الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de Recherche Scientifique

Université Amar Telidji - Laghouat

Faculté des Sciences Economiques et Commerciales et Science de Gestion

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عمار ثليجي – الأغواط

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

مطبوعة علمية في:

الرياضيات المالية

السنة الثانية ليسانس علوم اقتصادية

اعداد الدكتور: نبق بوبكر

استاذ محاضر "أ"

السنة الجامعية 2022/2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عمار ثليجي – الأغواط

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de Recherche Scientifique

Université Amar Telidji - Laghouat

Faculté des Sciences Economiques et Commerciales et Science de Gestion

مطبوعة علمية في:

الرياضيات المالية

السنة الثانية ليسانس علوم اقتصادية

اعداد الدكتور: نبق بوبكر

استاذ محاضر "أ"

السنة الجامعية 2022/2021

اعتمدت هذه المطبوعة بعد مصادقة المجلس العلمي لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير بجامعة عمار ثليجي بالأغواط بناءا على المحضر رقم 2021/08 الصادر بتاريخ 2021/12/08.

رقم اعتماد المطبوعة: 02 ك.ع.إ.ت.ع.ت 2021

اعتمدت هذه المطبوعة بعد مصادقة المجلس العلمي لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير بجامعة عمار ثليجي بالأغواط بناءا على المحضر رقم 2021/08 الصادر بتاريخ 2021/12/08.

رقم اعتماد المطبوعة: 02 ك.ع.إ.ت.ع.ت 2021

اسم المقرر: رياضيات مالية-

الأستاذة : بوبكر نبق   أستاذة محاضر قسم" أ "

قسم العلوم الاقتصادية

جامعة عمار ثليجي بالأغواط

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية و علوم التسيير

الهاتف: 0666713003

البريد الالكتروني: b.nebeg@lagh-univ.dz

أهداف المقرر:

- المطبوعة عبارة عن محاضرات في الرياضيات المالية حسب البرنامج الوزاري موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس علوم اقتصادية للسداسي الثاني.
- تعتبر الرياضيات المالية أحد الادوات الرياضية التي تساعد الافراد ومنظمات الاعمال على اتخاذ القرارات الاستثمارية بصورة سليمة.
- من أجل تحقيق النتائج المالية الممكنة او المرجوة.

الميدان: العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

الشعبة: العلوم الاقتصادية

القسم: العلوم الاقتصادية

السنة: الثانية ليسانس العلوم الاقتصادية

المقياس: رياضيات مالية

فهرس المحتويات

بناء جدول الاستهلاك للقرض بطرقة الأقساط الثابتة.
تطبيقات حول إستهلاك القروض
المحور الخامس: لمردودية و اختيار الاستثمارات.
اختيار الاستثمارات
معيار فترة الاسترداد
معيار معدل المردودية المتوسط

الوحدة التعليمية: الأساسية

المعامل: 03 **الأرصدة:** 05

الحجم الساعي الأسبوعي الإجمالي

- الحجم الساعي للمحاضرات: 1,5 ساعة
- الحجم الساعي للأعمال الموجهة: 1,5 ساعة

المكتسبات القبلية:

- دراسة أساسياتها من الناحية النظرية مثل الاوراق التجارية (المحاسبة المالية)، ومعارف بسيطة عن القروض وكيفية الحصول عليها ..
- يجب على الطالب ان تكون له مبادئ ومعلومات في مادة الرياضيات، في الاحصاء ...الخ.
- تزويد الطالب بالأسس العلمية والعملية للرياضيات المالية لتكوين قاعدة او نواة من الناحية الرياضية التي ستكون لديه من أدوات التحليل خلال دراسته ومساره.
- تدريب الطالب على مهارات يحتاجها للعمل في المجال المالي.

مقدمة:

ان وجود رأس المال يعتبر بمثابة الحلقة الأساسية للتعامل بين البنوك والأفراد أو بين البنوك ومثيلاتها أو بين الأفراد بعضهم البعض ، لذا فإن صاحب رأس المال يتشابه الى حد كبير مع أصحاب بقية عوامل الإنتاج الأخرى (الأرض، العمل، التنظيم) في أنه ينبغي أن يتقاضى عائداً على ما يملك من رأس مال مقابل حق تنازله عنه لطرف آخر للانتفاع به.

اصبحت الرياضيات المالية ضرورية في مجال المال والاعمال، حيث لا يتم تسييرها وانجازها بشكل مرش وكاف دون استخدام رياضي سليم، وقد أصبح من الضروري أن يتوافر لدى المهتمين بالنواحي الاستثمارية في سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مده زمنية معينة، فإذا أودع شخص مبلغا من المال في احد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه فأنه يحصل من البنك في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك وكذلك هو الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنه في نهاية مده زمنية معينة، فإذا اقترض شخص مبلغ من المال من احد البنوك لمده معينه وبمعدل فائدة متفق عليه فأنه يدفع إلى البنك في نهاية مده القرض المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك.

وسوف يتناول البحث كيفيه استخدام طرق والأساليب الرياضة المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار في راس المال سواء كان هذا الاستثمار قصير الأجل أو طويل الأجل مدعوما بالأمثلة المتنوعة.

ولابد من الإشارة هنا إلى إننا لا ندرس الفائدة تبشيرا بها أو دعوة إلى اعتمادها في حياتنا اليومية بل ندرسها لعده أسباب أولها إننا وجدناها ومجبرون على التعامل بها في بعض الحالات، سواء في التعامل الدولي أو المحلي، كما إننا ندرسها لان العالم أجمع يتعامل بها، فمعرفتنا بها هي معرفه الملاحظ والمشاهد الذي لابد أن يتعرف على الواقع الفعلي لحركه الاقتصاد الوطني والاقتصاد العالمي الذي يرتكز أساسا على التعامل بالفائدة، وأيضا ندرسها لأنه يمكن اعتمادها في مجالات أخرى غير الربا، كما في النظريات المالية والاستثمارية ودراسة وتقييم المشاريع ودراسات الجدوى الاقتصادية وتحديد تكاليف رأس المال ودراسة الفرصة البديلة، كلها تعتمد على قوانين الفائدة والقيمة الحالية.

مقدمة:

تشمل الرياضيات المالية العديد من المواضيع الخاصة بالعمليات الخاصة بالعمليات المالية قصيرة الاجل، والعمليات المالية طويلة الاجل الخاصة بالفائدة المركبة، كما تتضمن اهتلاك القروض قصيرة الاجل والحسابات الجارية ذات العائد والتي تعتبر ذات أهمية بمكان لدى المؤسسات والهيئات التي تتعامل مع هذا النوع من توظيف واستثمار الأموال سواء على المدى القصير او المدى الطويل وهذا على غ ا رر البنوك، الأسواق المالية بشكل عام.

ومع التطور الكبير في عصر التكنولوجيا أصبح صياغة وحساب الفائدة وكذا الأقساط والدفعات يتم وفق نظام معد وفق قواعد رياضية واقتصادية يسهل على مستخدميه إيجاد القيم والمبالغ بسرعة وبأقل تكلفة.

من خلال ملاحظة النشاطات الاقتصادية، المالية منها و التجارية، نجد أن العديد منها تتم في المدى القصير أي سنة فأقل، لذلك يتم متابعة جميع عمليات التسديد و التحصيل بتطبيق أهم تقنيات الرياضيات المالية أي الفائدة البسيطة.

و يمكن أن نجمع في هذا القسم ثلاث أنواع من العمليات و هي عمليات الحسابات الجارية بالفائدة البسيطة، الخصم التجاري و تكافؤ الأوراق الجارية.

المحور الأول:

الفائدة البسيطة L'intérêt simple

مقدمة:

تعريف القرض: القرض هو مبلغ من المال يمنحه شخص يسمى المقرض (الدائن) إلى شخص آخر يسمى المقترض (المدين) بشروط يتفق عليها الطرفان (المدة، المعدل، وسيلة السداد) مقابل تعويض مالي يسمى الفائدة، يلتزم المدين بتسديد الدين وفوائده بعد انقضاء مدة القرض.

أنواع القروض: تصنف القروض على أساس معايير متنوعة، منها معيار المدة:[1]

1- **القروض القصيرة المدى**: و التي لا تتجاوز مدتها السنة (أي **12** شهرا). تستعمل هذه القروض لتمويل عمليات الاستغلال الجارية (شراء المخزونات، تسديد الديون القصيرة).

2- **القروض الطويلة المدى**: هي القروض التي تتجاوز مدتها السنة. و تستعل عادة لتمويل عمليات الاستثمار (شراء التثبيتات) .

3- **تعريف الفائدة:** هي العائد الذي نحصل عليه نتيجة استثمار مبلغ من المال في أحد الأنشطة لفترة زمنية محددة وفقا لمعدل معين .أو هي تكلفة اقتراض مبلغ مالي اي هي

[1] ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر،1995، ص 12-13.

أجر الحصول على قرض نقدي. وتفسير ذلك انها الثمن المدفوع من قبل المقترض للمقرض مقابل استخدام لرأس المال المقترض لفترة زمنية معينة.

يمكن تعريف الفائدة على أنها المبلغ الذي يدفع مقابل استخدام رأس المال، أو هو عبارة عن التعويض أو الأجر مقابل استخدام رأس المال المستثمر لمدة زمنية معينة، ويعبر أو معدل العائد يعبرعنه عادة بنسبة مئوية تسمى سعر الفائدة، وعليه تمثل الفائدة للمقرض إيراد، أما بالنسبة للمقترض مصروف.

1- مبررات وجود الفائدة:

تدفع الفائدة للمقرض مقابل:

- حرمانه من استهلاك المبلغ المقرض؛
- عنصر المخاطرة والمتمثلة في عدم التحصيل المبلغ أو جزء منه؛
- بالإضافة تدهور القدرة الشرائية للوحدة النقدية (التضخم).

مفهوم الفائدة البسيطة: الفائدة عموما هي مبلغ مالي يدفعه المدين المقترض إلى الدائن المقرض مقابل إنتفاع الأول بمال الثاني لمدة معينة وبسعرمتفق عليه، سواء لإستثماره أو الإنتفاع به، أما في حالة الإيداع فيعبرعن الفائدة بأنها المبلغ الذي يحصل المودع مقابل إيداعه مبلغا معلوما لمدة معينة وبسعر متفق عليه، بمعنى آخر فإن الفائدة هي عائد

رأس المال المستثمر أو المقترض، وعموما فإن الفائدة البسيطة هي ما يحسب على المبلغ المستثمرأو المقترض فقط لكل وحدة زمنية لا تزيد عن السنة.[1]

1- عناصر الفائدة البسيطة: من التعريف السابق يمكن القول بأن قيمة الفائدة المحسوبة لأي مبلغ تتوقف على عوامل ثلاثة هي:[2]

- **الأصل:** و هو قيمة رأس المال المقترض أو المودع الذي تحسب عليه الفائدة البسيطة والذي يظل ثابتا طوال فترة الإقتراض أو الإيداع، حيث يترتب على ذلك تساوي الفوائد البسيطة في نهاية كل وحدة زمن خلال هذه الفترة ، وهذا يعني أن الفائدة البسيطة في نهاية الوحدة الزمنية الأولى تكون مساوية للفائدة البسيطة في نهاية الوحدة الزمنية الثانية وهكذا حتى نهاية مدة الإقتراض أو الإيداع.

- **المدة**: جرت العادة في المعاملات المالية على إستخدام الفائدة البسيطة في العمليات المالية في الأجل القصير والتي غالبا ما تكون أقل من سنة، وهذا يعني أن تكون المدد التي تحتسب عنها الفائدة البسيطة إما بالأشهر أو بالأيام.

- **معدل الفائدة**: وهوعبارة عن فائدة وحدة النقود و قد جرى العرف في المعاملات التجارية و المالية على ذكر معدل الفائدة لكل 100 وحدة من وحدات النقود عن مدة قدرها سنة أي يحدد بنسبة مئوية، لو قلنا مثلا أن معدل الفائدة هو 10 % سنويا

[1] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص .

[2] منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلى **الرياضيات المالية**،الطبعة الرابعة، ديوان الدطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006 ، الجزائر، ص : 9-10

معناها أن كل 100 دينار جزائري من القرض يدفع عنها فائدة قدرها 10 دينار جزائري آخر كل سنة.

2- حساب الفائدة البسيطة: لو رمزنا لقيمة الفائدة البسيطة بالرمز I والمبلغ المستثمر أو المقترض بالرمز c ومدة الإقتراض بالرمز n و معدل الإقتراض t ، فإن معادلة الفائدة البسيطةحسب السنوات:[1]

$$I = \frac{c \times t \times n}{100}$$

ملاحظة:

- تتناسب الفائدة مباشرة مع عناصر حسابها(رأس المال، معدل الفائدة، مدة التوظيف)؛
- في المعاملات المالية والتجارية تحدد السنة بـ 360 يوم وتسمى بالسنة التجارية، أي بمعدل 30يوم لكل شهر.

4- القانون الأساسي للفائدة البسيطة :

الفائدة البسيطة = رأس المال ×معدل الفائدة × مدة التوظيف

$$I = \frac{C \times t \times n}{100}$$ المدة بالسنوات

[1] شقيري موسى نوري و آخرون، الرياضيات المالية، الطبعة 1 ، دار وائل المعرفة، الجزائر، 2016 ، ص15-20.

$$I = \frac{C \times t \times n}{1200}$$ المدة بالأشهر

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000}$$ **المدة بالأيام**

و يطلق على هذه المعادلة[1] إسم قانون الفائدة البسيطة حيث يمكن بواسطتها إيجاد أي من عناصرالفائدة البسيطة بمعلومية العناصر الأخرى .

حساب الفائدة:

مثال: اودع شخص ما مبلغ 5000 دينار في بنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل 6 % لمدة 4 سنوات.

الحل:

لدينا : $I = \frac{C \times t \times n}{100}$

$$I = \frac{5000 \times 6 \times 4}{100} = 1200 \, \text{da}$$

حساب رأس المال:

مثال: اودع شخص مبلغ مالي في البنك بفائدة بسيطة معدلها السنوي 10 % ، ووجد أن الفائدة المستحقة له في نهاية السنة الثالثة قد بلغت 3000 دينار. المطلوب حساب قيمة المبلغ المستثمر.

[1] منصور بن عوف عبد الكريم، مدخل إلى الرياضيات المالية،الطبعة 4، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006 ، الجزائر، ص 9-10.

الحل

لدينا : : $c = \frac{I\times100}{t\times n}$

ومنه $c = \frac{3000\times100}{10\times3} = 30000$

ومنه $I= \frac{c\times t\times n}{100}$

$3000= \frac{c\times10\times3}{100}$ ومنه $c = 30000$

حساب المعدل:

مثال: أودع شخص مبلغ مالي 6000 لمدة سنتين ، فوجد أن الفائدة المحصلة في نهاية المدة هي 960 دينار.

المطلوب تحديد معدل الفائدة البسيطة المستعمل من قبل البنك.

الحل: لدينا:

$$t = \frac{I}{c\times n}$$

$$\Rightarrow t = \frac{960x100}{6000\times2} = 0.08 \quad =\%\ 8$$

بعض الحالات الخاصة بالمدة :

كثيرا ما تكون مدة الإقتراض أو مدة الإيداع في حالة الفائدة البسيطة أجزاء من السنة مذكورة بالأشهر أو بالأيام أو محصورة بين تاريخين ثابتين، وهنا يتعين علينا تحديد المدة قبل تطبيق قانون الفائدة البسيطة.

فوائد التأخير:

يتحمل المدين فوائد التأخير عند عجزه عن تسديد دينه في مدة الاستحقاق، لذلك قد يتفق الطرفان على تأجيل الدفع لآجال أخرى، حيث يتحمل المدين فوائد إضافية عن كل مبلغ تأخر عن دفعه سواء كان المبلغ المقترض أو الفوائد الدورية أو الإثنين معا وتسمى هذه الفوائد الإضافية بفوائد التأخير، وتحسب بنفس اقانون العام للفائدة البسيطة بإعتبار أن C هو المبلغ المتأخر عن الدفع و t هو معدل الفائدة البسيطة للتأخير و n هي مدة التأخير.

الفائدة مسبقة الدفع ومعدل التوظيف الحقيقي:

كل القوانين والاستنتاجات السابقة أساسها أن الفوائد تسدد في نهاية المدة إلا انه قد يحدث وفق إنفاق بين المقرض والمقترض أن يحصل المقرض على الفوائد يوم إبرام عقد القرض، أي في بداية القرض حيث يستلم المقترض الأموال من المقرض. ومن المؤكد أن المقرض يستفيد من معدل توظيف يزيد عن المعدل النظري المطبق الذي استعمل في حساب الفوائد. وحسابها بنفس طريقة حساب الفائدة البسيطة.

أ- حساب المدة بالسنوات:

ملاحظة :عند الحصول على مدة الفائدة بالسنوات تكون عدد صحيح اوتكون عشرية، وفي هذه الحالة يجب ضرب النتيجة العشرية في 12 من أجل تحويلها الى أشهر، أونضربها في 30 لتحويلها الى أيام.

مثال المدة عدد صحيح: أودع أحد الأشخاص مبلغ 12000 دينار في بنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل 8% سنويا لمدة معينة فحصل على فائدة قدرها 1920 دينار.

المطلوب تحديد مدة الإيداع.

الحل : نعلم أن : $n = \frac{Ix100}{c \times t}$

وبالتالي فإن : $n = \frac{1920 \times 100}{8 \times 12000} = 2$

مثال المدة عدد غير صحيح: مبلغ مالي قيمته 7000 دينار وظف في بنك بمعدل فائدة البسيطة 12% سنويا لمدة معينة وكانت الفائدة المحصل عليها 1000 دينار.

المطلوب تحديد مدة الإيداع.

الحل : نعلم أن : $n = \frac{I}{c \times t}$

وبالتالي فإن : $n = \frac{1000 \times 100}{12 \times 7000} = 2$

العدد العشري 0,19

التحويل الى اشهر: 2 شهر ≈ 0,19 x 12

التحويل الى ايام: 6 يوم ≈ 5,7 = 0,19 x 30

ب- **حالة المدة بالاشهر** : في حالة ذكر المدة بالأشهرأو حسابها بين تاريخين ووجدت أشهركاملة فإنه يجب تحويلهاإلى جزء من السنة بقسمتها على عدد أشهرالسنة و هي12 شهرا قبل تطبيق المعادلات على الشكل التالي :

$$I=\frac{c\times t\times n}{1200}$$ حيث n تكون بالاشهر

مثال: اقترض شخص مبلغ 12000 دينار بفائدة بسيطة بمعدل 8 % سنويا لمدة 10 أشهر المطلوب فائدة راس المال الى نهاية المدة.

لدينا : $I=\frac{c\times t\times n}{1200}$

إذن $I=\frac{12000\times 8\times 10}{1200}=800\ da$

ت-حالة المدة بالايام:

نستعمل عادة في المعاملات المالية والتجارية بتحديد السنة بـ 360 يوم وتسمى بالسنة التجارية، أي بمعدل 30يوم لكل شهر. ولهذا يكون قانون الفائدة بالايام:

$$I=\frac{c\times t\times n}{36000}$$

مثال:

اقترض شخص مبلغ 12000 دينار بفائدة بسيطة بمعدل 9 % سنويا لمدة 80 بوم المطلوب حساب فائدة راس المال الى نهاية المدة.

لدينا:

لدينا : $I=\frac{c\times t\times n}{36000}$

إذن $I=\frac{12000\times 9\times 80}{36000}=240\ da$

حالة الأيام محددة بتاريخين: وهي المدة الفاصلة بين بداية توظيف مبلغ مالي ونهاية التوظيف أي بين تاريخين، جرت العادة أن يتم حساب مدة الإقتراض أو الإيداع إذا كانت محصورة بين تاريخين ثابتين على النحو التالي:[1]

- إهمال يوم الإيداع أو الإقتراض بالنسبة للمقرض أو المودع، وذلك بطرح عدد أيام الشهر الأول من التوظيف أو الإيداع ثم حساب عدد أيام أشهر الإقتراض كما هي عليه.

