

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE LAGHOuat



DEPARTEMENT : physique

MEMOIRE DE MAGISTER

En vue de l'obtention du diplôme de Magister en physique

Option : Interaction champ-matière

THEME DU PROJET :

**Détermination des dimensions d'un défaut par la méthode élément finis nodaux
pour un matériau magnétique non linéaire**

Présenté par :

Mme. Chaalani Eldjia

Dirigé par :

Dr. Helifa Bachir
M. Naidjete Mohammed

DEVANT LES MEMBRES DU JURY

M. LEFKAIER Iben Khaldoun	Prof.	Université de Laghouat	Président
M. BENSAID Samir	Prof.	Université de Bouira	Examinateur
M. BENTRIA Bachir	Prof.	Université de Laghouat	Examinateur
M. HELIFA Bachir	MCA	Université de Laghouat	Directeur de mémoire
M. NAIDJETE Mohammed	MAA	ENS de Laghouat	Co-directeur de mémoire

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2016-2017

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



Dédicaces

A la mémoire de Mon Père A ma chère ma Mère

A mes frères et sœurs

A mon mari et mon fils

A toute ma famille

A tous mes amis

Remerciements

Nous tenons à remercier Dieu tout puissant, de nous avoir permis d'arriver à ce niveau d'étude, et aussi pour nous avoir donné beaucoup de patience et de courage.

*J'adresse mes plus vifs sentiments de gratitude à Monsieur **Mohamed YOUSFI**, Professeur à l'Université de Laghouat et ex directeur de l'ENS de Laghouat pour nous avoir donné l'occasion de préparer ce projet de magister.*

*Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire de Physique des Matériaux de l'Université de Laghouat (LPM-UATL). J'exprime ici, ma vive gratitude à Monsieur le Professeur **Iben Khaldoun LEFKAIER** pour m'avoir accueilli dans son laboratoire en m'offrant tous les moyens nécessaires au bon déroulement de mon travail. Je le remercie aussi pour l'effort consenti durant ma formation de magister en tant que responsable de cette formation.*

*J'adresse mes plus vifs sentiments de gratitude à mon directeur de mémoire Monsieur **Bachir HELIFA**, Maître de conférences 'A' à l'Université de Laghouat, pour la confiance qu'il m'a accordée en me proposant ce thème de recherche très intéressant et en me faisant profiter de ses conseils judicieux et de sa grande compétence. Qu'il trouve ici toute ma reconnaissance pour l'aide et le soutien constant qu'il m'a prodigués durant toute ma période de travail.*

*Je suis très heureuse de pouvoir exprimer ici mes remerciements très sincères à Monsieur **Mohammed NAÏDJATE**, enseignant chercheur à l'ENS de Laghouat et co-encadrant de ce travail, qui m'a beaucoup encouragé et conseillé au cours de cette étude. Ces longues heures de discussions et de réflexions passées en sa présence m'ont été très instructives et furent un enrichissement tant humain que professionnel. Qu'il soit rassuré de ma plus profonde reconnaissance.*

*Je suis très heureuse aussi de pouvoir exprimer ici mes remerciements très sincères à Monsieur **HACHI DAHMANE** enseignant chercheur à l'Université de DJELFA qui, sereinement, m'a orienté, corrigé, conseillé durant ce projet.*

Résumé

Dans ce travail, nous visons à déterminer les dimensions d'un défaut axisymétrique contenu dans un matériau magnétique *non linéaire*. Tout d'abord, nous commençons à caractériser le matériau magnétique à partir d'une modélisation du problème magnétodynamique direct par élément finis 2D du système (matériau magnétique+capteur) et résolu par la méthode Newton Raphson. Le modèle développé a été validé à travers un logiciel *open source* FEMM (Finite Element Method Magnetics). Ce même logiciel a été utilisé dans la résolution du problème inverse en l'insérant dans un processus itératif à travers un algorithme de type simplex afin de déterminer la courbe de première aimantation caractérisant complètement ce matériau magnétique. Le deuxième volet de ce travail concerne la caractérisation des dimensions d'un défaut axisymétrique contenu dans ce matériau magnétique. Le matériau étant caractérisé et sa courbe de première aimantation étant déterminée, nous procédons encore une fois à une modélisation du problème magnétodynamique direct par élément finis 2D du système (matériau magnétique+défaut+capteur) et résolu par la méthode Newton Raphson. Ce modèle direct est ensuite inversé par un simplex afin de déterminer les dimensions du défaut.

Mots clés : Matériaux magnétique non linéaire, caractérisation, défaut, problème direct magnétodynamique, méthode des éléments finis, logiciel open source FEMM, problème inverse.

□ □ □

يهدف هذا البحث إلى تحديد الأبعاد الهندسية لعيوب مغناطيسية غير خطية في المواد المغناطيسية غير الخطية. يتم ذلك من خلال نمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. تم التحقق من صحة النموذج المطور باستخدام البرنامج مفتوح المصدر FEMM (Finite Element Method Magnetics). تم استخدام نفس البرنامج في حل المشكلة العكسية من خلال إدخاله في عملية تكرارية باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد منحنى المغنطة الأولي الذي يحدد تمامًا الخصائص المغناطيسية للمادة. الجزء الثاني من العمل يتعلق بتحديد أبعاد العيوب axisymétrique الموجودة في هذه المادة المغناطيسية. بعد تحديد الخصائص المغناطيسية للمادة ومنحنى المغنطة الأولي، نقوم مرة أخرى بنمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + العيب + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. يتم بعد ذلك عكس النموذج المباشر باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد أبعاد العيب.

□ □ هذا البحث يهدف إلى تحديد الأبعاد الهندسية لعيوب مغناطيسية غير خطية في المواد المغناطيسية غير الخطية. يتم ذلك من خلال نمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. تم التحقق من صحة النموذج المطور باستخدام البرنامج مفتوح المصدر FEMM (Finite Element Method Magnetics). تم استخدام نفس البرنامج في حل المشكلة العكسية من خلال إدخاله في عملية تكرارية باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد منحنى المغنطة الأولي الذي يحدد تمامًا الخصائص المغناطيسية للمادة. الجزء الثاني من العمل يتعلق بتحديد أبعاد العيوب axisymétrique الموجودة في هذه المادة المغناطيسية. بعد تحديد الخصائص المغناطيسية للمادة ومنحنى المغنطة الأولي، نقوم مرة أخرى بنمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + العيب + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. يتم بعد ذلك عكس النموذج المباشر باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد أبعاد العيب.

□ □ هذا البحث يهدف إلى تحديد الأبعاد الهندسية لعيوب مغناطيسية غير خطية في المواد المغناطيسية غير الخطية. يتم ذلك من خلال نمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. تم التحقق من صحة النموذج المطور باستخدام البرنامج مفتوح المصدر FEMM (Finite Element Method Magnetics). تم استخدام نفس البرنامج في حل المشكلة العكسية من خلال إدخاله في عملية تكرارية باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد منحنى المغنطة الأولي الذي يحدد تمامًا الخصائص المغناطيسية للمادة. الجزء الثاني من العمل يتعلق بتحديد أبعاد العيوب axisymétrique الموجودة في هذه المادة المغناطيسية. بعد تحديد الخصائص المغناطيسية للمادة ومنحنى المغنطة الأولي، نقوم مرة أخرى بنمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + العيب + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. يتم بعد ذلك عكس النموذج المباشر باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد أبعاد العيب.

□ □ هذا البحث يهدف إلى تحديد الأبعاد الهندسية لعيوب مغناطيسية غير خطية في المواد المغناطيسية غير الخطية. يتم ذلك من خلال نمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. تم التحقق من صحة النموذج المطور باستخدام البرنامج مفتوح المصدر FEMM (Finite Element Method Magnetics). تم استخدام نفس البرنامج في حل المشكلة العكسية من خلال إدخاله في عملية تكرارية باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد منحنى المغنطة الأولي الذي يحدد تمامًا الخصائص المغناطيسية للمادة. الجزء الثاني من العمل يتعلق بتحديد أبعاد العيوب axisymétrique الموجودة في هذه المادة المغناطيسية. بعد تحديد الخصائص المغناطيسية للمادة ومنحنى المغنطة الأولي، نقوم مرة أخرى بنمذلة المشكلة الميكانيكية المباشرة باستخدام طريقة العناصر المحددة 2D للنظام (المادة المغناطيسية + العيب + المستشعر) وحلها بطريقة نيوتن-رافسون. يتم بعد ذلك عكس النموذج المباشر باستخدام خوارزمية بسيطة لتحديد أبعاد العيب.

Introduction Générale	1
 Chapitre I : Généralités sur les Contrôles Non Destructifs	
I-1 Introduction	3
I.2 Principes Généraux.....	3
I-3 Les différentes techniques de CND	4
I.3.1 Les ultrasons	4
I.3.1.1 Avantages	5
I.3.1.2 Inconvénients	5
I.3.1.3 Domaine d'application	5
I.3.2 Contrôle par ressuage	5
I.3.2.1 Avantages.....	6
I.3.2.2 Inconvénients	6
I.3.2.3 Domaine d'application	6
I.3.3 La magnétoscopie	7
I.3.3.1 Avantages	7
I.3.3.2 Inconvénients	8
I.3.3.3 Domaine d'application	8
I.3.4 La radiographie	8
I.3.4.1. Avantages	9
I.3.4.2 Inconvénients	9
I.3.4.3 Domaine d'application	9
I.3.5 La thermographie stimulée	10
I.3.6 Contrôle par courants de Foucault	10
I.3.6.1 Profondeur de pénétration conventionnelle des courants de Foucault.....	12
I.3.6.2 Transformation de la variation de la répartition des courants de Foucault en un signal exploitable	13
I.3.6.3 Mesure des variations d'impédance dues aux courants de Foucault.....	13
I.3.6.4 Plan d'impédance.....	14
I.3.6.5 Courants de Foucault sinusoïdaux et courants de Foucault pulsés.....	16
I.3.6.6 Eléments de mesure.....	16

a – Type.....	17
I.3.6.7 Intérêt et limites.....	17
I.3.6.8 Domaines d’application.....	18
I.4 matériaux magnétiques.....	18
I.4 .1 Origine du magnétisme.....	18
I .4.2 matériaux magnétiques.....	19
I.4.3 matériaux ferromagnétiques.....	19
I .4.3.1 Courbe d’aimantation.....	20
I .4.3.2 Domaines de Weiss.....	22
I.5 Conclusion.....	23
Chapitre II : Modélisation des systèmes électromagnétiques	
II.1 Introduction.....	24
II.2 Modélisation du système.....	24
II.3 Lois de comportements	26
II.4 Conditions de passage.....	27
II.5 Conditions aux limites.....	28
II.6 Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique.....	28
II.6.1 Modèle magnétodynamique	28
II.6.2 Modèle cylindrique axisymétrique en électromagnétisme.....	29
II.7 Méthodes numériques	31
II.7.1 Approximation par la méthode des éléments finis.....	32
II.7.1.1 Discrétisation du domaine d’étude	32
II.7.1.1.1Formes d’éléments.....	32
II.7.1.1.2 Table de définition des nœuds	33
II.7.1.1.3 Table de définition des éléments.....	33
II.7.1.2 Discrétisation de l’équation.....	33
II.7.1.2.1 Approximation nodale.....	33
II.7.1.2.2 Fonctions de forme	36
II.7.1.3 Quantités élémentaires.....	37
II.7.3 Formulation intégrale.....	37
II.7.3.1 Matrice masse élémentaire.....	39
II.7.3.2 Matrice raideur élémentaire :	40
II.7.3.3 Vecteur force élémentaire	40

II.7.4 Assemblage.....	41
II.8 Résolution par Méthode de Newton-Raphson	41
II.8.1 Application de la méthode Newton-Raphson sur l'équation magnétodynamique.....	42
II.9 Conclusion.....	44

Chapitre III : Identification de perméabilité magnétique d'un matériau magnétique non linéaire

III.1 Introduction	45
III.2 Structure générale	45
III.2.1 Construction de la géométrie du système.....	45
III.2.2 Discrétisation de la géométrie	46
III.2.3 Conditions aux limites.....	47
III.2.4 Calcul de la variation d'impédance.....	48
• Méthode 1: par calcul de l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule.	
• Méthode 2 : par calcul de l'énergie électromagnétique de la bobine.	
III.3. Problème direct linéaire	51
III.3.1 Présentation des modules du code de calcul pour la résolution de l'équation électromagnétique d'un matériau magnétique linéaire	51
III.3.2 Validation du modèle.....	52
III.3.2.1 Calcul d'impédance.....	52
III.3.2.2 Calcul du potentiel vecteur magnétique utilisant la fonction «assem » de Matlab.....	53
III.3.2.3 Calcul de l'impédance par le modèle utilisant « assema »	54
III.4 Etude des matériaux magnétiques non linéaires	55
III.4.1 Présentation des modules du code de calcul pour la résolution de l'équation magnétodynamique	55
III.4.2 Test de validité du modèle	56
III.4.2.1 Présentation du logiciel FEMM	56
III.4.3 Caractéristiques et discrétisation géométrique.....	56

III.4.4 Caractéristiques physiques.....	57
III.4.5 Application de la méthode de Newton-Raphson.....	59
III.4.6 Principe de résolution.....	60
III.4.7 Etude d'une plaque magnétique non linéaire.....	61
II.4.7.1 Visualisation de la perméabilité magnétique.....	61
II.4.7.2 Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique.....	61
II.4.7.3 Distribution du potentiel vecteur magnétique	62
II.4.7.4 Induction magnétique B	62
II.4.7.5 Courants induits dans la plaque.....	63
II.4.8 Calcul de l'impédance	64
III.4.8.1 Influence $K1$, $K2$ et $K3$	65
III.5 Traitement Problème inverse	66
III.5.1 Problème inverse	66
III.5.2 Problème à caractère mal posé.....	66
III.5.3 Stratégie de traitement du problème invers.....	67
III.5.4 Estimation d'une grandeur par la méthode du problème inverse.....	68
III.5.5 Application de problème inverse	68
III.5.6 Résultat de l'inversion.....	69
III.6 Conclusion	70
 Chapitre IV : Traitement du problème inverse	
IV.1 Introduction	71
IV.2 Etude d'une plaque ferromagnétique comportant un défaut traversant.....	71
IV.2.1 Caractéristiques géométriques	72
IV.2.2 Discrétisation de la géométrie.....	73
IV.2.3 Conditions aux limites	74
IV.2.4 Visualisation de la perméabilité	74
IV.2.5 Potentiel vecteur magnétique A	75

IV.2.6 Induction magnétique B	76
IV.2.7 Courants induits dans la plaque	77
IV.2.8 Calcul de l'impédance	78
IV.3 Etude d'une plaque ferromagnétique comportant un défaut non traversant.....	79
IV.3.1 Caractéristiques géométrique.....	79
IV.3.2 Discrétisation de la géométrie.....	80
IV.3.3 Conditions aux limites.....	81
IV.3.4 Perméabilité magnétique dans la plaque.....	81
IV.3.5 Potentiel vecteur magnétique.....	82
IV.3.6 Induction magnétique B	84
IV.3.7 Courants induits.....	85
IV.3.8 Calcul de l'impédance	85
IV.3.8.1 Validation du diagramme d'impédance.....	86
IV.3.9 Influence de la profondeur et le rayon de défaut	86
IV.3.10 Résultats d'inversion de ce modèle.....	87
IV.4 Conclusion.....	89
Conclusion Générale.....	93
Bibliographie	94

Liste des figures

Figure I.1- Schéma synoptique de CND.....	3
Figure I.2- Principe des ultrasons.....	4
Figure I.3- Principe du ressuage.....	6
Figure I.4- Principe de la magnétoscopie.....	7
Figure I.5- CND par radiographie aux rayons X.....	9
Figure I.6-Schéma de principe du contrôle par thermographie stimulée.....	10
Figure 1.7 – Principe du CND par courants de Foucault.....	11
Figure 1.8 – Répartition des courants de Foucault pour une pièce.....	12
Figure I.9- Principe de mesure de la variation d'impédance.....	13
Figure I.10- Influence de la perméabilité μ , de la conductivité σ et de la distance palpeur – cible (lift-off) sur le diagramme d'impédance normalisée pour différentes fréquences d'excitation f	15
Figure I.11 - Origine du magnétisme dans la matière.....	18
Figure I.12- Courbe d'aimantation d'un matériau non aimanté ou courbe de première aimantation (trait plein) et cycle d'hystérésis (traits discontinus)	19
Figure I.13- Courbe d'aimantation initiale	20
Figure I.14- l'évolution simplifiée d'un ferromagnétique sur sa courbe de première aimantation.....	21
 CHAPITRE II	
Figure II.1-processus d'analyse utilisant un modèle numérique.....	24
Figure II.2-Interface entre deux milieux	27
Figure II.3-élément typiques : un dimension, deux dimension, trois dimension.	32
Figure II.4- Elément triangulaire à trois nœuds avec leur numérotation locale.....	35
Figure II.5 – Fonctions de forme (base linéaire).....	37
 CHAPITRE III	
Figure III.1 - Système électromagnétique du dispositif étudié.....	45
Figure III.2 - Géométrie du système axisymétrique en 2D.....	46
Figure III.3 - Discrétisation de la géométrie du système.....	47
Figure III.4 - Conditions aux limites.....	48

Liste des figures

Figure III.5 - Implémentation par éléments finis.....	51
Figure III.6 - Conteur de A avec le programme développé.....	53
Figure III.7- Contours du vecteur A utilisant la fonction « assema » de Matlab.....	54
Figure III.8 - Organisation du code de calcul.....	55
Figure III.9 - Maillage du problème sous FEMM.....	57
Figure III.10 - Courbe BH du « Stainless steel 416 ».....	59
Figure III.11 - Valeurs de B et H au cours d'une itération.....	60
Figure III.12 - Courbe de B on fonction de H.....	60
Figure III.13- Perméabilité relative.....	61
Figure III.14 - Contours du potentiel vecteur magnétique.....	61
Figure III.15 - Contours du potentiel vecteur magnétique par FEMM.....	62
Figure III.16 - Partie réelle du potentiel vecteur magnétique.....	62
Figure III.17 - Induction magnétique	63
Figure III.18 - Induction magnétique avec FEMM	63
Figure III.19 - Courants induits.....	64
Figure III.20 - Courants induits par FEMM.....	64
Figure III.21-Diagrammes d'impédance normalisée.....	65
Figure III.22.-Schéma fonctionnel d'un système de CND.....	67
Figure III.23- Algorithme itératif de minimisation de fonction objectif.....	70
Figure III.24-Diagramme d'impédance normalisée référence.....	69
Figure III.25- Evolution des différentes grandeurs au cours d'itérations.....	70

Liste des figures

Chapitre IV	
Figure IV.1 - Organisation du code de calcul.....	71
Figure IV.2- Système comportant un défaut axisymétrique traversant.....	72
Figure IV.3 - Maillages du système	73
Figure IV.4-Maillages obtenus par FEMM.....	73
Figure IV.5 - Conditions aux limites.....	74
Figure IV.6 - Perméabilité magnétique.....	74
Figure IV.7 – Courbe de B en fonction de H	75
Figure IV.8 – Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique.....	75
Figure IV.9 - Contours de potentiel vecteur magnétique par FEMM.....	76
Figure IV.10 – Distribution de Potentiel vecteur magnétique	76
Figure IV.11 - Induction magnétique B	76
Figure IV.12 - Induction magnétique B par FEMM.....	77
Figure IV.13 -Courants induits(MA / m^2).....	77
Figure IV.14 - Courants induits dans la plaque par FEMM.....	78
Figure IV.15 - Système comportant un défaut axisymétrique non traversant	79
Figure IV.16 - Maillages obtenus	80
Figure IV.17 - Maillages obtenus par FEMM.....	80
Figure IV.18- Conditions aux limites.....	81
Figure IV.19 - Perméabilité magnétique	81
Figure IV.20 – Induction magnétique et champ magnétique pour une itération.....	82
Figure IV.21–Courbe de B en fonction de H.....	82
Figure IV.22 – Isovaleurs du Potentiel vecteur magnétique	82
Figure IV.23- Contour de Potentielle vecteur magnétique par FEMM.....	83
Figure IV.24–Potentiel vecteur magnétique	83
Figure IV.25- Induction magnétique B	83

Liste des figures

Figure IV.26 - Induction magnétique B par FEMM.....	84
Figure IV.27-Courants induits	85
Figure IV.28 - Courants induits dans la plaque par FEMM.....	85
Figure IV.29-Validation du diagramme impédance.....	86
Figure IV.30- Influence du paramètre géométrique sur diagramme d'impédance.....	87
Figure IV.31-Diagramme d'impédance de chaque itération.....	88
Figure IV.32 –Variation des dimensions de défaut	88
Figure VI.33- Evolution des différentes grandeurs au cours d'itérations.....	88

Liste des Tableaux

Liste des tableaux

Tableau II.1-table des coordonnées des nœuds du maillage.....	33
Tableau II.2 : Table de connectivités.....	33
Tableaux III.1-paramètres géométrique.....	46
Tableau III.2 - Paramètres du problème benchmark Team Workshop Pb N°15.....	52
Tableau III.3 - Validation des résultats.....	53
Tableau III.4 –Impédance obtenue par le programme utilisant la fonction « assema ».....	54
Tableau III.5 - Valeurs de K pour quelque matériaux ferromagnétique.....	58
Tableau III.6 – Comparaison entre impédances calculés par le modèle développé et celle calculée par FEMM.....	65
Tableau IV.1- paramètres géométriques	72
Tableau IV.2- : Comparaison entre l'impédance obtenue par le modèle développé et celle obtenue par FEMM.....	78
Tableau IV.3-les paramètres géométriques.....	79
Tableaux IV.4 - : Comparaison entre l'impédance obtenue par le modèle. développé et celle obtenue par FEMM.....	86

Introduction Générale

Dans plusieurs secteurs industriels, de nombreuses méthodes de contrôle non destructif (CND) et d'évaluation non destructive (END) sont actuellement utilisées pour la recherche et la qualification des défauts dans les pièces d'une part, et la caractérisation des matériaux d'autre part, et ce à tous les stades de fabrication. Les méthodes des ultrasons, celle de la radiographie et les méthodes électromagnétiques sont parmi les plus importantes. Chaque Méthode présente des performances liées au phénomène physique de base mis en œuvre [HAB 06].

Les méthodes électromagnétiques sont principalement intéressantes pour les pièces conductrices, magnétiques ou non magnétiques. Dans cette catégorie de méthodes, les courants de Foucault sont de plus en plus utilisés dans les industries nucléaires, aéronautiques, métallurgiques, et plus généralement mécaniques [HAB 06].

Dans le contrôle non destructif par courants de Foucault, on distingue deux techniques de contrôle; la plus utilisée est la technique de contrôle par courants de Foucault classique qui utilise un champ électromagnétique sinusoïdal pour créer des courants induits. Elle est surtout applicable pour la recherche des défauts surfaciques, par contre la méthode de contrôle par les courants de Foucault pulsé dérivée de la précédente où le champ électromagnétique est généré par une impulsion de courant. Elle est très sollicitée pour le contrôle des matériaux multicouches et d'épaisseurs plus importantes [BOU 96].

Le travail présenté dans ce mémoire constitue une contribution à la caractérisation d'une plaque magnétique non linéaire et son comportement sous l'effet d'un champ magnétique appliqué. Le but de cette étude est de développer un modèle non linéaire adapté à la résolution de problèmes en basses fréquences, il permet une meilleure compréhension de l'interaction champ magnétique et matériau magnétique non linéaire et aussi de caractériser les défauts axisymétriques présents dans ce type de matériaux.

Ainsi, ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique dans laquelle sont présentées des généralités sur le contrôle non destructif ainsi que quelques méthodes de contrôle non destructif, leurs avantages et leurs limites.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la méthode des éléments finis, méthode retenue pour la résolution de la formulation magnétodynamique. Nous détaillons les différents outils et techniques nécessaires à la mise en œuvre de cette méthode. Nous complétons ce chapitre par la présentation de la méthode de Newton_Raphson.

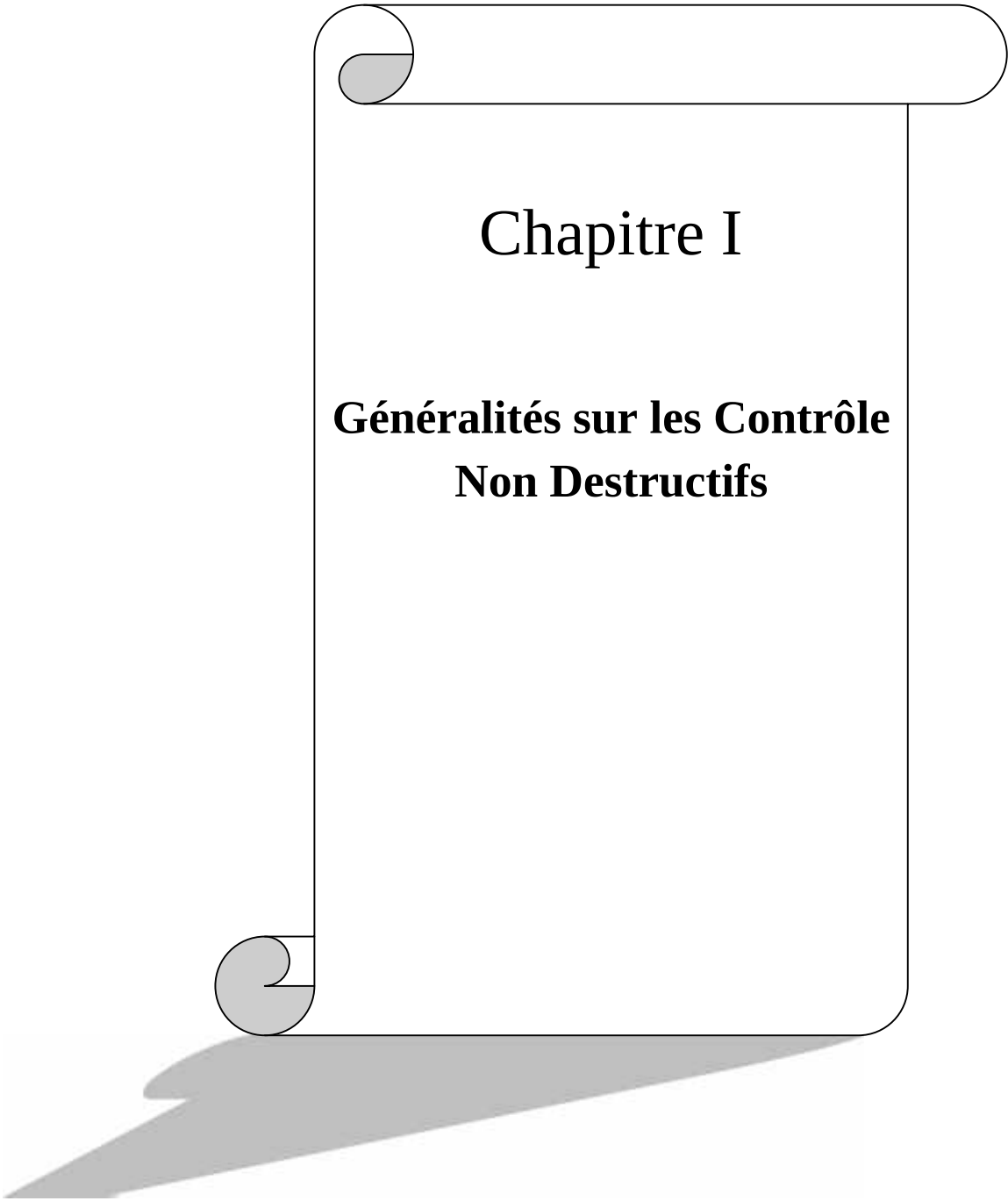
Le troisième chapitre est dédié à la caractérisation d'un matériau magnétique non linéaire (AISI 416) afin de déterminer sa perméabilité magnétique par la détermination de sa courbe de première aimantation. Cela est fait à partir d'une modélisation du problème

magnétodynamique direct système (matériau magnétique+capteur) puis son inversion par un algorithme type simplexe.

Le quatrième chapitre est consacré à la caractérisation d'un défaut axisymétrique, à partir d'une modélisation du problème magnétodynamique direct par élément finis 2D du système (matériau magnétique + capteur + défaut) et résolu par la méthode Newton Raphson sous environnements Matlab puis son inversion afin de déterminer les dimensions du défaut.

Au cours de ce travail, un logiciel *open source* FEMM (Finite Element Method Magnetics) a été utilisé afin de valider les résultats obtenus par les modèles développés.

.



Chapitre I

Généralités sur les Contrôle Non Destructifs

I-1-Introduction

Le contrôle non destructif (CND) est un ensemble de méthodes qui permettent de caractériser l'état d'intégrité des structures industrielles, sans les dégrader, soit au cours de la production , soit au cours de leur utilisation [DELI 01] [HAC 09] .

Les domaines d'application sont nombreux :

- L'aéronautique (poutres, ailes d'avion, pièces moteurs, trains d'atterrissage, etc.) ;
- L'aérospatiale ;
- L'industrie navale (contrôle des coques) ;
- L'industrie automobile (contrôle des blocs moteurs) ;
- Autres (fabrication de mousquetons d'escalade, ouvrages d'art...)

Et en règle générale dans tous les secteurs produisant :

- des pièces à coût de production élevé en quantité faible, (Nucléaire, Pétrochimique...),
- des pièces dont la fiabilité de fonctionnement est critique. (Nucléaire, canalisation de gaz...).

Dans ce chapitre nous allons passer en revue les différentes techniques de CND et nous citons leurs principaux avantages et inconvénients. Nous exposerons en détail la technique utilisant les courants de Foucault.

I.2 Principes Généraux

Quelque soit la technique adoptée, on peut représenter la mise en œuvre d'un système CND selon le synoptique de la figure 1.1.

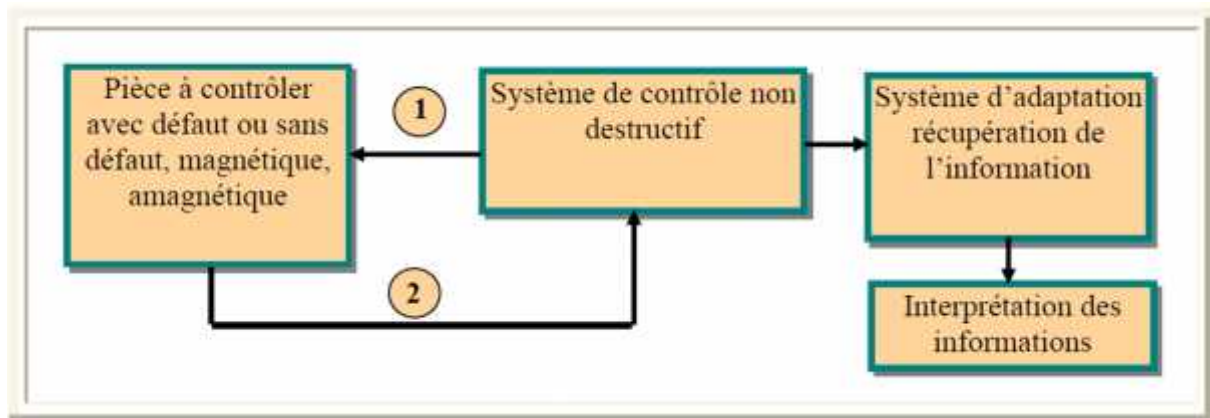


Figure 1.1- Schéma synoptique de CND [BEN 06]

Quelle que soit la nature de la cible (pièce à tester), magnétique ou amagnétique, elle se caractérise par un ensemble de paramètres (σ , μ , lift-off, ...), que l'on va chercher à estimer afin de formuler un diagnostic d'intégrité.

Le système de contrôle non destructif représente la technique (ressuage, ultrason, magnétoscopie, contrôle par courants de Foucault....) utilisée pour déterminer l'état de la cible.

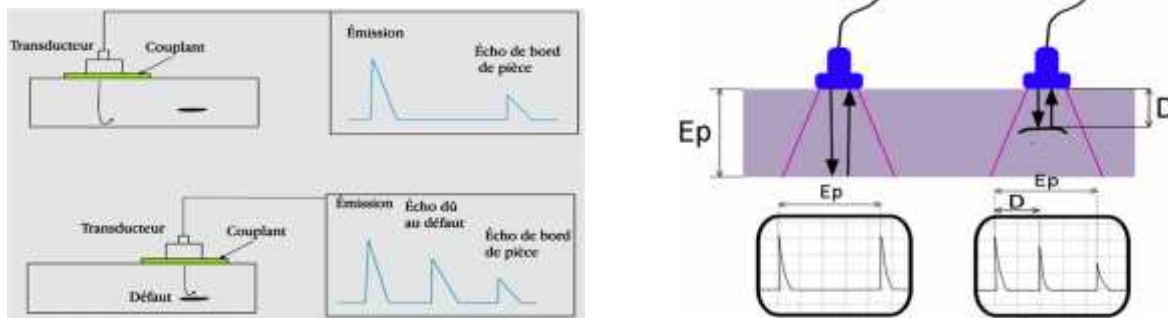
Le système d'adaptation et récupération de l'information est un système d'acquisition, dont le rôle est de concrétiser les résultats du contrôle. Les moyens utilisés dans cette étape diffèrent

suivant le type de procédé utilisé, on peut trouver un impédance mètre, un microscope, un caméscope ou l'oeil nu [BEN 06].

I.3 Les différentes techniques de CND

I.3.1 Les ultrasons

Des ondes sonores de haute fréquence sont injectées dans un matériau. Celles ci sont réfléchies par une surface ou une fissure (figure I.2).



Les ondes ultrasonores (US) se propagent à une vitesse constante dépendant du milieu, mais se réfléchissent sur toutes discontinuités rencontrées. Par analyse des échos reçus (temps de parcours aller et retour de l'onde), l'anomalie est localisée dans l'espace (figure I.2). Dans la pratique, l'onde ultrasonore est émise par un élément piézo-électrique, sous forme d'impulsions de quelques microsecondes. Après réflexion sur une surface de séparation (obstacle), cette onde est détectée par l'élément piézo-électrique agissant cette fois-ci comme un récepteur transformant la vibration ultrasonore reçue en tension électrique.

La méthode la plus utilisée pour l'évaluation de l'épaisseur d'une pièce est basée sur la réflexion d'impulsions. Le principe est le même que celui du radar : le transducteur émet une brève impulsion US et reçoit en retour une suite d'échos. La mesure du temps τ d'aller-retour de l'onde dans la pièce testée permet de déduire son épaisseur e , connaissant la vitesse de propagation v de l'onde selon l'expression :

$$e = \frac{v\tau}{2} \quad (I.1)$$

Le contact entre le transducteur et la pièce n'est jamais parfait : il existe un film d'air les séparant. Quel que soit le matériau testé, la grande différence d'impédance acoustique entre le

transducteur et l'air d'une part et entre l'air et le matériau d'autre part, constitue un obstacle majeur à la réalisation de la mesure. En effet, la quasi-totalité de l'énergie émise par le transducteur est réfléchi à l'interface air-matériau. Il est alors nécessaire de déposer un couplant (eau, huile, graisse par exemple) entre le transducteur et le matériau ou encore, d'opérer en immersion totale dans une cuve remplie d'eau. Le milieu de couplage permet de réaliser une meilleure adaptation d'impédance avec le matériau.

I.3.1.1 Avantages

- Grand pouvoir de pénétration (plusieurs mètres dans l'acier forge) ;
- Haute sensibilité de détection des défauts, notamment pour la recherche des défauts plans (dépend de la fréquence de l'onde ultrasonore) ;
- Localisation et dimensionnement des défauts ;
- Examen à partir d'une seule face souvent suffisant ;
- Détection instantanée, se prête bien à l'automatisation.

