



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULTE DE GENIE CIVIL ET D'ARCHITECTURE

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

MEMOIRE DE MASTER

Présenté par : DJOUDI AHLEM

DOMAINE : Sciences et Techniques

FILIERE : Hydraulique

OPTION : Ressources Hydrauliques

Thème

**Apport de la Transformée de Hilbert-Huang à l'étude de la
Variabilité Pluvio - Météorologique et du Changement
Climatique en Algérie Septentrionale.**

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	Qualité
GUIDOUM Azzedine	MCB	Président
TADJ Walid	MAA	Examineur
CHETTIH Mohamed	Pr.	Rapporteur

Juin 2018

Remerciements

Tout d'abord je remercie Allah le tout puissant de m'avoir donné le courage et la patience de mener à bien mon projet de fin d'études.

*Et je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon encadreur Monsieur : **Mohamed CHETTIH** Professeur à l'**Université de Laghouat** pour l'aide constante et les conseils utiles.*

Je remercie profondément :

Tous les enseignants les membres techniques et administratifs du département de génie civil, et les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire



Dédicace

*Je dédie ce travail à ma mère et à mon père pour leur
soutien indéfectible.*

À Mes frères, A Mes sœurs et leurs enfants,

A ma famille.

Je dédie à la famille de mon fiancé surtout la mère

À tout mes amis tous sans oublier personne

*Aux collègues du département de génie civil et à toute
la promotion 2018.*

DJOUDI AHLEM

ملخص

التقلبات المناخية في الجزائر وخاصة الأمطار , مازالت في حالة تناقض , رغم الدراسات العديدة التي أجريت في هذا الإطار. ومن أجل فهم الدورات المتأصلة في تقلباتها,نقترح في هذه الدراسة نهجا جديدا يعتمد على تحليل بيانات التساقطات المطرية باستخدام العديد من تقنيات معالجة الإشارات لتحسين توصيفها وفهم العمليات المناخية و الهيدرولوجية. الهدف من هذا العمل دراسة التذبذبات الدورية والتقلبات المناخية طويلة الأجل ومتوسطة المدى وقصيرة المدى والاتجاهات في بيانات هطول الأمطار من خلال استخدام الطرق التقليدية مثل تحويل فورييه وتحويل المويجات وتحويل هيلبرت -هوانغ. نقترح في هذه الدراسة تحليل مؤشرات التذبذبات المحيطية والجوية واسعة النطاق من اجل تسليط الضوء على تأثير بعض انظمة الاتصالات عن بعد على نظام هطول الأمطار في شمال الجزائر. النتائج التي تم الحصول عليها مشجعة ومروجة حيث سلطنا الضوء على علاقة وثيقة بين مؤشرات التذبذبات المناخية والأمطار في شمال الجزائر.

الكلمات المفتاحية : تقلبات مناخية , التساقطات المطرية , مؤشرات التذبذبات المناخية ,شمال الجزائر

Résumé

La variabilité climatique notamment pluviométrique en Algérie reste toujours contrastée, malgré les nombreuses études effectuées dans ce cadre. A ce titre, et afin de comprendre les cycles intrinsèques de leurs fluctuations, nous proposons dans le cadre de cette étude une nouvelle approche basée sur une analyse des données pluviométriques à l'aide de plusieurs techniques de traitement de signal pour mieux caractériser et comprendre ces processus climatiques et hydrologiques. Le but de ce travail est d'étudier les oscillations périodiques, les fluctuations à long terme, à moyen et court terme et les tendances des données pluviométriques par l'utilisation de méthodes traditionnelles telles que la transformée de Fourier, la transformée en ondelettes, et la transformée de Hilbert-Huang. Dans cette étude, nous proposons d'analyser les indices d'oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle afin de mettre en évidence l'incidence de quelques régimes de téléconnexion sur le régime pluviométrique en Algérie du Nord. Les résultats obtenus s'avèrent encourageants et promoteurs où nous avons mis en évidence une étroite relation entre les indices d'oscillations climatiques et les pluies en Algérie toute au moins dans la partie Nord du pays.

Mots clés : Variabilité Climatique, Pluviométrie, Indice d'Oscillation Climatique, Algérie Septentrionale

Abstract:

The climatic variability especially rainfall in Algeria is still contrasted, despite the numerous studies carried out in this context. As such, and in order to understand the intrinsic cycles of their fluctuations, we propose in this study a new approach based on an analysis of rainfall data using several signal processing techniques to better characterize and understand these climatic and hydrological processes. The purpose of this work is to study periodic oscillations, long-term fluctuations, medium and short-term trends and rainfall data by the use of traditional methods such as Fourier transform, the wavelet transform, and the Hilbert-Huang transform. In this study, we propose to analyze the analysis the indices of large-scale oceanic and atmospheric oscillations in order to highlight the impact of some teleconnection regimes on the rainfall regime in northern Algeria. The results obtained are encouraging and promoters where we have highlighted a close relationship between the indices of climatic oscillations and the rains in Algeria, at least in the northern part of the country.

Keywords: Climatic Variability, Pluviometry, Climate Oscillation Index, Northern Algeria.