- حساب يوم الإستحقاق لصالح المقرض أو المودع، و قبل أن نحدد مدة الإقتراض نبحث ما إذا كانت السنة بسيطة أوكبيسة. وهذا لتحديد عدد ايام شهر فيفري (28 يوم او 29 يوم)

فإذا كانت السنة تقبل القسمة على العدد 4 بدون باقي أعتبرت سنة كبيسة و عدد أيامها 366 يوم (تقع مرة كل أربع سنوات) بإعتبار عدد أيام شهر فيفري 29 يوما، أما إذا لم تقبل القسمة على العدد 4 بوجود باقي (الناتج عدد عشري) أعتبرت سنة بسيطة (عدد أيامها 365 يوما)، اي عدد أيام شهرفبراير 28 يوما،

مثال: لكي نفرق بين السنة الكابسة و السنة البسيطة نقوم بقسمة الرقمين الأخيرين للسنة على 4، مثلا سنة 2016 تقبل القسمة على 4 بدون باقي لذلك تعتبر سنة كبيسة ويعني ان شهر فيفري 29 يوم، أما سنة 2019 فإنها لا تقبل القسمة على 4 بدون باقي لذلك تعتبر سنة بسيطة ويعني ان شهر فيفري 28 يوم.

[1] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص12-13.

مثال آخر: أودع شخص في بنك مبلغ قدره 60000 يوم 2020/01/12 بمعدل فائدة بسيطة 6 %.

المطلوب حساب الفائدة البسيطة بتاريخ 2020/04/11.

الحل:

لدينا المدة من 2020/01/12 الى 2020/04/09.

2020 سنة كبيسة لانها تقبل القسمة على 4 يعني ان فيفري 29 يوم

جانفي	فبراير	مارس	أفريل	المجموع
31-12=19	29	31	11	90

إذن: $I=\frac{c\times t\times n}{36000}$

إذن $I=\frac{60000\times 6\times 90}{36000}=900$ da

مثال: دين قيمته 24000 وظف يوم 2019/02/20، معدل الفائدة البسيطة هو9 %.

احسب الفائدة المحصلة بتاريخ 2019/05/18.

الحل:

سنة 2019 عادية ومنه شهر فيفري 28 يوم

فبراير	مارس	أفريل	ماي	المجموع
28-20=8	31	30	11	80 يوم

لدينا: $I=\frac{c\times t\times n}{36000}$

إذن $I=\frac{12000\times 9\times 80}{36000}=240\ da$

أنواع الفائدة البسيطة: الفائدة البسيطة نوعان:

أ- **فائدة تجارية:** و تحسب على أساس الشهر 30 يوم و أيام السنة 360 يوما، و تلجأ إليها البنوك في الحياة العملية تسهيلا للعمليات الحسابية، باعتبار العدد 360 يقبل القسمة على كثير من الأعداد الممثلة لمعدلات الفائدة و تعطى على الشكل التالي:

$$I=\frac{c\times t\times n}{36000}$$

ب- **فائدة صحيحة (حقيقية):** و تحسب على أساسها عدد أيام السنة 365 أو 366 يوما و تعطي فائدة أقل من الفائدة التجارية و لا تلجأ إلى إستعمالها البنوك إلا في الأوقات التي يكون إستخدام الفائدة التجارية في غير صالحها، و تعطى بالصيغة التالية:[1]

السنة الكبيسة ناخذ فيفري 29 يوم

$$I=\frac{c\times t\times n}{36600}$$

السنة العادية ناخذ فيفري 28 يوم

[1] احمد عبد الله درويش، مبادئ الرياضيات المالية، ط3 1997، دار صفا للنشر والتوزيع، ص 49-51.

$$I=\frac{c\times t\times n}{36500}$$

ملاحظة: نستخدم الفائدة التجارية كقاعدة عامة في جميع الحالات التي تواجهنا عند دراستنا للفائدة البسيطة، ولن نستعمل الفائدة الصحيحة إلا في المسائل المطلوبة صراحة.

العلاقة بين الفائدة التجارية و الفائدة الصحيحة:

يتم إستخراج الفائدة الصحيحة على أساس ضرب المبلغ في المعدل في كسر مقامه 365 أو 366، كما يتم إستخراج الفائدة التجارية على أساس ضرب المبلغ في المعدل في كسر مقامه 360، و على ذلك فلو نسبنا أي فائدة الى الأخرى فسنستخرج العلاقة التالية:

لدينا الفائدة التجارية $c=\frac{C\times t\times n}{36000}$ **والفائدة الصحيحة** $\mathbf{I_r}=\frac{C\times t\times n}{36500}$

$$\frac{I_c}{I_r}=\frac{73}{72}, \qquad I_c=I_r\frac{73}{72}$$

$$I_r=I_c\frac{72}{73}$$

ومنه بحساب الفرق بينهما نجد:

$$I_c\frac{1}{73}=(I_c-I_r)$$

$$I_r \frac{1}{72} = (I_c - I_r)$$

من الملاحظ أنه في حالات كثيرة يطلب مقارنة الفائدة الصحيحة بالفائدة التجارية لنفس الحالة مما يستدعي حساب الفائدة الصحيحة المقابلة للفائدة التجارية أو العكس، وعلى ذلك فإن إستخراج العلاقة بين الفائدتين يسهل كثيرا عملية حساب الفائدة الصحيحة لمعرفة الفائدة التجارية والعكس.

مثال 1: مبلغ مالي قيمته 15000 دج موظف بمعدل فائدة قدره 10 % ولمدة 80 يوم، لسنة 2019 .

المطلوب حساب الفائدة الصحيحة.

حساب الفائدة التجارية على أساس الفائدة الصحيحة.

الحل:

لدينا: $I=\frac{c\times t\times n}{36500}$

إذن $I = \frac{15000\times 10\times 80}{36500} = 328,77\ da$

الفائدة التجارية

لدينا: $I_c = I_r \frac{73}{72}$

ومنه $I_c = 328,77\frac{73}{72} \approx 333,34\ da$

مثال اخر: الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة هو 4,8 دينار و أن مدة توظيف المبلغ 90 يوم بمعدل فائدة بسيطة 6 % .

المطلوب: حساب المبلغ الموظف.

الحل:

$$I_c = 73(I_c - I_r)$$

ومنه:

$$I_c = 73(4{,}8\ ) = 350{,}4\ \mathrm{da}$$

ومنه $I=\dfrac{c\times t\times n}{100}$

$$\frac{c\times 6\times 90}{36000}=350{,}4$$

$$c = 23360\mathrm{da}$$

حساب الجملة أو القيمة المكتسبة او المحصلة La valeur Acquise:

عند تسديد المبلغ المقترض يكون مع فائدته والذي نعبر عليه بالجملة أو القيمة المكتسبة أي أن الجملة هي المبلغ الذي يتحصل عليه المقرض (المستثمر) في نهاية مدة التوظيف، وتساوي أصل المبلغ الموظف مضافا إليه الفائدة. نرمز لها بالرمز A

الجملة = المبلغ الموظف + الفائدة المحصلة.[1]

[1] محمد ساحل، الرياضيات المالية، ط 2017، دار الخلدونية الجزائر، ص 22-23.

والقانون هو:

الجملة = رأس المال + الفائدة

$A= C+ I$ أو $= C(1+\frac{t\times n}{36000})$

$$A = C(\frac{36000 + t \times n}{36000})$$

مثال: مبلغ مالي قيمته 12000 موظف لمدة 120 يوم بمعدل فائدة بسيطة 8 % .

المطلوب: حساب جملة راس المال.

الحل:

$$A = C(\frac{36000+t\times n}{36000})=$$

$$A = 12000\left(\frac{36000 + 8 \times 120}{36000}\right) = 12320 \text{ da}$$

طريقة النمر لحساب الفائدة لعدة مبالغ:

من المعلوم أن المؤسسات المصرفية لا تقف عملياتها في التعامل بمبلغ واحد ولكنها تتعامل في السوق المالي باستمرار و بمبالغ عدة، و عادة ما يراد حساب مجموع فوائد القروض المتعددة دفعة واحدة، لذلك يتم حساب مجموع فوائد هذه المبالغ

المختلفة في القيم والموظفة لفترات مختلفة، وفي حالة كون معدل الفائدة المستخدم ثابت فإنه من الممكن الوصول الى طرق مختصرة تؤدي الى حساب مجموع هذه الفوائد.[1]

لنفرض أن هناك ثلاث قروض c_1 ، c_2 ، c_3 وظفت لمدد مختلفة بالأشهر I_1 ، I_2 ، I_3 بمعدل فائدة بسيطة t % ومنه تحسب فوائد هذه المبالغ كما يلي:[2]

اولا نحسب القاسم $D = \frac{36000}{t}$ ويمكن اختصار عمليات النمر بالصيغة: N=t x n

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{C \times n}{36000/t} = \frac{N}{D}$$

ولما تكون مبالغ متعددة وبنفس المعدل يكون مجموع الفوائد :

$$I = \frac{C1 \times t \times n1}{36000} + \frac{C2 \times t \times n2}{36000} + \frac{C3 \times t \times n3}{36000} + \cdots$$

$$I = \frac{C1 \times n1}{D} + \frac{C2 \times n2}{D} + \frac{C3 \times n3}{D} = \frac{N1}{D} + \frac{N2}{D} + \frac{N3}{D}$$

$$I = \frac{N1 + N2 + N3}{D}$$

إن النتيجة الأخيرة تلفت النظر إلى أنه يمكن الحصول على مجموع الفوائد بطريقة مختصرة بضرب كل مبلغ في مدة توظيفه ثم جمعها وقسمتها على عدد أشهر السنة أو

[1] منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص17.

[2] محمد ساحل، الرياضيات المالية، ط 2017، دار الخلدونية الجزائر، ص 19-20.

أيامها ثم ضرب الناتج في المعدل الثابت، حيث يطلق على حاصل ضرب المبلغ في مدة توظيفه سواء بالأيام أو بالأشهر لفظ (النمر) وتعطى المعادلة على الشكل التالي:

للإشارة فإن هذه الطريقة سميت بهذا الإسم لإشتقاقها من الكلمة الأنجليزية (number) والتي تعتمد أساسا على الأعداد.

مثال: إقترض شخص 3 مبالغ من بنك يحسب الفائدة بمعدل 9 %:

الاول: 12000 دينار لمدة 80 يوم

الثاني: 20000 دينار لمدة 120 يوم

الثالث: 15000 دينار لمدة 60 يوم

المطلوب حساب مجموع الفوائد التي يدفعها المقترض للبنك في نهاية المدة.

الحل:

نحسب القاسم: $D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{9} = 4000$

$$I = \frac{N1 + N2 + N3}{D} = \frac{C1 \times n1 + C2 \times n2 + C3 \times n3}{D}$$

$$= \frac{12000x80+20000x120+15000x60}{4000}$$

$$I = \frac{12000x80+20000x120+15000x60}{4000} = \frac{4260000}{4000} =$$

$$1065 \text{ da}$$

معدل التوظيف المشترك: هو المعدل الوحيد الذي توظفت به مجموعة من المبالغ

لفترات زمنية مختلفة أي ان المدين يحصب الفوائد على اساس معدل وحيد يسمى المعدلالمشترك.

معدل التوظيف المتوسط: هو المعدل الوحيد الذي لو وظفت به مجموعة من المبالغ لفترات زمنية مختلفة لحققت نفس مجموع الفوائد لو وظفت بمعدلات مختلفة ولنفس الفترات الزمنية.

لدينا المبالغ التالية :

المبلغ الأول C_1 بمعدل فائدة t_1 لمدة n_1 يوم

المبلغ الأول C_2 بمعدل فائدة t_2 لمدة n_2 يوم

المبلغ الأول C_3 بمعدل فائدة t_3 لمدة n_3 يوم

ومنه مجموع الفوائد المحققة تساوي عند توظيفها بمعدلات مختلفة

$$I = \frac{C1 \times t1 \times n3}{36000} + \frac{C2 \times t2 \times n3}{36000} + = \frac{C3 \times t3 \times n3}{36000}$$

فإذا وظفت هذه المبالغ بمعدل وحيد فإن مجموع الفوائد يساوي

$$\frac{C \times T \times n}{36000} = \frac{C1 \times t1 \times n1}{36000} + \frac{C2 \times t2 \times n2}{36000} + \frac{C3 \times t3 \times n3}{36000} + \ldots$$

وعند تساوي الفائدتين فإن معدل الاستحقاق المتوسط يساوي

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i\ t_i\ n_i}{\sum_{i=1}^{n} C_i\ n_i}$$

ملاحظة: اذا كان معدل الفائدة متغير فإنه لا يمكن أن تطبق هذه الطريقة.

نفس المثال السابق: إقترض شخص 3 مبالغ من بنك يحسب الفائدة بمعدل 9 %:

الاول: 12000 دينار لمدة 80 يوم بمعدل 10 %.

الثاني: 20000 دينار لمدة 120 يوم بمعدل 8 %.

الثالث: 15000 دينار لمدة 60 يوم بمعدل 6 %.

المطلوب:

حساب معدل الاستحقاق المتوسط.

معدل الاستحقاق المتوسط يساوي

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i\ t_i\ n_i}{\sum_{i=1}^{n} C_i\ n_i}$$

$$= \frac{12000x80x10 + 20000x120x8 + 15000x60x6}{12000x80 + 20000x120 + 15000x60}$$

$$T \approx 8{,}03\ \%$$

مجموعة تمارين:

التمرين الاول: حدد المدة

		المدة
02/11/2011	22/03/2012	
21/01/2014	11/07/2014	
21/11/2016	18/05/2017	

اتمم الجدول

التوظيف	السحب	المدة
2011/10/02	2012/4/22	؟
2014/01/21	؟	120 يوم
؟	2011/05/18	180 يوم

التمرين الثاني: في 2010/06/02 وظف مبلغ 250000 دج في بنك يمنح فوائد بمعدل % 6.

المطلوب:

1. ماهي قيمة الفائدة المحصل عليها في 2010/12/29.
2. متى يصبح لهذا الشخص مبلغ 260000 دج.
3. ما هو المعدل الذي يسمح لهذا الشخص بتجميع مبلغ 263125 دج في 2010/12/29.

التمرين الثالث: مبلغين من المال مجموعهما 27000 الاول موظف بمعدل 12 % لمدة 120 يوم، والثاني بمعدل 9% لمدة 80 يوم اعطيا مجموع فوائدهما 700 دج

المطلوب:

1. ماهي قيمة كل مبلغ.
2. أحسب الجملة الموافقة لكل مبلغ.

لتمرين الرابع: الفرق بين مبلغين من المال يقدر بـ 10000 وظف المبلغ الاكبر بمعدل فائدة (12%) ولمدة 8 أشهر أما المبلغ الثاني فقد وظف بمعدل (% 10) ولمدة 06 أشهر، مع العلم أن الفائدة الناتجة عن المبلغ الاول هي ضعف الفائدة الناتجة عن المبلغ الثاني.

المطلوب: 3. ماهي قيمة كل مبلغ.

4. أحسب الجملة الموافقة لكل مبلغ.

التمرين الخامس: وظف شخص مبلغ قدره 30000 دج بمعدل بفائدة بسيطة (t %).

المطلوب: حدد كل من الفائدة البسيطة (I) والقيمة المحصلة (A) بدلالة المعدل (t) بعد سنة من التوظيف.

وفي نهاية السنة تم توظيف المبلغ المحصل عليه في بنك اخر يعطي فوائد قدرها % (t+1)، وعد سنة واحدة تم الحصول على فائدة قدرها 1890 دج، أحسب معدل التوظيف (t %).

اذا علمت أن الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة يقدر بـ 50 دج

المطلوب: 1- أوجد الفائدتين اذا كانت المدة 120 يوم ومعدل الفائدة البسيطة المطبق هو (6 %)

1. أحسب أصل المبلغ

التمرين السادس: قرر مدير مؤسسة توزيع مكافأة ماللية على 03 عمال (A, B, C) وفق تناسب مباشر مع نقاط المردودية على التوالي (20 – 7,5 – 10) فاذا علمت أن حصة العامل الاول تفوق حصة العامل الثاني بمبلغ 3000دج

المطلوب:

أحسب حصة كل عامل من المكافأة .

1. وظف العامل الاول (A) حصته بمعدل (% 6) لمدة (05) خمسة أشهر، العامل الثاني (B)
2. وظف حصته بمعدل(% 4) لمدة (10) عشرة أشهر، أحسب الفائدة التي يتحصل عليها كل عامل.
3. اذا اراد العامل الثالث توظيف حصته بمعدل (% 5) فما هي المدة اللازمة لكي يتحصل على نفس الفائدة التي تحصل عليها العاملين (C) معا.

التمرين السابع:

أودعت مؤسسة في احدى البنوك ثلاثة مبالغ مجموعهم يساوي 113750 دج.

- المبلغ الاول وظف لمدة 250 يوم؛
- الملغ الثاني وظف لمدة 160 يوم؛
- المبلغ الثالث وظف لمدة 80 يوم؛
- بحيث تحصلت المؤسسة في الاخير على فوائد متساوية.

المطلوب:

1. أحسب قيمة كل مبلغ.
2. أحسب معدل الفائدة البسيطة المطبق اذا علمت أن مجموع الفوائد يقدر بـ 3750 دج
3. ما هي المدة التي يجب أن توظف بها المؤسسة المبالغ الثلاث من أجل الحصول على نفس الجملة السابقة وبنفس المعدل.

التمرين الثامن: (واجب) استثمر شخص مبلغين من المال بحيث كان الفرق بينهما 10000 دج، المبلغ الاصغر موظف بمعدل فائدة بسيطة (t %) والفائدة المحصل عليها بعد (03) سنوات بلغت 27000 ، بينما المبلغ الثاني فقد وظف بمعدل فائدة بسيطة قدره ($\frac{4}{5}$t %) والفائدة المحصل عليها بعد نفس المدة هي 24000 دج.

المطلوب: 1. أحسب المعدل (t %) .

2. أحسب قيمة كل من المبلغين.

خصم الأوراق التجارية:

أدى تطور النشاط التجاري إلى ظهور معاملات جديدة تخدم مصلحة جميع الأطراف المتعاملة في هذا الميدان، حيث أصبحت هذه المعاملات ترتكز على أوراق تجارية تسمى أيضا بالسندات التجارية، وعادة ما تضم هذه السندات طرفين أو ثلاثة أطراف وهي تقدم خدمات كبيرة للمتعاملين في الميدان التجاري كالسهولة في التعامل والسرعة، وهو ما جعل الدولة تنظم جميع حقوق وواجبات كل طرف فيها.

ملاحظة: في حالات كثيرة يتعهد المتعاملون بتسديد ديونهم المترتبة عن المعاملات التجارية

أ- **الشيك**: هو تعهد فوري يمكن للمستفيد أن يحصل على قيمته من البنك يوم تحريره.

ب- **السند الأذني**: هو تعهد بين طرفين يلتزم فيه الساحب بتسديد مبلغ معين لطرف اخر المستفيد بتاريخ ما

ت- **الكمبيالة أو السفتجة:** هي عبارة عن و رقة تجارية ثلاثية الأطراف، و تشمل أمرا صادرا من شخص يسمى الساحبأو المدين إلى شخص يسمى المسحوب عليه(بنك) ، والذي عليه ان يقوم بدفع أجر لشخص ثالث يستفيد مبلغ من المال عند الإطلاع أو موعد محدد لإذن شخص ثالث يسمى حامله أو المستفيد (الدائن) ، و تحدد كل دولة بيانات الكمبيالة، فيجب أن تحتوي على كلمة "كمبيالة " في الصك، اسم من يلزم الوفاء المسحوب عليه، موعد الاستحقاق، مكان الوفاء، اسم الواجب الوفاء له، تاريخ ومكان إصدار الكمبيالة و توقيع من قام بإنشائها[1].

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره ، ص23-24.

الخصم التجاري:

ان الديون غالبا ما تكون ممثلة بسندات او اوراق تجارية (كمبيالات او سندات،...) ويعتبر خصم الأوراق التجارية من التسهيلات الائتمانية التي يقدمها البنك للعملاء الذين يرغبون في تحصيل قيمة الكمبيالات قبل تاريخ استحقاقها للحصول على مبلغ مالي نقدية حاضرة،[2] و هو سعر الخدمة المؤدات من البنك و هو فائدة محسوبة يوم التي تفصل بين تاريخ n من طرف البنك على القيمة الاسمية للورقة لمدة t بمعدل الخصم و تاريخ استحقاق الورقة التجارية فعدد الأيام هنا توافق مدة القرض الممنوح من طرف البنك. وهنا يتعهد بموجبها المدين بتسديد مبلغ مالي لدائن في أجل معين يسمى تاريخ الاستحقاق.

