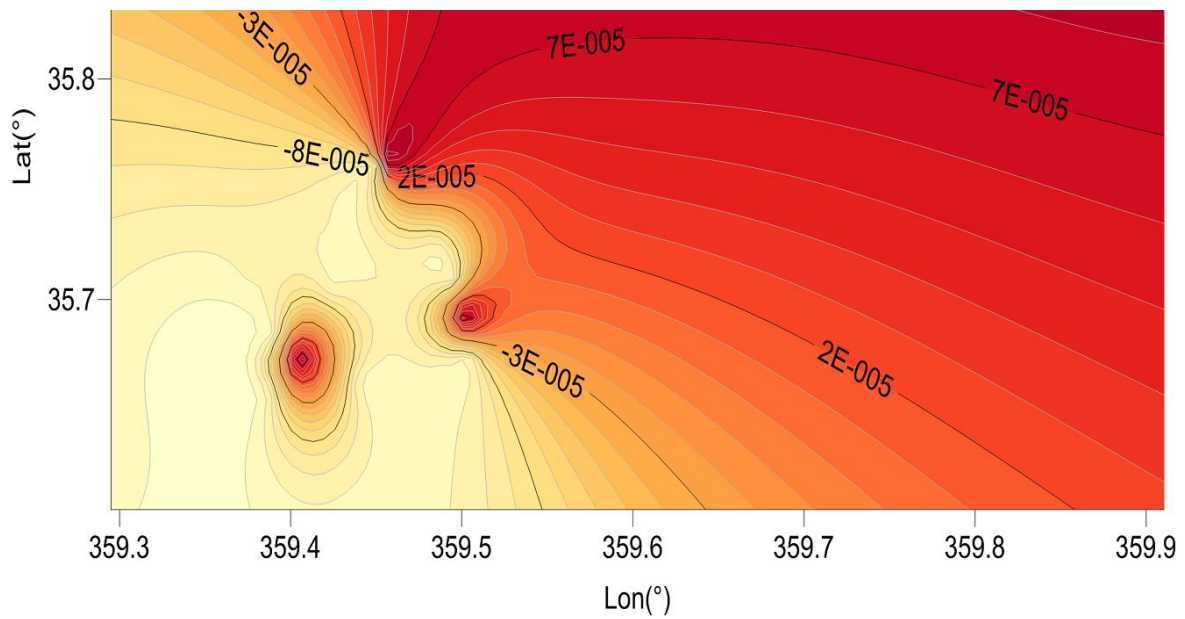


Figure III. 13: Carte Des Différences En Latitude (WGS84-Nord Sahara)