Introduction Générale :	1
Chapitre I : Outils traditionnels de l'analyse spectrale	
I.1 Introduction	3
I.2 Analyse de la Transformée de Fourier	3
I.2.1 Définition.	3
I.2.2 Transformée de Fourier Rapide (FFT)	4
I.2.3 Densité Spectrale de Puissance.	5
I.2.4 Méthodes d'estimation spectrales.	7
I.2.5 Transformée de Fourier à Court Terme	7
I.2.6 Spectrogramme.	8
I.2.7 Fonction Densité Spectrale Croisée.	8
I.2.8 Intervalle de confiance.	9
I.2.9 Estimation de la fonction de transfert.	9
I.2.10 Fonction de Cohérence.	10
I.3 Analyse en Ondelettes.	11
I.3.1 Introduction	11
I.3.2 Principe	11
I.3.3 Définition.	12
Chapitre II: Transformée de Hilbert-Huang	
II.1 Introduction	13
II.2 Analyse Spectrale de Hilbert	14
II.2.1 Définition	14
II.2.2 Spectre de Hilbert	15
II.3 Décomposition Modale Empirique	17
II.3.1 Introduction	17
II.3.2 Fonction Modale Intrinsèque	17
II.3.3 Sifting Process.	20
II.4 Spectre de Hilbert-Huang	25
Chapitre III: Application des méthodes d'analyse spectrale : Energie-Temps-Fréquence à l'analyse du régime pluviométrique	
III.1 Introduction	28
III.2 Présentation de la région d'étude	28
III.2.1 Situation géographique.	28
III.2.2 Climatologie	29
III.2.3 Présentation des données	30
III.3 Résultats et interprétation.	38
III.3.1 Analyses univariées des pluies	38
III.3.2 Analyses univariées des Indices	49
III.4 Conclusion	74
Conclusion Générale	75

Liste des Figures

Page

Fig. I. 1 – Magnitude réelle et Magnitude estimée de la fonction de transfert	10
Fig. I. 2 – Fonction Cohérence	10
Fig.II.1 - La transformée de Hilbert, en rouge,d'un créneau, en bleu. (D'après Wikipedia)	15
Fig. II.2 - Partie réelle et partie imaginaire de la transformée de Hilbert de la fonction $x=\sin(2*\pi *60*t)$	15
Fig. II.3 - Principe d'estimation de la Fréquence Instantanée via le signal analytique $z(t)$ de $x(t)$	16
Fig. II.4 - Principe de la décomposition modale empirique Oscillation rapide (IMF) + oscillation lente (Tendance) (D'après Cexus 2005)	18
Fig. II.5 - Organigramme du Pseudo-code de l'EMD. (D'après Cexus 2005, Gada 2011)	22
Fig. II.6 - Représentation du signal $x(t)$	23
Fig. II.7 - Enveloppe supérieure et inférieure obtenues par interpolation des maxima et minima locaux.	23
Fig. II.8 - Moyenne locale du signal $x(t)$	23
Fig. II.9 - Processus du tamisage pendant l'extraction de l'IMF ₁	23
Fig. II.10 - Organigramme simplifié de la Transformée de Hilbert-Huang.(D'après Gada 2013).	27
Fig.II.11 - Décomposition modale empirique d'un signal test à 3 composantes bien séparées en fréquence. (a) Le signal ; (b) Les trois IMFs correspondent aux trois composantes du signal ; (c) Spectre de Hilbert-Huang. (D'après Oberlin 2013).	27
Fig.III.1 - Situation géographique de la région d'étude.	29
Fig.III.2 - Topographie de l'Algérie du Nord.	29
Fig.III.3 - Répartition des pluies pour la période 1901-2015	31
Fig. III.4 - L'indice d'oscillation Nord-Atlantique 1864-2015.	32
Fig. III.5: - Les deux phases de l'indice NAO	32
Fig.III.6: - SOI : L'indice d'oscillation Australe.	33
Fig.III.7: - SOI : calculé avec les pressions à Darwin et à Tahiti.	34
Fig.III.8 : - MO : l'indice d'Oscillation Méditerranéenne est calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger et Le Caire. L'Oscillation Méditerranéenne (MO) est lié à l'activité	34
Fig.III.9 : - Evolution de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (OMI)	35
Fig. III.10 : - Evolution de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO)	36
Fig. III.11: - Presentation des deux phases de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (d'après Estrela et al., 2002; Azorín-Molina and Lopez-Bustins, 2004).	36
Fig.III.12 : - Répartition de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas journalier (1948-2016).	37
Fig. III.13 : - Répartition à travers le temps des indices climatiques	37

Fig.III.14 : - Densité spectrale des pluies à Annaba utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.	39
Fig.III.15 : - Densité spectrale des pluies pour les quatre stations (Annaba, Dar El Beida (DEB), Oran et Ain Oussera) utilisant (a)- Le Modèle autorégressif de Yule-Walker, (b)-La méthode de covariance et covariance modifiée.	43
Fig. III.16: - Spectrogrammes des pluies : (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida, (c) – Oran et (d) – Ain Oussera.	43
Fig.III.17: - Analyse en ondelettes continue de Morlet. : Série chronologique ; Spectre en ondelettes de Morlet ; Spectre global pour les quatre stations (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida, (c) – Oran et (d) – Ain Oussera.	44
Fig.III.18 : - Visualisation de l'analyse multirésolution des pluies mensuelles de : (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida et (d) – Ain Oussera (période 1901-2015).	45
Fig. III.19 : - Décomposition par EMD des pluies mensuelles de (a)- Annaba, (b)-Dar El Beida, (c)-Oran et (d)-Ain Oussera: le signal initial (Pluies), les 9 IMFs, et le résidu (de haut en bas).	46
Fig.III.20 : - Distribution de probabilité des IMFs des pluies mensuelles.	47
Fig. III.21 : - Spectre de Hilbert-Huang des pluies mensuelles : (a)- Annaba, (b)- Dar El Beida, (c)- Oran et (d)- Ain Oussera.	48
Fig.III.22 : - Densité spectrale de l'Indice d'Oscillation Nord-Atlantique (NAO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.	50
Fig. III.23: - Densité spectrale de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.	51
Fig.III.24 : - Densité spectrale de l'indice d'Oscillation australe (SOI) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.	52
Fig.III.25: - Densité spectrale des indices climatiques (NAO, WeMO, SOI et MO) utilisant (a)- Le Modèle autorégressif de Yule-Walker, (b)-La méthode de covariance et covariance modifiée	53
Fig. III.26 : - Densité spectrale de L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-	

Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée. (L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) mensuel : période 1958-2000).	54
Fig.III.27: - Densité spectrale de L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) utilisant les méthodes: (a)-Périodogramme bilatéral, (b)-Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée. (L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) Journalier : période 1948-2016)	55
Fig. III.28 : - Spectrogrammes des Indices climatiques : (a) – NAO, (b) – WeMO, (c) – SOI et (d)– MO.	56
Fig. III.29 : - Spectrogramme de l'Indice d'oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier de la période 1948-2016.	57
Fig.III.30 : - Analyse en ondelettes continue de Morlet. : Série chronologique ; Spectre en ondelettes de Morlet ; Spectre global des indices d'oscillation (a) – NAO, (b) – WeMO, (c) – SOI et (d) – MO	58
Fig. III.31: - Analyse en ondelettes continue de Morlet. : Série chronologique ; Spectre en ondelettes de Morlet ; Spectre global de indice d'oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier de la période 1948-2016.	59
Fig. III.32 : - Visualisation de l'analyse multirésolution des indices d'oscillation climatique au pas mensuel : (a)-NAO, (b)-WeMO, (c)-SOI et (d)-MO, (période 1901-2015).	60
Fig. III.33 : - Visualisation de l'analyse multirésolution de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas Journalier avec un niveau de résolution M=12 : (période 1948-2016).	61
Fig. III.34 : - Visualisation de l'analyse multirésolution de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas Journalier avec un niveau de résolution M=14 : (période 1948-2016).	61
Fig. III.35 : - Décomposition par EMD des indices d'oscillation climatique au pas mensuel : (a)-NAO, (b)-WeMO, (c)-SOI et (d)-MO : le signal initial (Indices), les 9 IMFs, et le résidu (de haut en bas).....	62
Fig. III.36 : - Décomposition par EMD de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier (période 1948-2016) : le signal initial (Indice MO), les 13 IMFs, et le résidu (de haut en bas).	63
Fig. III.37 : - Distribution de probabilité des IMFs des Indices climatiques mensuels.	64
Fig. III.38 : - Distribution de probabilité des IMFs de l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier (Période : 1948-2016).	65
Fig. III.39 : - Spectre de Hilbert-Huang des indices d'oscillation climatique au pas mensuel : (a)-NAO, (b)- WeMO, (c)- SOI et (d)- MO.	66

Fig.III.40: - Analyse Spectrale croisée : (a)- Corrélogramme Croisé, (b)- Densité Spectrale de Puissance Croisée, (c)-Corrélation Croisée fenêtrée, (d)-Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation Nord-Atlantique (NAO) et les pluies à Annaba.	67
Fig. III.41 : - Analyse Spectrale croisée : (a)- Corrélogramme Croisé, (b)- Densité Spectrale de Puissance Croisée, (c)-Corrélation Croisée fenêtrée, (d)-Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) et les pluies à Annaba.	68
Fig. III.42: - Analyse Spectrale croisée : (a)- Corrélogramme Croisé, (b)- Densité Spectrale de Puissance Croisée, (c)-Corrélation Croisée fenêtrée, (d)-Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation australe (SOI) et les pluies à Annaba.	69
Fig. III.43 : - Cohérence moyenne IMF par IMF entre l'Indice NAO et les pluies à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera.	70
Fig. III.44 : - Cohérence moyenne IMF par IMF entre l'Indice WeMO et les pluies à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera.	70
Fig. III.45 : - Cohérence moyenne IMF par IMF entre l'Indice SOI et les pluies à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera.	70
Fig. III.46 : - Fonction cohérence entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Annaba (Période 1901-2015).	71
Fig. III.47 : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Annaba (Période 1901-2015).	72
Fig. III.48 : - Maximum de corrélation entre IMFs de l'Indice NAO et les pluies mensuelles à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera (1901-2015).	73
Fig. III.49 : - Maximum de corrélation entre IMFs de l'Indice WEMO et les pluies mensuelles à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera (1901-2015).	73
Fig. III.50: - Maximum de corrélation entre IMFs de l'Indice SOI et les pluies mensuelles à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera (1901-2015).	73

Liste des Tableau	Page
Tableau II.1 - Comparaison des différentes méthodes d'analyse spectrale(D'après Huang et al. 1998)	26
Tableau III.1 – Coordonnées et Caractéristiques statistiques des pluies mensuelles.	30
Tableau.III.2: - Description des indices utilisés dans cette étude.	36
.....	

Introduction Générale

Depuis plusieurs années, les phénomènes hydro-climatologiques extrêmes, les catastrophes naturelles se multiplient à travers le monde (inondations, pluies torrentielles, ouragans, sécheresses, etc ...) et leur intensité semble croître au même rythme. En cause, le dérèglement climatique causé principalement par l'activité humaine.

