

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

جامعة عمار تليجي بالأغواط

UNIVERSITE AMAR TELIDJI LAGHOUAT

كلية التكنولوجيا

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE



Thèse

Présentée pour obtenir le **Diplôme de Doctorat en Sciences**

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Energétique

Thème

**Refroidissement des Sources de Chaleur par
Convection Mixte dans des Cavités**

Mr. Djelloul CHATI

Soutenue le 10/06/2021

Devant le Jury composé de :

Président: Mr. Mokhtar AOUISSI, Professeur à l'Université de Laghouat.

Encadreur: Mr. Saïd BOUABDALLAH, Professeur à l'Université de Laghouat.

Examineurs:

Mr. Mohammed TEGGAR, Professeur à l'Université de Laghouat.

Mr. Mohammed BACHIRI, Maître de Conférences (A) à l'Université de Laghouat.

Mr. Toufik BENCHATTI, Maître de Conférences (A) à l'ENS de Laghouat.

Mr. Lakhdar AIDAOUI, Maître de Conférences (A) à l'Université de Djelfa.

Année Universitaire: 2020/2021

Résumé de la thèse

Refroidissement des Sources de Chaleur par Convection Mixte dans des Cavités

Dans ce travail, une simulation numérique de la convection mixte turbulente tridimensionnelle dans une cavité ventilée contenant une source de chaleur (cylindrique ou cubique) a été réalisée. La cavité est munie des ouvertures d'entrée et de sortie d'air respectivement dans la partie inférieure de la paroi gauche et dans la partie supérieure de la paroi droite. Toutes les parois de la cavité sont maintenues thermiquement isolées. Le diamètre de la source de chaleur cylindrique est égal à la largeur des ouvertures est vaut $1/5$ de la hauteur de la cavité. La source de chaleur située au centre de la cavité est maintenue à une température plus élevée que la température ambiante. Le modèle de turbulence $k-\epsilon$ réalisable a été adopté pour la fermeture du régime turbulent. Les équations gouvernantes ont été résolues par la méthode des volumes finis. L'influence de la source de chaleur sur l'efficacité de la ventilation est analysée en termes de trajectoires de particules, des surfaces de température, de nombre de Nusselt moyen et des caractéristiques de turbulence en considérant le nombre de Richardson allant de $Ri = 0,01$ à 30 (couvrant les trois situations : dominance de la convection naturelle, convection forcée et convection mixte).

Les résultats obtenus montrent une forte dépendance entre le nombre de Richardson, le taux de transfert de chaleur, la dimension de la cavité, la forme géométrique de la source thermique et les caractéristiques de la turbulence et alors sur l'efficacité de la ventilation. Le nombre de Nusselt moyen est significativement important lorsque $Ri < 1$, cependant, il est resté presque constant pour des valeurs de $Ri > 10$. Par ailleurs, $Ri = 2$ à 30 , la dominance de la convection naturelle augmente progressivement en diagonale et formant différents trajets au niveau de la cavité. En comparant les valeurs du nombre de Nusselt, la source de chaleur cylindrique à une bonne efficacité de ventilation par rapport à la forme cubique.

Mots clés: Ventilation, Convection mixte, Source de chaleur, cavité, Méthode des volumes finis.

Abstract of the thesis

Cooling of Heat Sources by Mixed Convection in Cavities

In this work, a numerical simulation of three-dimensional turbulent mixed convection in a ventilated cavity containing a heat source (cylindrical or cubic) was carried out. The cavity is small with an air inlet and outlet opening respectively in the lower part of the left wall and the upper part of the right wall. All the walls of the cavity are kept thermally insulated. The diameter of the cylindrical heat source is equal to the width of the openings and is equal to $1/5$ of the height of the cavity. The heat source located in the center of the cavity and maintained at a temperature higher than the ambient temperature. The realizable $k-\epsilon$ turbulent model was adopted for the turbulent regime. The governing equations were solved by the finite volume method. The influence of the heat source on the efficiency of ventilation is analyzed in terms of particle trajectories, temperature surfaces, average Nusselt number, turbulence characteristics and the shape of the source by considering the Richardson numbers ranging from $Ri = 0.01$ to 30 (covering the three situations: dominance of natural convection, forced convection and mixed convection).

The obtained results show a strong dependence between the Richardson number, the heat transfer rate, the size of the cavity, the geometric shape of the heat source and the characteristics of the turbulence and therefore on the efficiency of the ventilation. The average Nusselt number is significantly large when $Ri < 1$, however, it has remained almost constant for values of $Ri > 10$. On the other hand, $Ri = 2$ to 30 , the dominance of natural convection gradually increases diagonally and forming different paths at the level of the cavity. By comparing the values of the Nusselt number, the cylindrical heat source has good ventilation efficiency compared to the cubic shape.

Keywords: Ventilation, Mixed convection, Heat source, Cavity, Finite volume method.

ملخص الأطروحة

تهوية مصادر الحرارة عن طريق الحمل الحراري مختلط في العبوات.

في هذا العمل إجراء محاكاة عددية للحمل الحراري المختلط المضطرب ثلاثي الأبعاد في تجويف جيد التهوية يحتوي على مصدر حراري (أسطواني أو مكعب) قد قدمت. التجويف مجهز بفتحة صغيرة لمدخل ومخرج الهواء على التوالي في الجزء السفلي من الجدار الأيسر والجزء العلوي من الجدار الأيمن. جميع جدران التجويف معزولة حرارياً. قطر مصدر الحرارة الأسطواني يساوي عرض الفتحات ويساوي 5/1 من ارتفاع التجويف. يتم الحفاظ على مصدر الحرارة الموجود في وسط التجويف عند درجة حرارة أعلى من درجة الحرارة المحيطة. تم اعتماد نموذج k -المضطرب المجدي للنظام المضطرب. تم حل المعادلات بطريقة الحجم المنتهية. يتم تحليل تأثير مصدر الحرارة على كفاءة التهوية من خلال مسارات الجسيمات، وسطوح متساوية درجة الحرارة، ومتوسط عدد نيوسلت، وخصائص الاضطراب وشكل المصدر بالنظر إلى أرقام ريتشاردسون التي تتراوح من $Ri = 0.01$ إلى 30 (تغطي المواقف الثلاثة: هيمنة الحمل الحراري الطبيعي والحمل القسري والحمل المختلط). أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها وجود علاقة قوية بين رقم ريتشاردسون ومعدل نقل الحرارة وحجم التجويف والشكل الهندسي لمصدر الحرارة وخصائص الاضطراب وبالتالي على كفاءة التهوية. يكون متوسط عدد نيوسلت كبيراً بشكل ملحوظ عندما تكون $Ri < 1$ ، ومع ذلك، فقد ظل ثابتاً تقريباً لقيم $Ri > 10$. من ناحية أخرى، $Ri = 2$ إلى 30، تزداد هيمنة الحمل الطبيعي بشكل قطري بشكل مائل وتشكل مختلفة مسارات على مستوى التجويف. بمقارنة قيم رقم نيوسلت، يكون المصدر الحرارة الأسطواني كفاءة تهوية جيدة مقارنة بالشكل المكعب.

الكلمات المفتاحية: التهوية، الحمل الحراري المختلط المضطرب، مصدر الحرارة، عبوة مهواة، طريقة الحجم المنتهية.

Remerciements

Ma gratitude va, en premier lieu, à mon directeur de thèse, le *Professeur* Saïd BOUABDALLAH, pour sa collaboration, sa disponibilité et ses judicieux conseils. Je n'oublierai pas non plus ses encouragements ainsi que sa confiance en mes compétences qui ont rendu possible l'achèvement de ce projet.

Je tiens à remercier Monsieur Mokhtar AOUISSI, *Professeur* à l'Université de Laghouat d'avoir participé à ce Jury, en tant que président. Je lui exprime mes plus hauts respects.

Je l'exprime, parallèlement, à Mr. Mohammed TEGGAR, *Professeur* à l'Université de Laghouat, Mr. Mohammed BACHIRI, *Maître de Conférences* à l'Université de Laghouat et Mr. Lakhdar AIDAOUI, *Maître de Conférences* à l'Université de Djelfa, et Mr. Toufik BENCHATTI *Maître de Conférences* à l'Ecole Normale Supérieure de Laghouat d'avoir accepté de participer, en tant que membres de jury, à l'évaluation de mon modeste travail.

Aussi, je voudrais adresser mes vives reconnaissances à mes collègues de travail, Mr. Mohamed Naïm GUENANE, *Chef du centre de la formation*, Mr. Youcef ACILA, *Chef de service réalisation de formation*, Mr. Salim BOUBICHE, *Chef de service d'évaluation de formation*, Mr. Abderrahmane REGUIEG, *Formateur expert* et Mr. Djamel BELATRACHE, *Chef de projet simulateur de forage pétrolier et Docteur* à l'université d'Adrar pour leur compréhension, leur soutien et leurs encouragements afin que je puisse achever ma thèse dans des bonnes conditions.

J'aimerais, également, remercier Madame Badia GHERNAOUT, *Professeur* à l'Université de Laghouat, de m'avoir assisté dans mon travail de recherche ; ainsi que mon groupe de travail de l'université de Laghouat messieurs Aissa LAOUIRET et Aissa ATTIA.

Par ailleurs, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à compléter ce travail, en particulier tous les enseignants du Département de Génie Mécanique de l'Université de Laghouat.

Enfin, j'envoie un grand merci à mes parents et ma chère conjointe qui ont toujours été à mes côtés, pour leurs sacrifices et encouragements.

Dédicace

Je dédicace ce mémoire :

A mes très chers parents pour leurs dévouements, leur amour, leurs sacrifices et leurs encouragements.

A ma chère conjointe et à mes chers enfants : Mohamed Zakaria, Soumia, Rofaida , Salma et Said.

A tous mes proches, amis et famille ainsi qu'à mes collègues.

Sommaire

	Page
RESUME EN FRANÇAIS.....	i
ABSTRACT.....	ii
RESUME EN ARABE.....	iii
REMERCIEMENTS.....	iv
DEDICACE.....	v
SOMMAIRE.....	vi
LISTE DES FIGURES.....	viii
LISTE DES TABLEAUX.....	xi
NOMENCLATURE.....	xii
CHAPITRE I : Introduction et Revue bibliographique.	
I.1. Introduction.....	02
I.2. Bibliographie.....	04
I.3. Conclusion du chapitre I.....	28
CHAPITRE II : Modélisation Mathématique.	
II .1. Configuration Géométrique.....	30
II.2. Modèle Mathématique.....	30
II.2.1. Equation de la continuité.....	31
II.2.2. Equation de la quantité de mouvement.....	31
II.2.3. Equation de l'énergie.....	32
II.2.4. Hypothèses Simplificatrices.....	32
II.2.5. Equations dimensionnelles.....	33
II.2.6. Equations adimensionnelles.....	34
II.2.7. Etude de l'écoulement en régime turbulent.....	36
II.2.7.1. Généralités.....	36
II.2.7.2. Equations turbulentes adimensionnelles.....	38
II.2.7.3. Modèles de la turbulence.....	39
II.2.7.3.1. Modèle de turbulence k- ϵ	40
II.2.7.3.2. Modèle de LRN k- ϵ	41
II.2.7.3.3. Modèle de longueur de mélange de Prandtl.....	41
II.2.7.3.4. Modèle de Prandtl-Kolmogorov.....	41
II.2.7.4. Equation de l'énergie cinétique turbulente.....	43

II.2.7.5. Equation de la dissipation d'énergie cinétique turbulente.....	43
II.2.7.6. les conditions aux limites.....	45
II.3. Conclusion du chapitre II.....	46
CHAPITRE III : Méthodes Numériques de Résolution.	
III.1. Introduction.....	48
III.2. Maillage.....	49
III.3. Discrétisation de l'équation générale de transport de la variable ϕ	50
III.4. Couplage vitesse pression.....	62
III.5. Algorithme SIMPLE.....	63
III.6. Introduire les facteurs de sous-relaxation dans les équations discrétisés.....	67
III.7. Critères de convergence.....	69
III.8. Organigramme de calcul.....	70
III.9. Présentation du logiciel de calcul.....	71
III.10. Conclusion du chapitre III.....	81
CHAPITRE IV : Résultats et discussion.	
IV.1. Introduction.....	84
IV.2 Effet du maillage sur les résultats numériques.....	85
IV.2. Validation et comparaison des résultats.....	86
IV.3. Champ d'écoulement.....	89
IV.4. Champ de température.....	93
IV.5. Caractéristiques de la turbulence.....	99
IV.6. Taux de transfert de chaleur.....	101
IV.7. Effet de la forme de source de chaleur.....	103
IV.8. Effet du nombre et de l'emplacement de la source de chaleur à l'intérieur de la cavité.....	105
IV.8. Conclusion du chapitre IV.....	112
Conclusion Générale.....	113
Annexe.....	116
Références Bibliographiques.....	120

Liste des Figures

	Page
Figure I.1: Cavité avec conditions aux limites (Ricardo et al. 1998).....	04
Figure I.2 : la configuration physique et du système de coordonnées (Sezai et Mohamad. 1999).....	05
Figure I.3 : L'enceinte ventilée et le système de coordonnées (Angirasa.2000).....	05
Figure I.4 : Configuration géométrique (Zermane et al. 2005).....	06
Figure I.5 : La géométrie de la configuration d'écoulement considérée, ainsi que le système de coordonnées. (Sumon et al. 2006).....	07
Figure I.6 : Les géométries considérées ici: (a) sans turbulateur rectangulaire, (b) avec un turbulateur rectangulaire au-dessus du premier bloc. (Shiang-Wuu Perng et Horng-Wen Wu, 2007).....	08
Figure I.7 : Schémas du problème et système de coordonnées (Rahman et al. 2007).....	08
Figure I.8 : la configuration expérimentale montrant le radiateur situé au centre dans une cavité ventilée. (Radkahrishnan et al. 2007).....	09
Figure I.9 : Configuration géométrique. (Bouaraour et al. 2008).....	09
Figure I.10 : Configuration physique: blocs solides (1, 2 et 3), cavité (4), source de chaleur (5), orifice d'entrée (6) et orifice de sortie (7). (Kuznetsov et Sheremet. 2008).....	10
Figure I.11 : Cavité parallélépipédique soumise à un champ magnétique externe le long des directions X, Y et Z (B_x , B_y et B_z) séparément. (Bouabdallah et al. 2011).....	11
Figure I.12 : schéma de quatre structures dans des dissipateurs thermiques. (Shanglong et al. 2011).....	12
Figure I.13: la configuration du problème avec les conditions aux limites (Teamah et al. 2011).....	13
Figure I.14 : Configuration physique. (Sankar et al. 2012).....	14
Figure I.15: modèle physique de la cavité ventilée. (Hinojosa et al. 2015).....	15
Figure I.16: Cavité ventilée expérimentale de Hinojosa et al. (2015).....	15
Figure I.17 : Géométrie du problème. (Bouabdallah et al. 2016).....	16
Figure I.18 : (a) Photo et (b) schémas du montage expérimental (Isolations thermiques non inclus) (Yang et al. 2017).....	17
Figure I.19 : Quatre types de configuration étudiée. (Lounes Koufi et al. 2017).....	18
Figure I.20 : Configuration du problème avec un système de coordonnées cylindriques, où S1, S2 et S3 sont les points de surveillance de la détection des instabilités hydrodynamiques et thermiques. (Mebarek- et al. 2017).....	18

Figure I. 21. Cavité annulaire cylindrique remplie de nanofluide Cu-eau et contenant deux sources de chaleur discrètes. (Mebarek et al. 2018).....	19
Figure I.22 : Configuration et coordonnées étudiées de Doghmi et al. (2018).....	20
Figure I.23 : Schéma de principe de la boucle de circulation naturelle. (Tian et al. 2018).....	21
Figure I.24 : Géométrie du problème. (Kareem et Gao. 2018).....	22
Figure I.25 : Géométrie du problème. (Atia et al. 2018).....	23
Figure I.26 : Géométrie du problème physique. Deux dimensions observées dans le plan x-y - de toutes les configurations selon les positions de la deuxième sortie S. (Kherroubi et al.2019).....	24
Figure I.27 : Illustration des cavités ventilées (Younsi et al. 2019).....	25
Figure I.28 : Schéma du problème supposé par Pordanjani et al. (2019).....	26
Figure. I.29 : Géométrie du problème (Laouira et al. 2020).....	26
Figure I.30 : Représentation géométrique du phénomène d'écoulement. (Marzougui et al. 2020).....	27
Figure II.1 : configuration géométrique.....	30
Figure III.1: Décomposition d'un domaine physique en volumes finis.....	49
Figure III.2 : Volume de contrôle typique tridimensionnel.....	50
Figure IV.1 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de différent maillage choisi pour $Ri = 0.1, 1$ et 30	85
Figure IV.2 : Comparaison des profils des composantes adimensionnelles de la vitesse horizontales de la cavité ($X = 0.5$) pour $Ra = 1.89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$	87
Figure IV.3 : Comparaison des profils des composantes adimensionnelles de la vitesse verticales de la cavité ($Y = 0.5$) pour $Ra = 1.89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$	87
Figure IV.4 : Comparaison des profils des températures adimensionnelles de la cavité ($Y = 0.5$) pour $Ra = 1.89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$	87
Figure IV.5: Comparaison des contours des lignes de courants (a) Présent travail, (b) Résultats Expérimentaux de Calcagni et al. 2005.....	88
Figure IV.6 : Trajectoires des particules du fluide dans la cavité, pour les différents nombres de Richardson Ri	90
Figure IV.7 : Profil des composantes de vitesse adimensionnelles W en fonction de X pour les différents nombres de Richardson.....	92

Figure IV.8 : Profil des composantes de vitesse adimensionnelles W en fonction de Y pour les différents nombres de Richardson.....	92
Figure IV.9 : Profils de la température adimensionnelle T en fonction de Y pour différents nombres de Richardson Ri	94
Figure IV.10 : Lignes isothermes pour les différents Ri	95
Figure IV.11 : Iso-surfaces pour les différents Ri	97
Figure IV.12 : caractéristiques de la turbulence en fonction de Ri	100
Figure IV.13 : le nombre de Nusselt moyen en fonction de Ri	102
Figure IV.14 : Effet de la forme de source de chaleur.....	104
Figure IV.15 : configuration géométrique pour trois sources de chaleur.....	106
Figure IV.16 : Profils des composantes de vitesse W pour les trois sources de chaleurs en fonction de Ri	107
Figure IV.17 : Profils de température adimensionnelle pour les trois sources de chaleur en fonction de Ri	109

Liste des Tableaux

	Page
Tableau I.1 : Paramètres des microcanaux dans quatre dissipateurs thermiques. (Shanglong et al. 2011).....	12
Tableau III.1 : variables et coefficients des équations.....	52
Tableau III.2 : Valeur de la fonction $A(P)$ pour différents schémas.....	62
Tableau III.3 : Les différentes formes de maillage des faces.....	73
Tableau III.4 : Description des types de maillages des faces.....	74
Tableau III.5 : Les schémas de discrétisation utilisés.....	79
Tableau III.6 : Les facteurs de sous relaxation utilisés dans le présent travail.....	80
Tableau IV.1 : Le nombre de Nusselt moyen pour les deux formes cylindrique et cubique en fonction de Ri.....	103
Tableau IV.2 : Le nombre de Nusselt moyen pour les trois positions de sources de chaleur choisies en fonction de Ri.....	111
Tableau IV.3 : L'effet des sources de chaleur entre eux pour le nombre de Nusselt moyen en fonction des nombres Ri.....	111

Nomenclature

Lettres latines

H	: Dimensions des portes d'entrer et de sortie [m]
g	: Accélération de la pesanteur [m/s^2]
L	: Hauteur de la cavité [m]
D	: Dimensions de la source de chaleur [m]
A	: Coefficient dans le système d'équations discrétisées.
$A(P)$: Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet.
b	: Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées
C_p	: Capacité calorifique à pression constante [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]
P	: Pression dimensionnelle [$N.m^{-2}$]
T	: Température adimensionnelle [-]
P	: Pression adimensionnelle [-]
T^*	: Température dimensionnelle [K]
P^*	: Pression [$N.m^{-2}$]
U^*, V^* et W^*	: Composantes de la vitesse suivant x, y et z respectivement [$m.s^{-1}$]
U, V et W	: Composantes adimensionnelles de la vitesse [-]
ε	: La dissipation de l'énergie cinétique turbulente adimensionnelle [-]
K	: L'énergie cinétique turbulente adimensionnelle [-]
X, Y et Z	: Coordonnées cartésiennes adimensionnelles [-]
X^*, Y^* et Z^*	: Coordonnées cartésiennes[m]
ΔX	: Pas d'espace suivant l'axe X
ΔY	: Pas d'espace suivant l'axe Y
ΔZ	: Pas d'espace suivant l'axe Z

J_x, J_y et J_z : Les densités des flux totaux (convectif et diffusif) [W/m²]

S : Terme source

Symboles grecs

ϕ : Représente une variable indépendante (pression, température ou les 03 Composantes de vitesse)

Γ : Coefficient de diffusion

a : Diffusivité thermique [m².s⁻¹]

α : Facteur de sous-relaxation

β : Coefficient d'expansion thermique à pression constante [K⁻¹]

ν : Viscosité cinématique [m².s⁻¹]

ρ : Masse volumique [kg.m⁻³]

Indices Supérieurs

*

: Valeur estimée

"

: Valeur corrigée

—

: Valeur moyenne

Nombres adimensionnels

Gr : Nombre de Grashof [-]

Nu : Nombre de Nusselt [-]

Nu_{moy} : Nombre de Nusselt moyen [-]

Pr : Nombre de Prandtl [-]

Ra : Nombre de Rayleigh [-]

Re : Nombre de Reynolds [-]

Ri : Nombre de Richardson [-]

CHAPITRE I

Introduction et Revue Bibliographique

Chapitre I

Introduction et Revue Bibliographique

I.1 Introduction

Le processus de transfert de chaleur par convection désigne le transfert d'énergie thermique au sein d'un fluide en mouvement ou entre ce dernier et une paroi solide. Le mouvement du fluide, qui est laminaire ou turbulent, joue un rôle essentiel dans les problèmes d'écoulement de fluide. Etant donné que le transfert d'énergie par convection est lié au mouvement du fluide, il est nécessaire de connaître le régime d'écoulement avant d'examiner le mode d'écoulement du fluide par convection libre, forcée ou mixte. L'une des applications de ces phénomènes, qui a intéressé beaucoup de chercheurs au cours de ces dernières années, est le transfert de chaleur dans une enceinte rectangulaire. La convection dans les cavités - fermées ou ouvertes- et les canaux -entre des plaques parallèles verticales ou horizontales- dans un tube circulaire et un anneau concentrique, a une large gamme d'applications dans l'industrie et les dispositifs d'ingénierie. Certaines applications comprennent le refroidissement des composants électroniques, les pertes de chaleur dans les collecteurs solaires et la ventilation des locaux, etc. En raison de son importance extrême et de son éventail plus large d'applications, de nombreuses études numériques et expérimentales ont été établies pour améliorer les performances et la qualité de ces dispositifs opérationnels.

Le domaine d'étude qui nous intéresse est celui de la ventilation des cavités contenant une source de chaleur.

Notre travail est la continuité de celui de [Bouabdallah et al. \(2016\)](#) : c'est un travail numérique en 2D qui examine le cas de la convection mixte turbulente dans une cavité carrée contenant une source de chaleur. Dans la présente étude, nous nous intéressons spécialement à l'extension de la géométrie à l'enceinte 3D. Ceci dit, le flux turbulent 3D de la convection de chaleur autour de la source de chaleur située au milieu de la cavité est notre centre d'intérêt. Nous allons examiner et discuter l'effet du nombre de Richardson, de celui de la forme géométrique de la source de chaleur cylindrique ou cubique ; et enfin, celui de l'emplacement de la source de chaleur à l'intérieur de la cavité sur la convection mixte turbulente.

Notre objet d'étude porte sur l'étude de la simulation numérique tridimensionnelle de la convection mixte turbulente d'une cavité contenant une source de chaleur placée au

centre. Les équations de continuité, les équations de Navier-Stokes en trois dimensions, les équations de conservation de l'énergie et les deux équations de fermeture de turbulence (équation de l'énergie cinétique turbulente et l'équation du taux de dissipation) ont été résolues par la méthode des volumes finis décrite par Bouabdallah et al. (2011) et Atia et al. (2018). L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression - vitesse. Les effets des paramètres thermiques et dynamiques de l'écoulement, de la variation des géométries et des dimensions de la source de chaleur sur la structure d'écoulement et du champ de température sont présentées et analysés.

La présente thèse est composée de quatre chapitres et une conclusion générale :

Chapitre I : Ce premier chapitre comprend une introduction, les objectifs visés et une revue bibliographique. On y expose, également, les différentes études numériques et expérimentales traitant les problèmes de convection laminaire et turbulente dans les compartiments ventilés.

Chapitre II : Dans ce chapitre, nous présentons la configuration géométrique du problème, ainsi que les équations mathématiques régissant le phénomène de la convection mixte turbulente dans une cavité ventilée avec une source de chaleur placée au centre. Les parois de la cavité ventilée sont adiabatiques. La source de chaleur est portée à une température supérieure à la température ambiante, et la cavité traversée par un jet d'air turbulent entrant par une ouverture située dans le coin inférieur gauche, et sortant par une autre située dans le coin supérieur droit. Le modèle $k-\varepsilon$ réalisable a été utilisé pour la fermeture du système d'équations gouvernant le phénomène de la convection en régime turbulent.

Chapitre III : Celui-ci est consacré à la formulation numérique du problème étudié. Nous nous sommes intéressés à la discrétisation des équations établies précédemment en utilisant la méthode des volumes finis. Ainsi, nous allons présenter brièvement le code de calcul FLUENT, le choix des schémas de discrétisation, les étapes de transformations et de résolution des équations algébriques issues de notre modèle physique, le choix des différents modèles d'interpolations et enfin, les différentes conditions des limites offrant ce code de calcul.

Chapitre IV : Dans ce dernier chapitre, nous discutons les résultats obtenus numériquement et nous les interprétons. Nous fixons le nombre de Grashof à 10^9 , et varié

progressivement le nombre de Reynolds de telle sorte qu'on passe du mode de la convection forcée turbulente à celle naturelle turbulente sans négliger le mode de la convection mixte. Nous analysons l'influence de certains paramètres dynamique et thermique sur l'écoulement dans la cavité, et sur les grandeurs physiques calculées. Et aussi, nous discutons l'effet de géométrie et l'emplacement de source de chaleur à l'intérieur de la cavité.

Conclusion générale : On y apporte une récapitulation des résultats obtenus.

I.2. Bibliographie

Beaucoup de travaux scientifiques ont été publiés pour analyser le phénomène de ventilation des enceintes en utilisant la convection sous ses trois formes. Parmi ces travaux publiés, nous citons leurs auteurs comme suit:

Ramos et al. (1998) qui ont étudié, numériquement et expérimentalement, par l'effet de la convection naturelle sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans une cavité avec deux sources de chaleur à encastrer sur la paroi verticale gauche, simulant des composants électroniques. Ils ont conclu que la configuration la plus adéquate pour atteindre de meilleurs taux de transfert de chaleur, permettant une réduction des niveaux de température dans les sources, doit prendre en compte l'emplacement de la source de chaleur à dissipation plus élevée en position supérieure, un rapport hauteur / largeur de cavité plus élevé, un rapport plus élevé de dissipation thermique dans les sources et un espacement entre les sources qui équilibrerait les effets de la température et de la vitesse de l'écoulement. Par conséquent, ce type d'étude est très important pour la conception et le contrôle des systèmes électroniques refroidis exclusivement par convection naturelle.

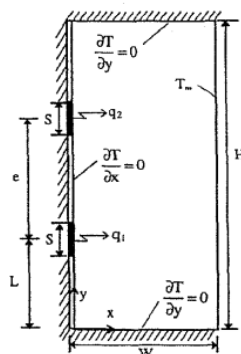


Figure I.1: Cavité avec conditions aux limites. (Ricardo et al. 1998).

Sezai et Mohamad (1999) qui ont étudié numériquement la convection naturelle tridimensionnelle d'une source de chaleur rectangulaire discrète montée en coussinet sur le fond d'une enceinte horizontale. L'enceinte est refroidie par le haut et isolée par le bas. L'effet des conditions aux limites verticales sur le taux de transfert de chaleur de la source de chaleur est étudié. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur n'est pas si sensible aux conditions existantes et aux limites des murs verticaux. La limite maximale du nombre de Rayleigh pour obtenir une solution convergente diminue au fur et à mesure que le rapport hauteur / largeur de la source augmente. La variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh et du rapport hauteur / largeur de la source est rapportée.

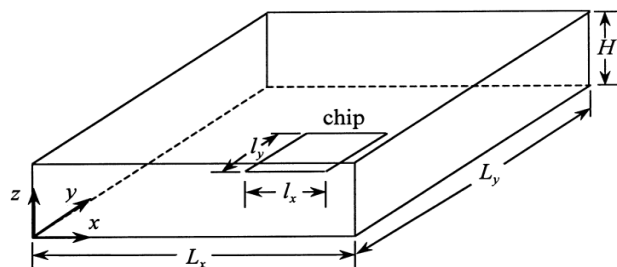


Figure I.2 : Configuration physique. (Sezai et Mohamad, 1999).

Angirasa (2000) : il a étudié la convection mixte laminaire dans une enceinte (Figure I.3) ayant deux ouvertures parallèles en haut et en bas, sur le même côté. Le nombre de Reynolds a été varié tout en gardant le nombre Grashof constant pour examiner l'interaction entre l'écoulement forcé et la flottabilité opposée.

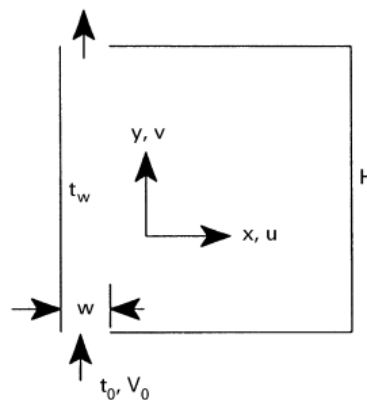


Figure I.3 : L'enceinte ventilée et le système de coordonnées (Angirasa.2000)

Orfi et Galanis. (2001) : ces deux chercheurs ont utilisé un modèle tridimensionnel axialement parabolique pour étudier les distributions de débit, de température et de concentration dans un tube soumis à un flux de chaleur et une concentration uniformément répartis pour différents nombres de Grashof thermiques et solutaux.

Par ailleurs, une étude numérique du phénomène de la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ventilée, dont l'une des parois est soumise à une température constante, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques a été entreprise par Zermane et al. (2005). Ils ont présenté les résultats sous forme de champs hydrodynamique et thermique pour différentes valeurs des nombres de Richardson. Ceux-ci montrent l'apparition de zones de recirculation contrarotatives dans la partie supérieure de la cavité lorsque la convection forcée prédomine.

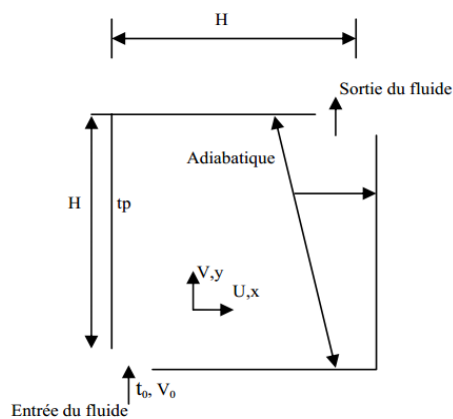


Figure I.4 : Configuration géométrique (Zermane et al. 2005).

L'étude de la convection mixte dans une cavité ouverte a été réalisée par Leong et al. (2005) pour divers rapports d'aspect, nombres de Grashof et de Nusselt ; et ils ont rapporté que le transfert de chaleur peut être minimisé dans le régime de transition pour un nombre de Reynolds critique.

Sumon et al. (2006), quant à eux ont étudié numériquement la convection libre et la convection forcée combinées à partir d'une source de chaleur uniforme encastrée au fond d'une enceinte rectangulaire horizontale avec des ouvertures latérales. L'ouverture d'entrée permet une induction externe. L'air d'une température ambiante circule dans la cavité et sort par deux autres ouvertures placées au-dessus de deux parois latérales. Les formes

bidimensionnelles des équations de Navier-Stokes sont résolues en utilisant les éléments finis basés sur le volume de contrôle. Les résultats de calcul indiquent que le coefficient de transfert de chaleur est fortement affecté par le nombre de Reynolds ainsi que par le nombre de Richardson. Une corrélation empirique est développée en utilisant le nombre de Nusselt, le nombre de Reynolds et le nombre de Richardson.

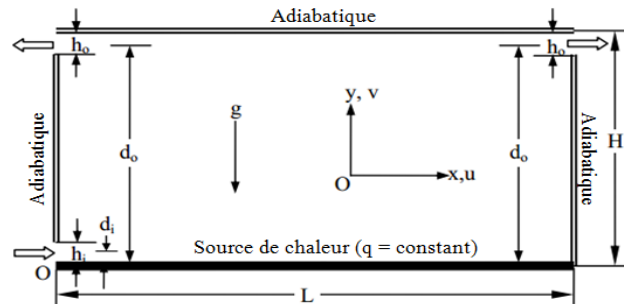


Figure I.5 : Géométrie de la configuration d'écoulement et Système de coordonnées.

(Sumon et al. 2006).