I.3.1.2 Inconvénients

- Pour les contrôles "manuels" une grande expérience des opérateurs est nécessaire ;
- Méthode impliquant un très haut niveau de technicité ;
- Sensible à la géométrie (forme, rugosité) ;
- Sensible à la nature et à l'orientation des défauts ;
- Technique souvent très coûteuse (investissement, temps de contrôle).

I.3.1.3 Domaine d'application

L'application du contrôle ultrasonore concerne principalement, l'examen des pièces métalliques et de leurs assemblages en fabrication et en service, donc l'ensemble des industries métallurgiques, mécaniques, nucléaires et aéronautiques. Ce champ s'élargit de plus en plus au contrôle des matériaux et assemblages non métalliques, céramiques, polymères, matériaux composites, cela s'effectue lentement, eu égard aux difficultés pratiques rencontrées et dues à la nature même de ces produits à structure peu homogène et anisotrope. Les ultrasons sont très employés pour les mesures d'épaisseur et, plus récemment, dans l'évaluation de certains paramètres métallurgiques comme les grosseurs de grains, les profondeurs de traitements thermochimiques superficiels sur les aciers,...etc.

I.3.2 Contrôle par ressuage

Cette technique consiste à appliquer sur la surface à contrôler, préalablement nettoyée et séchée, un liquide coloré ou fluorescent. Le liquide pénètre, en particulier par capillarité, dans

les ouvertures des défauts. Après un certain temps correspondant à la pénétration du liquide d'imprégnation dans les défauts, l'excès de liquide présent à la surface de la pièce est éliminé par lavage (figure I.3). La surface est ensuite séchée puis recouverte d'un révélateur du liquide. L'éclairage approprié de la pièce, qui dépend du liquide utilisé, permet l'observation visuelle des défauts à la surface de la pièce. Cependant cette méthode ne permet de mettre en évidence que les défauts débouchant en surface et ne donne pas une caractérisation complète du défaut [HAC 09]



Figure I.3- Principe du ressuage .

I.3.2.1 Avantages

- Simple à mettre en œuvre et relativement sensible aux fissures ouvertes (et en surface) ;
- Elle n'est pas automatisable et les résultats restent à l'appréciation de l'opérateur. De plus, elle peut être effectuée sur toutes sortes de matériaux non poreux et non rugueux de géométrie et dimensions quelconques ;
- Facilité de mise en œuvre (pour pénétration pré émulsionnée).

I.3.2.2 Inconvénients

- Il est nécessaire de faire un décapage et un dégraissage soigné avant l'inspection ;
- L'interprétation des résultats est subjective : Il est impossible de déterminer les dimensions exactes des défauts ;
- Danger des solvants toxiques, corrosifs, inflammable.

I.3.2.3 Domaine d'application

Le domaine d'application du ressuage est très vaste, car le procédé est simple d'emploi et permet de détecter la plupart des défauts débouchant en surface sur les matériaux métalliques

non poreux, ainsi que sur les autres matériaux, à condition toutefois qu'ils ne réagissent pas chimiquement ou physiquement avec le pénétrant [COS 01, HAC 09].

A titre indicatif, sa sensibilité est très bonne, puisqu'on peut estimer et obtenir une détection fiable de défauts de 80 μm de largeur pour 200 μm de profondeur pour un ressuage coloré pratiqué en atelier sur une surface usinée, alors que le ressuage fluorescent conduit dans les mêmes conditions à une limite de détection de l'ordre de 1 μm en largeur pour 20 à 30 μm en profondeur [COS 01, HAC 09].

I.3.3 La magnétoscopie

Le principe de cette méthode repose sur le fait que dans une pièce aimantée, toute anomalie de structure provoque une distorsion des lignes d'induction. Si le défaut est situé au voisinage de la surface, la perturbation engendrée peut être décelée à l'aide des particules magnétiques fines qui s'accumulent à l'aplomb du défaut (figure I.4).

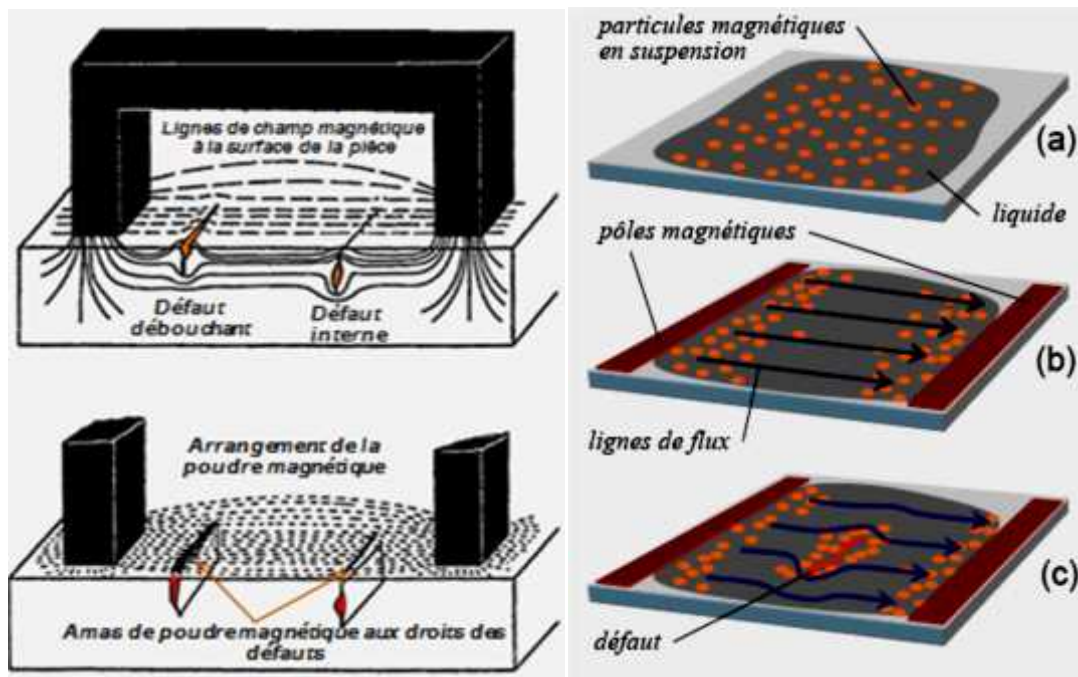


Figure I.4-Principe de la magnétoscopie.

Cette méthode à champ magnétique continu ne s'applique qu'à des matériaux ferromagnétiques. Elle est d'autant plus efficace que leur perméabilité relative est élevée. L'interprétation des résultats reste toutefois visuelle.

I.3.3.1 Avantages

- Facilité à mettre en œuvre manuellement ;
- Economique ;
- Détection des défauts débouchant et sous-cutanés

I.3.3.2 Inconvénients

- Cette méthode à champ magnétique continu ne s'applique qu'à des matériaux Ferromagnétiques.

I.3.3.3 Domaine d'application

La magnétoscopie permet de détecter des défauts débouchant en surface ou proches de la surface sur des matériaux ferromagnétiques tels que les aciers ordinaire au carbone, les aciers ferritiques ordinaires et au chrome (13 % de chrome), fontes, nickel, cobalt. Les aciers austénitiques ne sont pas ferromagnétiques. On considère qu'un matériau est ferromagnétique lorsque soumis à un champ continu de 2400 A/m, il présente une induction d'au moins 1 tesla [COS 01].

La magnétoscopie est utilisée pour le contrôle :

- Des pièces moulées : criques situés entre les raccords, réseaux de fissures superficielles ;
- Des pièces forgées : criques correspondant à des déchirures superficielles, tapures ou fissures survenant au refroidissement ;
- Les fissures de fatigue peuvent être détectées si les conditions sont favorables. Les fissures de corrosion sous tension sont généralement bien décelées ainsi que les fissures d'origine thermique des soudures [HAC 09] .

I.3.4 La radiographie

Le principe de la radiographie repose sur l'utilisation des rayonnements pénétrants (X, gamma, neutrons,...) générés par une source et qui sont plus ou moins absorbés dans la pièce à contrôler.

Dans le domaine du CND, les rayonnements sont obtenus généralement par le bombardement d'une cible en tungstène avec des électrons. Un détecteur approprié (film, écran,...) convertit le phénomène radiant invisible en image visible et exploitable (figure I. 4).

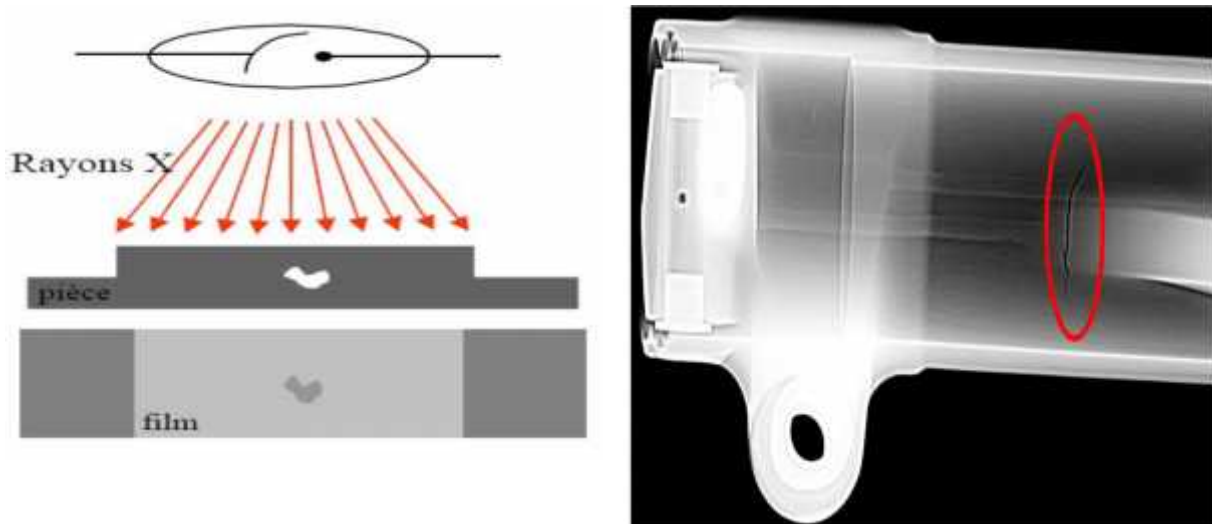


Figure I.5- CND par radiographie aux rayons X

I.3.4.1 Avantages

Les avantages majeurs des techniques radiographiques X et γ sont :

- Fournir une image constituant directement un document archivable du contrôle montrant l'absence présumée ou la présence d'un défaut dont on peut éventuellement apprécier la nature et la taille ;
- Garantir, dans une certaine mesure, la fiabilité de l'examen et le respect des procédures ;
- Contrôle des défauts internes.

I.3.4.2 Inconvénients

- Toutefois, l'interprétation des images demande un fort niveau d'expertise de la part de l'opérateur. De plus, cette technique est extrêmement coûteuse et impose des conditions de sécurité pour l'opérateur et l'environnement, qui rendent son utilisation en industrie complètement inadaptée ;
- La nécessité de mettre en œuvre des dispositifs et procédures de protection du personnel.
- Le risque de ne pas détecter les fissures se présentant selon l'axe du faisceau ;
- La faible productivité alliée à un coût élevé lorsqu'il s'agit de faire de multiples examens systématiques avec films.

I.3.4.3 Domaine d'application

- Traditionnellement, les domaines d'application du contrôle radiographique sont ceux de la fonderie et du soudage métallique avec la mise en évidence de porosités, soufflures, inclusions non métalliques, criques, manque de pénétration. Les nouvelles

techniques de contrôle en temps réel sont en train d'élargir ce domaine d'application hors des industries métallurgiques [COS 01].

I.3.5 La thermographie stimulée

Le CND par thermographie stimulée consiste à appliquer une source d'énergie (Lampe à incandescence, faisceau laser, flux d'air chaud,...) sur la pièce à contrôler. Le flux résultant de chaleur dans la pièce, et donc la distribution de la température dans celle-ci, est fonction de ses propriétés thermiques et de sa géométrie. La mesure de la distribution de la température à la surface de la pièce est obtenue au moyen d'une caméra infrarouge (mesure de rayonnements thermiques émis par la pièce). Ce qui permet, après résolution du problème inverse et analyse de retrouver certaines propriétés physiques et/ou géométriques de la pièce. L'excitation énergétique peut être de type impulsionnel ou bien périodique [BEN06] .

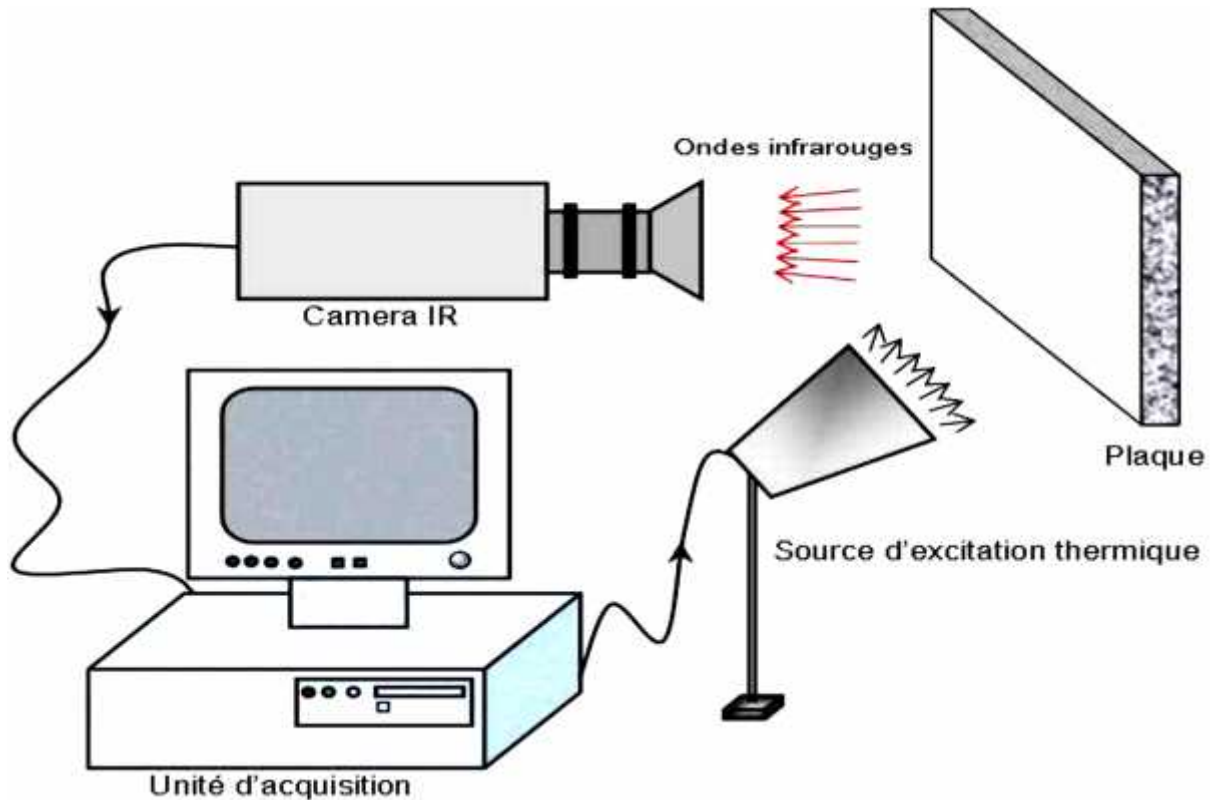


Figure I.6- Schéma de principe du contrôle par thermographie stimulée

I.3.6 CND par courants de Foucault

Cette méthode s'applique à tous les matériaux conducteurs de l'électricité. Elle consiste à placer une pièce conductrice dans un champ magnétique variable dans le temps. Celle-ci est alors parcourue par des courants induits, appelés "courants de Foucault" (physicien français 1819-1868).

Ainsi, une bobine placée à proximité d'une pièce conductrice et parcourue par un courant variable, alternatif par exemple, génère de tels courants induits dans la pièce. Ces courants créent eux-mêmes un flux magnétique induit qui s'oppose au flux d'excitation, modifiant par là-même la f.e.m de la bobine. C'est l'analyse de cette variation de f.e.m qui fournira les informations exploitables pour un contrôle ; en effet, le trajet, la répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent des caractéristiques physiques et géométriques du corps considéré, ainsi bien entendu que des conditions d'excitation (paramètres électriques et géométriques du bobinage). On conçoit dès lors qu'un défaut, constituant une discontinuité électrique venant perturber la circulation des courants de Foucault, puisse engendrer une variation de la f.e.m induite dans la bobine ou de manière équivalente la variation d'impédance (cas harmonique) décelable au niveau de la bobine d'excitation. Ce principe simple est surtout utilisé pour détecter des défauts superficiels, dans la mesure où les courants de Foucault se développent principalement sur la surface des corps conducteurs (effet de peau) (voir figure 1.7). Si on considère une pièce

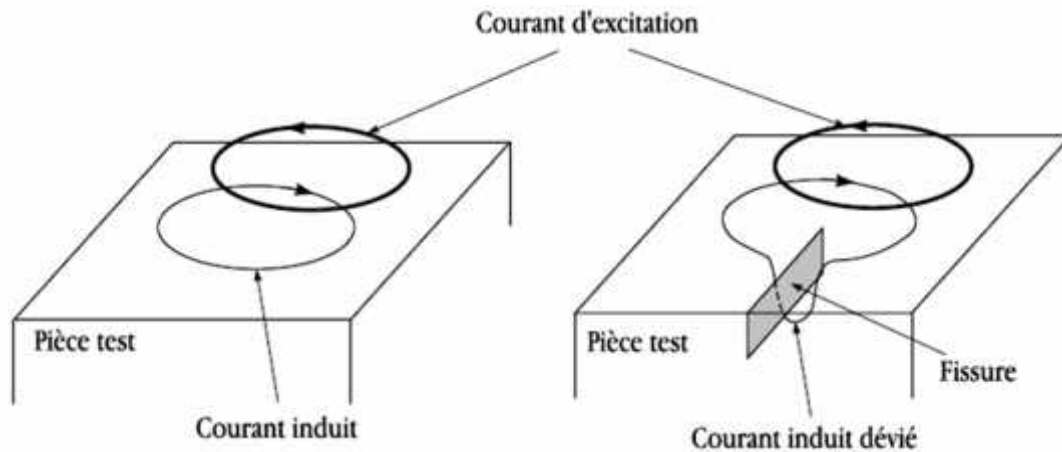


Figure 1.7 -Principe du CND par courants de Foucault

plane infinie excitée par une nappe de courants extérieure, de fréquence f parallèle au plan, le module de la densité de courant dans la pièce est exprimé par la relation suivante :

$$J(z) = J_s \exp(-z\sqrt{\rho f \sigma \mu}) = J_s \exp\left(-\frac{z}{d}\right) \quad (I.2)$$

Avec :

- z la profondeur considérée à l'intérieur de la pièce.
- $J(z)$ le module de la densité de courant à la profondeur z .
- J_s le module de la densité de courant à la surface de la pièce ($z = 0$).

– d la profondeur de pénétration ou épaisseur de peau.

La profondeur de pénétration d est donc donnée par la relation suivante :

$$d = \frac{1}{\sqrt{\rho f \pi}} \quad (\text{I.3})$$

On peut constater que la densité du courant décroît de manière exponentielle dans la profondeur (figure 1.8).

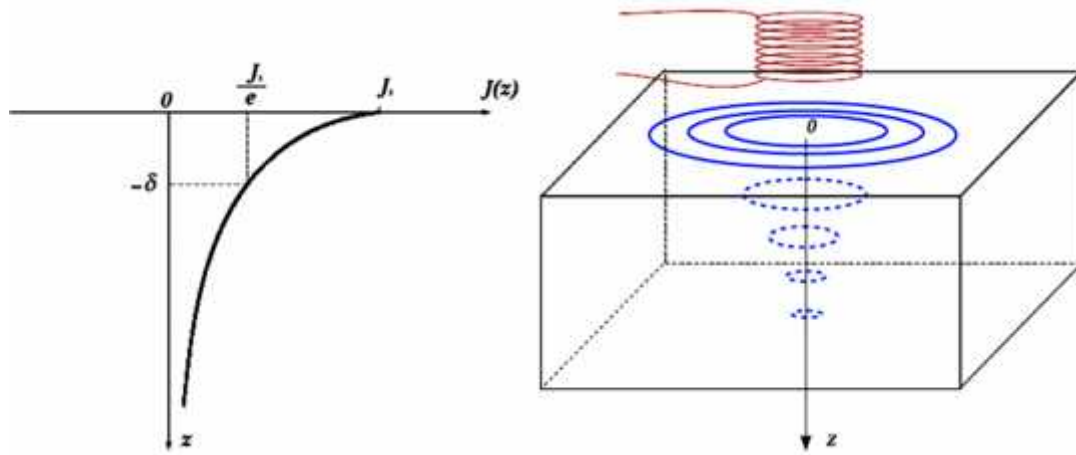


Figure 1.8 – Répartition des courants de Foucault pour une pièce

La réponse d'une cible à une excitation est recueillie par un élément sensible à une grandeur électromagnétique. Dans la majorité des cas il s'agit de mesurer une impédance ou une différence de potentiel (d.d.p) représentative de la variation d'un flux. Cette mesure s'effectue souvent par l'intermédiaire d'une bobine.

I.3.6.1 Profondeur de pénétration conventionnelle des courants de Foucault

La profondeur de pénétration conventionnelle d est définie comme étant la profondeur pour laquelle l'intensité des courants est égale à 1/e (37 %) de l'intensité de surface

$$d = \frac{1}{\sqrt{\rho f \pi}} \quad (\text{I.4})$$

Il faut toutefois remarquer que la profondeur d ne représente pas la couche effective de circulation des courants de Foucault, mais néanmoins elle représente la couche la plus importante du point de vue de la sensibilité aux interactions avec les discontinuités[HEL12].

La capacité de pénétration des courants de Foucault dans un matériau, donc la possibilité d'utiliser les courants de Foucault pour détecter des défauts sous-jacents ou d'apprécier une caractéristique profonde, constitue un *critère fondamental* dans le choix de la fréquence.

Il est clair que le contrôle par courants de Foucault doit être considéré comme une technique de surface, particulièrement sur des matériaux ferromagnétiques ou lorsque des fréquences élevées sont utilisées.

I.3.6.2 Transformation de la variation de la répartition des courants de Foucault en un signal exploitable

Les courants de Foucault recèlent en leur sein des informations sur les défauts superficiels. Malheureusement, ils ne sont pas directement accessibles à l'expérience et il faut nécessairement passer par la mesure d'une grandeur connexe, en l'occurrence : l'impédance.

I.3.6.3 Mesure des variations d'impédance dues aux courants de Foucault

Les courants de Foucault induisent eux-mêmes des courants soit dans une bobine placée à proximité de la pièce à contrôler (bobine réceptrice) soit dans la bobine excitatrice elle-même. Si un défaut vient perturber la circulation des courants de Foucault (figure 1.9), l'induction en retour sur la bobine excitatrice ou la bobine de mesure sera elle-même modifiée et l'impédance de cette bobine variera. La mesure de cette variation d'impédance est à la base du contrôle par courants de Foucault.

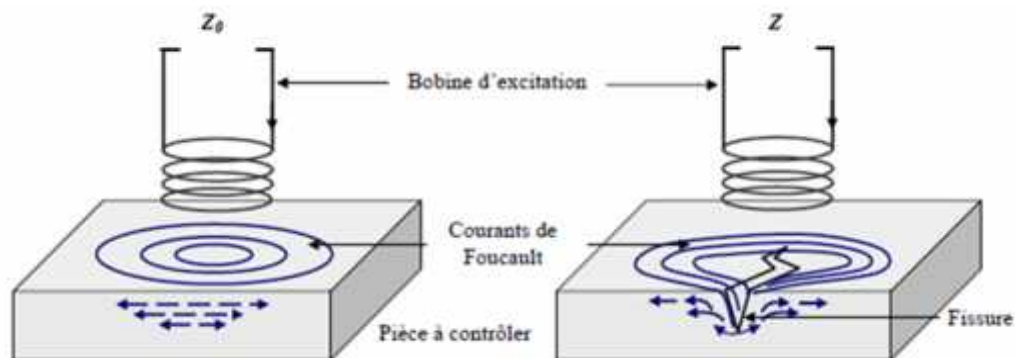


Figure I.9- Principe de mesure de la variation d'impédance

I.3.6.4 Plan d'impédance

L'interaction sonde-cible peut s'étudier dans le cas d'une sonde à double fonctions en examinant l'impédance complexe de la sonde. Pour un bobinage de N spires parcouru par un courant alternatif sinusoïdal I_{exc} , cette impédance est définie

$$Z = \frac{V_{exc}}{I_{exc}} = R + jX \quad (I.5)$$

où V_{exc} et I_{exc} sont les grandeurs complexes associées à la tension et au courant d'excitation. Une sonde est donc caractérisée par deux grandeurs : la composante résistive R qui englobe les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans la cible et les pertes internes du bobinage d'excitation, et le terme inductif X qui représente la réactance du bobinage d'excitation, liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par la sonde. Pour ne conserver dans l'expression de l'impédance que les variations dues à la présence de la cible, on introduit traditionnellement la notion d'impédance normalisée. Cette impédance normalisée Z_n se déduit de l'impédance de la sonde Z à l'aide de l'expression :

$$Z_n = R_n + jX_n = \frac{Z - R_0}{X_0} \quad (I.3)$$

$$Z = R + jX \quad (I.3)$$

Et, pour ne conserver dans l'expression de l'impédance que les variations dues à la présence de la cible, on introduit la notion d'impédance normalisée Z_n qui se déduit de Z à l'aide de l'expression

Où $Z_0 = R_0 + jX_0$ est l'impédance à vide du palpeur [OUK 97, LEB 00, CHO 09]

En procédant à cette normalisation, la mesure devient indépendante des caractéristiques propres de la bobine excitatrice (nombre de spires, pertes à vide). Elle dépend uniquement de la fréquence d'excitation f , de la géométrie du palpeur, de la distance palpeur/cible (lift-off) et des paramètres de la cible, à savoir sa géométrie, sa conductivité électrique S et sa perméabilité magnétique m . L'étude des variations de Z_n s'effectue dans le plan d'impédance normalisée en traçant X_n en fonction de R_n .

Qu'ils soient théoriques ou expérimentaux, les travaux d'analyse d'impédance se traduisent par un type de graphique de plus en plus répandu dit graphique d'impédance normalisée. Pour un palpeur donné, toute variation de l'un de ces paramètres induit un déplacement du point représentatif de Z_n dans le plan d'impédance normalisée. La figure (I.10) illustre l'allure des trajectoires que décrit le point d'impédance du palpeur pour des variations de conductivité électrique, de perméabilité magnétique ou de distance de mesure [OUK 97].

La détermination de ces trajectoires pour un matériau quelconque est un problème relativement complexe qui nécessite une modélisation complète du dispositif.

L'étude et la mesure des composantes de l'impédance des bobines inductrices sont à la base des progrès considérables réalisés dans les applications des courants de Foucault. Les travaux de l'Institut de Friedrich Förster en Allemagne font référence dans le monde.

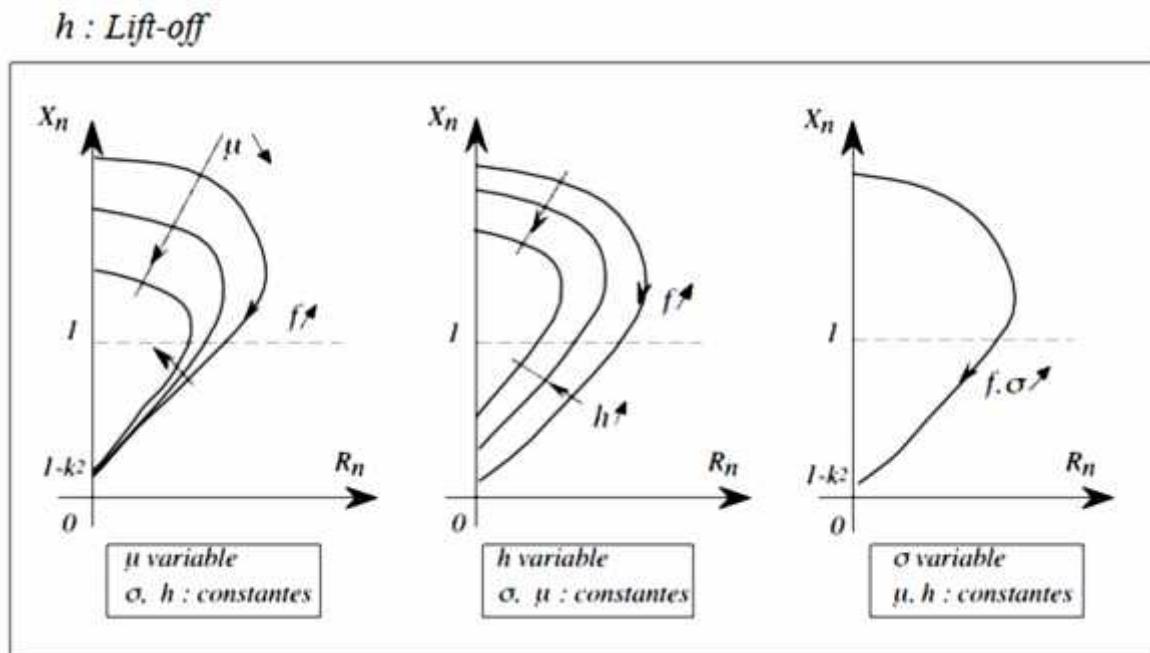


Figure I.10- Influence de la perméabilité μ , de la conductivité σ et de la distance palpeur – cible (lift-off) sur le diagramme d'impédance normalisée pour différentes fréquences d'excitation f [OUK 97]

La présence de défauts ou d'inhomogénéités dans le matériau induit une modification de l'un ou de plusieurs des trois paramètres S , m et h qui se traduit, dans le plan d'impédance complexe (R_n , X_n), par un déplacement du point représentatif du palpeur. Selon le type de défaut considéré, les directions de ces déplacements sont celles correspondant aux variations locales de S , m ou h ou d'une combinaison des trois s'il s'agit d'une variation simultanée des trois propriétés.

I.3.6.5 Courants de Foucault sinusoïdaux et courants de Foucault pulsés

La méthode la plus utilisée est celle des courants de Foucault sinusoïdaux (C.F.S.) dans laquelle le champ électromagnétique est généré par un courant alternatif. Cette méthode est applicable pour la recherche de défauts surfaciques ou très proches de la surface [CEC 93].

La seconde méthode est dérivée de la précédente mais, à la différence de celle-ci, le champ électromagnétique est généré par une impulsion de courant d'amplitude et de durée variables.

Cette technique, appelée courants de Foucault pulsés (C.F.P.), permet de détecter des défauts situés à des profondeurs non accessibles aux courants de Foucault sinusoïdaux [CLA 98].

I.3.6.6 Eléments de mesure

Le champ émis par un élément de mesure est de l'ordre de 100 à 1000 A/m, de quelques Hertz à quelques Méga Hertz. Il est symétrique par rapport à l'axe de l'enroulement. L'élément de mesure rayonne sur une étendue observée de l'ordre de 10 fois son diamètre [VUI94]. L'amplitude décroît rapidement lorsque la distance au bobinage émetteur augmente. Les éléments de mesure peuvent être classés selon trois critères : le type, la fonction et le mode de fonctionnement.

a – Type : On distingue trois types d'élément de mesure

- Bobines encerclante.
- Palpeurs (de surface).
- Sondes internes.

- **Bobine encerclante :**

ses enroulements entourent le produit à contrôler. Elle analyse un anneau de la pièce ayant une largeur égale à la largeur active ou effective de la bobine.

Dans la majorité des cas, il s'agit de bobines à section circulaire.

- **Palpeur ou bobine ponctuelle :**

ses enroulements forment une petite bobine qui peut être placée sur, ou près, de la surface de la pièce.

Il est destiné au contrôle local d'un produit à partir de sa surface, sur laquelle il peut se déplacer avec deux degrés de liberté. Il analyse une zone essentiellement égale à l'aire de sa section transversale. Dans le cas de l'examen d'une surface importante, il nécessite un balayage méthodique de la pièce.

Les palpeurs peuvent être du type à air ou avoir des noyaux magnétiques dans le but d'augmenter l'induction B créée par la bobine excitatrice.

L'usage des palpeurs, peu répandu autrefois, tend à se généraliser en raison des exigences d'une précision accrue dans les contrôles.

- **Sonde :**

destinée au contrôle d'un produit par l'intérieur, elle peut être déplacée à travers un tube ou une conduite. On distingue la « sonde tournante » constituée d'un palpeur tournant autour de l'axe de translation et la « sonde axiale » dont les enroulements sont bobinés autour de l'axe de translation.

I.3.6.7 Intérêt et limites

L'intérêt de la méthode par courants de Foucault apparaît dans la simplicité et la précision de la mesure. La sensibilité des sondes permet de repérer un défaut de quelques dizaines de micromètres de long. En plus de la détection des défauts, la technique permet de mesurer les caractéristiques du matériau du point de vue géométrique (entrefer et épaisseur) et électromagnétique (propriété électrique et magnétique).

Néanmoins, la méthode présente ses limites, elle ne s'applique qu'aux matériaux conducteurs, l'épaisseur de peau limite la perception à des défauts de surface, pas pour un contrôle interne, bien que ce soit les principales imperfections susceptibles d'affaiblir la pièce.

La méthode est longue à développer pour des géométries complexes ou des pièces non homogènes [SAL 09].

I.3.6.8 Domaines d'application

On présente ci-dessous certaines applications de la méthode de contrôle par courants de Foucault :

- Contrôle de filetage.
- Contrôles de tôles minces (mesure d'épaisseur de revêtement, recherche de défauts et mesure d'épaisseur de matériaux).
- Contrôles de nuances (composition, structure...).
- Contrôles de traitements thermiques de surface (dureté...).
- Contrôles de matériaux composites comportant des fibres conductrices.
- Contrôles de soudures qui ne présentent pas de vagues de solidification de soudage trop marquées.

I.4 Matériaux magnétiques

I.4.1 Origine du magnétisme

Le magnétisme de matériau et la conséquence des mouvements des électrons gravitant autour du noyau des atomes de ce matériau. On effet un électron tournant sur une orbitale est une charge électrique en mouvement qui engendre un champ magnétique, de plus l'électron tourne sur lui même, c'est le spin de l'électron, cette rotation de spin engendrera aussi un champ magnétique, le mouvement orbital et le spin génère donc des dipôles magnétiques qui sont caractérisés par un moment magnétique et qui seront influencer par l'application d'un champ magnétique extérieur (Figure I-11) [MAN 14] .

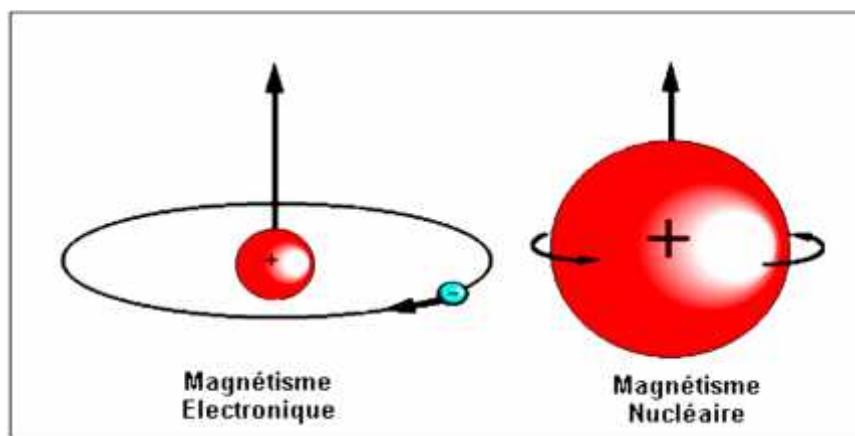


Figure I.11- Origine du magnétisme dans la matière.