D'après l'étude effectuée par le comité intergouvernemental sur le changement climatique, les conditions climatiques globales vont davantage se détériorer au cours du XXI^e siècle que pendant le XX^e.

La variabilité climatique notamment pluviométrique en Algérie reste toujours contrastée, malgré les nombreuses études effectuées dans ce cadre. A ce titre, et afin de comprendre les cycles intrinsèques de leurs fluctuations, nous proposons dans le cadre de cette étude une nouvelle approche basée sur une analyse des données pluviométriques à l'aide de plusieurs techniques de traitement de signal pour mieux caractériser et comprendre ces processus climatiques et hydrologiques.

Cependant, les données hydrologiques et climatiques sont le plus souvent non linéaires et non stationnaires, il est donc nécessaire de choisir des outils d'analyse de données qui décriront avec précision ses composantes cycliques localement et de manière adaptative.

Bien que l'analyse de Fourier et ses techniques connexes soient les techniques d'analyse de données les plus couramment utilisées pour extraire les périodicités des signaux, ces méthodes traditionnelles nécessitent des amplitudes et des phases constantes ce qui et n'est pas bien adaptée au problème hydrologique.

Par conséquent, il est justifié d'aller explorer de nouvelles techniques d'analyse de données qui pourrait être plus appropriées pour extraire les composants cycliques et périodiques de l'ensemble de données pluviométriques ou climatiques.

Le but de notre travail est d'étudier la périodicité, les oscillations à long à moyen et à court terme, les tendances intégrées dans les données pluviométriques en utilisant dans un premier temps les méthodes traditionnelles telle que la transformée de Fourier, puis la transformée en Ondelettes, et en appliquant plus particulièrement une technique plus récente permettant d'associer la méthode de décomposition modale empirique et la transformée de Hilbert connue sous de la transformée de Hilbert-Huang.

Par la suite, on procédera à l'analyse des indices d'oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle afin de mettre en évidence l'incidence de quelques régimes de téléconnexion sur le régime pluviométrique en Algérie du Nord.

Ce mémoire est scindé principalement en trois chapitres :

Le premier chapitre est dédié aux outils traditionnels de l'analyse spectrale où nous avons défini et décrit en détail l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide, densité spectrale de puissance ainsi que les estimateurs de la densité spectrale, la Transformée de Fourier à Court Terme, le Spectrogramme, et la Fonction de Cohérence. Dans ce chapitre, nous avons également défini et donné le principe des transformées en Ondelettes sous les formes continues et discrètes.

Le deuxième chapitre expose la transformée de Hilbert Huang dans le cas des signaux monodimensionnels. Dans ce chapitre, on propose d'étudier la technique de la décomposition modale empirique en précisant ses caractéristiques, tout en insistant sur les critères qui nous offrent une bonne décomposition du signal hydrologique.

Le troisième chapitre est consacré à l'application des techniques décrites précédemment, transformée de Fourier, transformée en Ondelettes et transformée de Hilbert-Huang pour analyser les séries pluviométriques mensuelles de quatre stations situées en Algérie Septentrionale ainsi qu'à l'analyse des indices d'oscillations océaniques et atmosphériques.

Chapitre I

**Outils traditionnels de l'analyse
spectrale**

Outils traditionnels de l'analyse spectrale

I.1 Introduction

Afin de décrire le régime pluviométrique, le comportement hydrologique ou même les variabilités climatiques, des mesures doivent être réalisées, collectées et interprétées. Tout comme il est essentiel de comprendre les spécifications des équipements utilisés pour collecter les données, il est également nécessaire de comprendre les forces et les limites des outils utilisés pour interpréter les données.

En hydrologie, les outils d'analyse temps-fréquence sont utilisés pour analyser les fluctuations ou les variations internes d'un signal hydrologique en termes de fréquence ou d'échelle.

Cependant, les outils utilisés ont souvent des limites qui limitent la façon dont les données peuvent être interprétées. A titre d'exemple, les outils d'analyse basés sur l'analyse de Fourier reposent sur la propriété mathématique que tout signal peut être reconstruit à partir de la somme de fonctions sinusoïdales. Ceci, en théorie, est avantageux et peut être utilisé pour décrire les contributions relatives au signal des différentes fonctions sinus avec des fréquences différentes. Cependant, ces fonctions sinusoïdales ont une étendue infinie et doivent avoir des amplitudes et des phases constantes.

Puisque la nature ou plus particulièrement notre système hydrologique ne correspond pas à des hypothèses stationnaires et linéaires, il est nécessaire d'étendre nos outils mathématiques qui décrivent le processus à des méthodes plus adaptatives.

Dans ce premier chapitre, on se limitera à la transformée de Fourier et ses techniques connexes ainsi qu'à la transformée en Ondelettes sous la forme continue et multirésolution. D'autres techniques comme la distribution de Wagner-Ville et la Décomposition orthogonale aux valeurs propres ne seront pas abordées dans cette étude à cause du temps limité pour la réalisation de ce projet.