Une simulation numérique a été réalisée par [Shiang-Wuu Perng et Horng-Wen Wu, \(2007\)](#). Ces derniers ont utilisé la méthode de simulation de grand tourbillon (LES) et SIMPLE-C couplée à des méthodes de gradient conjugué pré-conditionné. Dans cette étude, ils ont monté un turbulateur rectangulaire dans le canal pour améliorer le transfert de chaleur à l'aide d'une modification du débit interne induite par l'effusion de vortex. Le rapport largeur-hauteur du turbulateur a été modifié (0.25, 0.5 et 1.0) avec un nombre de Reynolds constant (5000) sous divers nombres de Grashof dans le but d'étudier les performances de transfert de chaleur. Les résultats indiquent que le turbulateur monté en flux transversal au-dessus d'un bloc en amont peut effectivement améliorer les performances de transfert de chaleur de la convection mixte dans le canal horizontal.

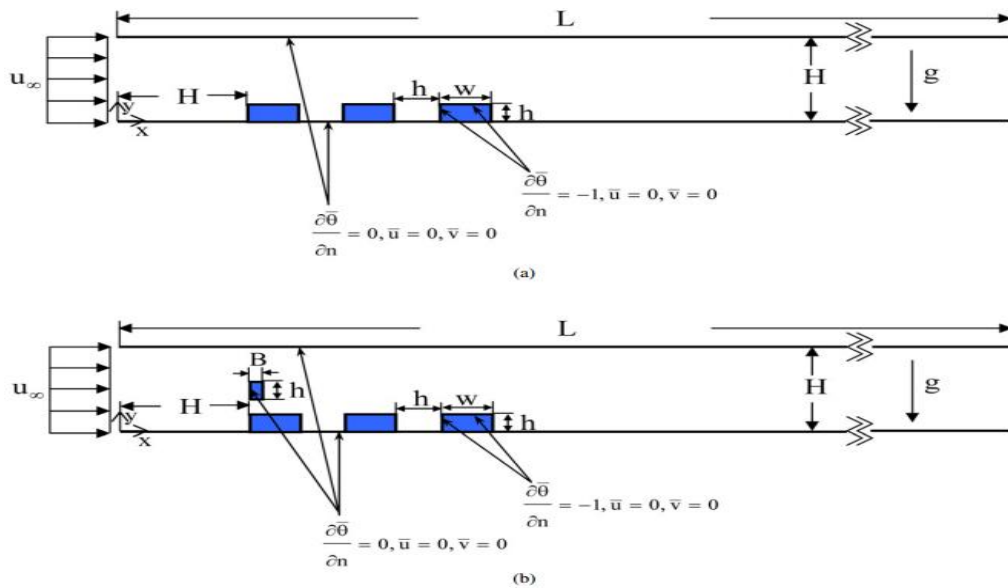


Figure I.6 : Les géométries (a) sans turbulateur rectangulaire, (b) avec un turbulateur rectangulaire au-dessus du premier bloc. (Shiang-Wuu Perng et Horng-Wen Wu, 2007)

L'étude de la convection mixte dans une enceinte ventilée ayant une entrée sur la paroi adiabatique gauche et une sortie sur la paroi droite exposée à un flux thermique uniforme a été réalisée par Rahman et al. (2007). A partir de l'analyse des résultats, ils ont constaté qu'avec l'augmentation des nombres de Reynolds et Richardson, le transfert de chaleur par convection devient prédominant sur le transfert de chaleur par conduction ; et le taux de transfert de chaleur à partir de la paroi chauffée dépend de manière significative de la position de l'orifice d'entrée.

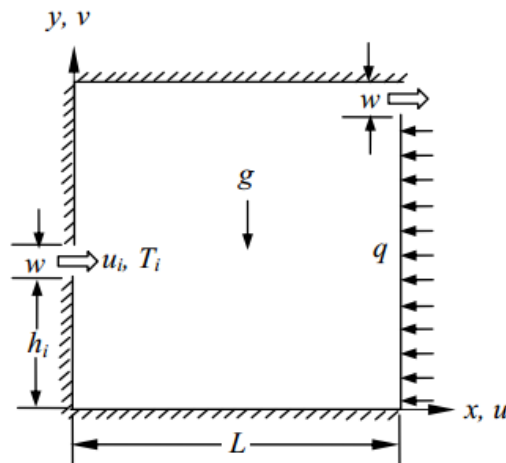


Figure I.7 : Schémas du problème et Système de coordonnées (Rahman et al. 2007).

Radkahrishnan et al. (2007) : ils ont étudié , expérimentalement et numériquement, l'impact de la taille et de la position d'un composant générateur de chaleur à l'intérieur d'une

cavité ventilée ; et ont proposé des corrélations pour estimer le nombre moyen de Nusselt ainsi que la température maximale de l'élément générateur de chaleur.

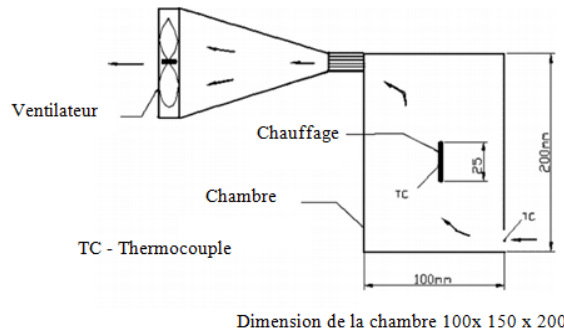


Figure I.8 : Configuration expérimentale montrant le radiateur situé au centre d'une cavité ventilée. (Radkahrishnan et al. 2007).

Bouaraour et al. (2008) : en utilisant la méthode des volumes finis, ils se sont intéressés à la simulation numérique de la convection mixte turbulente dans une cavité ventilée (Figure I.9). Ils ont obtenu que les lignes de courant montrent un écoulement en régime stationnaire caractérisé par la présence de deux cellules contrarotatives pour les valeurs du nombre de Richardson Ri . En augmentant le nombre de Richardson, plusieurs cellules de formes irrégulières prennent naissance dans la partie supérieure de la cavité en plus des cellules trouvées auparavant. La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson, montre que le transfert de chaleur chute brusquement lorsque la convection forcée est dominante. Cependant pour des nombres de Richardson plus élevés, les caractéristiques du transfert thermique changent -indiquant une diminution linéaire du nombre de Nusselt moyen.

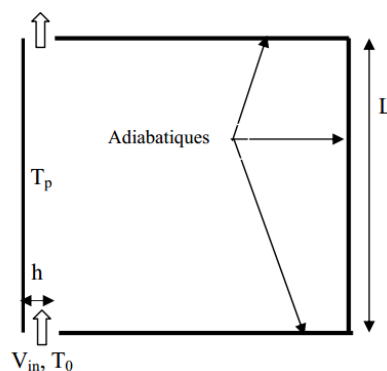


Figure I.9 : Configuration géométrique. (Bouaraour et al. 2008).

Kuznetsov et Sheremet, (2008) qui ont résolu numériquement le problème de la convection mixte dans une cavité ayant une source de chaleur locale et un flux forcé sous

transfert de chaleur par radiation-convective dans un milieu ambiant. Ils ont constaté que les forces de flottabilité ont un effet significatif sur la formation de divers régimes de transfert de chaleur par convection. Ils ont montré que le facteur d'instabilité influe sur les caractéristiques locales (lignes de courant et isothermes) et la caractéristique intégrale (le nombre moyen de Nusselt sur trois limites caractéristiques) , à la fois. L'évolution du processus s'est avérée être due non seulement à l'effet variable dans le temps du milieu ambiant mais aussi à l'inertie thermique des blocs solides.

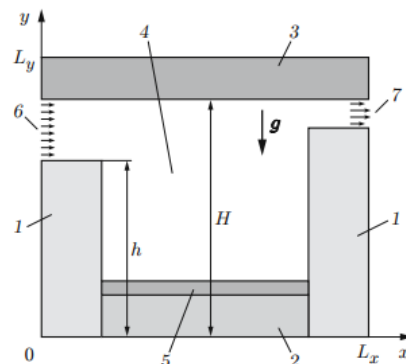


Figure I.10 : Configuration physique: blocs solides (1, 2 et 3), cavité (4), source de chaleur (5), orifice d'entrée (6) et orifice de sortie (7). (Kuznetsov et Sheremet, 2008).

Le groupe de chercheurs Radhakrishnan et al. (2010) ont mené une étude d'optimisation pour analyser la distribution de la température dans une cavité ventilée comprenant plusieurs radiateurs pour différents nombres de Re et Gr dans le but de déterminer le radiateur le plus puissant en terme de refroidissement pour charger une valeur plus élevée.

Oztop (2010) a étudié l'effet de la position d'une ouverture de sortie sur la convection mixte dans une conduite avec source de chaleur volumétrique et a atteint le plus grand transfert de chaleur lorsque l'ouverture de sortie était positionnée au sommet de la paroi verticale.

Bouabdallah et al. (2011) ont réalisé une étude numérique de l'effet d'un champ magnétique externe sur la convection naturelle oscillatoire tridimensionnelle (3D) pendant le changement de phase (Figure I.11). Les résultats montrent que la convection naturelle oscillatoire lors du changement de phase se caractérise par des oscillations à basse fréquence en présence et en absence du champ magnétique. Le schéma d'écoulement montre un développement en spirale de l'écoulement dans la direction Z. Une forte dépendance existe entre la direction du champ magnétique et le nombre de Grashof critique et leur fréquence

correspondante est déterminée. Une forte stabilisation du champ d'écoulement est montrée lorsque le champ magnétique est orienté horizontalement.

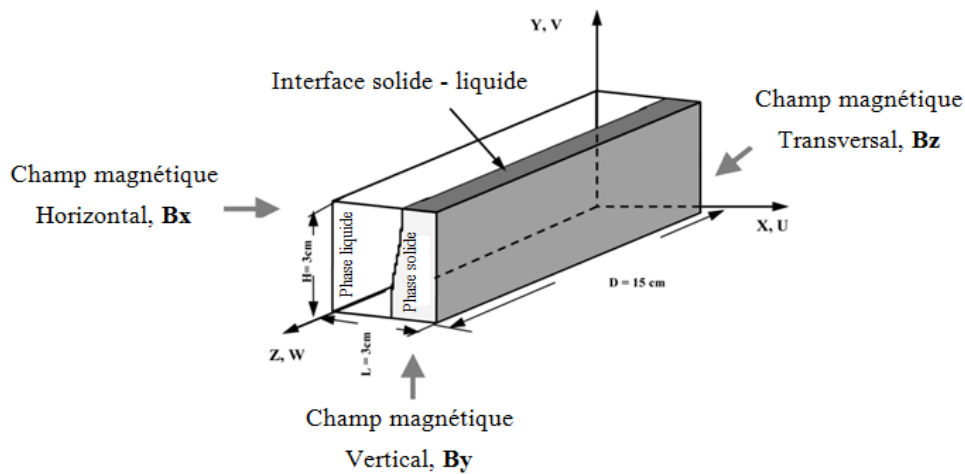


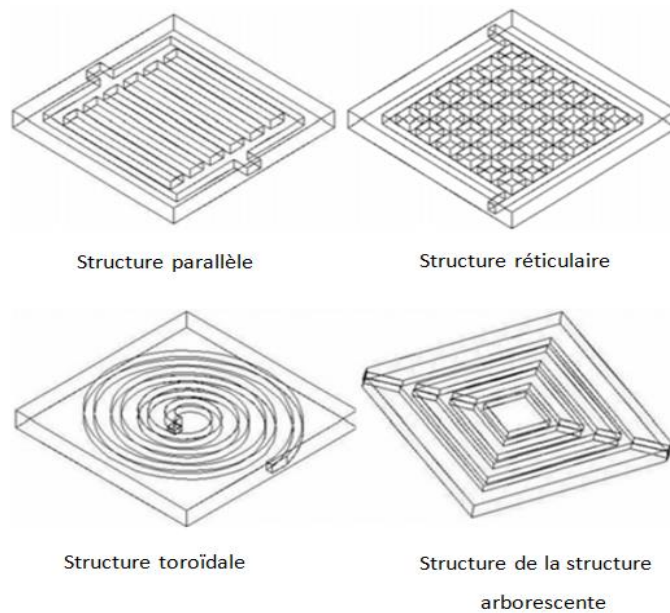
Figure I.11 : Cavité parallépipédique soumise à un champ magnétique externe le long des directions X, Y et Z (B_x , B_y et B_z). (Bouabdallah et al. 2011).

Shanglong et al. (2011) se sont intéressés aux quatre dissipateurs de chaleur à micro-canaux différents conçus spécialement pour étudier les effets des structures dans les dissipateurs de chaleur à micro-canaux pour le refroidissement des puces électroniques. Sur la base de l'analyse théorique et du calcul numérique des caractéristiques d'écoulement et d'échange de chaleur, ils ont obtenu les distributions de température et de débit de la puce électronique. La correspondance entre la perte de charge et la température de la puce dans les quatre dissipateurs de chaleur à micro-canaux est également étudiée et analysée. Les résultats analysés numériquement indiquent que la structure topologique du dissipateur thermique à micro-canaux a une influence significative sur le refroidissement des puces électroniques. Cette étude montre diverses propriétés thermiques dans les quatre dissipateurs thermiques à micro-canaux.

Le dissipateur thermique à micro-canaux comprend une plaque de recouvrement adiabatique et un substrat en silicium avec de nombreux micro-canaux fabriqués de l'autre côté. Afin d'étudier l'influence de la structure des micro-canaux sur la dissipation de chaleur, quatre dissipateurs de chaleur micro-canaux avec différentes structures sont conçus ici et sont présentés dans la figure I.12. Le liquide de refroidissement s'écoule à travers ces micro-canaux et évacue la chaleur générée par les puces électroniques.

Tableau I.1 : Paramètres des micro-canaux dans quatre dissipateurs thermiques.*(Shanglong et al. 2011).*

Type de structure	La forme de coupe transversale	hauteur (mm)	Largeur (mm)	Zone d'échange thermique
a	rectangulaire	0.4	0.4	147.8
b	rectangulaire	0.4	0.4	149.6
c	rectangulaire	0.4	0.4	148.6
d	rectangulaire	0.4	0.4	148.0

**Figure I.12 :** Schéma de quatre structures dans des dissipateurs thermiques.*(Shanglong et al. 2011).*

Un flux convectif à double diffusion dans une enceinte carrée avec des sources de chaleur segmentées est résolu numériquement par Teamah et al. (2011). Des températures et une concentration constantes sont imposées le long de la paroi droite de l'enceinte à basse température et concentration qui sont supposées être un dissipateur de chaleur et de masse. Les dissipateurs de chaleur sont à température et concentration constantes considérées comme source de chaleur et de masse sur la paroi gauche tandis que le reste de cette paroi est adiabatique. Les résultats pour le nombre de Nusselt moyen sont corrélés en fonction de la

longueur de l'élément chauffant sans dimension, du rapport de flottabilité, du nombre de Rayleigh et du nombre de Prandtl.

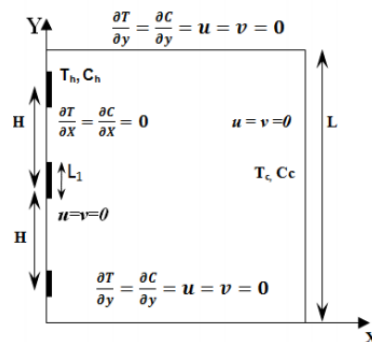


Figure I.13: Configuration du problème avec conditions aux limites.

(Teamah et al. 2011).

Une simulation mathématique des régimes non stationnaires de transfert de chaleur et de masse dans une cavité rectangulaire ventilée avec des parois conductrices de chaleur d'épaisseur finie en présence d'un élément générateur de chaleur de température constante a été réalisée par [Sheremet et Shishkin \(2012\)](#) en tenant compte du transfert de chaleur radiatif dans l'approximation de Rosseland.

[Mehrizi et al. \(2012\)](#) ont étudié l'effet de la position de l'orifice de sortie pour une enceinte ayant un corps rectangulaire chaud au centre. Ils ont montré que la position de sortie devrait être modifiée en fonction du nombre de Richardson pour augmenter le taux de transfert de chaleur

[Sankar et al. \(2012\)](#) ont présenté une étude numérique qui traite la taille et les effets de localisation d'un seul appareil de chauffage discret ISOFLUX sur la convection induite par la flottabilité dans un anneau cylindrique. Un élément chauffant discret est placé au niveau de la paroi interne, tandis que les parois supérieure et inférieure ainsi que les parties non chauffées de la paroi interne sont maintenues adiabatiques, et la paroi externe est maintenue à une température inférieure. Ils ont constaté que l'emplacement de la source de chaleur affecte le taux de circulation et celui de transfert de chaleur de manière complexe. Le taux de transfert de chaleur est une fonction croissante en rapport avec les rayons de l'anneau. En outre, ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur et la température maximale dans la cavité annulaire sont considérablement modifiés par la longueur et l'emplacement de la source de chaleur.

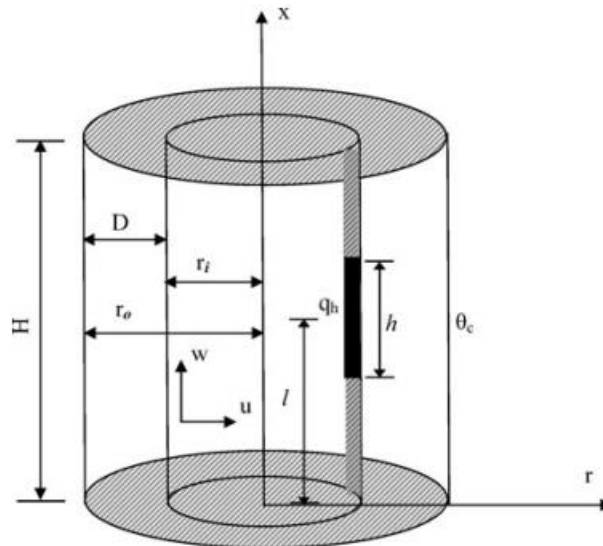


Figure I.14 : Configuration physique. (Sankar et al. 2012).

Chacon et al. (2013) ont démontré que la température d'obstacle augmente avec la diminution du nombre de Prandtl et l'augmentation de la taille du réchauffeur et du nombre de Richardson.

Khanafer et Aithal, (2013) ont étudié la convection mixte laminaire de transfert de chaleur dans un canal. En utilisant la méthode des éléments finis, les résultats illustrés sont les suivants: le nombre de Richardson, le nombre de Reynolds et la fréquence d'oscillation. Les dimensions du canal ont un bon effet sur la structure d'écoulement, le coefficient de frottement et les champs de transfert de chaleur.

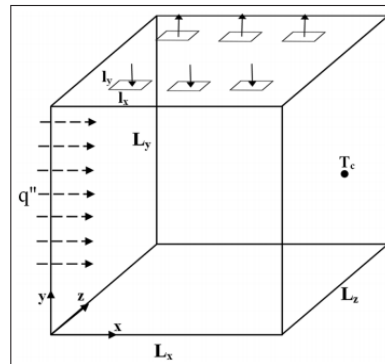
Dawood et al. (2014) ont développé une simulation numérique pour la convection mixte laminaire tridimensionnelle de transferts de chaleur à différents flux de nano-fluides dans un anneau elliptique à flux de chaleur constant.

Ajmera et Mathur,(2015) ont étudié numériquement l'influence du nombre d'ouvertures dans une enceinte rectangulaire (une entrée et deux ou trois sorties) sur les modèles d'écoulement et de température en tenant compte à la fois de la convection naturelle et forcée.

Biswas et al. (2015) ont analysé le transfert de chaleur dans une enceinte ventilée pour différents agencements d'éléments chauffants sur le mur droit et gauche et ont montré que l'emplacement optimal dépend des nombres de Richardson et de Reynolds.

Hinojosa et al. (2015) ont étudié expérimentalement et numériquement la convection mixte turbulente dans une enceinte ventilée pour différentes valeurs de vitesse de l'air et de

flux thermique. Cinq différents modèles de turbulence ont été utilisés pour obtenir les résultats numériques. La comparaison entre les résultats de distributions de température expérimentales et numériques indiquent que le modèle de turbulence standard $k - \epsilon$ présente une meilleure concordance, avec des écarts de pourcentage maximale entre 2,0% et 3,0%. Le coefficient de transfert de chaleur a des valeurs comprises entre 2,2 et 3,4 $W / m^2 K$, et il augmente avec le nombre de Rayleigh et le nombre de Reynolds.



L_x , L_y et L_z dimensions de cavité, l_x et l_y dimensions de l'orifice d'entrée et de sortie,
 q'' flux de chaleur uniforme et T_c une température constante.

Figure I.15: Modèle physique de la cavité ventilée. (Hinojosa et al. 2015).



Figure I.16: Cavité ventilée expérimentale de Hinojosa et al. (2015).

Bouabdallah et al. (2016) ont étudié le transfert de chaleur convectif mixte turbulente en 2D dans une enceinte avec une source de chaleur. L'influence de la géométrie de la source de chaleur (carrée et circulaire), la taille de la source de chaleur et le nombre de Richardson allant de 0,01 jusqu'à 30 ont été analysés.

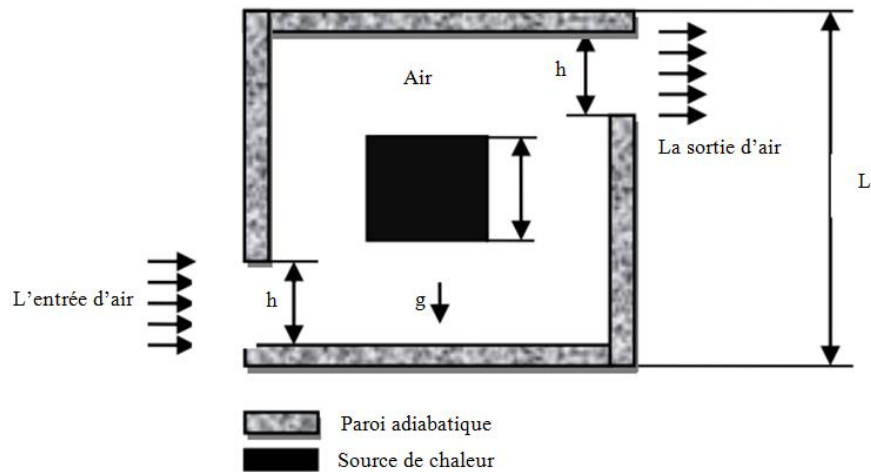
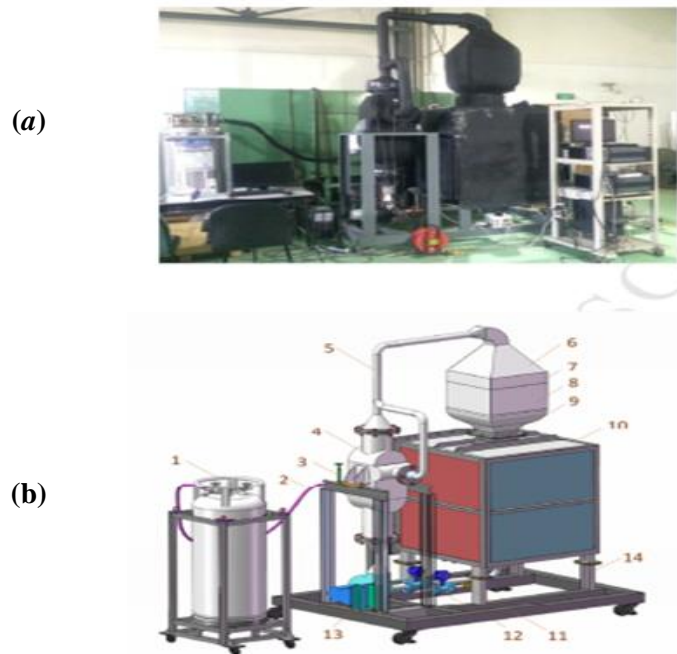


Figure I.17 : Géométrie du problème. (Bouabdallah et al. 2016)

En 2017, Yang et al. ont étudié expérimentalement et numériquement la convection mixte turbulente dans une cavité verticale ouverte. Trois modèles de turbulence RANS à deux équations, le modèle RNG $k-\epsilon$, le modèle L-B Low Re $k-\epsilon$ et le modèle SST $k-\omega$, sont utilisés dans la simulation numérique avec les mêmes conditions aux limites que dans l'expérimentale. En comparant les données expérimentales, le modèle Low Re $k-\epsilon$ est globalement le meilleur en termes de précision pour résoudre les problèmes de convection mixte dans des cavités verticales à grande échelle avec une forte force de flottabilité.



1- Réservoir cryogénique, 2- Canalisation d'azote liquide, 3- Vanne cryogénique, 4- Échangeur de chaleur, 5- Gaz Pipeline, 6 diffuseurs, 7 écrans, 8 redresseurs, 9 contractions 3D, 10 cavités d'essai, 11 vent Registre, 12- débitmètres, 13- Ventilateur centrifuge avec amortisseur de vent, 14- Cadre de support

Figure 1.18 : (a) Photo et (b) schémas du montage expérimental

(Isolations thermiques non incluses) (Yang et al. 2017)

La convection mixte turbulente dans une cavité ventilée est étudiée par Koufi et al. (2017) qui se sont concentrés sur l'influence de la position des ouvertures d'entrée et de sortie et sur l'efficacité de ventilation de l'air pour déterminer la configuration optimale. Quatre configurations A, B, C et D sont notées ici, en fonction de la position des orifices d'entrée et de sortie d'air: l'entrée A est sur le haut de la paroi verticale gauche, tandis que la sortie est sur le bas de la paroi verticale droite; l'entrée B se trouve en bas de la paroi verticale gauche et la sortie en haut de la paroi opposée; les deux ouvertures C sont du même côté, c'est-à-dire que l'entrée est en bas et la sortie en haut de la paroi verticale gauche, et l'entrée D est en haut et la sortie en bas de la paroi verticale gauche.

En termes de résultats obtenus, la configuration D offre une meilleure efficacité de ventilation pour la distribution de température et assure une température uniforme dans la zone occupée. Et pour les deux configurations A et C, elles conservent un niveau de chaleur acceptable et peut être utilisées en période hivernale pour assurer une bonne qualité de l'air intérieur. Et la

configuration B offre une efficacité proche de l'unité et peut être utilisée pour assurer la qualité de l'air intérieur zones climatiques tempérées.

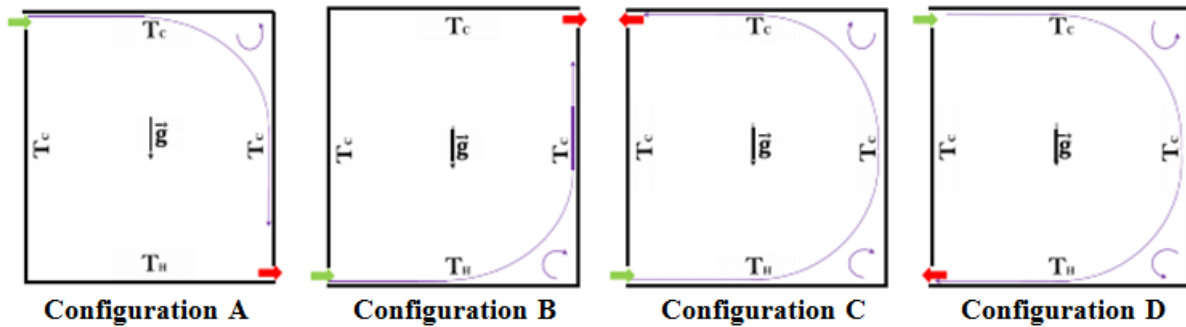


Figure I.19 : Quatre types de configuration étudiée. (Koufi et al. 2017).

Mebarek et al. (2017) ont effectué une étude numérique de la stabilité du transfert de chaleur par convection naturelle dans un anneau cylindrique avec une source de chaleur isoflux discrète de différentes longueurs. Les résultats montrent que l'augmentation du rapport de longueur de la source de chaleur diminue le nombre de Rayleigh. Nous pouvons contrôler la stabilité du débit et le taux de transfert de chaleur en variant la longueur de la source de chaleur.

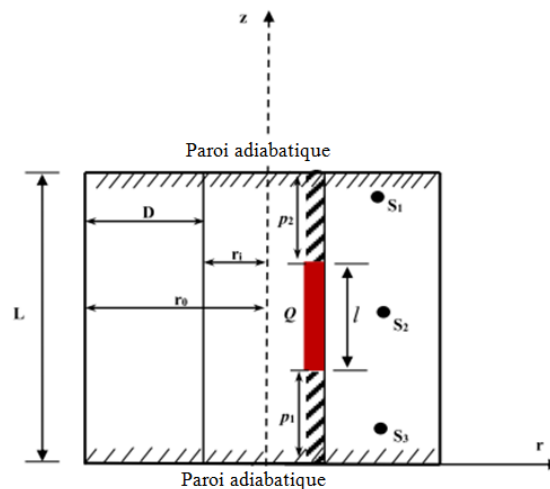


Figure I.20 : Configuration du problème avec un système de coordonnées cylindriques, où S_1 , S_2 et S_3 sont les points de surveillance de la détection des instabilités hydrodynamiques et thermiques. (Mebarek et al. 2017)

Une autre étude de Mebarek et al. (2018) est portée sur la convection naturelle dans l'anneau cylindrique rempli par le nanofluide Cu-eau et contenant deux sources de chaleur de longueurs différentes (Figure I.21). Ils ont constaté que le transfert de chaleur dépend de la longueur des sources de chaleur. Les effets de la fraction volumique solide nanofluide sur les

caractéristiques hydrodynamiques et thermiques tels que les nombres de Nusselt moyens et locaux, les lignes de courant, les modèles isothermes et la fraction volumique solide sont présentés. Ils ont obtenu que le transfert de chaleur et la température des appareils de chauffage dépendent du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique solide des nanoparticules et de la longueur des appareils de chauffage.

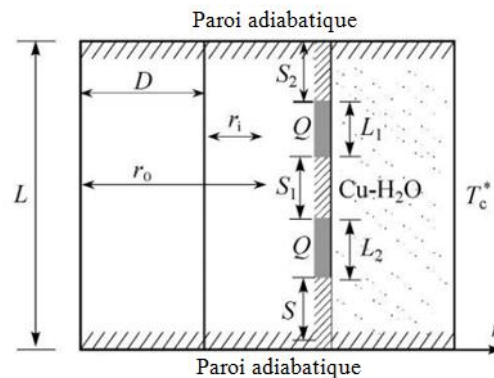


Figure I. 21. Cavité annulaire cylindrique remplie de nanofluide Cu-eau et contenant deux sources de chaleur discrètes. (Mebarek et al. 2018).

La convection mixte de nanofluides dans diverses formes d'enceintes a été étudiée par Izadi et al. (2018). Ils ont constaté que les articles sont considérés en quatre classes principales, à savoir les formes carrées (et rectangulaires), triangulaires, trapézoïdales et non conventionnelles.

Une étude numérique a été menée par Doghmi et al. (2018) pour analyser le transfert de chaleur par convection mixte dans une source de chauffage isotherme dans une cavité ventilée tridimensionnelle avec différents emplacements d'entrée et de sortie en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus montrent que l'intensité du débit et le taux de transfert de chaleur peuvent être considérablement améliorés par un choix optimal des paramètres mentionnés pour différents emplacements d'entrée et de sortie.

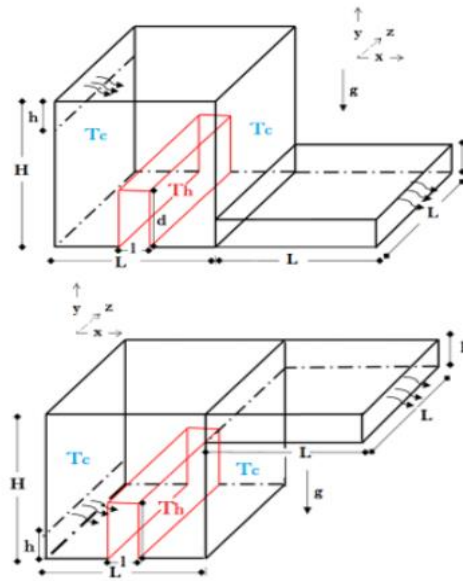
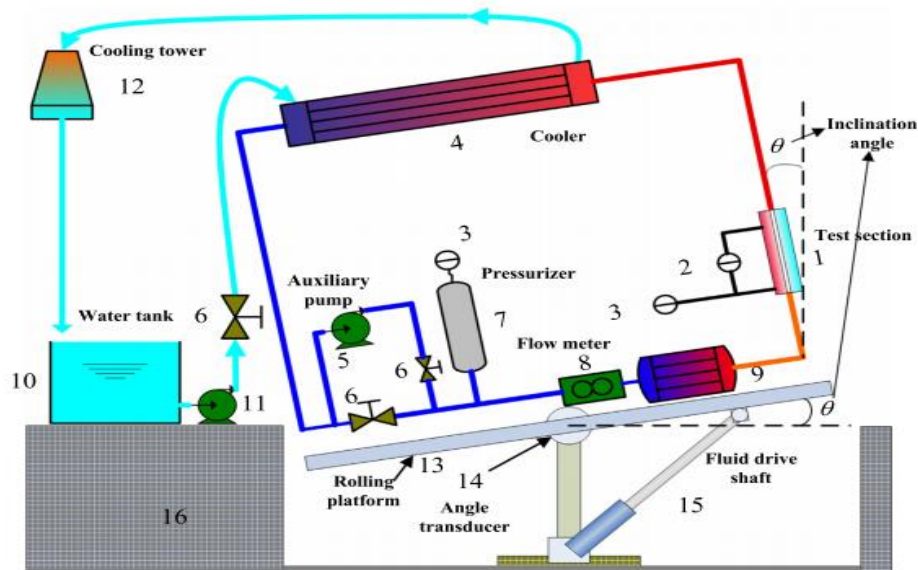


Figure I.22 : Configuration et coordonnées étudiées de *Doghmi et al. (2018)*.