I.4.2 Matériaux magnétiques (comportement magnétique d'un matériau)

Les grandes classes de matériaux magnétiques sont présentées schématiquement, et définies par rapport à leur réponse au champ magnétique interne : dia-, para-, antiferro-, ferro, ferri, etc. A l'état libre, nous disons qu'un atome est magnétique s'il est porteur d'un moment magnétique permanent représenté par un vecteur de module constant. Toute substance matérielle est formée d'un ensemble d'atomes qui peuvent être soit non magnétiques soit magnétiques ; dans ce dernier cas, la direction et parfois le module du moment magnétique peuvent dépendre de l'environnement particulier de chaque atome (nature et position des atomes voisins, température, champs magnétiques appliqués). Nous présentons les principaux types de comportements magnétiques.

Ces principaux types de magnétisme sont les suivants : diamagnétisme, paramagnétisme, antiferromagnétisme, ferromagnétisme et ferrimagnétisme,

Les matériaux ferromagnétique magnétique possédant un comportement non linaires et cette étude est concerne ce type de matériaux [HEL 16]

I.4.3 Matériaux ferromagnétiques

Les matériaux ferromagnétiques sont des matériaux possédant un moment magnétique atomique élevé, qui provient de la somme des moments magnétiques orbitaires et de spin des électrons.

Dans ces matériaux il existe des interactions d'origine quantique appelées interactions d'échanges. Ces interactions tendent à aligner les moments dans la même direction leur donnant alors une interaction permanente même en l'absence de champ extérieur.

I.4.3.1 Courbe d'aimantation – Cycle d'hystérésis d'un ferromagnétique

Les milieux ferromagnétiques sont non-linéaires : il n'existe pas de relation simple entre excitation et réponse .On décrit le comportement d'un ferromagnétique par sa courbe .Cependant en appliquant un champ, on modifie la répartition des domaines et il en résulte la variation de l'aimantation représentée en trait plein sur la figure I.12 et appelée *courbe de première aimantation* : ainsi, au niveau macroscopique, un ferromagnétique est une substance qui acquiert généralement une forte aimantation sous l'action d'un champ.

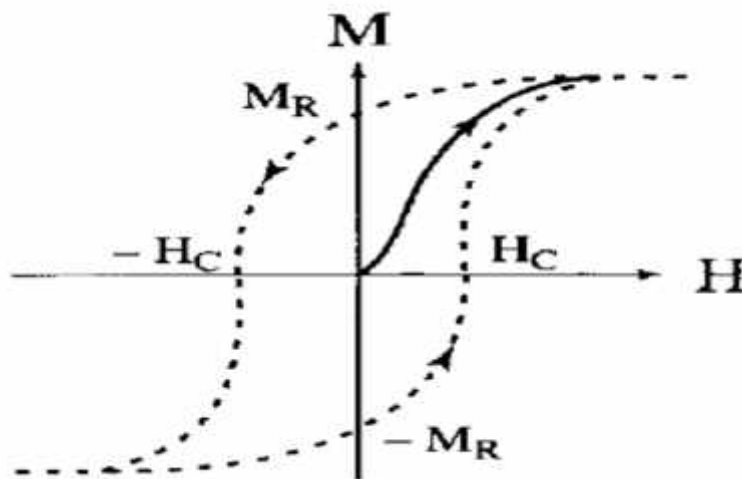


Figure I.12- Courbe d'aimantation d'un matériau non aimanté ou courbe de première aimantation (trait plein) et cycle d'hystérésis (traits discontinus) [HAC 09]

Sous des champs magnétiques suffisamment élevés, l'aimantation tend à se saturer. Si l'on fait ensuite varier continuellement le champ appliqué entre deux valeurs extrêmes $\pm H_0$, la variation de l'aimantation n'est plus réversible et décrit un *cycle d'hystérésis*. Outre une forte aimantation, la courbe de première aimantation ainsi que le cycle d'hystérésis comptent donc parmi les propriétés essentielles des substances ferromagnétiques. La plupart des applications technologiques sont basées sur l'existence de ce cycle.

Sur la figure I.13 est illustrée la courbe d'aimantation initiale et est valable seulement pour les matériaux ferromagnétiques que l'on expose pour la première fois à un champ magnétique intense.

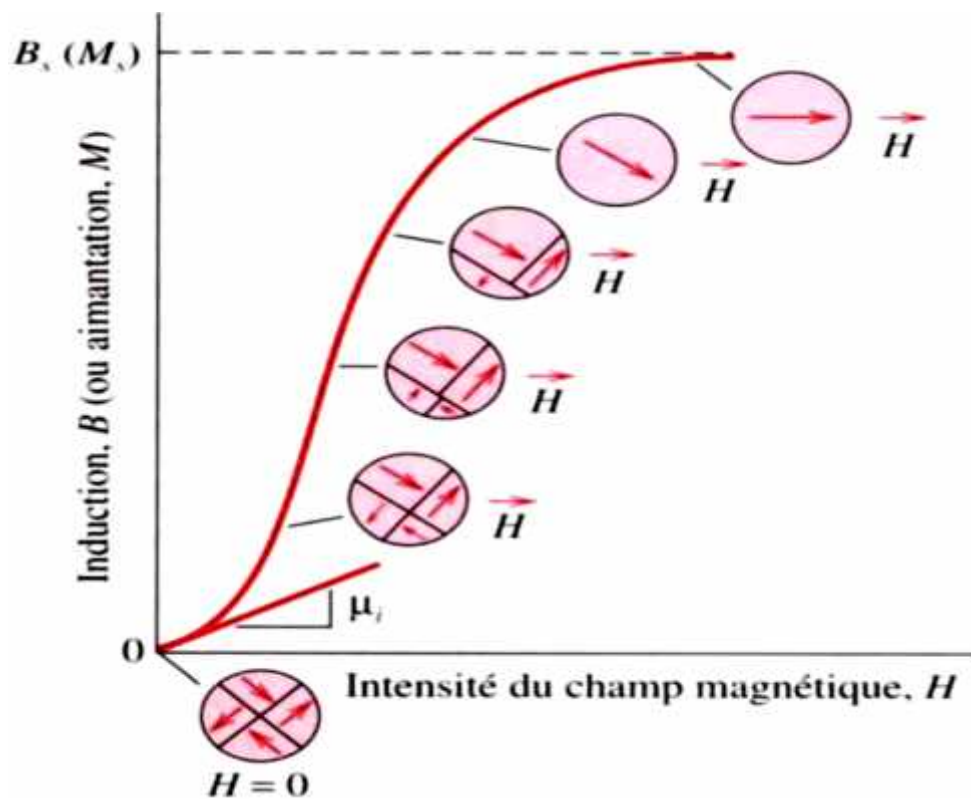


Figure I.13- Courbe d'aimantation initiale [HEL16]

Lorsque l'on applique un champ magnétique à un matériau de manière à atteindre l'induction maximale et qu'ensuite on diminue l'intensité du champ, on réalise que l'induction ne suit pas la même courbe que lors de l'aimantation initiale. Il s'agit d'un phénomène de retard ou de décalage entre le champ appliqué et l'induction appelé hystérésis. Ce phénomène est causé par le fait que le champ appliqué lors de l'aimantation initiale a déplacé les parois de Bloch de manière irréversible et qu'il faut un champ minimal pour entraîner le déplacement de ces parois.

On distingue deux types de matériaux ferromagnétiques :

- les ferromagnétiques doux : leur cycle d'hystérésis est étroit, car leur H_C est faible. Ainsi leur aimantation peut être facilement modifiée par une excitation extérieure
- les ferromagnétiques durs : leur cycle d'hystérésis est large car leur H_C est grande. Ainsi leur aimantation peut difficilement être modifiée par une excitation extérieure

Applications :

- ferro doux : conversion de puissance (transformateurs, bobine de forte inductance) car on verra que le phénomène d'hystérésis est la cause de pertes énergétiques, d'autant plus faibles que le cycle est étroit
- ferro dur : aimants permanents car leur grande excitation coercitive les rend insensible aux perturbations magnétiques extérieures qui pourraient les désaimanter

1.4.3.2 Domaines de Weiss

Les milieux ferromagnétiques sont structurés magnétiquement à l'échelle mésoscopique en domaines de Weiss séparés par des parois de Bloch. Dans chaque domaine, l'aimantation est uniforme :

- si l'aimantation de chaque domaine est orientée aléatoirement, l'aimantation totale du matériau est nulle
- si les aimantations des domaines sont toutes orientées dans le même sens, l'aimantation totale du matériau est maximale

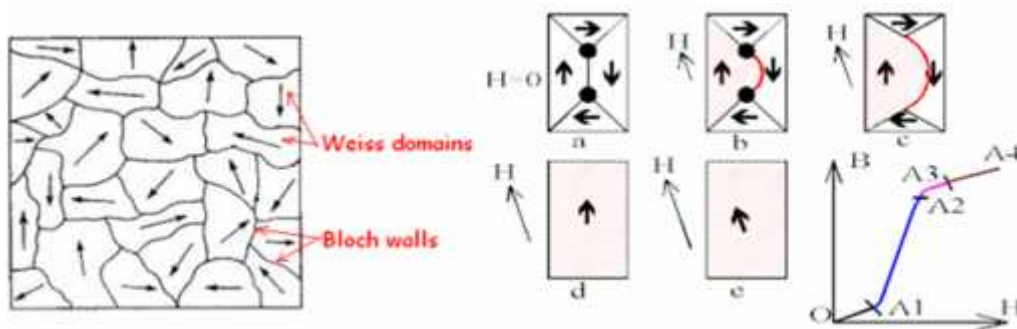


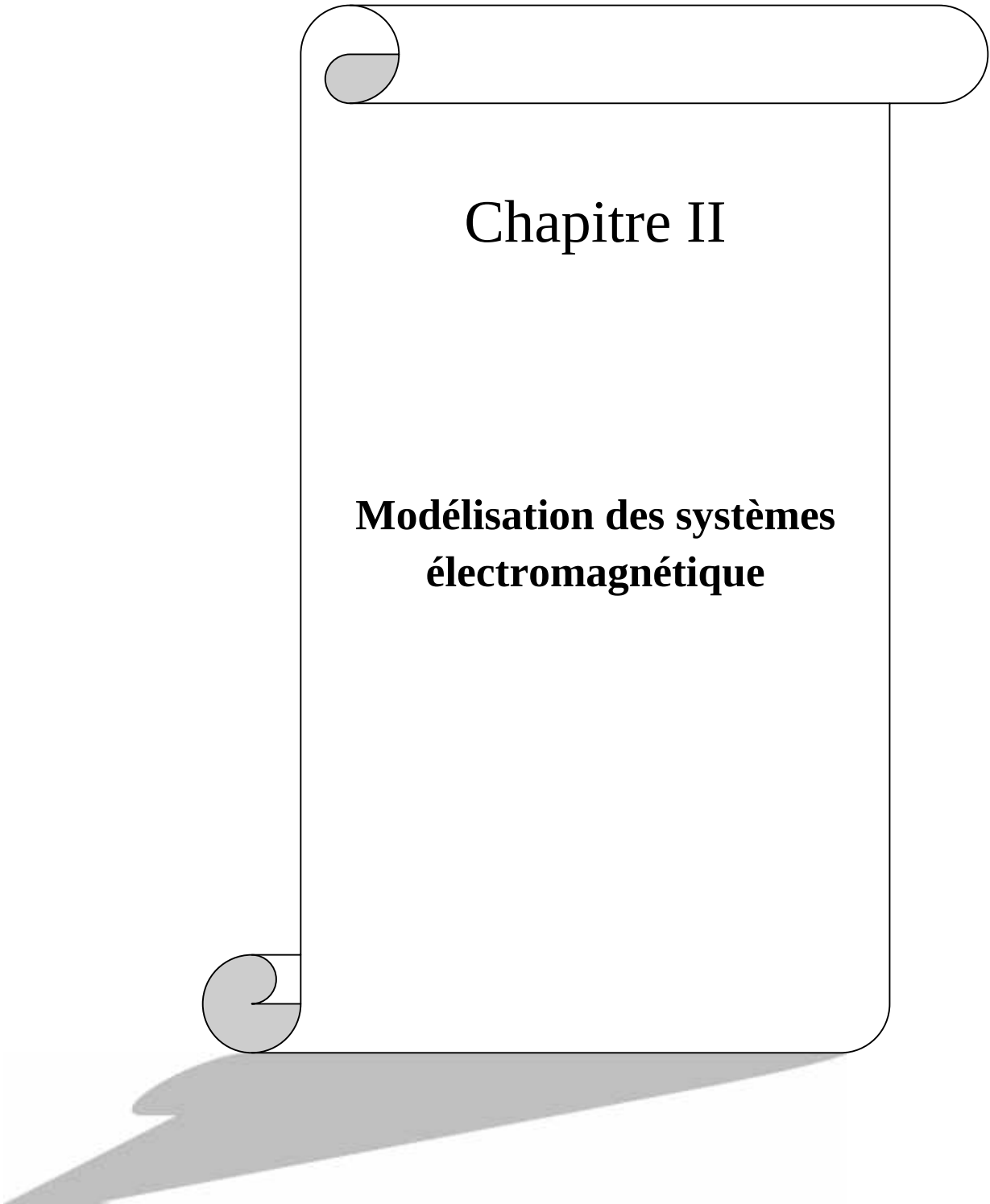
Figure I.14- l'évolution simplifiée d'un ferromagnétique sur sa courbe de première aimantation

La figure de droite représente l'évolution simplifiée d'un ferromagnétique sur sa courbe de première aimantation :

- initialement, l'excitation est nulle et l'aimantation totale est aussi nulle
- H faible (jusqu'à A_1) : le domaine dont l'aimantation est quasi-parallèle à l'excitation grandit au détriment de ses voisins. Cette évolution est réversible, les parois de Bloch s'étant peu déplacées
- H augmente (A_1 - A_2) : le domaine de Weiss « privilégié » occupe rapidement tout l'espace par déplacement des parois de Bloch. Cette étape est irréversible, les parois « s'accrochant » aux défauts du réseau puis s'en décrochant. C'est un effet similaire aux frottements solides, générateur d'irréversibilité
- H entre A_2 et A_3 : l'aimantation du matériau est uniforme et s'oriente petit -à-petit dans le sens exact de l'excitation
- H au-delà de A_3 : l'aimantation est à saturation et B varie linéairement avec H (cf. définition de H), ainsi, l'excitation magnétique tend à créer un ordre magnétique dans le ferromagnétique. On s'attend par ailleurs à ce que cette tendance soit contrecarrée par la température, dont l'effet est toujours d'uniformiser les grandeurs intensives d'un système physique.

I.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné un aperçu général sur les techniques du contrôle non destructif dans lesquelles le contrôle par courants de Foucault tend à occuper une place de plus en plus importante. En effet, la technique est simple d'utilisation et permet des mesures sans contact. A partir de la mesure d'impédance ou la tension du capteur, il serait intéressant dans le domaine du contrôle, de pouvoir évaluer les propriétés physiques et géométriques de la cible, et détecter d'éventuelles anomalies. Ceci nous conduit dans le prochain chapitre à entamer la modélisation mathématique, ce qui permettra de prédire la réponse du capteur et d'étudier les phénomènes physiques mis en jeu dans l'interaction électromagnétique entre le capteur et la cible.



Chapitre II

Modélisation des systèmes électromagnétique

II.1 Introduction

L'approche numérique permet d'effectuer des simulations numériques de phénomènes physiques. Le calcul occupe une place stratégique avec la CAO (conception assistée par ordinateur) et les autres technologies de simulation dans le développement d'un système complexe qui touche à différents domaines de la physique. L'objectif de ce chapitre est d'exposer les équations utilisées dans ce travail et comment les résoudre par la méthode des éléments finis.

De façon générale, les différentes étapes d'analyse d'un problème physique s'organisent suivant le processus schématisé par la figure II.1.

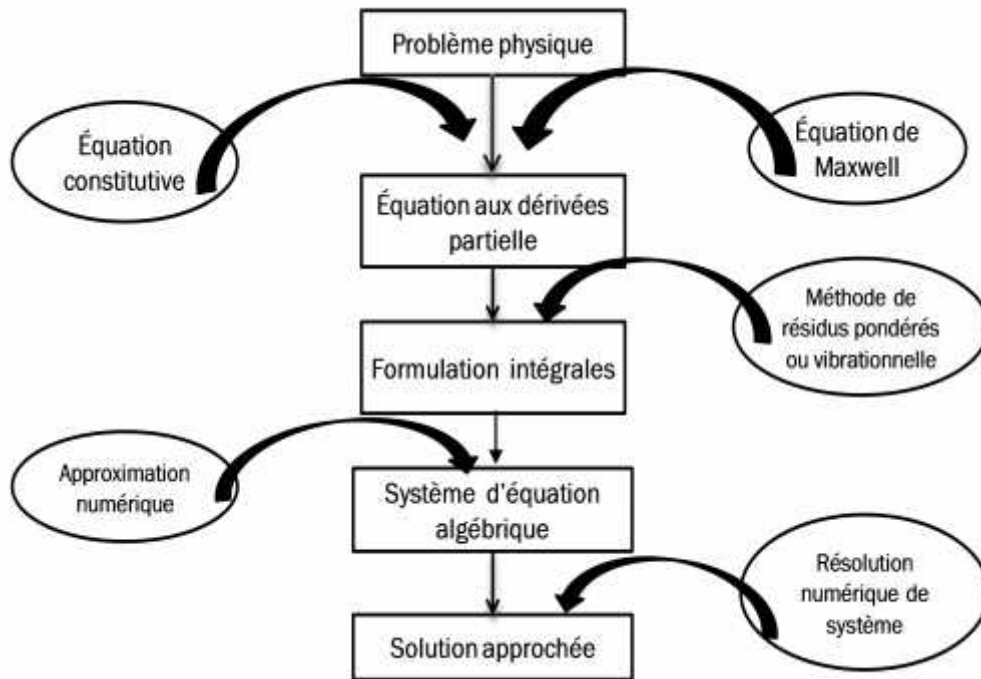


Figure II.1- Processus d'analyse utilisant un modèle numérique [NAI 12]

II.2 Modélisation du système

La modélisation des problèmes électromagnétiques s'appuie sur les équations de MAXWELL. Ces équations aux dérivées partielles font intervenir des champs physiques (champs magnétiques, champs électriques). L'étude de ces champs en régime statique (indépendant du temps) constitue les modèles électrostatiques, électrocinétiques et magnétostatiques. Leur étude en régime dynamique (dépendant du temps) constitue le modèle magnétodynamique qui constitue l'objet de notre étude.

Nous commençons par présenter le problème initial constitué des équations de MAXWELL, des lois de comportements des milieux. Puis, nous introduisons une variable mathématique vectorielle appelée potentiel vecteur magnétique A .

Equation Maxwell-Gauss :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = r \quad (\text{II.1})$$

Équation de conservation du flux magnétique :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II.2})$$

Équation Maxwell-Ampère :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_i + \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

Équation Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ représentant les courants de déplacement qui peuvent être négligés dans le cas d'un matériau conducteur si la fréquence de travail est inférieure aux radiofréquences $f < 10^{12}$ $[A/m^2]$.

$\vec{E}$: Vecteur champ électrique [V/m]

$\vec{B}$: Vecteur induction magnétique [T]

$\vec{H}$: Vecteur Champ magnétique [A/m]

$\vec{D}$: Vecteur induction électrique (vecteur déplacement électrique [C/m²])

r : densité volumique de charge électrique [C/m³]

$\vec{J}_C$: Vecteur densité du courant électrique de conduction [A/m²]

ϵ : permittivité électrique [F/m]

μ : perméabilité magnétique [H/m]

σ : conductivité électrique [S/m]

n : réluctivité magnétique [m/H]

$\vec{\nabla} \cdot$: est la divergence.

$\vec{\nabla} \wedge$: est le rotationnel.

A ces équations doit être associé la loi d'ohm généralisée

$$\vec{J}_c = \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.5})$$

Avec :

$\vec{V}$: Vecteur vitesse des pièces conductrices susceptible de se déplacer [m/s]

s : conductivité électrique [S/m]

$\vec{J}_{ex}$: densité du courant d'excitation (source) [A/m²]

$s.\vec{E}$: densité des courants induits du champ électrique E [A/m²]

$s(\vec{n} \wedge \vec{B})$: densité des courants induits par mouvement [A/m²]

II.3 Lois de comportements :

Les inductions et les champs sont reliés entre eux par les lois de comportements qui expriment les propriétés des matériaux, ils s'écrivent [HAC 09] :

Relation magnétique :

$$\vec{B} = m . \vec{H} \quad (II.6)$$

Pour un matériau magnétique non linéaire :

$$B = m(H).H \quad \text{ou} \quad H = n(B)B \quad (II.7)$$

$$m = m_0.m_r \quad (II.8)$$

$$m_0 = 4.\pi.10^{-7} [H / m] \quad (II.9)$$

Relation diélectrique :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (II.10)$$

$$\epsilon = \epsilon_0.\epsilon_r \quad (II.11)$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36.\pi} 10^{-19} [F / m] \quad (II.12)$$

Et la loi d'ohm donnée par :

$$\vec{J}_i = s.\vec{E} \quad (II.13)$$

s : Conductivité électrique du matériau [$S.m^{-1}$].

m_0 : Perméabilité magnétique du vide . [$H.m^{-1}$]

m : Perméabilité magnétique du matériau [$H.m^{-1}$] .

μ_r : Perméabilité magnétique relative du matériau.

ϵ_0 : Permittivité électrique du vide $[F.m^{-1}]$.

ϵ : Permittivité électrique du matériau $[F.m^{-1}]$.

ϵ_r : Permittivité électrique relative du matériau.

II.4 Conditions de passage

On considère une grandeur vectorielle X qui se décompose en deux vecteurs : l'un tangentiel X_t et l'autre normal X_n à la surface. Les conditions de passage expriment les relations entre les vecteurs X_t et X_n , au passage de la région Ω_1 à la région Ω_2 (Figure II.2).

Les champs appartenant à Ω_i portent l'indice i . L'orientation des champs vis-à-vis de la surface se fait par rapport au vecteur normal à la surface (n_{12}) dirigé du milieu Ω_1 vers le milieu Ω_2 [DOI 07]

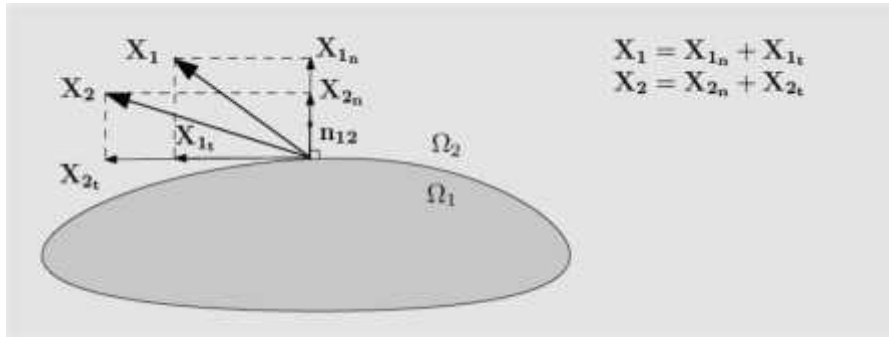


Figure II.2-Interface entre deux milieux [DOI 07].

D'un point de vue électromagnétique, ce sont les champs et/ou inductions qui peuvent subir des discontinuités au passage de certaines interfaces. Les conditions de passage électromagnétiques sont explicitées comme suit :

-Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique en présence de courants surfaciques K .

$$(H_2 - H_1) \wedge n_{12} = K \quad (II.14)$$

- Continuité de la composante normale de l'induction magnétique à l'interface.

$$(B_2 - B_1).n_{12} = 0 \quad (II.15)$$

- Continuité de la composante tangentielle du champ électrique.

$$(E_2 - E_1) \wedge n_{12} = 0 \quad (II.16)$$

- Discontinuité de l'induction électrique en présence de charges surfaciques k .

$$(D_2 - D_1).n_{12} = K \quad (\text{II.17})$$

Il convient également de borner le domaine afin d'étudier le système pour une géométrie finie. Des conditions supplémentaires sur les frontières du domaine d'étude sont alors nécessaires.

II.5 Conditions aux limites

Après avoir défini la géométrie, les caractéristiques électromagnétiques des matériaux utilisés et les sources actives et leurs valeurs, et afin de pouvoir résoudre le système d'équations d'état, il est nécessaire de définir des conditions aux limites caractérisant le dispositif étudié. Elles sont nécessaires pour la prise en compte des symétries du système. Ces conditions aux limites sur le potentiel vecteur magnétique sont en rapport avec les phénomènes physiques que vérifie le champ sur les bords du domaine. Afin de pouvoir résoudre entièrement cette équation, il est nécessaire d'imposer des conditions sur les limites du domaine d'étude. Trois types de conditions existent :

- Condition de Neumann homogène qui impose que la dérivée normale du potentiel vecteur A est égale à zéro $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

A sur la partie choisie du contour du domaine d'étude ;

- Condition de Dirichlet qui impose la valeur du potentiel vecteur sur la partie choisie du contour du domaine d'étude.
- Condition de symétrie ou condition de périodicité ou anti-périodicité selon la parité de la partie du système étudié [AHM 04]

II.6 Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique

II.6.1 Modèle magnétodynamique :

Ce modèle s'applique aux dispositifs dans lesquels les sources de courant ou de tension varient en fonction du temps. Le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ n'est plus nul, les champs électrique et magnétique sont alors couplés par la présence des courants induits (ou courants de Foucault). Pour représenter l'état électromagnétique en un point, nous devons alors recourir simultanément au potentiel vecteur magnétique A et au potentiel scalaire électrique V :

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (\text{II.18})$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \text{rot}(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \quad (\text{II.19})$$

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad}(V) \quad (\text{II.20})$$

D'après la loi d'Ohm (II.13), on aura :

$$\vec{j}_i = s \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{j}_i = -s \cdot \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad}(\vec{V}) \right) \quad (\text{II.21})$$

D'après l'équation (II.3)

Le terme : $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ représentant les courants de déplacement qui peuvent être négligés dans le cas d'un matériau conducteur si la fréquence de travail est inférieure aux radiofréquences $f < 10^{12}$.

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) = \vec{J}_s + \vec{J}_i \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) - \vec{J}_i = \vec{J}_s \quad (\text{II.22})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{H}) + s \cdot \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(V) \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.23})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(n \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})) + s \cdot \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(V) \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.24})$$

Avec $n = \frac{1}{\mu}$

Lorsque la densité volumique de charge ρ est nulle et V est fixé à zéro sur les limites, V sera nul partout. Le modèle se réduit à :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(n \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})) + s \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.25})$$

L'équation (II.25) représente l'équation magnétodynamique en terme de potentiel vecteur magnétique, avec terme source. Le système considéré est axisymétrique, le plan d'étude se réduit alors au plan $[r, z]$. Ce qui se traduit par l'hypothèse $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ (variations nulles de $\vec{A}$ suivant ϕ).

II.6.2 Modèle axisymétrique en électromagnétisme

Rappelant l'équation magnétodynamique (II.25) dans le cas où la charge est immobile par rapport à l'inducteur

Lorsque le courant est orienté suivant la direction e_ϕ , il s'agit de la composante azimutale A_ϕ du vecteur $\vec{A}$.

Dans une telle configuration les courants sont perpendiculairement au plan d'étude (r, z) les différentes grandeurs vectorielles s'écrivent alors de la manière suivante

$$\vec{J}_{ex} : \begin{cases} 0 & \vec{er} \\ J_j & \vec{ej} \\ 0 & \vec{ez} \end{cases} \quad \vec{E} : \begin{cases} 0 & \vec{er} \\ E_j & \vec{ej} \\ 0 & \vec{ez} \end{cases} \quad \vec{A} : \begin{cases} 0 & \vec{er} \\ A_j & \vec{ej} \\ 0 & \vec{ez} \end{cases} \quad \vec{B} : \begin{cases} B_r & \vec{er} \\ 0 & \vec{ej} \\ B_z & \vec{ez} \end{cases} \quad \vec{H} : \begin{cases} H_r & \vec{er} \\ 0 & \vec{ej} \\ H_z & \vec{ez} \end{cases}$$

Comme le vecteur A est confondu avec sa composante A , sa divergence est donc naturellement nulle (Jauge de coulomb) $\text{div} \vec{A} = 0$

Sachant qu'en coordonnées cylindriques axisymétrique nous avons

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \vec{e}_r & r\vec{e}_j & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial j} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & rA_j & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.26})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial(rA_j)}{\partial z} \right] \vec{e}_r + \left(\frac{1}{r} \cdot 0 \right) \vec{e}_j + \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial(rA_j)}{\partial r} \right] \vec{e}_z \quad (\text{II.27})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial(rA_j)}{\partial z} \right] \vec{e}_r + \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial(rA_j)}{\partial r} \right] \vec{e}_z \quad (\text{II.28})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\text{n} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(\text{n} \frac{\partial(rA_j)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\text{n} \frac{\partial A_j}{\partial z} \right) \right] \vec{e}_j \quad (\text{II.29})$$

Remplaçant la grandeur $rA_j = rA$ par la grandeur A^*

L'équation électromagnétique prend la forme :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\text{n}}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\text{n}}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right) - \frac{\text{s}}{r} \frac{\partial A^*}{\partial t} = -J_s \quad (\text{II.30})$$

A^* est le potentiel vecteur magnétique

C'est une équation aux dérivées partielle décrivant le comportement d'un dispositif axisymétrique.

Dans le cas non linéaire la formulation magnétodynamique devienne :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\text{n}(B)}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\text{n}(B)}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right) - \frac{\text{s}}{r} \frac{\partial A^*}{\partial t} = -J_s \quad (\text{II.31})$$

II.7 Méthode numérique

En se basant sur des considérations physiques, nous avons traité notre problème physique en équation aux dérivées partielles (II.25).

Cette formulation ne peut être résolue de manière analytique pour des systèmes électromagnétiques complexes. Il est donc nécessaire d'avoir recours à une méthode de résolution numérique. Le paragraphe suivant donne un aperçu sur les principales méthodes de résolutions utilisées dans le calcul numérique de champ électromagnétique :

Méthode des différences finis (MDF) :

Les différences finis [FOR 60] sont basées sur l'approximation d'opérateurs différentiels. Les équations aux dérivées partielles sont exprimées sous forme de différences finies. Elles peuvent être formulées soit dans le domaine fréquentiel, soit dans le domaine temporel. Beaucoup de variations sur le thème des différences finies ont été proposées. La méthode des différences finies domaine temporel (FDTD) a pris beaucoup d'ampleur et est devenue très populaire parmi les utilisateurs de logiciels électromagnétiques.

Méthode des moments (MoM)

La méthode des moments (MoM Method of Moments) est une procédure numérique qui transforme une fonctionnelle en un système d'équations linéaires. La MoM est connue depuis longtemps dans d'autres disciplines de la physique. En 1915 déjà, un ingénieur mécanicien russe nommé Galerkin propose une procédure numérique pour résoudre des équations où l'inconnue est une fonction. Plus tard, les mathématiciens ont démontré que l'approche Galerkin n'est qu'une spécialisation d'une classe de procédures dont le nom générique est la méthode des moments. La MoM a été introduite pour la résolution des problèmes liés aux antennes et à la diffusion électromagnétique d'objets dans les années 1960 par Harrington [HAR 68].

Méthode des intégrales de frontière (MIF)

Permet le passage d'équations différentielles de domaines à des équations intégrales aux frontières de ces domaines. Elle est très utile lorsque le matériau est homogène et linéaire. Ne nécessite pas un maillage volumique ce qui la rend très économique en taille mémoire et temps de calcul. Elle est souvent couplée à la méthode des éléments finis.

Méthode des volumes finis (MVF)

La méthode des volumes finis est une méthode de discrétisation. Le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires de telle sorte que chaque volume entoure un noeud du maillage, l'équation est intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Toutefois, la méthode des volumes finis se base directement sur la forme dite forte de l'équation à résoudre [BEN 93].

Méthode des éléments finis (FEM)

La méthode des éléments finis [ZIE71] appartient à cette classe des procédures numériques qui peut transformer une relation fonctionnelle en un système d'équations linéaires. La FEM a connu un grand développement depuis les années 1970 et est devenue une méthode très populaire dans les nombreux domaines de la physique. Cette popularité est probablement due à sa capacité de pouvoir s'appliquer à des structures complexes. La MEF est une méthode rigoureuse qui offre des résultats avec une grande précision.

Pour la résolution de l'équation (II.25), notre choix s'est porté sur la méthode des éléments finis, l'une des méthodes les plus puissantes utilisées pour la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles. Elle consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en systèmes algébriques.

II.7.1 Approximation par la méthode des éléments finis

Dans cette partie, nous présentons les principes de base de la MEF en insistant sur l'enchaînement des tâches qui assurent la cohérence du processus de calcul. Le principe bien connu de la méthode est de discrétiser le domaine d'étude en de multiples éléments puis de résoudre localement, dans chacun de ceux-ci, les équations associées à la formulation retenue. Les inconnues élémentaires sont alors définies par une combinaison linéaire, pondérée par des polynômes d'interpolation. La précision du calcul est liée à la finesse du maillage et au degré de ces polynômes. Leurs coefficients ne dépendent que de la géométrie et de sa discrétisation. Finalement, on obtient après assemblage un système matriciel d'équations relatives à la structure à étudier et simple à traiter numériquement. Ainsi, l'approche par éléments finis réclame quatre étapes principales :

1. Discrétisation du domaine en un nombre d'éléments fini (le maillage).
2. Discrétisation de l'équation aux dérivées partielles pour un élément typique.
3. Assemblage de tous les éléments dans le domaine.
4. Résolution de système algébrique obtenu.

II.7.1.1 Discrétisation du domaine d'étude

L'opération de partition du domaine d'étude Ω en éléments e est appelé le maillage. Elle doit respecter les deux règles suivantes (dites règles de conformité) [TOU 05].

II.7.1.1.1 Formes d'éléments

La figure II.3 présente les formes de quelques éléments classiques correspondant à des domaines à une, deux ou trois dimensions. Les données géométriques générées par le processus de maillage sont souvent organisées sous forme des tables (matrices), une écriture que se prête bien à la programmation.

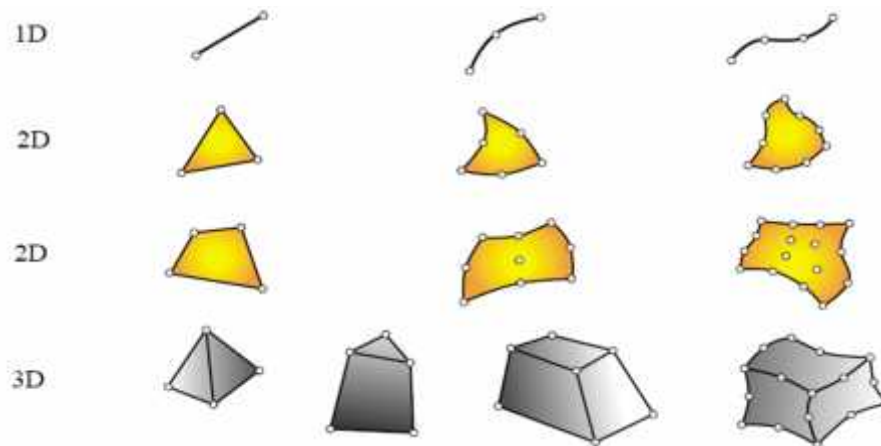


Figure II.3-élément typiques :un dimension, deux dimension, trois dimension

II.7.1.1.2 Table de définition des nœuds

Les nœuds sont numérotés séquentiellement de 1 à n nœuds, chaque nœud est défini par ses coordonnées dans un repère adapté au problème. Ces données sont stockées dans une table de coordonnées globales. Pour un problème à deux dimensions, cette table se présente sous la forme :

Tableau II.1-table des coordonnées des nœuds du maillage

Numéro du nœud Coordonnées	1	2	3		n
X	X_1	X_2	X_3		X_n
Y	Y_1	Y_2	Y_3		Y_n

Ces nœuds vont servir de base pour définir les éléments subdivisant le domaine.