مما سبق نجد انه يتاح لصاحب الورقة التجارية خياران:

- يستطيع الاحتفاظ بالورقة التجارية الى غاية يوم الاستحقاق ثم يقدمها للمؤسسة المصرفية بمقابل مالي .في هذه الحالة تكون الورقة التجارية اداة بسيطة للتحصيل.
- كما يمكنه خصم الورقة التجارية .إذا كانت قبلت المؤسسة المصرفية فإنها تدفع للمستفيد قيمة الورقة ناقصة من الفوائد و العمولات التي تشكل تعويضا للمؤسسة المصرفية .الخصم لا يشمل نقل مخاطر عدم السداد من المسحوبة عليه ، لأنه في حالة عدم الدفع، تقوم المؤسسة المصرفية بدفع المبلغ.

تعريف الخصم: هو عملية تسمح لحامل الورقة التجارية أن يحولها الى سيولة قبل أن يحين تاريخ استحقاقها ، و في المقابل يتحصل على مبلغ أقل من المبلغ المتفق عليه عند

[2] احمد عبد الله درويش، مبادئ الرياضيات المالية، ط3 1997، دار صفا للنشر والتوزيع، ص 83-84.

موعد الاستحقاق ، أي أنه يتحصل على مبلغ القيمة الحالية و هو أقل من قيمة الورقة الاسمية.

و يعبر الخصم عن القيمة التي يقتطعها البنك على أساس معدل فائدة معتبرة و المدة التي تفصل بين تاريخ الخصم و تاريخ استحقاق الورقة، و يرمز له بالرمز Ec.[3]

عناصر الخصم : تتمثل العناصر المتحكمة في قيمة الخصم للورقة التجارية في العناصر التالية:[4]

القيمة الإسمية : بي القيمة الدستحقة الدفع في تاريخ الاستحقاق و تكون مثبتة في الورقة التجارية ، و يرمز لذا بالرمز. Vn:

المدة: عدد الأيام المرتبطة بالخصم و هي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم و تاريخ الاستحقاق و يرمز لها بالرمز n.

معدل الخصم : و هو معدل الفائدة المعمول به لخصم الأوراق التجارية، و يرمز له بالرمز t

حساب الخصم التجاري:

يحسب بنفس طريقة حساب الفائدة البسيطة و عليه يكون الخصم التجاري:

$$Ec = \frac{Vn \times t \times n}{36000}$$

[3]محمد ساحل، الرياضيات المالية، ط 2017، دار الخلدونية الجزائر، ص 38-39.
[4] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره ، ص25-27.

القيمة الحالية :

و هي المبلغ الذي يناله المستفيد أو حامل الورقة التجارية أي الفرق بين القيمة الاسمية و مبلغ الخصم ، و يرمز لها بالرمز Va.[5]

$$Va = Vn - Ec$$

بعبارة اخرى هي تمثل القيمة الممنوحة للزبون من طرف البنك أو صافي ما يتحصل عليه المستفيد بعد خصم البنك الفائدة على القيمة الاسمية و تمثل الفرق بين القيمة الإسمية للورقة و الخصم التجاري لها.

ملاحظة :البنك يحتفظ في الحين بمبلغ الخصم بعد خصم الورقة التجارية عند تاريخ الاستحقاق و يحصل البنك على قيمة الاسمية للورقة التجارية عند تاريخ الاستحقاق.

ومنه يكون:

$$Va = Vn - \frac{Vn \times t \times n}{36000}$$

$$= Vn\ (1 - \frac{t \times n}{36000})$$

$$= Vn\ \frac{36000 - t \times n}{36000}$$

مثال: و رقة تجارية قيمتها الاسمية 30000 تستحق بعد 90 يوم خصمت بمعدل 10 %.

احسب الخصم التجاري و القيمة الحالية.

الحل:

[5] بودرامة مصطفى، الرياضيات مالية، دار البدر للنشر والتوزيع، ط1، 2005، ص19-20.

$$Ec = \frac{Vn \times t \times n}{36000} = \frac{30000 \times 10 \times 90}{36000} = 750 \text{ da}$$

$Va = Vn - Ec = 30000 - 750 = 29250$ da

او

$$Va = Vn \frac{36000 - t \times n}{36000}$$

$$= 30000 \frac{36000 - 10 \times 90}{36000} = 29250 \text{ da}$$

مثال آخر: و رقة تجارية قيمتها الاسمية 15000، تاريخ استحقاقها 08 ماي 2020، قدمت للخصم بتاريخ 28 اوت 2020، و بمعدل خصم 6%.

$N = (31-16)+30+31+24 = 100$ j

$$Ec = \frac{Vn \times t \times n}{36000} = \frac{15000 \times 6 \times 100}{36000} = 250 \text{ da},$$

$Va = Vn - Ec = 15000 - 250 = 14750$ da

الخصم الحقيقي(العقلاني):

يحسب على أساس القيمة الحالية الحقيقية و عليه فان الخصم الحقيقي يكون أقل من الخصم التجاري لان التجاري يحسب على اساس القيمة الاسمية و هي اكبر من القيمة الحالية التي يحسب على اساسها الخصم الحقيقي. و يرمز له بالرمز: Er.[6]

حسابه:

$$Er = \frac{Va` \times t \times n}{36000}$$

[6]محمد ساحل، الرياضيات المالية، ط 2017، دار الخلدونية الجزائر، ص 41-42.

$$Va` = Vn - Er$$

القيمة الحالية الحقيقية = القيمة الاسمية – الخصم الحقيقي.

الخصم و القيمة الحالية الصحيحين على أساس القيمة الاسمية[7]

$$Va` = Vn - Er = Vn - \frac{Va`\times t\times n}{36000}$$

$$Vn = Va` + \frac{Va`\times t\times n}{36000}$$

$$= Va` \frac{36000+ t\times n}{36000}$$

$$Va` = Vn \frac{36000}{36000 + t\times n}$$

$$Er = Vn - Va`$$

$$= Vn - Vn \frac{36000}{36000 + t\times n}$$

$$= Vn \frac{t\times n}{36000 + t\times n}$$

مثال: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 30000 تستحق بعد 90 يوم خصمت بمعدل 10 %.

احسب القيمة الحالية الحقيقية و الخصم الحقيقي.

الحل:

$$Va` = Vn \frac{36000}{36000 + t\times n}$$

$$= 30000 \frac{36000}{36000 + 10\times 90} = 29268,29$$

$$Er = Vn - Va` = 30000 - 29268,29 = 731,71$$

[7] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص36.

و بطريقة اخرى

$$Er = Vn \frac{t\times n}{36000+ t\times n}$$

$$= 30000 \frac{10 \times 90}{36000 + 10 \times 90} \approx 731{,}71$$

ومنه فإن الخصم الحقيقي يطبق عليه المعدل على القيمة الحالية الصحيحة، و منطقيا فإن الخصم الحقيقي يكون أقل قيمة من الخصم التجاري لاختلاف القيمة الاسمية عن القيمة الحالية.

مصاريف الخصم (الأجيو) Agio

القيمة الصافية هي القيمة الحقيقية المحصلة من قبل بائع الورقة. يقوم البنك عادة عند خصم الأوراق التجارية بالحصول إضافة إلى الخصم التجاري على عمولة لقيامه بعملية الخصم، كما يحصل على مصاريف تحصيل. و هو ما نسميه بالاجيو

تعريف الاجيو: عندما يتم خصم .يطرح البنك الخصم من القيمة الاسمية .كما يطرح أيضا العمولات المختلفة لتغطية خدماته، و منه فالأجيو هو مجموع ما يقتطعه البنك من القيمة الاسمية للورقة التجارية عند خصمها من طرف الدستفيد. [8]

الاجيو =الخصم + العمولات

هي مبالغ تقتطع من القيمة الاسمية للورقة التجارية (وهي نوعان عمولات ثابتة و عمولات متيرة)، و مصاريف التحصيل.

[8] محمد ساحل، الرياضيات المالية، ط 2017، دار الخلدونية الجزائر، ص 44-45.

مكونات الاجيو:

1. **الخصم التجاري:** جرت العادة أن تحتسب البنوك خصم تجاري على الأوراق التجارية المخصومة لديها مقابل إنتظاره مدة معينة (مدة الخصم) لتحصيل قيمة هذه الورقة او الأوراق التجارية، رمزه **Ec**. حسابه $Ec = \frac{Vn \times t \times n}{36000}$

2. **مصاريف التحصيل:** هي مبالغ يقتطعها البنك من القيمة الاسمية نظير خصم الورقة التجارية من محرريها، و تذكر مصاريف التحصيل و هي قيمة الخصم التجاري و عمولة مرتبطة بالزمن، و عمولة كمبلغ ثابت لكل و رقة تجارية، أو كنسبة مئوية من القيمة الإسمية، و مصاريف التحصيل يطلق عليها مصاريف الخصم أو القطع (الأجيو). و نبينها كما يلي:

- **عمولة التظهير**: عمولات مرتبطة بالزمن و بالقيمة الاسمية للورقة و هذا النوع من العمولات يحسب بنفس طريقة الخصم، رمزها com_1. تحسب

$$com1 = \frac{Vn \times t` \times n}{36000}$$

- **عمولة التحويل:** و يتقاضاها البنك نظير قيامه بعملية تمويل المستفيد و قيامه بدور الوسيط و ساحب أو محرر الكمبيالة ، و تحسب هذه العمولة عادة بنسبة مئوية من القيمة الإسمية للورقة التجارية، و بدون أخذ مدة الخصم في الحسبان.(إلا إذا ذكر أنها عمولة متعلقة بالزمن كعمولة التظهير مثلا) رمزهاcom_2. تحسب

$$com2 = \frac{Vn \times t``}{100}$$

- **عمولات ثابتة:** و بي مبالغ ثابتة غير متعلقة بالزمن ، تقتطع من قيمة الورقة مهما كان مبلغها. رمزها cf.
- **الرسم على القيمة المضافة:** يطبق على مجموع الخصم التجاري مضافا إليه العمولات المتغيرة (كعمولة التظهير و عمولة الحويل) و العمولة الثابتة.

إن الرسم على القيمة المضافة المطبق حاليا في الجزائر هو 19 %.

إن الرسم على القيمة المضافة المقتطع أثناء عمليات الخصم قابل للإسترجاع من قبل الممول الضريبي عند قيامه بالتصريح بخصوص هذا الرسم. رمزها TVA تحسب:

$TVA = (Ec + com_1 + com_1 + cf)\ x\ taxe$

$Agio = Ec + commissions + taxe$

الأجيو = الخصم التجاري + عمولة التظهير + عمولة التحويل (المكان) + العمولات الثابتة +الرسم على القيمة المضافة.

القيمة الصافية:

هي عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية و الأجيو، و هي القيمة النهائية التي يتحصل عليهاحامل الورقة التجارية، رمزها `Va و تحسب كما يلي:

القيمة الصافية = القيمة الاسمية – الأجيو

$Va` = Vn - Agio$

المعدل الحقيقي للخصم هو المعدل الذي يقتطع منه البنك مبلغ الآجيو من القيمة الإسمية للورقة التجارية، فهو المعدل الذي يعكس جميع تكاليف الخصم، أي هو ذلك المعدل الذي اذا طبقناه على القيمة الاسمية و على عدد الأيام الفاصلة بتاريخ الخصم و تاريخ الاستحقاق يعطي نفس قيمو الاجيو، رمزه T و يحسب:

$$T = \frac{Agio \times 36000}{Va` \times n} \quad \text{لدينا} \quad Agio = \frac{Va` \times t \times n}{36000} \quad \text{و منه}$$

مثال:

في2016/07/05خصمت و رقة تجارية قيمتها الاسمية 45000 دج تستحق بتاريخ 2016/11/02. بمعدل خصم 6 % عمولة التظهير 0,3 % عمولة تحويل0,1 %، عمولة ثابتة 30 دج الرسم على القيمة المضافة 19 %.

المطلوب حساب الاجيو و القيمة الصافية و المعدل الحقيقي للخصم.

الحل:

$n = (31-5) + 31 + 30 + 31 + 2 = 120 \text{ j}$

$TVA = (Ec + com_1 + com_1 + cf)\ x\,T$

$$\text{Commussions} = \frac{Vn \times t \times n}{36000} + \frac{Vn \times t` \times n}{36000} + \frac{Vn \times t``}{100} + cf$$

$$= \frac{45000 \times 6 \times 120}{36000} + \frac{45000 \times 0{,}3 \times 120}{36000} + \frac{45000 \times 0{,}1}{100} + 30 = 1020$$

$TVA = (1020)\ x\,0{,}19 = 193{,}8$

$Agio = Ec + commissions + tax = 1020 + 193{,}8 = 1213{,}8 \text{ da}$

$Va` = Vn - Agio = 45000 - 1213{,}8 = 43786{,}2 \text{ da}$

$$T = \frac{Agio \times 36000}{Va` \times n} = \frac{1213,8 \times 36000}{43786,2 \times 120} \approx 8,32\,\%$$

تكافؤالأوراق التجارية:

عند إجراء عمليات تجارية و سحب و رقة أو عدة أوراق تجارية، يتم الاتفاق على آجال محددة لاستحقاق هذه الأوراق، وهذا بما يتناسب و ظروف كل من المدينين و الدائنين، فقد يضطر الساحب أو الشخص المدين إلى طلب تأجيل الدفع من طرف الشخص الدائن، هذا التأجيل في موعد الاستحقاق ينتج عنه استبدال الورقة بورقة أخرى جديدة تختلف عنها في القيمة الاسمية لكن تساويها في القيمة الحالية عند تاريخ الاستبدال أو تاريخ التكافؤ.

إن تكافؤ الأوراق التجارية أو الديون يعني تعديلها أو تسويتها، و يحدث التكافؤ في حالة ما إذا و اجه المدين صعوبات لدفع قيمة الورقة التجارية في تاريخ استحقاقها، فيتفق مع الدائن على تغيير طريقة التسديد الأولى بطريقة تسديد جديدة و بشروط جديدة دون إلحاق الضرر لأي منهما، و المبدأ الأساسي لتبديل الأوراق التجارية هو حصول الدائن على نفس القيمة الحالية باستعمال الخصم التجاري، و يمكن أن يكون التكافؤ بين و رقتين تجاريتين، أو بين و رقة تجارية و مجموعة من الأوراق، أو بين مبلغ مالي و و رقة تجارية أو أكثر.

أ- مبدأ تكافؤ الأوراق التجارية:

يقال ان و رقيتن تجاريتين متكافئتين بتاريخ ما ادا تساوت قيمتهما الحالية في حالة

خصمهما، في ذلك التاريخ بمعدل فائدة و احد، فعند تاريخ التكافؤ: القيمة الحالية للورقة الجديدة تساوى القيمة الحالية للورقة المستبدلة

وعليه تكون شروط التكافؤ كما يلي:

- يكون التكافؤ بنفس التاريخ.
- تساوي القيم الحالية.
- و جود معدل و احد للخصم.

ومنه تصبح حالات التكافؤعلى النحو التالي:

أولا - تكافؤ و رقتين تجاريتين:

تتكافئ و رقتين تجاريتين في تاريخ ما عند تساوي قيمتهما الحالية بتطبيق نفس معدل الخصم، و منه معادلة التكافؤ تكون كما يلي:

لدينا: $Va = Vn - \frac{Vn \times t \times n}{36000}$

التكافؤ: $Va_1 = Va_2$

$$Vn_1 - \frac{Vn1 \times t \times n1}{36000} = Vn_2 - \frac{Vn2 \times t \times n2}{36000}$$

$$Vn_1\left(\frac{36000 - t \times n1}{36000}\right) = Vn_2\left(\frac{36000 - t \times n2}{36000}\right)$$

$$\frac{Vn1}{Vn2} = \left(\frac{36000 - t \times n2}{36000 - t \times n1}\right)$$

$$Vn_1 = Vn_2\left(\frac{36000 - t \times n2}{36000 - t \times n1}\right)$$

بطريقة القاسم: $Vn_1.(D - n_1) = Vn_2.(D - n_2)$

$$Vn_1 = Vn_2\left(\frac{D-n2}{D-n1}\right)$$

$$\frac{Vn1}{Vn2} = \left(\frac{D-n2}{D-n1}\right) = \frac{Vn1}{Vn2} = \left(\frac{D-n2}{D-n1}\right)$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الإسمية 15000 دج تستحق الدفع بعد 60 يوما، أستبدلت بورقة تجارية قيمتها 16000 دج بمعدل 9 % حدد تاريخ استحقاق الورقة الجديدة.

$$\frac{Vn1}{Vn2} = \left(\frac{D-n2}{D-n1}\right)$$

$$=> \frac{15000}{16000} = \left(\frac{4000-n2}{4000-60}\right)$$

$$n_2 = 4000 - \frac{15000x3940}{16000} = 306j$$

$$\frac{Vn1}{Vn2} = \left(\frac{D-n2}{D-n1}\right)$$

$$\frac{Vn1}{Vn2} = \left(\frac{D-n2}{D-n1}\right)$$

$$n2 = D - \frac{Vn1x(D-n1)}{Vn2}$$

ثانيا- التكافؤ بين و رقة و عدة أوراق تجارية:

في تاريخ معين نقول ان و رقة تجارية تكافئ عدة أوراق تجارية أخرى اذا كانت القيمة الحالية لتلك الورقة تساوي القيم الحالية للأوراق التجارية الأخر، و بنفس المعدل.[9]

[9] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص26-27 .

التكافؤ: $Va = Va_1 + Va_2 + Va_3$

$$Vn - \frac{Vn \times t \times n}{36000} = Vn_1 - \frac{Vn1 \times t \times n1}{36000} + Vn_2 - \frac{Vn2 \times t \times n2}{36000} + Vn_3 - \frac{Vn3 \times t \times n3}{36000} \dots$$

مثال:

لدى تاجر ثلاثة اوراق تجارية:

الاولى 12000 دج تستحق بعد 75 يوم .

الثانية 24000 دج تستحق بعد 60 يوم .

الثالثة 30000 دج تستحق بعد 90 يوم .

اراد تعويضها بورقة وحيدة قيمتها 65000 دج بمعدل 12 % حدد مدة استحقاقها.

الحل:

$$Vn - \frac{Vn \times \times n}{D} = Vn1 - \frac{Vn1 \times n1}{D} + Vn2 - \frac{Vn2 \times n2}{D} + Vn3 - \frac{Vn3 \times t \times n3}{D}$$

$$65000 - \frac{65000 \times n}{3000} = 12000 - \frac{12000 \times 75}{3000} + 24000 - \frac{24000 \times 60}{3000} + 30000 - \frac{30000 \times 90}{3000}$$

$$n = \frac{3000}{65000}(65000 - 64320) \approx 31 \, j$$

ثالثا- حالة التكافؤ بين و رقة تجارية وعدة أوراق اخرى:

يقال أن سند أو عدة سنادات متكافئة مع سند و احد أو عدة سندات أخرى بتاريخ معين :

عندما تكوون القيموة الحالية للسند المستبدل أو مجموع القيم الحالية للسندات

المستبدلة مساوية للقيمة الحالية للسند الوحيد أو لمجموع القيم الحالية للسندات التي حلت محلها - في حال اجراء الخصوم للسند ات جميعها في تاريخ معينة و بمعدل و احد.[10]

$$Vn1-\frac{Vn1\times n1}{D}+Vn2-\frac{Vn2\times n2}{D}+Vn3-\frac{Vn3\times t\times n3}{D}=Vn`1-\frac{Vn`1\times n`1}{D}+Vn`2-\frac{Vn`2\times n`2}{D}+Vn`3-\frac{Vn`3\times t\times n`3}{D}$$

ملاحظة:

- واذا كان لدينا و رقتان تجاريتان مختلفتان في القيمة الاسمية و بتا ريخ الاستحقاق و كان هناك تكافؤ بتاريخ معين فلن يكون بينهما تكافؤ بتاريخ آخر.
- نلاحظ أن مدة الاستحقاق المتوسطة لا تتأثر بمعدل الخصم.
- إن الرسم على القيمة المضافة المقتطع أثناء عمليات الخصم قابل للاسترجاع من قبل الممول الضريبي عند قيامه بالتصريح بخصوص هذا الرسم.

تاريخ الاستحقاق المشترك:

ان تاريخ الاستحقاق المشترك هو تاريخ الورقة و الوحيدة التي تعوّض مجموعة من الأوراق الاخرى.

[10] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص27 .