Tian et al. (2018), ont réalisé une étude expérimentale sur la convection mixte dans une région d'entrée du canal rectangulaire étroit chauffé d'un côté. Ils ont réalisé une série d'expériences dans des conditions de circulation naturelle avec Re allant de 1000 à 3000 et angle d'inclinaison allant de 0 à 30. Pendant ce temps, ils ont mené des expériences de visualisation de flux pour identifier le flux secondaire entraîné par la différence de température entre la plaque inférieure chauffée et supérieure non chauffée du canal. Ils ont constaté que l'instabilité thermique peut être améliorée en augmentant l'angle d'inclinaison du canal. Les résultats de l'expérience, ainsi que les données d'image pour la condition d'écoulement dans le canal rectangulaire étroit incliné, offrent des données précieuses pour améliorer la conception technique de l'assemblage combustible à plaques et des échangeurs de chaleur similaires.



1-section de test ; 2-capteur de pression différentielle ; 3-capteur de pression ; 4-refroidisseur ;
 5-pompe auxiliaire ; 6-vanne de régulation ; 7-pressuriseur ; 8-débit-mètre ; 9-préchauffage ;
 10-réservoir d'eau ; 11-pompe ; 12-tour de refroidissement ; 13-plateforme roulante ; 14-transducteur
 d'angle ; 15-arbre d'entraînement de fluide ; 16-groud.

Figure I.23 : Schéma de principe de la boucle de circulation naturelle. (Tian et al. 2018).

Dans une autre étude, les auteurs Piña-Ortiz et al. (2018) ont utilisé différents modèles de turbulence testée dans les cavités ventilées pour inclure et exclure les sources de chaleur internes. La comparaison avec les résultats expérimentaux a montré que la précision la plus élevée était obtenue avec le modèle de turbulence k- ϵ réalisable.

Kareem et Gao (2018) ont étudié numériquement la convection mixte turbulente de nanofluide (SiO_2 -eau) dans une enceinte à chauffage différentiel ayant un cylindre adiabatique tournant dans différentes directions. Ils ont constaté que la contrainte de cisaillement de la paroi et les profils d'énergie cinétique turbulente sont influencés par le changement du nombre de Reynolds, de la vitesse et de la direction de rotation. En outre, le taux de transfert de chaleur incrémentiels au niveau des parois peuvent être obtenus en augmentant les vitesses de rotation du cylindre ; mais ces augmentations ont des influences plus faibles sur la paroi supérieure que sur la paroi inférieure.

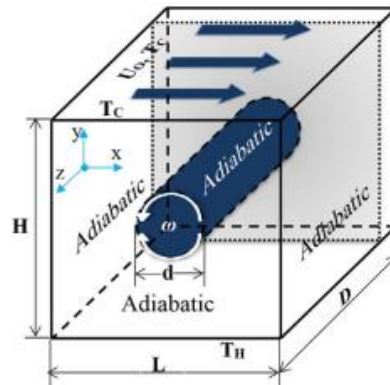


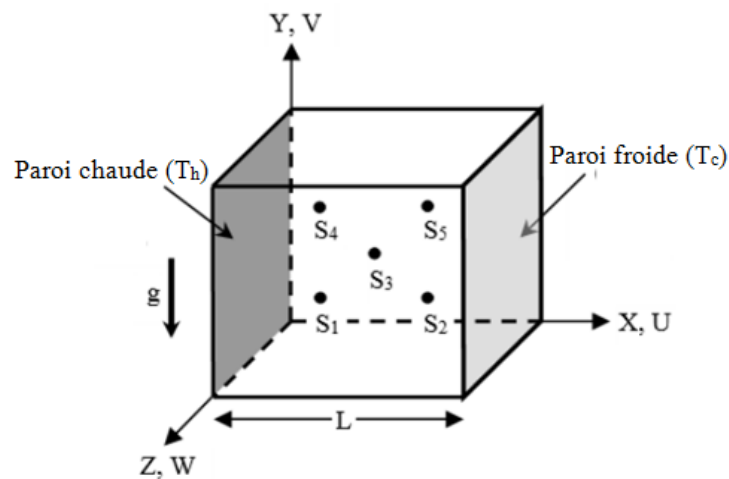
Figure I.24 : Géométrie du problème. (Kareem et Gao, 2018).

Zamora (2018) a étudié numériquement l'influence du transfert de chaleur radiatif et les effets des propriétés variables de l'air sur les flux de convection naturelle dans une cavité carrée ventilée avec un corps intérieur chauffé.

Abbassi et al. (2018) ont présenté numériquement une convection naturelle dans une cavité avec une source de chaleur placée en paroi inférieure. Ils ont utilisé une méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour résoudre numériquement le flux de nanofluides (eau- Al_2O_3) et le transfert de chaleur. Ils ont réalisé que la longueur de la source de chaleur améliore le transfert de chaleur et influe sur la structure du flux et sur la distribution thermique.

Atia et al. (2018) ont présenté une étude numérique de la transition de la convection naturelle à flux constant à oscillatoire des fluides à faible nombre de Prandtl à l'intérieur de la configuration 3D (Figure I.25).

La technique de Bridgman est réalisée pour un débit d'un régime permanent obtenu pour le nombre de Rayleigh. Elle montre qu'il y a une grande dépendance entre le nombre de Rayleigh, la structure d'écoulement et le taux de transfert de chaleur. Ainsi une faible augmentation du nombre de Rayleigh permet de déterminer le point critique dans lequel le flux 3D est devenu oscillatoire. Ce régime se manifeste par un signal sinusoïdal dans le temps et se développe à chaque période de temps.



($S_1 - S_5$ points de surveillance)

Figure I.25 : Géométrie du problème. (Atia et al. 2018).

Kherroubi et al. (2019) ont examiné en détail l'influence des positions d'ouverture de sortie sur la convection mixte nanofluide eau-alumine dans une enceinte à trois ouvertures (Figure I.27). La ventilation est assurée par trois ouvertures, pratiquées sur les parois de la cavité. Ainsi, le nanofluide froid entre par une ouverture placée en haut de la paroi verticale gauche et sort par deux ouvertures: l'une est placée en bas de la paroi verticale droite, et l'autre occupe plusieurs possibilités de repérage le long des quatre parois de la cavité. Toutes les parois de l'enceinte sont maintenues à une même température, supérieure à celle du fluide entrant, à l'exception des parois latérales qui sont adiabatiques.

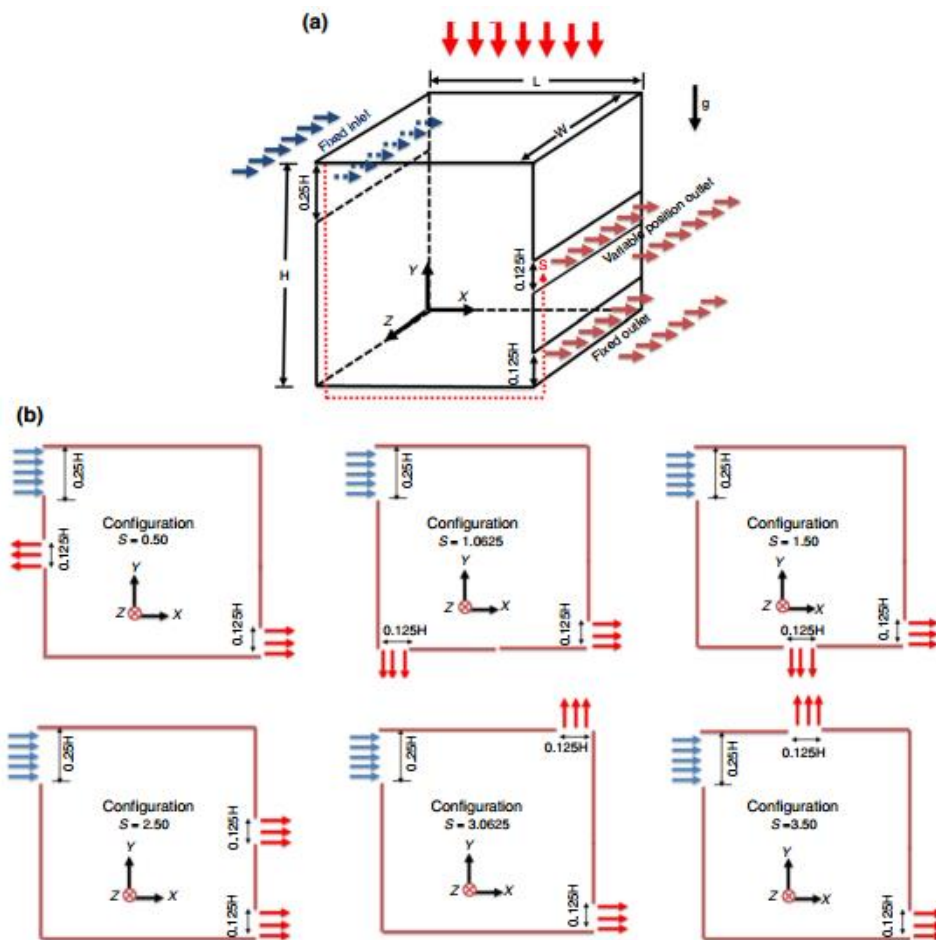


Figure 1.26 : Géométrie du problème physique. Deux dimensions observées dans le plan $x-y$ - de toutes les configurations selon les positions de la deuxième sortie S . (Kherroubi et al.2019)

L'effet de l'emplacement de la position de sortie sur le confort thermique et l'efficacité de la ventilation dans une cavité ont été examinés par Younsi et al. (2019) pour différents nombres de Rayleigh et Reynolds qui ont constaté que la localisation de la sortie d'air près de la source de chaleur et du contaminant offre une efficacité maximale.

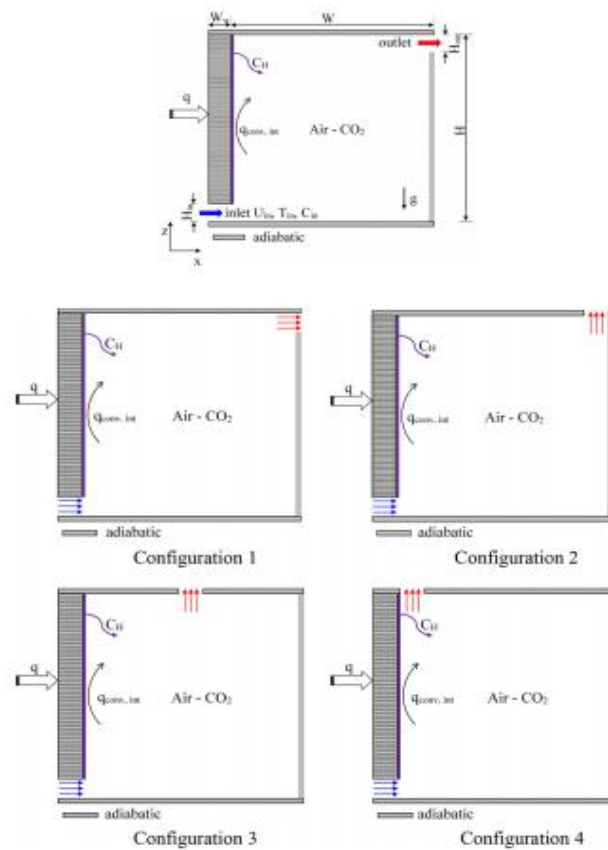


Figure I.27 : Illustration des cavités ventilées (Younsi et al. 2019).

Pordanjani et al. (2019) ont présenté numériquement, à l'aide d'un champ magnétique, l'effet de la présence de rayonnement sur le taux de transfert de chaleur par convection et la génération d'entropie nanofluide dans une chambre rectangulaire diagonale (Figure I.29). Les équations gouvernantes ont été résolues via la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme simple. Dans cet article, les effets du nombre de Rayleigh, du nombre de Hartmann, des changements d'angle de champ magnétique, des changements d'angle de chambre, du paramètre d'entropie, du paramètre de rayonnement et du pourcentage en volume de nanoparticules sur la génération d'entropie et le transfert de chaleur ont été étudiés. Ils ont observé que le nombre de Nusselt et la génération d'entropie augmentent, et avec l'augmentation du paramètre de rayonnement, le nombre de Bejan diminue. L'augmentation du taux de transfert de chaleur est plus significative à des nombres de Rayleigh plus élevés et ce en augmentant le paramètre de rayonnement.

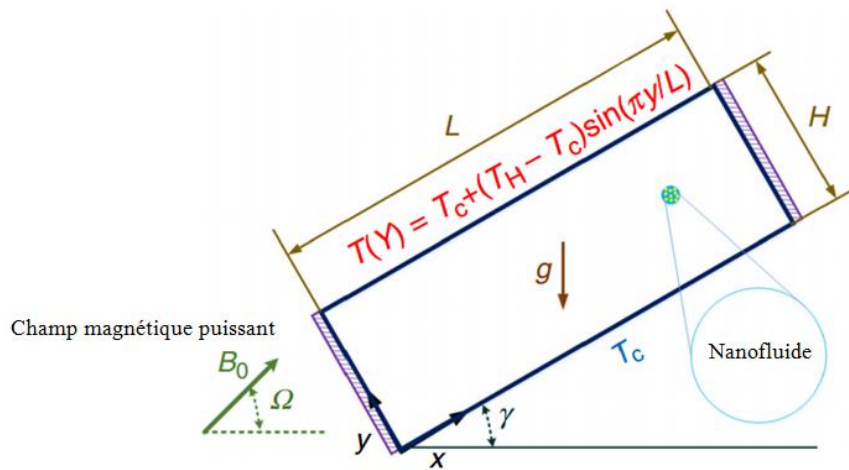


Figure I. 28 : Schéma du problème proposé par Pordanjani et al. (2019)

Laouira et al. (2020) ont discuté numériquement les champs dynamiques et thermiques, et ce à l'intérieur d'une enceinte trapézoïdale ouverte (Figure I.30). Avec la paroi supérieure ouverte de cette cavité, ils ont connecté un canal que le flux traverse ; et dans la paroi inférieure, ils ont placé une source de chaleur de différentes longueurs. Les résultats de ce travail montrent que les paramètres dynamiques et thermiques influent sur la longueur de la source de chaleur.

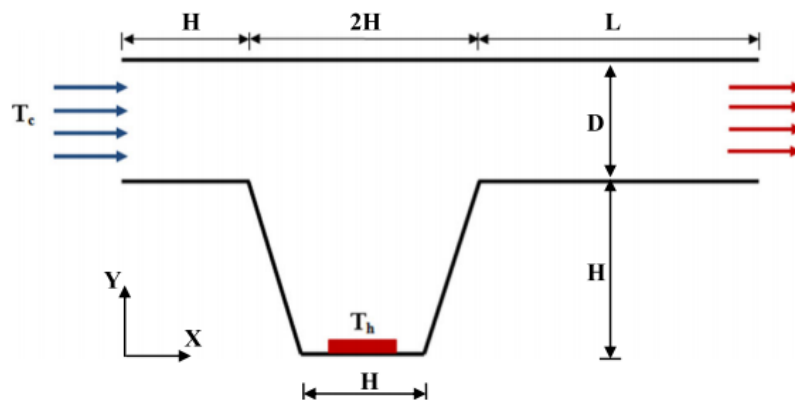


Figure. I.29 : Géométrie du problème (Laouira et al. 2020).

L'irréversibilité de l'écoulement convectif de nanofluides lors de l'apparition d'un champ magnétique (MHD) dans une cavité à chanfreins (Figure I.31) est calculée par le biais d'une approche numérique. Cette opération est effectuée par Marzougui et al. (2020). Les résultats révèlent que les impacts de la fraction volumique et de la force magnétique sur les différentes irréversibilités sont significatifs. Ils indiquent aussi l'existence d'un nombre

critique de Hartmann (Ha_c) qui représente la frontière entre les domaines où le champ magnétique domine via son effet intrinsèque et son effet extrinsèque.

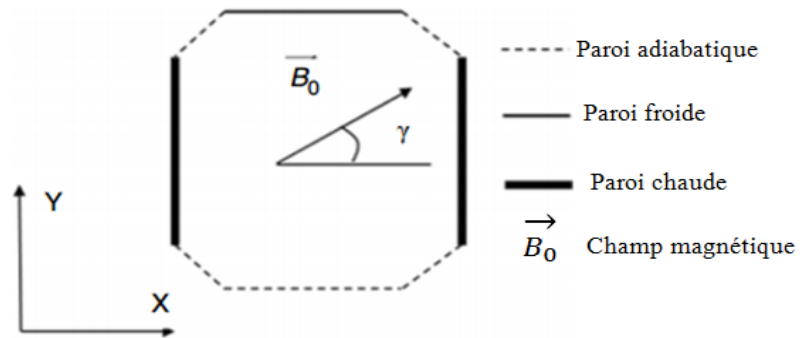


Figure I.30 : Représentation géométrique du phénomène d'écoulement. (Marzougui et al. 2020).

I.3. Conclusion du chapitre I

Cette section présente brièvement les recherches antérieures qui ont été menées dans le domaine des écoulements de convection naturelle, forcée et mixte dans des canaux ou des cavités de différentes géométries et dans de différentes conditions développées. Il est à noter que la convection thermique est fortement contrôlée par les paramètres adimensionnels tels le nombre de Rayleigh (Ra) ou de Grashof (Gr) pour l'intensité de la convection naturelle, le nombre de Reynolds (Re) ou de Richardson (Ri) pour l'intensité de la convection mixte.

L'intérêt majeur de cette étude bibliographique est de mettre en lumière les travaux numériques précédents qui justifient la pertinence des études effectuées dans cette thèse.

En tenant compte des travaux de recherche que nous avons effectués, nous avons constaté qu'il y a deux formes géométriques particulières de l'enceinte : une cavité ou un canal sans source de chaleur et d'autres avec une source de chaleur.

Pour la première section de cavité ou canal sans source de chaleur, les travaux sont concentrés sur l'effet du régime d'écoulement laminaire ou turbulent, l'effet de la géométrie du canal ou de la cavité sur les structures de l'écoulement, le champ de température et le taux de transfert thermique représenté par le nombre de Nusselt (Nu), l'effet des ouvertures d'entrée et de sortie du fluide ainsi que sur l'influence des paramètres imposés aux conditions aux limites. Toutes ces approches sont présentées et discutées.

Et pour la deuxième section où les cavités et les canaux sont munis de sources de chaleurs placées à l'intérieur, la plupart des travaux de recherche sont consacrés à la ventilation des cavités en régime stationnaire laminaire.

Cependant, le domaine de recherche au sujet la ventilation des cavités par la convection mixte en présence d'une source de chaleur en régime turbulent est très peu exploitée. C'est ce qui nous a conduits à choisir ce thème de recherche qui mérite d'être étudié en profondeur.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter la configuration géométrique proposée et la formulation mathématique.

CHAPITRE II
Modélisation Mathématique

Chapitre II

Modélisation Mathématique

II.1. Configuration Géométrique

Nous présentons, ci-dessous (Figure II.1), une cavité de longueur L et de largeur H équipée par deux petites ouvertures, l'une située au coin inférieur gauche et l'autre au coin supérieur droit. Les deux ouvertures sont de largeur identique H qui vaut $L/5$. Les parois de la cavité sont maintenues adiabatiques. Au centre de la cavité, on place une source de chaleur de forme cylindrique de diamètre D et de hauteur H . La source de chaleur a une température constante supérieure à la température ambiante.

Dans ce travail, nous examinons le cas de la convection mixte turbulente avec une source de chaleur placée au centre de la cavité. Le problème physique est schématisé dans la Figure 1.

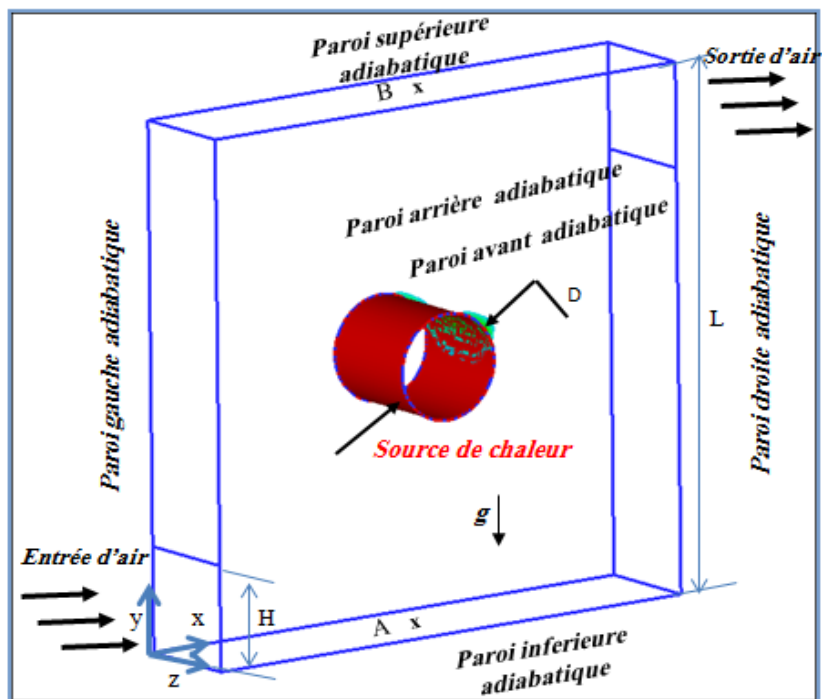


Figure II.1 : Configuration géométrique.

II.2. Modèle Mathématique

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations liant les différents paramètres suivant : la vitesse, la pression et la température. Ces équations sont obtenues à partir de :

- La loi de conservation de masse (équation de continuité)

- La loi de conservation de quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes)
- La loi de conservation d'énergie (équation d'énergie)

II.2.1. Equation de continuité

Cette équation est déduite du premier principe de conservation de masse. Elle s'exprime sous la forme tensorielle comme suit (Bejan, 1993) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (\text{II.1})$$

(Où $j=1, 2, 3$: indice de sommation)

L'air est considéré comme un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$), l'équation (II.1) devient alors :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{II.2})$$

II.2.2. Equation de quantité de mouvement :

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique qui stipule que la variation de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures sur cette particule. Elle s'écrit sous la forme tensorielle comme suit (Bejan, 1993)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} (\rho u_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) = F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (\text{II.3})$$

Où :

$\frac{\partial \rho}{\partial t} (\rho u_j)$: Représente le taux de variation de la quantité de mouvement.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i)$: Représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction i , par mouvement du fluide.

F_i : Représente les forces de volume suivant la direction i .

$\frac{\partial P}{\partial x_i}$: Représente les forces dues à la pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$: Représente les forces nettes de viscosité.

Les équations (II.3) ne sont autres que les équations de Navier-Stokes, qui représentent la conservation de la quantité de mouvement d'un fluide visqueux incompressible.

II.2.3. Equation de l'énergie :

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le premier principe de la thermodynamique pour un fluide Newtonien incompressible. Elle s'écrit comme suit (Bejan, 1993)

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + q + \mu \Phi \quad (\text{II.4})$$

Où :

k : La conductivité thermique

C_p : La chaleur spécifique à pression constante.

ρ : La masse volumique.

q : La génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumétrique)

μ : Viscosité dynamique du fluide.

Φ : La dissipation visqueuse.

II.2.4. Hypothèses Simplificatrices

- Fluide Newtonien et visqueux.
- Milieu continu.
- Ecoulement tridimensionnel (suivant les coordonnées x, y et z).
- La dissipation visqueuse est négligeable ($\mu \Phi = 0$).
- L'approximation de Boussinesq (**Annex B**) est valide. Elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit (Bejan, 1993).

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.5})$$

T_0 : Température de référence

β : Le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

ρ_0 : Masse volumique du fluide

- Les propriétés physiques du fluide et des composants électroniques (ρ, c_p, μ, k) sont supposées constantes.

II.2.5. Equations dimensionnelles :

Si (X^*, Y^*, Z^*) et (U^*, V^*, W^*) sont respectivement les trois coordonnées dimensionnelles et les trois composantes de vitesse dimensionnelle, les équations dimensionnelles peuvent s'écrire comme suit :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U^*}{\partial X^*} + \frac{\partial V^*}{\partial Y^*} + \frac{\partial W^*}{\partial Z^*} = 0 \quad (\text{II.6})$$

- Equation de quantité de mouvement par rapport à X^*

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(U^*U^*)}{\partial X^*} + \frac{\partial(V^*U^*)}{\partial Y^*} + \frac{\partial(W^*U^*)}{\partial Z^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial X^*} + \\ \left[\frac{\partial}{\partial X^*} \left(\nu^* \frac{\partial U^*}{\partial X^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Y^*} \left(\nu^* \frac{\partial U^*}{\partial Y^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Z^*} \left(\nu^* \frac{\partial U^*}{\partial Z^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

- Equation de quantité de mouvement par rapport à Y^*

$$\begin{aligned} \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(U^*V^*)}{\partial X^*} + \frac{\partial(V^*V^*)}{\partial Y^*} + \frac{\partial(W^*V^*)}{\partial Z^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial Y^*} + \\ \left[\frac{\partial}{\partial X^*} \left(\nu^* \frac{\partial V^*}{\partial X^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Y^*} \left(\nu^* \frac{\partial V^*}{\partial Y^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Z^*} \left(\nu^* \frac{\partial V^*}{\partial Z^*} \right) \right] g\beta(T^* - T_0) \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

- Equation de quantité de mouvement par rapport à Z^*

$$\begin{aligned} \frac{\partial W^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(U^*W^*)}{\partial X^*} + \frac{\partial(V^*W^*)}{\partial Y^*} + \frac{\partial(W^*W^*)}{\partial Z^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial Z^*} + \\ \left[\frac{\partial}{\partial X^*} \left(\nu^* \frac{\partial W^*}{\partial X^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Y^*} \left(\nu^* \frac{\partial W^*}{\partial Y^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Z^*} \left(\nu^* \frac{\partial W^*}{\partial Z^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

- Equation d'énergie

$$\rho_0 c_p \left[\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(U^* T^*)}{\partial X^*} + \frac{\partial(V^* T^*)}{\partial Y^*} + \frac{\partial(W^* T^*)}{\partial Z^*} \right] = \left[\frac{\partial}{\partial X^*} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial X^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Y^*} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial Y^*} \right) + \frac{\partial}{\partial Z^*} \left(k^* \frac{\partial T^*}{\partial Z^*} \right) \right] + q \quad (\text{II.10})$$

II.2.6. Equations adimensionnelles:

Il est important de savoir qu'il y a trois raisons essentielles qui justifient l'écriture des équations complexes sous une forme adimensionnelle. Ces raisons sont les suivantes :

- 1- Il est plus facile de reconnaître quand appliquer des techniques mathématiques.
- 2- Nous pourrions résoudre numériquement l'équation en peu de temps.
- 3- Cela nous donne un aperçu sur les petits paramètres qui pourraient être ignorés ou traités approximativement.

Pour faire apparaître les paramètres adimensionnels, il est nécessaire d'introduire des grandeurs de référence :

En introduisant les variables et les paramètres adimensionnelles suivantes

- $X = \frac{X^*}{L}$, $Y = \frac{Y^*}{L}$ et $Z = \frac{Z^*}{L}$: les distances X, Y et Z respectivement.
- $U = \frac{U^*}{v_{in}}$, $V = \frac{V^*}{v_{in}}$ et $W = \frac{W^*}{v_{in}}$: les vitesses suivant X, Y et Z respectivement.
- $P = \frac{P^* - P_0}{\rho v_{in}^2}$: la pression
- $T = \frac{T^* - T_0}{T_p - T_0}$: la température
- $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ Nombre de Prandtl
- $Re = \frac{D v_{in}}{\nu}$ Nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de frottement.

- $Ra = Gr.Pr$ nombre de Rayleigh (Ra) fait intervenir le terme moteur (Archimède) et les deux phénomènes dissipatifs par diffusion (le frottement visqueux et la conduction thermique)
- $Gr = \frac{g\beta(T_p - T_0)D^3}{\nu^2}$ Nombre de Grashof représente le rapport entre les forces motrices volumiques et les forces visqueuses volumiques.
- $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ Nombre de Richardson permet de définir précisément les domaines de prépondérance de la convection forcée et de la convection naturelle (si : $Gr \ll Re^2$, la convection forcée l'emporte. si $Gr \gg Re^2$, la convection naturelle l'emporte. Si : $Gr \approx Re^2$ on est dans le domaine de la convection mixte.

les équations de la conservation (II.6), (II.7), (II.8) et (II.9) et (II.10) prennent les formes suivantes :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.11})$$

- **Equation de quantité de mouvement par rapport à X**

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} + \frac{\partial(WU)}{\partial Z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right] \quad (\text{II.12})$$

- **Equation de quantité de mouvement par rapport à Y**

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} + \frac{\partial(WV)}{\partial Z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] + \frac{Gr}{Re^2} T \quad (\text{II.13})$$

- Equation de quantité de mouvement par rapport à Z

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(UW)}{\partial X} + \frac{\partial(VW)}{\partial Y} + \frac{\partial(WW)}{\partial Z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu \frac{\partial W}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu \frac{\partial W}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\nu \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \right] \quad (\text{II.14})$$

- Equation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(UT)}{\partial X} + \frac{\partial(VT)}{\partial Y} + \frac{\partial(WT)}{\partial Z} = \frac{1}{\text{Re.Pr}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(k \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(k \frac{\partial T}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(k \frac{\partial T}{\partial Z} \right) \right] + S \quad (\text{II.15})$$

II.2.7. Etude de l'écoulement en régime turbulent:

II.2.7.1. Généralités:

Pour un écoulement en régime turbulent, toutes les variables dépendantes sont supposées être la somme d'une valeur moyenne et d'une fluctuation comme suit:

Considérons une variable f , celle-ci peut être décomposée en deux parties : l'une représentant sa valeur moyenne \bar{f} et l'autre représentant sa fluctuation f' . Soient f et g deux variables quelconques, l'opérateur de moyenne possède les propriétés suivantes :

$$f = \bar{f} + f' \quad (\text{II.16})$$

$$\bar{f}' = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$\overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g} \quad (\text{II.18})$$

$$\overline{fg} = \bar{f} \cdot \bar{g} \quad (\text{II.19})$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial x} = \bar{\frac{\partial f}{\partial x}} \quad (\text{II.20})$$

Les équations de conservation pour l'écoulement turbulent sont obtenues en posant :

$$U = \bar{U} + U' \quad (\text{II.21})$$

$$V = \bar{V} + V' \quad (\text{II.22})$$

$$W = \bar{W} + W' \quad (\text{II.23})$$

$$P = \bar{P} + P' \quad (\text{II.24})$$

$$T = \bar{T} + T' \quad (\text{II.25})$$

Lorsque les équations de (II.16) à (II.20) sont remplacées par les équations de (II.6) à (II.10), les équations qui en résultent sont en valeurs moyennes dans le temps. Ainsi, on obtient les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie.

Les valeurs moyennes sont données en utilisant les considérations des équations (II.11) à (II.15)

Les termes contenant la moyenne du produit de fluctuation tels que : $\overline{U'U'}$, $\overline{U'W'}$, $\overline{U'T'}$, ...etc. sont modélisés avec les considérations suivantes :

Les termes comme $-\overline{U'U'}$ ont la dimension d'un cisaillement et sont modélisés comme suit :

$$-\overline{U'U'} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial X}.$$

Où ν_t est la viscosité turbulente qui doit être modélisée. Les termes comme $-\overline{U'T'}$ ont la dimension d'un flux de chaleur et sont modélisés comme suit $-\overline{U'T'} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial X}$.

où α_t est la diffusivité thermique turbulente, qui est liée à la viscosité cinématique turbulente par la relation : $\frac{\nu_t}{\alpha_t} = Pr_t$, où Pr_t est le nombre de Prandtl turbulent

(constante spécifiée obtenue à partir des données expérimentales qui est proche ou égale à un). Quand tous les produits des variables fluctuantes sont modélisés -comme on vient de le montrer- et quand la barre est retirée de la moyenne des variables, on obtient les équations non dimensionnelles de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie comme suit :

II.2.7.2 Les équations turbulentes adimensionnelles

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.26})$$

- **Equation de quantité de mouvement par rapport à X:**

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} + \frac{\partial(WU)}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} +$$

$$\text{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left[(v + v_t) \frac{\partial U}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(v + v_t) \frac{\partial U}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[(v + v_t) \frac{\partial U}{\partial Z} \right] \right] \quad (\text{II.27})$$

- **Equation de quantité de mouvement par rapport à Y:**

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} + \frac{\partial(WV)}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} +$$

$$\text{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left[(v + v_t) \frac{\partial V}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(v + v_t) \frac{\partial V}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[(v + v_t) \frac{\partial V}{\partial Z} \right] \right]$$

$$+ Ra \cdot \text{Pr} \cdot T \quad (\text{II.28})$$

- **Equation de quantité de mouvement par rapport à Z:**

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(UW)}{\partial X} + \frac{\partial(VW)}{\partial Y} + \frac{\partial(WW)}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} +$$

$$\text{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left[(v + v_t) \frac{\partial W}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[(v + v_t) \frac{\partial W}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[(v + v_t) \frac{\partial W}{\partial Z} \right] \right] \quad (\text{II.29})$$

- **Equation de l'énergie:**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(UT)}{\partial X} + \frac{\partial(VT)}{\partial Y} + \frac{\partial(WT)}{\partial Z} = +\frac{\partial}{\partial X} \left[(k + \alpha_t) \frac{\partial T}{\partial X} \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left[(k + \alpha_t) \frac{\partial T}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[(k + \alpha_t) \frac{\partial T}{\partial Z} \right] + S \quad (\text{II.30})$$

Ce système d'équation n'est, toutefois, pas fermé. Et du moment que les valeurs de la viscosité turbulente et de la conductivité turbulente ne sont pas connues, nous devons les déterminer en choisissant **un des modèles de turbulence** qui existent.