I.2 Analyse de la Transformée de Fourier

I.2.1 Définition

La définition communément utilisée pour la transformée de Fourier $\mathcal{F}(x)$ d'un signal à temps continu $x(t)$ est donnée par l'équation(1) :

$$\mathcal{F}(x) = X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} . dt \quad \omega \in (-\infty, +\infty) \quad (1)$$

Presque toutes les analyses de données sont effectuées non pas avec des fonctions en temps continu mais avec des données en temps discret. Par conséquent, la transformée de Fourier en temps discret (DFT du Discrete-time Fourier Transform) est utilisée dans l'analyse des données. La DFT remplace l'intégrale infinie dans l'équation (1) avec une représentation de somme finie :

$$X(\omega_k) \cong \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j\omega_k t} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

où N est le nombre d'échantillons régulièrement repartis dans le temps provenant du signal, et ω_k est la $k^{\text{ième}}$ fréquence.

A ce titre, deux paramètres temporels définissent l'opération :

Te : période d'échantillonnage, c'est le *pas temporel*.

T : durée totale, c'est l'*étendue temporelle*. Elle se déduit de T_e , connaissant le nombre **N**. ($T=N.T_e$).

Symétriquement, deux paramètres fréquentiels caractérisent le résultat :

fs = $1/T_e$: Fréquence d'échantillonnage, c'est l'*étendue fréquentielle*.

f = $1/T$: *pas fréquentiel*.

I.2.2 Transformée de Fourier Rapide (FFT)

La DFT est implémenté en utilisant l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide (FFT de Faste Fourier Transform) lorsque cela est possible. La FFT fournit un moyen efficace de calculer la DFT. La FFT mise au point par Cooley et Tukey en 1965 a permis en fait d'exploiter la Transformée de Fourier et d'en faire un outil mathématique de choix.

L'algorithme de Cooley-Tukey (1965) pour calculer la TFD de $X \in C^N$ avec $N = 2^M$ peut être simplifié par :

$$\begin{aligned} X_K &= \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{\frac{-2\pi kn}{N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n} e^{\frac{-i2\pi kn}{N}} + \sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n+1} e^{\frac{-i2\pi k(2n+1)}{N}} \\ &= \underbrace{\sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n} e^{\frac{-i2\pi kn}{N/2}}}_{TFD_{N/2}} + e^{\frac{-i2\pi kn}{N/2}} \underbrace{\sum_{n=0}^{N/2-1} X_{2n+1} e^{\frac{-i2\pi kn}{N/2}}}_{TFD_{N/2}} \end{aligned}$$

I.2.3 Densité Spectrale de Puissance

L'analyse spectrale permet d'avoir une estimation du spectre de puissance d'un signal et de décrire la distribution de la puissance contenue dans le signal à partir d'un nombre fini d'observations.

L'estimation spectrale suppose la stationnarité du processus (même à court terme), sinon le spectre en tant que tel n'est pas défini. On suppose aussi que le processus est ergodique ce qui nous permet d'estimer les moyennes d'ensemble par les moyennes temporelles.

D'après Théorème d'Einstein-Wiener-Khintchine, la densité spectrale de puissance $S_{xx}(\omega)$ d'un processus aléatoire stationnaire s'obtient comme la transformée de Fourier de sa fonction d'auto-corrélation :

Dans le cas continu :

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3)$$

Dans le cas échantillonné :

$$S_{xx}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xx}(m) e^{-j\omega m} \quad (4)$$

Ceci peut être écrit en fonction de la fréquence f en utilisant la relation :

$\omega = 2\pi f / f_s$, où f_s est la fréquence d'échantillonnage :

$$S_{xx}(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xx}(m) e^{-2\pi j f m / f_s} \quad (5)$$

La fonction auto-corrélation peut être dérivée du spectre de puissance en utilisant la transformée de Fourier discrète inverse :

$$R_{xx}(m) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{S_{xx}(\omega) e^{-j\omega m}}{2\pi} d\omega = \int_{-f_s/2}^{f_s/2} \frac{S_{xx}(f) e^{2\pi j f m / f_s}}{f_s} df \quad (6)$$

La puissance moyenne de la série x_n sur l'ensemble de l'intervalle de Nyquist est représentée par :

$$R_{xx}(0) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{S_{xx}(\omega)}{2\pi} d\omega = \int_{-f_s/2}^{f_s/2} \frac{S_{xx}(f)}{f_s} df \quad (7)$$

Les quantités $P_{xx}(\omega)$ et $P_{xx}(f)$ données par les expressions suivantes :

$$P_{xx}(\omega) = \frac{S_{xx}(\omega)}{2\pi} \quad (8)$$

et

$$P_{xx}(f) = \frac{S_{xx}(f)}{f_s} \quad (9)$$

sont définies comme les Densités Spectrales de Puissance (PSD du *Power Spectral Density*) du signal aléatoire stationnaire x_n .

La puissance moyenne d'un signal sur une bande de fréquence particulière $[\omega_1, \omega_2]$, $0 \leq \omega_1 < \omega_2 \leq \pi$, peut être trouvé en intégrant la PSD sur cette bande :

$$\bar{P}_{[\omega_1, \omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} P_{xx}(\omega) d\omega + \int_{-\omega_2}^{-\omega_1} P_{xx}(\omega) d\omega \quad (10)$$

Pour les signaux réels, la PSD est symétrique sur l'ensemble de l'étendue du signal, et donc $P_{xx}(\omega)$ pour $0 \leq \omega < \pi$ est suffisant pour caractériser complètement la PSD. Cependant, pour obtenir la puissance moyenne sur l'ensemble de l'intervalle de Nyquist, il est nécessaire d'introduire le concept de PSD unilatérale.