II.7.1.1.3 Table de définition des éléments

Les éléments sont numérotés séquentiellement de 1 à E éléments, chaque élément est défini par la liste des numéros de ses nœuds géométrique. Cette liste est stockée dans une table dite table des connectivités

Tableau II.2 : Table de connectivité

		Numéro de l'élément « e » (E éléments)					
		1	2		e_i		E
Numérotation locale des nœuds de l'élément « e » (n_e nœuds par éléments)	1				i_1		
	2				i_2		
	3				i_3		
	⋮				⋮		
	n_e				i_{n_e}		

Où n_e est le nombre maximum de nœuds par élément, et $i_1, i_2, i_3 \dots i_{n_e}$ sont les numéros des nœuds de l'élément e_i (suivant la numérotation globale du tableau II.2). Si le milieu discrétisé est inhomogène, une autre ligne s'ajoute au tableau (ligne indexation), qui permet de localiser la région en la quelle l'élément fait partie.

II.7.1.2 Discrétisation de l'équation

A cette étape le système est traité d'une façon locale. Chaque élément e_i de la géométrie est résolu individuellement, ce qui conduit à une forme algébrique plus simple.

II.7.1.2.1 Approximation nodale

Soit le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ dont on veut connaître la distribution sur un domaine bidimensionnel Ω . La solution approchée du problème (II.25) est donné par [Mat 01] :

$$A^*(x, y) \cong \sum_{i=1}^E A_e^{*i}(x, y) \quad (\text{II.32})$$

Où E est le nombre d'éléments dans le domaine Ω qui comporte n nœuds et A_e^{*i} est l'approximation de la fonction A dans l'élément « i ». La valeur approchée de potentiel A associé à chaque nœud est noté par A_n .

Nous supposons que les éléments sont assez petits de telle sorte qu'on puisse approximer la fonction A_e^{*i} (II.32) correspondant à l'élément i par un polynôme de degré K ($K \in \mathbb{N}$) selon la précision souhaitée.

Prenant l'exemple d'un élément triangulaire à trois nœuds (voir figure II.3) où A_{e1}^* , A_{e2}^* et A_{e3}^* sont respectivement les valeurs du potentiel A_e dans les nœuds 1, 2 et 3, et choisissant un polynôme d'ordre un comme fonction d'interpolation :

$$A_e^*(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y \quad (\text{II.33})$$

Soit sous forme vectorielle :

$$A_e^* = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \equiv (A_e^* = P \cdot a_i) \quad (\text{II.34})$$

Où P est une fonction connue linéairement indépendante, généralement appelée fonction de base, a_i sont les paramètres de l'approximation.

En fonction des coordonnées nodales, la relation (II.34) permet d'écrire :

$$\begin{aligned} A_{e1}^* &= A_e^*(x_1, y_1) = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 \\ A_{e2}^* &= A_e^*(x_2, y_2) = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 \\ A_{e3}^* &= A_e^*(x_3, y_3) = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Ou sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} A_{e1}^* \\ A_{e2}^* \\ A_{e3}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1x_1y_1 \\ 1x_2y_2 \\ 1x_3y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

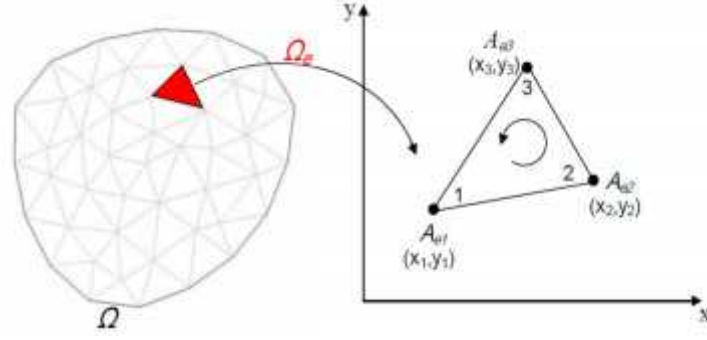


Figure II.4- Élément triangulaire à trois nœuds avec leur numérotation locale

De cette dernière (II.36), on peut calculer les paramètres d'approximation a_i en fonction des valeurs nodales :

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_{e1}^* \\ A_{e2}^* \\ A_{e3}^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (x_2 y_3 - x_3 y_2) & (x_3 y_1 - x_1 y_3) & (x_1 y_2 - x_2 y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_{e1} \\ A_{e2} \\ A_{e3} \end{bmatrix} \quad (\text{II.38})$$

Où $\Delta = 2S$ est le déterminant et qui est égale à deux fois la surface de l'élément, il est positif si les nœuds sont numérotés suivent le sens trigonométrique et négatif dans le sens inverse.

En remplaçant les a_i (II.38) dans (II-34), on obtient :

$$A_e^* = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} (x_2 y_3 - x_3 y_2) & (x_3 y_1 - x_1 y_3) & (x_1 y_2 - x_2 y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{array} \right]^{-1}}_{N_i(x, y)} \begin{bmatrix} A_{e1} \\ A_{e2} \\ A_{e3} \end{bmatrix}$$

On peut maintenant approcher le potentiel A_e dans chaque élément en fonction de ses valeurs nodales en réarrangeant l'équation la forme matricielle précédant :

$$A_e^* = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{e1}^* \\ A_{e2}^* \\ A_{e3}^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

Où les $N_i(x, y)$ sont des fonctions d'interpolation aussi appelées fonctions de formes [TOU 05, JIA 02, MAT01]. Cette reformulation de fonction d'interpolation (II.33) est appelée approche (interpolation) nodale puisqu'elle dépend des valeurs aux nœuds de la fonction inconnue A .

II-7.1.2.2 Fonctions de forme

La relation II.39 permet d'écrire :

$$A_e^*(x, y) = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y) A_{ei}^* \quad (\text{II.40})$$

Dans ce cas, les $N_i(x, y)$ ont pour expression :

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} (x_2 y_3 - x_3 y_2) & (y_2 - y_3)x & (x_3 - x_2)y \end{bmatrix} \\ N_2 &= \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} (x_3 y_1 - x_1 y_3) & (y_3 - y_1)x & (y_2 - y_3)y \end{bmatrix} \\ N_3 &= \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} (x_1 y_2 - x_2 y_1) & (y_1 - y_2)x & (x_2 - x_1)y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.41})$$

L'approximation nodale possède la propriété fondamentale qui découle des relations (II.35) et (II.41), comme $A_e(x_i, y_i) = A_{ei}$ les fonctions N_i vérifient [TOU 05, JIA 02] :

$$N_i(x_i, y_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

La figure II.5 donne une représentation des fonctions d'interpolation linéaires pour un problème à deux dimensions (élément triangulaire) [JIA 02] :

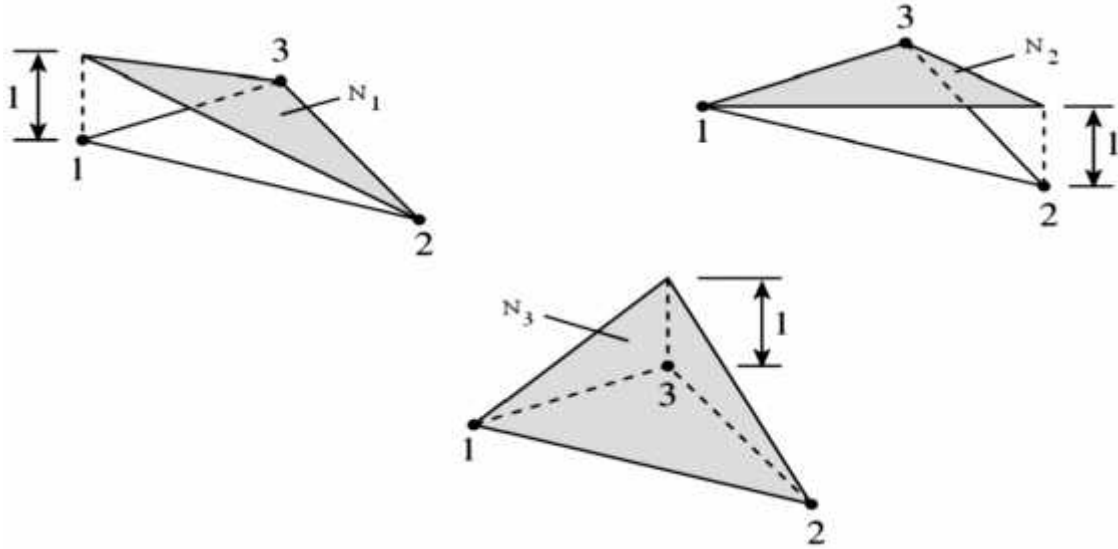


Figure II.5 – Fonctions de forme (base linéaire)

Une fois les fonctions d'interpolations sont déterminées, nous pouvons les exploiter pour approximer la variable A^*_e dans chaque élément. Il s'agit donc de construire ce qu'on appelle les matrices et les vecteurs élémentaires.

II.7.1.3 Quantités élémentaires

Le calcul des matrices élémentaires passe par la réécriture du problème sous forme intégrale, appelée aussi forme faible.

II.7.3 Formulation intégrale

En fait, la méthode des éléments finis n'utilise pas directement la forme différentielle précédente (II.25), mais elle s'appuie sur une forme intégrale équivalente. On peut y procéder de deux façons : Soit à l'aide de la notion de fonctionnelle qui est souvent utilisée pour construire directement une formulation intégrale. Dans ce cas on parle de la méthode variationnelle telle que la méthode Rayleigh-Ritz. Ou bien on utilise la méthode des résidus pondérés qui, en utilisant des fonctions de pondération, permet de passer d'un système d'équations aux dérivées partielles (EDP) à une formulation intégrale. Le choix de la fonction de pondération conditionne le type de la formulation intégrale :

- Formulation de type Galerkin.
- Formulation de type collocation par points ou par sous-domaines.
- Formulation de type moindres carrés.

La méthode des résidus pondérés consiste à annuler l'erreur commise sur le résidu, en la pondérant sur le domaine par un nombre fini de fonctions w_i . Ce qui correspond à des équations sous forme intégrale représentées par [LOU 95]:

$$\int_{\Omega} w_i (EDP) d\Omega = 0 \Leftrightarrow \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} w_i (EDP) d\Omega \quad (\text{II.43})$$

Où Ω est le domaine de résolution, Ω_e est le domaine de l'élément e $\left(\Omega = \bigcup_{e=1}^E \Omega_e \right)$ et sont des fonctions de projection pouvant être scalaires ou vectorielles. Dans le cas particulier où les fonctions de pondération w_i sont identiques aux fonctions d'interpolation N_i la technique est dite méthode de Galerkin. C'est cette technique qui sera employée pour le traitement de l'équation étudiée.

a) Méthode de Galerkin

En injectant l'équation aux dérivées partielles (II.25), modèle mathématique de notre système, dans (II.43) et en substituant les fonctions de pondération w_i par les fonctions de forme N_i (méthode de Galerkin), nous pouvons obtenir une formulation intégrale appropriée au système étudié :

$$\int_{\Omega} N_i \left(\vec{\nabla} n \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^* \right) + j\omega \vec{S} \cdot \vec{A}^* - \vec{J}_s \right) d\Omega = 0 \quad (\text{II.44})$$

Dans le cas axisymétrique l'équation précédente s'écrit :

$$\iint_{\Omega} N_i \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(n \frac{1}{r} \frac{\partial A_j^*}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial A_j^*}{\partial z} \right) + j\omega \vec{S} \cdot \vec{A}_j^* - J_s \right] dr dz = 0 \quad (\text{II.45})$$

Ou encore

$$\iint_{\Omega} N_i \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(n \frac{1}{r} \frac{\partial A_j^*}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial A_j^*}{\partial z} \right) \right] d\Omega + \iint_{\Omega} N_i j\omega \vec{S} \cdot \vec{A}_j^* d\Omega = \iint_{\Omega} N_i J_s d\Omega \quad (\text{II.46})$$

L'application du théorème de Green sur le premier terme de l'équation ci-dessus donne [NAI 12]:

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} N_i \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(n \frac{1}{r} \frac{\partial A_j^*}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial A_j^*}{\partial z} \right) \right] d\Omega &= - \iint_{\Omega} n \left[\frac{\partial N_i}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_j^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(\frac{\partial A_j^*}{\partial z} \right) \right] d\Omega \\ &+ \int_{\Gamma} n \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_j}{\partial r} N_i \cos(n, r) + \frac{\partial A_j}{\partial z} N_i \cos(n, z) \right) d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II.47})$$

$\cos(n, r)$ et $\cos(n, z)$ sont les cosinus directeurs de la normale à la frontière Γ du domaine de résolution Ω . L'équation peut être réécrite sous la forme [NAI 12] :

$$\iint_{\Omega} N_i \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(n \frac{1}{r} \frac{\partial A_j^*}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial A_j^*}{\partial z} \right) \right] d\Omega = - \iint_{\Omega} n \vec{\nabla} N_i \cdot \vec{\nabla} A_j^* d\Omega + \int_{\Gamma} n N_i \frac{\partial A_j^*}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{II.48})$$

Pour notre système, les conditions aux limites sont homogènes. Par conséquent, le terme sur la frontière s'annule. Dans ce cas, l'équation (II.48) devient :

$$\iint_{\Omega} \nabla N_i \nabla A_j^* d\Omega + \iint_{\Omega} N_i j\omega S A_j^* d\Omega = \iint_{\Omega} N_i J_s d\Omega \quad (\text{II.49})$$

L'intégrale sur Ω est la somme des intégrales sur Ω_e (II.43). Ce qui permet traiter le problème à l'échelle élémentaire puis faire un assemblage pour construire le système global.

Au niveau de l'élément e , en tenant compte de la relation (II.40), l'équation II.49 permet d'écrire :

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left[\iint_{\Omega_e} \nabla N_i (\nabla N_j A_{ej}^*) d\Omega_e \right] + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left[\iint_{\Omega_e} N_i j\omega S (N_j A_{ej}^*) d\Omega_e \right] = \sum_{i=1}^3 \iint_{\Omega_e} N_i J_s d\Omega_e \quad (\text{II.50})$$

Comme les valeurs nodales A_{ej} sont indépendantes des variables spatiales, on peut réécrire l'équation sous forme matricielle plus simple :

$$\left[M^{(e)} \right] \left[A_n^{*(e)} \right] + \left[R^{(e)} \right] \left[A_n^{*(e)} \right] = \left[F^{(e)} \right] \quad (\text{II.51})$$

Qui est un système d'équations non linéaires. $\left[M^{(e)} \right]$ est appelé matrice élémentaire masse, $\left[R^{(e)} \right]$ est la matrice élémentaire raideur, $\left[F^{(e)} \right]$ est le vecteur force et $\left[A_n^{(e)} \right]$ est le vecteur inconnu, il représente les valeurs de potentiel vecteur magnétique sur les nœuds de l'élément e [NAI 12] :

$$\left[A_n^{*(e)} \right] = \begin{bmatrix} A_{e1}^* \\ A_{e2}^* \\ A_{e3}^* \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

II.7.3.1 Matrice masse élémentaire :

La matrice masse $\left[M^{(e)} \right]$ est une matrice symétrique dont les éléments sont donnés par :

$$\left[M^{(e)} \right] = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega_e} \nabla N_i \nabla N_j d\Omega_e \quad (\text{II.53})$$

Dans le cas des fonctions de forme (II.41), elle est donné par :

$$\begin{aligned}
 [M_{12}^e] &= M_{21}^e = \frac{1}{4S} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \\
 [M_{13}^e] &= M_{31}^e = \frac{1}{4S} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_3)] \\
 [M_{23}^e] &= M_{32}^e = \frac{1}{4S} [(y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1)] \\
 [M_{11}^e] &= \frac{1}{4S} [(y_2 - y_3)^2 + (x_3 - x_2)^2] \\
 [M_{22}^e] &= \frac{1}{4S} [(y_3 - y_1)^2 + (x_1 - x_3)^2] \\
 [M_{33}^e] &= \frac{1}{4S} [(y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2]
 \end{aligned} \tag{II.54}$$

II.7.3.2 Matrice raideur élémentaire :

D'après (II.50) et (II.51) elle est défini par :

$$[R_{ij}^e] = j\omega \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega} s N_i N_j d\Omega_e \tag{II.55}$$

Qui est une matrice symétrique. Dans le cas particulier des fonctions de forme (II.41), les coefficients matriciels sont données par :

$$R_{ij}^e = \begin{cases} \frac{S}{6} & si \quad i = j \\ \frac{S}{12} & si \quad i \neq j \end{cases} \tag{II.56}$$

II.7.3.3 Vecteur force élémentaire

Dit aussi vecteur source, il est défini à partir des relations (II.50) et (II.51) par :

$$[F_{ij}^e] = \sum_{i=1}^3 \iint_{\Omega_e} N_i J_s d\Omega_e \tag{II.57}$$

En substituant les fonctions de forme par leurs expressions (II.41) et en intégrant sur Ω_e , on obtient:

$$\begin{bmatrix} F_e^{(1)} \\ F_e^{(2)} \\ F_e^{(3)} \end{bmatrix} = \frac{S}{3} \begin{bmatrix} J_s \\ J_s \\ J_s \end{bmatrix} \tag{II.58}$$

Le calcul des matrices élémentaires permet d'obtenir pour chaque élément les systèmes d'équations élémentaires. Il ne reste que de les assembler pour construire le système global.

II.7.4 Assemblage

On appelle assemblage, l'opération de regrouper les matrices élémentaires dans une seule matrice globale. La façon la plus simple pour assembler les matrices élémentaires est de réécrire les systèmes élémentaires en fonction de toutes les composantes du vecteur inconnu A_n (n inconnues pour n nœuds), puis simplement faire la somme ($\equiv$ somme des intégrales II.47) de ces nouvelles matrices pour aboutir au système global.

En pratique, on ne procède pas de cette manière pour des raisons d'économie de mémoire et de temps de calcul mais on fait un assemblage des matrices élémentaires en utilisant les connectivités des éléments (tableau II.3). Les matrices globales $M(n \times n)$, $R(n \times n)$ et $F(1 \times n)$ sont d'abord initialisées à des matrices nulles, ensuite à chaque construction de matrice élémentaire, on localise avec la table des connectivités là où il faut l'ajouter à la matrice globale. En effet, nous savons que les fonctions de formes $N_i(x, y)$ sont nulles sur les éléments qui ne possèdent pas le nœud n_i (II.45). Par conséquent, pour le vecteur F , la sommation ne porte effectivement que sur les éléments qui partagent ce nœud. De même pour les matrices M et R , la sommation ne porte que sur les éléments qui possèdent, à la fois, le nœud n_i et le nœud n_j [MEU 02]

$$M_{ij} = \sum_{e \text{ possédant } n_i \text{ et } n_j}^n M_{ij}^e \quad (\text{II.59})$$

$$R_{ij} = \sum_{e \text{ possédant } n_i \text{ et } n_j}^n R_{ij}^e \quad (\text{II.60})$$

$$F_i = \sum_{e \text{ possédant } n_i}^n F_i^e \quad (\text{II.61})$$

Seuls les coefficients M_{ij} et R_{ij} correspondant à des nœuds appartenant au même élément, sont non nuls. Cette propriété explique le caractère creux des matrices en éléments finis [MEU 02]

II.8 Résolution par Méthode de Newton-Raphson

Nous considérons le système d'équations non linéaire multi dimensionnel suivant, de l'équation non linéaire qui dépend de $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ [BAR06] :

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_3(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.62})$$

Le développement de Taylor de la fonction $F(x)$ mène à la relation suivante :

$$x^1 = x^0 - \frac{f(x^0)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x^0}} \quad (\text{II.63})$$

$$x^2 = x^1 - \frac{f(x^1)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x^1}} \quad (\text{II.64})$$

$$x^3 = x^2 - \frac{f(x^2)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x^2}} \quad (\text{II.65})$$

$$J(x) \{x^{k+1} - x^k\} = -F(x^k) \quad (\text{II.66})$$

Ou $J(x)$ est une matrice de Jacobi donnée par [BAR 06] :

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{II.67})$$

L'approximation $K+1$ peut être calculée à travers :

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k - J^{-1}(x).F(x) \\ x^{k+1} - x^k &= -J^{-1}(x).F(x) \\ \Delta x^{k+1} &= -J^{-1}(x).F(x) \end{aligned} \quad (\text{II.68})$$

II.8.1 Application de la méthode Newton-Raphson sur l'équation magnétodynamique

On va appliquer cette méthode sur la partie non linéaire de l'équation (II.25) [BAR 06] :

$$\frac{n}{4\Delta} \begin{pmatrix} M_{ii} & M_{ij} & M_{ik} \\ M_{ji} & M_{jj} & M_{jk} \\ M_{ki} & M_{kj} & M_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} + j\omega S \frac{\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} = \frac{\Delta}{3} \begin{pmatrix} J_e \\ J_e \\ J_e \end{pmatrix} \quad (\text{II.69})$$

On peut écrire cette équation comme suit :

$$F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} = \frac{n}{4\Delta} \begin{pmatrix} M_{ii} & M_{ij} & M_{ik} \\ M_{ji} & M_{jj} & M_{jk} \\ M_{ki} & M_{kj} & M_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} + j\omega S \frac{\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} - \frac{\Delta}{3} \begin{pmatrix} J_e \\ J_e \\ J_e \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{II.70})$$

On peut écrire la première ligne de la matrice de Jacobi comme suite :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial A_i^*} &= \frac{n}{4\Delta} M_{ii} + \frac{1}{4\Delta} (M_{ii} A_i^* + M_{ij} A_j^* + M_{ik} A_k^*) \frac{\partial n}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} + j\omega S \frac{2\Delta}{12} \\ \frac{\partial f_1}{\partial A_j^*} &= \frac{n}{4\Delta} M_{ij} + \frac{1}{4\Delta} (M_{ii} A_i^* + M_{ij} A_j^* + M_{ik} A_k^*) \frac{\partial n}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} + j\omega S \frac{\Delta}{12} \\ \frac{\partial f_1}{\partial A_k^*} &= \frac{n}{4\Delta} M_{ik} + \frac{1}{4\Delta} (M_{ii} A_i^* + M_{ij} A_j^* + M_{ik} A_k^*) \frac{\partial n}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} + j\omega S \frac{\Delta}{12} \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

On remplace dans l'équation (II.66) et on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial A_i^*} \Delta A_i^* + \frac{\partial f_1}{\partial A_j^*} \Delta A_j^* + \frac{\partial f_1}{\partial A_k^*} \Delta A_k^* &= -f_1 \\ \frac{n}{4\Delta} [M_{ii} \Delta A_i^* + M_{ij} \Delta A_j^* + M_{ik} \Delta A_k^*] + \frac{1}{4\Delta} (M_{ii} A_i^* + M_{ij} A_j^* + M_{ik} A_k^*) \frac{\partial n}{\partial B^2} \left[\frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} \Delta A_i^* + \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} \Delta A_j^* + \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \Delta A_k^* \right] & \\ + j\omega S \frac{\Delta}{12} (2\Delta A_i^* + \Delta A_i^* + \Delta A_i^*) &= -\frac{n}{4\Delta} [M_{ii} A_i^* + M_{ij} A_j^* + M_{ik} A_k^*] - j\omega S \frac{\Delta}{12} (2A_i^* + A_j^* + A_k^*) + \frac{\Delta}{3} J_e \end{aligned} \quad (\text{II.72})$$

On fait la même chose pour la deuxième et la troisième équation pour obtenir la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} \frac{n}{4\Delta} \begin{pmatrix} M_{ii} & M_{ij} & M_{ik} \\ M_{ji} & M_{jj} & M_{jk} \\ M_{ki} & M_{kj} & M_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} + \frac{1}{4\Delta} \frac{\partial n}{\partial B^2} \left(\sum_{i=1}^n M_{in} A_i^* \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} & \\ + \frac{1}{4\Delta} \frac{\partial n}{\partial B^2} \left(\sum_{j=1}^n M_{jn} A_j^* \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} + \frac{1}{4\Delta} \frac{\partial n}{\partial B^2} \left(\sum_{k=1}^n M_{kn} A_k^* \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} & \\ + j\omega S \frac{\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} &= -\frac{n}{4\Delta} \begin{pmatrix} M_{ii} & M_{ij} & M_{ik} \\ M_{ji} & M_{jj} & M_{jk} \\ M_{ki} & M_{kj} & M_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} - j\omega S \frac{\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} + \frac{\Delta}{3} J_e \end{aligned} \quad (\text{II.73})$$

Alor on peut écrire le modèle magnétodynamique par la méthode N-R comme suit :

$$\frac{n}{4\Delta} \begin{pmatrix} M_{ii} & M_{ij} & M_{ik} \\ M_{ji} & M_{jj} & M_{jk} \\ M_{ki} & M_{kj} & M_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} + \frac{1}{4\Delta} \frac{\partial n}{\partial B^2} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n M_{in} A_n^* & \sum_{i=1}^n M_{in} A_n^* & \sum_{i=1}^n M_{in} A_n^* \\ \sum_{i=1}^n M_{jn} A_n^* & \sum_{i=1}^n M_{jn} A_n^* & \sum_{i=1}^n M_{jn} A_n^* \\ \sum_{i=1}^n M_{kn} A_n^* & \sum_{i=1}^n M_{kn} A_n^* & \sum_{i=1}^n M_{kn} A_n^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} \quad (II.74)$$

$$+ jS w \frac{\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{pmatrix} = -\frac{v}{4\Delta} \begin{pmatrix} M_{ii} & M_{ij} & M_{ik} \\ M_{ji} & M_{jj} & M_{jk} \\ M_{ki} & M_{kj} & M_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} - jS w \frac{\Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{pmatrix} + \frac{\Delta}{3} J_e \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dans notre modèle on va programmer la formulation précédente avec B^2 calculé comme suit :

Sachant que $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$

$$B^2 = \left(\frac{\partial A^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A^*}{\partial y} \right)^2 \quad (II.75)$$

$$A^* = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i y) A_i^* + \frac{1}{2\Delta} (a_j + b_j x + c_j y) A_j^* + \frac{1}{2\Delta} (a_k + b_k x + c_k y) A_k^*$$

$$\frac{\partial A^*}{\partial x} = \frac{A_i^* b_i + A_j^* b_j + A_k^* b_k}{2\Delta}$$

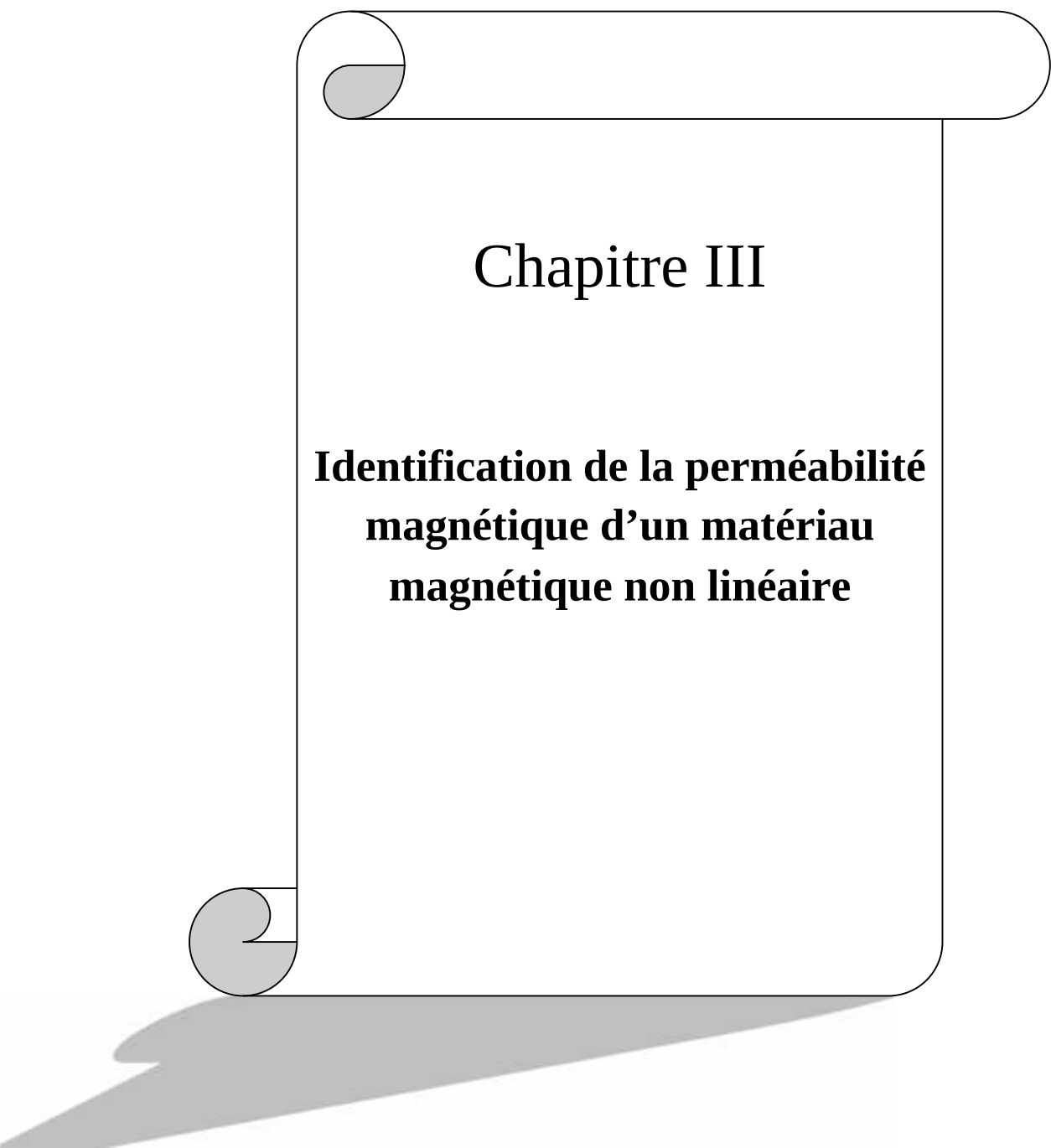
$$\frac{\partial A^*}{\partial y} = \frac{A_i^* c_i + A_j^* c_j + A_k^* c_k}{2\Delta}$$

$$B^2 = \left(\frac{A_i^* b_i + A_j^* b_j + A_k^* b_k}{2\Delta} \right)^2 + \left(\frac{A_i^* c_i + A_j^* c_j + A_k^* c_k}{2\Delta} \right)^2 = \frac{(A_i^* b_i + A_j^* b_j + A_k^* b_k)^2 + (A_i^* c_i + A_j^* c_j + A_k^* c_k)^2}{2\Delta}$$

$$\frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} = \frac{2b_i (A_i^* b_i + A_j^* b_j + A_k^* b_k) + 2c_i (A_i^* c_i + A_j^* c_j + A_k^* c_k)}{4\Delta^2}$$

II.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons approximé la formulation magnétodynamique de notre système par la méthode des éléments finis nodaux afin d'obtenir le système algébrique fonction du potentiel vecteur magnétique. Ce système algébrique étant non linéaire, nous l'avons résolu par la méthode de Newton-Raphson. Les résultats de simulations sont l'objectif de notre troisième chapitre.



Chapitre III

Identification de la perméabilité magnétique d'un matériau magnétique non linéaire

III.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons développé un modèle magnétodynamique 2D axisymétrique pour notre système. Pour sa résolution, notre choix s'est porté sur la méthode des éléments finis qui a été détaillée dans le même chapitre. Le chapitre présent est consacré à l'identification de la perméabilité magnétique d'un matériau non linéaire.

Avant d'entamer le problème non linéaire, nous procédons à une étude comparative, pour un matériau magnétique linéaire, entre notre programme implémenté sous environnement MATLAB avec celui utilisant la fonction « assema » de pde tools de MATLAB.

Ces résultats sont confrontés à des résultats qu'on a obtenus par le logiciel commercial FEMM.

III.2 Structure générale

Tout d'abord, nous présentons les étapes communes pour l'implémentation des deux modèles que ce soit pour le problème linéaire ou le problème non linéaire.

III.2.1 Construction de la géométrie du système

Dans la figure III.1 est présenté le système électromagnétique modélisant notre dispositif.

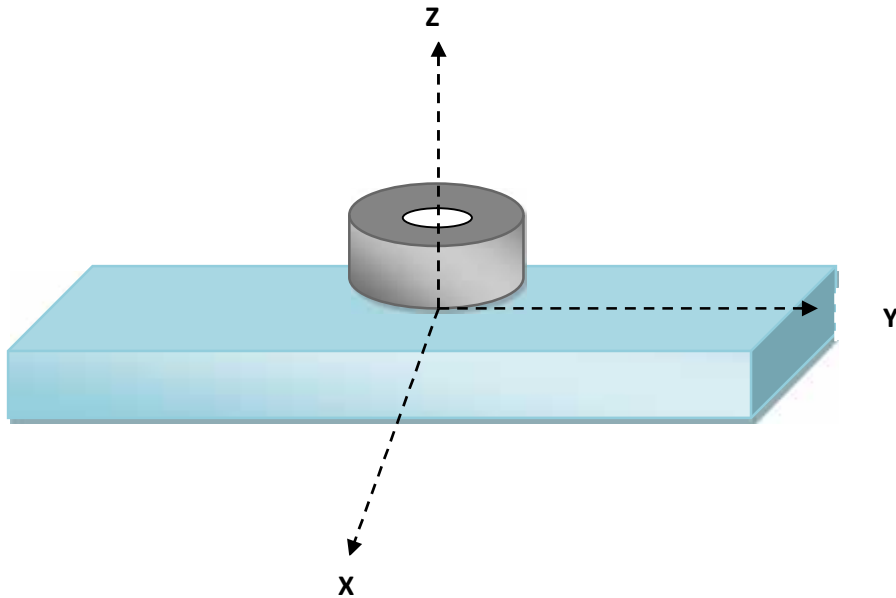


Figure III.1 - Système électromagnétique du dispositif étudié

La présence d'un axe de symétrie permet de restreindre le domaine d'étude à la moitié de la section transversale (figure III.2). Les N spires constituant la grille métallique dans laquelle circule un courant I peuvent être modélisées par un seul anneau (de rayon interne r et externe R) sur lequel est appliquée une densité de courant J_s donné par [MOH 07]:

$$J_s = \frac{NI}{S} \quad (\text{III.1})$$

où S est l'aire de la section de l'anneau.