II.2.7.3. Modèles de la turbulence

Lorsque les composants des vecteurs de vitesse, pression ou température changent dans le temps de façon chaotique et l'écoulement reste toujours instable, le régime de l'écoulement est considéré comme **turbulent**. Ces écoulements sont caractérisés par :

- Les variables telles la vitesse, la pression et la température qui varient de façon aléatoire et stochastique.
- Le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses ainsi que le rapport entre les forces de flottabilité et les forces visqueuses sont considérablement importants. Il est à noter que ces rapports sont mesurés à l'aide des nombres de Reynolds et de Grashof (ou de Rayleigh).
- Ils sont généralement très dissipatifs : En les comparant à l'écoulement laminaire, nous constatons que la diffusion de la quantité de mouvement, de la masse et de la température est beaucoup plus grande. Ainsi, beaucoup d'énergie est éliminée et convertie en chaleur par dissipation visqueuse. En fait, l'écoulement a besoin d'un apport constant d'énergie car la turbulence accélère les processus de mélange.
- Ils sont caractérisés par une large gamme d'échelles : les phénomènes à grande échelle sont liés à la configuration moyenne de l'écoulement ; cependant, ceux à petite échelle ont, quant à eux, une dynamique propre.
- Des tourbillons de différentes grandes échelles sont présents et sont constamment créés et détruits.

Modèle Peng et Al

Ils ont utilisé trois modèles de turbulence qui sont : le modèle $k - \varepsilon$, le modèle $k - \omega$ et le modèle $k - \tau$. La comparaison est faite du point de vue précision et efficacité pour deux configurations, dont l'une présente l'écoulement dans une cavité ventilée, et l'autre présente l'écoulement avec séparation. Contrairement au modèle $k - \tau$, le modèle $k - \omega$ a échoué de prédire le point de séparation malgré sa rapidité quant à la convergence. Pour les écoulements qu'on a pris, le modèle $k - \varepsilon$ semble être le plus convenable.

Modèle Launder et Spalding

Ils ont examiné trois différents modèles de turbulence à deux équations, qui sont : le modèle $k - kl$, le modèle $k - \omega$ et le modèle $k - \varepsilon$. Ainsi, ils ont trouvé que le modèle $k - \varepsilon$

est le modèle le plus simple qui est capable de prédire les écoulements cisailés et les écoulements libres. Ils ont constaté également que son utilisation permet d'obtenir des résultats plus précis pour les écoulements avec recirculation comme pour les écoulements en couches limites, sans ajustement spécial pour les constantes ou les fonctions qui appartiennent à ce modèle.

II.2.7.3.1. Modèle de turbulence k-ε

L'utilisation d'une seule équation de transport ne permet pas de déterminer l'échelle caractéristique l . Comme la distribution de cette échelle n'est pas connue a priori, la spécification empirique s'avère difficile. Donc, pour lever cette difficulté, on peut éventuellement rechercher une nouvelle équation de transport permettant la détermination de cette échelle. En revanche, en pratique, il est facile d'établir une équation de transport pour une variable de la dissipation ε .

$$\rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{v}_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] - C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_t}{\partial x_j} - \rho C_{2\varepsilon} \varepsilon \quad (\text{II.31})$$

Où :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] : \quad \text{Terme de diffusion turbulente.}$$

$$C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_t}{\partial x_j} : \quad \text{Terme de production.}$$

$$\rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} : \quad \text{Terme destruction.}$$

A présent, on a déduit la viscosité turbulente de l'énergie cinétique et de la dissipation suivant l'expression :

$$\mu_t = \rho C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \quad (\text{II.32})$$

Les cinq constantes empiriques du modèle prennent les valeurs suivantes (CHATI et al. 2021) :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{1\varepsilon} = 1.44 \\ C_{2\varepsilon} = 1.92 \\ C_\varepsilon = 0.09 \\ \sigma_k = 1 \\ \sigma_\varepsilon = 1.3 \end{array} \right\} \quad (\text{II.33})$$

II.2.7.3.2. Modèle de LRN k-ε

L'hypothèse d'isotropie de la turbulence n'est plus valable au voisinage des parois. L'observation expérimentale montre l'existence – bien évidemment au voisinage de la paroi – d'une couche dans laquelle l'effet de la viscosité moléculaire devient prépondérant devant celui de la turbulence : c'est la sous-couche laminaire ou la sous-couche visqueuse. Dans cette sous-couche, la contrainte de cisaillement totale se limite à la contrainte due à la viscosité moléculaire, et le profil de la vitesse longitudinale est linéaire.

Les modèles LRN sont les modèles de turbulence à deux équations de fermeture. Ils constituent, non seulement, une version améliorée du modèle k-ε standard mais aussi, ont l'avantage d'éviter une modélisation particulière pour le voisinage des parois, puisqu'ils s'étendent aux régions dites à bas nombre de Reynolds. Et dans beaucoup de cas, ils peuvent être remplacés avantageusement par un traitement à grille serrée.

II.2.7.3.3. Modèle de longueur de mélange de Prandtl

Le modèle de longueur de mélange de Prandtl, proposé en 1925, appartient à la catégorie des modèles algébriques. Dans ce modèle, μ_t est directement relié au gradient de vitesse moyenne par l'intermédiaire d'une longueur l_m , appelée par Prandtl « longueur de mélange ». Si nous reprenons de nouveau la couche turbulente mince, le modèle de Prandtl consiste à représenter μ_t sous la forme :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.34})$$

La contrainte de Reynolds prend alors la forme:

$$-\overline{\rho v_i' v_j'} = \rho l_m^2 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.35})$$

Il faut déterminer la longueur de mélange l_m de façon empirique.

II.2.7.3.4. Modèle de Prandtl-Kolmogorov

Le modèle de Prandtl-Kolmogorov est un modèle qui appartient à la catégorie des modèles ayant une équation supplémentaire. Il est logique de considérer d'abord l'énergie cinétique turbulente :

$$k = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_j} \quad (\text{II.36})$$

L'analyse dimensionnelle indique que la viscosité turbulente μ_t doit obligatoirement être de

$$\text{la forme :} \quad \mu_t = C \mu k^{1/2} l \quad (\text{II.37})$$

$$\text{Contrainte de Reynolds} \quad - \overline{\rho v'_i v'_j} = \mu_t \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.38})$$

L'énergie cinétique de la turbulence qui apparaît dans cette expression va être déterminée à l'aide d'une équation de transport. Cette équation, établie à partir des équations de Navier Stocks, s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] - \overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (\text{II.39})$$

$$\text{Avec :} \quad \varepsilon = \frac{c_D k^{3/2}}{l} \quad (\text{II.40})$$

Les constantes empiriques :

$$\begin{cases} \sigma_k = 1 \\ C_D = 0.08 \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

Le modèle pris dans notre travail est le modèle à deux équations (k-ε). Par ailleurs, en tenant compte de toutes les hypothèses que nous avons émises antérieurement, et en utilisant les paramètres adimensionnels suivants :

- $K = \frac{K^*}{v_{in}^2}$ l'énergie cinétique turbulente
- $\varepsilon = \frac{\varepsilon^*}{v \left(\frac{V_{in}}{L} \right)^2}$ la dissipation de l'énergie cinétique turbulente

les équations de l'énergie cinétique turbulente et de taux de dissipation adimensionnelles prennent les formes suivantes :

II.2.7.4. Equation d'énergie cinétique turbulente

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial(UK)}{\partial X} + \frac{\partial(VK)}{\partial Y} + \frac{\partial(WK)}{\partial Z} &= \text{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial Y} \right] + \right. \\ &\frac{\partial}{\partial Z} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial Z} \right] + \text{Pr} \cdot v_t \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)^2 + \right. \\ &\left. \left. 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial W}{\partial Z} \right)^2 \right] - \varepsilon - Ra \frac{p_r^2}{p_r} \cdot v_t \frac{\partial T}{\partial Y} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

II.2.7.5. Equation de dissipation d'énergie cinétique turbulente

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(U\varepsilon)}{\partial X} + \frac{\partial(V\varepsilon)}{\partial Y} + \frac{\partial(W\varepsilon)}{\partial Z} &= \text{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial Y} \right] + \right. \\ &\frac{\partial}{\partial Z} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial Z} \right] + C_1 \cdot \text{Pr} \cdot v_t \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)^2 + \right. \\ &\left. \left. 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial W}{\partial Z} \right)^2 \right] - C_2 \frac{\varepsilon^2}{K} - C_e Ra \frac{p_r^2}{p_r} \cdot v_t \frac{\varepsilon}{K} \frac{\partial T}{\partial Y} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

La viscosité turbulente adimensionnelle et la diffusivité thermique sont données pour les différents domaines de calcul, comme suit :

$$v_t = \begin{cases} \frac{C_\mu K^2}{\text{Pr} \varepsilon} & \text{Dans le domaine fluide} \\ 0 & \text{A l'intérieur d'une région solide dans le domaine fluide} \end{cases}$$

$$\alpha_t = \begin{cases} \frac{p_r}{p_r} v_t & \text{Dans le domaine fluide} \\ 0 & \text{A l'intérieur d'une région solide dans le domaine fluide} \end{cases}$$

Les constantes du modèle avec leurs paramètres sont énumérées ci-dessous.

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = 1.44 \\ C_2 = 1.92 \\ C_e = 0.7 \\ C_\mu = 0.09 \\ \sigma_k = 1 \\ \sigma_\varepsilon = 1.3 \\ Pr = 0.71 \\ Pr_t = 1.00 \end{array} \right\}$$

Le côté gauche de l'équation de l'énergie cinétique est la somme des taux de variation de l'énergie cinétique turbulente et les termes de convection. La partie à droite est composée de la diffusion de K et de la production de K (somme des carrés des gradients de vitesse) et de la dissipation. Le dernier terme est la contribution de la flottabilité à la production ou à la dissipation de K en fonction du signe du gradient de température. Si ce gradient est négatif -stratification thermique instable- ce terme est comme un terme de production de K. En effet, nous savons que les couches de la turbulence sont renforcées en aval de la couche limite thermique due à la flottabilité. Toutefois, si le gradient de température est positif -stratification thermique stable- le terme de flottabilité agit comme une dissipation de K. L'équation de dissipation d'énergie est similaire à celle de l'énergie cinétique. Le côté gauche de l'équation de dissipation d'énergie est la somme des taux de variation et des termes de convection, tandis que le côté droit est composé de termes de diffusion, termes de production, un terme d'épuisement et un autre de flottabilité. Les équations d'énergie cinétique turbulente et de dissipation sont résolues uniquement dans le domaine fluide. Les valeurs de zéro pour k et ε ne peuvent pas être utilisées comme conditions initiales car ces deux variables apparaissent dans les dénominateurs de certains termes ; et cela provoque des divisions par zéro. Ainsi, de très petites valeurs (10^{-6}) sont utilisées à la place de zéro. La condition aux limites de K est précisée en notant que k est nulle aux frontières solides tandis que son gradient normal est nul aux frontières ouvertes.

II.2.7.6. les conditions aux limites

Les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques imposées aux parois de l'enceinte et à la source de chaleur sont décrites comme suit:

$$X=0:0 \leq Y \leq 0.2 \text{ and } 0 \leq Z \leq 0.2 \quad \bar{U} = 1 \quad (\text{II.44})$$

$$X = 0:0.2 \leq Y \leq 1 \text{ and } 0 \leq Z \leq 0.2, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0 \text{ and } \frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.45})$$

$$X = 1:0 \leq Y \leq 0.8 \text{ and } 0 \leq Z \leq 0.2, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0 \text{ and } \frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.46})$$

$$X = 1:0.8 \leq Y \leq 1 \text{ and } 0 \leq Z \leq 0.2, \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} = \frac{\partial \bar{V}}{\partial X} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial X} = \frac{\partial T}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.47})$$

$$Y = 0:0 \leq X \leq 1 \text{ and } 0 \leq Z \leq 0.2, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0 \text{ and } \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.48})$$

$$Y = 1:0 \leq X \leq 1 \text{ and } 0 \leq Z \leq 0.2, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0 \text{ and } \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.49})$$

$$Z = 0:0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 1, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0 \text{ and } \frac{\partial T}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.50})$$

$$Z = 0.2, 0 \leq X \leq 1 \text{ and } 0 \leq Y \leq 1, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0 \text{ and } \frac{\partial T}{\partial Z} = 0 \quad (\text{II.51})$$

La source de chaleur correspond:

$$\left. \begin{array}{l} 0.4 \leq X \leq 0.6 \\ 0.4 \leq Y \leq 0.6 \\ 0 \leq Z \leq 0.2 \end{array} \right\}, \bar{U} = \bar{V} = \bar{W} = 0, T = 1 \quad (\text{II.52})$$

II.3. Conclusion

Nous avons consacré ce chapitre à la présentation de la géométrie étudiée, des modèles d'équations et leurs conditions aux limites initiales. En somme, la résolution analytique de ces équations n'est pratiquement jamais réalisable. Pour cela, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations du modèle mathématique. Dans notre étude, nous avons utilisé le logiciel FLUENT (version 6.3.26) basé sur la méthode numérique des volumes finis. Nous allons exploiter davantage cette méthode dans le chapitre III.

En fait, il est très important de signaler que les équations différentielles mentionnées dans ce chapitre II peuvent être mises sous la forme générale suivante:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) + S_\phi \quad (\text{II.53})$$

Où ϕ est la variable dépendante (U, V, W, T, K et ϵ); Γ_ϕ est le coefficient de diffusion et S_ϕ est le terme de source.

CHAPITRE III

Méthodes Numériques de Résolution

Chapitre III

Méthodes Numériques de Résolution

III.1.Introduction

Tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques des champs thermique et d'écoulement. Il est pratiquement impossible de trouver une solution analytique et exacte à de tel systèmes du fait que les équations non-linéaires, citées précédemment, soient très complexes.

Des différentes méthodes numériques ont été utilisées pour la résolution des équations différentielles partielles qui régissent ce type d'écoulement. Parmi ces méthodes on cite, la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. Le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques dont la résolution est possible. Dans ce cas nous incite à choisir la méthode numérique adéquate pour obtenir les meilleures approximations.

Dans ce travail nous nous intéressons par la résolution numérique des équations modalisant le transfert de chaleur et l'écoulement à l'intérieur de la cavité contenant la source de chaleur, nous avons utilisé la méthode des volumes finis, utilise par [Bouabdallah et al. \(2011\)](#) et [Atia et al. \(2018\)](#) pour les raisons suivantes :

- simplicité et applicabilité à toutes les géométries (y compris les géométries complexes)
- Elle garantit la conservation de masse et de quantité de mouvement dans tout le domaine de calcul.
- Elle facilite la linéarisation des termes de sources d'énergie (s'ils ne le sont pas),
- Elle permet un traitement plus facile des milieux hétérogènes.

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volume finis jointifs appelés volumes de contrôle, couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins.

III.2. Maillage

Chaque point du domaine physique (Figure.III.1) stockant une grandeur scalaire ou vectorielle vérifie les équations différentielles du modèle mathématique, gouvernant notre phénomène physique. Pour projeter ces équations sur ce domaine, on subdivise ce dernier en un certain nombre de volumes finis, localisés à l'aide d'indices i, j et k et en chaque milieu de chaque volume, on considère les points P , appelés centres des volumes de contrôle. E, W, N, S, F et B sont les centres des volumes de contrôle adjacents, situés respectivement à l'Est, à l'Ouest, au Nord, au Sud, en avant et en arrière du centre P . Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées aux points e, w, n, s, f et b . Chaque volume de contrôle a une dimension $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$. Au centre de chaque volume de contrôle (Fig. III.2) sont stockées les variables scalaires (P, T, K et ϵ) par contre pour les quantités vectorielles (les vitesses U, V et W), elles sont localisées sur les faces du volume de contrôle.

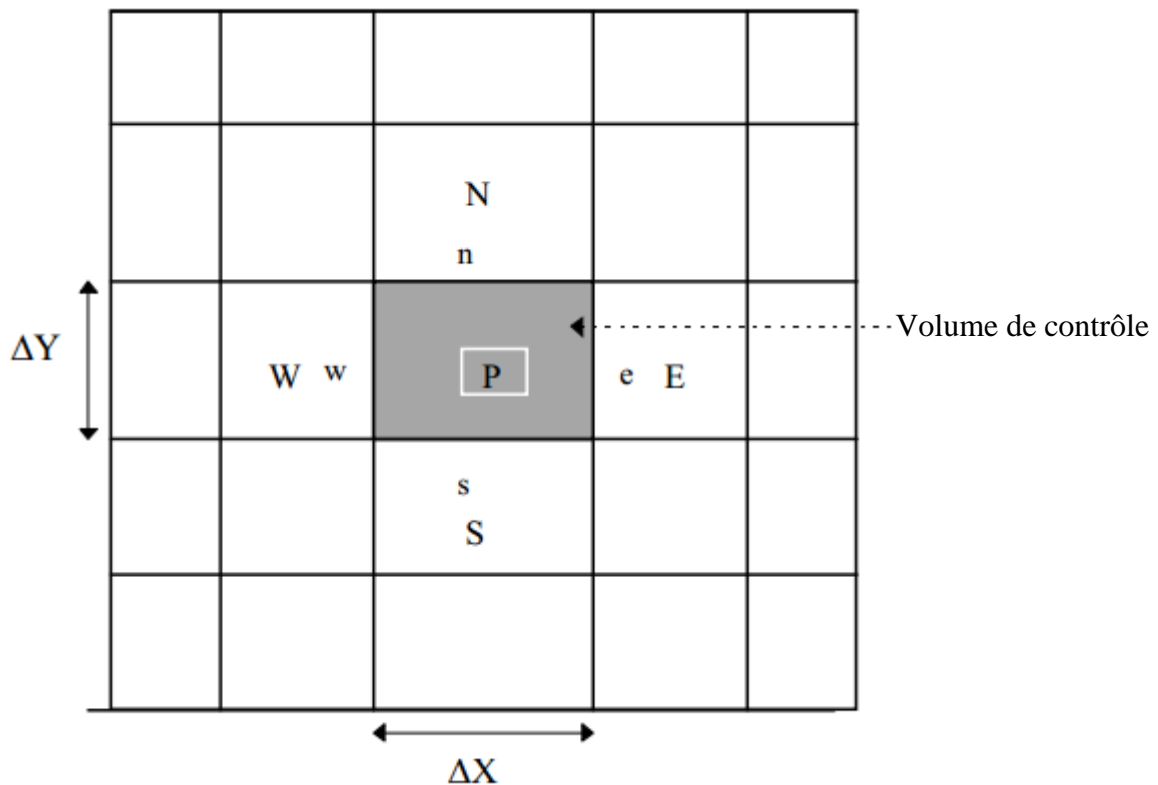


Figure. III.1: Décomposition d'un domaine physique en volumes finis.

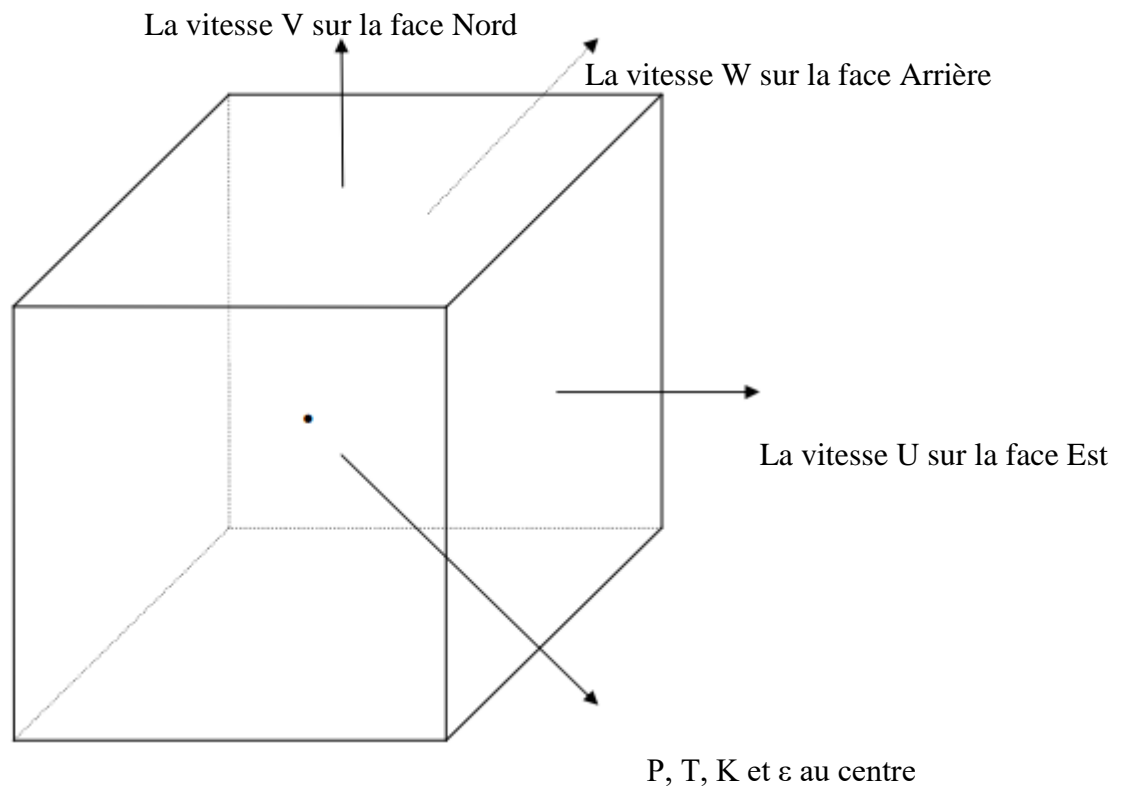


Figure III.2 : Volume de contrôle typique tridimensionnel

III.3. Discrétisation de l'équation générale de transport de la variable ϕ :

Soit ϕ le variable étudié, l'équation générale en coordonnées cartésiennes peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi) = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

$$\begin{array}{cccc} \longleftrightarrow & \longleftrightarrow & \longleftrightarrow & \longleftrightarrow \\ (1) & (2) & (3) & (4) \end{array}$$

(1) : terme transitoire

(2) : terme de transport par convection

(3) : terme de transport par diffusion

(4) : terme source.

Pour chaque variable ϕ , l'équation de transport dans le cas stationnaire Tridimensionnel, s'écrit :

$$\frac{\partial U\phi}{\partial X} + \frac{\partial V\phi}{\partial Y} + \frac{\partial W\phi}{\partial Z} - \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) = S_\phi \quad (\text{III.2})$$

Les équations adimensionnelles stationnaires qui ont été introduites dans le chapitre précédent telles que l'équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie ainsi que les deux équations de fermeture de k- ϵ réalisable, peuvent être écrites sous la forme générale suivante :

$$\underbrace{\rho \frac{\partial (\bar{U}_j \bar{\phi})}{\partial X_j}}_{(1)} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X_j} \left[\Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial X_j} \right]}_{(2)} + \underbrace{S_\phi}_{(3)} \quad (\text{III.3})$$

(1) : terme de transport par convection

(2) : terme de transport par diffusion

(3) : terme source.

Pour chaque variable $\bar{\phi}$ et dans le cas tridimensionnel stationnaire, l'équation de transport s'écrit ainsi :

$$\frac{\partial (\rho \bar{U} \bar{\phi})}{\partial X} + \frac{\partial (\rho \bar{V} \bar{\phi})}{\partial Y} + \frac{\partial (\rho \bar{W} \bar{\phi})}{\partial Z} - \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial Z} \right) = S_\phi \quad (\text{III.4})$$

Où :

\bar{U} : Composante de la vitesse adimensionnelle moyenne suivant X

\bar{V} : Composante de la vitesse adimensionnelle moyenne suivant Y

\bar{W} : Composante de la vitesse adimensionnelle moyenne suivant Z

Γ : Coefficient de diffusion

Si on pose :

$$A = \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \right)^2$$

$$B = 2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial W}{\partial Z} \right)^2$$

Le tableau suivant résume les différentes définitions de ϕ ainsi que tous les coefficients Γ_ϕ et les termes sources qui gouvernent notre problème:

Tableau III.1 : variables et coefficients des équations.

Equations	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant OX	U	$P_r(v + v_t)$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant OY	V	$P_r(v + v_t)$	$-\frac{\partial P}{\partial X} + Ra P_r T$
Energie	T	$(k + \alpha_t)$	S
Energie cinétique turbulent	K	$P_r \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right)$	$P_r v_t (A + B) - \varepsilon - Ra \frac{p_r^2}{p_r} v_t \frac{\partial T}{\partial Y}$
Taux de dissipation turbulent	ε	$P_r \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right)$	$C_1 \cdot Pr \cdot v_t (A + B) - C_2 \frac{\varepsilon^2}{K} - C_e Ra \frac{p_r^2}{p_r} v_t \frac{\varepsilon}{K} \frac{\partial T}{\partial Y}$

La forme du flux :

$$\begin{cases} J_x = \rho \bar{U} \bar{\phi} - \Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial X} \\ J_y = \rho \bar{V} \bar{\phi} - \Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial Y} \\ J_z = \rho \bar{W} \bar{\phi} - \Gamma_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial Z} \end{cases}$$

J_x , J_y , J_z sont les flux convectif et diffusif. U , V et W sont les vitesses suivant X, Y et Z respectivement.

L'équation (III.4) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial X^*}(J_x) + \frac{\partial}{\partial Y^*}(J_y) + \frac{\partial}{\partial Z^*}(J_z) = S_\phi \tag{III.5}$$

L'intégration de l'équation (III.5) sur le volume de contrôle (Figure III.2) s'exprime par :

$$\underbrace{\int \int \int_{w s b}^{e n t} \left(\frac{\partial J_x}{\partial X} \right) dX . dY . dZ + \int \int \int_{w s b}^{e n t} \left(\frac{\partial J_y}{\partial Y} \right) dX . dY . dZ + \int \int \int_{w s b}^{e n t} \left(\frac{\partial J_z}{\partial Z} \right) dX . dY . dZ}_{(A)} = \underbrace{\int \int \int_{w s b}^{e n t} S_\phi dX . dY . dZ}_{(B)} \tag{III.6}$$

a) Intégration du flux total

$$(A) = \int \int \int_{w s b}^{e n t} \left(\frac{\partial J_x}{\partial X} + \frac{\partial J_y}{\partial Y} + \frac{\partial J_z}{\partial Z} \right) dX . dY . dZ \tag{III.7}$$

L'intégration des différents flux nous donne :

$$(A) = J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b$$

Avec :

$$\begin{aligned} J_e &= (J_x)_e \Delta X & J_w &= (J_x)_w \Delta X \\ J_n &= (J_y)_n \Delta Y & J_s &= (J_y)_s \Delta Y \\ J_t &= (J_z)_t \Delta Z & J_b &= (J_z)_b \Delta Z \end{aligned}$$

b) Intégration du terme source

$$(B) = \int_w^e \int_s^n \int_b^t S_\phi dX . dY . dZ = \overline{S}_\phi dX . dY . dZ \quad (III.8)$$

\overline{S}_ϕ : représente la valeur moyenne du terme source sur le volume considéré. On peut l'exprimer linéairement comme suit :

$$S_\phi = S_C + S_P \phi_P \quad (III.9)$$

Où S_C : est une constante qui ne dépend pas de ϕ_P .

Pour exprimer les termes des flux convectifs et diffusifs aux interfaces des volumes de contrôles **un des schémas de discrétisation spatiale** (différence centrées, loi de puissance, hybride,.....) doit être utilisé.

III. 3.1. Discrétisation spatiale

L'équation (III.6) peut écrire sous la forme :

$$(j_e - j_w + j_n - j_s + j_t - j_b) = (S_C + S_P \phi_P) \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (III.10)$$

$j_i (i = e, w, n, s, t, b)$: est le flux total (flux convectif et diffusif) évalué sur chaque face du volume de contrôle.

Si on prend la forme suivante de flux,

$$j_e = \left(U \phi + \Gamma \left(\frac{\partial \phi}{\partial X^*} \right) \right)_e \quad (III.11)$$

On peut utiliser les schémas suivants :

a) Schéma aux différences centrées (CDS)

En supposant que le maillage est uniforme, la variable ϕ entre deux nœuds adjacents s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_W + \phi_P) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_S + \phi_P) \\ \phi_t = \frac{1}{2}(\phi_T + \phi_P) \\ \phi_b = \frac{1}{2}(\phi_B + \phi_P) \end{array} \right. \quad (\text{III.12})$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences centrées. Ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_e \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta X)_e} \\ \Gamma_w \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta X)_w} \\ \Gamma_n \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta Y)_n} \\ \Gamma_s \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s = \Gamma_s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta Y)_s} \\ \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_t = \Gamma_t \frac{\phi_T - \phi_P}{(\delta Y)_t} \\ \Gamma_b \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_b = \Gamma_b \frac{\phi_P - \phi_B}{(\delta Y)_b} \end{array} \right. \quad (\text{III.13})$$

En remplaçant les formules précédentes dans l'équation (III.10), on obtient :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \quad (\text{III.14})$$

Où :

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B - S_P \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (\text{III.15})$$

$$\begin{cases} A_E = D_e - \frac{F_e}{2} \\ A_W = D_w + \frac{F_w}{2} \\ A_N = D_n - \frac{F_n}{2} \\ A_S = D_s + \frac{F_s}{2} \\ A_T = D_T + \frac{F_T}{2} \\ A_B = D_B + \frac{F_B}{2} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

$b = S_c \Delta X \Delta Y \Delta Z$ et $D_i = \frac{\Gamma}{(\delta X)_i}$: Sont respectivement, la conductance de la diffusion. Et la force de convection. Les coefficients de discrétisation A_i ($i = E, W, N, S, T, B$) rassemblent les flux convectifs et diffusifs. Les coefficients de l'équation (III.16) en fonction du nombre de Peclet (Pe), sont donnés comme suit :

$$\begin{cases} A_E = D_e \left(1 - \frac{Pe_e}{2} \right) \\ A_W = D_w \left(1 + \frac{Pe_w}{2} \right) \\ A_N = D_n \left(1 - \frac{Pe_n}{2} \right) \\ A_S = D_s \left(1 + \frac{Pe_s}{2} \right) \\ A_T = D_T \left(1 + \frac{Pe_T}{2} \right) \\ A_B = D_B \left(1 + \frac{Pe_B}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

$$\text{où : } Pe_i = \frac{F_i}{D_i} \quad (\text{III.18})$$

Pour que ces coefficients soient positifs, le nombre Pe doit être dans l'intervalle $[-2, 2]$ et $S_p \leq 0$. L'application de ce schéma n'est avantageuse que si $|P_e| \leq 2$. Ceci est réalisé avec un maillage raffiné.

b) Schéma amont (upwind) (UPS)

Dans le cas où la convection est dominante ce schéma est le plus simple. Il suppose que la valeur ϕ aux faces du volume est celle du nœud voisin. Donc on a :

$$\phi_e = \phi_P \text{ pour } F_e > 0$$

$$\phi_e = \phi_E \text{ pour } F_e < 0 \quad (\text{III.19})$$

$$\phi_w = \phi_W \text{ pour } F_w > 0$$

$$\phi_w = \phi_P \text{ pour } F_w < 0$$

Cette condition peut être exprimée par l'opérateur $\|A, B\| = \max(A, B)$, le schéma upwind s'écrit alors comme suit :

$$\begin{cases} F_e \phi_e = \phi_P \|F_e, 0\| - \phi_E \|-F_e, 0\| \\ F_w \phi_w = \phi_W \|F_w, 0\| - \phi_P \|-F_w, 0\| \\ F_n \phi_n = \phi_P \|F_n, 0\| - \phi_N \|-F_n, 0\| \\ F_s \phi_s = \phi_S \|F_s, 0\| - \phi_P \|-F_s, 0\| \\ F_t \phi_t = \phi_T \|F_t, 0\| - \phi_P \|-F_t, 0\| \\ F_b \phi_b = \phi_B \|F_b, 0\| - \phi_P \|-F_b, 0\| \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

En substituant l'équation (III.20) dans l'équation (III.10), on obtient :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \quad (\text{III.21})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B - S_P \Delta X \Delta Y \Delta Z, b = S_C \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (\text{III.22})$$

Où :

$$\begin{cases} A_E = D_e + \|-F_e, 0\| \\ A_W = D_w + \|F_w, 0\| \\ A_N = D_n + \|-F_n, 0\| \\ A_S = D_s + \|F_s, 0\| \\ A_T = D_t + \|-F_t, 0\| \\ A_B = D_b + \|F_b, 0\| \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

c) Schéma hybride (HDS)

Ce **schéma** est la combinaison des deux schémas (centrée, Upwind). Est basé sur une simplification de la variation de A_e / D_e en fonction de Pe . La variable généralisée ϕ aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = \alpha_e \phi_P + (1 - \alpha_e) \phi_E \\ \phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_P \\ \phi_n = \alpha_n \phi_P + (1 - \alpha_n) \phi_N \\ \phi_s = \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_P \\ \phi_t = \alpha_t \phi_P + (1 - \alpha_t) \phi_T \\ \phi_b = \alpha_b \phi_B + (1 - \alpha_b) \phi_P \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Les coefficients α_i (i, e, w, n, s, t, b) sont définis par :

$$\alpha_i = 0 \text{ pour } Pe < -2 \longrightarrow \text{Schéma Upwind.}$$

$$\alpha_i = \frac{1}{2} \text{ pour } |Pe| \leq 2 \longrightarrow \text{Schéma centré} \quad (\text{III.25})$$

$$\alpha_i = 1 \text{ pour } Pe > 2 \longrightarrow \text{Schéma Upwind.}$$

En substituant les valeurs prises par ϕ dans l'équation (III.10), on aura

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \quad (\text{III.26})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B - S_P \Delta X \Delta Y \Delta Z, b = S_C \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (\text{III.27})$$

Où :

$$\begin{cases} A_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ A_W = \left\| F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ A_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ A_S = \left\| F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \\ A_T = \left\| -F_t, D_t - \frac{F_t}{2}, 0 \right\| \\ A_B = \left\| F_b, D_b + \frac{F_b}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

d) Schéma de la loi de puissance (PLDS)

Ce schéma (PLDS) (Power Law Differencing Scheme) est développé par Patankar (1980), donne une bonne approximation polynomiale de la solution exacte, qui s'écrit pour le coefficient A_E comme suit:

$$\begin{aligned}
 A_E &= -PeD_e && \text{Pour } Pe < -10 \\
 A_E &= \left((1 + 0.1Pe)^5 - Pe \right) D && \text{Pour } -10 < Pe < 0 \\
 A_E &= (1 + 0.1Pe)D_e && \text{Pour } 0 < Pe < 10 \\
 \frac{A_E}{D_e} &= 0 && \text{Pour } Pe > 10
 \end{aligned} \tag{III.29}$$

L'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit sous la forme suivante :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \tag{III.30}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B - S_P \Delta X \Delta Y \Delta Z, \quad b = S_C \Delta X \Delta Y \Delta Z \tag{III.31}$$

Où :

$$\begin{cases}
 A_E = D_e \left\| 0, (1 - 0.1|P_e|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_e \right\| \\
 A_W = D_w \left\| 0, (1 - 0.1|P_w|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_w \right\| \\
 A_N = D_n \left\| 0, (1 - 0.1|P_n|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_n \right\| \\
 A_S = D_s \left\| 0, (1 - 0.1|P_s|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_s \right\| \\
 A_T = D_t \left\| 0, (1 - 0.1|P_t|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_t \right\| \\
 A_B = D_b \left\| 0, (1 - 0.1|P_b|)^5 \right\| + \left\| 0, -F_b \right\|
 \end{cases} \tag{III.32}$$

Ce schéma est plus précis par rapport autres. Il est souvent employé dans les codes CFD commerciaux comme Fluent pour résoudre numériquement les problèmes de mécanique des fluides Bouaraour et al. (2008).