La PSD unilatérale est donnée par :

$$P_{onesided}(\omega) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq \omega < 0 \\ 2P_{xx}(\omega), & 0 \leq \omega < \pi \end{cases} \quad (11)$$

La puissance moyenne d'un signal sur la bande de fréquence $[\omega_1, \omega_2]$:

$0 \leq \omega_1 < \omega_2 \leq \pi$ peut être calculée en utilisant le PSD unilatéral comme :

$$\bar{P}_{[\omega_1, \omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} P_{onesided}(\omega) d\omega \quad (12)$$

I.2.4 Méthodes d'estimation spectrales

Les méthodes d'estimation spectrales peuvent être classées en trois grandes familles :

- Les méthodes dites **non-paramétriques** : sont celles dans lesquelles l'estimation de la DSP est faite directement à partir du signal lui-même. La plus simple de ces méthodes est le périodogramme. Une version améliorée du périodogramme est la méthode de Welch. Une technique non paramétrique plus moderne est la méthode multi-conique (MTM de Multi-Taper-Method).
- Les méthodes dites **paramétriques** : sont celles dans lesquelles le signal dont nous voulons estimer la DSP est supposé être la sortie d'un système linéaire entraîné par un bruit blanc. Ces méthodes impliquent une connaissance a priori sur le signal (modèle explicite) et elles estiment la DSP en estimant d'abord les paramètres (coefficients) du système linéaire qui génère hypothétiquement le signal. Les exemples les plus utilisés sont le modèle autorégressive (AR) de Yule-Walker et la méthode de Burg, le modèle ARMA, PRONY. Les méthodes non-paramétriques ont tendance à produire de meilleurs résultats que les méthodes non paramétriques classiques même lorsque l'étendue du signal est relativement courte.
- Les méthodes **d'analyses caractéristiques** ou méthodes spatiales, également appelées méthodes haute résolution ou super-résolution génèrent des estimations de composantes de fréquence pour un signal basé sur une analyse propre (en anglais eigenvalue methods) ou une décomposition propre de la matrice de corrélation. L'un de ses exemples est celui de la décomposition harmonique de Pisarenko. Il s'agit là d'un estimateur de fréquences et non pas d'une méthode d'estimation spectrale proprement dite. C'est la première méthode inventée qui est basée sur la décomposition en vecteurs et valeurs propres de la matrice de corrélation et de sa partition en sous-espaces signal et bruit (1973). Malheureusement, la méthode est limitée en pratique à cause de sa sensibilité au bruit. Cependant, elle a permis le développement de toute une série de nouveaux estimateurs spectraux parmi lesquels, les algorithmes MUSIC, Minimum-Norm et ESPRIT.

I.2.5 Transformée de Fourier à Court Terme

Les signaux non stationnaires ne peuvent pas être décrits localement en utilisant l'analyse de Fourier. Afin de tenir compte des signaux non stationnaires, la transformée de Fourier à court terme (STFT pour Short-Time Fourier Transform) a été développée. La première solution, mise en place intuitivement au milieu du siècle, correspond aux analyses de Fourier à fenêtre glissante introduites dès 1945 par Gabor (Gabor, 1946).

La STFT est exprimé par la relation suivante :

$$STFT(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t - \tau)e^{-j\omega\tau} . d\tau \quad (13)$$

L'idée de la STFT est de briser ou fractionner un signal non stationnaire en sections dans lesquelles le signal est stationnaire. Ensuite, la transformée de Fourier peut être calculée et la densité d'énergie peut être déterminée dans chaque section. La fonction de la fenêtre $h(t - \tau)$ est choisie par l'utilisateur pour avoir une taille particulière. La $STFT(\omega, t)$ est alors une fonction complexe représentant la phase et l'amplitude du signal dans le temps et la fréquence. Le spectrogramme de la STFT, qui trace les contributions de densité d'énergie de chaque fréquence, dépend du temps. Cependant, les fréquences doivent être constantes dans chaque fenêtre (Brigham, 1988 ; Qian, 2002).

I.2.6 Spectrogramme

Les spectrogrammes sont généralement créés de deux manières différentes; soit avec une série de filtres passe-bande, soit à partir de signaux temporels en utilisant la transformée de Fourier à court terme (STFT). La stationnarité par « morceaux » est supposée et fait glisser une fenêtre sur la série temporelle et effectue une analyse de Fourier pour construire les spectrogrammes.

Le spectrogramme, $SP(\omega, t)$, est donné par l'amplitude de la fonction STFT par :

$$SP(\omega, t) = |STFT(\omega, t)|^2 \quad (14)$$

Pour calculer le spectrogramme, les données numériques échantillonnées dans le domaine temporel sont divisées en plusieurs segments, qui se chevauchent habituellement, et transformées à l'aide de la transformée de Fourier pour calculer l'amplitude du spectre de puissance de chaque segment. Chaque segment correspond alors à une ligne verticale dans l'image de la représentation temps-fréquence, une représentation de l'amplitude en fonction de la fréquence à un moment donné dans le temps.