اي ان الدائن يتفق مع المدين على تسديد ديونه مرة و احدة و هذا في تاريخ يتفق عليه ويسمى هذا التاريخ الاستحقاق المشترك لذا يستبدل تاريخ استحقاق الديون السابقة بتاريخ واحد يتفق عليه و يبقى المبلغ الجديد هو المبلغ الواجب معرفته.

تاريخ الإستحقاق المتوسط: هو حالة خاصة من الاستحقاق المشترك و تحدث عندما تكون القيمة الإسمية للدين الجديد = مجموع القيم الإسمية للديون القديمة. و الملاحظ أنه لايتم إستخدام معدل الخصم لحساب تاريخ الإستحقاق المتوسط .

يقصد به المدة المتوسطة أو تاريخ الاستحقاق المتوسط للأوراق التجارية أو الديون القديمة، حيث يتم حسابه عندما تكون القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديد مساوية للقيمة الاسمية للأوراق التجارية القديمة، حيث يكون تاريخ الاستحقاق المتوسطي محصورا بين تواريخ استحقاق الأوراق التجارية القديمة.

فإذا كان لديفا مجموعة من الأوراق التجارية القديمة قيمها الاسمية Vn_1 ، Vn_2 ، Vn_3 ، .... Vn، و تواري استحقاقها هي n_1 ، n_2 ،... n_3 ، n_n على التوالي، و يتم استبدالها بورقة جارية جديدة قيمتها الاسمية تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية القديمة، فإن تاري الاستحقاق المتوسط N يحسب باستخدام العلاقة التالية:[11]

$$n` = \frac{\Sigma \, Vni \, x \, ni}{\Sigma \, Vi}$$

مثال:

حدد تاريخ الاستحقاق المتوسط للاوراق التالية:

[11] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص27-27 .

Vn1 = 9000، يستحق بعد 50 يوم

Vn2 = 6000، يستحق بعد 60 يوم

Vn3 = 12000، يستحق بعد 75 يوم

$$n` = \frac{\Sigma \text{ Vni } x \text{ ni}}{\Sigma \text{ Vi}} = \frac{9000X50+6000X60+12000X75}{9000+6000+12000} \approx 63 \text{ J}$$

مجموعة تمارين حول الخصم:

التمرين01: لتسديد فاتورة ظهر زبون لحساب مورده ورقتين تجاريتين ودفع له مبلغ 27000 دج ، الورقتين خصمتا من طرف المورد فورا بمعدل خصم 6 %، إذا علمت أن القيمة الاسمية للورقة الأولى 18000دج وتستحق بعد 20 يوم والثانية بعد 45 يوم .

المطلوب: أحسب قيمة الفاتورة إذا علمت أن خصم الورقة الثانية يساوي 3 مرات خصم الورقة الأولى.

التمرين02: بتاريخ 08/22 خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 12000 دج ، تستحق بتاريخ 11/30 في بنك يطبق معدل فائدة 4,5 %.

المطلوب: احسب الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية. . احسب الخصم الحقيقي و القيمة الحالية الحقيقية

التمرين03: خصم بنك ورقتين تجاريتين في نفس اليوم وبنفس المعدل 5%، الورقة الأولى تستحق بعد150 يوم، الورقة الثانية تستحق بعد 120يوم. علما انه خصم من

الورقتين نفس المبلغ والذي يحتوي على الخصم التجاري وعمولة مصرفية مرتبطة بالزمن بمعدل 5%.

المطلوب : احسب القيمة الاسمية لكل ورقة إذا كان الفرق بينهما يساري 540 دج.

التمرين04: سندين الأول يستحق بعد 60 يوم والثاني بعد90 يوم خصما بمعدل 5% ، أحسب القيمة الاسمية للسندين، إذا علمت أن مجموع القيمة الاسمية للسندين تساوي 6200 دج ومجموع خصميهما يساوي 65 دج.

التمرين05: سند قيمة الاسمية تساوي 9090 دج خصم بمعدل 4%، إذا خصم عقلانيا حامل السند يحقق فائدة قدرها 0.90 دج. المطلوب: أوجد عدد الأيام الفاصلة بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الاستحقاق؟

التمرين06: الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لسند يساوي 1.25 دج، بمعدل خصم 6% ولمدة 60يوم.

المطلوب :ما هي القيمة الاسمية لهذا السند؟

التمرين07: إذا كان الفرق بين الخصم التجاري والصحيح للسند ما خصم بمعدل 10% قبل موعد استحقاقه بمدة 100 يوم يساوي 14 دج.

المطلوب: تحديد قيمة الخصم التجاري والصحيح والقيمة الاسمية للسند؟

التمرين08: ورقة تجارية خصمت بمعدل 9% فبلغت قيمة الخصم التجاري 1875 في حين بلغت قيمة الخصم الصحيح 1807.2289 دج. المطلوب:احسب مدة الخصم، القيمة الاسمية للورقة،ثم القيمة الحالية للخصمين؟

التمرين09: في 2 جانفي 2008 خصم سند تجاري قيمته الاسمية 16000 دج يستحق 2 مارس 2008 وفقا للشروط التالية : معدل الخصم 6% ، عمولة التظهير0.9% ،عمولة ثابتة15دج.

المطلوب :

1- احسب القيمة الصافية. 2- إذا كان السند يستحق بعد n يوم ونفس الشروط السابقة احسب الأجيو.

3- بعد كمم يوم يستحق هذا السند إذا كان الأجيو يقدر ب153 دج.

التمرين10:تاجر يريد خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 7200 دج قدمت له الشروط التالية :

البنك A : معدل الخصم 4.5 % ، عمولة غير مرتبطة بالزمن0.25 %

البنك B : معدل الخصم 5 % ، عمولة غير مرتبطة بالزمن0.20 %

المطلوب :احسب الأجيو إذا بقي على تاريخ الاستحقاق 20يوم ، بما تنصح هذا التاجر؟ ابتداء من أي مدة استحقاق يستطيع هذا التاجر التعامل مع البنك A.

التمرين11: ثلاث أوراق تجارية لها نفس تاريخ الاستحقاق، تم تقديمها للخصم، القيمة الاسمية للورقة الأولى أقل من القيمة الاسمية للثانية ب 972 دج، خصمت بمعدل 5%، أما القيمة الاسمية للورقة الثالثة تزيد عن القيمة الاسمية للورقة الثانية ب4860 دج، خصمت بمعدل 3%، مع العلم أن قيمة الخصوم للأوراق الثلاثة المتساوية.

المطلوب: 1- احسب القيمة الاسمية للأوراق الثلاثة.

2- ما هو معدل الخصم الذي خصمت به الورقة الثانية.

3- إذا بلغت قيمة الخصم للأوراق الثلاثة 97.20 دج، وأردنا تعويض الأوراق الثلاثة بورقتين لهما القيمة الاسمية، تستحق الأولى بعد 60يوم تخصم بمعدل 5% والثانية بعد 120يوم تخصم بعدل 4.5% احسب القيمة الاسمية للورقتين.

مجموعة تمارين حول التكافؤ:

التمرين01: اشترى شخص محل تجاري، ودفع ثمنه على الشكل التالي: 12000دج حالا، ومبلغ 10000دج بعد شهر، و15000دج بعد شهرين، إذا كان ان معدل الخصم 6.%

المطلوب: احسب ثمن المحل التجاري.

التمرين02:بتاريخ 2008/3/22 اشترى صانع آلة إنتاجية ولتسديد قيمتها عرض عليه المورد الطرق التالية:

-1 تسديد مبلغ 40000دج حلا و70000دج بتاريخ 2008/06/10.

-2 تحرير ثلاث أوراق تجارية متساوية القيمة الاسمية (37000 دج)، تستحق الأولى بتاريخ 2008/04/18 ، والثانية بتاريخ 2008/05/15،والثالثة بتاريخ 2008/06/20.

-3 دفع مبلغ 20000دج حالا، ومبلغ 72000دج بتاريخ2008/07/20 ،الدفع المسبق لمبلغ 20000دج بتاريخ 2008/02/06.

المطلوب أ-إذا كان تاريخ التكافؤ بتاريخ 2008/03/22 معدل الخصم 10%، ما هي الطريقة التي ينصح بها التاجر؟

ب- كم يجب أن تكون القيمة الاسمية المشتركة للأوراق الثلاث في الطريق الثانية حتى تكون متكافئة مع الطريقة الأولى؟

ج- ماهو معدل الخصم الذي يحقق التكافؤ بين في الطريق الثالثة و الطريقة الأولى؟

التمرين 03: شخص مدين بالمبالغ التالية: 40000 دج تستحق بعد شهر، 50000 دج تستحق بعد 03 أشهر، 100000 تستحق بعد 03 أشهر، معدل الخصم 8 .%

المطلوب : حدد تاريخ الاستحقاق المتوسط. ثم تاريخ الاستحقاق المشترك علما ان الورقة المعوظة بقيمة 198000.

التمرين04: اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 80000دج ودفع من ثمنها 20.000دج فورا وحرر بالباقي كمبيالتين:

الأولى تستحق بعد شهرين والثانية بعد أربعة أشهر. وكانت القيمة الاسمية للأولى تساوي ضعف الثانية. وقد تم تحرير القيمة الاسمية للكمبيالتين بحيث إذا خصمتا في بنك يوم تحريرهما يحصل البائع على باقي ثمن بضاعته.

المطلوب: إذا كان معدل الخصم المطبق 6% سنويا أحسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة .

التمرين05: تاجر مدين لأحد البنوك بموجب الكمبيالات التالية :

- الكمبيالة الأولى قيمتها الاسمية 3000دج تستحق في 2000/5/16.
- الكمبيالة الثانية قيمتها الاسمية 4000دج تستحق في 2000/6/15.
- الكمبيالة الثالثة قيمتها الاسمية 6000دج تستحق في 2000/7/30.
- الكمبيالة الرابعة قيمتها الاسمية 9000دج تستحق في ؟ /؟ /؟

لم يسدد المدين قيمة الكمبيالة الأولى في ميعادها وفي تاريخ استحقاق الكمبيالة الثانية، اتفق مع البنك على ما يلي:

- أن يدفع له مبلغ 8245 نقدا.
- أن يظهر لصالحه قيمتها الاسمية 4000دج تستحق في 2000/9/12.

- أن يحرر بالباقي سندين قيمة كل منهما 5000دج يستحق السند الأول بعد 3 أشهر والسند الثاني بعد 6 أشهر.

المطلوب: إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 18%. حدد تاريخ استحقاق الكمبيالة الرابعة.

الفائدة المركبة:

إذا كانت الفائدة البسيطة تستخدم في حالات القروض والتوظيفات قصيرة الأجل التي تحدد مدتها غالبا بالأيام أو الشهور، فان الفائدة المركبة تستخدم في القروض والتوظيفات طويلة الأجل التي تحدد مدتها بالسنوات، وتتميز الفائدة المركبة برسملة الفوائد، أي عند استثمار مبلغ مالي معين بفائدة مركبة فإن مبلغ الفائدة المتحصل عليه في الفترة الزمنية الأولى يضاف إلى الأصل (المبلغ المستثمر) في نهاية تلك الفترة الزمنية (نهاية الفترة الزمنية الأولى) ليشكلان معا(فائدة + أصل) أصلا جديدا للفترة الزمنية الثانية أو الموالية، ونستمر بهذه الطريقة إلى غاية نهاية مدة القرض المتفق عليها.

فالأصل الخاضع للفائدة المركبة يت ا زيد باستم ا رر وذلك بمقدار الفوائد المستحقة في نهاية كل وحدة زمنية.

لكن الجديد في حالة الفائدة المركبة هو تغير قيمة الفائدة المركبة المستحقة في نهاية كل فترة زمنية مختلفة عن الأخرى اضافة الى تفير راس المال المستثمر نهاية كل فترة .

ملاحظة:

عند حساب الفائدة المركبة نقوم بتعيين معدل الفائدة المقابل لدينار واحد وليس لـ 100 دينار كما هو الحال بالنسبة للفائدة البسيطة مثل المعدل 10 % تؤخذ 0,1.

تعريف الفائدة المركبة: هي العائد الذي يحسب على جملة مبلغ (الأصل + الفائدة)، أي إعادة توظيف جملة السنة الماضية للحصول على فائدة السنة الحالية، وإعادة توظيف جملة السنة الحالية للحصول على فائدة السنة المقبلة وهكذا. [1]

تعريف آخر الفائدة المركبة هي تلك الفائدة التي تُحسب على أساس أصل المبلغ مضاف إليه الفوائد المتولدة عن الفت ا رت السابقة، وهي بهذا تختلف عن الفائدة البسيطة كون هذه الأخيرة تحسب فقط على أساس أصل المبلغ مهما كان عدد الوحدات الزمنية.[2]

الفائدة المركبة عادة تتعلق بالعمليات المالية في الأجل الطويل فإن وحدة الزمن الأكثر إستعمالا هي السنة وفي بعض الأحيان جزء من السنة (كالسداسي، الثلاثي، الشهر).[3]

مثال: مبلغ مالي قيمته 30000 دج موظف بمعدل فائدة مركبة 10 % سنوية لمدة 4 سنوات، احسب فائدة كل سنة وجملتها.

الحل: نحسب الفائدة والقيمة المحصلة في كل سنة بتطبيق مبدأ الفائدة البسيطة:

السنة الأولى:

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{30000 \times 10\, x\, 1}{100} \qquad I_1 = 3000 \\ A_1 = C + I_1 = 30000 + 3000 = 33000 \text{ da} \end{cases}$$

السنة الثانية:

$$\begin{cases} I_2 = \dfrac{33000 \times 10\, x\, 1}{100} \qquad I_2 = 3300 \\ A_2 = A_1 + I_2 = 33000 + 3300 = 36300 \text{ da} \end{cases}$$

السنة الثالثة:

$$\begin{cases} I_3 = \dfrac{36300 \times 10\, x\, 1}{100} \qquad I_3 = 3630 \end{cases}$$

[1] احمد عبد الله درويش، مبادئ الرياضيات المالية، ط3 1997، دار صفا للنشر والتوزيع، ص 39.
[2] منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص 44-46.
[3] Mohamed Diouri et Adil Elmarhoum,Mathématiques Financières,Les éditions TOUBKAL,Maroc, 2008,P91-93.

$A_3 = A_2 + I_3 = 36300 + 3630 = 39930$ da

السنة لرابعة:

$$\begin{cases} I_4 = \dfrac{39930 \times 10 \, x \, 1}{100} \qquad I_4 = 3993 \\ A_4 = A_3 + I_4 = 39930 + 3993 = 43923 \text{ da} \end{cases}$$

او لدينا مجموع الفوائد $I = 13923$ وراس المال الموظف 30000

فالجملة هي $A = c + I = 30000 + 13923 = 43923$ da

استنتاج قانون الجملة بالفائدة المركبة:[1]

نرمز إلى:

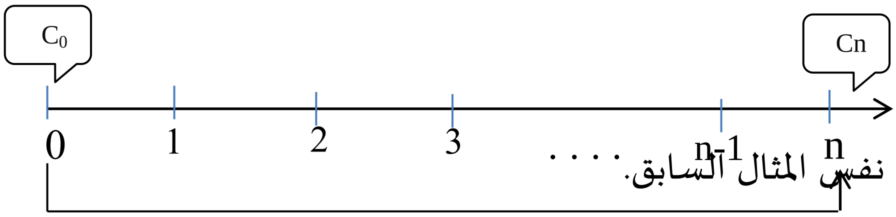
- ✓ . المبلغ الموظف C_o
- ✓ . معدل الفائدة t
- ✓ . مدة التوظيف n
- ✓ . الجملة او القيمة المحصلة C_n
- ✓ الفائدة I

جملة نهاية كل سنة	فائدة السنة	المبلغ الموظف في بداية سنة	المدة
$C_1 = C_0 + C_0 . t = C_0(1+t)$	$C_0 . t$	C_0	1
$C_2 = C_0(1+t) + C_0(1+t) . t = C_0(1+t)(1+t) = C_0(1+t)^2$	$C_0(1+t) . t$	$C_0(1+t)$	2

[1] ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية،الجزء الأول،دار المحمدية، الجزائر، 2010 ، ص34.

3	$C_0(1+t)^2$	$C_0(1+t)^2 . t$	$C_3=C_0(1+t)^2 + C_0(1+t)^2 .t = C_0(1+t)^3$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n - 1	$C_0(1+t)^{n-2}$ $C_0(1+ t)^{n-1}$	$C_0(1+ t)^{n-2}$ t	$C_0(1+t)^{n-1}$
n		$C_0(1+ t)^{n-1}$ t	$C_n = C_0(1+ t)^{n-1}+ C_0(1+ t)^{n-1}.t = C_0(1+t)^{n-1}(1+t) = \mathbf{C_0(1+t)^n}$

ومنه القاعدة العامة لحساب الجملة بالفائدة المركبة:[1] $C_n = C_0(1+t)^n$



مثال: نفس المثال السابق.

$$C_n = C_0(1+t)^n = 30000(1,1)^4 = 43923$$

مثال: مبلغ مالي قيمته 50000 دج موظف لمدة 5 سنوات بمعدل 8 %. احسب الجملة والفائدة المركبة.

حساب عناصر الجملة:

حساب راس المال الموظف:

مثال: تم توظيف مبلغ مالي لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 12 % اعطى جملة قيمتها 310584,82. احسب المبلغ الموظف.

$$C_n = C_0(1+t)^n$$

[1] بودرامة مصطفى ، مرجع سابق ، ص42-43.

$$310584,82 = C_0\,(1,12)^{10}$$

$$C_0 = 100000 \text{ da}$$

حساب المدة n: [1]

$$\ln C_n = \ln\ C_0(1+t)^n$$

$$\ln C_n = \ln C_0 + \ln\,(1+t)^n$$

$$\ln C_n = \ln C_0 + n\,.\,\ln\,(1+t)$$

$$n = \frac{\ln Cn - \ln C0}{\ln\,(1+t)}$$

مثال: تم توظيف مبلغ مالي قدره 45000 لمدة معينة بمعدل فائدة مركبة سنوي 10%

اعطى جملة قيمتها 65884,5. احسب مدة التوظيف.

$$n = \frac{\ln Cn - \ln C0}{\ln\,(1+t)} = \frac{\ln 65884,5 - \ln 45000}{\ln 1,1}$$

$$n = 4 \text{ ans}$$

حساب المعدل t:

$$C_n = C_0(1+t)^n$$

$$(1+t)^n = \frac{Cn}{C0}$$

$$(1+t) = \sqrt[n]{\frac{Cn}{C0}}$$

[1] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص33.

$$t = \sqrt[n]{\frac{Cn}{C0}} - 1$$

مثال: تم توظيف مبلغ مالي قدره 14000 لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي t اعطى جملة قيمتها 23479,40. احسب مدة التوظيف.

$$t = \sqrt[n]{\frac{Cn}{C0}} - 1$$

$$t = \sqrt[6]{\frac{23479,40}{14000}} - 1 \qquad t = 9\,\%$$

ملاحظات:

1. الفائدة المركبة في نهاية كل وحدة زمنية سوف تعتبر جزءا من أ رس المال المستثمر.
2. خلال فترة أقل من سنة تكون الفائدة البسيطّة أكبر من الفائدة المركبة، والعكس عندما تزيد الفترة عن سنة مع ثبات معدل الفائدة فإن الفائدة المركبة تكون أكبر من الفائدة البسيطة.
3. لحساب القيمة: n(1+t) لحسابها يمكن استخدام الجداول المالية أو تطبيق القانون مباشرة باستعمال الالة الحاسبة او غيرها...
4. القانون الأساسي للفائدة المركبة يطبق مهما كانت وحدة الزمن المستعملة بشرط أن يكون المعدل المستخدم يقابل(يوافق) فترة الرسملة، إذا كان المعدل سنوي فالمدة

يجب أن تكون سنوية، وإذا كان المعدل سداسي يجب أن تكون المدة سداسية وإذا كان المعدل ثلاثي يجب أن تكون المدة ثلاثية .

5. في الجداول المالية عادة يؤخذ بمعدلات فائدة تتراوح بين 1.5 % و25 % لمدة تتراوح بين سنة واحدة و50 سنة.

6. قانون الفائدة المركبة لا يمدنا بقيمة الفائدة مباشرة بخلاف قانون الفائدة البسيطة.