III.3.2. Formulation générale du problème

L'intégration de l'équation générale de transport (III.6) donne :

$$(j_e - j_w + j_n - j_s + j_t - j_b) = (S_C + S_P \phi_P) \Delta X \Delta Y \Delta Z \tag{III.33}$$

Nous intégrons aussi, de la même façon l'équation de continuité sur le volume de contrôle :

$$\int_w^e \int_s^t \int_b^i \left[\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} \right] dX . dY . dZ = 0 \quad (\text{III.34})$$

Ce qui conduit à :

$$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b = 0 \quad (\text{III.35})$$

Avec :

$$F_e = U_e \Delta Y \quad F_n = V_n \Delta X \quad F_t = V_t \Delta Z$$

$$F_w = U_w \Delta Y \quad F_s = V_s \Delta X \quad F_b = V_b \Delta Z$$

Donc :

$$(U_e - U_w) \Delta Y + (V_n - V_s) \Delta X + (V_t - V_b) \Delta Z = 0 \quad (\text{III.36})$$

$F_e, F_w, F_n, F_s, F_t, F_b$ Sont les flux massiques traversant les interfaces.

Nous multiplions cette dernière équation (III.35) par la variable ϕ_p et l'en soustrayant de l'équation générale :

$$(j_e - F_e \phi_e) - (j_w - F_w \phi_w) + (j_n - F_n \phi_n) - (j_s - F_s \phi_s) + (j_t - F_t \phi_t) - (j_b - F_b \phi_b) = (S_C + S_P \phi_P) \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (\text{III.37})$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation III.37 comme suit :

$$\begin{aligned} j_e - F_e \phi_e &= A_E (\phi_P - \phi_E) \\ j_w - F_w \phi_w &= A_W (\phi_W - \phi_P) \\ j_n - F_n \phi_n &= A_N (\phi_P - \phi_N) \\ j_s - F_s \phi_s &= A_S (\phi_S - \phi_P) \\ j_t - F_t \phi_t &= A_T (\phi_P - \phi_T) \\ j_b - F_b \phi_b &= A_B (\phi_B - \phi_P) \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$$\begin{cases} A_E = D_e A(P_e) + \| -F_e, 0 \| \\ A_W = D_w A(P_w) + \| F_w, 0 \| \\ A_N = D_n A(P_n) + \| -F_n, 0 \| \\ A_S = D_s A(P_s) + \| F_s, 0 \| \\ A_T = D_t A(P_t) + \| -F_t, 0 \| \\ A_B = D_b A(P_b) + \| F_b, 0 \| \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

$$\begin{cases} F_e = U_e \Delta Y \\ F_w = U_w \Delta Y \\ F_s = V_s \Delta X \\ F_n = V_n \Delta X \\ F_t = V_t \Delta X \\ F_b = V_b \Delta X \end{cases} \quad (\text{III.40}) \quad \begin{cases} D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{\delta X_e} \\ D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{\delta X_w} \\ D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{\delta Y_s} \\ D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{\delta Y_n} \\ D_t = \frac{\Gamma_t \Delta X}{\delta Y_t} \\ D_b = \frac{\Gamma_b \Delta X}{\delta Y_b} \end{cases} \quad (\text{III.41}) \quad \begin{cases} P_e = \frac{F_e}{D_e} \\ P_w = \frac{F_w}{D_w} \\ P_s = \frac{F_s}{D_s} \\ P_n = \frac{F_n}{D_n} \\ P_t = \frac{F_t}{D_t} \\ P_b = \frac{F_b}{D_b} \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

L'équation de discrétisation devient :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \quad (\text{III.43})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B - S_P \Delta X \Delta Y \Delta Z, \quad b = S_C \Delta X \Delta Y \Delta Z \quad (\text{III.44})$$

$A_E, A_W, A_N, A_S, A_T, A_B$ et A_P : sont les coefficients correspondant respectivement aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud, Avant, Arrière et du centre du volume.

b : est un terme source supposé être constant dans le volume de contrôle.

$F_e, F_w, F_n, F_s, F_t, F_b$ et $D_e, D_w, D_n, D_s, D_t, D_b$: sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord, Sud, Avant, Arrière.

$P_e, P_w, P_n, P_s, P_t, P_b$: désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif aux différentes faces du volume de contrôle.

Les expressions de $A(P)$ correspondant aux différents schémas sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Tableau III.2 : Valeur de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas.

schéma	$A(P)$
Upwind	1
Hybrid	$MAX(0, 1 - 0.5 P)$
Différence centrée	$0.1 - 0.5 P $
Puissance	$MAX(0, (1 - 0.1 P)^5)$

Dans notre étude, on a utilisé le schéma numérique **Second Ordre Upwind**. Ce schéma est le plus simple dans le cas où la convection est dominante.

La forme finale de l'équation générale de transport a été définie par l'équation (III.43), mais sa résolution reste difficile à cause de :

- Les coefficients apparaissant dans l'équation de discrétisation dépendent des variables; donc l'équation est non linéaire.
- Les termes sources des équations de quantités de mouvement, impliquent les gradients de pression.

Pour cela, on va passer à une autre étape qui consiste à développer la procédure de calcul numérique de l'écoulement de fluide.

III.4. couplage vitesse pression

Comme indiqué précédemment, l'équation de convection-diffusion peut prendre n'importe quelle forme de l'équation de conservation de masse, l'équation de quantités de mouvement pour X, Y et Z, l'équation d'énergie, ainsi que les deux équations de fermeture de turbulence : l'équation de l'énergie cinétique turbulente et l'équation de taux de dissipation. En sélectionnant les valeurs appropriées de la variable ϕ et des valeurs correspondantes des coefficients de diffusion.

La vraie difficulté du calcul de l'écoulement du champ de vitesse réside dans la présence des gradients de pression dans les équations de quantités de mouvement. Donc, on

peut dire que la procédure décrite précédemment pour l'équation générale de transport est également la procédure de résolution des équations de mouvement.

Les gradients de pression sont la source physique de quantité de mouvement potentielle entraînée pour l'écoulement de fluide. Par conséquent, pour un problème réel, le calcul de l'écoulement de la vitesse du fluide est couplé au calcul du champ de pression pour l'ensemble du domaine.

La solution des équations de quantités de mouvement présente les problèmes suivants :

- Les termes convectifs dans l'équation de quantités de mouvement contiennent des quantités non linéaires,
- Les équations sont couplées en interne car les composantes de vitesse sont présentées dans chaque équation de quantités de mouvement, et
- Le champ de pression devient important en raison de l'implication physique de l'équation de quantités de mouvement, mais il n'y a pas d'équation de transport distincte pour le calculer.

Comme la pression n'est pas connue, il est nécessaire d'utiliser une procédure pour le calcul de la pression. Cette procédure représentée par l'un des algorithmes de la résolution numérique implique la méthode d'intégration temporelle et de découplage, comme par exemple, les algorithmes SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC et PISO.

Grâce à l'algorithme SIMPLE, on peut surmonter les difficultés de résolution l'équation générale de transport (III.43). Cet algorithme a été utilisé dans tous les calculs qui sont exposés dans cette thèse.

III.5. Algorithme SIMPLE

L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) a été créé par Patankar. (1980) et Spalding (1972). C'est une procédure itérative pour calculer la pression en utilisant le maillage déplacé. Cette procédure itérative commence par l'estimation de la pression.

En général pour cet algorithme, la discrétisation de l'équation de quantités de mouvement pour tout le domaine sous l'hypothèse d'une distribution de pression connue est effectuée puis le champ de vitesse pour u , v et w est calculé. Si la distribution de vitesse satisfait l'équation de continuité, la solution est trouvée ; sinon une nouvelle distribution de pression devrait être proposée et ainsi de suite jusqu'à la convergence. Approximations

successives ou itérations successives des équations de quantités de mouvement et corrections appropriées pour le champ de pression peut être utilisé pour atteindre cet objectif.

III.5.1. Séquence de l'algorithme SIMPLE de calcul.

1. Devinez le champ de pression P^* pour tout le domaine (pression estimé)

Une distribution de pression raisonnable (P^*) est supposée pour l'ensemble du domaine de calcul. Cette distribution de pression servira d'approximation de la distribution correcte de la pression qui sera obtenue après plusieurs itérations.

2. résoudre les équations de quantité de mouvement de champ de vitesse U , V and W

Les équations de quantité de mouvement sont résolues en fonction de la distribution de pression supposée à l'étape 1. Les distributions de vitesse, après résolution des équations quantité de mouvement, sont également définies par U , V et W car elles sont calculées en fonction de la distribution de pression supposée. Cette distribution de vitesse fournira une approximation du champ de vitesse correct.

3. Trouvez la correction de pression P'' pour tout le domaine

Une variable temporelle définie comme P'' sera calculée. Ce P'' est calculé via un ensemble d'un système algébrique linéaire d'équations pour l'ensemble du domaine.

Les coefficients du système d'équations linéaires sont obtenus via une intégration de l'équation de conservation de masse pour chaque volume de contrôle en utilisant les valeurs de vitesse calculées à l'étape 2.

L'attribut principal de cette pression temporelle est que si la pression correcte et le champ de vitesse correct sont utilisés, alors la distribution p est égale à zéro dans tout le domaine et aucune correction de pression supplémentaire n'est nécessaire.

4. Corrigé la pression (P)

La distribution de pression est mise à jour par l'addition de la pression estimé P^* et de la correction de pression P'' , comme indiqué dans l'Equation (III.45)

$$P = P^* + P'' \quad (\text{III.45})$$

Comme indiqué précédemment, P'' n'est égal à zéro que si la distribution de pression estimé imposée à l'étape 1 satisfait l'équation de conservation de masse. Sous cette hypothèse $P = P^*$ et aucune correction supplémentaire n'est nécessaire.

5. Corrigé les vitesses U, V et W

Soit la vitesse (U, V, W) est composée par des valeurs estimées et des valeurs de corrections :

$$U = U^* + U'' \quad V = V^* + V'' \quad W = W^* + W'' \quad (\text{III.46})$$

La correction des vitesses se fait à partir de leurs valeurs estimées à l'aide de la formule de correction de vitesse :

$$U_i = U_i^* + \frac{A}{A_p} \Delta P'' \quad (\text{III.47})$$

A : représente une surface où le vecteur de vitesse \vec{U}_i est normal à cette surface.

$\Delta P''$: représente la pression nette (calculée à l'étape 3) agissant sur chaque composante de vitesse.

A_p : représente le coefficient du centre du volume selon l'équation (III.44).

6. Résoudre pour toutes les autres variables ϕ

Résoudre les équations discrétisées des autres variables dépendantes telle que la température.

7. Vérifiez la convergence

Remplacement de l'ancien champ de pression par le nouveau et retournés à l'étape (2) Les calculs seront répétés jusqu'à atteindre à la convergence de toutes les variables.

Dans le cas où les processus itératifs sont divergents, nous utilisons **des coefficients de sous relaxation** pour stabiliser les calculs.

III.5.2. La sous relaxation

Le problème de la divergence du processus itératif nous a obligé d'utiliser la sous relaxation dans les problèmes non linéaire, elle consiste à diminuer la rapidité des changements des valeurs d'une variable ϕ , d'une itération à l'autre. La nouvelle valeur ϕ dépend de la valeur précédente ϕ_{old} et de l'écart entre les deux $\Delta\phi$ par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ :

$$\phi = \phi_{old} + \alpha_\phi \Delta\phi \quad (\text{III.48})$$

Avec : $0 < \alpha_\phi < 1$

Toutes les équations de transport, après avoir été discrétisées, peuvent être mises sous la forme de l'équation suivante :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \quad (\text{III.49})$$

On peut mettre cette équation (III.49) sous la forme générale suivante :

$$A_P \phi_P = \sum A_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III.50})$$

Soit :

ϕ_P , La valeur de la variable à l'itération actuelle.

ϕ^n , la valeur de la variable de l'itération précédente.

L'équation (III.50) s'écrit :

$$\phi_P = \phi_P^n + \left[\frac{\sum A_{nb} \phi_{nb} + b}{A_P} - \phi_P^n \right] \quad (\text{III.51})$$

$$\left[\frac{\sum A_{nb} \phi_{nb} + b}{A_P} - \phi_P^n \right] : \text{Le changement de } \phi_P \text{ dans l'itération actuelle.}$$

Pour stabiliser les calculs, il faut diminuer ce changement, ainsi on introduit un coefficient α avec : $0 < \alpha < 1$. Cette opération est appelée sous relaxation.

$$\phi_P^{\text{nouveau}} = \phi_P^n + \alpha \left[\frac{\sum A_{nb} \phi_{nb} + b}{A_P} - \phi_P^n \right] \quad (\text{III.52})$$

A la convergence $\phi_P^{\text{nouveau}} = \phi_P^n$.

On développe l'équation (III.52) comme suit

$$\frac{A_P}{\alpha} \phi_P^{\text{nouveau}} = \sum A_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{(1-\alpha)A_P}{\alpha} \phi_P^n \quad (\text{III.53})$$

On réécrit cette équation sous la forme suivante :

$$A'_P \phi_P = \sum A_{nb} \phi_{nb} + b' \quad (\text{III.54})$$

Où : $A'_p = \frac{A_p}{\alpha}$

$$b' = b + \frac{(1-\alpha)A_p}{\alpha} \phi_p^n$$

ϕ_p^n : est la valeur de la variable de l'itération précédente.

Donc :

L'équation (III.53) est la même forme de l'équation (III.50), mais les coefficients sont différents.

Cette procédure de relaxation n'est valable que si à la fin des itérations de l'équation (III.52) satisfait bien l'équation (III.50). C'est ici le cas dans la mesure où lorsque le processus a convergé, ϕ_p est censée ne plus varier d'une itération à l'autre. La relation $\phi_p^{\text{nouveau}} = \phi_p^n$ est alors obtenue et associée à l'équation (III.52) donne finalement l'équation (III.50) recherchée.

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus la sous-relaxation est forte et plus la convergence est lente. Mais plus, ils sont forts, plus la sous-relaxation est faible et plus il y a des instabilités dans le processus itératif (instabilités de la solution).

Il n'existe pas de règle générale pour choisir les coefficients de sous relaxation. Cela peut dépendre de la nature du problème, du nombre et de la taille des cellules du maillage, de la procédure itérative choisie. Il faut cependant savoir que le choix de ces facteurs est essentiel pour le bon déroulement de la procédure itérative. Enfin, nous rappelons que la valeur de ces coefficients peut être différente d'une variable à une autre.

III.6.Introduire les facteurs de sous-relaxation dans les équations discrétisés

On peut réécrire l'équation (III.52) sous une nouvelle forme :

$$\phi_p^{\text{nouveau}} = \alpha \phi_p + (1-\alpha) \phi_p^n \quad (\text{III.55})$$

ϕ_p : La valeur sans relaxation

ϕ_p^n : La valeur de la variable précédente.

Par l'application de la formule (III.55), et introduire les nouveaux paramètres ϕ_p^{nouveau} dans les équations discrétisé concerné on obtient les nouveaux équations avec les facteurs de relaxations et après des itérations on réalise la convergence.

Les équations de quantité de mouvement

Les composantes de la vitesse doivent aussi être sous relaxées comme suit :

$$U_p^{\text{nouveau}} = \alpha_u U_p^* + (1 - \alpha_u) U_p^n \quad (\text{III.56})$$

$$V_p^{\text{nouveau}} = \alpha_v V_p^* + (1 - \alpha_v) V_p^n \quad (\text{III.57})$$

$$W_p^{\text{nouveau}} = \alpha_w W_p^* + (1 - \alpha_w) W_p^n \quad (\text{III.58})$$

- A la convergence : $U_p^{\text{nouveau}} = U_p^n$.

$$V_p^{\text{nouveau}} = V_p^n$$

$$W_p^{\text{nouveau}} = W_p^n$$

Equation de l'énergie

La température doit aussi être sous relaxée :

$$T_p^{\text{nouveau}} = \alpha_t T_p^* + (1 - \alpha_t) T_p^n \quad (\text{III.59})$$

- A la convergence : $T_p^{\text{nouveau}} = T_p^n$.

Equation de l'énergie cinétique turbulente

L'énergie cinétique turbulente sous- relaxé comme suit

$$K_p^{\text{nouveau}} = \alpha_k K_p^* + (1 - \alpha_k) K_p^n \quad (\text{III.60})$$

- A la convergence : $K_p^{\text{nouveau}} = K_p^n$.

Equation de dissipation de l'énergie cinétique turbulente

De même façon précédente, on peut sous-relaxer le taux de dissipation comme suit :

$$\varepsilon_p^{\text{nouveau}} = \alpha_\varepsilon \varepsilon_p^* + (1 - \alpha_\varepsilon) \varepsilon_p^n \quad (\text{III.61})$$

- A la convergence : $\varepsilon_p^{\text{nouveau}} = \varepsilon_p^n$.

Concernant la pression, la sous relaxation s'effectue d'une manière un peu différente compte tenu de l'existence de l'algorithme de couplage vitesse- pression. Elle est simplement introduite dans la correction de pression P' sous la forme suivante :

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (\text{III.62})$$

III.7. Critère de convergence

Le critère de convergence est utilisé pour stopper le processus itératif lorsqu'il est satisfait.

On peut vérifier la convergence après chaque itération. Ce test est basé sur la comparaison entre des valeurs des variables calculées à la fin de deux itérations successives et en chaque nœud du maillage. La convergence sera atteinte lorsque :

$$\phi^{(n+1)} - \phi^{(n)} < \varepsilon \quad (\text{III.63})$$

Il y'a un autre critère de convergence basé sur le calcul du résidu R_ϕ :

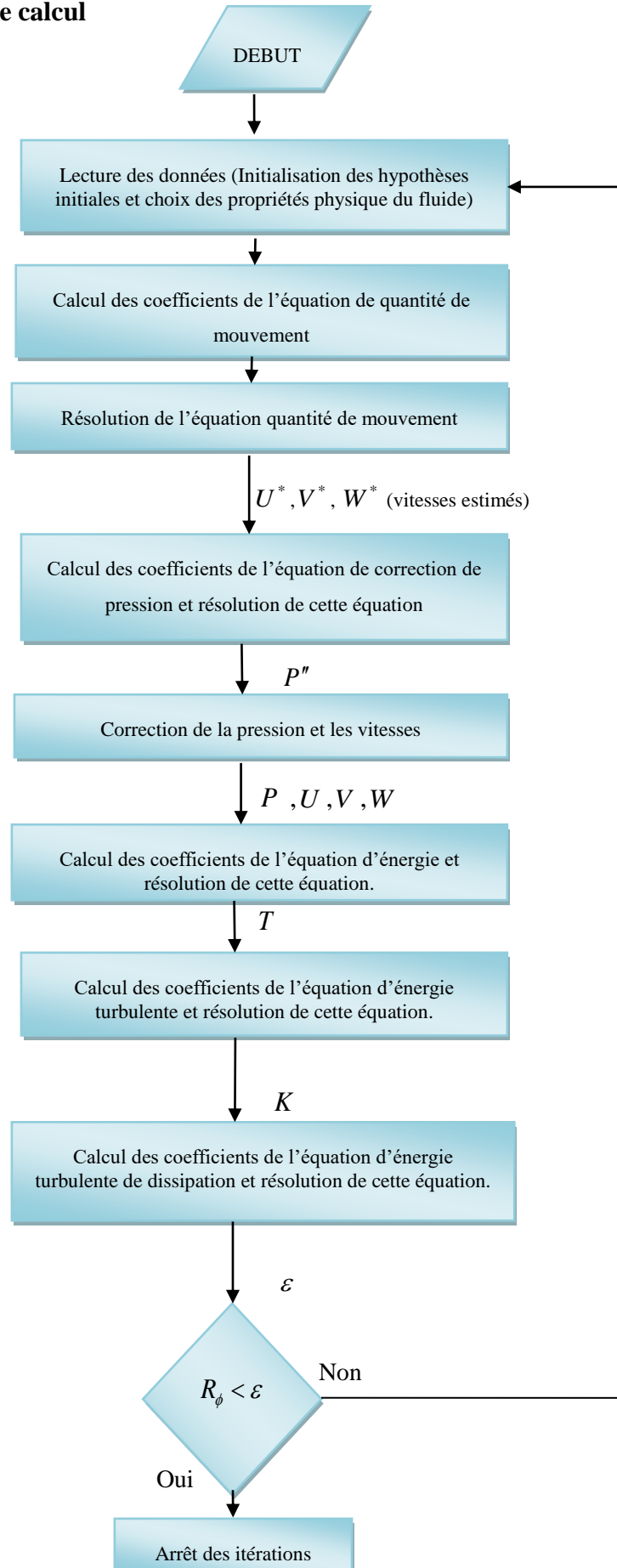
Par définition, R_ϕ peut s'écrire :

$$R_\phi = \frac{\sum_{\text{mailles}} \left| \sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} + b - A_p \phi_p \right|}{\sum_{\text{mailles}} A_p \phi_p} < \varepsilon \quad (\text{III.64})$$

Ces résidus nous renseignent sur le degré de déséquilibre de l'équation associée à chaque variable sur toutes les mailles du domaine. La convergence est déterminée à partir de ces résidus. Le choix adéquat des conditions initiales permet d'atteindre une convergence accélérée et une solution stable.

Dans le cadre de ce travail, nous avons choisi epsilon de l'ordre de 10^{-3} , sauf ce qui concerne l'équation de l'énergie est de l'ordre 10^{-6} .

III.8. Organigramme de calcul



III.9. Présentation du logiciel de calcul

III.9.1. Introduction

Avant d'entreprendre la simulation numérique de la convection mixte turbulente dans une cavité contenant une source de chaleur, à l'aide d'un code de simulation numérique, il est utile de préciser ce qu'on peut attendre d'une telle méthode.

La simulation numérique en mécanique des fluides (CFD ; Computational Fluid Dynamics) est reconnue, aujourd'hui, comme l'un des outils incontournables de conception et elle est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et le problème stationnaire ou instationnaire.

Les codes de simulation numérique des écoulements ou codes CFD (Computational Fluid Dynamics) résolvent les équations régissant les mouvements d'un fluide. Ces équations traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement du fluide (équations de Navier-Stokes), la conservation de l'énergie ainsi que les équations de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation pour le régime turbulent. Certains codes sont aussi en mesure de décrire le transport de polluant ou les réactions chimiques au sein d'un fluide. Il existe un grand nombre de codes CFD disponibles (plus d'une centaine), qui sont commerciaux (du domaine public) ou institutionnels. Un tableau recense les codes de calcul les plus répandus ([Annexe C](#)). Nous pouvons observer que la majorité des codes utilisent la méthode des volumes finis.

III.9.2. Principe des codes CFD

Les logiciels de simulation numérique des écoulements basés sur la méthode des volumes finis peuvent être considérés comme de véritables « expériences numériques », lorsqu'elles sont faites avec soin. L'avantage des « méthodes numériques » est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, champ de pression, contraintes etc.) sont immédiatement disponibles en tout point d'écoulement. Dans une expérimentation, l'obtention de ces quantités physiques à tout point du champ est souvent impossible ou très difficile en pratique. Cependant, la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes est encore limitée à des nombres de Reynolds modérés.

Les méthodes CFD (Computational Fluid Dynamics) ont l'avantage de mettre en œuvre les équations générales de la mécanique des fluides avec un minimum des hypothèses. Elles résolvent notamment les équations non-linéaires instationnaires et compressibles. La discrétisation des équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse est faite sur la base d'éléments quadrilatéraux ou triangulaires, réguliers ou non selon la complexité de la géométrie. Elle conduit à un système d'équations non-linéaires couplées. Ce système est résolu de manière itérative.

Avant d'entamer la résolution de ces équations, nous devons identifier le régime de l'écoulement laminaire ou turbulent qui est donné par la valeur du nombre de Grashof dans le cas de la convection mixte. Dans ce travail le régime de l'écoulement est turbulent.

Pour notre travail, nous ferons recours au code CFD **Fluent**, commercialisé par **Fluent Incorporated** ([Fluent Inc., Etats-Unis. Annexe C](#)). Nous disposons de la version **6.3.26**. Pour l'usage que nous en avons, il permet de résoudre les équations régissant les mouvements laminaires et turbulents d'un fluide, en dimension 2 ou 3. Les problèmes à résoudre peuvent être en régime permanent et stationnaire.

III.9.3. Les différentes étapes à suivre pour la modalisation numériques par Fluent

Les principales étapes à suivre lors du travail sur le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessitent la connaissance de certaines notions théoriques de base. Ces notions se résument notamment dans les définitions des principales équations régissant l'écoulement.

La résolution numérique par Fluent d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- 1) Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- 2) Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- 3) Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;
- 4) Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- 5) Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus ;
- 6) Analyse des résultats obtenus.

III.9.4. Présentation de GAMBIT et de FLUENT

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite l'utilisation du logiciel préprocesseur (GAMBIT).

1. GAMBIT

GAMBIT est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Gambit est un logiciel qui permet de réaliser des géométries en 2D ou 3D et de construire le maillage. Largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, spatiale, ...etc.) en raison de son interface graphique puissante, il permet aussi de réaliser tout type de géométries complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs.

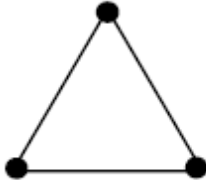
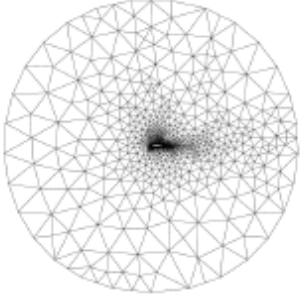
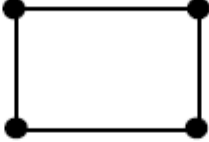
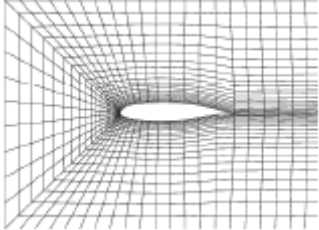
1.1. Choix du maillage

Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui répond à nos objectifs, Parmi ces paramètres, on peut citer :

- le nombre de mailles ;
- la distance entre les mailles (concentration des mailles) ;
- la forme de la maille ;
- les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

Les différentes formes de maillage des faces sont montrées dans le [Tableau III.3](#) :

Tableau III.3 : Les différentes formes de maillage des faces.

Type des cellules en 2D	La forme de maillage	Exemple
Triangulaire		
Quadrilatérale		

Aussi il permet de choisir le type de maillage des faces selon les options suivantes:

Tableau III.4 : Description des types de maillages des faces

Option	Description
Map	Crée une grille régulière et structurée des éléments du maillage.
Sub map	Divise une face en plusieurs régions de façon à ce qu'on puisse leur appliquer Map.
Pave	Crée une grille non structurée des éléments du maillage.
Tri primitive	Divise la face en trois régions quadrilatérales et crée un maillage dans chaque région de la face.

1.2. Conditions aux limites

Une fois que la géométrie et le maillage du domaine physique étudié sont définis, nous spécifierons les zones géométriques sur lesquelles nous allons appliquer les conditions aux limites.

Le logiciel GAMBIT propose différents types de conditions aux limites. Nous en utilisons quatre : condition à l'entrée, conditions de parois, condition à la sortie et conditions de symétrie.

Les conditions aux limites qui satisfont notre problème sont :

- "velocity inlet" : correspond à une vitesse imposée à l'entrée de la cavité,
- "Outlet pressure" : correspond la condition à la sortie de la cavité.
- "wall" : correspond les parois adiabatiques de la cavité et les parois chaudes de la source de chaleur.

Après la vérification du maillage, nous exportons le fichier depuis le préprocesseur GAMBIT vers le solveur FLUENT en format "msh" afin d'effectuer les simulations numériques tout en discrétisant les équations qui gouvernent l'écoulement.

2. FLUENT

FLUENT est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une relative facilité. Les types de mailles supportées sont :

- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales ;
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales ;
- Des mailles (hybrides) mixtes.

Le langage de programmation C est utilisé pour FLUENT. Ce code de calcul utilise pleinement la flexibilité et la puissance offerte par ce langage (par exemple allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace.

FLUENT s'utilise à travers une interface graphique. L'utilisateur avancé peut être adapté ou augmenté en fonction des besoins de l'interface, en marquant les macros et les fonctions du menu afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, FLUENT permet les capacités de modélisation suivantes :

- Ecoulements 2D ou 3D ;
- Ecoulement stationnaire ou instationnaire ;
- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsoniques, transsoniques supersoniques ou hypersoniques) ;
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents ;
- Fluide Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou les deux (conjugue) ou radiatif ;
- Ecoulements avec changements de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.

FLUENT emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement. En utilisant cette technique, basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour tenir compte des effets turbulents, le logiciel de calcul offre la possibilité de choisir un des modèles de turbulence suivants :
 - ✓ Le modèle à une équation de Spalart Allmaras;
 - ✓ Le modèle à deux équations $k - \varepsilon$;
 - ✓ Le modèle à deux équations $k - \omega$;
 - ✓ Le modèle de contrainte de Reynolds (Reynolds stress model).

Le choix entre ces modèles se base principalement sur les résultats que donne chacun des modèles suivant les conditions aux limites prédéfinies. Il est vrai qu'un modèle peut donner de meilleurs résultats par rapport à un autre, mais ceci est dû principalement à la

nature des cas étudiés et à la correspondance du modèle de turbulence avec les conditions aux limites.

2.1 Choix des paramètres de FLUENT

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite le choix des paramètres essentiels :

2.1.1. Procédure sous "FLUENT"

Une fois le chargement du fichier de maillage (réalisé avec le logiciel GAMBIT) effectué sous "Fluent", nous devons mettre à l'échelle la géométrie (pour notre cas, on utilise le mètre). Le logiciel " FLUENT " permet aussi de réordonner les nœuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire afin d'améliorer les performances du calcul et l'efficacité d'accès à la mémoire (Grid\Reorder).

2.1.2. Simple précision ou double précision

"Fluent" offre deux modes de calcul : le mode "double précision" et le mode "simple précision". Dans le mode "double précision", les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits ; alors que le mode "simple précision" utilise une représentation à 32 bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, le mode "double précision" est préconisé pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates, comme dans le cas d'un canal très long et mince.