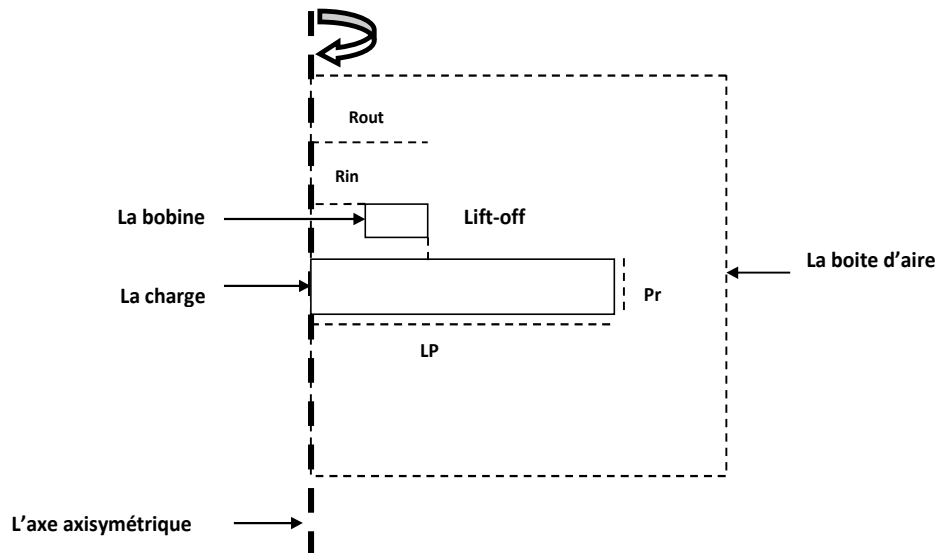


Figure III.2 - Géométrie du système axisymétrique en 2D

La figure III.2 illustre la géométrie du système bidimensionnelle élaborée sous Matlab, la structure est composée de trois sous domaines : une boîte d'air, la charge (matériau) et la source (bobine).

Tableaux III.1 – Paramètres géométriques

Bobine	
Rayon externe	1mm
Rayon interne	2mm
Hauteur	1mm
Lifte_off	0.1mm
Spécimen	
Conductivité électrique	$0.175M [\Omega.m]^{-1}$
Epaisseur	2mm
Autre	
Fréquence	100 Hz

Une fois que la géométrie est construite on passe à la discrétisation.

III.2.2 Discrétisation de la géométrie

Pour générer le maillage, nous avons utilisé le mailleur de PDE Toolbox de Matlab en utilisant la commande *initmesh* qui permet d'obtenir des maillages non conformes basés sur la triangulation de Delaunay (figure III.3).

On utilise le mailleur de Matlab au domaine d'étude présenté par la figure (III.3), il en résulte les trois matrices caractéristiques suivantes :

- La matrice “p”, ou matrice des points (nœuds), comprend les coordonnées du maillage.
- La matrice “e”, ou matrice des segments (arrêtes), englobe les indices et les sous domaines de chaque segment.
- La matrice “t”, ou matrice des triangles (éléments), contient les indices des points et les sous domaines de chaque triangle.

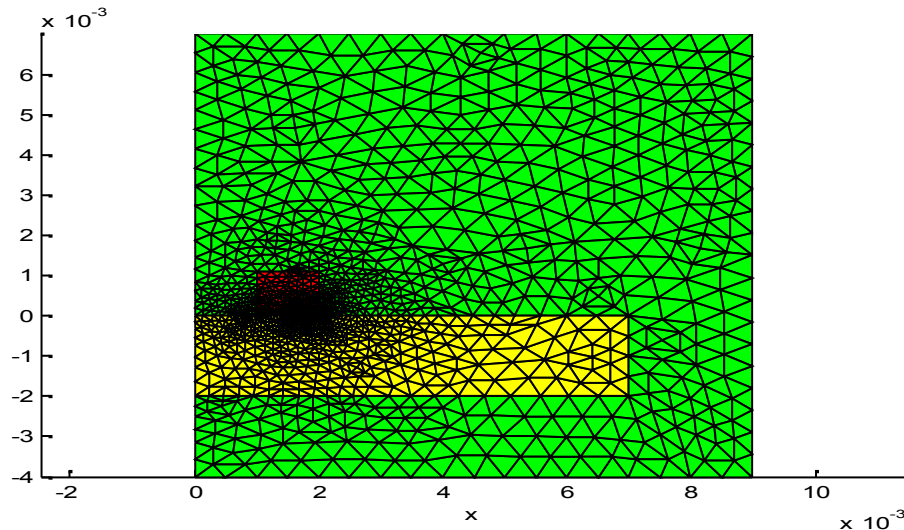


Figure III.3 - Discrétisation de la géométrie du système

III.2.3 Conditions aux limites

La figure III.4 montre les conditions introduites au bord du domaine. Nous supposons qu'à une certaine distance, généralement prise égale à la plus grande dimension de dispositif à étudier [JIA 02], ou encore à une distance égale à 4 ou 5 fois le diamètre de la bobine, les champs peuvent être considérés comme nuls (condition de type Dirichlet). Quant à l'axe de symétrie, et puisqu'il s'agit d'une symétrie de révolution, la direction du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ est opposée d'un côté par rapport à l'autre ce qui implique que le champ va s'annuler au voisinage sur l'axe.

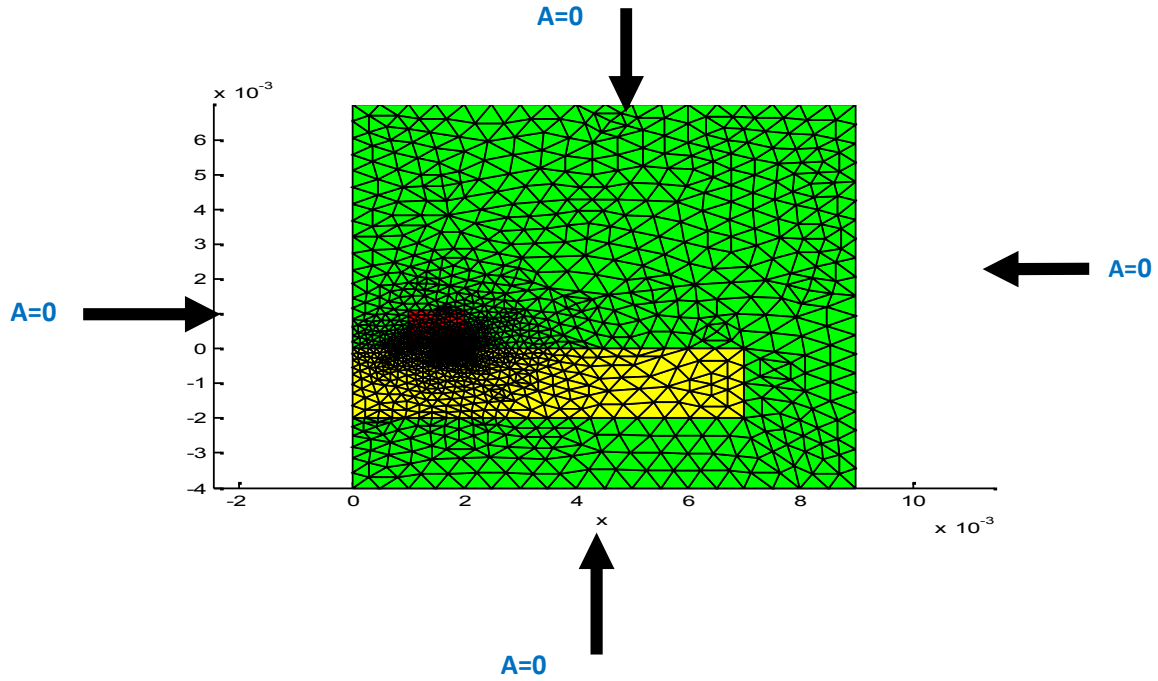


Figure III.4 - Conditions aux limites

III.2.4 Calcul de la variation d'impédance

La mesure des courants de Foucault n'est pas directement accessible à l'expérience, et il faut donc passer nécessairement par la mesure d'une grandeur connexe, en l'occurrence :

- la mesure de l'induction, généralement par effet Hall
- la mesure d'impédance

La mesure de ces grandeurs doit être faite pour un matériau sain et pour un matériau comportant des défauts.

Notre choix s'est porté sur le calcul de l'impédance, étant donné que nos expériences sont basées sur la mesure de la variation d'impédance de la bobine [HEL12]. On doit disposer tout d'abord d'un modèle qui nous permet de calculer le champ électromagnétique en présence et en absence du défaut. Il est nécessaire de trouver ensuite une méthode pour calculer la variation d'impédance engendrée par la présence de défaut. L'impédance de la sonde est appelée Z .

Il y a plusieurs manières de calculer cette variation d'impédance. Nous citons les deux méthodes les plus utilisées.

- **Méthode 1 : par calcul de l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule**

La variation d'impédance peut être déterminée en calculant l'énergie magnétique w_m emmagasinée dans tout l'espace d'étude et les pertes Joule P_j définies par les relations suivantes :

$$w_m = \frac{1}{2} \iiint_{\text{espace}} \frac{1}{\mu} |\vec{B}|^2 d\Omega \quad (\text{III.2})$$

$$P_J = \frac{1}{2} \iiint_{\text{conducteur}} \frac{1}{s} |\vec{J}|^2 dn \quad (\text{III.3})$$

Avec $\vec{B}$ et m représentent respectivement l'induction magnétique et la perméabilité magnétique, et $\vec{J}$ et s représentent respectivement la densité de courants de Foucault et la conductivité électrique.

Connaissant w_m et P_J , nous pouvons remonter facilement à la résistance R et la réactance X équivalentes du capteur. Les expressions reliant la résistance aux pertes Joule, et la réactance à l'énergie magnétique sont données par les relations suivantes [HEL12]

$$R = \frac{1}{I^2} P_J^2 \quad (\text{III.4})$$

$$X = \frac{2w}{I^2} W_m \quad (\text{III.5})$$

Avec I et w représentant respectivement le courant d'excitation parcourant la bobine et sa pulsation.

- **Méthode 2 : par calcul de l'énergie électromagnétique de la bobine**

La variation d'impédance peut aussi être déterminée en calculant l'énergie électromagnétique de la bobine constituant le capteur.

Cette variation est donnée par la formule d'Auld [HEL12, TRI 10, BOW 89] et s'exprime par la relation suivante :

$$I^2 \Delta Z = - \int (\vec{E} - \vec{E}_0) \cdot \vec{J}_s \Omega_s \quad (\text{III.6})$$

où $\vec{E}$ et $\vec{E}_0$ sont les champs électrique respectivement en présence et en absence de la fissure I est l'intensité du courant parcourant la bobine et Ω_s représente le volume occupé par la bobine.

Dans la bobine, le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -j\omega \vec{A} \quad (\text{III.7})$$

D'où, l'expression de la variation d'impédance [FUK 97] :

$$I^2 \Delta Z = j\omega \int_{\Omega_s} (\vec{A} - \vec{A}_0) \cdot \vec{J}_s d\Omega_s \quad (\text{III.8})$$

$\vec{A}$ et $\vec{A}_0$ étant les potentiels vecteurs magnétiques respectivement en présence et en absence de la fissure.

On doit noter que le terme $\int_{\Omega_s} (\vec{A} - \vec{A}_0) \cdot \vec{J}_s d\Omega_s = I^2 \Delta Z / j\omega$ représente la variation de l'énergie électromagnétique de la bobine en présence et en absence du défaut.

III.3. Problème direct linéaire

III.3.1 Présentation des modules du code de calcul pour la résolution de l'équation électromagnétique d'un matériau magnétique linéaire

La figure III-5 présente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution de l'équation magnétodynamique :

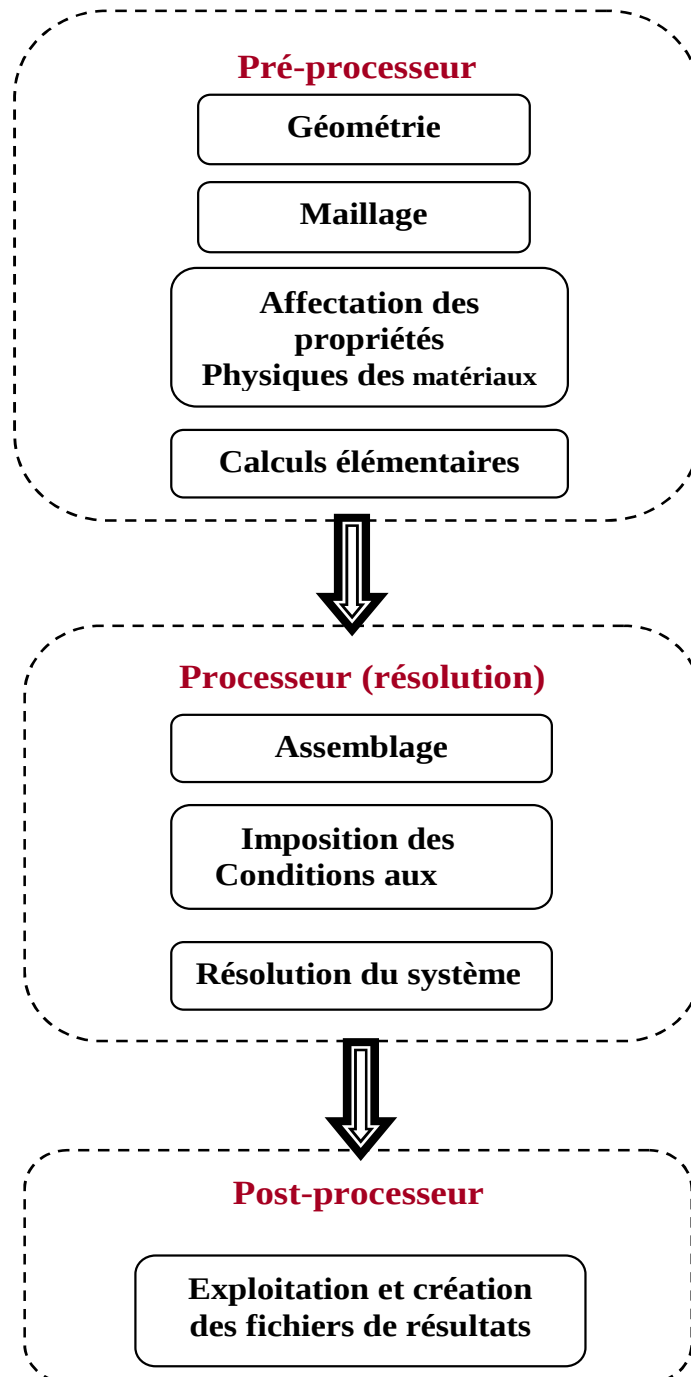


Figure III.5 - Implémentation par éléments finis

III.3.2 Validation du modèle

Les résultats obtenus par ce modèle sont confrontés aux données de simulations sur un modèle EF 3D.

Le tableau III.2 présente les données du système modélisé en 2D et en 3D [HEL 12] (système du benchmark Team Workshop Pb N°15-1). Il s'agit d'une bobine à air qui au dessus d'une plaque magnétique saine (sans fissure). La fréquence et la distance bobine-pièce (lift-off) sont toutes les deux imposées.

Tableau III.2 - Paramètres du problème benchmark Team Workshop Pb N°15-1

Bobine	
Rayon externe (a_1)	$12,40 \pm 0,05$ mm
Rayon interne (a_2)	$6,15 \pm 0,05$ mm
Hauteur (b)	$6,15 \pm 0,1$ mm
Nombre de spires (N)	3790
Lift-off (l)	0,88 mm
Spécimen	
Conductivité (σ)	$(30,6 \pm 0,20)10^6$ S/m
Épaisseur	$12,22 \pm 0,02$ mm
Autres	
Fréquence	900 Hz
Épaisseur de peau (δ) à 900 Hz	3,04 mm

III.3.2.1 Calcul d'impédance

Le tableau III.3 présente les résultats obtenus par la méthode énergétique et la méthode de l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule et les résultats de simulations 3D [HEL 12].

Tableau III.3 - Validation des résultats

	Réactance (Ω)	Résistance (Ω)
Les résultats de simulations 2D (notre programme) l'énergie électromagnétique	9.38e+002	1.57e+002
Les résultats de simulations 2D (notre programme) par l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule	9.54e+002	1.57e+002
Les résultats de simulations 3D [HEL 12]	972	119

III.3.2.2 Calcul du potentiel vecteur magnétique utilisant la fonction «assem » de Matlab

Les figures III.6 et III.7 représentent les lignes du potentiel vecteur magnétique ($\vec{A}$) obtenu par notre programme et celui obtenu en introduisant la fonction de matlab « asséma ».

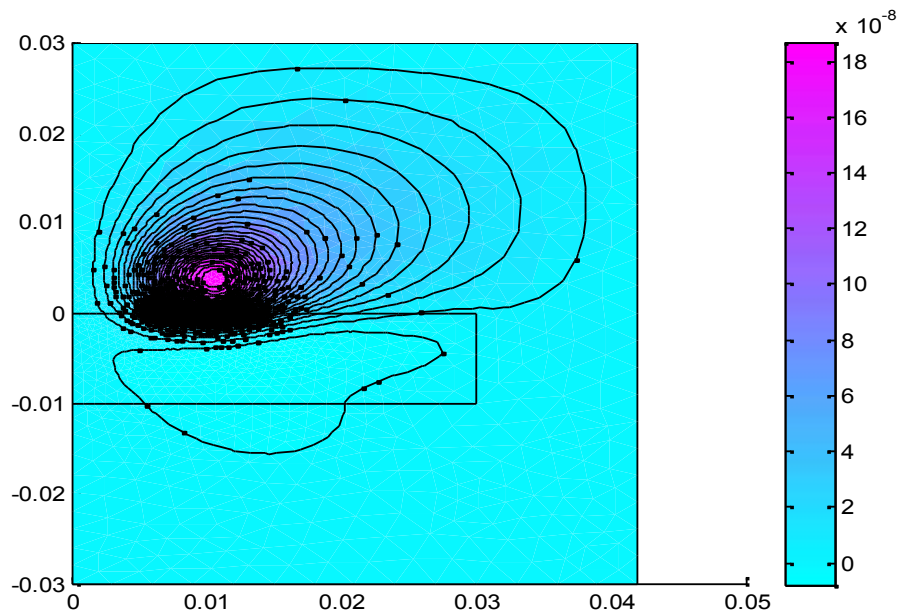


Figure III.6 - Isovaleurs de A avec le programme développé

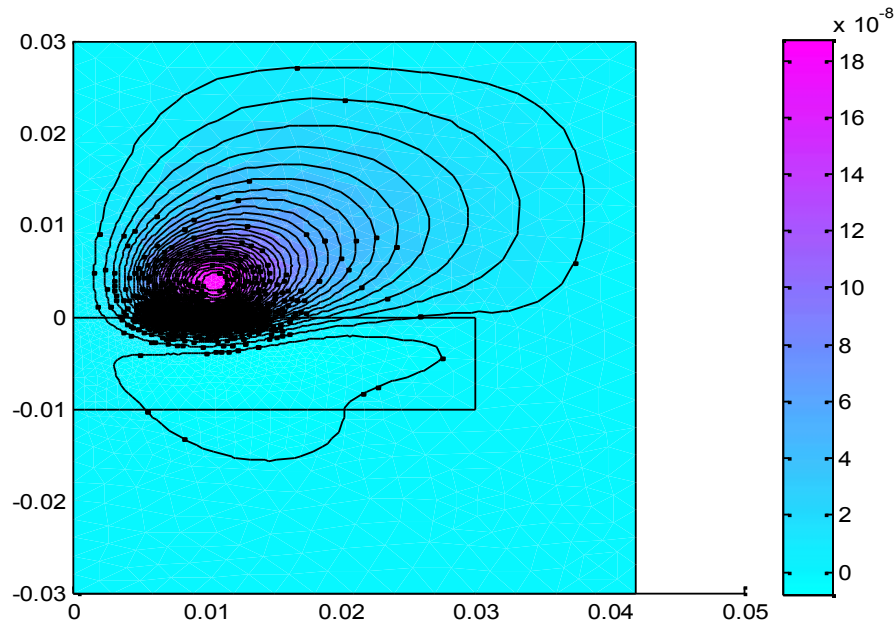


Figure III.7 - Isovaleurs du vecteur A utilisant la fonction « assema » de Matlab

III.3.2.3 Calcul de l'impédance par le modèle utilisant « assema »

Le tableau ci-dessous représente une comparaison entre les résultats de calcul de l'impédance obtenue par le programme développé et celui utilisant la fonction « assema ». Ce résultat montre une très bonne concordance entre les deux résultats.

Tableau III.4 – Impédance obtenue par le programme utilisant la fonction « assema »

	Réactance (Ω)	Résistance (Ω)
Les résultats de simulations 2D (notre programme) l'énergie électromagnétique de Z	9.38e+002	1.57e+002
Les résultats de simulations 2D (notre programme) par l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule	9.54e+002	1.57e+002

III.4 Etude des matériaux magnétiques non linéaires

III.4.1 Présentation des modules du code de calcul pour la résolution de l'équation magnétodynamique

La figure III.8 présente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution de l'équation magnétodynamique pour un matériaux magnétique non linéaire.

Ce code de calcul est constitué des sous programme suivants :

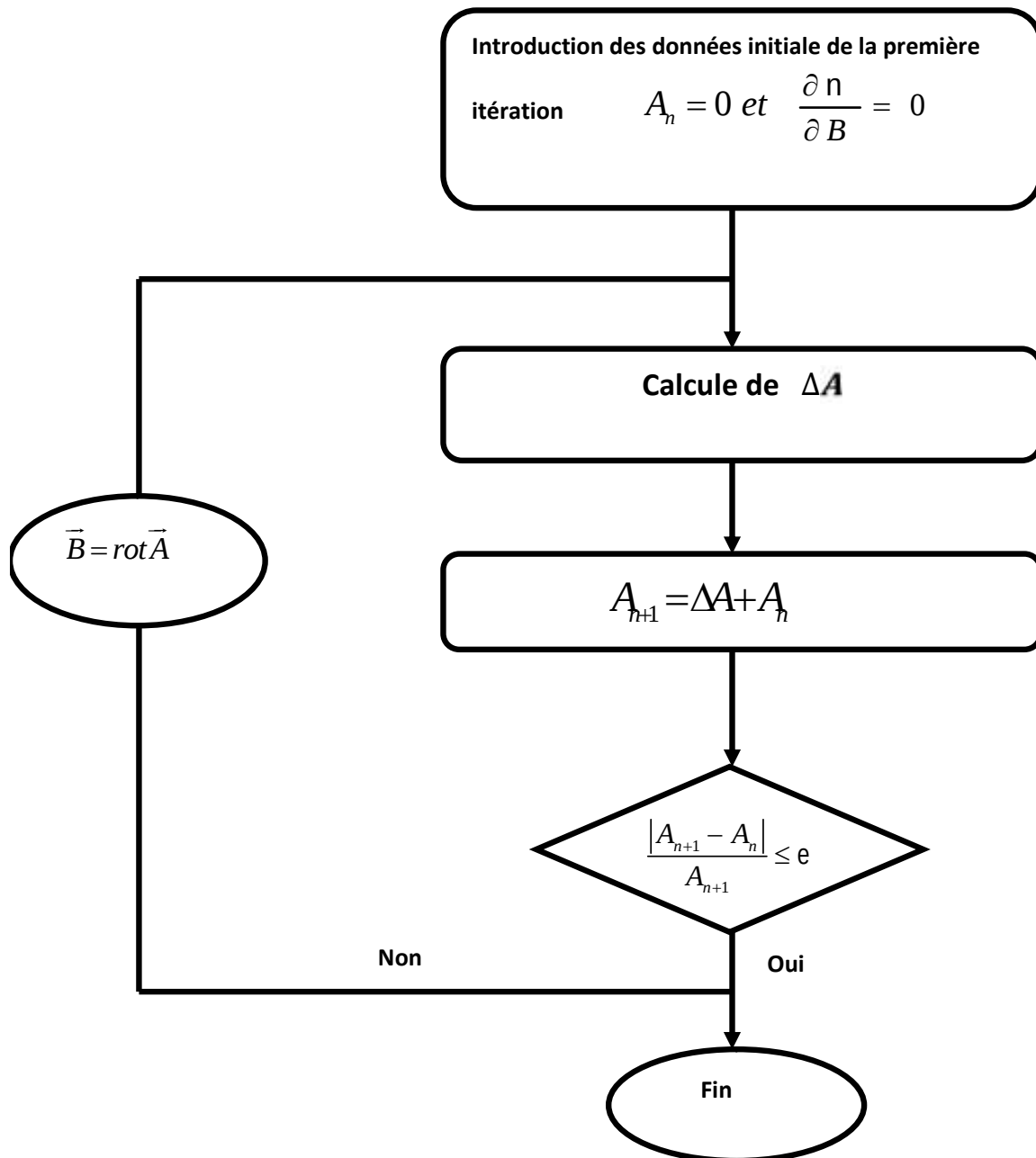


Figure III.8 - Organisation du code de calcul

III.4.2 Test de validité du modèle

Les résultats de nos simulations sont confrontés aux résultats de simulation réalisés sur le logiciel open source « FEMM ».

III.4.2.1 Présentation du logiciel FEMM

Le logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics) comporte une suite de programmes permettant de résoudre des problèmes électromagnétiques 2D en basses fréquences. Ce logiciel développé par David Meeker, est disponible gratuitement par Aladdin free public license [KLO11].

FEMM se compose de trois fichiers exécutables :

- **femm.exe** : est un pré et post-processeur contenant une interface graphique qui permet de fixer la géométrie du problème, les propriétés des matériaux utilisés ainsi que les conditions aux limites.
- **Triangle.exe** : Est un mailleur qui découpe les régions du problème en éléments triangulaires, ce qui constitue une étape importante de l'analyse par élément finis.
- **Fkern.exe** : est un solveur qui résout les équations aux dérivées partielles pour obtenir les valeurs du champ magnétique dans le domaine étudié.
- Après introduction des données géométriques et physiques ainsi que les conditions aux limites dans femm, et maillage du domaine d'étude par *Triangle*, puis résolution des équations aux dérivées partielles, la solution est affichée sous forme de contour de densité de flux (induction magnétique), ... le logiciel permet également d'évaluer un certain nombre d'intégrales et de tracer diverses quantités d'intérêt le long de contours définis par l'utilisateur.

La console LUA du femm est également intégrée dans les pré et post- processeurs, il suffit d'écrire un programme ou donner des instructions dans la console LUA pour commander les étapes de calculs. Toute modification sur le domaine d'étude, analyse ou exploitation des résultats peut être effectuée de manière automatique par un programme en LUA sans l'intervention manuelle de l'utilisateur.

La version FEMM 4.2 peut être mise en interfaçage avec matlab, Scilab ou Octave. Toutes les commandes en LUA sont reprises dans la bibliothèque. [KLO11]

III.4.3 Caractéristiques et discrétisation géométrique

On garde le même système utilisé dans le modèle linéaire à l'exception de la perméabilité qui devient une fonction du champ magnétique H

Sur la figure III.9 nous présentons les maillages obtenus FEMM.

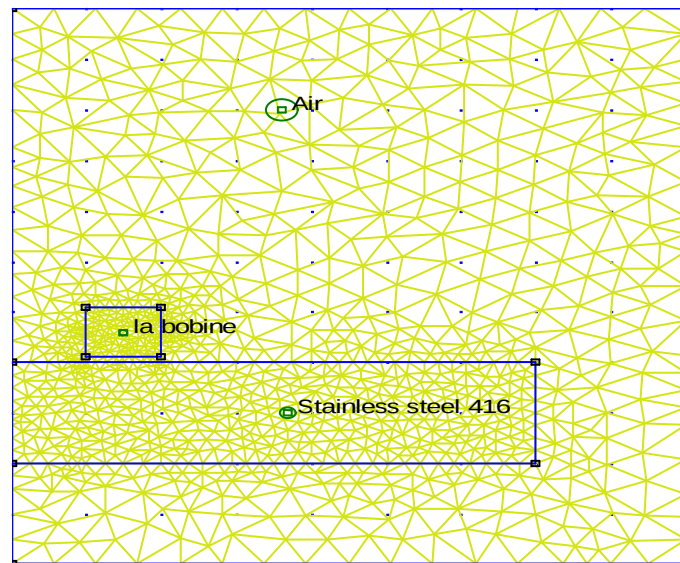


Figure III.9 - Maillage du problème sous FEMM

On constate que le maillage généré par FEMM est plus régulier. En effet, FEMM offre beaucoup plus de contrôle et de maniabilité concernant le type, la forme et la précision du maillage. Les données générées du processus de maillage sont codées et stockées sous forme de matrices.

III.4.4 Caractéristiques physiques

- Intensité du courant source = 1A

Capteur :

- Perméabilité magnétique : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m].
- Fréquence : $f = 900$ [Hz].

Charge : C'est une plaque en « AISI 416 »

- Conductivité électrique : $\sigma = 0.175 [M\Omega.m]^{-1}$.
- Perméabilité magnétique : pour un matériau magnétique non linéaire la perméabilité magnétique calculée avec une fonction dépend du champ magnétique et de l'induction magnétique, elle est donnée par l'expression [JOH 13]:

$$\mu = B / H = [1 / (k_1 e^{k_2 B^2} + k_3)] + \mu_0 \quad (III.9)$$

Dans le tableau III.5 on donne les valeurs de K pour quelques matériaux [JOH 13] :

Tableau III.5 - Valeurs de K pour quelque matériau ferromagnétique

Matériaux ferromagnétique	K1	K2	K3
Magnetics Superalloy R	0.1073	9.176	3.046
Magnetics Supermendur	0.03715	0.9109	11.12
Metglas R _ 2605S-2	0.00003232	5.632	2.164
Metglas 2605S-3A	0.0007339	5.178	1.588
Metglas 2605SM	0.003031	6.138	1.171
Metglas 2826MB	0.00002981	17.82	0.9301
Micrometals 26	2000	1.092	889.4
Micrometals 52	2002	1.023	1091
Stainless steel 416—Metals HDBK	11.92	2.749	1036
Stainless steel 430F HRB =78—Carpenter	0.01186	7.701	418.2
Stainless steel 430F HRB = 87—Carpenter	0.1384	6.117	708.9
Stainless steel 430FR 9.53 mm Dia—Carpenter	0.02981	6.880	407.4
Stainless steel 430FR 15.9 mm Dia—Carpenter	0.01375	8.428	723.5
1010 annealed—US Steel	4.847	1.908	227.3
1010 cold rolled—US Steel	36.62	1.331	534.9
1020 annealed—US Steel	4.770	2.055	302.2
1020 cold rolled—US Steel	14.23	1.699	806.5
1030 annealed—US Steel	50.00	1.371	645.3
1030 cold rolled—US Steel.	40.00	1.416	1212
Armco R _ H0	0.00001500	4.650	11.08
Armco M6	0.006819	3.195	10.59
Armco M15	0.8795	94.27	2.666

Armco M19	2.150	2.477	83.03
Armco M22	2.214	2.412	90.38
Armco M36	1.683	2.432	103.5
Armco M45	3.500	2.148	124.8
Armco M47	0.1247	3.335	70.83
Carpenter R _ Hiperco R _ 15	5.137	1.700	389.8
Carpenter Hiperco 50 A	0.0009388	2.816	49.92
Carpenter HiPerm R _ 49 annealed	0.001857	6.265	8.250
Carpenter HiPerm 49 mill processed	53.86	0.9941	149.3
Carpenter HiMu R _ 80	0.0002031	26.73	1.858
Carpenter HiMu 800	0.00002000	31.32	2.758

III.4.5 Application de la méthode de Newton-Raphson

Maintenant on va traiter le problème non linéaire appliqué au matériau «**Stainless steel 416-Metals HDBK** c'est l'**acier inoxydable AISI 416.** » ayant comme constantes [JOH 13]:

- $k_1 = 11,92$
- $k_2 = 2,749$
- $k_3 = 1036$

La figure III.10 présente la courbe (BH) qui constitue la courbe de première aimantation. En utilisant l'équation III.16..

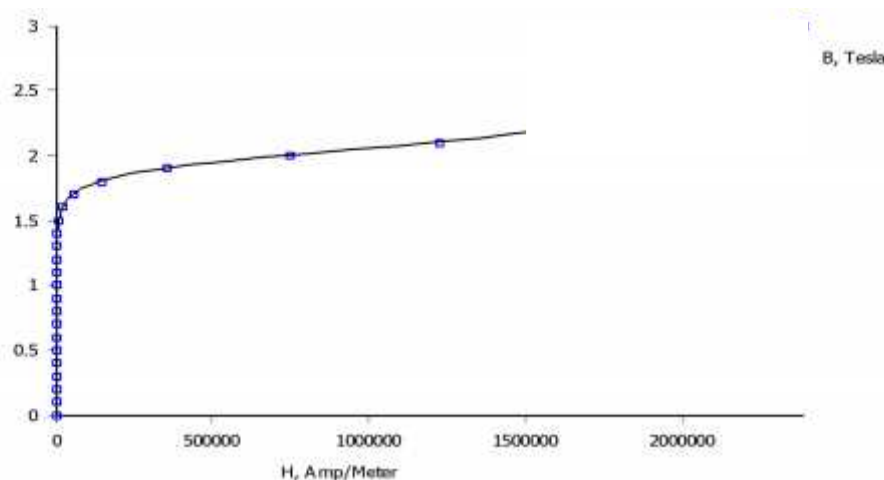


Figure III.10 - Courbe BH du « Stainless steel 416 »

III.4.6 Principe de résolution

La résolution des équations électromagnétiques est effectuée. L'algorithme démarre avec une valeur initiale aléatoire de la perméabilité dans toute la plaque et une valeur initiale de potentiel vecteur magnétique A , puis pour chaque itération le programme non linéaire calcule la valeur de l'induction magnétique B dans chaque élément qui est injectée à son tour dans la courbe de première aimantation pour calculer la valeur du champ magnétique H dans chaque élément. Au cours de chaque itération, ces deux valeurs de B et H sont utilisées pour calculer la nouvelle valeur de la perméabilité magnétique dans chaque élément jusqu'à la convergence. Ainsi, on obtient la distribution de la perméabilité dans toute la plaque.

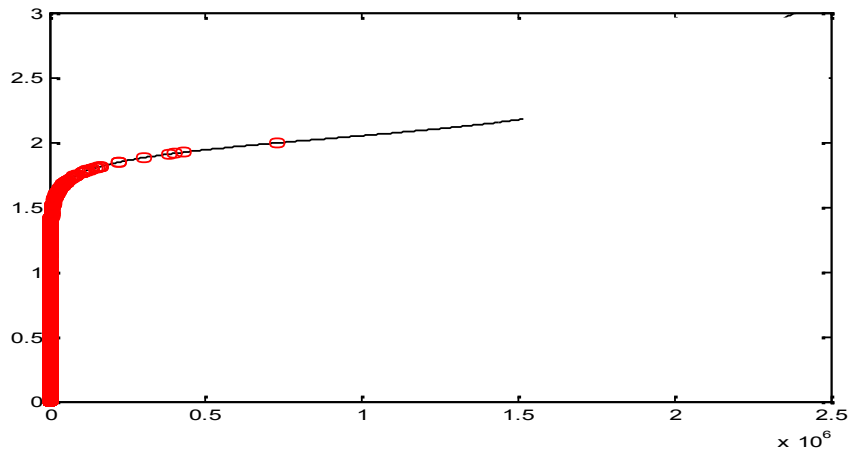


Figure III.11 - Valeurs de B et H au cours d'une itération.

Après la convergence on remarque que toutes les valeurs de B et de H suivent la courbe de première aimantation.