حساب الجملة في حالة المدة عدد عشري:

المدة المستعملة عند حساب القيمة المحصلة بالفائدة المركبة عادة تكون عدد تام أي سنوات، فالحل يكون كما رأينا في الأمثلة السابقة، لكن يمكن أن تكون المدة عدد غير تام أي سنوات وأشهر، لتكون n على شكل $n = K + \frac{L}{m}$ ، حيث K تمثل الجزء الصحيح وهو السنوات أما $\frac{L}{m}$ تمثل عدد الأشهر من السنة وهو الجزء الكسري.[1]

وهنا لدينا حلين: الحل التجاري، والحل العقلاني (الرشيد).

1. **طريقة الحل التجاري**: حسب هذه الطريقة يتم حساب القيمة المحصلة بالسنوات (للجزء الصحيح) بالفائدة المركبة في المرحلة الأولى، ثم يتم حساب القيمة المحصلة للقيمة المحصلة التي تم حسابها في المرحلة الأولى بالفائدة المركبة للجزء الكسري (الأشهر) في المرحلة الثانية اي حساب الجملة بالفائدة المركبة لكل المدة كما يلي :

---

[1] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص42-44.

لدينا $C_n = C_0 (1+t)^n$, $n = K + \frac{L}{m}$

$$C_{K+\frac{L}{m}} = C_0 \ (1+t)^{K+\frac{L}{m}}$$

ومنه تكون علاقة القيمة المحصلة بالفائدة المركبة بالحل التجاري كالتالي:

$$C_n = C_0(1+t)^K(1+t)^{\frac{L}{m}}$$

مثال:

مبلغ مالي 20000 موظف بمعدل 10 % لمدة 5 سنوات و7 اشهر. احسب الجملة بتطبيق الحل التجاري.

الحل:

$$C_n = C_0(1+t)^K(1+t)^{\frac{L}{m}} = 20000(1{,}1)^5(1+t)^{\frac{7}{12}}$$

$$C_n = 20000(1{,}1)^5(1{,}1)^{\frac{7}{12}} \approx 34051{,}73 \text{ da}$$

الحل العقلاني أو الرياضي

يعتمد هذا الحل على استعمال القانون العام للفائدة المركبة بالنسبة للجزء الصحيح من المدة واستعمال قانون الفائدة البسيطة للجزء الغير صحيح (العشري) وهذا ما يعرف بالحل العقلاني أو الرشيد، حيث لا يمكن رسملة الفوائد إلا في نهاية الفترة.

لدينا: $n = K + \frac{L}{m}$

حيث تشير: n إلى مدة التوظيف.

حيث K تمثل الجزء الصحيح وهو السنوات أما $\frac{L}{m}$ تمثل عدد الأشهر من السنة وهو الجزء الكسري. افتراض المدة سنوات.

جملة الجزء الصحيح: $C_K = C_0(1+t)^K$

ثم الجملة للجزء غير الصحيح: $C_n = C_K + \frac{C_K.t.L}{100} = C_0(1+t)^K + \frac{C_K.t.L}{100}$

$$C_n = C_0(1+t)^K(1+\frac{t.L}{100})$$

مثال:

مبلغ مالي 20000 موظف بمعدل 10 % لمدة 5 سنوات و7 اشهر. احسب الجملة بتطبيق الحل التجاري.

الحل:

$$C_n = C_0(1+t)^K + \frac{C_K.t.L}{100}$$

$$C_n = 20000(1,1)^5 + \frac{20000(1,1)^5.10.7}{1200} \approx 34089,128\ da$$

المعدلات المتناسبة والمتكافئة:

معدل الفائدة المطبق عادة يكون سنويا لان الفائدة تحسب مرة واحدة في نهاية كل سنة ، لكن يمكن تطبيق معدل فائدة في كل مرحلة جزئية من السنة (سداسي، ثلاثي،

شهري) في هذه الحالة التي تستعمل فيها معدلات فائدة غير سنوية فهي معدلات إما متناسبة أو متكافئة.

1 . **المعدلات المتناسبة:** يتناسب معدلان مختلفان ينتميان لفترتين مختلفتين عندما تتساوى النسبة بين المعدلين مع النسبة بين الفترتين، ولحساب معدل جزئي ما متناسب مع معدل سنوي نقسم المعدل السنوي على عدد الفترات الموجودة في السنة (2 فترتين سداسين ، 4 فترات ثلاثين، 12 فترة ، 12شهر) والمعدلات الجزئية المتناسبة مع المعدل السنوي t هي:

معدل سداسي t_s، معدل ثلاثي t_t ، معدل شهري t_m.

المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي = $\frac{\text{المعدل السنوي}}{2}$: $t_s = \frac{ta}{2}$

المعدل الثلاثي المتناسب مع المعدل السنوي = $\frac{\text{المعدل السنوي}}{4}$: $t_t = \frac{ta}{4}$

المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي = $\frac{\text{المعدل السنوي}}{12}$: $t_m = \frac{ta}{12}$

ملاحظة: المعدل التناسبي يستعمل في الفائدة البسيطة او خصم الاوراق التجارية، اي الحل الرشيد أو في العمليات المالية ذات الأجل القصير.

المعدلات المتكافئة:

هي المعدلات المختلفة التي تؤدي إلى نفس القيمة المحصلة لنفس المدة ولنفس المبلغ، فإذا كان المبلغ المستثمر C_0 لمدة سنة بمعدل سنوي t فالقيمة المحصلة في نهاية السنة هي : $C_n = C_0(1 + t)$، وإذا وظف نفس المبلغ C_0 لنفس المدة بمعدل جزئي t_x ، في هذه

الحالة تكون القيمة المحصلة $C_n = C_0(1 + t_x)^x$، ولكي يتكافأ المعدل السنوي t مع المعدل الجزئي t_x يجب أن تتساوى القيمة المحصلة بالمعدل السنوي مع القيمة المحصلة مع المعدل الجزئي، بمعنى جملة 1 دينار موظف لمدة سنة بمعدل فائدة سنوي او سداسي او ثلاثي او شهري... تعطي نفس الجملة وهذا كالآتي:

1. حساب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي:

$C_0 (1 + t) = C_0 (1 + t_s)^s$

$\Rightarrow (1 + t) = (1 + t_s)^s$

$\Rightarrow (1 + t)^{\frac{1}{s}} = (1 + t_s)$

$\Rightarrow t_s = (1 + t)^{\frac{1}{s}} - 1$

2. حساب المعدل الثلاثي المكافئ للمعدل السنوي:

$C_0 (1 + t) = C_0 (1 + t_t)^t$

$\Rightarrow (1 + t) = (1 + t_t)^t$

$\Rightarrow (1 + t)^{\frac{1}{s}} = (1 + t_t)$

$\Rightarrow \mathbf{t_t = (1 + t)^{\frac{1}{s}} - 1}$

3. حساب المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي:

$C_0 (1 + t) = C_0 (1 + t_m)^m$

$\Rightarrow (1 + t) = (1 + t_m)^m$

$$\Rightarrow (1+t)^{\frac{1}{m}} = (1+t_m)$$

$$\Rightarrow \quad t_m = (1+t)^{\frac{1}{m}} - 1$$

مثال:

احسب المعدل السداسي والثلاثي والشهري المناسب والمكافئ للمعدل السنوي 12 %

المعدل السنوي 12 %	المعدل المناسب	المعدل المكافئ
السداسي	% 6	% 5,83
الثلاثي	% 3	% 2,82
الشهري	% 1	% 0,95

ملاحظات:

- خلال فترة أقل من سنة تكون الفائدة البس طٌة أكبر من الفائدة المركبة.
- من الجدول نلاخظ انهما متقاربان الا ان المعدل المناسب اكبر من المعدل المتكافئ .
- المعدلات المتناسبة مع المعدلات السنوية لا تؤدي إلى نفس الجملة لنفس المدة.

القيمة الحالية بالفائدة المركبة :

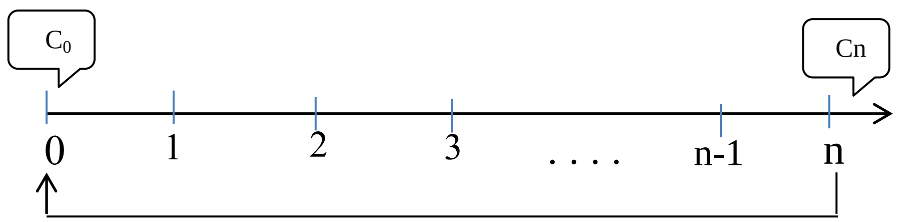
إذا كان شخص ما مدين بمبلغ ما يستحق السداد في تاريخ معين، فإنه يسدد ما عليه بتاريخ الاستحقاق او الذي نسميه القيمة الاسمية ورمزه Vn، أما إذا استطاع هذا الشخص (المدين) سداد دينه قبل تاريخ الاستحقاق فإنه سيستفيد من تخفيض في قيمة المبلغ الذي سيسدده، بمعنى سيستفيد من خصم لقاء التسديد قبل تاريخ

الاستحقاق، وهنا يسدد أو يدفع ما يسمى القيمة الحالية Va. وتطبق نفس شروط الفائدة البسيطة.

هي قيمة مبلغ ما في الوقت الحالي، والقيمة الحالية هي عكس القيمة المحصلة، فإذا كانت القيمة المحصلة هي إضافة الفوائد إلى القيمة الحالية أو المبلغ الأصلي باتجاه خط الزمن، فان القيمة الحالية هي طرح الفوائد من القيمة المحصلة وتكون عكس خط الزمن.

فإذا كان لدينا مبلغ يستحق السداد بعد مدة زمنية فإن القيمة الحالية له هي المبلغ الواجب دفعه الآن، فالقيمة الحالية للدين هي القيمة التي إذا استثمرت بنفس المعدل والمدة المتبقية حتى تاريخ استحقاق الدين تصبح جملتها مساوية للقيمة الاسمية.

كما هو موضح في المحور التالي:



1 . العلاقة الأساسية للقيمة الحالية:

يتم الحصول عليها من علاقة القيمة المحصلة كما يلي:[1]

$$C_n = C_0(1+t)^n$$

1 ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 1995، ص60 .

$$=> C_0 = \frac{C_n}{(1+t)^n}$$

$$=> C_0 = C_n(1+t)^{-n}$$

ملاحظات:

. هذه العلاقة تعطينا القيمة الحالية في الزمن صفر (0) .

. القيمة $(1+t)^{-n}$ تحسب بالالة الحاسبة او تستخرج من الجدوال المالية.

مثال: دين موظف لمدة 6 سنوات بمعدل 10 % سداسي، اعطى جملة تقدر ب:

.156921,419 da

الحل: لدينا المعدل سداسي فنحول المدة الى سداسيات: n = 6x2 =12 s

$$C_0 = C_n(1+t)^{-n}$$

$$= 156921,419\ (1,10)^{-12}$$

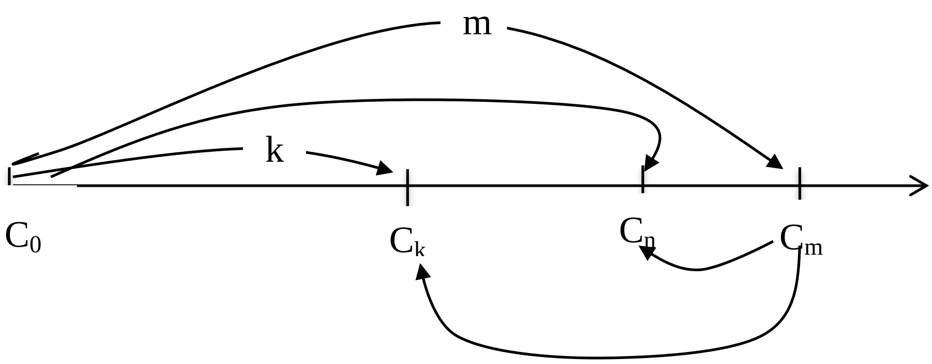
$$= 50000\ da$$

ملاحظة:

يتم ايجاد عدد الايام والمعدل بنفس الطريقة في الفائدة المركبة.

تقييم مبلغ في أي فترة زمنية ما:

هو حساب قيمة أي مبلغ مالي في أي فترة زمنية سواء كانت قبل تاريخ الاستحقاق أو بعده باستعمال القيمة المحصلة والقيمة الحالية، حيث نستعمل القيمة المحصلة (الرسملة) إذا كان هذا المبلغ يستحق في المستقبل، ونستعمل القيمة الحالية إذا كان هذا المبلغ يستحق في الحال أو في الماضي.



العلاقات الممكنة:

$$C_n = C_0(1+t)^{n}$$

$$C_0 = C_n(1+t)^{-n}$$

$$C_k = C_0(1+t)^{k}$$

$$C_n = C_k(1+t)^{n-k}$$

$$C_m = C_n(1+t)^{m-n}$$

$$C_0 = C_m(1+t)^{-m}$$

مثال:

دين قيمته 15000 دج يستحق بعد 5 سنوات بمعدل 9 %. بطرق مختلفة الطلوب :

حساب قيمة الدين الان.

حساب قيمة الدين3 سنوات بعد الاستحقاق.

حساب قيمة الدين سنتين قبل الاستحقاق.

الحل:

قيمة الدين الان

$C_0 = C_5(1 + t)^{-n} = 15000\ (1,09)^{-5} = 9748,97$ da

قيمة الدين بعد 3 سنوات من الاستحقتق

$C_8 = C_0(1 + t)^{8} = 9748,97\ (1,09)^{8} = 19425,435$ da

قيمة الدين سنتين قبل الاستحقاق

$C_3 = C_0(1 + t)^{2} = 9748,97\ (1,09)^{-2} = 11582,751257\ 0$ da

قيمة الدين الان

$C_5 = C_8(1 + t)^{-3} = 19425,435\ (1,09)^{-3} = 15000$ da

التكافؤ بالفائدة المركبة

تكافؤ رأس مالين:

يتكافأ دينين بالشروطالتالية:

- عندما يخصمان بنفس معدل الخصم.
- ويخصمان في نفس تاريخ التكافؤ.
- ويكون لهما نفس القيمة الحالية.

لدينا :

C_1 تمثل الجملة او القيمة الاسمية للدين القديم والذي يستحق بعد مدة n_1

C_2 القيمة الاسمية للدين الجديد بعد التكافؤ والذي يستحق بعد مدة n_2

إذن فالتكافؤ يتحقق عند:[1]

$Va_1 = Va_2$

$Cn_1(1+t)^{-n1} = Cn_2(1+t)^{-n2}$

$Cn_1 = C_{n2}\,\frac{(1+t)^{-n2}}{(1+t)^{-n1}}$

$= Cn2\,(1+t)^{-n2+n1}$

مثال:

دين قيمته 10000 دج يستحق بعد 5 سنوات نريد تعويضه بدين آخر يستحق بعد 3 سنوات بمعدل 10 %. احسب قيمة الدين الجديد.

الحل: لدينا $Cn_2 = Cn_1\,(1+t)^{-n1+n2} = 10000(1{,}1)^{-5+3} = 8264{,}46$ da

تكافؤ دين مع مجموعة ديون:

تتكافأ مجموعة ديون مع دين واحد عندما نطبق عليهما نفس معدل خصم وتكون القيمة الحالية للدين الوحيد مساوية لمجموع القيم الحالية للديون في تاريخ الاستبدال (التكافؤ). فإذا كان لدينا :

C : القيمة الاسمية للدين الوحيد والمستحقة بعد مدة n.

C_1 ، C_2 ، C_3 ،...C_n القيم الاسمية للديون المستحقة .

مدة استحقاق الديون السابقة n_1 ، n_2 ، n_3 ،.... n_n .

فالتكافؤ يتحقق عندما يكون :

[1] منصوربن عوف عبد الكريم، مدخل الى الرياضيات المالية ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2009، ص 63-65.

$$Va = Va_1 + Va_2 + \dots\dots\dots + Va_n$$

$$C_n(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n1} + C_2(1+t)^{-n2} + \dots\dots\dots\dots + C_n(1+t)^{-nn}$$

مثال1:

لدى تاجر ثلاثة ديون:

الاول 120000 دج تستحق بعد 5 سنوات .

الثاني 240000 دج تستحق بعد 3 سنوات.

الثالث 300000 دج تستحق بعد 4 سنوات.

اراد تعويضها بدين وحيد يستحق بعد 4 سنوات

بمعدل 12 % احسب قيمة الدين الجديد.

$$C_n(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n1} + C_2(1+t)^{-n2} + C_3(1+t)^{-n3}$$

$$C_n(1,12)^{-4} = 120000\ (1,12)^{-5} + 240000\ (1,12)^{-3} + 300000\ (1,12)^{-4}$$

$$Cn \approx 675942,86\ da$$

مثال2:

لدى تاجر الديون التالية:

الاول 65000 دج تستحق بعد 3 سنوات .

الثاني 90000 دج تستحق بعد 5 سنوات.

اراد تعويضها بدين وحيد قيمته 160000.

بمعدل 10 % حدد تاريخ استحقاق الدين الدين الجديد.

$C_n(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n1} + C_2(1+t)^{-n2}$

$160000(1,1)^{-n} = 65000\ (1,1)^{-3} + 90000\ (1,1)^{-5}$

$(1,1)^{-n} = \frac{104718,38}{160000} = 0,65$

$\log(1,1)^{-n} = \log 0,65$

$-n0,095 = -0,43$

$n = \frac{0,43}{0,095} \approx 4,5$ المدة 4 سنوات و6 اشهر

تكافؤ مجموعة ديون مع مجموعة أخرى:

تتكافأ مجموعة من الديون قبل التبديل مع مجموعة ديون أخرى بعد التبديل عندما تخصم المجموعتان بنفس معدل الخصم في تاريخ التكافؤ، وتكون مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى تساوي مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية.

أي:

$Va_1 + Va_2 + Va_3 + ... + Va_n = Va'_1 + V a'_2 + V a'_3 + ... + V a'_n$

تاريخ الاستحقاق المشترك:

هو تاريخ استحقاق الورقة الوحيدة المعوضة بمجموعة من الأوراق أو الديون وفي الحالة العامة أي عندما تكون القيمة الاسمية للورقة الوحيدة لا تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق المعوضة.

مثال:

دين قيمته 25000 دج يستحق بعد 8 سنوات نريد تعويضه بدين آخر قيمته 20000 دج بمعدل 9 %. حدد تاريخ استحقاق الدين الجديد.

الحل:

$C_n(1+t)^{-n} = C_{n1}(1+t)^{-n1}$

$25000(1{,}09)^{-8} = 20000(1{,}09)^{-n1}$

$(1{,}09)^{-n1} = \frac{12546{,}66}{20000} = 0{,}627$

$\log(1{,}09)^{-n1} = \log 0{,}627$

$-n.0{,}086 = -0{,}467$

$n = \frac{0{,}467}{0{,}086} = 5{,}4 = 5 \text{ ans } 146 \text{ j}$

تاريخ الاستحقاق المتوسط:

تاريخ الاستحقاق المتوسط هو ذلك التاريخ الذي يتم فيه استبدال مجموعة من الديون أو المبالغ بدين أو مبلغ واحد بشرط أن تكون القيمة الإسمية لهذا الدين تساوي مجموع القيم الأسمية للديون أو المبالغ الاخرى.

$$\left(\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Cn_i}\right)(1+\mathrm{t})^{-s} = C_1(1+t)^{-n1} + C_2(1+t)^{-n2} + C_3(1+t)^{-n3} + \ldots + C_n(1+t)^{-n}$$

حيث s الاستحقاق المتوسط.

مثال: بالرجوع الى المثال السابق

لدى تاجر ثلاثة ديون:

الاول 120000 دج تستحق بعد 5 سنوات .

الثاني 240000 دج تستحق بعد 3 سنوات.

الثالث 300000 دج تستحق بعد 4 سنوات.