2.1.3. Choix de la formulation du solveur

Sous "Fluent", on peut choisir parmi plusieurs formulations du solveur :

- La formulation "Segregated" ou isolée (implicite) : Cette formulation résout les équations de continuité, de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles ou compressibles.
- La formulation "Coupled", ou couplée (implicite ou explicite) : Cette option permet aux équations gouvernantes d'être résolues simultanément, c'est-à-dire couplées les unes avec les autres. Cependant, les autres scalaires, telles que les quantités de la turbulence, sont traités isolément. Initialement, ce mode a été conçu pour les écoulements compressibles à grandes vitesses. Ceci lui donne un avantage pour le traitement des écoulements hautement couplés (forte interdépendance entre la densité, l'énergie et les moments) avec des forces de volumes

(par exemple flottabilité et forces de rotation). Il faut signaler que le solveur couplé implicite requiert presque le double de la mémoire qu'utiliserait le solveur isolé, alors que le solveur couplé explicite vient au milieu, en terme de besoins en ressources, mais converge plus lentement que la formulation implicite et n'est conseillé que pour les écoulements instationnaire.

2.1.4. Schémas de discrétisation

Sous "Fluent", les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation que nous avons vus précédemment pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre, pour plus de précision. Dans notre étude le schéma utilisé est "**Second Ordre Upwind**" : il procure une meilleure convergence.

2.1.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression

Dans la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable pour des écoulements spécifiques. On peut choisir parmi les options suivantes :

- Le schéma de force de volume pondéré "**Body-Force-Weighted**" : il est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (par exemple convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).
- Le schéma "**PRESTO**" (Pressure Staggering Option) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.

(NB. : **Ce schéma est utilisé dans notre étude.**)

- Le schéma au "**Second Ordre**" est à utiliser pour les écoulements compressibles et, aussi, pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire "**Linear**" est disponible comme alternative dans le cas où les autres options auraient des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

2.1.6. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

"Fluent" propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (uniquement avec la formulation "Segregated") :

Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. Nous avons entrepris nos simulations avec la méthode "SIMPLE",

Méthode "PISO" (Pressure-Implicit with Splitting of Operators): Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed".

Les schémas et la méthode de couplage Pression-Vitesse de discrétisation utilisés dans le présent travail sont résumés comme suit :

Tableau III.5 : Les schémas de discrétisation utilisés.

pression	PRESTO
Quantité de mouvement	Second Ordre Upwind
Energie cinétique turbulente	Second Ordre Upwind
Taux de dissipation	Second Ordre Upwind
Energie	Second Ordre Upwind
Couplage vitesse pression	SIMPLE

2.1.7. Les conditions aux limites utilisées par le logiciel FLUENT

Pour le logiciel Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classés comme suit :

- **Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement** : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-ield), échappement (exhaust)
- **Mur et conditions du pole** : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodiques, plan de symétrie (symétrie).

- **Cellules des zones internes** : fluide ou solide (de différents types).
- **Condition des faces internes** : ventilation, radiation, mur intérieur. Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :
 - 1) **à l'entrée du domaine** : la valeur de la variable est connue.
 - 2) **à la sortie du domaine** : Nous connaissons la valeur de la variable donnée ou nous supposons que le régime est établi.
 - 3) **à la paroi** : soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).
 - 4) **Sur l'axe de symétrie** : où le gradient de la variable posé, suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie, est nul.

2.1.8. La sous-relaxation

A cause de la nature non linéaire de l'équation qui doit être résolue, pour notre problème, par Fluent, il est nécessaire de contrôler le changement de variable ϕ . On peut atteindre ce but par la sous-relaxation qui réduit le changement de ϕ produit durant chaque itération. (Voir la formule (III.124)).

Dans le présent travail, les facteurs de sous relaxation sont :

Tableau III.6 : Les facteurs de sous relaxation utilisés dans le présent travail.

pression	Quantité de mouvement	Energie	Energie cinétique turbulente	Taux de dissipation	Viscosité turbulente
0.3	0.7	1	0.8	0.8	1

Après avoir choisi les différents paramètres de FLUENT, nous passons aux étapes suivantes :

- ❖ Le lancement des calculs et le traitement des résultats obtenus par : **Tecplot 10**, **Surfer 9** et **Origine 6**.
- ❖ L'analyse et l'interprétation des résultats.

III.10. Conclusion du chapitre III

Dans ce Chapitre, nous avons présenté la méthode numérique qui est utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes de notre problème. Nous avons adopté la méthode des volumes finis.

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à transformer les équations de transport qui sont des équations différentielles aux dérivées partielles elliptiques non linéaires, complexes et couplées en un système d'équations algébriques qui peut s'exprimer sous forme matricielle.

L'application de la méthode des volumes finis suit les étapes suivantes :

- Diviser le domaine d'étude de calcul en un nombre fini et discret de volumes de contrôle dont la somme est exactement égale au volume du domaine de calcul. On dit qu'on génère un maillage.
- Discrétiser les différentes équations régissant le phénomène pour obtenir un système d'équations algébriques.
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (méthode itérative ou directe).

Le logiciel utilise la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations gouvernant l'écoulement : c'est le code commercial FLUENT.

La résolution numérique par Fluent obéit généralement aux étapes suivantes :

- Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;
- Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- Calcul avec FLUENT pour les différents cas étudié.

En ce qui concerne les effets du phénomène de turbulence, ce logiciel de calcul peut avoir la possibilité de choisir un des modèles de turbulence suivants :

- Le modèle à une équation de Spalart Allmaras;
- Le modèle à deux équations $k - \varepsilon$ (C'est le modèle que nous avons adopté dans notre étude) ;
- Le modèle à deux équations $k - \omega$;
- Modèle de contrainte de Reynolds (Reynolds stress model).

Sous "Fluent", les différents schémas de discrétisation sont : Upwind, Hyprid, Différence Centrée et Puissance pour les termes convectifs des équations gouvernantes.

Dans ce travail, le schéma utilisé est "**Second Ordre Upwind**". Ce schéma est le plus simple au cas où la convection est dominante.

Et pour la méthode de couplage Pression-Vitesse, nous nous sommes basés sur l'algorithme "**SIMPLE**" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations).

Les résultats obtenus après la résolution qui a été effectuée par le logiciel FLUENT seront présentés dans le chapitre qui vient.

Chapitre IV

Résultats et Discussions

Chapitre IV

Résultats et Discussions

IV.1.Introduction

Dans ce chapitre nous présentons tous les résultats de simulation obtenus pour l'étude de refroidissement à air par convection mixte turbulente et tridimensionnelle d'une source de chaleur, montée au centre d'une cavité.

Dans cette étude nous allons voir l'influence de l'espacement du maillage sur les résultats et la validation des résultats de simulation obtenus à l'aide du logiciel FLUENT en les comparant avec ceux obtenus par d'autres auteurs. Ensuite nous allons passer aux calculs numériques en régime turbulent pour faire une étude paramétrique dans le but de voir l'influence et l'effet de certains paramètres sur l'écoulement turbulent et le mécanisme du transfert de chaleur en convection mixte. Nous allons donc examiner :

Les champs thermique et hydrodynamique, les profils de vitesse, les profils de température, l'effet de taux de transfert de chaleur caractérisé par le nombre de Nusselt, les distributions de l'énergie cinétique et de sa dissipation ont été visualisés graphiquement en fonction des différents paramètres ayant un effet sur l'écoulement. Et pour plus de clarté, nous avons jugé utile de présenter une comparaison entre deux formes de sources de chaleur : source de chaleur cylindrique et source de chaleur cubique. Enfin, nous passons à l'étude de l'effet obtenu à partir de l'emplacement arbitraire de trois sources de chaleur à l'intérieur de la cavité.

Pour toutes les simulations réalisées dans cette étude, nous avons pris un nombre de Prandtl égal à 0.71, le nombre de Grashof est fixé à 10^9 (nombre qui correspond au régime de la convection turbulente). Le nombre de Reynolds varie de telle sorte que le nombre de Richardson indique l'importance de la convection naturelle induite par les parois chaudes, et celle de la convection forcée provoquée par le jet d'air. Il prend, également, les valeurs suivantes : 0.01, 0.05, 0.1, 1, 2, 5, 10, 20 et 30.

Quatre maillages différents ont été examinés pour voir leurs effets sur la solution numérique : 1061208, 1815848, 2863288 et 4251528. En raison du temps de calcul et de la précision des résultats, nous avons choisi le maillage 1815848, tout au long du présent travail.

Rappelons que toutes les valeurs numériques obtenues par nos simulations sont sous la forme adimensionnelle.

IV.2. Effet du maillage sur les résultats numériques

Pour examiner et évaluer l'effet de la taille du maillage sur la simulation numérique, quatre tailles de grille différentes avec un nombre différent de nœuds ont été testées dans l'étude en considérant trois nombres de Richardson ($Ri = 0,1$, $Ri = 1$ et $Ri = 30$). Maillage-1, Maillage -2, Maillage -3 et Maillage -4 se composent de 1061208, 1815848, 2863288 et 4251528 nœuds, respectivement, et les valeurs moyennes du nombre Nu obtenues à partir de différentes tailles de maillage ont été comparées dans la Figure IV.1 . On constate que le nombre de Nusselt reste presque constante à partir des 1815848 nœuds pour différentes valeurs de Ri . Par conséquent, le Maillage-2 (1815848 nœuds) a été choisi pour une analyse plus approfondie car il assurait l'indépendance de maillage du modèle numérique.

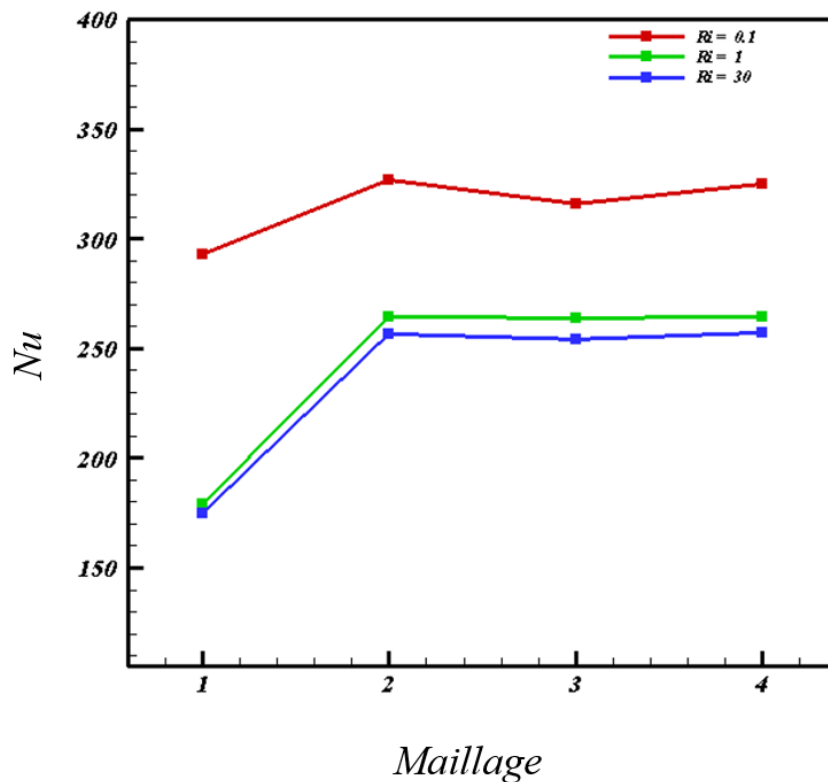


Figure IV.1 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de différent maillage choisi pour

$Ri = 0,1, 1$ et 30 .

IV.3. Validation et comparaison des résultats

Afin de vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail avec le code FLUENT, deux validations sont faites: l'une sans source de chaleur et l'autre avec une source de chaleur à une température constante.

La première validation de notre simulation numérique a été faite en comparaison avec les résultats expérimentaux de [Krane et Jesse, \(1983\)](#) et cela pour le cas de la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée. Les deux parois horizontales (inférieure et supérieure) sont considérées adiabatiques. La paroi verticale droite est maintenue à une basse température T_C mais la paroi verticale gauche est maintenue à une haute température T_H .

Les paramètres qui caractérisent cette cavité sont : le nombre de Rayleigh $Ra = 1.89 \times 10^5$, le nombre de Prandtl $Pr = 0.71$ et les températures de la paroi verticale gauche et droite sont : $T_H = 303 \text{ °K}$ et $T_C = 283 \text{ °K}$ respectivement.

Les Figures IV.2, IV.3 et IV.4 représentent, respectivement, les comparaisons des profils des composantes adimensionnelles horizontales de la vitesse ($X=0.5$), des profils des composantes adimensionnelles verticales de la vitesse ($Y=0.5$) et des profils des températures adimensionnelles ($Y = 0.5$). Ces figures de comparaisons montrent une bonne concordance.

La deuxième validation a été effectuée avec le travail expérimental de [Calcagni et al, \(2005\)](#) qui sont disponibles dans la littérature. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que [Calcagni et al, \(2005\)](#). Le phénomène étudié est la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée contenant une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure. La surface occupée par cette source varie avec un rapport ε qui varie entre 20 et 80 % de la surface de la paroi horizontale inférieure. Les parois verticales sont maintenues à une température $T_f = 283 \text{ °K}$ et la source de chaleur est maintenue à une température ($T_c = 323 \text{ °K}$) constante.

Nous avons constaté que [la Figure IV.5](#), qui représente les contours des lignes de courant, indique un bon accord avec ces résultats. Ceci permet donc de valider notre procédure de simulation numérique.

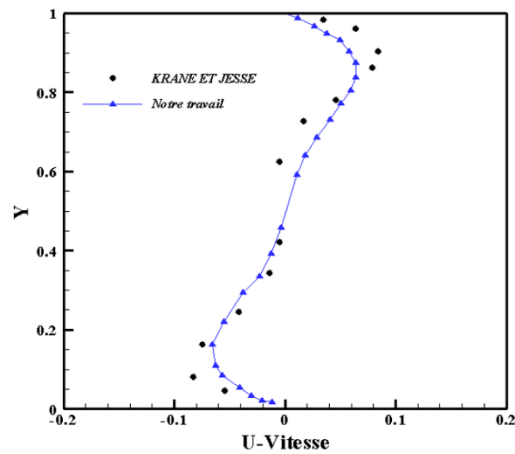


Figure IV.2 : Comparaison des profils des composantes adimensionnelles de la vitesse horizontales de la cavité ($X = 0.5$) pour $Ra = 1.89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$.

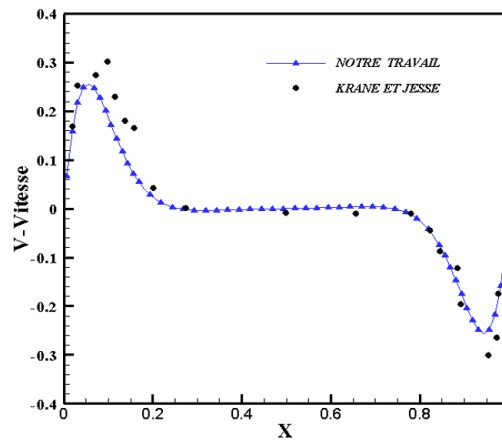


Figure IV.3 : Comparaison des profils des composantes adimensionnelles de la vitesse verticales de la cavité ($Y = 0.5$) pour $Ra = 1.89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$.

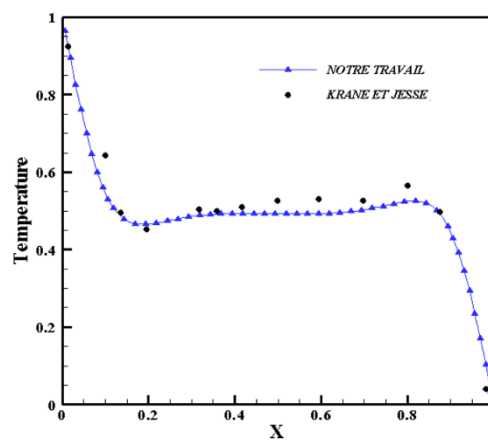
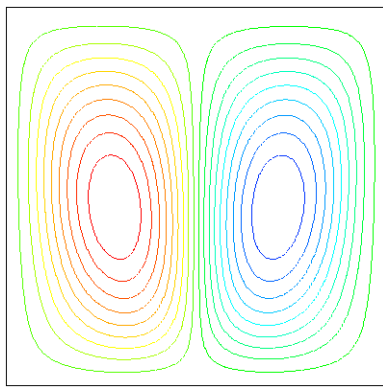
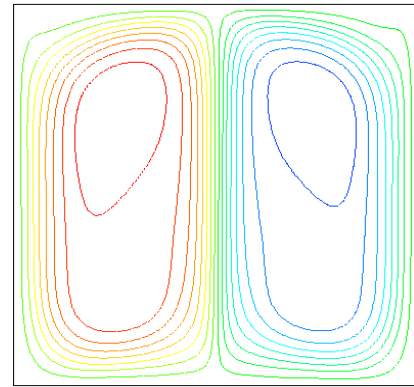


Figure IV.4 : Comparaison des profils des températures adimensionnelles de la cavité ($Y = 0.5$) pour $Ra = 1.89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$.

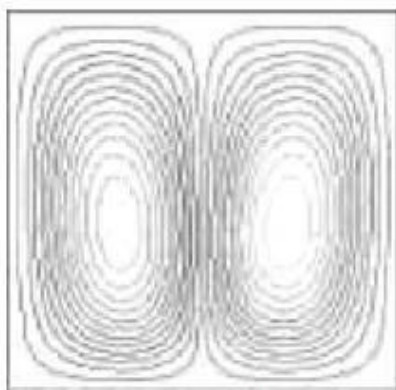


$Ra = 10^4 \quad \varepsilon = 0.4$

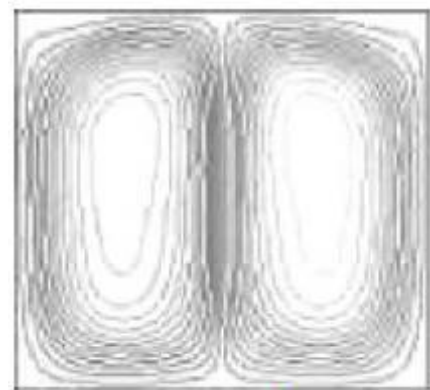


$Ra = 10^6 \quad \varepsilon = 0.4$

(a)



$Ra = 10^4 \quad \varepsilon = 0.4$



$Ra = 10^6 \quad \varepsilon = 0.4$

(b)

Figure IV.5: Comparaison des contours des lignes de courants (a) notre travail, (b) Résultats Expérimentaux de *Calcagni et al. 2005*.

IV.4. Champ d'écoulement

Ce champ est représenté par les trajectoires des particules du fluide et le profil de vitesse.

Les Figures IV.6a-i représentent les Trajectoires des particules du fluide pour les différents Ri à l'intérieur de la cavité.

D'après l'analyse des résultats des Figures IV.6a-i des trajectoires des particules du fluide, nous pouvons noter que le mode résultant est caractérisé par une structure tourbillonnaire qui change avec l'augmentation du nombre de Richardson.

Pour $Ri = 0.01$, où la convection forcée est prédominante, on remarque la présence du jet d'air horizontal et vertical tout au long des parois inférieure et droite ainsi que la formation de deux vortex qui tournent dans le sens antihoraire. Le plus grand occupe la moitié de la cavité ; et l'autre, de taille plus petite, est situé au-dessus de la source de chaleur (voir la Figure IV.6a).

A partir de $Ri = 2$, nous remarquons que le jet d'air en question prend de différentes directions allant de l'ouverture d'entrée vers l'ouverture de sortie diagonalement à l'intérieur de la cavité. Ainsi, une formation de vortex au coin inférieur droit au-dessus du jet d'air est notre constat.

Les Figures IV.7 et IV.8 montrent les profils des composantes de vitesses W suivant les directions X et Y , respectivement, pour la ligne AB passant par les points $A (0.4385, 0, 0.0875)$ et $B (0.4385, 0.877, 0.0875)$ pour de différents nombres de Richardson Ri .

Pour la convection forcée prédominante ($Ri = 0.01$), en comparant les valeurs des composantes de vitesse W par rapport aux deux directions X et Y , on a constaté une relation inverse entre eux : les grandes valeurs des composantes de vitesse W suivant la direction X correspondent aux petites valeurs suivant la direction Y . Cependant, pour la convection naturelle prédominante ($Ri > 10$), nous avons remarqué un bon accord avec les valeurs correspondantes.

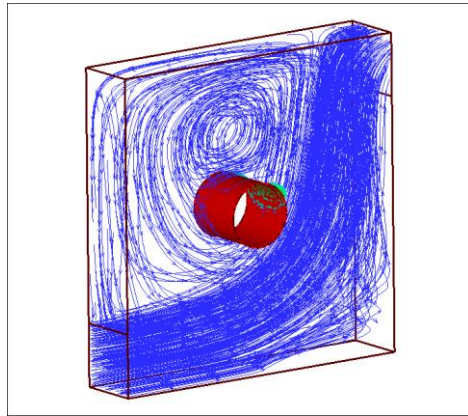
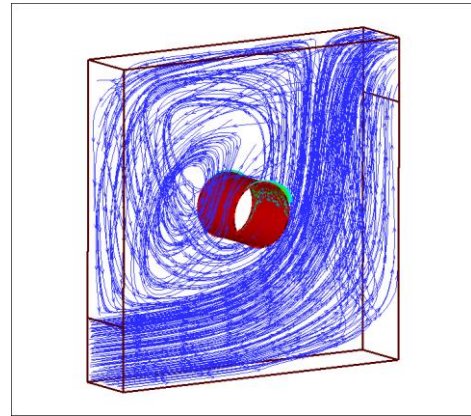
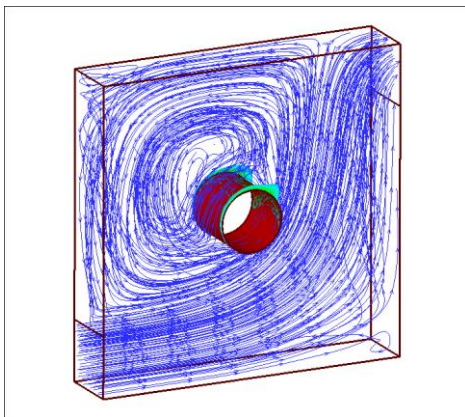
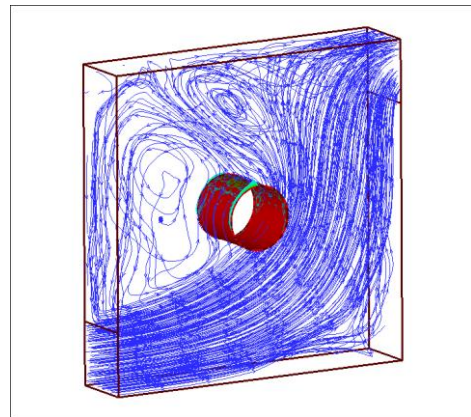
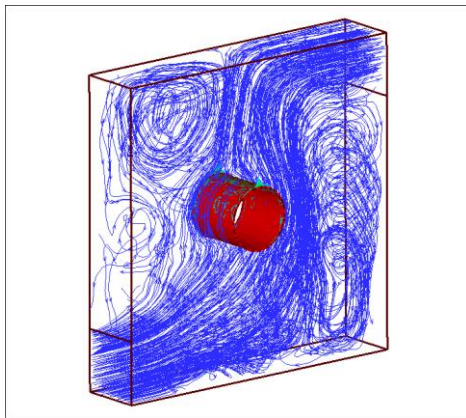
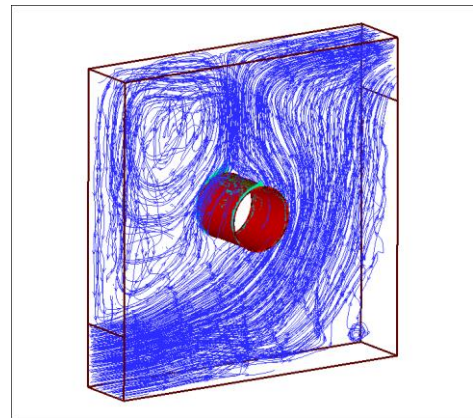
(a) $Ri = 0.01$ (b) $Ri = 0.05$ (c) $Ri = 0.1$ (d) $Ri = 1$

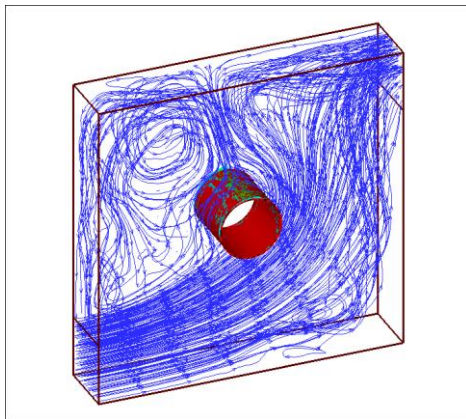
Figure IV.6 : Trajectoires des particules du fluide dans la cavité pour les différents nombres de Richardson Ri .



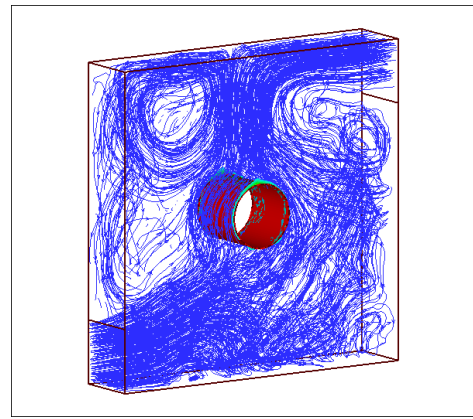
(e) $Ri = 2$



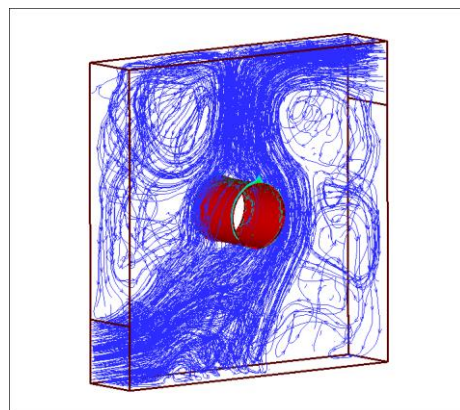
(f) $Ri = 5$



(g) $Ri = 10$



(h) $Ri = 20$



(i) $Ri = 30$

Figure IV.6 (suite).

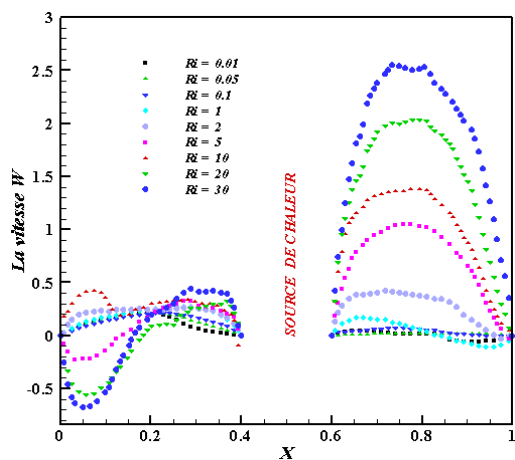


Figure IV.7 : Profil des composantes de vitesse adimensionnelles W en fonction de X pour les différents nombres de Richardson

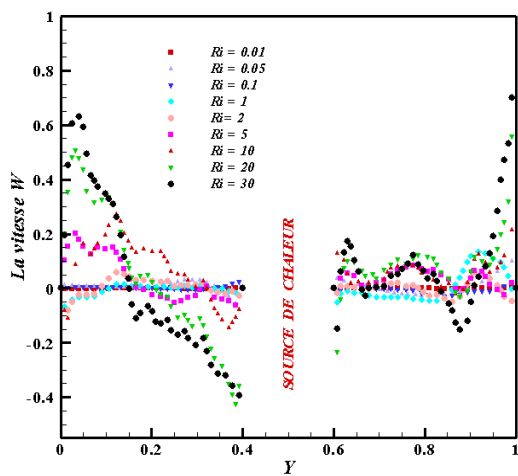


Figure IV.8 : Profil des composantes de vitesse adimensionnelles W en fonction de Y pour les différents nombres de Richardson.

IV.5. Le champ de température

Ce champ est représenté par les profils de température, les lignes isothermes et les iso-surfaces pour différents Ri .

La Figure IV.9 montre les profils de la température T en fonction de Y ; et ce le long de AB , tout en sachant que $A(0.4385, 0, 0.0875)$ & $B(0.4385, 0.877, 0.0875)$ pour les différents nombres de Richardson.

Les valeurs comprises entre deux valeurs maximales au milieu de la cavité correspondent à la température des parois chaudes de la source de chaleur. Aussi, deux valeurs faibles, au milieu de la cavité correspondent aux deux extrémités de l'enceinte.

Les valeurs de température les plus basses correspondent à la présence d'un jet d'air important (Figure IV.6) qui contribue à la diminution de la température. Or, dans la deuxième zone où l'écoulement est tourbillonnaire, les valeurs de température sont plus élevées.

Les Figures IV.10a-i et IV.11a-i représentent les isothermes et les iso-surfaces, respectivement, pour les différentes valeurs de Ri . Nous constatons que les températures élevées sont localisées dans des espaces aux voisinages des parois de la source de chaleur qui correspondent à l'épaisseur des couches limites thermiques et qui sont largement influencées par le nombre de Richardson. Par ailleurs, loin des parois chaudes, les gradients de la température sont faibles. Pour des valeurs faibles du nombre de Richardson $Ri \leq 1$, nous signalons la présence des lignes isothermes au-dessous de la source de chaleur à cause de l'effet du jet d'air traversant la cavité jusqu'à la sortie (la convection forcée est prédominante).

En augmentant le nombre de Richardson les lignes en question disparaissent; et elle apparaît seulement dans la partie supérieure de la cavité à cause de l'augmentation des forces de flottabilité (convection naturelle prédominante).

Si nous comparons ces isothermes et iso-surfaces pour les différentes valeurs de Ri , nous pouvons noter que lorsque Ri augmente, les isothermes et les iso-surfaces se rapprochent les unes des autres dans la zone située près des parois chaudes de la source de chaleur. Autrement dit, les gradients de température deviennent plus élevés à proximité des parois chauffées. Ce dernier résultat, concernant les isothermes, est valable pour les deux prédominantes de convections naturelle ou forcée.

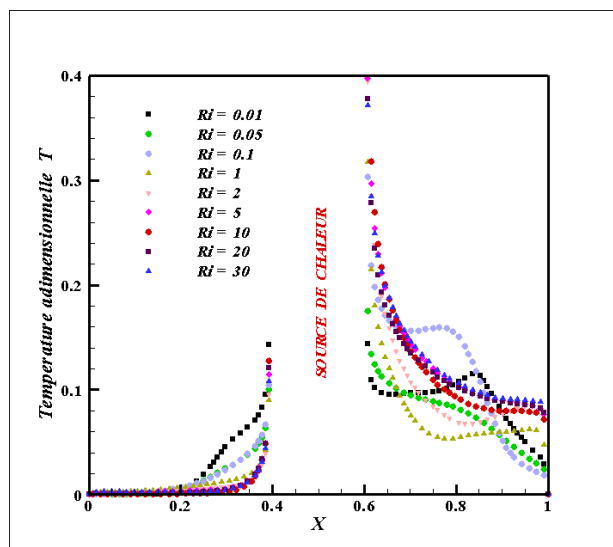
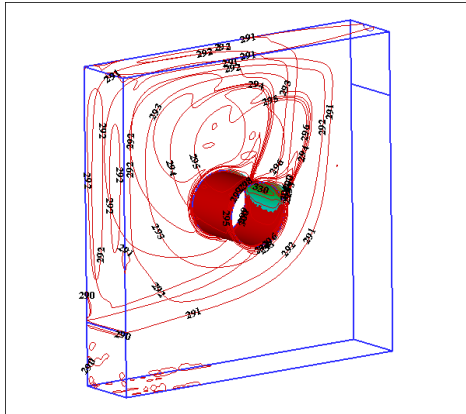
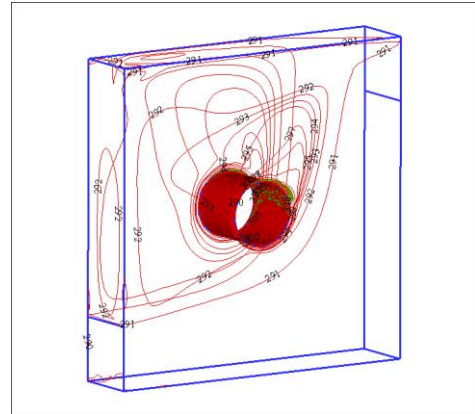


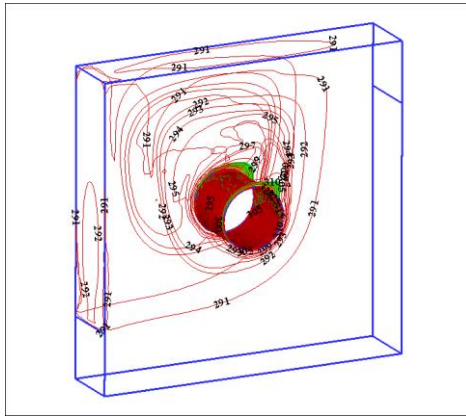
Figure IV.9 : Profils de la température adimensionnelle T en fonction de X pour les différents nombres de Richardson Ri .