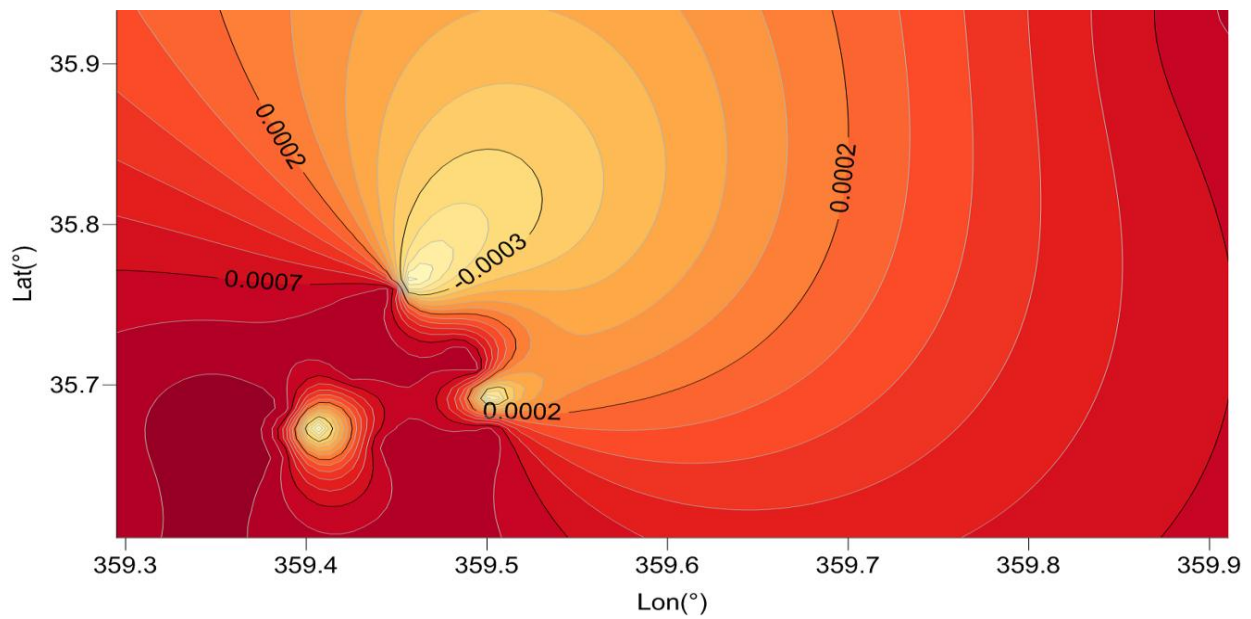


Figure III. 3: Carte Des Différences En Longitude (WGS84-Nord Sahara)

Formule	Nombre de coefficients	Degré de liberté	$\sigma (\delta\Delta\varphi)$	$r^2 (\delta\Delta\varphi)$
2	2	14	0,1745	0,2474
3	3	13	0,1748	0,2484
4	4	12	0,1759	0,2515
5	5	11	0,1762	0,2522
6	6	10	0,1970	0,3155
7	7	9	0,1889	0,2902
8	8	8	0,1901	0,2936
9	9	7	0,1927	0,3019

Tableau III.1: Régression multiple pour différences de latitude (WGS84 à système national Nord Sahara)

Formule	Nombre de coefficients	Degré de liberté	$\sigma (\delta\Delta\lambda)$	$r^2(\delta\Delta\lambda)$
10	2	14	1,2017	0,2006
11	3	13	1,2143	0,2048
12	4	12	1,2418	0,2142
13	5	11	1,4203	0,2803
14	6	10	3,3048	1,5168
15	7	9	1,4757	0,3025
16	8	8	0,9915	0,1366
17	9	7	1,2581	0,2197

Tableau III. 2: Régression multiple pour différences de Longitude (WGS84 à système national Nord Sahara)

À partir des tableaux 2 et 3, on peut constater que les formules de régression (8) et (16) sont les équations qui donnent plus de précision par rapport aux autres. Les valeurs des coefficients de déterminations prouvent que ces deux formules presque décrire ces différences parfaitement. Les erreurs standards d'estimation correspondantes montrent que cette technique à niveau raisonnable de précision pour appliquer une transformation. La formule de régression multiple recommandée pour le cas de la zone étudié (Oran) pour transformer des coordonnées de WGS84 au Nord Sahara est :

$$\Delta\varphi = -415225,3192 + 27443,6649 \varphi_{84} + 943,6263 \lambda_{84} - 381,5623 \varphi_{84}^2 - 6,7789 \varphi_{84}^3$$

$$- 5,2402 \varphi_{84}^4 + 0,0071 \lambda_{84}^2 + 0,1413 \lambda_{84}^3$$

$$\Delta\lambda = 238890,7911 + 1876,1025 \lambda_{84} - 9,5607 \lambda_{84}^2 - 13444,6285 \varphi_{84} + 0,0054 \lambda_{84}^3$$

$$+ 0,0003 \lambda_{84}^4 + 188,1222 \varphi_{84}^2 - 0,00000034 \lambda_{84}^5$$

Où $\Delta\lambda$ et $\Delta\varphi$ sont en arc de secondes, tandis que φ_{84} et λ_{84} sont les coordonnées WGS84 en degrés.

Par conséquent, les coordonnées transformées sur le système Nord Sahara sont donnés par:

$$\varphi_{NS} = \varphi_{84} + \Delta\varphi \quad (\text{III.20})$$

$$\lambda_{NS} = \lambda_{84} + \Delta\lambda \quad (\text{III.21})$$

	φ° (obs)	φ° (cal)	$\Delta\varphi^\circ$ (obs-cal)	λ° (obs)	λ° (cal)	$\Delta\lambda^\circ$ (obs-cal)
1	35,6717	35,6716	0,00015	359,4896	359,4900	-0,00046
2	35,6751	35,6750	0,00014	359,5027	359,5031	-0,00039
3	35,6447	35,6446	0,00018	359,4894	359,4900	-0,00067
4	35,6049	35,6047	0,00028	359,4366	359,4379	-0,00133

Tableau III. 3: précision des points de contrôle de la transformation au cours de la régression

Dans le tableau 3, on peut voir que la précision globale de la technique de transformation multiple régression dans l'ordre d'environ de arc second qui est donne le presque le mètre sur le terrain.