I.2.7 Fonction Densité Spectrale Croisée

Le PSD est un cas particulier de la fonction densité spectrale croisée (CSD pour *Cross Spectral Density* function), elle est définie entre deux signaux x et y par :

$$S_{xy}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xy}(m)e^{-j\omega m} \quad (15)$$

Pour estimer la densité spectrale croisée de deux signaux x et y de longueur égale en utilisant la méthode de Welch, la fonction CSD forme le périodogramme comme étant le produit de la FFT de x et le conjugué de la FFT de y . Contrairement au PSD à valeur réelle, la CSD est une fonction complexe. La CSD gère la section et le fenêtrage de x et y de la même manière que la fonction utilisée dans la méthode de Welch sous Matlab :

$$S_{xy} = \text{csd}(x, y, \text{nfft}, fs, \text{window}, \text{numoverlap})$$

1.2.8 Intervalle de confiance

On peut calculer sous Matlab des intervalles de confiance à l'aide de la fonction CSD en incluant un argument d'entrée supplémentaire p qui spécifie le pourcentage de l'intervalle de confiance et en affectant à l'argument numoverlap la valeur 0 :

$$[S_{xy}, S_{xyc}, f] = \text{csd}(x, y, \text{nfft}, fs, \text{window}, 0, p)$$

p doit être un scalaire compris entre 0 et 1. Cette fonction suppose des périodogrammes distribués en khi-deux de sections non chevauchantes des données fenêtrées dans le calcul des intervalles de confiance. Bien entendu, cette hypothèse est valide lorsque le signal est un processus aléatoire gaussien. À ce titre, l'intervalle de confiance est donné par :

$$[S_{xy} - S_{xyc}(:,1)S_{xy} + S_{xyc}(:,2)]$$

L'intervalle de confiance couvre le vrai CSD avec probabilité p . Si vous affectiez à numoverlap une valeur autre que 0, vous génériez un avertissement indiquant que les sections se chevauchent et que l'intervalle de confiance n'est pas fiable.

1.2.9 Estimation de la fonction de transfert

Une des applications de la méthode de Welch sous Matlab est l'identification de système non paramétrique. Supposons que H est un système linéaire invariant dans le temps, et x et y sont respectivement l'entrée et la sortie de H . Alors le spectre de puissance de x est lié à la CSD de x et y par :

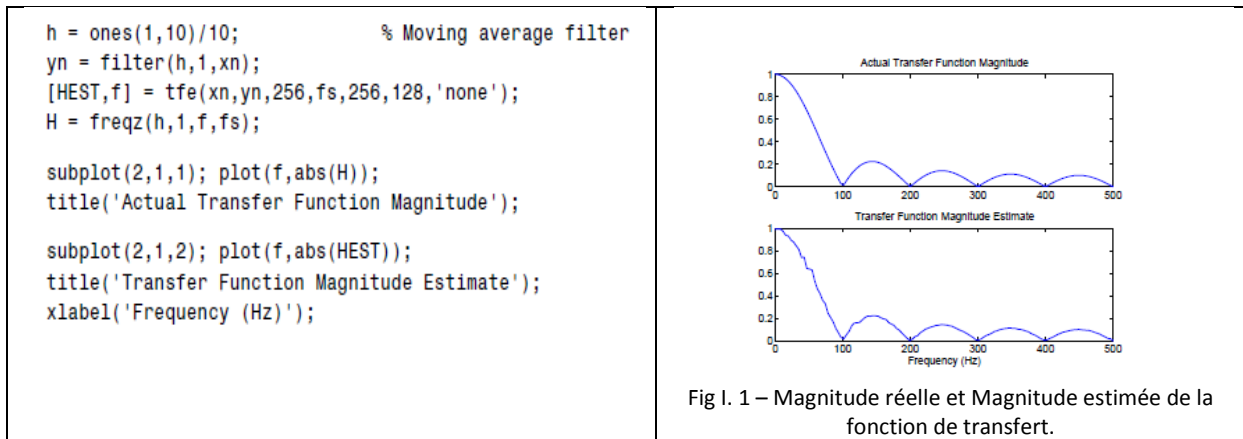
$$S_{xy}(\omega) = H(\omega)S_{xx}(\omega) \quad (16)$$

Une estimation de la fonction de transfert entre signaux x et y est donnée par :

$$\hat{H}(\omega) = \frac{\hat{S}_{xy}(\omega)}{\hat{S}_{xx}(\omega)} \quad (17)$$

Cette méthode estime à la fois l'amplitude et l'information de phase. La fonction TFE utilise la méthode de Welch pour calculer la CSD et le spectre de puissance, puis forme leur quotient pour l'estimation de la fonction de transfert.

On utilise la fonction TFE de la même manière que la fonction CSD. On filtre le signal x avec un filtre FIR (filtre à moyenne mobile), puis on trace la réponse réelle et la réponse estimée, la figure (Figl. 1) illustre l'exemple donné par le programme suivant :



I.2.10 Fonction de Cohérence

La cohérence entre deux signaux x et y est définie par :

$$C_{xy}(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_{xx}(\omega)S_{yy}(\omega)} \quad (18)$$

Ce quotient est un nombre réel compris entre 0 et 1 qui mesure la corrélation entre x et y à la fréquence ω . La fonction cohérence prend les séries de x et y , calcule leurs spectres de puissance et leur densité spectrale croisée.

CSD, et renvoie le quotient de la grandeur au carré de la CSD et du produit des spectres de puissance. Ses options et son fonctionnement sont similaires à ceux des fonctions CSD et TFE.

La fonction de cohérence de l'entrée x et la sortie du filtre y en fonction de la fréquence, peut être estimée sous Matlab par la fonction `cohere` suivante :

`cohere(xn,yn,256,fs,256,128,'none')`

Le graphe donné par la figure I. 2, illustre la fonction cohérence obtenue.