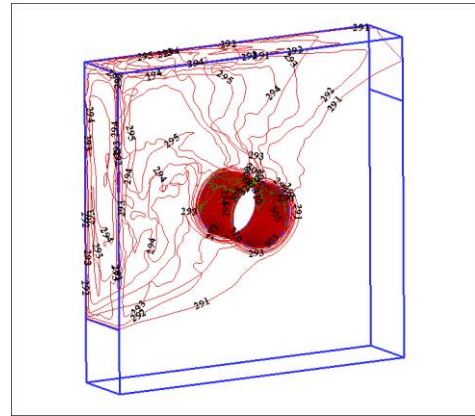
a) $Ri = 0.01$



b) $Ri = 0.05$

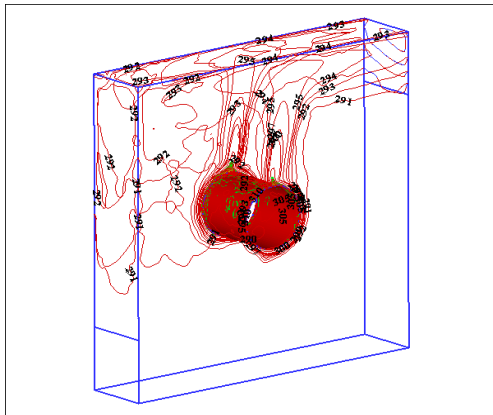


c) $Ri = 0.1$

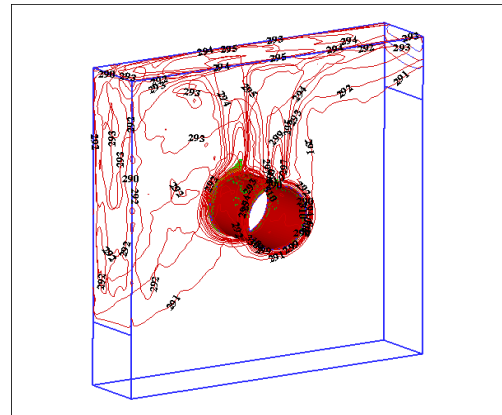


d) $Ri = 1$

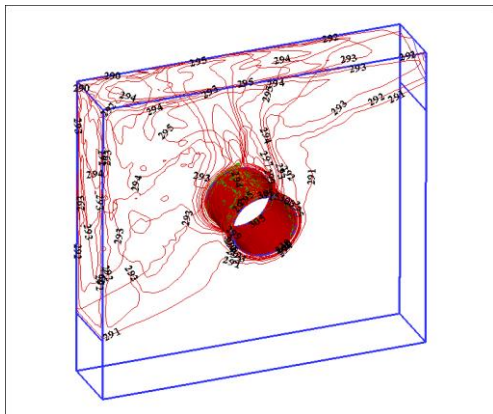
Figure IV.10 : Lignes isothermes pour les différents Ri.



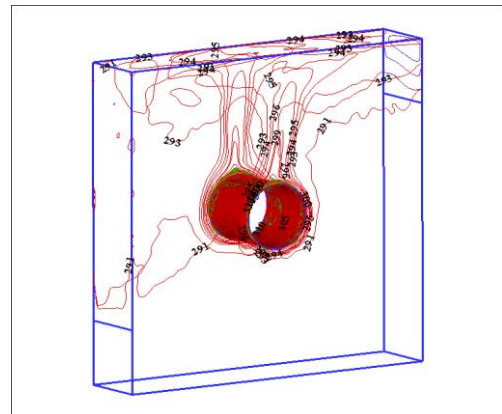
e) $Ri = 2$



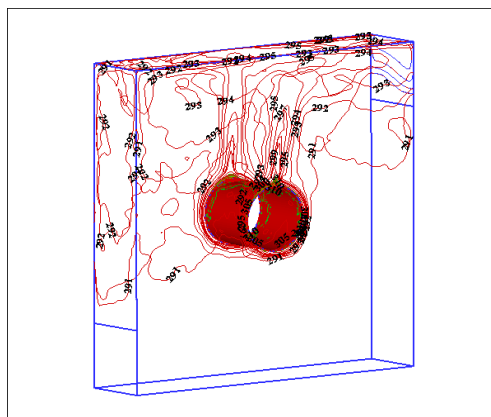
f) $Ri = 5$



g) $Ri = 10$

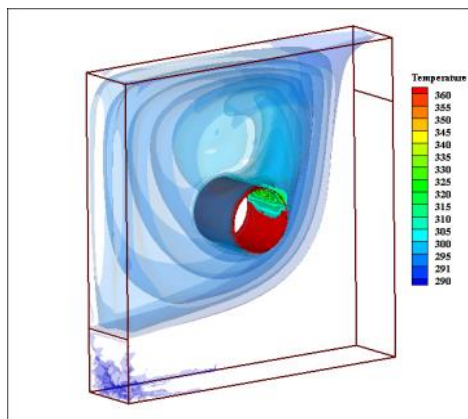


h) $Ri = 20$

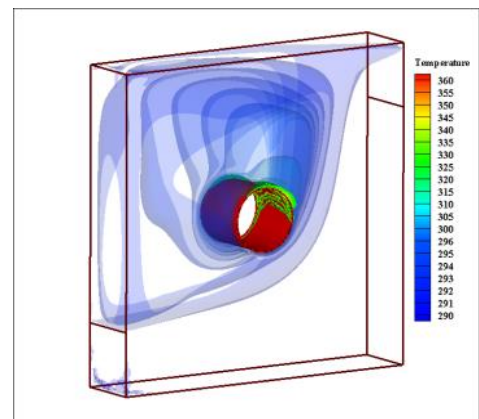


i) $Ri = 30$

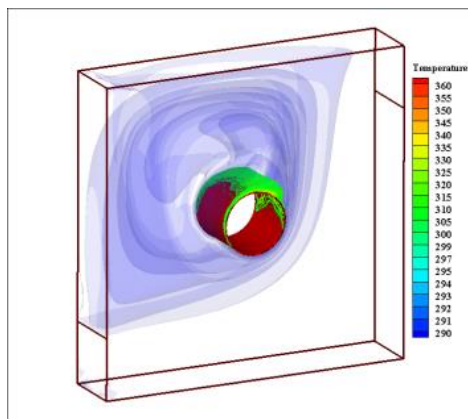
Figure IV.10 (suite)



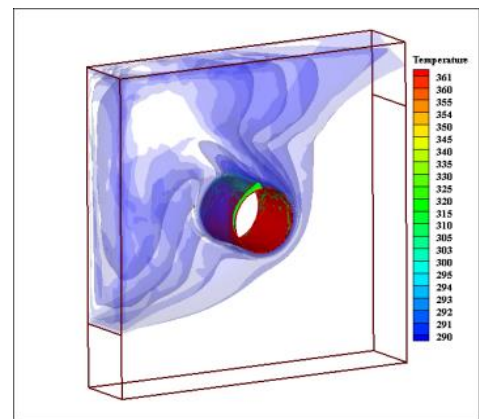
a) $Ri = 0.01$



b) $Ri = 0.05$

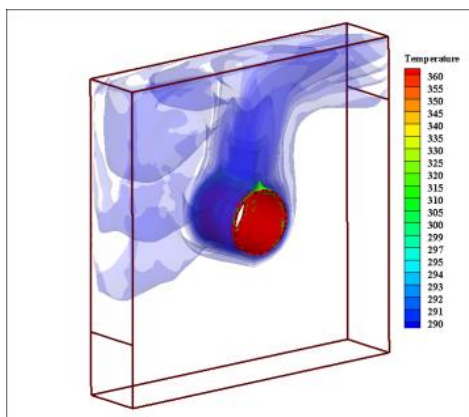


c) $Ri = 0.1$

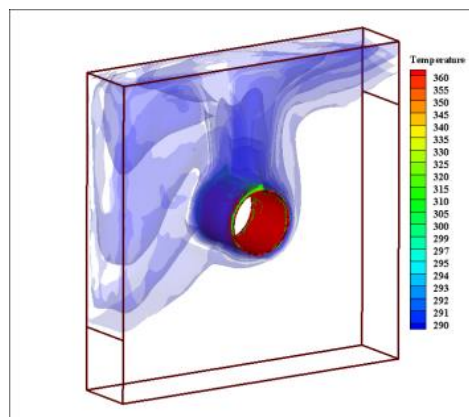


d) $Ri = 1$

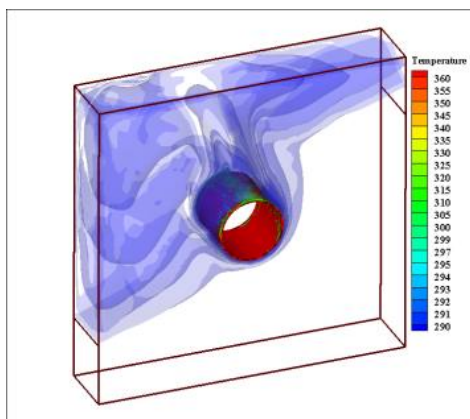
Figure IV.11 : Iso-surfaces pour les différents Ri .



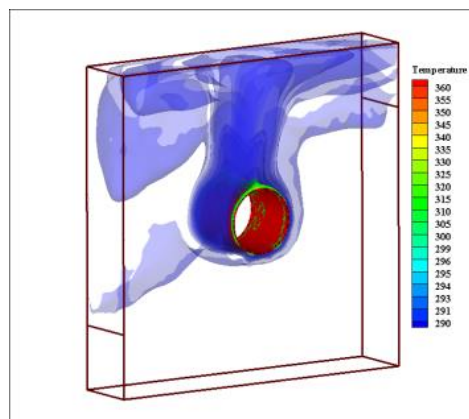
e) $Ri = 2$



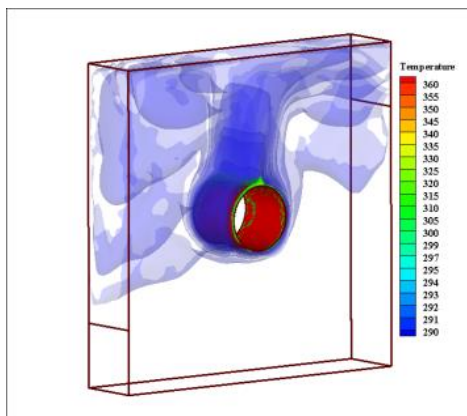
f) $Ri = 5$



g) $Ri = 10$



h) $Ri = 20$



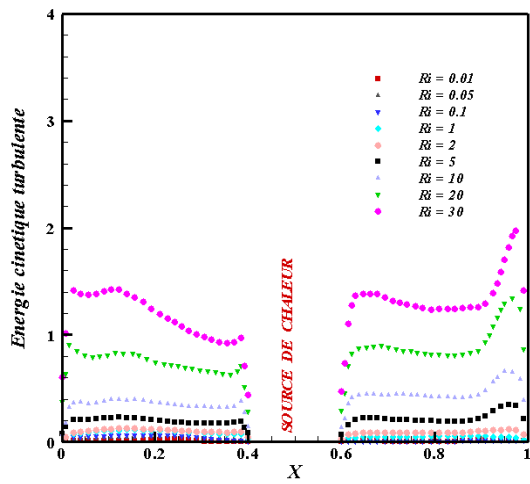
i) $Ri = 30$

Figure IV.II. (Suite)

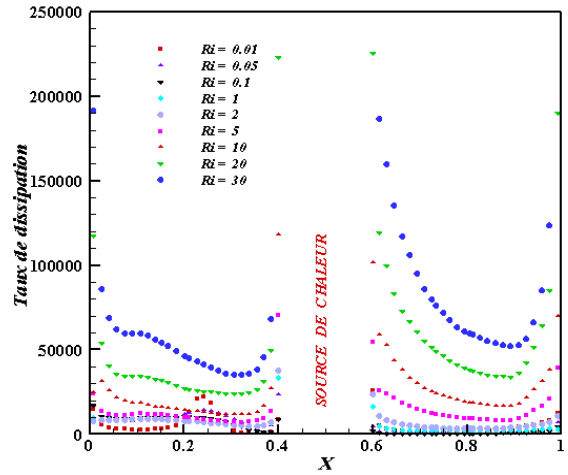
IV.6. Caractéristiques de la turbulence

L'écoulement turbulent est caractérisé par le mouvement irrégulier des particules du fluide. Cette caractéristique est représentée par la distribution de l'énergie cinétique turbulente, par le taux de dissipation de la turbulence et par la valeur moyenne de l'énergie cinétique turbulente qui sont respectivement représentés dans la Figure IV.12. À partir de ces résultats, il est clair que les valeurs de l'énergie cinétique turbulente et les taux de dissipation de la turbulence diminuent fortement lorsque la convection forcée est dominante, i.e. $0.01 < Ri < 2$. Ce fait est dû à la diminution de la vitesse verticale. En effet, si les effets combinés de convection naturelle et forcée correspondant à $2 < Ri < 10$ dans la direction verticale diminuent, une diminution des fluctuations de vitesse est induite ; et par conséquent une légère diminution de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation de la turbulence est ressentie. Lorsque $Ri > 10$, la convection naturelle est dominante et les valeurs correspondantes restent quasi constantes. Dans l'intervalle étudié, l'énergie cinétique turbulente, bien évidemment en fonction du nombre de Richardson, peut être donnée par la corrélation suivante:

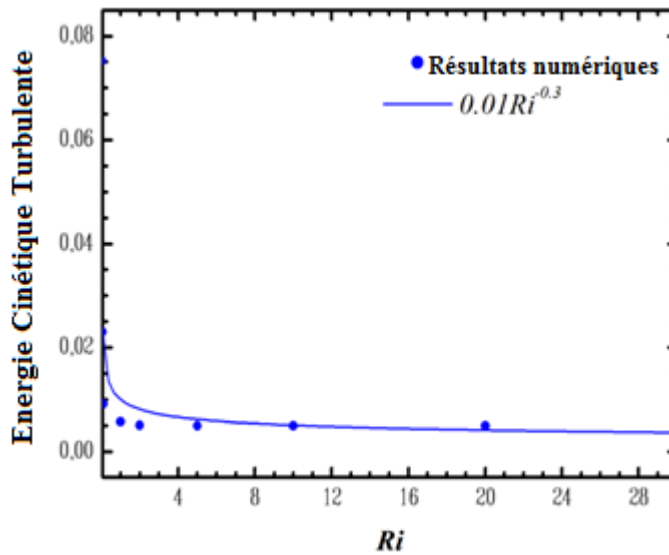
$$k = 0.0089 \times Ri^{0.2989} \approx 10^{-2} \times Ri^{0.3} \quad (IV.01)$$



(a) Energie cinétique turbulente.



(b) Taux de dissipation de la turbulence.



(c) Valeurs moyennes de l'énergie cinétique turbulente.

Figure IV.12 : Caractéristiques de la turbulence en fonction de Ri .

IV.7. Taux de transfert de chaleur :

Le transfert de chaleur à travers la paroi chaude est évalué par le nombre de Nusselt moyen. La Figure IV.13 montre la variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi du demi-cylindre au-dessus de la source de chaleur cylindrique en fonction du nombre de Richardson. Cette figure contient trois zones distinctes : De $Ri = 0,01$ à $Ri = 1$ où la convection forcée est dominante une baisse soudaine du nombre de Nusselt moyen est ressentie. Ceci peut s'expliquer par la présence d'une ventilation élevée dans cette partie comme le montrent les Figures IV.6a-d. De $Ri = 2$ à $Ri = 10$: le nombre de Nusselt moyen diminue presque linéairement avec l'augmentation de Ri où la convection est mixte. A partir de $Ri = 10$, les valeurs du nombre de Nusselt moyen sont presque les mêmes malgré l'augmentation de Ri où la convection naturelle est dominante. Dans l'intervalle étudié, nous sommes arrivés à proposer la corrélation suivante:

$$Nu_{avg} = 330.897 \times Ri^{-0.1275} \approx 330.9 \times Ri^{-0.13} \quad (IV.02)$$

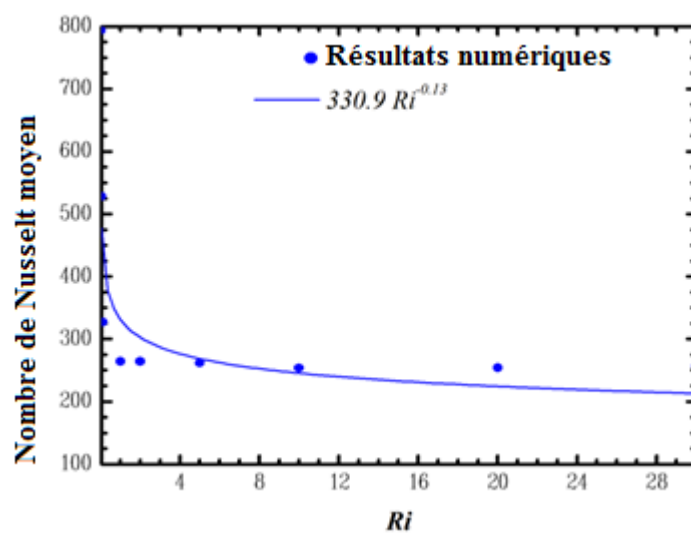


Figure IV.13 : Le nombre de Nusselt moyen en fonction de Ri.

IV.8. Effet de la forme de source de chaleur

On sait que l'augmentation de la température des sources de chaleur à l'intérieur des cavités a un effet négatif sur son bon fonctionnement. Ainsi, pour mieux comprendre l'impact de la forme de la source de chaleur sur la convection mixte turbulente, une modélisation numérique est réalisée pour deux géométries des sources de chaleur, cylindrique et cubique. Trois cas sont considérés, en comptant les différents nombres de Richardson : pour la convection forcée dominante ($Ri = 0,01$), pour la convection mixte ($Ri = 5$) et pour la convection naturelle dominante ($Ri = 30$). Les résultats sont présentés dans le [Tableau 1](#) et la [Figure IV.14](#). En observant le tableau, nous voyons que les valeurs moyennes du nombre de Nusselt pour la source de chaleur cylindrique sont inférieures à celles de la source de chaleur cubique pour tous les cas mentionnés précédemment. Les valeurs les plus élevées du nombre de Nusselt dans la source de chaleur cubique sont dues à la présence des parois latérales qui créent plus de turbulence par rapport à la source de chaleur cylindrique. Dans la [Figure IV.14](#), on peut remarquer la présence d'un vide au niveau de l'ouverture de sortie uniquement pour la source de chaleur cubique. Ce vide empêche l'air chaud de circuler à travers la sortie, ce qui conduit à une réduction de l'efficacité du système de refroidissement. Ceci est clairement montré dans la [Figure IV.14](#) pour les (deux cas $Ri = 5$ et $Ri = 30$).

En conclusion, on peut dire que la source de chaleur cylindrique offre une efficacité de refroidissement supérieure par rapport à la source de chaleur cubique.

Tableau IV.1 : Le nombre de Nusselt moyen pour les deux formes cylindrique et cubique en fonction de Ri

	$Ri = 0.01$	$Ri = 5$	$Ri = 30$
Nu_{moy} source de chaleur cylindrique	793.49	261.45	256.44
Nu_{moy} source de chaleur cubique	939.83	581.01	442.53

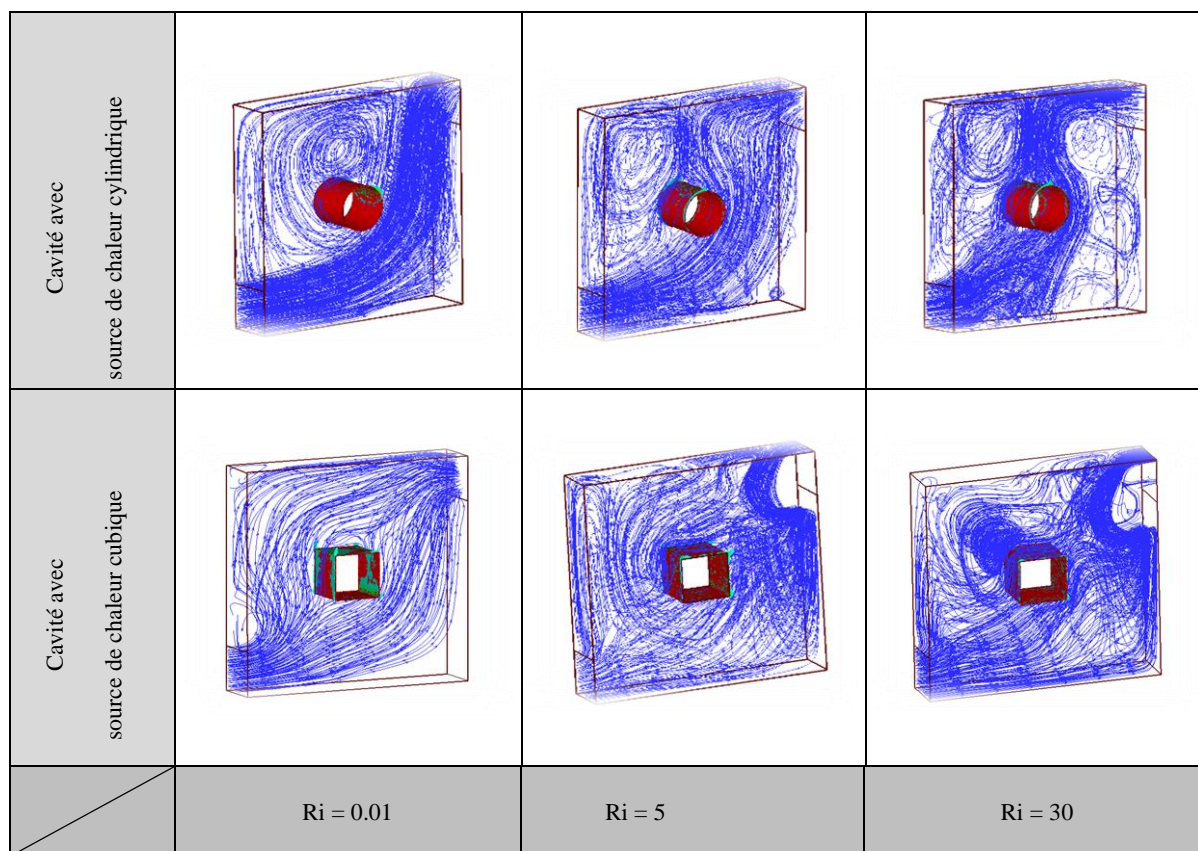


Figure IV.14 : Effet de la forme de source de chaleur.

IV.9. Effet du nombre et de l'emplacement de la source de chaleur à l'intérieur de la cavité :

L'effet du nombre des sources de chaleur et leurs emplacements est examiné pour les trois nombres de Richardson ($Ri = 0.01$, $Ri = 5$ et $Ri = 30$) et pour leurs trois positions arbitrairement choisies (Figure IV.15).

IV.9.1. Champ d'écoulement :

Les Figure IV.16 montrent les profils des composantes de vitesse W suivant la direction X , pour la ligne AB passant par les points :

- A (0.21925, 0, 0.0875) et B (0.21925, 0.877, 0.0875) pour la source de chaleur n° 01 (HSN01).
- A (0.4385, 0, 0.0875) et B (0.4385, 0.877, 0.0875) pour la source de chaleur n° 02 (HSN02).
- A (0.65775, 0, 0.0875) et B (0.65775, 0.877, 0.0875) pour la source de chaleur n° 03 (HSN03).

Pour les trois cas, on a choisi trois nombres de Richardson : $Ri = 0.01$, $Ri = 5$ et $Ri = 30$.

Pour $Ri = 0.01$ et $Ri = 5$, dans le cas de la convection forcée prédominante et celui de la convection mixte, on remarque que les champs d'écoulement pour chacun des trois cas de sources de chaleur (HSN01, HSN02, HSN03) sont caractérisés par un profil de vitesse presque uniforme. Ce profil augmente dans la direction verticale le long de la paroi et plus précisément dans la région proche de la source de chaleur. Dans cette région, le fluide chaud renforce le transfert de chaleur par convection.

En augmentant le nombre de Richardson Ri ($Ri = 30$) les forces de flottabilité augmentent à cause de la dominance de la convection naturelle. Ceci conduit à une déformation verticale du profil de vitesse.

En comparant les trois sources de chaleur, nous remarquons que pour $X=0.3$ et $X = 0.6$ respectivement et pour les deux sources HSN01 et HSN02 les valeurs algébriques des composantes de vitesse sont des valeurs négatives. Elles sont proches de la paroi chaude de la source de chaleur. Ces valeurs indiquent les endroits où les particules du fluide suivent les lignes du courant en mouvement descendant. Cependant, pour la source de chaleur HSN03, les valeurs algébriques sont positives quand elles sont proches de la paroi chaude de la source de chaleur où $X = 0.8$.

On peut conclure que les directions des vecteurs de vitesse en régime turbulent, proches de la paroi chaude de la source de chaleur, changent avec le changement de la position de la source de chaleur à l'intérieur de la cavité.

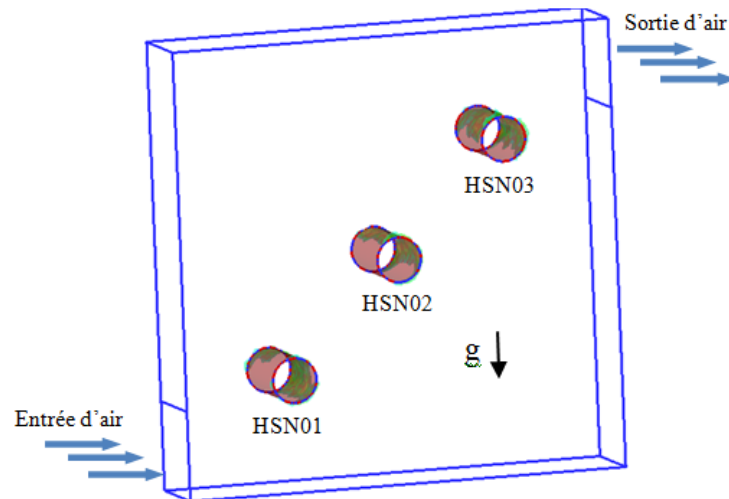


Figure IV.15 : Configuration géométrique pour les trois sources de chaleur.

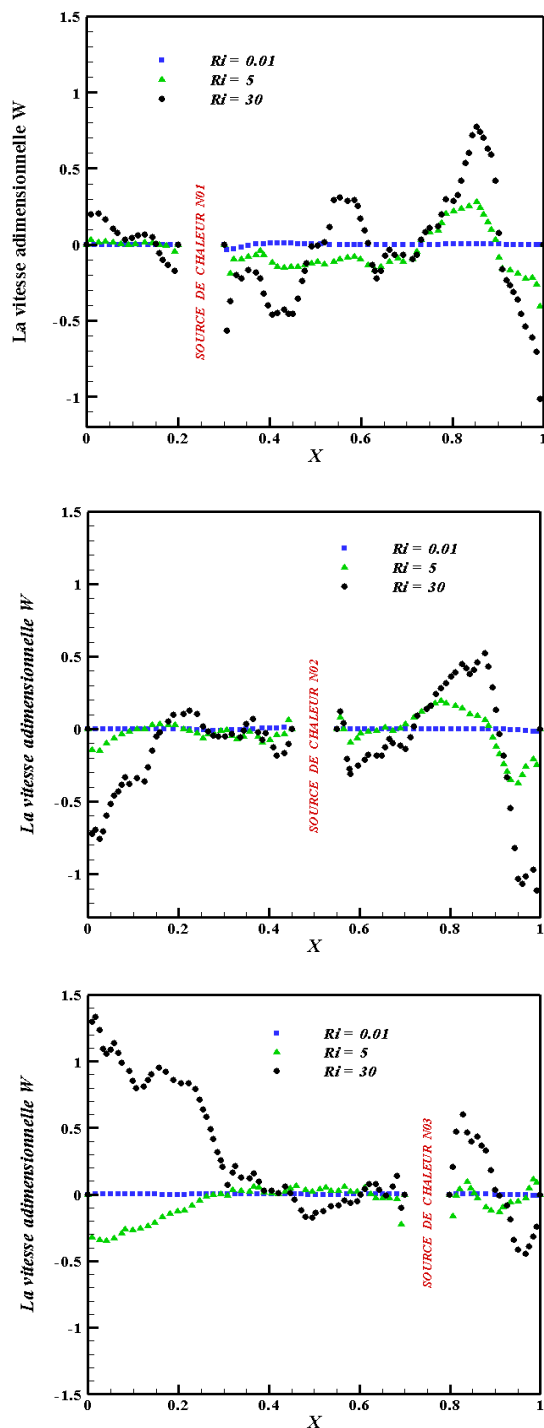


Figure IV.16 : Profils des composantes de vitesse W pour les trois sources de chaleurs en fonction de Ri .

IV.9.2. Champ de température :

Les Figures IV.17 montrent les profils de la température T en fonction de X le long de AB , en sachant que :

- A (0.21925, 0, 0.0875) et B (0.21925, 0.877, 0.0875) pour la source de chaleur n° 01 (HSN01).
- A (0.4385, 0, 0.0875) et B (0.4385, 0.877, 0.0875) pour la source de chaleur n° 02 (HSN02).
- A (0.65775, 0, 0.0875) et B (0.65775, 0.877, 0.0875) pour la source de chaleur n° 03 (HSN03).

Et ce pour les trois nombres de Richardson $Ri = 0.01$, $Ri = 5$ et $Ri = 30$.

Nous notons que l'aspect qualitatif est le même pour tous les cas étudiés : il s'agit d'une augmentation brutale de la température à partir de la valeur imposée à la paroi qui se trouve très proche de la paroi chaude de la source de chaleur. A partir de la valeur élevée maximale de la température relevée, nous assistons à une chute plus ou moins brutale qui arrive jusqu'à une valeur minimale à l'extrémité de la cavité.

Par ailleurs, il est important de signaler qu'à l'extrémité de la cavité où $X = 1$, les valeurs de température pour les deux premières sources de chaleur HSN01, HSN02 sont inférieures à celles de la troisième source de chaleur HSN03.

Donc, la troisième position de la source de chaleur, où $0.7 < X < 0.8$ provoque un mauvais refroidissement de la source de chaleur par rapport aux autres.

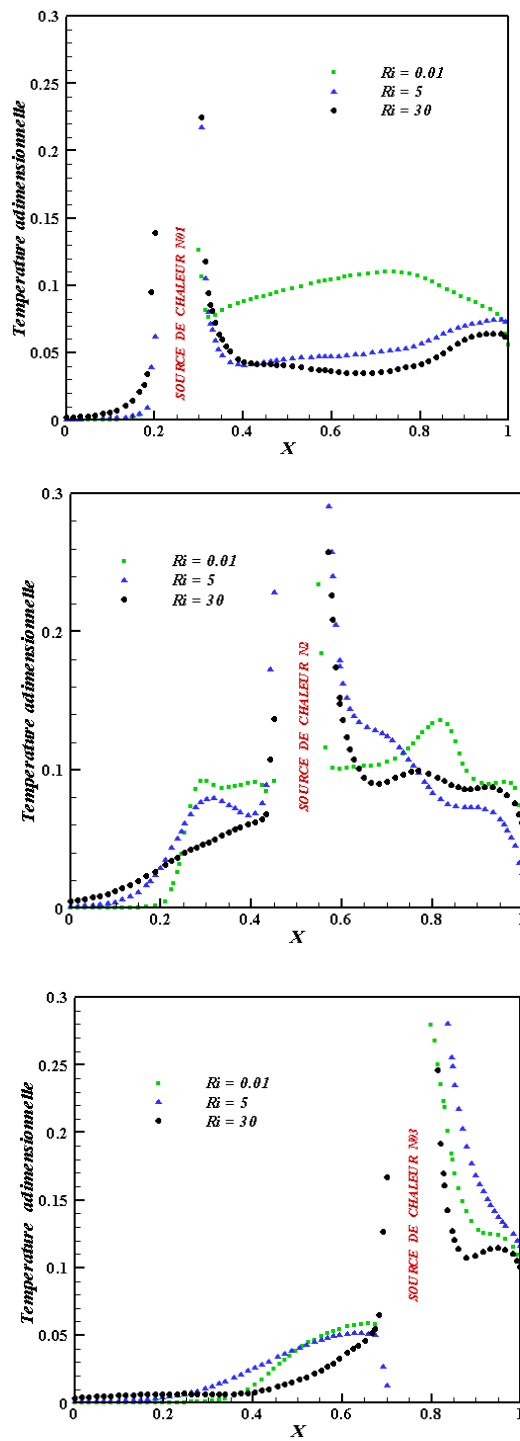


Figure IV.17 : Profils de température adimensionnelle pour les trois sources de chaleur en fonction de Ri

IV.9.3. Taux de transfert de chaleur

En étudiant le [Tableau IV.3](#) ci-dessous, nous concluons que le transfert de chaleur au niveau des parois actives dépend fortement de la position de la source de chaleur à l'intérieur de la cavité. Et si nous comparons les valeurs de Nu_{moy} des trois sources de chaleur (HSN01, HSN02 et HSN03) pour chaque valeur de Ri , nous constatons que pour $Ri = 0.01$ et $Ri = 5$ où la convection forcée est dominante et mixte, les valeurs les plus basses correspondent à la source de chaleur HSN02 placée au centre de la cavité. D'après les figures de trajectoire des particules de fluide, on remarque la présence d'un jet d'air horizontal et vertical tout au long des parois inférieure et droite passant par les deux sources de chaleurs HSN01 et HSN03. Ce jet d'air favorise le transfert de chaleur au près des parois chaudes des sources de chaleur. Cependant, ceci provoque la formation d'un vortex qui tourne dans le sens antihoraire autour de la source de chaleur HSN02.

Lorsque le nombre de Richardson $Ri = 30$ où la convection naturelle est dominante, une grande zone de recirculation occupe la cavité. On constate que le changement de l'emplacement de la source de chaleur n'a pas une influence notable sur le transfert de chaleur.

Donc, le choix de l'emplacement et le nombre des sources de chaleur à l'intérieur d'une cavité a une influence importante en ce qui concerne le transfert de chaleur.