Par conséquent, on peut conclu que la régression multiple est recommandée quand on cherche une précision inferieure au mètre pour la transformation entre WGS84 et Nord Sahara est surtout quand il s'agit d'un système bidimensionnel comme le cas de notre pays Algérie.

La méthode des multiples régressions est devenue alternatif rigoureux par rapport aux similitudes spatiales (Bursa Wolf, Molodensky...).

Conclusion

Conclusion

Aujourd'hui, l'ensemble des réseaux géodésiques nationaux, et mondiaux sont réalisés par les techniques de positionnement spatial, parmi ces systèmes l'outil GPS est le plus utilisé actuellement, les coordonnées obtenues après le traitement et l'ajustement des observations GPS sont exprimées dans un système de référence géodésique, géocentrique, tridimensionnel et mondial appelé WGS84 basé sur l'ellipsoïde WGS84.

L'utilisation du GPS en Algérie est souvent liée à la transformation des coordonnées. Les résultats obtenus sont exprimés dans le système en vigueur en Algérie (Nord Sahara).

Les modèles de transformation à trois dimensions restent mal adaptés pour le cas de l'Algérie à cause du manque d'information sur la hauteur du géoïde relatif à l'ellipsoïde de Clarke 1880A.

Afin de résoudre le problème nous avons transformé les deux composantes (longitude et latitude) par l'emploi d'une transformation polynomiale type régression multiple.

La formule adaptée par la région d'Oran est celle de 8 coefficients qui peut être changée ou modifier tout dépend de la région étudiée, la distribution des points, le domaine pour lequel le modèle doit être appliqué, la présence des distorsions dans l'un ou l'autre système géodésique ou bien les deux à la fois.

Les résultats obtenus dans la région d'Oran montrent que cette approche peut être appliquée pour transformer les observations GPS vers le système national Nord Sahara avec une précision qui peut atteindre le centimètre.

Référence Bibliographique

Référence Bibliographique

- IGN. (2002). Récupéré sur institut national de l'information géographique:
<http://centcols.org/calques/ign/transfo.pdf>
- IGN. (2012). Récupéré sur institut national de l'information géographique et forestière:
http://www.ign.fr/DISPLAY/000/531/410/5314101/CP_nouvelle_identite_IGN.pdf
- IGN. (2013). Récupéré sur institut national de l'information géographique/SGN:
http://geodesie.ign.fr/contenu/fichiers/documentation/pedagogiques/Transformations_CoordonneesGeodesiques.pdf
- site 1. (2016). Récupéré sur <http://www.sigea.educagri.fr>:
http://sigea.educagri.fr/fileadmin/user_upload/doc_prof/guerreiro/Theorie/Geodesie/04_coordonnees.pdf
- Abdelmajid, B. H. (2015). Eléments de Géodésie et de la Théorie des erreurs. 390p.
- Ben Ahmed, D. s. (2003). Calcul des hauteurs orthométriques à partir des observations GPS :Cas d'étude Nord de l'Algérie. Algérie.
- INCT. (2005-2009). Rapport National De L'Algerie.
- INCT. (2007). Rapport National De L'algerie.
- Kadri.chadli. (2003). Mémoire fin d'étude (Uniformisation des données GPS). arzew -oran.
- Kesteloot,S. (2013). Cours de Topographie partie 1 généralites et nivellement. IUT bethune.
- Medjahed et Zeggai, S. A.-A. (2012). élaboration d'une grille de conversion de coordonnées géographiques.
- Serge Milles, J. L. (1999). Topographie et topométrie modernes - Tome 1.
- Zeggai.Ali. (2004). Transformation entre systèmes de références géodésiques.
- Dr. Gomaa M. Dawod and Prof . Dalal S. Alnaggar. (2000). Optimum geodetic datum transformation techniques for GPS surveys in Egypt.