اراد تعويضها بدين وحيد بمعدل 12 % حدد تاريخ الاستحقاق المتوسط للدين الجديد.

$$\mathrm{Cn} = \mathrm{Cn}_1 + \mathrm{Cn}_2 + \mathrm{Cn}_3 = 120000 = 240000 + 300000$$
$$= 680000 \text{ da}$$

$$660000(1,12)^{-s} = 120000 \quad (1,12)^{-5} + 240000 \quad (1,12)^{-3} + 300000\,(1,12)^{-4}$$

$$(1,12)^{-s} = \frac{190655,42}{660000} = 0,288$$

$$\log(1,12)^{-s} = \log 0,288$$

$$-s(0,113) = -1,245$$

$$s = \frac{1,245}{0,113} \approx 11,02 \ ans = 11 \ ans \ 7 \ jours$$

تمارين حول العمليات المالية طويلة الاجل:

التمرين 01: وظف مبلغ قيمته 20000 دج بمعدل 8%. ما هي القيمة المحصلة بعد 10 سنوات؟

التمرين 02: ما هي المعدلات السداسية والشهرية المتناسبة والمتكافئة للمعدلات السنوية التالية: 6% ، 12.%

أ- أودع شخص مبلغ 8000 دج في بنك وبعد 6 سنوات أصبح لديه 12200 دج. احسب معدل الفائدة ؟

ب- أودع شخص مبلغ 20000 دج وأصبح 25000 دج بمعدل فائدة مركبة 6%. المطلوب: حساب مدة التوظيف؟

التمرين 03: 1- ما هو المعدل السنوي الذي يسمح لمبلغ بأن يتضاعف أربع (04) مرات خلال 25 سنة.

-2ما هي المدة اللازمة لكي يتضاعف مبلغ ثلاث (03) مرات بمعدل سداسي 4.%

التمرين 04: رأسمال قيمته 5000 دج وظف بفائدة مركبة سنوي، 6% لمدة 4 سنوات. نفس المبلغ وظف لنفس المدة و بمعدل فائدة مركبة سداسي 3%. أحسب الجملة في الحالتين .

التمرين 05: وظف شخص في 2006/12/31 مبلغ 5000 دج ، ثم في 2007/12/31 أضاف مبلغ قدره 2500دج وفي نهاية سنة 2008 وصل رصيده 8137,50 دج (التوظيف بالفائدة المركبة). احسب معدل الفائدة.

التمرين06 : احسب باستعمال الحل العقلاني القيمة المحصلة لرأس مال قدره : 40000 دج تم توظيفه بفائدة مركبة بمعدل 6 % لمدة 5 سنوات و7 أشهر . نفس السؤال باستخدام الحل التجاري.

التمرين 07: قام تاجر بفتح حساب بنكي في 2006/01/01 وتم إيداع المبالغ التالية:

- في 2006/01/01 : مبلغ 5000 دج .- في 2007/01/01: مبلغ 5000 دج .- في 2008/01/01: مبلغ 5000 دج . - في 2009/01/01 : مبلغ 5000 دج . بمعدل فائدة مركبة 5%.أحسب الرصيد في 2010/01/01.

التمرين 08: في 2006/01/01 وظف شخص مبلغ قدره 8000دج وفي 2008/01/01 سحب من حسابه 3000دج، وفي 2010/01/01 سحب كل الرصيد لشراء آلة بقيمة 6404 دج ، وبعد تسديد الثمن بقي ماقيمته12.548 دج

-احسب معدل الفائدة السنوي.

التمرين 09: احسب القيمة الحالية لمبلغ 60000 دج يستحق بعد 10سنوات بمعدل فائدة مركبة 9 %

التمرين 10: ما هي مدة الاستحقاق لرأسمال قدره 8957,58 دج، معدل الفائدة السنوي 8.%

يسمح بتعويض الديون التالية : - 5000 دج يستحق بعد 3 سنوات - 4000 دج تستحق بعد 5 سنوات .

التمرين 11: ما هي مدة الاستحقاق المتوسط لرؤوس الأموال التالية بمعدل الفائدة المركبة 5.%

- 5000دج تستحق بعد 3 سنوات ، - 68000 دج تستحق بعد 4 سنوات، - 72000 دج تستحق بعد 5 سنوات.

التمرين 12: أحسب القيمة الحالية لرأسمال قيمته 30000 دج يستحق بعد 5 سنوات و9 أشهر بمعدل 6.2%

التمرين 13: لتسديد دين مضى عليه 5 سنوات يجب تسديد حالا مبلغ قيمته 32000دج.

- احسب قيمة الدين الأصلي.

- ما هو المبلغ الواجب دفعه في حالة تسديد الدين قبل سنتين؟ - ما هو المبلغ الواجب دفعه في حالة التسديد بعد سنتين؟

التمرين 14: وظف شخص مبلغ لدى احد البنوك بفائدة مركبة بمعدل ما ولمدة سنتين، نفس المبلغ وظف بفائدة مركبة بنفس المعدل ولمدة سنة أكثر من المدة السابقة، فأعطى جملة تزيد عن الجملة الأولى بمقدار 4326.4 دج، نفس المبلغ وظف بفائدة مركبة بنفس المعدل ولمدة سنة اقل من المدة السابقة (الأولى) فأعطى جملة تقل عن الجملة الأولى بمقدار 4160دج. المطلوب أحسب معدل والمبلغ.

التمرين 15: أودع أحد الأشخاص معين في أحد البنوك ، فبلغت الفائدة المركبة المستحقة عن هذا المبلغ لمدة سنتين 102.5 دج فإذا استثمر هذا الشخص نفس المبلغ و بنفس المعدل و بنفس المدة لبلغت فائدة الاستثمار البسيطة 100 دج . المطلوب: حساب كل من أصل المبلغ و معدل الفائدة الذي حسبت به الفائدة البسيطة و المركبة ؟

تمارين حول تسوية الديون طويلة الاجل

التمرين 01: زبون مدين لمؤسسة بمبلغ 150000 د.ج يسدده بعد 5 سنوات، اتفق معه البائع بطلب منه أن يقلص مدة الدين إلى ثلاثة سنوات عوض 5 سنوات.

المطلوب :

- أحسب قيمة الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة 10 % سنويا.
- احسب قيمة الآلة عند شرائها بطريقتين .

التمرين 02: يريد شخص توظيف مبلغ مالي 50000 دج بإحدى الطرقتين التاليتين:

1. الاولى في بنك يحصب الفوائد بمعدل سداسي 6% لمدة 5 سنوات.
2. الثانية في بنك يحسب الفوائد بمعدل سنوي لمدة 6 سنوات. بما تنصح هذا الشخص.

التمرين 03: اشترى تاجر الة وعرض عليه البائع طرق التسديد التالية:

1- التسديد الفوري لمبلغ 17000 دج.

2- تسديد مبلغ 8000 دج فورا، ومبلغ 10000 دج بعد سنتين.

3- التسديد بمبلغين متساويين قيمة كل مبلغ 9000 دج الاول بعد سنة والثاني بعد سنتين . بمعدل % 10 بما تنصح التاجر، ماهو المعدل الذي يحقق التكافؤ بين الطريقة الاولى والثانية.

التمرين 04: اشترى تاجر آلة وعرض عليه البائع 3 طرق لتسديد قيمتها.

طريقة 1- تسديد مبلغ 28000 دج عند الشراء.

طريقة 2- التسديد بدفعتين متساويتين بقيمة 20000 الأولى بعد 3 سنوات والثانية بعد 5 سنوات.

طريقة 3- التسديد بـ: 5 دفعات متساوية قيمة الواحدة 7500 الأولى نهاية السنة الاولى من الشراء.

ساعد التاجر في عملية الاختيار علما ان المعدل المطبق هو: 10%

التمرين 05: اشترى تاجر آلة قيمتها عند الشراء 120000 دج، وعرض عليه البائع تسديد قيمتها بأحد الطرق التالية:

طريقة 1- تسديد مبلغ 40000 دج و الباقي يسدد بدفع وحيد بعد 3 سنوات.

طريقة 2- التسديد بدفعتين متساويتين الأولى بعد 3 سنوات والثانية بعد 5 سنوات.

طريقة 3- التسديد بـ: 5 دفعات متساوية الأولى بعد سنتين من الشراء.

المطلوب: احسب قيمة الدفعة في كل حالة علما ان المعدل المطبق 9. %

التمرين 06: أودع شخص مبلغ مالي في بنك وبعد 4 سنوات وجد رصيده بالبنك 146410 دج، وبعد 6 سنوات وجد رصيده 177156.1 دج.

المطلوب: أ- احسب معدل الفائدة المطبق.

ب - احسب المبلغ الموظف (الأصلي).

التمرين 07: اشترى تاجر مبنى قيمته 160000 وسدد من قيمته 40000 دج فورا، وعرض عليه البائع تسديد الباقي بأحد الطرق التالية:

1- التسديد بدفع وحيد 5 سنوات.
2- التسديد بـ: 3 دفعات متساوية، الأولى بعد سنتين، والثانية بعد 4 سنوات والثالثة بعد 6 سنوات.
3- التسديد بـ: 6 دفعات سنوية متساوية ، الأولى بعد سنتين من الشراء.

المطلوب: بمعدل سنوي 10 % احسب قيمة الدفعة في كل حالة.

الدفعات السنوية المتساوية (الثابتة):

تمهيد:

يترتب في أحيان كثيرة عن المعاملات المالية والتجارية بين الأطراف المتعاملة انتقال قيم ومبالغ مالية بصفة دورية من طرف لآخر، مثل تسديد فواتير الكهرباء والغاز، دفع رواتب الموظفين، تسديد أقساط التامين أو مبالغ إيجار العقارات، أقساط السلف والقروض وغيرها من العمليات الأخرى ذات الطابع الدوري والمنتظم، وهذا النوع من المعاملات التي يتم فيها تسديد مبالغ مالية متساوية ومنتظمة من حيث المدة الزمنية تسمى بالدفعات، وهذه الدفعات تطبق عليها تقنيات رياضية ومالية وتجارية تأخذ بعين الاعتبار عدة عناصر مثل: قيمة المبلغ المدفوع أو المحصل في كل فترة هل هو ثابت أو متغير، المدة الزمنية الفاصلة بين كل فترة وأخرى إن كانت سنوية أو جزء من السنة، عدد فترات الدفع، زمن إجراء العملية إن كان في بداية المدة أو في نهايتها، الدفع هل هو فوري أم مؤجل ...الخ، وفي هذا المحور سيتم التطرق إلى نوعين من الدفعات: الدفعات الثابتة نهاية المدة (الدفعات العادية)، والدفعات الثابتة بداية المدة .

تعريف الدفعات :

تسمي الدفعات سلسلة من المبالغ المستلمة أو المدفوعة في فترات منتظمةعلى فترات متساوية أي أن الفاصل الزمني بين كل مبلغ والمبلغ الذي يليه ثابت، ويمكن تصنيف الدفعات الى دفعات ثابتة (متساوية) وقد تكون غير متساوية والذي سنعتمد عليه هو الدفعات الثابتة.

أولا : تعريف الدفعات الثابتة (المتساوية)

هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريا في فترات زمنية متساوية، وتسمى الفترة الفاصلة بين دفعتين متتاليتين بالمدة، والمدة قد تكون سنة أو سداسي أو ثلاثي أو شهرا . وتسمي الدفعات سلسلة من المبالغ المستلمة أو المدفوعة في فترات منتظمةعلى فترات متساوية أي أن الفاصل الزمني بين كل مبلغ والمبلغ الذي يليه ثابت[1].

والغرض من هذه الدفعات هو:

- دفعات لتكوين مبلغ مالي مستقبلا، فهي دفعات ايداع او توظيف.
- دفعات لسداد الديون، فهي دفعات سداد.
- دراسة الدفعات يقتضي تحديد القيمة الحالية أو القيمة المكتسبة في تاريخ معين، لسلسلة من التدفقات.

تصنيف الدفعات:

الدفعات العادية نهاية المدة:

وهي الدفعات التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة آخر كل فترة زمنية من فترا ت دفع الدفعات، هذا النوع من الدفعات يدفع عادة في نهاية كل فترة وتستعمل عادة لتسديد دين، خاصة ديون الاستهلاك، بحيث في نهاية مدة الدفعات، أي عند تقديم آخر دفعة يكون قد استكمل رأس المال.

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره ، ص100.

دفعات بداية المدة "الدفعات الفورية":

تدفع في الغالب لتكوين راسمال وفي بداية كل فترة لتكوين راسمال او لسداد دين. فهي المبالغ التي تودع دوريا في بداية كل سنة أو فترة أقل من السنة أو أكثر، الغرض منها تجميع أو تكوين رأسمال في نهاية مدة الإيداع، وفي هذا النوع من الدفعات أول دفعة تكون في بداية السنة الأولى وتتوافق مع مدة الإيداع، أما آخر دفعة فتكون في بداية السنة الأخيرة أي سنة قبل نهاية مدة الإيداع.

دفعات مؤجلة:

تدفع في نهاية كل فترة سداد، وهي الدفعات التي يبدأ دفع أول مبالغها بعد فترة من تاريخ الاتفاق عليها وهذه الفترة يطلق عليها فترة التأجيل، ومن أمثلتها دفعات أقساط الشراء بالتقسيط والتي يبدأ سدادها بعد انقضاء فترة سماح معينة.

جملة الدفعات: هي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية عدد من الفترات n، وبالتالي فقد قدم n متتالية دفعات متساوية، وللبحث عن جملة مجموع هذه الدفعات يكفي جمع هذه الدفعات في نهاية المدة[2].

وتعرف الدفعات سلسلة من المبالغ المستحقة او المدفوعة على فترات منتظمة متساوية قد تكون اما سنوية أو سداسية أو فصلية او شهرية.

هي عبارة عما تجمع (ترسمل) من الدفعات في تاريخ نهاية مدة الإيداع أي بعد سنة أو فترة واحدة عن آخر دفعة،

---

[2] المرجع السابق.

الدفعات نهاية المدة "العادية":

عناصر الجملة: تتميز الدفعات الثابتة بالعناصر التالية[3]:

- مبالغ الدفعات المقدمة دوريا متساوية. رمزها "a "
- عدد الدفعات. رمزها "n ".
- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى هي أيضا فترات متساوية" سنوية أو سداسية أو فصلية او شهرية ".
- معدل الفائدة ثابت بالنسبة لكل الدفعات. رمزه "t"
- جملة دفعات ورمزها "Vn"
- تحديد تاريخ أول دفعة وتاريخ آخر دفعة.

حساب جملة الدفعات نهاية المدة اي "العادية"

القيمة المحصلة لكل دفعة هي :

القيمة المحصلة للدفعة الأولى هي : $Vn_1 = a_1(1+t)^{n-1}$

القيمة المحصلة للدفعة الثانية هي : $Vn_2 = a_2(1+t)^{n-2}$

القيمة المحصلة للدفعة الثالثة هي : $Vn_3 = a_3(1+t)^{n-3}$

....

القيمة المحصلة للدفعة ما قبل الأخيرة هي : $Vn_{n-1} = a_{n-1}(1+t)$

القيمة المحصلة للدفعة الأخيرة هي : $Vn_n = a_n(1+t)^0 = a$

[3] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص101-102.

القيمة المحصلة الكلية هي :

$Vn_n = Vn_1 + Vn_2 + Vn_3 + \dots\dots\dots + Vn_{n-1} + Vn_n$

وبتعويض كل قيمة محصلة بما تساويها نجد:

$Vn_n = a_1(1+t)^{n-1} + a_2(1+t)^{n-2} + a_3(1+t)^{n-3} + \dots\dots\dots + a_{n-2}(1+t)^2 + a_{n-1}(1+t) + a$

وبما أن الدفعات متساوية فان :

$a1 = a2 = a3 = \dots\dots\dots\dots = a\, n$

Vn n= a (1 + t)n-1 + a (1 + t)n-2 + a (1 + t)n-3 + ...+ a (1+t)2 + a (1+t) + a

الجمع عملية تبديلية ومنه يعاد صياغتها (ترتيبها) كما يلي:

Vn n= a + a (1+t) + a(1+t)2 + ...+ a (1 + t)n-3 + a (1 + t)n-2 + a(1 + t)n-1

ملاحظة:

نلاحظ أنها تعبر عن متتالية هندسية متزايدة حدها الأول "a " وعدد حدودها "n" أساسها "n+ 1". ومجموع حدود المتتالية يعطي قانون جملة دفعات متساوية نهاية المدة التي تحسب كما يلي:

$$Vn= \frac{1-\text{الاساس}^{n}}{1-\text{الاساس}}\ \text{الاول الحد}$$

ومنه يمكن كتابة العلاقة السابقة كما يلي :

ومنه تحسب جملة دفعات نهاية المدة كما يلي:

$$Vn = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1} = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

مثال:

اشترى شخص آلة واتفق مع البائع على دفع مبلغ 24000 دج نهاية كل سنة لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة سنوي 8 %، احسب جملة ما يدفعه المشتري نهاية الفترة.

الحل: لدينا

$$Vn = a\frac{(1+t)^{n} - 1}{t} = 24000\frac{(1,08)^{6} - 1}{1,08}$$

بالرجوع الى الجدول المالي رقم 3 نجد الناتج $\frac{(1,08)^{6} - 1}{1,08} = 7,335929$

او بالالة الحاسبة ومنه:

Van = 24000 x 7,335929 = 176062,296 da

حساب قيمة الدفعة:

من العلاقة: $Vn = a\ \frac{(1+t)^{n} - 1}{t}$

نجد: $a = Vn\frac{t}{(1+t)^{n} - 1}$

مثال:

جملة 10 دفعات متساوية نهاية المدة وبمعدل 8% اعطت جملة تقدر بـ: $173839,2\ da$

الحل:

$$a = Vn\frac{t}{(1+t)^{n} - 1} = 173839,2\ \frac{0,08}{(1,08)^{10} - 1}$$

بالرجوع الى الجدول المالي او استعمال اللوغاريتم نجد قيمة a =12000 da

ملاحظات:

- الدفعة الأولى تكون في نهاية الدورة الأولى.
- آخر دفعة تكون عند نهاية آخر دورة.
- الدفعة الأخيرة لا تنتج فوائد.

القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة(مؤخرة السداد:)

القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات السنوية المتساوية في نهاية المدة، هي مجموع القيم الحالية المعبر عنها في اللحظة 0، أي فترة قبل الدفعة الأولى.

القيمة الحالية لكل دفعة هي :

القيمة الحالية للدفعة الأولى هي: $Va_1 = a_1 (1+t)^{-1}$

القيمة الحالية للدفعة الثانية هي: $Va_2 = a_{n-1} (1+t)^{-2}$

القيمة الحالية للدفعة الثالثة هي : $Va_3 = a_3 (1+t)^{-3}$

....

القيمة الحالية للدفعة ما قبل الأخيرة هي : $Va_{n-1} = a_2 (1+t)^{-(n-1)}$

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة هي : $Va_n = a_1 (1+t)^{-n}$

القيمة الحالية الكلية هي :

$$Va_n = Va_1 + Va_2 + Va_3 + \ldots\ldots + Va_{n-1} + Va_n$$

وبتعويض كل قيمة محصلة بما تساويها نجد:

$$Va_n = a_1 (1+t)^{-1} + a_2 (1+t)^{-2} + a_3 (1+t)^{-3} + \ldots\ldots + a_{n-2} (1+t)^{-(n-2)} + a_{n-1} (1+t)^{-(n-1)} + a(1+t)^{-n}$$

وبما أن الدفعات متساوية فان :

$a_1 = a_2 = a_3 = \dots\dots\dots\dots = a_n$

$Va\,n = a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-3} + \dots\dots + a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-1}$

الجمع عملية تبديلية ومنه يعاد صياغتها (ترتيبها) كما يلي:

$Va\,n = a(1+t)^{-n} + a(1+t)^{-(n-2)} + a(1+t)^{-(n-3)} + \dots\dots + a(1+t)^{-3} + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-1}$

ملاحظة:

نلاحظ أنها تعبر عن متتالية هندسية متزايدة حدها الأول " $a(1+t)^{-n}$ " وعدد حدودها "n" أساسها "n+ 1" . ومجموع حدود المتتالية يعطي قانون جملة دفعات متساوية نهاية المدة التي تحسب كما يلي:

$$Va = \text{الحد الاول}\ \frac{1-\text{الاساس}^{n}}{1-\text{الاساس}}$$

$$Va = a(1+t)^{-n}\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$Va = a\frac{(1+t)^{-n} x (1+t)^n - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$Va = a\frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

مثال: حساب القيمة الحالية حسب المثال السابق

$$Va = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 12000\frac{1-(1,08)^{-10}}{0,08}$$

بالرجوع الى الجدول المالي رقم 4 او الالة الحاسبة نجد:

$$Va = 80520{,}9768\ da$$

مثال آخر:

دين يسدد بسلسلة دفعات نهاية المدة (سداسي) قيمة الواحدة 5000 دج، بمعدل 11 % سداسي، تسدد على مدى 6 سنوات.