Pour mieux comprendre l'impact du nombre des sources de chaleur à l'intérieur de la cavité, le tableau 03 permet de comparer, dans les mêmes conditions, les valeurs de Nusselt moyennes de source de chaleur unique placée au centre de la cavité et une autre source de chaleur placée au centre de la cavité avec deux autres sources montées diagonalement. En analysant les résultats, on remarque que les valeurs obtenues ne sont pas identiques. Ainsi, les valeurs les plus grandes correspondent à la source de chaleur unique. Ceci explique l'effet du nombre des sources de chaleur à l'intérieur de la cavité en termes de transfert de chaleur.

Tableau IV.2. Le nombre de Nusselt moyen pour les trois positions des sources de chaleur choisies en fonction de Ri .

	$Ri = 0.01$	$Ri = 5$	$Ri = 30$
Nu_{moy} source de chaleur HSN01	918.93	178.53	139.78
Nu_{moy} source de chaleur HSN02	432.86	132.49	139.82
Nu_{moy} source de chaleur HSN03	715.06	138.97	133.50

Tableau IV. 3 : L'effet de la (des) source(s) de chaleur sur le nombre de Nusselt moyen pour des nombres Ri .

	$Ri = 0.01$	$Ri = 5$	$Ri = 30$
Nu_{moy} une source de chaleur unique placée au centre de la cavité	793.49	261.45	256.44
Nu_{moy} une source de chaleur (HSN02) placée au centre de la cavité avec deux autres sources.	432.86	132.49	139.82

IV.10. Conclusion du chapitre IV

La convection mixte turbulente en 3D dans une cavité ventilée contenant une source de chaleur cylindrique est modélisée et analysée numériquement. Lorsque le nombre de Reynolds change, le nombre de Richardson change aussi, indiquant l'importance de la convection naturelle induite par les parois chaudes et la convection forcée provoquée par le flux d'air. D'abord, on a fait les calculs par le mode de convection forcée puis par décroissance du nombre de Reynolds jusqu'à ce que le mode de convection naturelle soit atteint en passant par l'intervalle de la convection mixte.

L'analyse des résultats obtenus dans ce chapitre montre que:

- Le régime d'écoulement dépend fortement du nombre de Richardson. Pour $Ri = 0,01$ correspondant à la convection forcée dominante, un flux d'air de l'ouverture d'entrée vers la sortie se propage à travers la paroi inférieure vers la paroi droite. De $Ri = 2$ à $Ri = 30$, l'augmentation de la dominance de la convection naturelle se fait progressivement. Dans cette condition, l'écoulement du jet d'air, qui se propage, prend différentes directions en allant progressivement en diagonal et en formant de différents trajets au niveau de la cavité. Un flux tourbillonnant se forme également sous le flux d'air.
- L'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation de la turbulence sont élevés lorsque le nombre de Richardson est faible. En effet, la présence du flux d'air favorise la turbulence au niveau des autres zones de la cavité.
- En comparant les deux formes de source de chaleur, un vide est formé à la sortie de la cavité avec une forme cubique. Ce vide, au lieu d'expulser l'air, il l'aspire de l'extérieur. Ce fait explique le mauvais refroidissement de la source de chaleur. Cependant, pour la forme cylindrique de la source de chaleur, lorsque le nombre de Richardson augmente, un flux d'air traverse la cavité en passant en diagonal à travers la source de chaleur ; ce qui signifie le bon refroidissement de cette source. Ainsi, nous pouvons conclure que la forme cylindrique de la source de chaleur est meilleure que la forme cubique en termes d'efficacité de refroidissement.
- le choix de l'emplacement et le nombre de sources de chaleur à l'intérieur de la cavité a une influence importante sur le transfert de chaleur.
- Ces résultats peuvent être utilisés par des recherches plus poussées pour améliorer le système industriel; à titre d'exemple dans le refroidissement des composants et des appareils électroniques.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Une simulation numérique tridimensionnelle de la convection mixte turbulente d'une cavité ventilée contenant une source de chaleur placée au centre a été réalisée. Cette cavité est aménagée de deux orifices: l'un placé dans le coin inférieur gauche et l'autre dans le coin supérieur droit. La longueur de l'orifice représente 1/5 de la longueur verticale de la cavité. Le diamètre de la source de chaleur cylindrique est égal à la longueur de l'ouverture d'entrée. Les parois de la cavité sont considérées comme isolées thermiquement, tandis que la source de chaleur se maintient à une température constante supérieure à la température ambiante. Le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ réalisable a été utilisé pour gouverner les équations de convection mixte turbulente à l'intérieur de la cavité. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la résolution numérique. Les paramètres de flux sont: le nombre de Grashof est mis à $Gr = 10^9$ et le nombre de Reynolds (Re) varie de tel sorte que le nombre de Richardson (Ri) prend les valeurs : $Ri = 0,01, 0,05, 0,1, 1, 2, 5, 10, 20$ et 30 ($Ri = Gr / Re^2$).

L'interprétation des résultats obtenus dans cette étude montre que :

- Le régime d'écoulement dépend fortement du nombre de Richardson. Pour $Ri = 0,01$ correspondant à la convection forcée dominante, un flux d'air de l'ouverture d'entrée vers la sortie se propage à travers la paroi inférieure allant vers la paroi droite. De $Ri = 2$ à 30 , la domination de la convection naturelle augmente progressivement. Dans cette condition, l'écoulement du jet d'air qui se propage prend différentes directions allant progressivement en diagonale et formant différents trajets au niveau de la cavité. Un flux tourbillonnant se forme également sous le flux d'air.
- Le transfert de chaleur à travers la paroi chaude a été évalué par le nombre de Nusselt moyen. Suite à l'analyse des résultats, le nombre de Nusselt moyen diminue presque linéairement avec l'augmentation de Ri où la convection est mixte. A partir de $Ri = 10$, les valeurs du nombre de Nusselt moyen sont presque les mêmes et ce selon l'augmentation de Ri où la convection naturelle est dominante. Dans l'intervalle étudié, nous sommes arrivés à proposer la corrélation suivante: $Nu_{avg} = 330.897 \times Ri^{-0.1275} \approx 330.9 \times Ri^{-0.13}$
- L'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation de la turbulence sont élevés lorsque le nombre de Richardson est faible. En effet, la présence du flux d'air favorise la turbulence au niveau des autres zones de la cavité.

- L'énergie cinétique turbulente moyenne dans l'intervalle étudié, et ce en fonction du nombre de Richardson, peut être donnée par la corrélation suivante:
$$k = 0.0089 \times Ri^{-0.2989} \approx 10^{-2} \times Ri^{-0.3}$$
- En comparant les deux formes de source de chaleur cylindrique et cubique, un vide se forme à la sortie de la cavité avec la forme cubique. Ce vide aspire l'air de l'extérieur au lieu de l'expulser. Ce fait explique le mauvais refroidissement de la source de chaleur. Concernant la forme cylindrique de la source de chaleur, lorsque le nombre de Richardson augmente, un flux d'air traverse la cavité en passant en diagonale à travers la source de chaleur. Ce qui signifie un bon refroidissement de cette source. Ainsi, nous pouvons conclure que la forme cylindrique de la source de chaleur est meilleure que la forme cubique en termes d'efficacité de refroidissement.
- Le choix de l'emplacement et le nombre des sources de chaleur à l'intérieur d'une cavité a une influence importante relative au transfert de chaleur pour les petites valeurs de Ri où la convection forcée est dominante. Cependant, pour les grandes valeurs de Ri où la convection naturelle est dominante, l'emplacement de source de chaleur n'a pas une influence notable sur le transfert de chaleur.
- Ces résultats peuvent être utilisés dans des recherches plus poussées pour améliorer le système industriel; en particulier, le refroidissement des composants des appareils électroniques.

Ultérieurement, nous projetons d'étudier les effets de la géométrie de la source de chaleur sur les paramètres thermiques et hydrodynamiques de l'écoulement à l'intérieur des cavités ventilées. Notre objectif sera, donc, de trouver une forme et une dimension adéquates de source de chaleur pour lui assurer un refroidissement optimal et efficace et une consommation d'énergie économique.

ANNEXE

ANNEXE

Annexe A : Propriétés d'air à la pression atmosphérique.

T	C_p	ρ	μ	ν	k	Pr
°C	J/kg·°C	kg/m ³	kg/s·m	m ² /s	W/m·°C	
-40	1006.0	1.5141	15.17×10 ⁻⁶	10.02×10 ⁻⁶	0.02086	0.731
-30	1005.8	1.4518	15.69×10 ⁻⁶	10.81×10 ⁻⁶	0.02168	0.728
-20	1005.7	1.3944	16.20×10 ⁻⁶	11.62×10 ⁻⁶	0.02249	0.724
-10	1005.6	1.3414	16.71×10 ⁻⁶	12.46×10 ⁻⁶	0.02329	0.721
0	1005.7	1.2923	17.20×10 ⁻⁶	13.31×10 ⁻⁶	0.02408	0.718
10	1005.8	1.2467	17.69×10 ⁻⁶	14.19×10 ⁻⁶	0.02487	0.716
20	1006.1	1.2042	18.17×10 ⁻⁶	15.09×10 ⁻⁶	0.02564	0.713
30	1006.4	1.1644	18.65×10 ⁻⁶	16.01×10 ⁻⁶	0.02638	0.712
40	1006.8	1.1273	19.11×10 ⁻⁶	16.96×10 ⁻⁶	0.02710	0.710
50	1007.4	1.0924	19.57×10 ⁻⁶	17.92×10 ⁻⁶	0.02781	0.709
60	1008.0	1.0596	20.03×10 ⁻⁶	18.90×10 ⁻⁶	0.02852	0.708
70	1008.7	1.0287	20.47×10 ⁻⁶	19.90×10 ⁻⁶	0.02922	0.707
80	1009.5	0.9996	20.92×10 ⁻⁶	20.92×10 ⁻⁶	0.02991	0.706
90	1010.3	0.9721	21.35×10 ⁻⁶	21.96×10 ⁻⁶	0.03059	0.705
100	1011.3	0.9460	21.78×10 ⁻⁶	23.02×10 ⁻⁶	0.03127	0.704
110	1012.3	0.9213	22.20×10 ⁻⁶	24.10×10 ⁻⁶	0.03194	0.704
120	1013.4	0.8979	22.62×10 ⁻⁶	25.19×10 ⁻⁶	0.03261	0.703
130	1014.6	0.8756	23.03×10 ⁻⁶	26.31×10 ⁻⁶	0.03328	0.702
140	1015.9	0.8544	23.44×10 ⁻⁶	27.44×10 ⁻⁶	0.03394	0.702
150	1017.2	0.8342	23.84×10 ⁻⁶	28.58×10 ⁻⁶	0.03459	0.701
160	1018.6	0.8150	24.24×10 ⁻⁶	29.75×10 ⁻⁶	0.03525	0.701
170	1020.1	0.7966	24.63×10 ⁻⁶	30.93×10 ⁻⁶	0.03589	0.700
180	1021.7	0.7790	25.03×10 ⁻⁶	32.13×10 ⁻⁶	0.03654	0.700
190	1023.3	0.7622	25.41×10 ⁻⁶	33.34×10 ⁻⁶	0.03718	0.699
200	1025.0	0.7461	25.79×10 ⁻⁶	34.57×10 ⁻⁶	0.03781	0.699
210	1026.8	0.7306	26.17×10 ⁻⁶	35.82×10 ⁻⁶	0.03845	0.699
220	1028.6	0.7158	26.54×10 ⁻⁶	37.08×10 ⁻⁶	0.03908	0.699
230	1030.5	0.7016	26.91×10 ⁻⁶	38.36×10 ⁻⁶	0.03971	0.698
240	1032.4	0.6879	27.27×10 ⁻⁶	39.65×10 ⁻⁶	0.04033	0.698
250	1034.4	0.6748	27.64×10 ⁻⁶	40.96×10 ⁻⁶	0.04095	0.698
260	1036.5	0.6621	27.99×10 ⁻⁶	42.28×10 ⁻⁶	0.04157	0.698
270	1038.6	0.6499	28.35×10 ⁻⁶	43.62×10 ⁻⁶	0.04218	0.698
280	1040.7	0.6382	28.70×10 ⁻⁶	44.97×10 ⁻⁶	0.04279	0.698
290	1042.9	0.6268	29.05×10 ⁻⁶	46.34×10 ⁻⁶	0.04340	0.698
300	1045.2	0.6159	29.39×10 ⁻⁶	47.72×10 ⁻⁶	0.04401	0.698
310	1047.5	0.6053	29.73×10 ⁻⁶	49.12×10 ⁻⁶	0.04461	0.698
320	1049.9	0.5951	30.07×10 ⁻⁶	50.53×10 ⁻⁶	0.04521	0.698
330	1052.3	0.5853	30.41×10 ⁻⁶	51.95×10 ⁻⁶	0.04584	0.698
340	1054.4	0.5757	30.74×10 ⁻⁶	53.39×10 ⁻⁶	0.04638	0.699
350	1056.8	0.5665	31.07×10 ⁻⁶	54.85×10 ⁻⁶	0.04692	0.700

Annexe B : Hypothèse de Boussinesq

En 1877 Boussinesq a émis l'hypothèse que le tenseur des contraintes turbulentes est déterminé par les taux de déformation de l'écoulement moyen :

$$-\overline{\rho v' \otimes v'} = \mu_t (\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}') - \frac{2}{3} \rho k \delta \quad (01)$$

μ_t : est la viscosité turbulente et $k = \frac{1}{2} \sum_i \overline{v'_i v'_i}$ l'énergie cinétique des fluctuations turbulentes (énergie turbulente). Le terme $\frac{2}{3} \rho k \delta$ permet de tenir compte des contraintes normales. En effet, la somme des termes de la diagonale est égale à :

$$\sum_i \overline{v'_i v'_i} = 2k \neq 0 \quad (02)$$

Par analogie, les corrélations $\overline{T v'}$ sont déterminées à l'aide de **la conductivité turbulente** λ_t et du gradient de température :

$$-\rho c_p \overline{T v'} = \lambda_t \nabla \bar{T}. \quad (03)$$

En substituant les équations (01) et (03) dans les équations de conservation des valeurs moyennes de l'écoulement, on a :

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\rho \bar{v} \otimes \bar{v} - \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \right) \delta - (\mu + \mu_t) (\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}') \right] = f \quad (04)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p \bar{T})}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho c_p \bar{T} \bar{v} - (\lambda + \lambda_t) \nabla \bar{T}] = s. \quad (05)$$

Le terme $\frac{2}{3} \rho k$ peut être omis. En effet, le gradient de ce terme peut être absorbé par le gradient de pression. La pression statique est alors remplacée par :

$$\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k.$$

Annexe C : Codes CFD les plus répandus.

Nom du code	Origine	Type	Méthode
ARIA	Abacus, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
ASTEC	Harwell, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
CALC-BFC	Chalmers, Suède	code commercial	volumes finis
CHAMPION	TUD, Pays-Bas	code commercial	volumes finis
EOL-3D	INRS, France	code commercial	volumes finis
EXACT3	NIST, Etats-Unis	code commercial	volumes finis
FEAT	Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
FIDAP	FDI, Etats-Unis	code commercial	volumes finis
FIRE	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
FLOTRAN	Computflow	code commercial	volumes finis
FloVENT	FLOMERICS, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
FLOW-3D	Harwell, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
FLUENT	Fluent Inc., Etats-Unis	code commercial	volumes finis
JASMINE	BRE-FRS, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
KAMELEON	SINTEF, Norvège	code commercial	volumes finis
PHOENICS	CHAM, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
SIMULAR AIR	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
STAR-CD	CD, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
TEACH-3D	Aalborg, Danemark	code commercial	volumes finis
TEMPEST	Battelle, Etats-Unis	code commercial	volumes finis

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- ABBASSI, M.A., DJEBALI, R. AND GUEDRI, K., (2018). “Effects of heater dimensions on nanofluid natural convection in a heated incinerator shaped cavity containing a heated block”. *Journal of Thermal Engineering*, Vol. 4(3), pp. 2018-2036.
- AJMERA, S.K. AND MATHUR, A.N., (2015). “Combined free and forced convection in an enclosure with different ventilation arrangements”. *Procedia Engineering*, Vol. 127, pp.1173-1180.
- ANGIRASA, D., (2000). “Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface”. *Fluid Dynamics Research*, Vol. 26(4), p.219.
- ATIA, A., GHERNAOUT, B. AND BOUABDALLAH, S., (2018). “Transition from Steady to Oscillatory Flow Natural Convection of Low-Pr Fluids in 3D Bridgman Configuration for Crystal Growth”. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 11(4), pp. 1021-1031.
- BEJAN, A. (1993). “Heat Transfer”, Wiley and Sons.
- BISWAS, N., MAHAPATRA, P.S. AND MANNA, N.K., (2015). “Thermal management of heating element in a ventilated enclosure”. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 66, pp.84-92.
- BOUABDALLAH, S., BESSAÏH, R., GHERNAOUT, B. AND BENCHATTI, A., (2011). “Effect of an external magnetic field on the 3-D oscillatory natural convection of molten gallium during phase change”. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 60(1), pp.84-105.
- BOUABDALLAH, S., CHATI, D., GHERNAOUT, B., ATIA, A. AND LAOUIRATE, A., (2015). “Turbulent mixed convection in enclosure containing a circular/square heat source”. *International Journal of Heat and Technology*, Vol. 34, pp. 446-454.
- BOUARAOUR, K. ET BOUDEBOUS, S., (2008). “Modélisation numérique de la convection mixte turbulente dans une cavité ventilée”. «Algerian Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 1, 2008 (ISSN 1718-5130) ».
- CALCAGNI, B., MARSILI, F. AND PARONCINI, M., (2005). “Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below”. *Applied thermal engineering*, Vol. 25(16), pp.2522-2531.

- CHATI, D, BOUABDALLAH, S. GHERNAOUT, B., (2021). “Ventilation of Square Cavity Containing a Heat Source” *Defect and Diffusion Forum*, Vol. 406, pp.149-163.
- CHATI, D, BOUABDALLAH, S. GHERNAOUT, B., TUNÇBILEK, E., ARICI, M., ZIED, D., (Accepted for publication in Apr. 21, 2021). “Turbulent mixed convective heat transfer in a ventilated enclosure with a cylindrical/cubical heat source: A 3D analysis” *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*. UESO-2021-0592.R1
- DAWOOD, H.K., MOHAMMED, H.A. AND MUNISAMY, K.M., (2014). “Heat transfer augmentation using nanofluids in an elliptic annulus with constant heat flux boundary condition”. *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol. 4, pp.32-41.
- DOGHMI, H., ABOURIDA, B., BELARCHE, L., SANNAD, M. AND OUZAOUIT, M., (2018). Numerical study of mixed convection inside a three-dimensional ventilated cavity in the presence of an isothermal heating block. *Int. J. Heat Technol.*, Vol. 36(2), pp.447-456.
- HINOJOSA, J.F., RODRÍGUEZ, N.A. AND XAMÁN, J., (2015). “Heat transfer and airflow study of turbulent mixed convection in a ventilated cavity”. *Journal of Building Physics*, Vol. 40(3), pp.204-234.
- IZADI, S., ARMAGHANI, T., GHASEMIASL, R., CHAMKHA, A.J. AND MOLANA, M., (2018). “A comprehensive review on mixed convection of nanofluids in various shapes of enclosures”. *Powder Technology*, Vol. 343, pp.880-907.
- KAREEM, A.K. AND GAO, S., (2018). “A comparison study of mixed convection heat transfer of turbulent nanofluid flow in a three-dimensional lid-driven enclosure with a clockwise versus an anticlockwise rotating cylinder”. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 90, pp.44-55.
- KHANAFER, K. AND AITHAL, S.M., (2013). “Laminar mixed convection flow and heat transfer characteristics in a lid driven cavity with a circular cylinder”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 66, pp.200-209.
- KHERROUBI, S., RAGUI, K., BENSACI, A., LABSI, N., BOUTRA, A. AND BENKAHLA, Y.K., (2019). “Effect of the second outlet location and the applied magnetic field within a ventilated cubic cavity crossed by a nanofluid on mixed

- convection mode: best configurations”. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 139(3), pp.2243-2264.
- KOUFI, L., YOUNSI, Z., CHERIF, Y. AND NAJI, H.,** (2017). “Numerical investigation of turbulent mixed convection in an open cavity: effect of inlet and outlet openings”. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 116, pp.103-117.
- KRANE, R.J.,** (1983). “Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure”. In *Proceedings of the First ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, Vol. 1, pp. 323-329.
- KUZNETSOV, G. V., & SHEREMET, M. A.,** (2008). “Mathematical simulation of conjugate mixed convection in a rectangular region with a heat source”. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 49(6), pp.946–956.
- LAOUIRA, H., MEBAREK-LOUDINA, F., HUSSEIN, A.K., KOLSI, L., MERAH, A. AND YOUNIS, O.,** (2020). “Heat transfer inside a horizontal channel with an open trapezoidal enclosure subjected to a heat source of different lengths”. *Heat Transfer—Asian Research*, Vol. 49(1), pp.406-423.
- LEONG, J.C., BROWN, N.M. AND LAI, F.C.,** (2005). “Mixed convection from an open cavity in a horizontal channel”. *International communications in heat and mass transfer*, Vol. 32(5), pp.583-592.
- MARZOUGUI, S., MEBAREK-LOUDINA, F., ASSIA, A., MAGHERBI, M., SHAH, Z. AND RAMESH, K.,** 2020. “Entropy generation on magneto-convective flow of copper–water nanofluid in a cavity with chamfers”. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, pp.1-12.
- MEBAREK-LOUDINA, F.,** (2017). “Numerical modeling of the hydrodynamic stability in vertical annulus with heat source of different lengths”. *Engineering science and technology, an international journal*, Vol. 20(4), pp.1324-1333.
- MEBAREK-LOUDINA, F.,** (2018). “Convective heat transfer of Titania nanofluids of different base fluids in cylindrical annulus with discrete heat source”. *Heat Transfer—Asian Research*, Vol. 48(1), pp.135-147.
- MEBAREK-LOUDINA, F. AND BESSAÏH, R.,** (2018). “Numerical simulation of natural convection heat transfer of copper-water nanofluid in a vertical cylindrical annulus with heat sources”. *Thermophysics and Aeromechanics*, Vol. 26(3), pp.325-334.

- MEHRIZI, A.A., FARHADI, M., AFROOZI, H.H., SEDIGHI, K. AND DARZ, A.R., (2012). “Mixed convection heat transfer in a ventilated cavity with hot obstacle: effect of nanofluid and outlet port location”. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39(7), pp.1000-1008.
- ORFI, J., & GALANIS, N. (2001). “Developing laminar mixed convection with heat and mass transfer in horizontal and vertical tubes”. *International journal of thermal sciences*, Vol. 41 (4), pp 319-331.
- OVANDO-CHACON, G.E., OVANDO-CHACON, S.L., PRINCE-AVELINO, J.C. AND ROMO-MEDINA, M.A., (2013). “Numerical study of the heater length effect on the heating of a solid circular obstruction centered in an open cavity”. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 42, pp.176-185.
- OZTOP, H.F., (2010). “Influence of exit opening location on mixed convection in a channel with volumetric heat sources”. *International communications in heat and mass transfer*, Vol. 37(4), pp.410-415.
- PATANKAR, S.V., (1980). “Numerical heat transfer and fluid flow”. Hemisphere, Washington
- PERNG, S.W. AND WU, H.W., (2008). “Numerical investigation of mixed convective heat transfer for unsteady turbulent flow over heated blocks in a horizontal channel”. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47(5), pp.620-632.
- PIÑA-ORTIZ, A., HINOJOSA, J.F., XAMÁN, J.P. AND NAVARRO, J.M.A., (2018). “Test of turbulence models for heat transfer within a ventilated cavity with and without an internal heat source”. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 94, pp.106-114.
- PORDANJANI, A.H., AGHAKHANI, S., KARIMIPOUR, A., AFRAND, M. AND GOODARZI, M., (2019). “Investigation of free convection heat transfer and entropy generation of nanofluid flow inside a cavity affected by magnetic field and thermal radiation”. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 137(3), pp.997-1019.
- RAMOS, R.A.V., DIAS, T. AND MILANEZ, L.F., (1998). “Numerical and experimental analysis of natural convection in a cavity with flush mounted heat sources on a side wall”. In *ITherm'98. Sixth Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems (Cat. No. 98CH36208)* (pp. 130-134). IEEE.

- RADHAKRISHNAN, T.V., BALAJI, C. AND VENKATESHAN, S.P.,** (2010). "Optimization of multiple heaters in a vented enclosure—A combined numerical and experimental study". *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49(4), pp.721-732.
- RADHAKRISHNAN, T. V., VERMA, A. K., BALAJI, C., & VENKATESHAN, S. P.,** (2007). "An experimental and numerical investigation of mixed convection from a heat generating element in a ventilated cavity". *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 32(2), pp.502-520.
- RAHMAN, M.M., ALIM, M.A., MAMUN, M.A.H., CHOWDHURY, M.K. AND ISLAM, A.K.M.S.,** (2007). "Numerical study of opposing mixed convection in a vented enclosure". *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 2(2), pp.25-36.
- SAHA, S., SAHA, G., ALI, M. AND ISLAM, M.Q.,** (2006). "Combined free and forced convection inside a two-dimensional multiple ventilated rectangular enclosure". *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 1(3), pp.23-35.
- SANKAR, M., HONG, S., DO, Y. AND JANG, B.,** (2012). "Numerical simulation of natural convection in a vertical annulus with a localized heat source". *Meccanica*, Vol. 47(8), pp.1869-1885.
- SEZAI, I. AND MOHAMAD, A.A.,** (1999). "Natural convection from a discrete heat source on the bottom of a horizontal enclosure". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43(13), pp.2257-2266.
- SHEREMET, M.A. AND SHISHKIN, N.I.,** (2012). "Mathematical simulation of convective-radiative heat transfer in a ventilated rectangular cavity with consideration of internal mass transfer". *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 85(4), pp.828-835.
- SPALDING, D.B.,** (1972). "A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivative". *Int.J.Numer.Methods Eng.*, Vol.4, pp.551-559.
- TEAMAH, M.A., DAWOOD, M.K. AND EL-MAGHLANY, W.M.,** (2011). "Double diffusive natural convection in a square cavity with segmental heat sources". *Scientific Research*, Vol. 54(2), pp.287-301.

- TIAN, C., WANG, J., CAO, X., YAN, C. AND ALA, A.A.,** (2018). “Experimental study on mixed convection in an asymmetrically heated, inclined, narrow, rectangular channel”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 116, pp.1074-1084.
- XU, S., HU, G., QIN, J. AND YANG, Y.,** (2011). “A numerical study of fluid flow and heat transfer in different microchannel heat sinks for electronic chip cooling”. *Journal of mechanical science and technology*, Vol. 26(4), pp.1257-1263.
- YANG, G., HUANG, Y., WU, J., ZHANG, L., CHEN, G., LV, R. AND CAI, A.,** (2017). “Experimental study and numerical models assessment of turbulent mixed convection heat transfer in a vertical open cavity”. *Building and Environment*, Vol. 115, pp.91-103.
- YOUNSI, Z., KOUFI, L. AND NAJI, H.,** (2019). “Numerical study of the effects of ventilated cavities outlet location on thermal comfort and air quality”. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*.
- ZAMORA, B.,** (2018). “Heating intensity and radiative effects on turbulent buoyancy-driven airflow in open square cavities with a heated immersed body”. *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 126, pp.218-237.
- ZERMANE, S., BOUDEBOUS, S. AND BOULKROUNE, N.,** (2005). “Étude numérique de la convection mixte laminaire dans des cavités ventilées”. *Sciences & Technologie. B, Sciences de l'ingénieur*, pp.34-44.

Résumé

Refroidissement des Sources de Chaleur par Convection Mixte dans des Cavités

Dans ce travail, une simulation numérique de la convection mixte turbulente tridimensionnelle dans une cavité ventilée contenant une source de chaleur (cylindrique ou cubique) a été réalisée. La cavité est munie des ouvertures d'entrée et de sortie d'air respectivement dans la partie inférieure de la paroi gauche et dans la partie supérieure de la paroi droite. Toutes les parois de la cavité sont maintenues thermiquement isolées. Le diamètre de la source de chaleur cylindrique est égal à la largeur des ouvertures est vaut 1/5 de la hauteur de la cavité. La source de chaleur située au centre de la cavité est maintenue à une température plus élevée que la température ambiante. Le modèle de turbulence k-ε réalisable a été adopté pour la fermeture du régime turbulent. Les équations gouvernantes ont été résolues par la méthode des volumes finis. L'influence de la source de chaleur sur l'efficacité de la ventilation est analysée en termes de trajectoires de particules, des surfaces de température, de nombre de Nusselt moyen et des caractéristiques de turbulence en considérant le nombre de Richardson allant de $Ri = 0,01$ à 30 (couvrant les trois situations : dominance de la convection naturelle, convection forcée et convection mixte). Les résultats obtenus montrent une forte dépendance entre le nombre de Richardson, le taux de transfert de chaleur, la dimension de la cavité, la forme géométrique de la source thermique et les caractéristiques de la turbulence et alors sur l'efficacité de la ventilation. Le nombre de Nusselt moyen est significativement important lorsque $Ri < 1$, cependant, il est resté presque constant pour des valeurs de $Ri > 10$. Par ailleurs, $Ri = 2$ à 30, la dominance de la convection naturelle augmente progressivement en diagonale et formant différents trajets au niveau de la cavité. En comparant les valeurs du nombre de Nusselt, la source de chaleur cylindrique à une bonne efficacité de ventilation par rapport à la forme cubique.

Mots clés: Ventilation, Convection mixte, Source de chaleur, cavité, Méthode des volumes

Abstract

Cooling of Heat Sources by Mixed Convection in Cavities

In this work, a numerical simulation of three-dimensional turbulent mixed convection in a ventilated cavity containing a heat source (cylindrical or cubic) was carried out. The cavity is small with an air inlet and outlet opening respectively in the lower part of the left wall and the upper part of the right wall. All the walls of the cavity are kept thermally insulated. The diameter of the cylindrical heat source is equal to the width of the openings and is equal to 1/5 of the height of the cavity. The heat source located in the center of the cavity and maintained at a temperature higher than the ambient temperature. The realizable k-ε turbulent model was adopted for the turbulent regime. The governing equations were solved by the finite volume method. The influence of the heat source on the efficiency of ventilation is analyzed in terms of particle trajectories, temperature surfaces, average Nusselt number, turbulence characteristics and the shape of the source by considering the Richardson numbers ranging from $Ri = 0.01$ to 30 (covering the three situations: dominance of natural convection, forced convection and mixed convection). The obtained results show a strong dependence between the Richardson number, the heat transfer rate, the size of the cavity, the geometric shape of the heat source and the characteristics of the turbulence and therefore on the efficiency of the ventilation. The average Nusselt number is significantly large when $Ri < 1$, however, it has remained almost constant for values of $Ri > 10$. On the other hand, $Ri = 2$ to 30, the dominance of natural convection gradually increases diagonally and forming different paths at the level of the cavity. By comparing the values of the Nusselt number, the cylindrical heat source has good ventilation efficiency compared to the cubic shape.

Keywords: Ventilation, Mixed convection, Heat source, Cavity, Finite volume method.

ملخص

تهوية مصادر الحرارة عن طريق الحمل الحراري مختلط في العيوب

في هذا العمل إجراء محاكاة عددية للحمل الحراري المختلط المضطرب ثلاثي الأبعاد في تجويف جيد التهوية يحتوي على مصدر حراري (أسطواني أو مكعب) قد قدمت. التجويف مجهز بفتحة صغيرة لمدخل ومخرج الهواء على التوالي في الجزء السفلي من الجدار الأيسر والجزء العلوي من الجدار الأيمن. جميع جدران التجويف معزولة حرارياً. قطر مصدر الحرارة الأسطواني يساوي عرض الفتحات ويساوي 1/5 من ارتفاع التجويف. يتم الحفاظ على مصدر الحرارة الموجود في وسط التجويف عند درجة حرارة أعلى من درجة الحرارة المحيطة. تم اعتماد نموذج k-ε المضطرب المجدي للنظام المضطرب. تم حل المعادلات بطريقة الحجم المنتهية. يتم تحليل تأثير مصدر الحرارة على كفاءة التهوية من خلال مسارات الجسيمات، وسطح متساوية درجة الحرارة، ومتوسط عدد نيوستل، وخصائص الاضطراب وشكل المصدر بالنظر إلى أرقام ريتشاردسون التي تتراوح من $Ri = 0.01$ إلى 30 (تغطي المواقف الثلاثة: هيمنة الحمل الحراري الطبيعي والحمل القسري والحمل المختلط). أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها وجود علاقة قوية بين رقم ريتشاردسون ومعدل نقل الحرارة وحجم التجويف والشكل الهندسي لمصدر الحرارة وخصائص الاضطراب وبالتالي على كفاءة التهوية. يكون متوسط عدد نيوستل كبيراً بشكل ملحوظ عندما تكون $Ri < 1$ ، ومع ذلك، فقد ظل ثابتاً تقريباً لقيم $Ri > 10$. من ناحية أخرى، $Ri = 2$ إلى 30، تزداد هيمنة الحمل الطبيعي بشكل قطري بشكل مائل وتشكل مختلفة مسارات على مستوى التجويف. بمقارنة قيم رقم نيوستل، يكون المصدر الحرارة الأسطواني كفاءة تهوية جيدة مقارنة بالشكل المكعب.

الكلمات المفتاحية: التهوية، الحمل الحراري المختلط المضطرب، مصدر الحرارة، عبوة مهواة، طريقة الحجم المنتهية.