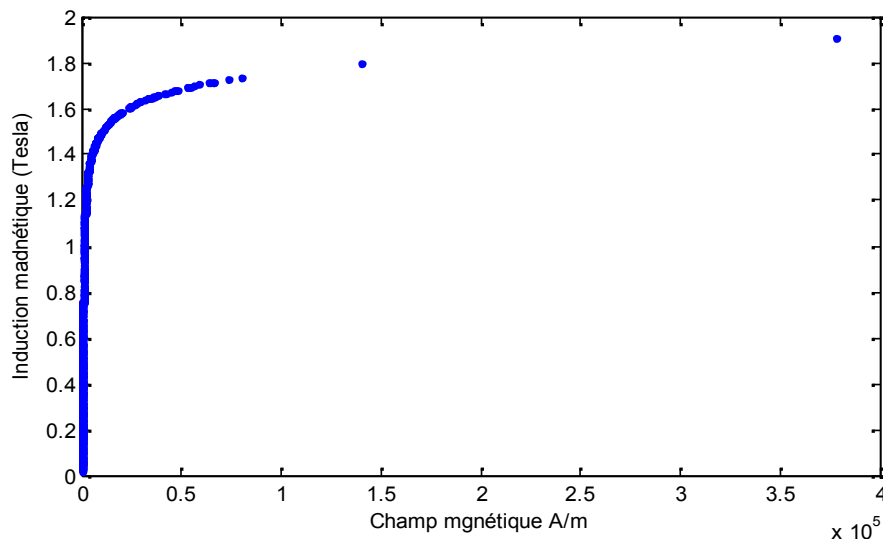


Figure III.12 - Courbe de B en fonction de H .

III.4.7 Etude d'une plaque magnétique non linéaire

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats obtenus pour le cas de l'acier inoxydable AISI 416.

II.4.7.1 Visualisation de la perméabilité magnétique

Pour un matériaux magnétique non linéaire (plaque ferromagnétique), la perméabilité varie en fonction de l'élément, par contre dans la bobine et dans la boîte d'aire elle est constant et est égale à $\mu_r = 1$.

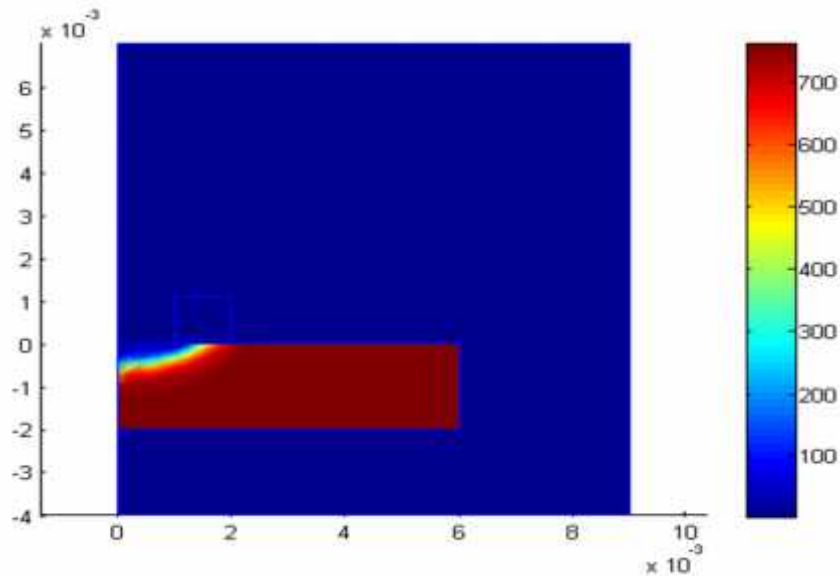


Figure III.13 - Perméabilité relative

II.4.7.2 Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

Les figures III.14 et III.15 représentent respectivement la distribution du contour du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ calculé par le code élaboré et par FEMM. Ces résultats ont été obtenus à une fréquence de 100 Hz .

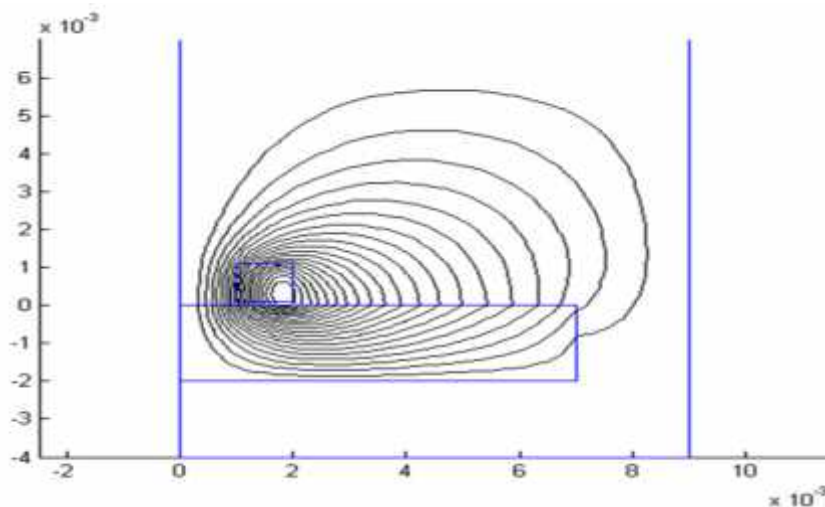


Figure III.14 - Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

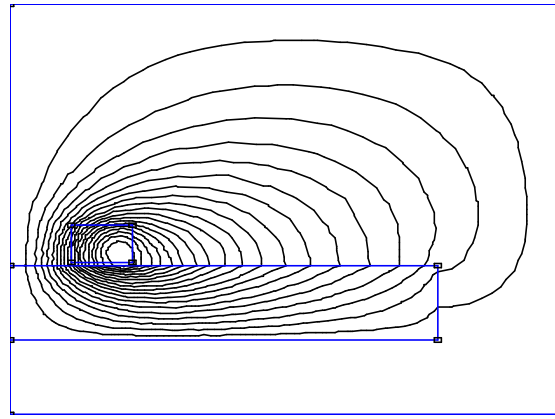


Figure III.15 – isovaleurs du potentiel vecteur magnétique par FEMM

Nous remarquons qu'il y a, en général, un bon accord (grandeur et allure) entre le résultat calculé et celui obtenu par FEMM. La légère différence dans la répartition du champ délivrée peut être attribuée aux maillages utilisés par les deux codes.

II.4.7.3 Distribution du potentiel vecteur magnétique

Sur la figure ci-dessous sont données les répartitions de la partie réelle du potentiel vecteur magnétique. La partie réelle traduit le terme source ($\vec{J}_s$), tandis que la partie imaginaire traduit la diffusion due aux courants induits dans la charge ($j\omega \vec{A}$).

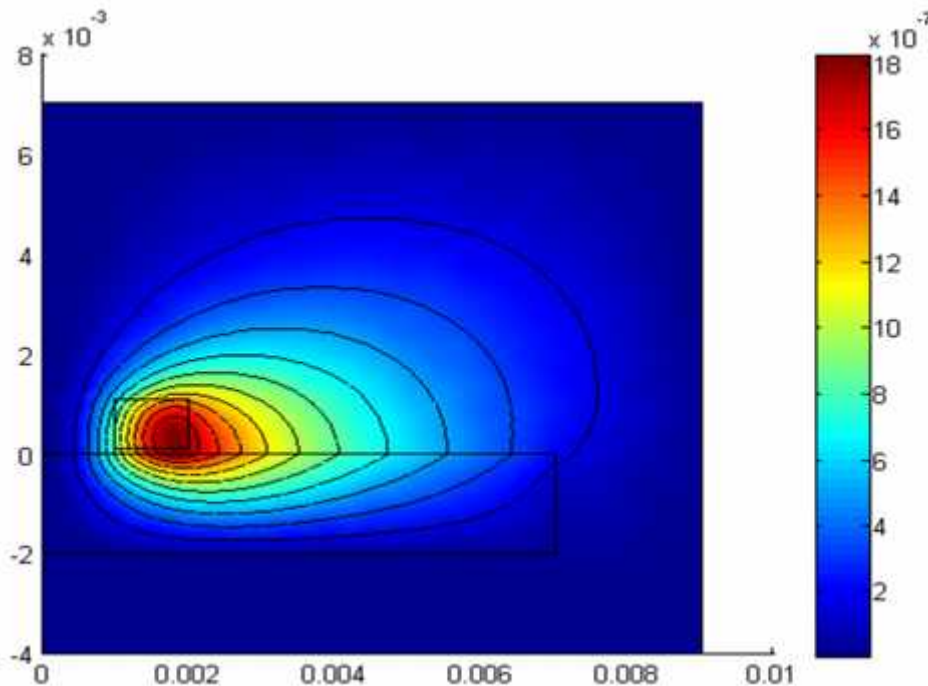


Figure III.16 - Partie réelle du potentiel vecteur magnétique

II.4.7.4 Induction magnétique B

Les figures III.17 et III.18 représentent respectivement la distribution de l'induction magnétique $\vec{B}$ calculé par le code élaboré et par FEMM dans l'environnement proche de la pièce magnétique non linéaire de AISI 416 par un courant ayant une fréquence de 100Hz.

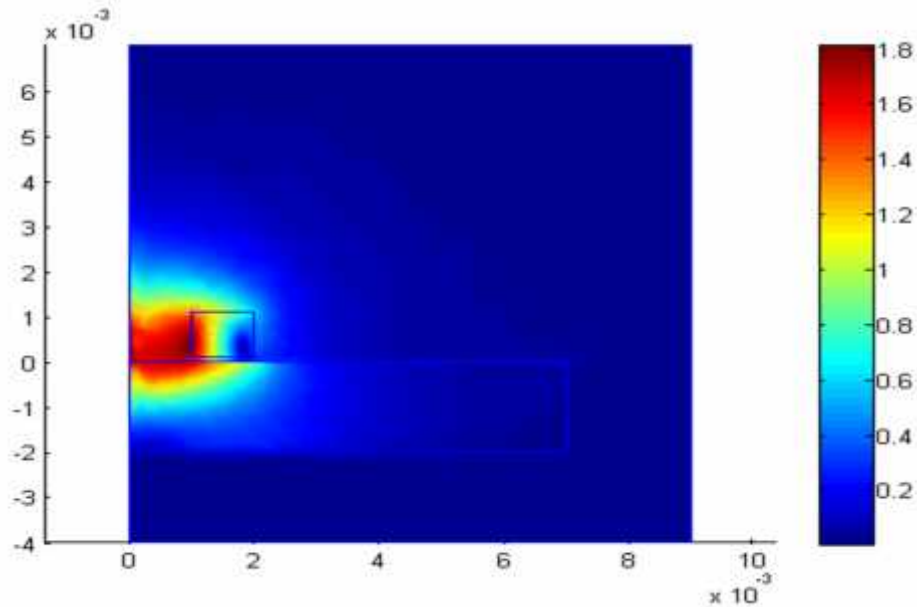


Figure III.17 - Induction magnétique

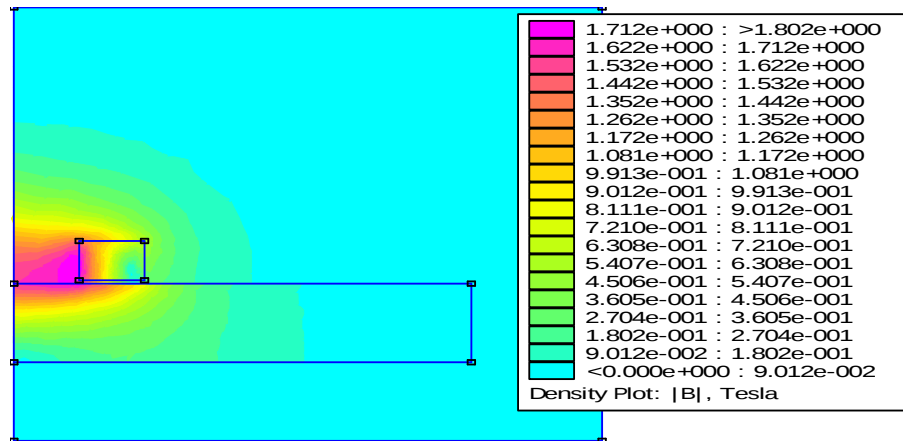


Figure III.18 - Induction magnétique avec FEMM

Nous remarquons qu'il y a, en général, un bon accord (grandeur et allure) entre le résultat calculé et celui obtenu par FEMM

II.4.7.5 Courants induits dans la plaque

Les figures III.19 et III.20 représentent respectivement la distribution des courants induits calculés avec MA/m^2 par le code élaboré et par FEMM pour un matériau AISI 416 pour une fréquence d'excitation de $100Hz$.

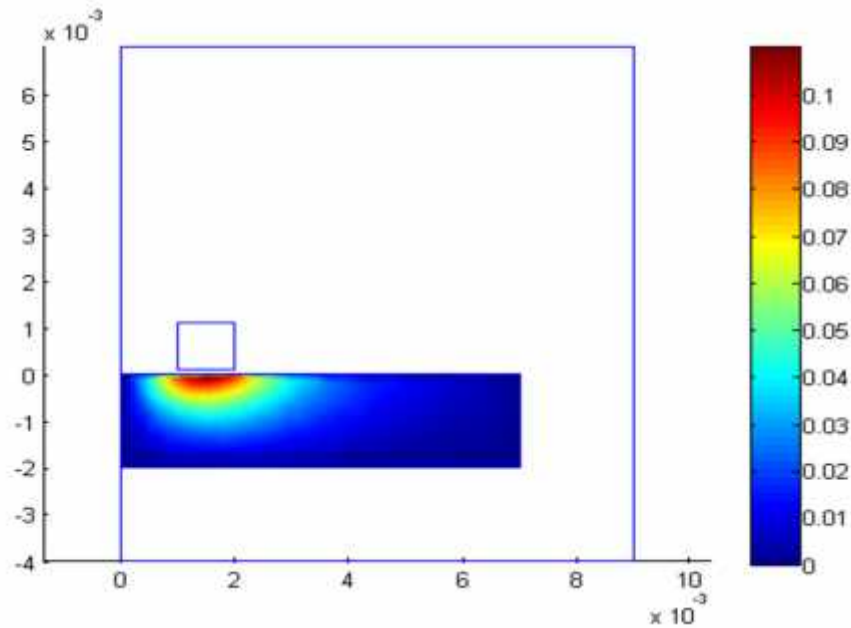


Figure III.19 - Courants induits

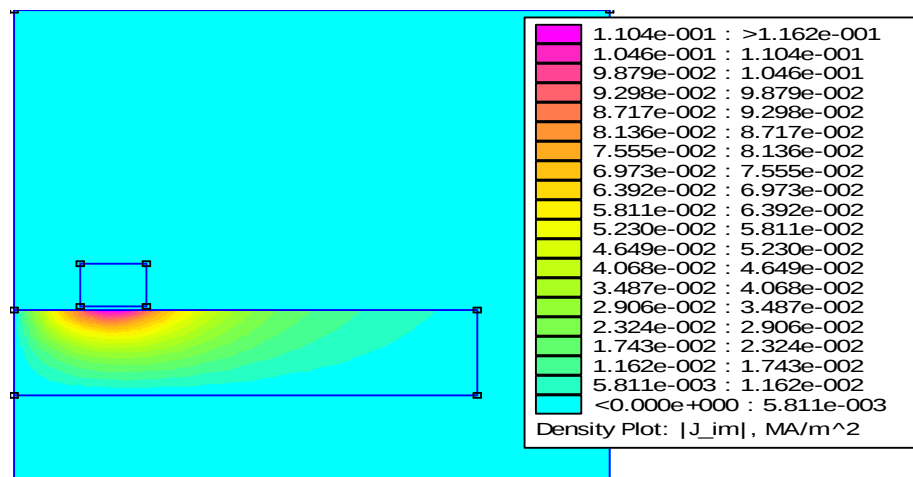


Figure III.20 - Courants induits par FEMM

Nous remarquons qu'il y a, un bon accord (grandeur et allure) entre le résultat calculé et celui obtenu par FEMM.

II.4.8 Calcul de l'impédance

Le tableau III.6 représenté les valeurs de l'impédance qui sont obtenus par le modèle développé et par FEMM.

Tableaux III.6 – Comparaison entre impédances calculés par le modèle développé et celle calculée par FEMM.

	Résistance	Réactance
Résultats par la méthode de Newton-Raphson	0.00068	13.83
Résultats de simulations 2D par FEMM	0.00067	13.85

III.4.8.1 Influence K_1 , K_2 et K_3

On peut tracer le diagramme d'impédance normalisé à l'aide d'un interfaçage dans MATLAB avec la bibliothèque de FEMM qui est utilisée comme un programme directe multi fréquentiel [4000100: 0.5e6: 1e7]HZ

Pour tester la sensibilité du modèle développé vis à vis de la variation de k_1, k_2 et k_3 , nous traçons le diagramme d'impédance normalisé de trois matériaux différents, en l'occurrence «Stainless steel 416 », « Stainless steel 430 » et «1010 annealed-US Steel ».

La figure (III.21) représente le diagramme d'impédance normalisée.

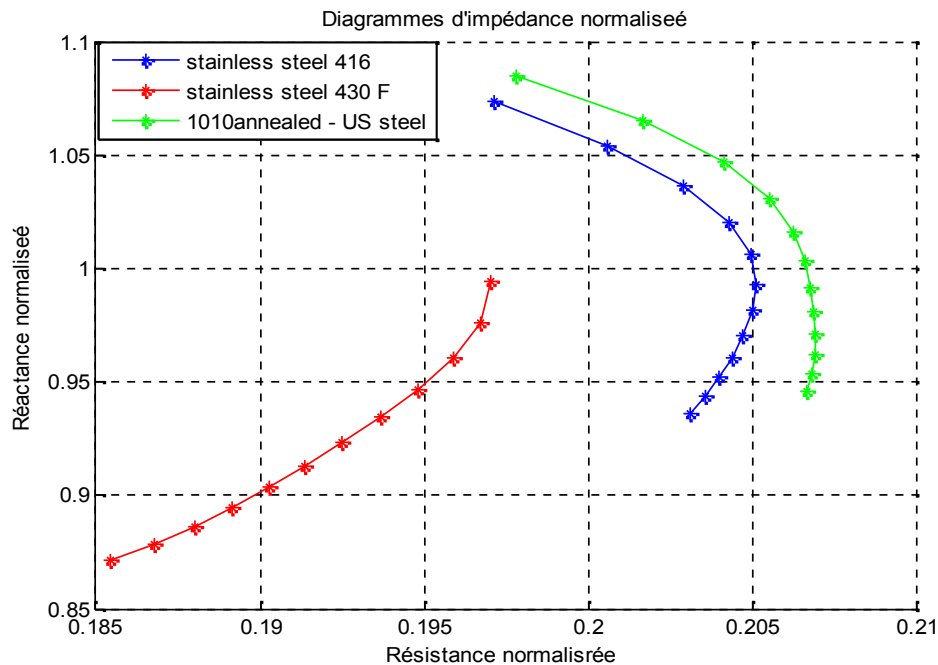


Figure III.21-Diagrammes d'impédance normalisée

La différence importante entre les trois courbes dans la figure (III.21) nous montre la grande sensibilité de notre code calcul à la variation de K_1 , K_2 et K_3 .

III.5 Traitement de problème inverse

III.5.1 Problème inverse

L'objectif est d'estimer les grandeurs caractéristiques du matériau inaccessibles par la mesure directe. On ne dispose pour cela que des informations issues des acquisitions de capteur CF, on peut donc considérer ce problème comme un problème inverse car on détermine ces paramètres par une mesure indirecte. Pour remonter aux grandeurs d'intérêt à partir des grandeurs observées (différentes acquisitions issues du capteur CF), il faut naturellement connaître la relation de dépendance les liant. Cette logique implique l'existence de deux grandes étapes dans la résolution de tout problème inverse :

- La construction et le développement d'un modèle direct représentant la réalité physique et adapté à des fins d'inversion.
- L'inversion des grandeurs observées en s'appuyant sur la résolution de modèle direct. .[HEL 12]

III.5.2 Problème à caractère mal posé

La résolution mathématique est rendue difficile par le fait que les problèmes inverses sont en général des problèmes mal posés.

On dit qu'un problème est mal posé au sens d'Hadamard s'il ne remplit pas une des trois conditions suivantes :

- Existence d'une solution (Solubilité) pour toute donnée d'entrée,
- Unicité de la solution (non ambiguïté),
- Stabilité de la solution.

Le non respect des trois conditions précédemment énoncées peut provenir de causes diverses et variées, par exemple :

- Données observées fausses
- Données observées ne contenant pas assez d'informations utiles (données non Pertinentes),
- Erreurs de modélisation ou approximation grossière de la réalité physique,

Choix inadéquat de l'espace de représentation des données...

La condition d'existence ne pose en pratique pas de problème, car on recherche celle-ci dans un espace bien déterminé. En revanche, les conditions d'unicité et de stabilité ne sont pas toujours assurées. La condition de stabilité stipule que la solution doit être une fonction continue des données alors que, pour la plupart des problèmes inverses, une faible perturbation de ces données peut engendrer des bouleversements sur la solution.

Pour lever le problème d'unicité, nous travaillons en multifréquence, donc au lieu d'utiliser une seule mesure correspondant à une seule fréquence, nous utilisons un ensemble de mesures correspondant à une multitude de fréquences.

Les problèmes inverses sont très fréquemment exprimés sous forme d'un problème d'optimisation ou plus exactement de minimisation de fonction objective [CHE 00].

Plusieurs méthodes de minimisation ont été développées dans la littérature. Elles s'appliquent aux fonctions à une ou plusieurs variables. Dans le cas de notre étude, l'algorithme du « Simplex », appelé « Downhill simplex method » dû à Nelder et Mead [HEL12], qui s'applique aux fonctions à plusieurs variables, est le plus adapté [AMO 10].

III.5.3 Stratégie de traitement du problème inverse

Sur la figure III.22 est présenté le schéma fonctionnel d'un système de contrôle non destructif par courants de Foucault dont les équations d'état décrivent les phénomènes électromagnétiques.

Dans le problème direct, les variables d'entrée sont les paramètres physiques du système (géométrie de la bobine et de la charge, propriétés physiques,...) et les sources (intensité, fréquence,...), les variables de sortie sont, par exemple l'impédance de la bobine de mesure ou encore la tension à ses bornes.

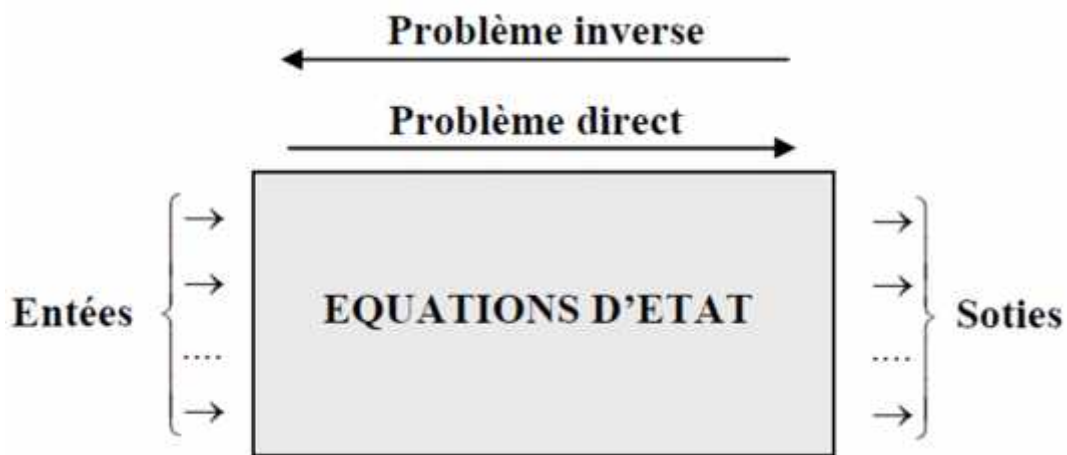


Figure III.22.-Schéma fonctionnel d'un système de CND

Tout d'abord, un modèle direct du système (matériau + bobine) doit être établi dans le but de calculer l'impédance du capteur en fonction des grandeurs d'intérêts telles que la conductivité électrique, la perméabilité magnétique et le lift-off pour des configurations connue le modèle est ensuite validé moyennant des mesures d'impédance en multifréquence.

En second lieu, le problème est résolu en faisant varier les paramètres recherchés dans l'algorithme itératif du simplex afin de minimiser une fonction objective. On cherche donc à minimiser l'écart (ou erreur) entre l'impédance simulée à partir du modèle direct et l'impédance mesuré. [HEL 12]

On doit noter que l'inversion itérative est assez sensible à la précision du modèle direct.

Le choix de l'initialisation des caractéristiques estimées est aussi important. En effet, ces algorithmes d'optimisation recherchent des *minima*, et il arrive que le résultat soit un minimum local et non global. Cependant, des méthodes existent pour pallier ces problèmes, et l'inversion itérative est présentée comme une méthode très efficace et précise lorsqu'elle est correctement mise en œuvre [RAV 08].

La figure III.23 illustre ce principe dans le cas de l'évaluation non destructive d'un ou plusieurs paramètres à partir des valeurs d'impédance issues des mesures Z_{mes} et du modèle de simulation direct Z_{cal} .

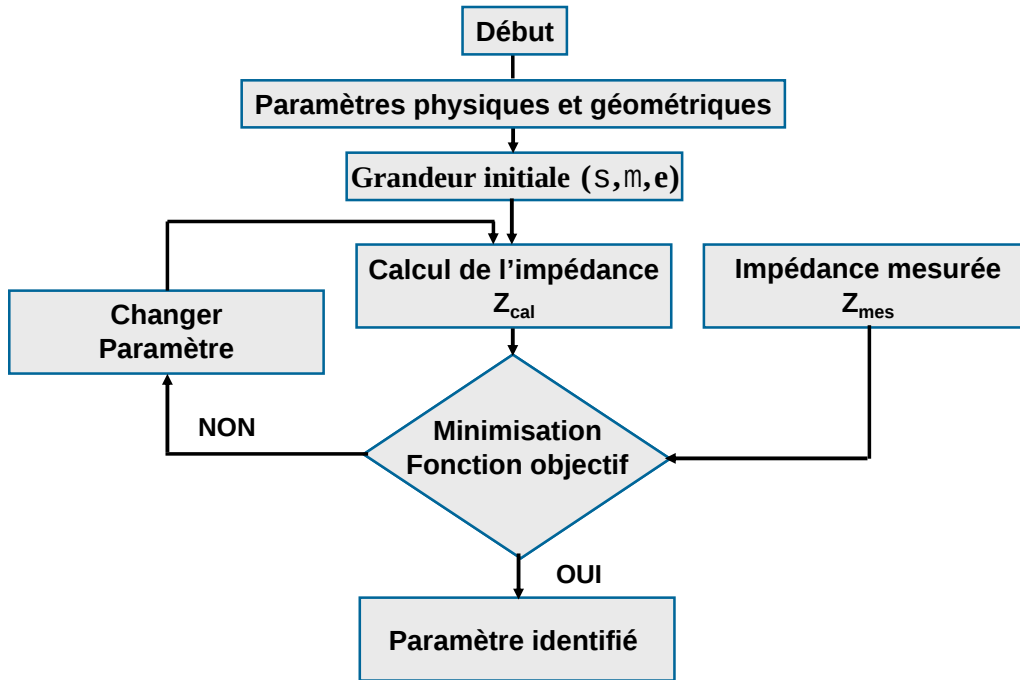


Figure III.23- Algorithme itératif de minimisation de fonction objectif [HEL12]

III.5.4 Estimation d'une grandeur par la méthode du problème inverse

L'estimation d'une grandeur s'effectue par résolution du problème inverse. La fonction objectif (fonction coût) que nous cherchons à minimiser est définie par [BOW 05, DOI 07] :

$$F_{obj} = \sqrt{\frac{1}{N_f} \sum_{n=1}^{n=N_f} \left[\left(1 - \frac{R_{cal}(n)}{R_{mes}(n)} \right)^2 + \left(1 - \frac{X_{cal}(n)}{X_{mes}(n)} \right)^2 \right]} \quad (III.10)$$

avec $R_{cal}(n)$ et $X_{cal}(n)$ sont les résistances et les réactances normalisées calculées avec le modèle direct. $R_{mes}(n)$ et $X_{mes}(n)$ sont les résistance et les réactances normalisées issues des mesures. N_f est le nombre de fréquences considérées.

Cette fonction est minimisée grâce l'algorithme du simplex [NEL 65].

Un modèle direct du système doit alors être établi afin de déterminer $R_{cal}(n)$ et $X_{cal}(n)$.

III.5.5 Application de problème inverse

Pour cette inversion on utilise le modèle de FEMM présidant comme un programme directe, ce modèle direct est ensuite inversé par un algorithme de type simplex afin de déterminer la courbe de première aimantation caractérisant complètement ce matériau magnétique. la précision de cette inversion 10^{-8} .

La figure III.24 représente le diagramme d'impédance utilisée comme vecteur d'entrée

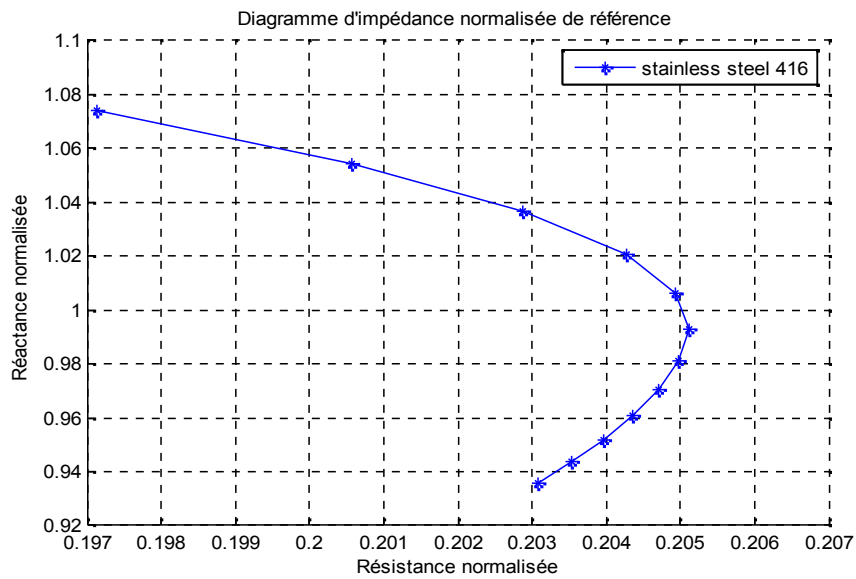


Figure III.24-Diagramme d'impédance normalisée de référence

Les valeurs de k pour AISI 416 sont prises comme des valeurs de référence [JOH13] :

- $k_1 = 11,92$
- $k_2 = 2,749$,
- $k_3 = 1036$

Les valeurs initiales utilisées pour l'inversion sont :

- $k_1 = 10$
- $k_2 = 2$,
- $k_3 = 1020$

III.5.6 Résultat de l'inversion

Nous présentons les résultats d'inversion obtenus pour l'acier AISI 416.

Dans la figure III.25 sont représentés les valeurs de k_1 , k_2 et k_3 ainsi que la valeur du résidu pour chaque itération jusqu'à la convergence.

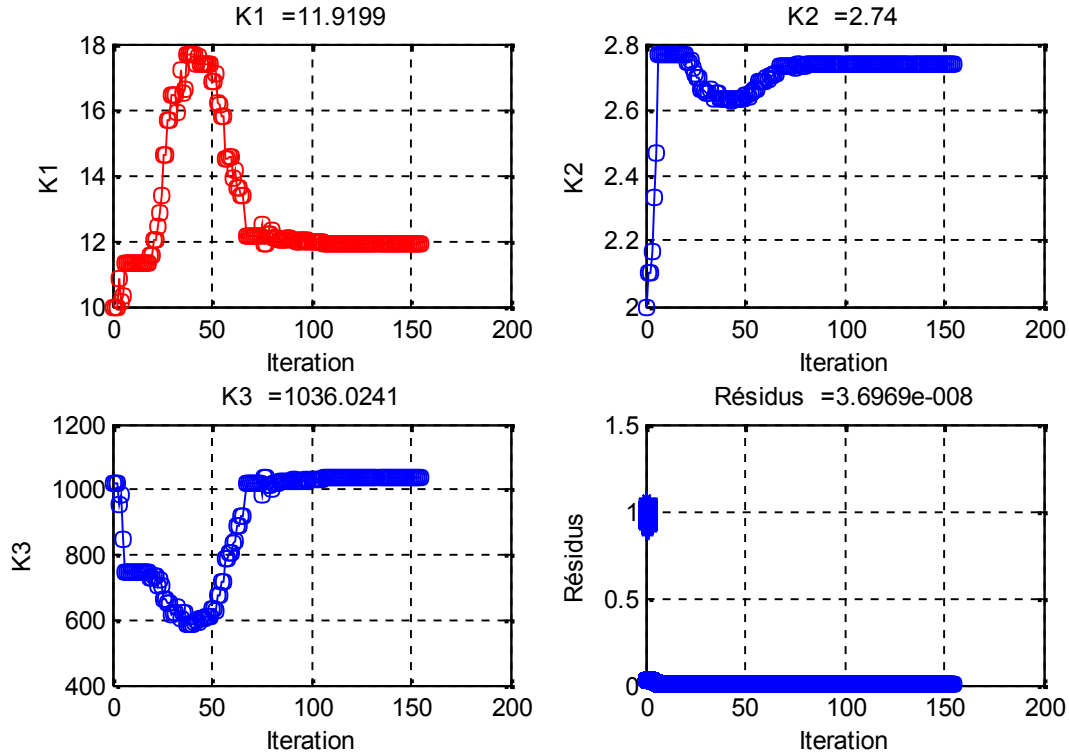
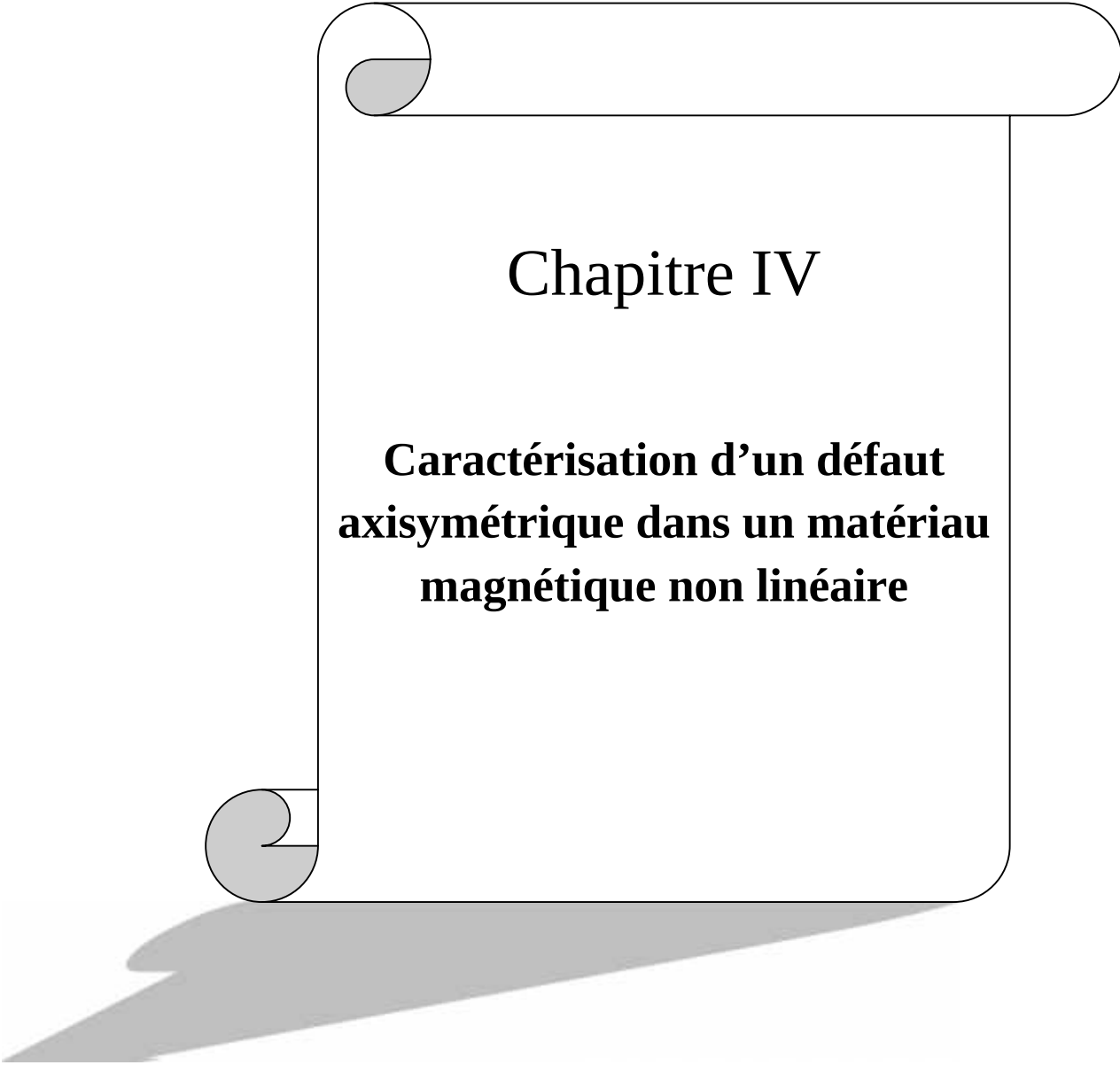


Figure III.25- Evolution des différentes grandeurs au cours d'itérations.