احسب قيمة الدين حالا.

تحويل المدة الى سداسيات n= 6x2 = 12 s

$$Va = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 5000\frac{1-(1{,}11)^{-12}}{0{,}11} = 32461{,}7807\ da$$

علاقة جملة دفعات نهاية المدة والقيمة الحالية لها:

لدينا الصيغتين:

$$Vn = a\ \frac{(1+t)^{n}-1}{t}$$ ، نضرب الطرفين في $(1+t)^{-n}$

يصبح لدينا:

$$Vn(1+t)^{-n} = a\ \frac{(1+t)^{n}-1}{t}(1+t)^{-n}$$

$$Vn(1+t)^{-n} = a\ \frac{(1+t)^{n}(1+t)^{-n}-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$Vn(1+t)^{-n} = a\ \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$Vn(1+t)^{-n} = Va$ اذا

$Vn = Va\,(1+t)^{n}$ ومنه

للتحقق بالمثال السابق:

$$Vn = Va\,(1+t)^n = 32461{,}7807\,(1{,}11)^{12} \approx 113565{,}9360\ da$$

دفعات بداية مدة (دفعات توظيف):

هي المبالغ التي تودع دوريا في بداية كل سنة أو فترة أقل من السنة أو أكثر، الغرض منها تجميع أو تكوين رأسمال في نهاية مدة الإيداع، وفي هذا النوع من الدفعات أول دفعة تكون في بداية السنة الأولى وتتوافق مع مدة الإيداع، أما آخر دفعة فتكون في بداية السنة الموالية أي سنة قبل نهاية مدة الإيداع.

أي هي تلك الدفعات التي تدفع دوريا في بداية كل سنة، بغرض التوظيف (الاستثمار) أو تكوين رأسمال، والدفعة الأولى تدفع في بداية السنة الأولى أو يوم إمضاء العقد (في الزمن صفر).

الجملة او القيمة المحصلة لدفعات بداية المدة :

هي مجموع القيم المحصلة للدفعات عند نهاية الفترة الأخيرة، أو بفترة واحدة بعد الدفعة الأخيرة، ونرمز لها بالرمز V"n

ا. **العلاقة الأساسية للقيمة المحصلة:** عناصر القيمة المحصلة هي :

. قيمة الدفعة a ، عدد الدفعات n ، معدل الفائدة t .

ولإيجاد القيمة المحصلة نستعين بالمحور الزمني الآتي:

جملة للدفعة الأولى هي : $Vn_1 = a_1(1+t)^n$

جملة للدفعة الثانية هي : $Vn_2 = a_2(1+t)^{n-1}$

جملة للدفعة الثالثة هي : $Vn_3 = a_3(1+t)^{n-2}$

....

جملة للدفعة ما قبل الأخيرة هي: $Vn_{n-1} = a_{n-1}(1+t)^2$

جملة للدفعة الأخيرة هي : $Vn_n = a_n(1+t)$

ومنه تصبح الجملة كما يلي :

$$V'n = Vn_1 + Vn_2 + Vn_3 + \dots\dots\dots + Vn_{n-2} + Vn_{n-1} + Vn_n$$

وبتعويض كل جملة محصلة جزئية بما تساويها نجد:

$$V'n = a(1+t)^n + a(1+t)^{n-1} + a(1+t)^{n-2} + \dots + a(1+t)^2 + a(1+t)$$

ومنه تصبح المعادلة السابقة كما يلي :

$$V'n = a(1+t) + a(1+t)^2 + \dots + a(1+t)^{n-3} + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1} + a(1+t)^n$$

نلاحظ ان المعادلة تمثل متتالية هندسية متزايدة بأساس (1+t)، حدها الأول $a(1+t)$،

وعدد حدودها n .

وبالتعويض جملة المتتالية الهندسية نجد العلاقة الأساسية للدفعات المتساوية في بداية

المدة كما يلي:

$$V'n = a(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$V'n = a\frac{(1+t)^n - 1}{t}(1+t)$$

لدينا: $Vn = a\dfrac{(1+t)^n - 1}{t}$

بالتعويض في المعادلة السابقة:

$$V'n = Vn\,(1+t)$$

مثال: تاجر يريد توظيف مبالغ مالية دورية قيكتها 5000 دج بداية كل ثلاثي بمعدل 6% ثلاثي.

احسب الجملة بعد 4 سنوات.

لدينا: n=4x4

$$V'n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}\,(1+t) = 5000\,\frac{(1{,}08)^{12} - 1}{0{,}08}\,(1{,}08) = 102476{,}4829 \text{ da}$$

حساب قيمة الدفعة: تحسب بطريقتين إما من العلاقة الأولى وهي :

$$V'n = \mathbf{a}\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}\,(1+t)$$

$$\mathbf{a} = V'n \,/\!\left(\frac{(1+t)^n - 1}{t}\,(1+t)^{-1}\right)$$

مثال:

جملة 8 دفعات متساوية بداية المدة وبمعدل 10% اعطت جملة تقدر بـ: 113215,292 da .

$$a = V'n \,/\!\left(\frac{(1+t)^n - 1}{t}\,(1+t)\right) = V'n\left(\frac{t}{(1+t)^n - 1}\,(1+t)^{-1}\right)$$

$$a = 113215{,}292 \,/\!\left(\frac{(1{,}1)^n - 1}{0{,}1}\,(1{,}1)^{-1}\right) \approx 9000 \text{ da}$$

حساب القيمة الحالية لدفعات أول مدة:

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة، هي قيمة هذه الدفعات كلها في تاريخ أول مدة الإيداع أي عند الفترة 0 من الإيداع، ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات. وتحسب القيمة الحالية لدفعات أول مدة باستعمال القانون التالي:

متتالية هندسية نحصل على قانون جملة دفعات متساوية نهاية المدة:نلاحظ بان الطرف الأيمن من المعادلة يمثل متتالية هندسية متزايدة بأساس $r = (1+t)$، حدها الأول $\mu_1 = a$، وحدها الأخير $\mu_n = a\,(1+t)^{n-1}$، وعدد حدودها n .

وبالتعويض في قانون مجموع المتتالية الهندسية $S = \mu_1 \frac{n-1}{r-1}$، نجد الجملة للدفعات العادية كما يلي :

$$A_n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$A_n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

تمارين حول الدفعات:

التمرين 01: زبون مدين لمؤسسة بمبلغ 150000 د.ج يسدده بعد 5 سنوات، اتفق معه البائع بطلب منه أن يقلص مدة الدين إلى ثلاثة سنوات عوض 5 سنوات. المطلوب :

- أحسب قيمة الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة 10 % سنويا.
- احسب قيمة الآلة عند شرائها بطريقتين .

التمرين 02: يريد شخص توظيف مبلغ مالي 50000 دج بإحدى الطرقتين التاليتين:

- الاولى في بنك يحصب الفوائد بمعدل سداسي 6% لمدة 5 سنوات.

- الثانية في بنك يحسب الفوائد بمعدل سنوي لمدة 6 سنوات. بما تنصح هذا الشخص.

التمرين 03: اشترى تاجر الة وعرض عليه البائع طرق التسديد التالية:

1- التسديد الفوري لمبلغ 17000 دج.

2- تسديد مبلغ 8000 دج فورا، ومبلغ 10000 دج بعد سنتين.

3- التسديد بمبلغين متساويين قيمة كل مبلغ 9000 دج الاول بعد سنة والثاني بعد سنتين .

بمعدل % 10 بما تنصح التاجر، ماهو المعدل الذي يحقق التكافؤ بين الطريقة الاولى والثانية.

التمرين 04: اشترى تاجر آلة وعرض عليه البائع 3 طرق لتسديد قيمتها.

طريقة 1- تسديد مبلغ 28000 دج عند الشراء.

طريقة 2- التسديد بدفعتين متساويتين بقيمة 20000 الأولى بعد 3 سنوات والثانية بعد 5 سنوات.

طريقة 3- التسديد بـ: 5 دفعات متساوية قيمة الواحدة 7500 الأولى نهاية السنة الاولى من الشراء.

ساعد التاجر في عملية الاختيار علما ان المعدل المطبق هو: 10%

التمرين 05: اشترى تاجر آلة قيمتها عند الشراء 120000 دج، وعرض عليه البائع تسديد قيمتها بأحد الطرق التالية:

طريقة 1- تسديد مبلغ 40000 دج و الباقي يسدد بدفع وحيد بعد 3 سنوات.

طريقة 2- التسديد بدفعتين متساويتين الأولى بعد 3 سنوات والثانية بعد 5 سنوات.

طريقة 3- التسديد بـ 5 دفعات متساوية الأولى بعد سنتين من الشراء.

المطلوب: احسب قيمة الدفعة في كل حالة علما ان المعدل المطبق 9. %

التمرين 06: أودع شخص مبلغ مالي في بنك وبعد 4 سنوات وجد رصيده بالبنك 146410 دج، وبعد 6 سنوات وجد رصيده 177156.1 دج.

المطلوب: أ- احسب معدل الفائدة المطبق.

ب - احسب المبلغ الموظف (الأصلي.(

التمرين 07: اشترى تاجر مبنى قيمته 160000 وسدد من قيمته 40000 دج فورا، وعرض عليه البائع تسديد الباقي بأحد الطرق التالية:

1- التسديد بدفع وحيد 5 سنوات.

2- التسديد بـ 3 دفعات متساوية، الأولى بعد سنتين، والثانية بعد 4 سنوات والثالثة بعد 6 سنوات.

3- التسديد بـ 6 دفعات سنوية متساوية ، الأولى بعد سنتين من الشراء.

المطلوب: بمعدل سنوي 10 % احسب قيمة الدفعة في كل حالة.

استهلاك القروض

1- **القرض العادي**: يعرف القرض العادي بأنه ذلك القرض الذي لا يتضمن إلا مقرضا واحدا (شخص، بنك، مؤسسة مالية) يتم إثبات القرض بواسطة وثيقة قانونية (عقد القرض) ملزمة للطرفين (المقرض والمقترض) والتي تتضمن عادة البيانات التالية: مبلغ القرض، تاريخ عقد القرض، معدل الفائدة ونوعها، طريقة السداد، نوع وقيمة الضمان.[1]

2- **طرق سداد(استهلاك)القرض**:

- طريقة الدفعات الثابتة (المتساوية).
- طريقة والإستهلاكات المتساوية.

2-1- **طريقة الدفعات الثابتة (المتساوية):** طبًقا لهذه الطريقة فإن المقترض يقوم بسداد في نهاية كل وحدة زمنية دفعات ثابتة، تتضمن جزء من أصل القرض يسمى بالاستهلاك بالإضافة إلى فائدة على القرض المتبقي (الرصيد في بداية الوحدة الزمنية).[2]

المقترض يسدد دوريًا دفعة ثابتة في نهاية كل السنة تحتوي على:

الدفعة الثابتة = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك

[1] منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص 122-124.
[2] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 170-170.

مثال : قرض قيمته 1000000 دج يسدد على 5 سنوات بواسطة أقساط سنوية متساوية من الأصل و الفائدة معا تسدد في نهاية كل سنة بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا.

المطلوب: إيجاد قيمة كل قسط(دفعة).

الحل: v_0: أصل القرض=1000000دج، i=0.1 معدل الفائدة المركبة ، 5سنوات =n مدة القرض،

a: قيمة الدفعة.

أصل القرض = مجموع القيم الحالية لدفعات نهاية المدة.

باستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدةv_0:

$$v_0 = \mathrm{a}\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{\mathrm{i}}$$

ومنه $a = v_0 \frac{\mathrm{i}}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}$ a = 1000000 × 0,263797448

$$a = 263797{,}480 \text{ DA.}$$

الدفعة الثابتة = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك = 263797,480 DA.

فائدة السنة الأولى I_1 = أصل القرضv_0 × معدل الفائدة i

$$I_1 = 1000000 \times 0.01 = 100000$$

الاستهلاك الأول A_1 (الجزء المسدد من أصل القرض في نهاية السنة الأولى)=الدفعة الثابتة - فائدة السنة الأولى

$$A_1 = 236797{,}480 - 100000 = 136797{,}480$$

رصيد القرض في نهاية السنة الأولى v_1= أصل القرض v_0 – الاستهلاك الأول A_1

$$v_1 = 1000000 - 136797{,}480 = 863202.52$$

2-2 بناء جدول الاستهلاك للقرض بطرقة الأقساط الثابتة.

وجدول استهلاك القرض يحتوي على ما يلي:

أ- الوحدة الزمنية (المدة) والتي بشكل عام تكون كأرقام متسلسلة تصاعديا تبدأ من الواحد؛

ب- رصيد القرض في بداية كل فترة زمنية؛

ت- مقدرا الفائدة المستحقة لكل فترة زمنية وتكون عادة في نهايتها؛

ث- الاستهلاك وهو يتمثل في قيمة الاستهلاك من أصل القرض، فهو الجزء الذي يخص القرض؛

ج- الدفعة وهي القسط السنوي الثابت ويتكون من قيمة الاستهلاك من أصل القرض بالإضافة إلى قيمة الفائدة المستحقة لكل فترة زمنية.

يمكن بناء جدول اهتلاك القرض وفق المكونات المذكورة سابقا كما يلي

السنوات	الرصيد في بداية المدة v_k	الفائدة k	الدفعة a	الإستهلاك A_k	الرصيد في نهاية المدة
1	v_0	$I_1 = i * v_0$	$a =$ ثابت $= A + I$	$A_1 = a - I_1$	$v_1 = v_0 - A_1$
2	v_1	$I_2 = i * v_1$	$a =$ ثابت $= A + I$	$A_2 = a - I_2$	$v_2 = v_1 - A_2$
3	v_2	$I_3 = i * v_2$	$a =$ ثابت $= A + I$	$A_3 = a - I_3$	$v_3 = v_2 - A_3$
p	v_{p-1}	$i * I_3 = v_{p-1}$	$a =$ ثابت $= A + I$	$A_p = a - I_p$	$v_{p+1} = v_{p-1} - A_p$
n	v_{n-1}	$i * = v_{n-1}$ I_{n-1}	$a =$ ثابت $= A + I$	$A_n = a - I_n$	$v_{n+1} = v_{n-1} - A_n = 0$

المصدر: منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص 121-123.

مثال: v_0: أصل القرض=1000000دج، i=0.1 معدل الفائدة المركبة ، 5سنوات =n مدة القرض،

a: قيمة الدفعة.

جدول الاستهلاك للقرض بطرقة الأقساط الثابتة

السنوات	الرصيد في بداية المدة v_k	الفائدة k	الدفعة a	الإستهلاك A_k	الرصيد في نهاية المدة
1	1000000	100000	263797.48	163797.48	836202.52
2	836202.52	83620.25	263797.48	180177.23	656025.3
3	656025.3	65602.53	263797.48	1981194.95	457830.34
4	457830.34	45783.034	263797.48	218014.45	239815.89
5	239815.89	2398.589	263797.48	239815.89	000
				100000	

أ- العلاقة بين والإستهلاكات:[3]

❖ **العلاقة بين إستهلاكين متتالين.**

$$a_2 = a_3$$

$$A_2 + I_2 = A_3 + I_3$$

$$A_2 + i * v_1 = A_3 + i * v_2$$

$$A_2 + i * v_1 = A_3 + i * (v_1 - A_2)$$

$$A_2 + i * A_2 = A_3$$

$$A_2(1 + i) = A_3$$

1.10× 180177.23=1981194.95

$$\mathbf{A_{p-1}(1 + i) = A_p}$$

أي استهلاك يساوي الاستهلاك السابق له ×(i+1)

❖ **العلاقة بين أي استهلاك واستهلاك أخر** $p < n$

$$A_p = A_n(1 + i)^{-n+p}$$

$$A_3 = A_5(1 + i)^{-5+3}$$

$$\mathbf{1.1^{-2} \times 239815.89 = 1981194.95}$$

[3] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص172-173.

$$A_n = A_p(1+i)^{n-p}$$

ب- العلاقة بين الدفعة والإستهلاكات:

❖ **العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأخير:**

$$V_{n-1} = A_n$$

$$a = i \times (V_{n-1}) + A_n$$

$$a = A_n(1+i)$$

$$a = 239815.89(1.1) = 263797.48$$

الدفعة الثابتة تساوي القيمة المكتسبة للاستهلاك الأخير لمدة سنة.

❖ **العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول:**

$$a = A_1(1+i)^n$$

$$a = 163797.48(1.10)^5 = 263797.48$$

الدفعة الثابتة تساوي القيمة المكتسبة للاستهلاك الأول لمدة n سنة

❖ **العلاقة بين الدفعة والاستهلاك ما.**

$$\mathbf{a = A_p(1+i)^{n-p+1}}$$

ج- العلاقة بين الأصل القرض والإستهلاكات والدفعة :[4]

❖ أصل القرض= مجموع والإستهلاكات.

[4] منصر إلياس، مرجع سبق ذكره، ص200-202.

$$\mathbf{v_0 = A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n}$$

❖ أصل القرض= مجموع القيم المكتسبة لدفعات الاستهلاك الأول.

$$v_0 = \mathbf{A_1}\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}{\mathrm{i}}$$

$$\boldsymbol{A_1} = v_0\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}$$

❖ أصل القرض= مجموع القيم الحالية لدفعات الثابتة.

$$\boldsymbol{v_0} = \mathbf{a}\frac{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}{\mathbf{i}}$$

د- العلاقة بين الإستهلاكات والفائدة :

$$I_{n-1} - I_n = A_n - A_{n-1}$$

$$\boldsymbol{I}_{\mathbf{n-1}} - \boldsymbol{I}_{\mathbf{n}} = \mathbf{i} \times \boldsymbol{A}_{\mathbf{n-1}}$$

2-2- حياة القرض:

❖ **المبلغ المسدد من أصل القرض بعد تسديد الدفعة $_p$**

المبلغ المسدد من أصل القرض بعد تسديد الدفعة$_p$ $\mathbf{R_p}$= أصل القرض – الإستهلاكات المتبقية

المبلغ المسدد من أصل القرض بعد تسديد الدفعة$_p$ $\mathbf{R_p}$ = الإستهلاكات المسددة

$$R_p = A_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$R_p = v_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

❖ **المبلغ المتبقي من أصل القرض بعد تسديد الدفعة p**

المبلغ المتبقي من أصل القرض بعد تسديد الدفعة$_p$ v_p= أصل القرض - المبلغ المسدد بعد الدفعةp

$$V_P = V_0 - R_p$$

ومنه

$$v_p = V_0 \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}$$

تطبيقات حول إستهلاك القروض

تمرين 01: اقترضت مؤسسة في 2008/01/01 مبلغ 150000 دج، على أن يسدد على 4 دفعات ثابتة في نهاية كل سنة بمعدل 10 %.

المطلوب: -حساب مبلغ الدفعة الثابتة. - إنجاز جدل إستهلاك القرض.

الحل: أصل القرضv_0 =150000دج، i=0.1 معدل الفائدة المركبة ، 4 سنوات =n مدة القرض،

$$a = v_0 \div \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a = 150000 \div 3.1698654463$$

$$a = 47320.62$$

جدول الاستهلاك للقرض بطرقة الأقساط الثابتة

الرصيد في نهاية المدة	الإستهلاك A_k	الدفعة a	الفائدة k	الرصيد في بداية المدة v_k	السنوات
117679,38	32320,62	47320.62	15000	150000	1
82126,698	35552,682	47320.62	11767,938	117679,38	2
43018,7478	39107,9502	47320.62	8212,6698	82126,698	3
0,00258	43018,74522	47320.62	4301,87478	43018,7478	4
	150000				

تمرين 02:قرض يسدد على 10 أقساط ثابتة بمعدل فائدة مركبة سنوي 8 %، فإذا علمت أن رصيد المتبقي للقرض في نهاية السنة السادسة يبلغ 493604.55 دج

المطلوب: أحسب أصل القرض. -القسط الثابت. - إنجاز السطر الأخير و السادس من جدل استهلاك القرض.

1- حساب أصل القرض

$$\boldsymbol{v_p = V_0 \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}}$$

$$493604.55 = \boldsymbol{V_0 \frac{(1.08)^{10} - (1.08)^6}{(1.08)^{10} - 1}}$$

$$\boldsymbol{V_0} = 1000000$$

$$a = v_0 \frac{\mathrm{i}}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}$$

$$a = 1000000 \frac{0.08}{1-(1.08)^{-10}} = 149029.4887$$

إنجاز السطر الأخير والسادس.