Nous remarquons qu'il y a, un bon accord entre les résultats obtenus par l'inversion et les valeurs de références, ainsi les valeurs de k prennent les valeurs de référence après 130 itérations.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode d'identification d'un matériau magnétique non linéaire. Tout d'abord, nous avons développé un modèle direct du système (matériau magnétique + capteur) par résolution du problème magnétodynamique direct approximé par la méthode EF 2D et résolu par la méthode de Newton-Raphson. Ce modèle a été validé par un logiciel open source (FEMM). Le modèle direct dans ce même logiciel (FEMM) a été inséré dans un algorithme itératif type simplexe dans le but de résoudre le problème inverse afin de déterminer la courbe de première aimantation caractérisant complètement ce matériau magnétique.



Chapitre IV

Caractérisation d'un défaut axisymétrique dans un matériau magnétique non linéaire

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre nous abordons l'étude des plaques en AISI 416 qui comportent des défauts axisymétriques à partir d'une modélisation 2D EF dans le but final est de déterminer les dimensions de ces défauts par inversion de ce modèle direct.

Pour faciliter cette étude, nous travaillons dans la partie linéaire de la courbe de première aimantation du matériau, pratiquement ça revient à exciter le système avec un faible champ magnétique.

IV.2 Etude d'une plaque ferromagnétique comportant un défaut traversant

On utilise l'organigramme de la figure IV.1 afin de développer le modèle direct pour la résolution de l'équation magnétodynamique pour une pièce magnétique non linéaire qui comporte un défaut traversant.

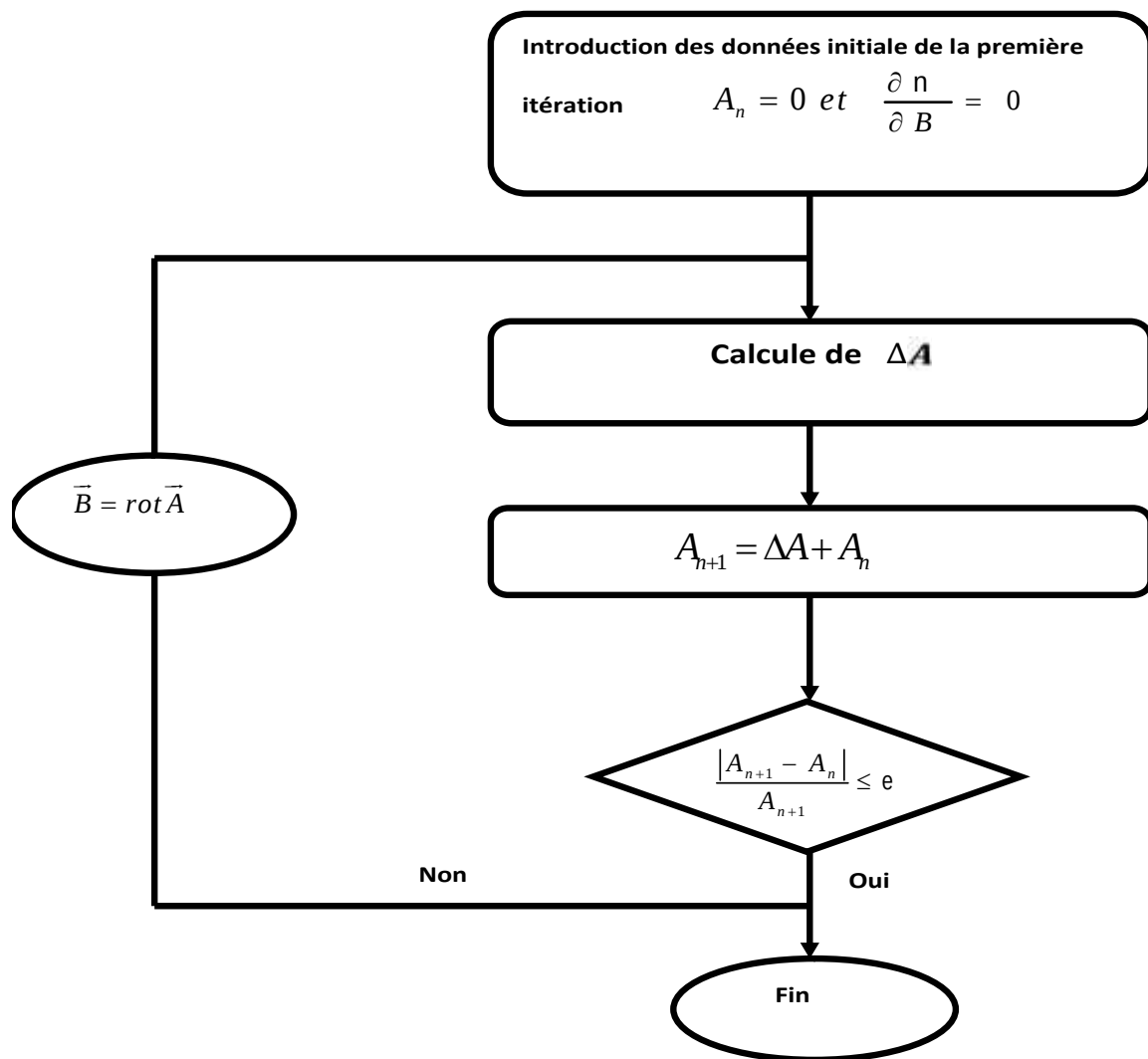


Figure IV.1 - Organisation du code de calcul

IV.2.1 Caractéristiques géométriques

Dans la figure IV.2 est présentée la géométrie du système comportant un défaut axisymétrique traversant.

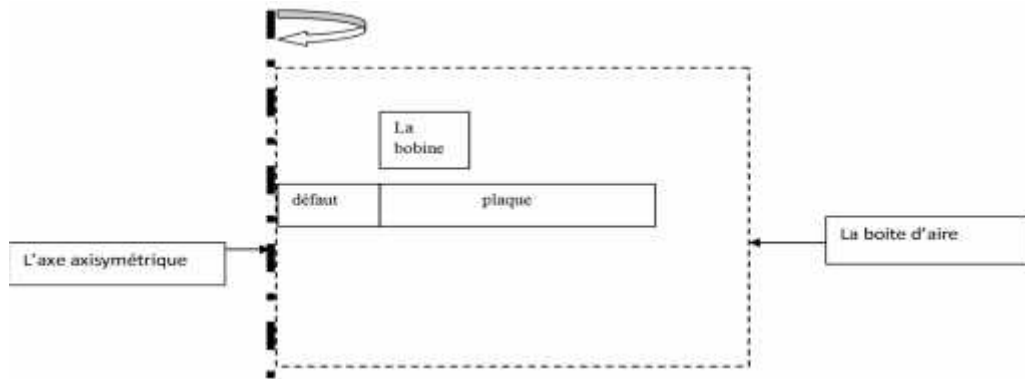


Figure IV.2- Système comportant un défaut axisymétrique traversant

Sur le tableau IV.1 sont présentés les paramètres du système étudié.

Tableaux IV.1 – Paramètres du système

Bobine	
Rayon externe	10.7 mm
Rayon interne	6.88 mm
Nombre de spire	410 spire
Hauteur	5mm
Lifte_off	0.19mm
Spécimen	
Conductivité électrique	$0.175M [\Omega.m]^{-1}$
Epaisseur	1cm
Défaut	
Rayon	2mm
Epaisseur	1cm
Autre	
Fréquence	100 Hz

IV.2.2 Discrétisation de la géométrie

Maillage sous Matlab

Sur la figure IV.3 est présenté le maillage du système.

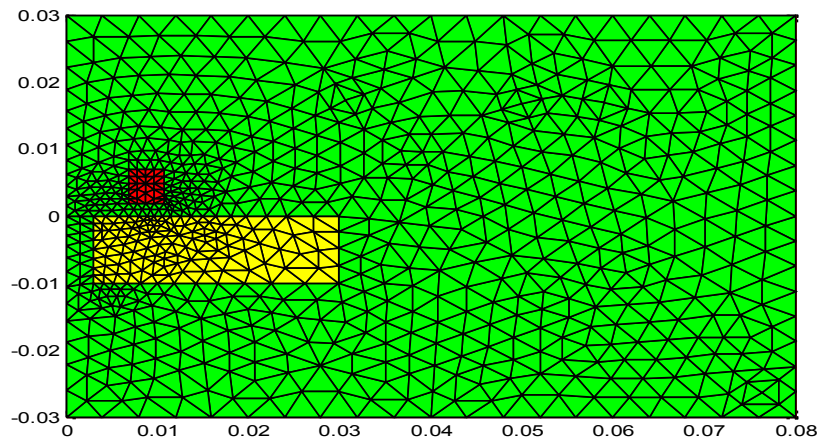


Figure IV.3- Maillage du système

Maillage par FEMM

Sur la figure IV.4 est présenté le maillage obtenu par FEMM.

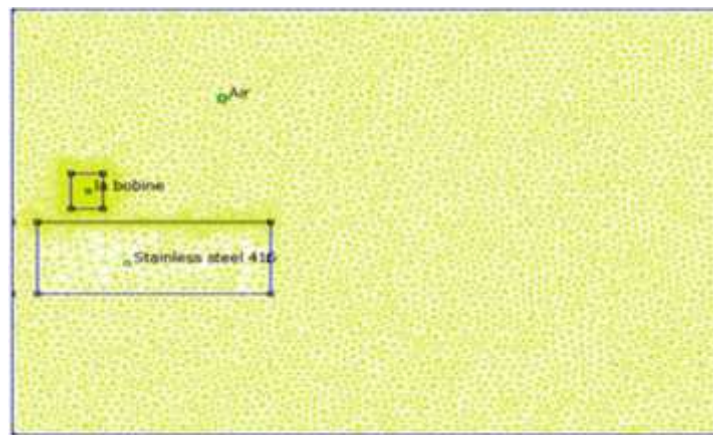


Figure IV.4 - Maillage obtenu par FEMM

IV.2.3 Conditions aux limites

Sur la figure IV.5 sont présentés les Conditions aux limites imposées au système.

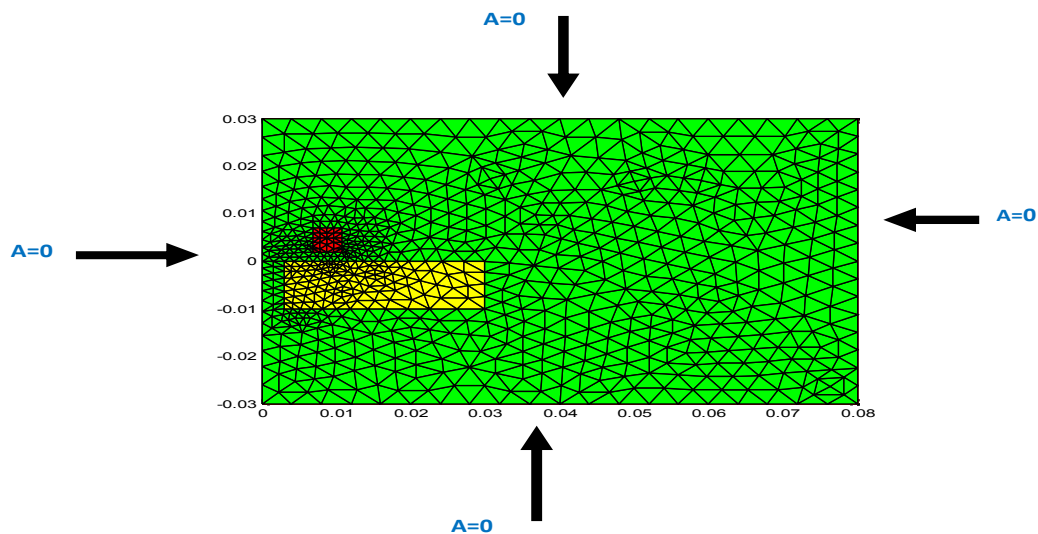


Figure IV.5 - Conditions aux limites

IV.2.4 Visualisation de la perméabilité

Afin de vérifier que le modèle développé travail bien avec une perméabilité constante, nous présentons cette perméabilité sur la figure IV.6.

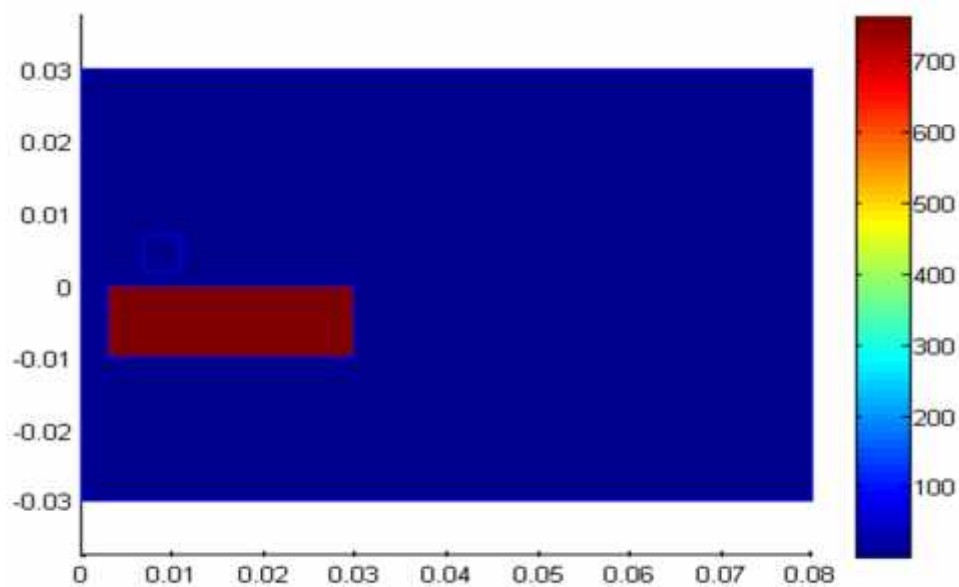


Figure IV.6- Perméabilité relative

Sur la figure IV.7 sont présentés les valeurs de B et de H qui sont utilisées par le programme jusqu'à la convergence.

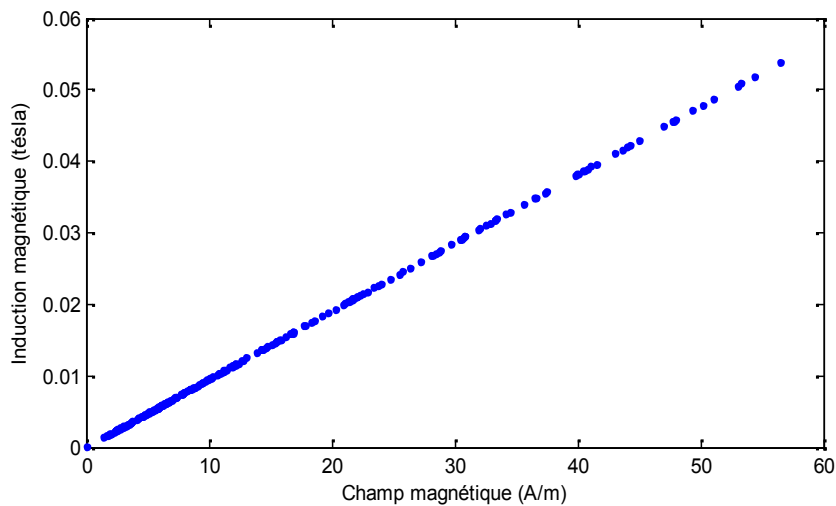


Figure IV.7 – Courbe de B en fonction de H

IV.2.5 Potentiel vecteur magnétique A

Les figures IV.8 et IV.9 représentent respectivement les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique $\bar{A}$ calculé par le modèle développé et par FEMM dans une pièce magnétique en AISI 416. Sur la figure IV.10 est présentée la distribution du potentiel vecteur magnétique.

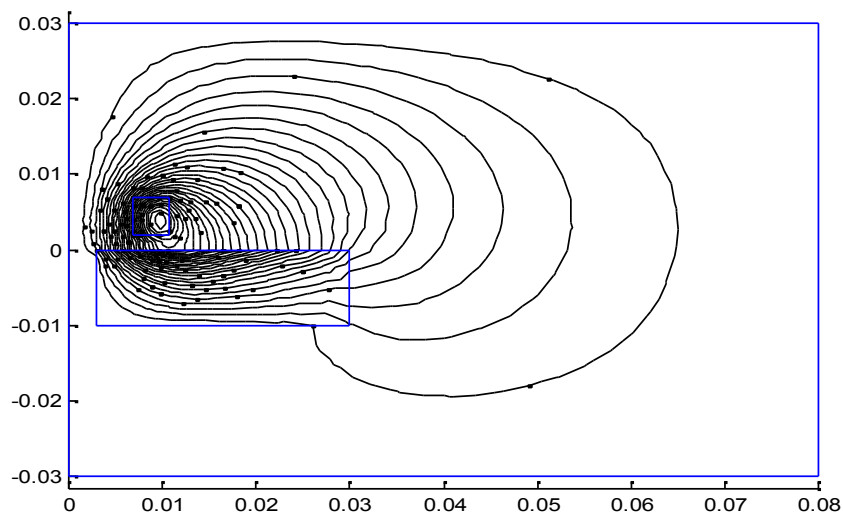


Figure IV.8 – Isovaleur du potentiel vecteur magnétique

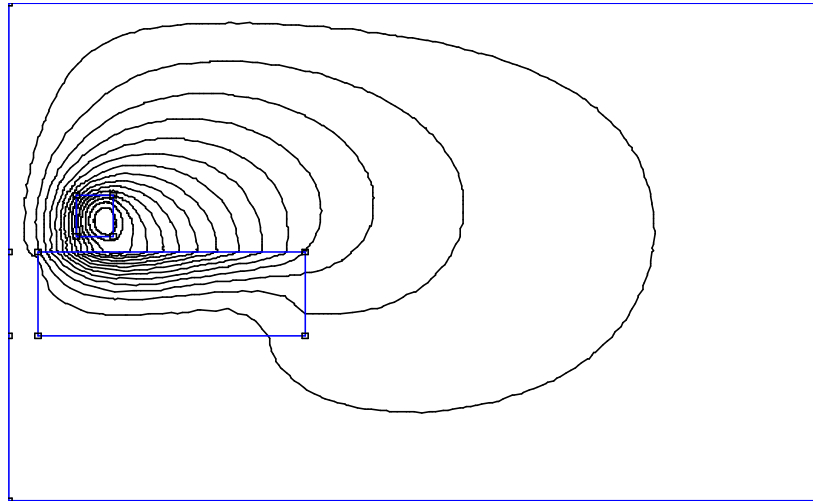


Figure IV.9 – Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique par FEMM

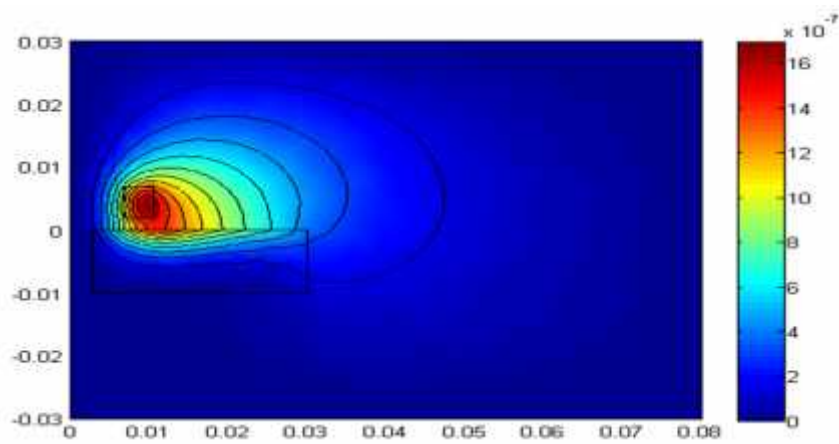


Figure IV.10 – Distribution de Potentiel vecteur magnétique

IV.2.6 Induction magnétique B

Sur la figure IV.11 représente l'induction magnétique B par le modèle développé.

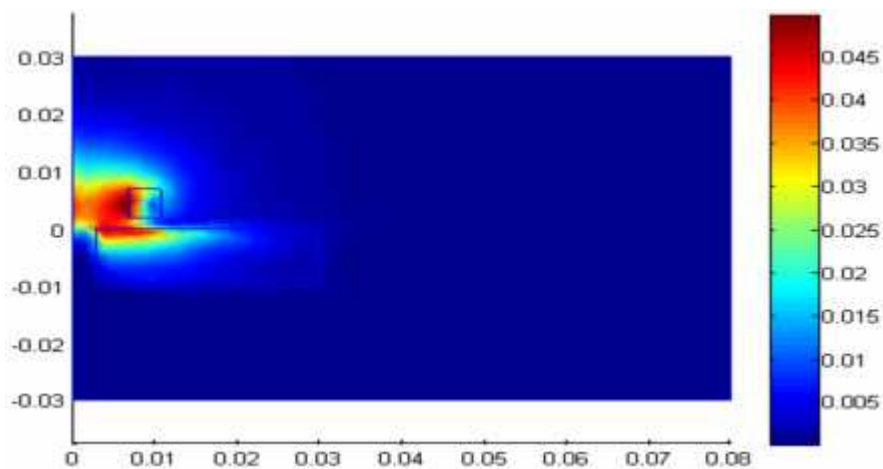


Figure IV.11- Induction magnétique B

Sur la figure IV.12 est présentée l'induction magnétique B par FEMM.

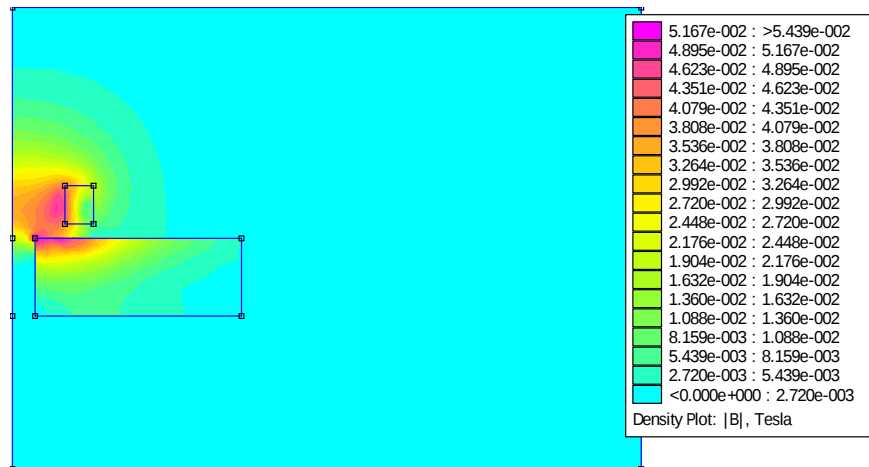


Figure IV.12- Induction magnétique B avec FEMM

IV.2.7 Courants induits dans la plaque

Sur la figure IV.13 sont présentés les courants induits.

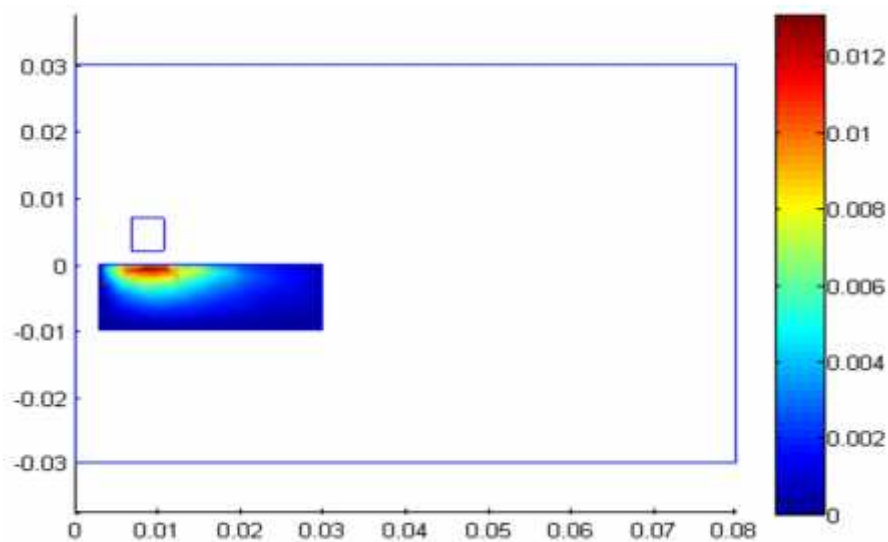


Figure IV.13- Courants induits (MA / m^2)

Sur la figure IV.14 sont présentés les courants induits par notre modèle, avec .

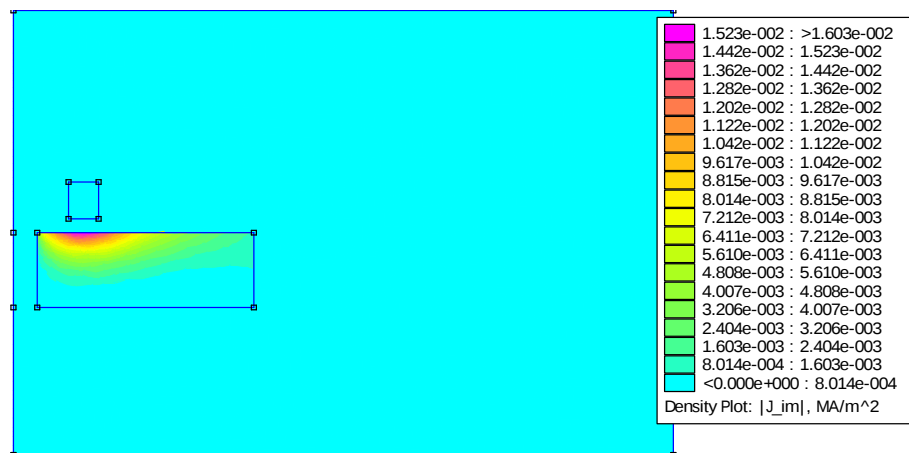


Figure IV.14-Courants induits dans la plaque avec FEMM

IV.2.8 Calcul de l'impédance

Nous calculons l'impédance du système par le modèle développé et par FEMM. Dans le tableau IV.2 est présentée une comparaison entre l'impédance obtenue par le modèle développé et celle obtenue par FEMM.

Tableaux IV.2 - : Comparaison entre l'impédance obtenue par le modèle développé et celle obtenue par FEMM.

	Résistance	Réactance
Z par la méthode N-R	0.0016	2.26
Z avec FEMM	0.0016	2.27

IV.3 Etude d'une plaque ferromagnétique comportant un défaut non traversant

IV.3.1 Caractéristiques géométriques

Sur la figure IV.15 est présenté la géométrie du système comportant un défaut axisymétrique non traversant

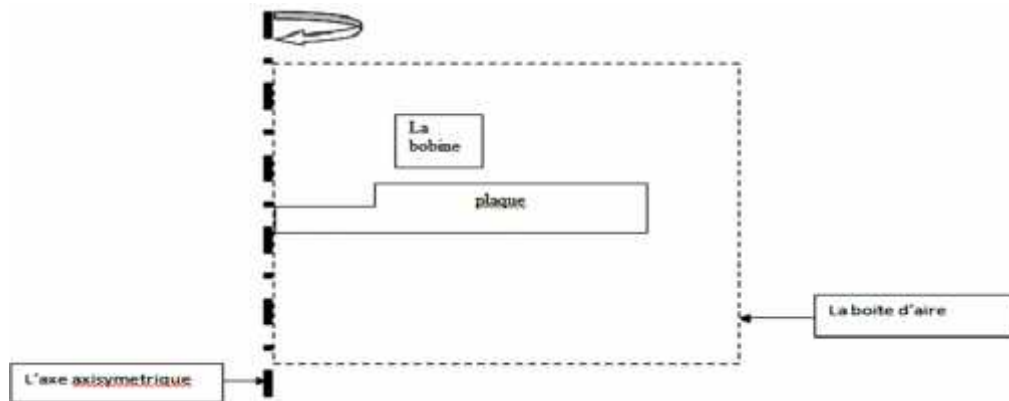


Figure IV.15 - Système comportant un défaut axisymétrique non traversant

Sur le tableau IV.3 sont présentés les paramètres du système.

Tableaux IV.3 - Paramètres du système

Bobine	
Rayon externe	10.7mm
Rayon interne	6.88mm
Nombre de spire	410 spires
Hauteur	5mm
Lifte_off	0.19mm
Spécimen	
Conductivité électrique	$0.175M [\Omega.m]^{-1}$
Epaisseur	1cm
Défaut	
Rayon	3mm
Epaisseur	2mm
Autre	
Fréquence	100 Hz

IV.3.2 Discrétisation de la géométrie

Maillage sous Matlab

Sur la figure IV.16 est présenté le maillage obtenu par le modèle élaborée.

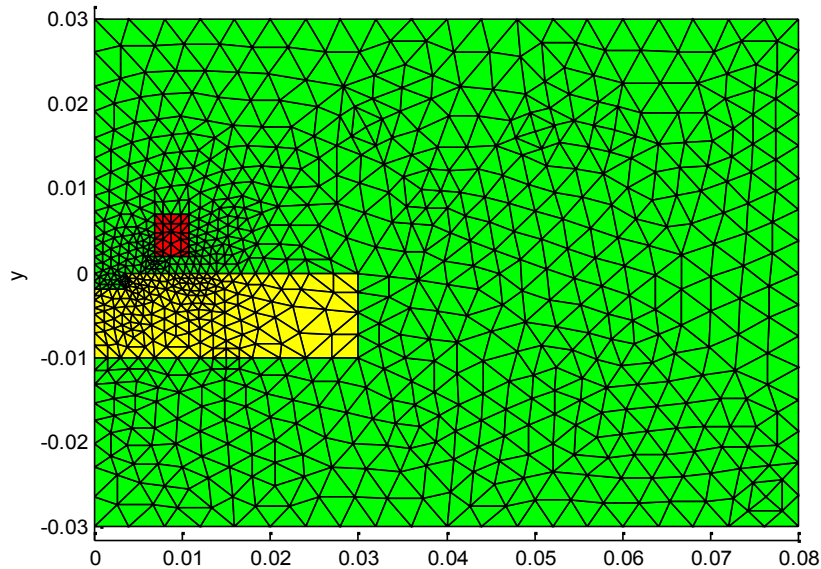


Figure IV.16 - Maillages obtenus

Maillage par FEMM

Sur la figure IV.17 est présenté le maillage obtenu par FEMM.

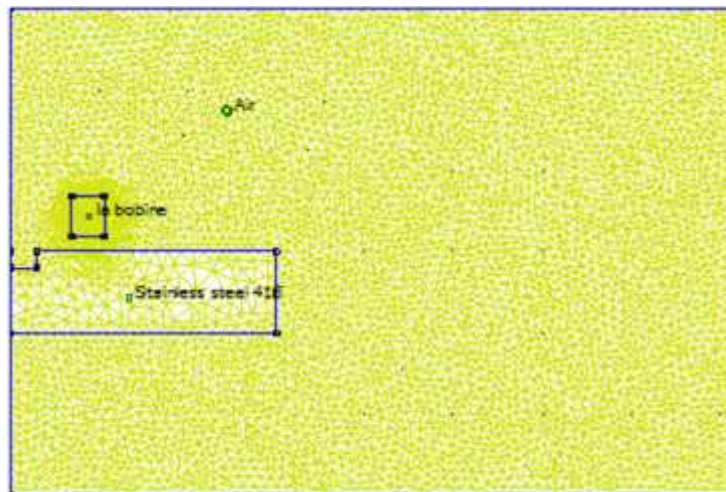


Figure IV.17 -Maillages obtenus par FEMM

Nous remarquons que la discrétisation géométrique est différente sous Matlab et celle donnée par FEMM. Nous constatons que FEMM offre beaucoup plus de contrôle et de maniabilité concernant le type, la forme et la précision du maillage. Les données générés du processus de maillage sont codées et stockées sous forme de matrices.

IV.3.3 Conditions aux limites

La figure IV.18 est présentée Conditions aux limites.

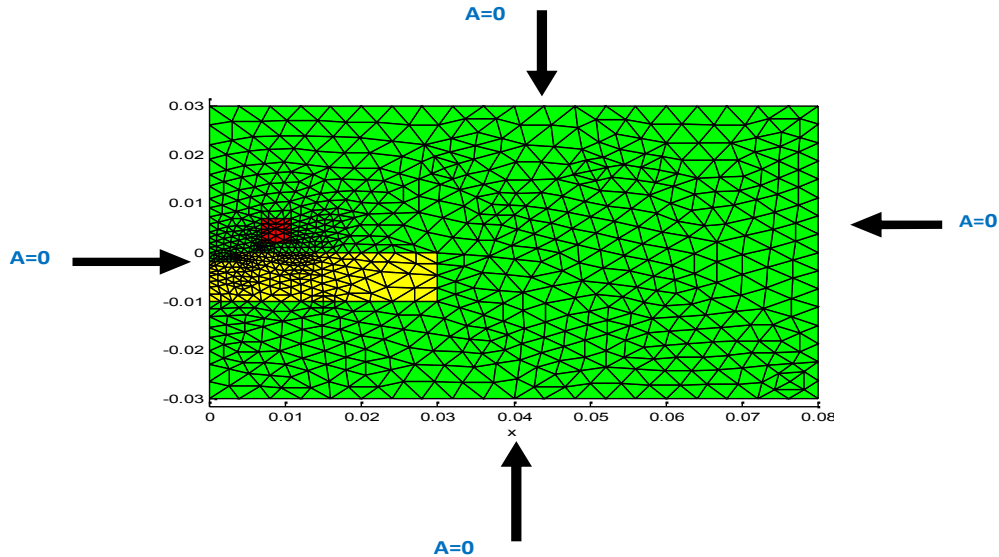


Figure IV.18 - Conditions aux limites

IV.3.4 Perméabilité magnétique dans la plaque

Afin de vérifier que notre code travail bien avec une perméabilité constante, nous présentons cette perméabilité sur la figure IV.19.

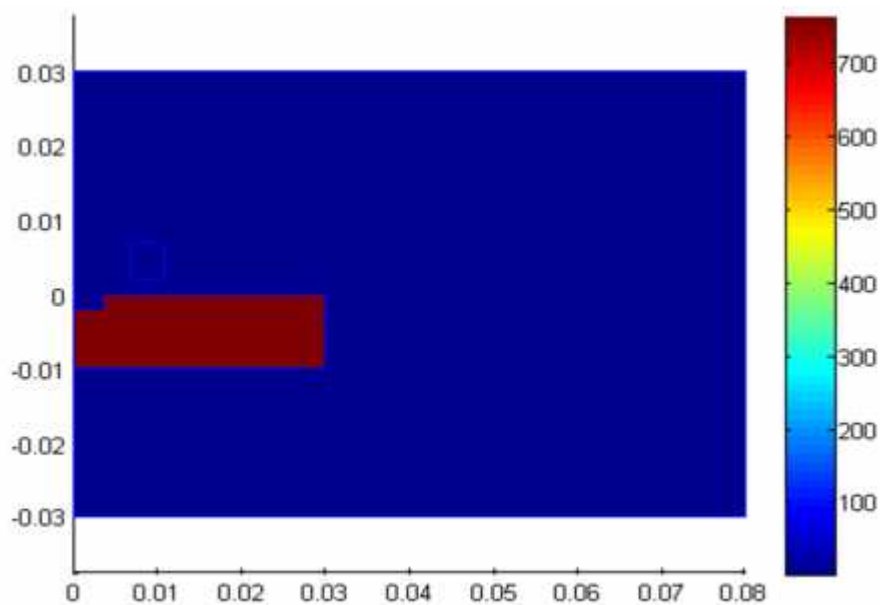


Figure IV.19 - Perméabilité magnétique

On remarque que la perméabilité est constante et prend la même valeur dans toute la plaque.

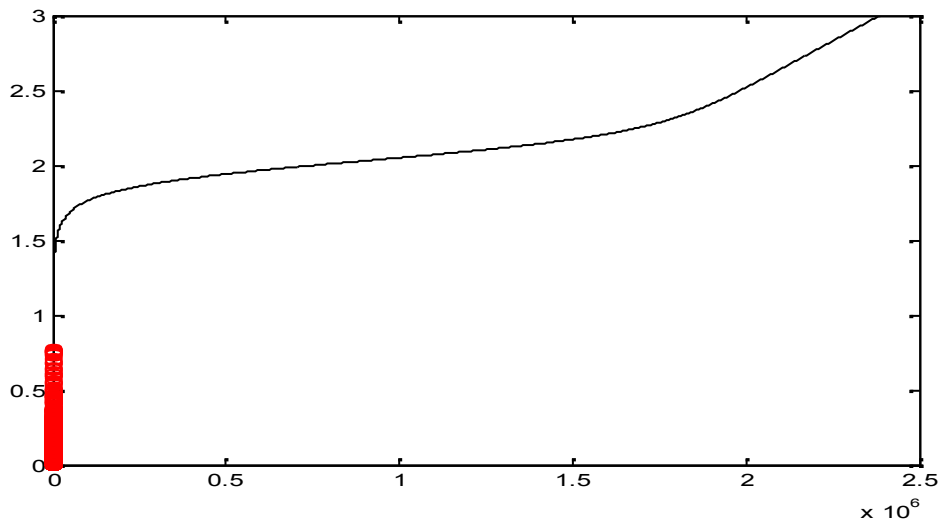


Figure IV.20 – Induction magnétique et champ magnétique pour une itération

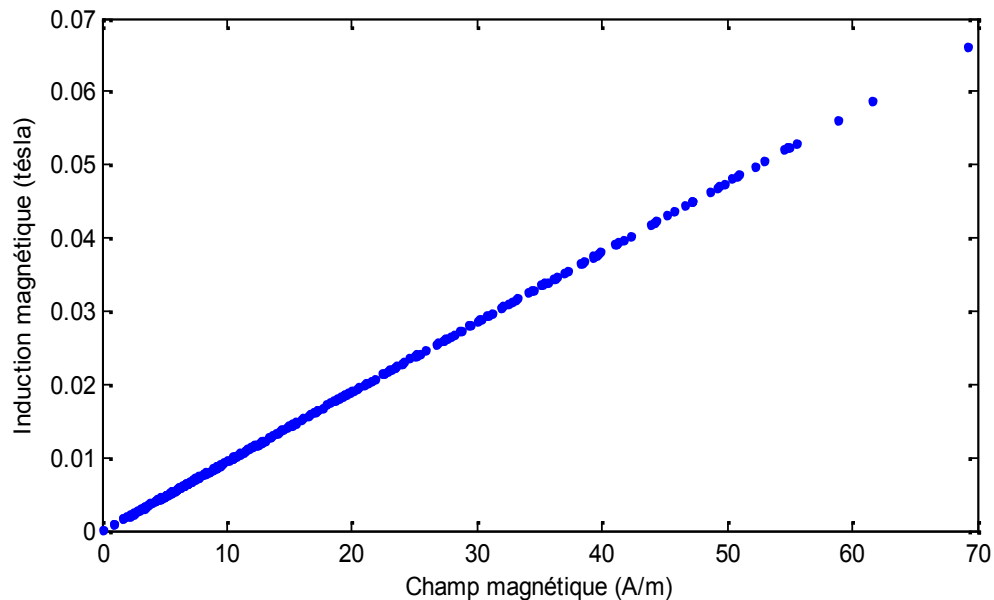


Figure IV.21 – Courbe de B en fonction de H

On remarque que le domaine de travail dans ce cas c'est la partie linéaire de la courbe de première aimantation.

IV.3.5 Potentiel vecteur magnétique

Les figures IV.22 et IV.23 représentent respectivement les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ calculé par le code élaboré et par FEMM dans une pièce magnétique de AISI 416. Sur la figure IV.24 est présenté la distribution du potentiel vecteur magnétique.

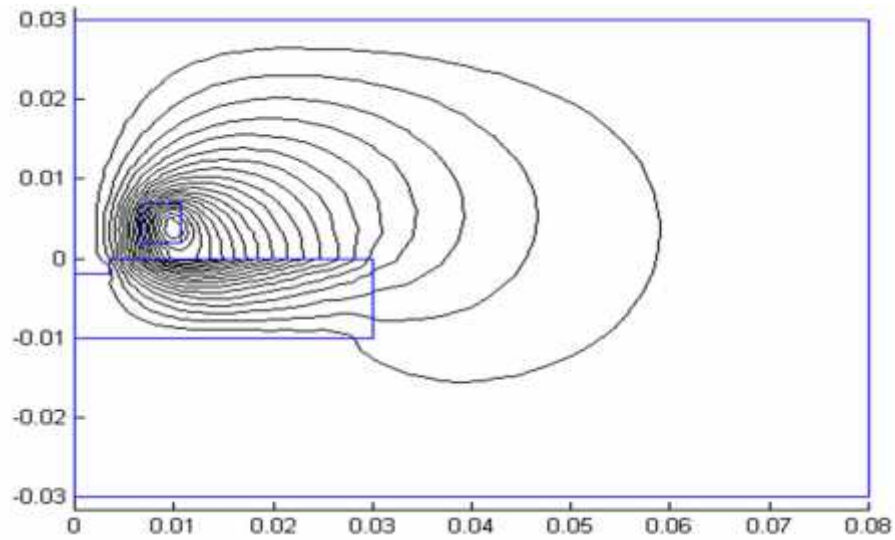


Figure IV.22 – Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

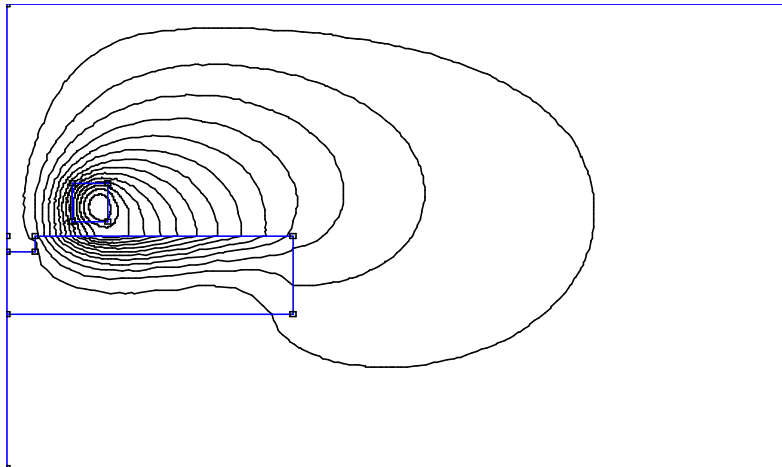


Figure IV.23 - Contours de potentiel vecteur magnétique par FEMM

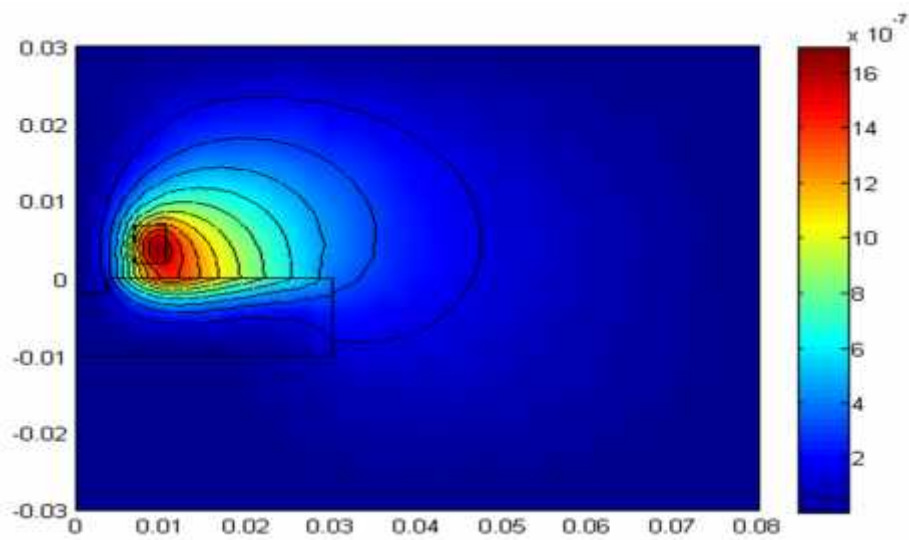


Figure IV.24 - Potentiel vecteur magnétique

IV.3.6 Induction magnétique B

Sur la figure IV.25 est présenté l'induction magnétique B par notre modèle.

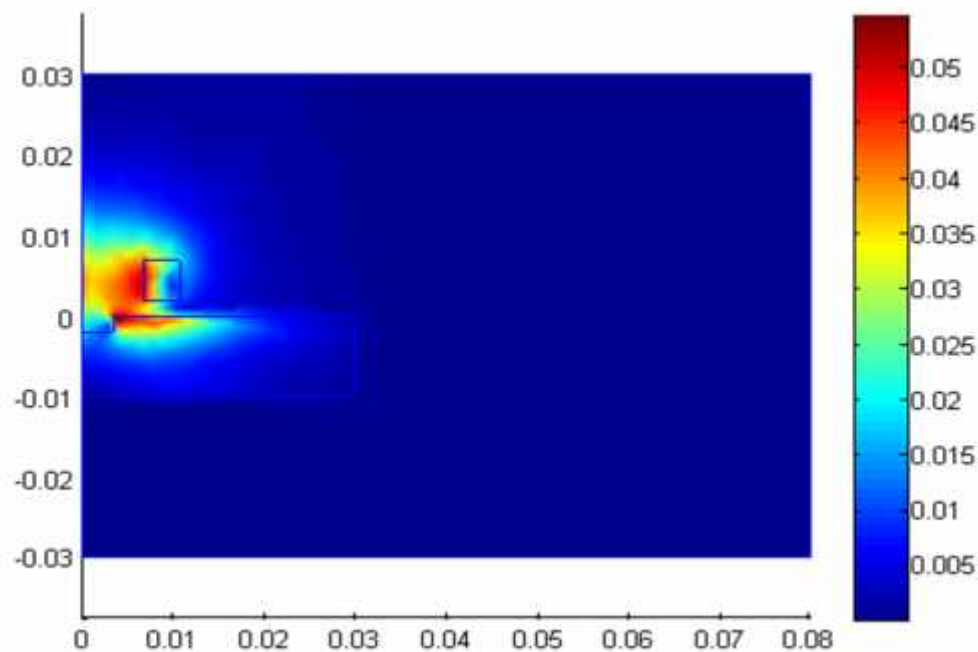


Figure IV.25 - Induction magnétique B

Sur la figure IV.26 est présenté l'induction magnétique par FEMM.

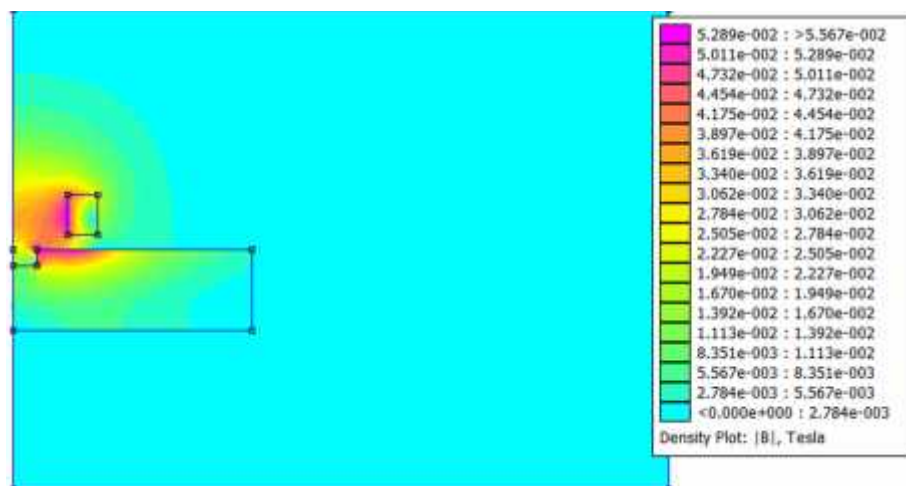


Figure IV.26 - Induction magnétique B par FEMM

Nous remarquons qu'il y a une bonne concordance entre les deux résultats.

IV.3.7 Courants induits

Sur la figure IV.27 sont présentés les courants induits dans la plaque par notre modèle avec MA/m^2 .

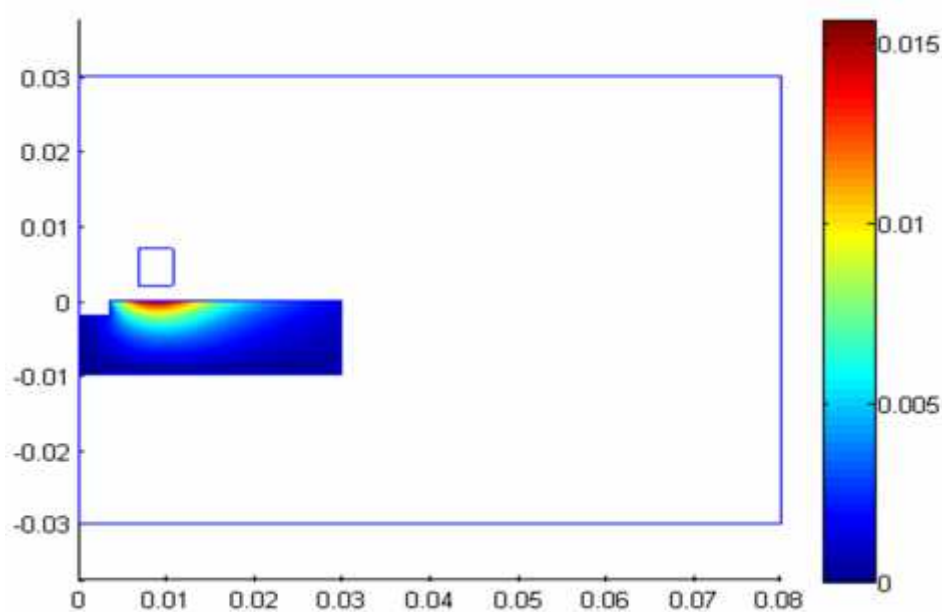


Figure IV.27-Courants induits

La figure IV.28 est présentée les courants induits par FEMM, avec MA/m^2 .



Figure IV.28 - Courants induits dans la plaque par FEMM

IV.3.8 Calcul de l'impédance

Nous calculons l'impédance du système par le modèle développé et par FEMM. Dans le tableau IV.4 est présentée une comparaison entre l'impédance obtenue par le modèle développé et celle obtenue par FEMM.

Tableaux IV.4 - : Comparaison entre l'impédance obtenue par le modèle développé et celle obtenue par FEMM

	La partie réelle de Z	La partie imaginaire de Z
Z avec la méthode N-R	0.0016	2.26
Z par FEMM	0.0017	2.30

IV.3.8.1 Validation du diagramme d'impédance

Sur la figure IV.29 représente respectivement le diagramme d'impédance normalisée calculée par le code élaboré et sa validation par FEMM. Ces résultats sont obtenus à un intervalle de fréquence de [100 :400 :2000] Hz

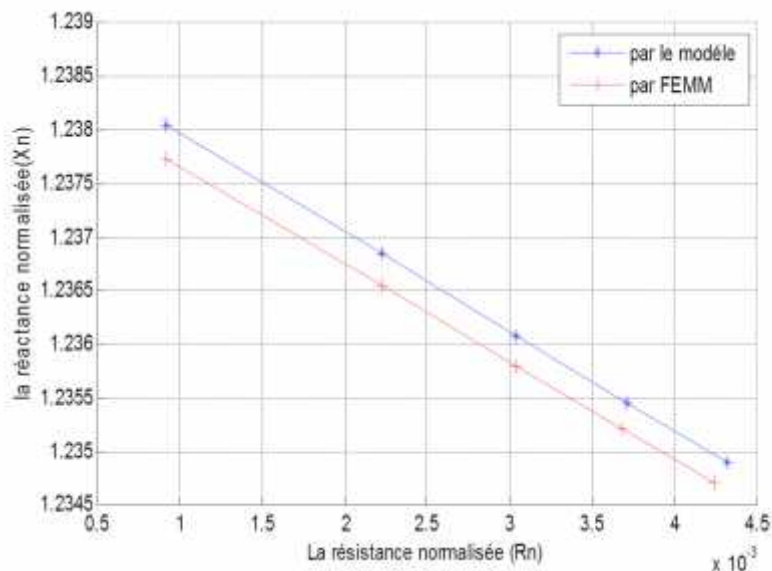


Figure IV.29-Validation du diagramme impédance

La légère différence entre les valeurs de la réactance peut être attribuée aux maillages utilisés par les deux codes.

IV.3.9 Influence de la profondeur et du rayon du défaut

Pour tester la sensibilité du modèle développé à la variation des dimensions (rayon et profondeur) à la fois, du défaut non traversant 2D axisymétrique pour une plage de fréquences d'excitation de [100 : 200 :2000] Hz, nous traçons le diagramme d'impédance normalisé pour différentes valeurs du rayon et de la profondeur.

Sur la figure (IV.30) sont représentés les diagrammes d'impédance normalisée.

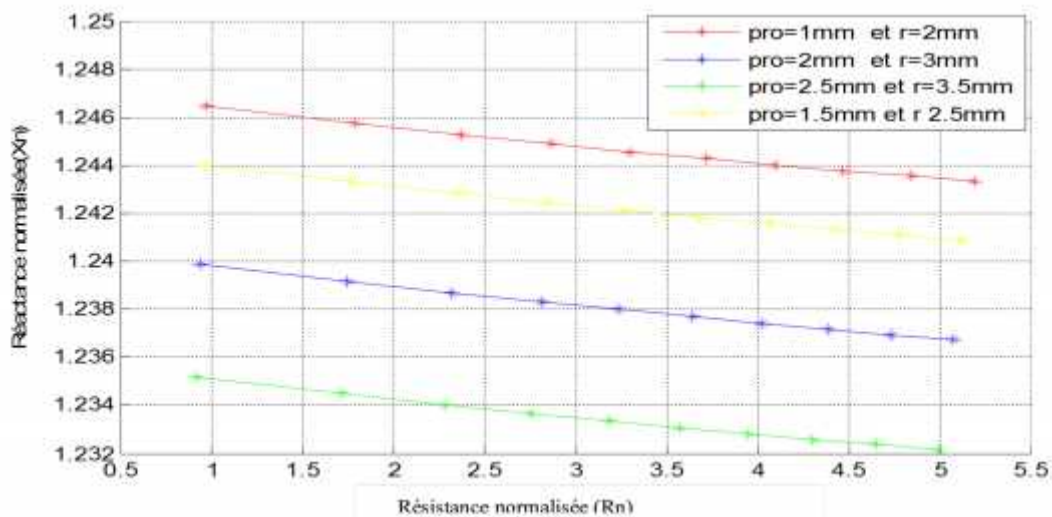


Figure IV.30- Influence du paramètre géométrique sur diagramme d'impédance.

On peut remarquer que l'impédance est influencée par la variation de la profondeur et du rayon du défaut à la fois, ce qui montre que le modèle est sensible à la variation des dimensions du défaut. Ainsi, on peut inverser le modèle direct développé.

IV.3.10 Résultats d'inversion de ce modèle

Nous appliquons la même stratégie d'inversion qui a été déjà utilisée dans le chapitre précédant et on utilise notre modèle développé par la méthode éléments finis nodaux sous l'environnement Matlab comme un modèle direct.

On utilise le diagramme d'impédance coloré en bleu (Figure IV.30) comme vecteur d'entrée et les valeurs suivantes comme des valeurs de référence :

- Profondeur de défaut = $2 \cdot 10^{-3}$
- Largeur de défaut = $3 \cdot 10^{-3}$

Les valeurs initiales

- Profondeur de défaut = $2 \cdot 10^{-3}$
- Largeur de défaut = $5 \cdot 10^{-3}$

Les figures (IV.31) et (IV.32) représentent respectivement le diagramme d'impédance normalisée et la variation des dimensions du défaut pour chaque itération.

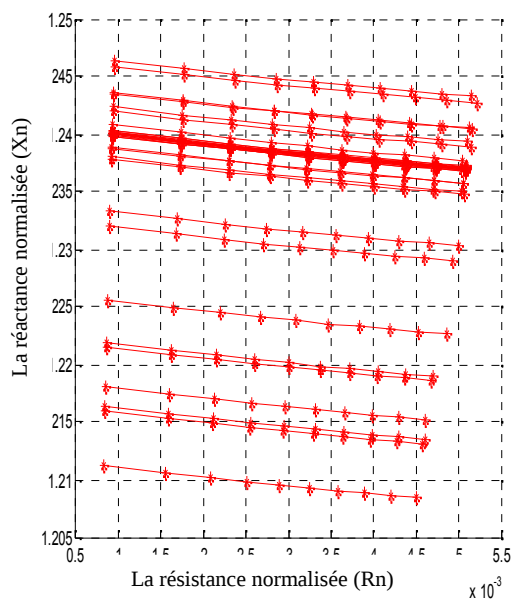


Figure IV.31-Digramme d'impédance pour chaque itération

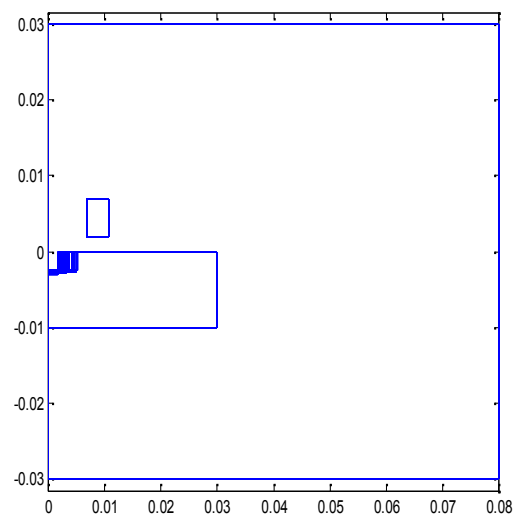


Figure IV.32 –Variation des dimensions de défaut

Dans la figure IV.33 nous représentons les résultats d'inversion obtenus dans cet exemple. Elle présente les valeurs de dimension et la valeur de résidus dans chaque itération jusqu'à la convergence.

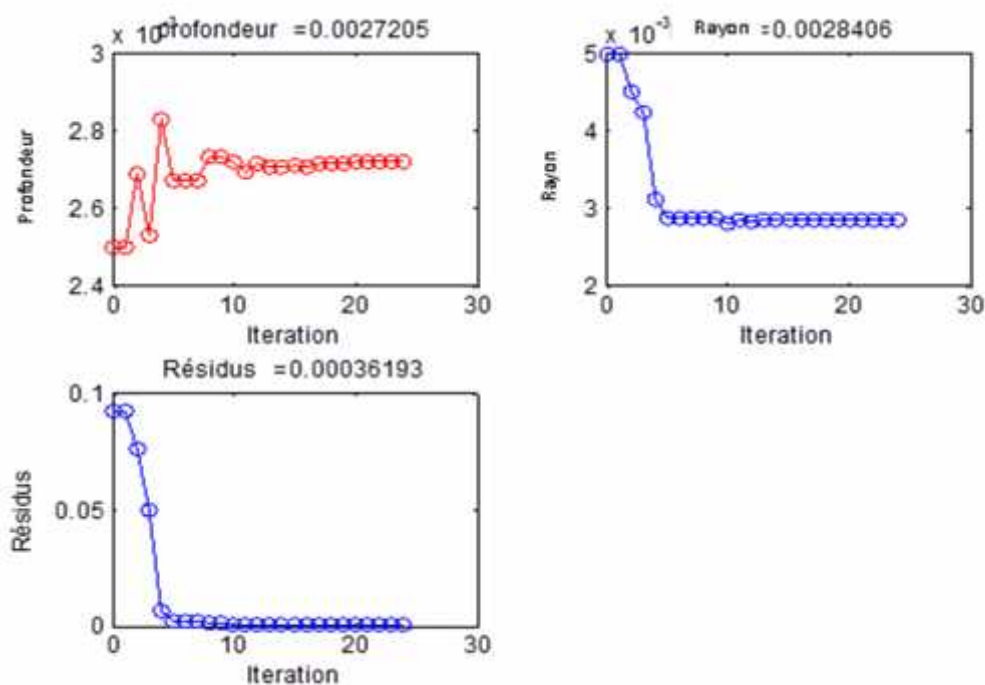


Figure VI.33- Evolution des différentes grandeurs au cours d'itérations

Nous remarquons qu'il y a, en général, un bon accord entre les résultats obtenus par l'inversion et les valeurs de références

IV.4 Conclusion

Ce chapitre, consacré à la caractérisation d'un défaut axisymétrique dans un matériau magnétique non linéaire a été réalisée par l'inversion d'un modèle développé 2D axisymétrique par un algorithme de type simplex afin de déterminer les dimension d'un défaut non traversant. Le diagramme d'impédance normalisé nous a permis de s'affranchir le problème d'unicité rencontré souvent dans la résolution du problème inverse.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons abordé une étude sur les matériaux magnétiques non linéaire dans le cadre du contrôle non destructive (CND) pour une caractérisation physique et géométrique des matériaux magnétique non linéaire.

Nous avons commencé par approximer la formulation magnétodynamique du système par la méthode des éléments finis nodaux afin d'obtenir le système algébrique en fonction du potentiel vecteur magnétique. Ce système algébrique étant non linéaire, nous l'avons résolu par la méthode de Newton-Raphson. Cette étude nous a permis d'étudier les différents comportements d'une pièce ferromagnétique sous l'effet d'un champ magnétique appliqué. Les calculs ont été effectués par exploitation du modèle développé et d'un logiciel open source FEMM (Finite Element Method Magnetics).

La caractérisation d'un matériau magnétique non linéaire a été réalisée par l'inversion du modèle direct via un algorithme de type simplex afin de déterminer la courbe de première aimantations caractérisant complètement le matériau magnétique.

La deuxième étape de ce travail a été consacré à l'étude des plaques magnétiques non linéaire qui comportent des défauts 2D axisymétriques, la caractérisation de ces défauts a été réalisée par inversion du modèle direct 2D développé via un algorithme de type simplex déterminant les dimensions du défaut.

Les diagrammes d'impédance normalisé nous a permis de s'affranchir le problème d'unicité rencontré souvent dans la résolution du problème inverse.

Comme perspective de ce travail, nous proposons l'étude des systèmes en 3D et la prise en considération des matériaux à caractère non linéaire.

Bibliographie

[AHM 04] F. J. Ahmed, « Modélisation par réseaux de perméances de la désaimantation dans lamachine à aimant permanent », Rapport de stage, Laboratoire de recherche en Electronique, Electronique et Systèmes, France, 2003-2004.

[AMO 10] N. Amoura, H. Kebir, S. Rechak, J. M. Roelandt, Axisymmetric and twodimensional crack identification using boundary elements and coupled quasi-random downhill simplex algorithms, Engineering Analysis with Boundary Elements, Elsevier, Vol. 34, February 2010, pp. 611–618.

[BAR06] Ramos Bargallo , " Finite elements for electrical engineering ", university politécnica de catalunya 2006

[BEN 06] Nabil. Benhadda, « Modélisation des Capteurs Inductifs à Courants de Foucault ». Mémoire de Magister, Université El Hadj Lakhdar Batna, Septembre 2006.

[BEN 93] D. benzarga, "Contribution à la Modélisation 3D des Phénomènes Electromagnétique Regis par les Equations de la Magnétostatique et da la Magnétodynamique", Thèse de doctorat de l'université de Paris 6, 1993.

[BIH 00] Yann Le Bihan, Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour l'évaluation non destructive de l'épaisseur de paroi d'aubes de turbines creuses, Thèse de doctorat, Ecole Normale supérieure de Cachan, 2000.

[BOE 91] Boeing, Eddy Current Familiarisation Course, BOEING Commercial JET Non destructive Test, 1991.

[BOU 96] J.-C. Bour, E. Zubiri, P. Vasseur et A. Billat, « Étude de la répartition des courants de Foucault pulsés dans une configuration de contrôle non destructif ». J. Phys. III France 3 ,1996, pp, 7-22.

[BOW 89] J. R. Bowler, L. D. Sabbagh, H. A. Sabbagh, A theoretical and computational model of eddy-current probes incorporating volume integral and conjugate gradient methods, IEEE Transactions on Magnetism, vol. 25, no 3, pp. 2650-2664, May 1989.

[CEC 93] Cecco V.S., Carter J.R., Sullivan S.P., An eddy current technique for detecting and sizing surface cracks in carbon steel, Materials Evaluation, 1993, vol. 51 N° 5 pp. 572-577.

[CHA 00] Tomasz Chady, Masato Enokizono , Ryszard Sikora, Neural Network Models of Eddy Current Multi-Frequency System for Nondestructive Testing, IEEE Transactions On Magnetism, Vol. 36, No. 4, July 2000, pp. 1724-1727

[CHO 09] Yahya Choua, Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault, Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI, 2009.

Bibliographie

[CLA 98] Clauzon T., Thollon F., Conception d'une chaîne de CND par courants de Foucault pulsés, Mesures électromagnétique, 1998.

[COS 01] François COSTA, "Compatibilité électromagnétique CEM ", Technique de l'ingénieur, D 1 300v2.

[DEL] J. Delaballe, "Cahier technique n° 149 : la compatibilité électromagnétique", Schneider Electric, CT 149, édition décembre 2001.

[DOI 07] Vincent Doirat, « Contribution à la modélisation de systèmes de Contrôles Non Destructifs par Courants de Foucault Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique ». Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, le 25 octobre 2007.

[FOR 60] G.E. Forsythe and W.R. Waso, "Finite Difference Methods for Partial Differential Equations", New York : John Wiley & Sons, 1960.

[FUK 97] Hiroyuki Fukutomi, Toshiyuki Takagi, Junji Tani, Mitsuo Hashimoto, Junri Shimone, Yutaka Harada, Numerical Evaluation of ECT Impedance

[HAB 06] M. HABIB, « Etude du Rayonnement D'un Capteur Magnétique Application à la Détection Des Pièces Métalliques ». Mémoire de Magister, EMP, Algérie, 2006.

[HAC 09] Dahmane HACHI, «Evaluation Non Destructive des propriétés physiques et géométriques des tôles par Courants de Foucault Pulsés». Mémoire de Magister, ECOLE MILITAIRE POLYTECHNIQUE, JUIN 2009.

[HAR 68] R.F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods", Reprinted by R.F. Harrington, R.D.2. West Lake Road, Cazenovia, N.Y, 1968.

[HEL 12] Bachir HELIFA, « Contribution a la simulation du CND par courants de foucault en en vue de la caractérisation des fissure débouchant». Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes 2012

[HEL 16] Bachir Helifa ,coure propriétés magnétiques des solides, Université Amar TELIDJI – Laghouat, Laghouat 06 novembre 2016 .

[JIA 02] Jianming Jin, "The Finite Element Method in Electromagnetics", 2ed., ISBN: 0-471-43818-9, John Wiley & Sons, 2002.

[JOH 13] John R. Brauer, Magnetic Actuators and Sensors, 2nd Edition , livre Published Online: 28 NOV 2013 03:17AM

Bibliographie

[KLO 11] Kada Kloucha Omar, Etude, réalisation et commande d'un moteur a reluctance variable linéaire ,mimoire magister, université d' Oran

[LEB 00]Yann LE BIHAN, Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour l'évaluation non destructive de l'épaisseur de paroi d'aubes de turbines creuses, Thèse de doctorat, Ecole Normale supérieure de Cachan, 2000.

[LOU 95] Fatima Zohra LOUAI. "Modèles Magnétodynamiques d'Eléments Finis pour Structure Tridimensionnelles", Thèse de doctorat, IUT-Saint Nazaire, mars 1995

[MAN 14] Abdelmalek MANSRI Processus d'aimantation dans les matériaux doux à base de fer- Représentation des Pertes en régime dynamique 2014].

[MAT 01] Matthew N. O. Sadiku, "Numerical Techniques in Electromagnetics 2ed", ISBN: 0-8493-1395-3, CRC Press, 2001.

[MEU 02] Gérard Meunier, "Modèles et formulations en électromagnétisme : Electro-magnétisme et éléments finis 2", Hermes science, ISBN : 2-7462-0547-5, 2002.

[MOH 07] K. Mohamed, " Etude et Modélisation de Capteur a Courant de Foucault pour le contrôle non destructif ", Mémoire de magister, Université de Constantine, 2007.

[NAI 12] Mohammed NAÏDJATE , «Développement d'un Code de Calcul pour l'Etude du Rayonnement Electromagnétique des Panneaux Solaires en Champ Proche». Mémoire de MagisterUNIVERSITÉ AMAR TELIDJI – LAGHOUAT 2012.

[NEL 65] J. A. Nelder, R. Mead, A simplex method for function minimization, The Computer Journal 1965, 7:308–13.

[OUK 97] L. Oukhellou, Paramétrisation et classification de Signaux en Contrôle Non Destructif : application à la reconnaissance des défauts de Rails par courants de Foucault, Thèse université de Paris-sud, France, 1997.

[RAV 08] Cyril RAVAT, Conception de multicapteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif, Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI, 2008.

[ROG 81] C. B. Rogers, "The Protection of Photovoltaic Power Systems from Lightning", in Proceedings of the 15th IEEE Photovoltaic Specialists Conference, Kissimmee, 1981, pp761-766.

[SAL 09] Mouhoub. SALHI, « Modélisation Electromagnétique des Capteurs à Fonctions Séparées dans les Dispositifs Axisymétriques de Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault (CND-CF) ». Mémoire de Magister, Université de Batna, JUIN 2009.

Bibliographie

[TOU 05] G.Touzot, G Dhatt, "Méthodics Éléments Finis", Hermes science, ISBN : 2-7462-0979-9, 2005.

[TRI 10] Adrien Trillon, Reconstruction de défauts à partir de données issues decapteurs à courants de Foucault avec modèle direct différentiel, Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2010.

[VUI 94] Vuillerrmoz P.L., Les courants de Foucault : Principes, mesure et contrôle,AFNOR, 1994

[ZIE 71] O.C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", New York : McGraw-Hill, 1971.