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}_{\boldsymbol{n}}(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})$$

$$\mathbf{A_{10}} = \mathbf{a}(\mathbf{1}+\boldsymbol{i}) = \mathbf{149029.48} \div \mathbf{1.08}$$

$$\mathbf{A_{10}} = 137990.26 = \mathrm{V}_{\mathbf{9}}$$

$$\mathbf{A_6} = \mathbf{A_{10}}(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{-\mathbf{4}}$$

$$\mathbf{A_6} = \mathbf{137990.26}(\mathbf{1.08})^{-\mathbf{4}} = \mathbf{101426.96}$$

السنوات	الرصيد في بداية المدة v_k	الفائدة k	الدفعة a	الإستهلاك A_k	الرصيد في نهاية المدة
6	595031.49	47602.51	149029.488	101426.96	493604.55
10	137990.26	11039.22	149029.48	137990.26	000

<u>تمرين 03</u>: من جدول استهلاك قرض على 10دفعات ثابتة، استخرجت المعلومات التالية: الاستهلاك الأول 69029.49 دج ، الاستهلاك التاسع:127768.77 دج.

المطلوب : 1- أحسب الاستهلاك الخامس :علما أن $A_5 = \sqrt{\mathrm{A}_1 \times \mathrm{A}_9}$

2- معدل القرض ، القسط الثابت ، أصل القرض.

3- المبلغ المسدد بعد الدفعة السابعة.

الحل : $A_5 = 93913.85$ $\quad i = 0.08$ $\quad V_0 = 100000$

$R_7 = 615936.20$ $\quad a = 149029.49$

تمرين2: من جدول استهلاك قرض يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة لنهاية المدة استخرجت المعلومات التالية :
مبلغ الاستهلاك الرابع = 179589.68
مبلغ الدفعة = 201786.97
المطلوب :
1 ـ أحسب معدل الفائدة
2 ـ حدد مبلغ القرض (يؤخذ المبلغ الصحيح)
3 ـ أنجز السطرين الأول والأخير من جدول استهلاك القروض

تمرين1: من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:
فائدة السنة الأولى = 1000
الاستهلاك الثاني = 3087.37
الفرق بين فائدة السنة الأولى وفائدة السنة الثانية = 147.02
المطلوب:أحسب على الترتيب:
1 ـ معدل القرض
2 ـ مبلغ الدفعة الثابتة
2 ـ مبلغ القرض
1 ـ معدل القرض

تمرين3: من أجل مسايرة الأوضاع الاجتماعية قررت إدارة المؤسسة زيادة طاقتها الإنتاجية ولهدا الغرض اقترضت مبلغا إضافيا قدره (a)يسدد على 6 أقساط سنوية متساوية فادا علمت أن : ف$_3$ – ف$_4$ = 1018.42
وقيمة القسط المتساوي هي 11883.8 والاستهلاك الرابع = 7807.86
المطلوب :
1 ـ أذكر ماذا يمثل الفرق بين ف3 و ف4
2 ـ أحسب معدل الفائدة المركبة
3 ـ أنجز السطرين الأول والرابع من جدول الاستهلاك

تمرين4: تسعى إدارة المؤسسة التجارية إلى زيادة طاقة إنتاجها عن طريق اقتناء تجهيزات إنتاج جديدة لهدا الغرض اقترضت مبلغا إضافيا قدره (x)يسدد بواسطة 9 أقساط سنوية متساوية بمعدل فائدة مركبة 15% سنويا المطلوب :

إذا علمت أن رصيد القرض في نهاية السنة الأولى 564255.6 والفرق بين فائدتي السنة الأولى والسنة الثانية يساوي 5361.66

1 ـ أحسب مبلغ الدفعة الثابتة

2 ـ أنجز السطر الأول والأخير من جدول استهلاك القرض

1 ـ مبلغ الدفعة الثابتة

تمرين5: من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية :

فائدة السنة ما قبل الأخيرة = 3984.92

فائدة السنة الأخيرة = 2087.34

الفرق بين فائدتي السنة الأولى والثانية 1296.06

المطلوب :

1 ـ مادا يمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين

2 ـ أحسب معدل الفائدة

3 ـ أحسب الاستهلاك الأخير

4 ـ أحسب الدفعة الثابتة

5 ـ أحسب الاستهلاك الأول

6 ـ أحسب مبلغ القرض

المردودية و اختيار الاستثمارات:

✓ **الاختيار:** عبارة عن قرار

و القرار نوعان: تكتيكي في المدى القصير و استراتيجي في المديين المتوسط و البعيد.

القرار التكتيكي:

- يتخذ في الهيكلة الحالية و بالوسائل المتوفرة،
- يهدف إلى الاستغلال الأمثل لهذه الوسائل،
- في نفس المنحى الذي تسير فيه المؤسسة.

القرار الاستراتيجي:

- يتم بحيازة وسائل جديدة أو بأقلمة الوسائل المتوفرة،
- بهدف تطوير المؤسسة،
- وفق المنحى الذي سطر في الخطة طويلة الأجل.

و عملية اتخاذ القرار تكون بالاستغلال العقلاني للكم من المعلومات الذي يوفره نظام الإعلام السائد في المؤسسة، و عليه فيمكن تصنيف القرارات حسب طبيعة المعلومات المبنية عليها، فهناك:

- **قرارات في ظروف مؤكدة:** و هي القرارات التي تستند إلى معطيات مؤكدة تخص الظروف الداخلية و الخارجية للمؤسسة.
- **قرارات في ظروف محتملة:** و هي القرارات التي تستند إلى معطيات احتمالات وقوعها معروفة انطلاقا من نتائج السنوات السابقة.

- **قرارات في ظروف مجهولة:** و هي القرارات التي تتسم بدرجة خطر كبيرة، لأنها لا تستند إلى معطيات معروفة و لا محتملة. [1]

و لكل نوع من هذه القرارات طرق و أدوات خاصة بها.

✓ **الاستثمار:** قرار استراتيجي طويل المدى يهدف إلى:

- تجديد الوسائل المتاحة و التي أصبحت غير قابلة للاستعمال،
- تحسين أداءات الوسائل الحالية،
- حيازة وسائل جديدة.

✓ **الاستثمار:** التزام بإنفاق مالي طويل المدى، غير قابل للتراجع، فهو استخدام طويل المدى معبر عنه بتسديد آني للأموال بهدف الحصول على إيرادات مستقبلية تفوق قيمة الإنفاق الأولي.

يقترن الاستثمار بالمفاهيم التالية:

- **المدة:** الإيرادات المنتظرة تمتد في الزمن إلى أكثر من سنة.
- **المردودية:** قبول استبدال مبلغ حاضر بسلسلة من الإيرادات يفترض أن مجموعها يفوق المبلغ الأولي المنفق.
- **الخطر:** هذه الإيرادات و مبلغ الزيادة ما هي إلا أمل و ليست أمرا مؤكدا، فهناك خطر عدم تحقق هذه الزيادات، بل خطر عدم تغطية الإيرادات المنتظرة للمبلغ المنفق ابتدائيا.

و باعتبار أن القاعدة الذهبية في التسيير المالي، تنص على أن كل استخدام طويل المدى يجب أن يمول بأموال دائمة، و نظرا لكون الموارد الدائمة نادرة و مكلفة، فإن هذا يؤدي إلى ضرورة تحقيق ما يلي:

[1] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص 155.

- **التحديد الدقيق لمبلغ الاستثمار:** نظرا لمحدودية الأموال الدائمة و ندرتها، فالخطأ في تقدير تكلفة الاستثمار يؤدي إلى التمويل الخاطئ، و الذي يتمثل في تمويل الاستثمارات بأموال قصيرة الأجل، فالتكلفة الظاهرة ليست بالضرورة التكلفة الحقيقية.
- **تحديد مردودية كل استثمار:** عدم مجانية الأموال الدائمة، تقتضي الحساب الدقيق لمردودية الاستثمار، فرأس المال له ثمن أو عائد، بما في ذلك الأموال الخاصة، فالاستثمارات التي مردوديتها أقل من تكلفة الأموال الضرورية لتمويلها تساهم بصفة قطعية في إفقار المؤسسة، و حتى عند تساوي المردودية بالتكلفة فهذا غير مقنع لقبول تحمل خطر الاستثمار.
- **اتخاذ قرارات الاستثمار بصورة شاملة:** محدودية الأموال الدائمة تقتضي أن تكون إجراءات اتخاذ قرارات الاستثمار، شاملة، و هذا لضمان أحسن تخصيص للموارد المتاحة، خاصة و أن الاستثمارات منها ما هي متكاملة فيكون قبول أحدها يستوجب قبول الآخر، و منها ما هي مستقلة لا يشترط قبول أحدها قبول الأخرى، و منها ما هي متعارضة فيكون قبول أحدها يتطلب استبعاد الآخر، لهذه الأسباب يجب أن تكون دراسة الاستثمارات بشكل شامل.

بعض الاستثمارات الاجتماعية و الإستراتيجية لا تعير أهمية كبيرة لقاعدة **المردودية**، و يكون معيار المفاضلة بينها هو الثنائية **تكلفة- فعالية**.

أنواع الاستثمار

أ- الاستثمار التعويضي : هو اقتناء تثبيتات جديدة تعوضا لأخرى قديمة للمحافظة على القدرة الانتاجية الحالية للماسسة.

ب- الاستثمار التوسعي : هو اقتناء تثبيتات جديدة تعوضا لأخرى قديمة لزيادة القدرة الانتاجية للماسسة (انتاج منتج جديد أو رفع كمية الإنتاج وتحسين نوعيته.)

ت- الاستثمار الانتاجي :هو اقتناء تثبيتات تسمح للماسسة من رفع الطاقة الإنتاجية إلى اقصى نسبة ممكنة.

المعطيات الأساسية:

من المعطيات الأساسية التي يرتكز عليها اختيار الاستثمارات:

1. المبلغ الإجمالي للاستثمار، باعتباره يمثل الحاجة إلى الأموال الدائمة.
2. مدة حياة الاستثمار.
3. التدفقات المترتبة عن استعمال هذا الاستثمار (التكاليف للتسديد و الإيرادات للتحصيل).

1- تقييم مبلغ الاستثمار:

التقييم السيئ لمبلغ الاستثمار يشكل مصدر أكبر الأخطاء التي تحدث عند دراسة مردودية الاستثمارات، فيجب التمييز بين:[2]

- **تكلفة الاستثمار**، التي يجب أن يضاف ٍليها
- **الحاجة لرأس المال العامل للاستغلال(BFRE)** المرتبطة بالمشروع.

تكلفة الاستثمار: تضم بدورها الكثير من العناصر:

- سعر شراء الأصل و هو عادة سهل التحديد (catalogues, devis et proforma).
- التكاليف الملحقة بالشراء (النقل، الجمارك، ...).
- تكاليف التركيب.
- تكاليف التشغيل و تكوين العمال(في حالة تكنولوجيا جديدة).
- تكاليف الاستثمارات المرتبطة بالاستثمار الرئيسي (توسيع مطبخ المؤسسة نتيجة استثمار توسعي).

و هكذا فإن التكلفة الحقيقية للاستثمار دائما أكبر من المبلغ الذي سجله المحاسب، باعتبار أن خزينة المؤسسة تتحمل كل التسديدات الناجمة عن المشروع، سواء كانت قيما ثابتة أو نفقات، مع التأكيد أنه في حالة استمارات الإحلال يجب طرح سعر التنازل عن الأصل المستبدل من تكلفة شراء الأصل الجديد.

كذلك بالنسبة لاستثمارات القدرة أو الخاصة بمنتوجات جديدة، فيجب تحديد الاحتياج إلى رأس المال العامل للاستغلال BFRE التفاضلي الذي يترتب عن هذا الاستثمار.

---

[2] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص153-154 .

فكل زيادة في النشاط تؤدي إلى زيادة في قيم الأصول المتداولة (مخزونات، ذمم، TVA للاسترجاع...)، و في المقابل ارتفاع في الخصوم قصيرة الأجل (الموردون، أجور، ضمان اجتماعي، TVA للدفع...)، و هذا الارتفاع في الموارد المرتبطة بحجم النشاط عادة ما تكون أقل من الزيادة في الاستخدامات، هذا الفارق يجب أن يمول بأموال دائمة، و منه يتشكل الاحتياج الإضافي لرأس المال العامل للاستغلال.

2- تحديد مدة حياة المشروع الملائمة:

مدة حياة المشروع الملائمة ليست هي مدة حياته المحاسبية، فكل استثمار له ثلاث مدد حياة:[3]

- **مدة الحياة الفيزيائية:** يقوم بتقديرها القسم التقني، و ذلك بدقة مقبولة و تمثل عادة بساعات التشغيل.
- **مدة الحياة التكنولوجية:** في الصناعات التي تتميز بتطور تكنولوجي سريع، و هي المدة التي تفصل بين تاريخ تشغيل الأصل و تاريخ ظهور آلة جديدة تقوم بنفس الدور و لكن بإنتاجية و جودة أعلى، و هي دوما أقل من مدة الحياة الفيزيائية.
- **مدة حياة المنتوج:** في حالة استثمارات خاصة بمنتوج معين، و لا يمكن تحويل استغلال الاستثمار في حالة زوال المنتوج، فإن مدة حياة المنتوج هي التي تصبح المدة الملائمة للاستثمار، إذا كانت أقل من مدة حياة الاستثمار الفيزيائية و التكنولوجية.

3- تحديد التدفقات النقدية الصافية للاستثمار:

العناصر التي تؤخذ في حساب التدفقات النقدية الصافية هي العناصر التفاضلية.

صافي التدفقات النقدية يمثل الفرق بين إيرادات الاستغلال و نفقات الاستغلال المتولدة من المشروع خلال فترة حياة المشروع.

اختيار الاستثمارات:

تستعمل المؤسسات قانون القيمة الحالية لمتتالية دفعات عند المقارنو بين عدة مشاريع استثمارية، لتحدد المشروع الاكثر مردودية، و هناك عدة طرق مالية تسمح للاختيار نتناول منها:

---

[3] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص 156-158 .

1- معيار فترة الاسترداد:

من خلال هذا المعيار يفضل المشروع الاستثماري الذي يمكن المشروع من استرداد تكاليفه الاستثمارية في اسرع وقت ممكن ، و يقصد بفترة الاسترداد تلك الفترة الزمنية اللازمة لكي يسترد المشروع خلالها التكاليف الاستثمارية التي انفقت على المشروع: [4]

فترة الاسترداد=مبلغ الاستثمار المبدئي: صافي التدفقات النقدية

$$DR=\frac{F0}{F}$$

F_0 : تمثل نفقة الاستثمار المسددة في الزمن 0

F: التدفق النقدي الصافي الدوري الثابت .

-مثال:

نفرض مشروعين استثماريين و كانت التكاليف الاستثمارية اللازمة لكل منهما 100000 دج و ان صافي التدفقات النقدية للمشروع الاول 25000 دج و الثاني 20000 دج في هذه الحالة للاختيار احسن مشروع من خلال هذا المعيار

لابد من حساب فترة استرداد المشروعين :

DR1= 100000/25000=4 ans

DR2= 100000/20000=5 ans

و بالتالي فإن فترة استرداد المشروع الاول اقل من فترة استرداد المشروع الثاني و منه فإن الافضلية ستكون للمشروع الاول .

[4] المرجع السابق.

2- **معيار معدل المردودية المتوسط:**

هو متوسط المداخيل او النفقات الصافية للخزينة مقارنة مع متوسط راس المال الاصلي المستثمر، و منه معدل المردودية يحسب كما يلي:[5]

TRمردودية الاستثمار=دخل المقارنة . 100/ مبلغ الاستثمار

دخل المقارنة =دخل التدفقات السنوية/ مدة حيازة الاستثمار

مثال:

القيمة الاصلية للاستثمار 6075 دج

الحياة الانتاجية المقدرة 4 سنوات

التدفق النقدي الداخلي السنوي 2000 دج

المطلوب: حساب معدل العائد المحاسبي و يحسب الاهتلاك طبقا لطريقة القسط الثابت.

قسط الاهتلاك= 6075 /4

قسط الاهتلاك= 1518.75 دج

معدل العائد الحاسبي =التدفق النقدي الداخلي- الاهتلاك/ قيمة الاستثمار

معدل العائد الحاسبي = 2000-1519/6075 = 7,9 %.

معدل مردودية الاستثمارات: معدل مردودية الاستثمار هو المعدل الذي يسمح بتكافؤ (تساوي) القيمة الحالية لنفقات شراء وتسيير الاستثمارات و بين القيمة الحالية للارباح المنتظرة و المقدرة من هذا الاستثمارات في زمن معين.

مثال: تريد مؤسسة شراء الة انتاج، تسددها بـ 4 دفعات سنوية متساوية قدرها 100000 دج، و تهتلك هذه الالة بعد 10 سنوات لتعطي قيمة متبقية معدومة، اما التقديرات الارباح السنوية

[5] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص 164-165.

الناتجة عن استعمال هذه الالة فتقدر بـ 45000 دج ، هل بمعدل 8,5 % يحقق هذا الاستثمار مردودية للمؤسسة؟ حدد معدل مردودية الالة.

-الحل:

مقارنة القيم الحالية في الزمن صفر اي فترة قبل الدفعة الاولى:

-بمعدل 8,5 %:

-القيمة الحالية للايرادات $=50000\ (1-(1.085))^{-10} : 0.085$

القيمة الحالية للايرادات =50000 . 6,561

القيمة الحالية للايرادات =328050 دج

-القيمة الحالية للنفقات $= 100000\ (1-(1.085))^{-4} : 0.085$

القيمة الحالية للنفقات = 327500 دج

بمعدل 8,5 % يحقق الاستثمار مردودية للمؤسسة لان القيمة الحالية للايرادات اكبر من القيمة الحالية للنفقات و بالتالي فإن معدل المردودية يكون اكبر من 8,5 %.

-بمعدل 8.75 %:

-القيمة الحالية للايرادات $=50000\ (1-(1.0875))^{-10} : 0.0875$

-القيمة الحالية للايرادات = 324400 دج

-القيمة الحالية للنفقات $= 100000\ (1-(1.0875))^{-4} : 0.0875$

-القيمة الحالية للنفقات = 325700 دج

بمعدل 8.75 % الاستثمار لا يحقق مردودية للمؤسسة

معدل المردودية محصور بين 8,5 % و 8.75 % .

3- أسلوب معيار معدل العائد المحاسبي :

هو عبارة عن متوسط الآرباح بعد الضريبة مقسوما على تكلفة الاستثمار الآولية، حيث يعتمد هذا المعيار على مفهوم الربح المحاسبي والناتج عن مقابلة الإيرادات المتوقعة لكل سنة من سنوات العمر الاقتصادي للمشروع بالتكاليف المتوقعة للحصول على هذا الإيراد.[6]

$$\text{معدل العائد المحاسبي} = \frac{\text{متوسط الربح بعد الضريبه}}{\text{تكلفة الاستثمار الأولية}} \times 100$$

ملاحظات:

-إذا كان معدل العائد المحاسبي أصغر معدل العائد المطلوب فإن المشروع يعتبر مرفوضا؛

- إذا كان معدل العائد المحاسبي أكبر أو يساوي معدل العائد المطلوب فإن المشروع يعتبر مقبولا .

[6] ناصر دادي عدون، كرجع سبق ذكره ، ص161-163 .

قائمة المراجع:

1. منصر إلياس، مرجع سبق ذكره، ص200-202.
2. ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر،2010 .
3. احمد عبد الله درويش، مبادئ الرياضيات المالية، ط3 1997، دار صفا للنشر والتوزيع.
4. Mohamed Diouri et Adil Elmarhoum,Mathématiques Financières,Les éditions TOUBKAL,Maroc, 2008.
5. منصوربن عوف عبد الكريم، مدخل الى الرياضيات المالية ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2009.
6. احمد عبد الله درويش، مبادئ الرياضيات المالية، ط3 1997، دار صفا للنشر والتوزيع.
7. محمد ساحل، الرياضيات المالية، ط 2017، دار الخلدونية الجزائر.
8. بودرامة مصطفى، الرياضيات مالية، دار البدر للنشر والتوزيع، ط1،2005.
9. شقيري موسى نوري و آخرون، الرياضيات المالية، الطبعة 1 ، دار وائل المعرفة، الجزائر، 2016