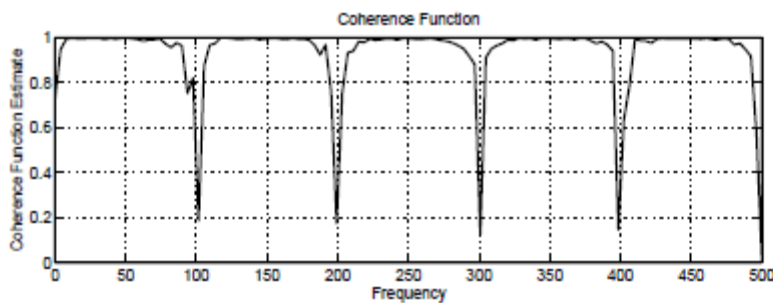


Fig I. 2 – Fonction Cohérence

I.3 Analyse en Ondelettes

I.3.1 Introduction

L'analyse en ondelettes est un autre type d'outil d'analyse de fréquence. Elle s'est vite imposée comme une technique de représentation temps-échelle performante. Contrairement aux méthodes spectrales couramment utilisées type transformée de Fourier, la transformée en ondelettes permet une localisation temporelle de la variabilité d'un signal donné. La transformée en ondelettes, qui décompose le signal à la fois en temps et en fréquence, permet de décrire correctement ces variabilités périodiques ou non, en considérant les changements dans le contenu spectral du signal analysé. En hydrologie, l'analyse en ondelettes est utilisée pour identifier les structures cohérentes et caractériser la variabilité de divers paramètres spatiaux ou temporels.

I.3.2 Principe

L'idée de l'ondelette est de pouvoir faire varier les largeurs en temps et en fréquences d'une fonction tout en la translatant le long du signal comme dans la transformée de Fourier fenêtrée. A ce titre, l'analyse est réalisée au moyen d'une fonction " ψ " appelée ondelette de base ou ondelette mère qui permet de spécifier les caractéristiques du signal que l'on souhaite analyser.

L'analyse en ondelettes consiste alors à positionner, dans le domaine temporel, l'ondelette mère en regard de la partie du signal à traiter, on parlera alors de translation. L'ondelette mère est ensuite dilatée ou contractée, par l'utilisation d'un facteur d'échelle permettant de concentrer l'analyse sur une gamme donnée d'oscillations. Quand l'ondelette est dilatée, l'analyse explore les composantes du signal qui oscillent plus lentement, quand elle est contractée, l'analyse explore les oscillations rapides comme celles contenues dans une discontinuité du signal. Par ce changement d'échelle (contraction, dilatation), la transformée en ondelettes amène à une décomposition temporelle du signal (Barnhart 2011, Gada 2013).

I.3.3 Définition

La transformée en ondelettes continues d'un signal $x(t)$ produit un spectre local en ondelette $W_x(a, \tau)$, défini par l'équation (19) suivante :

$$W_x(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t - \tau}{a}\right) dt \quad (19)$$

où $\psi(t)$ représente la fonction ondelette (ondelette mère) qui joue le rôle d'un noyau de convolution et qui peut être réelle ou complexe ; le paramètre a représente le facteur d'échelle, il contrôle la dilatation ou la contraction de la fonction $\psi(t)$; le paramètre τ

s'interprète comme un facteur de translation temporelle ou de décalage fréquentiel de la fonction $\psi(t)$.

L'ondelette peut être interprétée comme un filtre passe bande de fréquence centrale f_c . La valeur des coefficients $W_x(a, \tau)$ est d'autant plus grande que la fréquence du signal analysé coïncide avec celle de l'ondelette. La variation du paramètre a permet de déterminer les modes du signal qui correspondent à la fréquence f_c avec $f_s = f_c/a$.

La transformée en ondelettes est dite continue quand les paramètres de dilatation et de translation (a, τ) varient continûment.

La transformée en ondelettes discrète est une représentation multirésolutions et multifréquences. C'est un outil qui découpe les données, les fonctions ou les opérateurs en composantes fréquentielles suivant une résolution adaptée à l'échelle. Le domaine temps-échelle sera remplacé par un domaine discret de la forme $(\{a_0^{-j}, k\tau_0 a_0^{-j}\}, (k, j) \in Z^2)$ où a_0 et τ_0 sont des constantes. On aboutit ainsi à une version discrète définissant les coefficients de la transformée en ondelettes discrète du signal $x(t)$. Une formule de reconstitution peut être appliquée avec un choix approprié pour les paramètres a_0 et τ_0 . Ceci permet une représentation du processus discret en terme de séries amenant au concept d'analyse multirésolution (Mallat 1989, Jawert & Sweldens 1989).

Une fois que le domaine temps-échelle est discrétisé, des valeurs particulières pour a_0 et τ_0 correspondant à une représentation dyadique des échelles sont choisies : $a_0 = 2$ et $\tau_0 = 1$. La grille continue est alors remplacée par une grille discrète dyadique de la forme $(\{2^{-j}, k 2^{-j}\}, (k, j) \in Z^2)$. Ceci constitue la base conceptuelle de l'analyse multirésolution. Cette analyse en ondelettes multirésolution (Mallat 1989) permet la décomposition d'un signal dyadique en une succession d'**approximations** et de **détails** correspondant à des échelles croissantes j . La différence entre signal mesuré et son approximation à l'ordre n est appelée **résidu**.

Chapitre II

Transformée de Hilbert-Huang

Transformée de Hilbert-Huang

II.1 Introduction

Classiquement, on suppose au préalable la stationnarité des séries chronologiques pour pouvoir appliquer les méthodes d'analyse temporelle et fréquentielle. Les techniques traditionnelles d'analyse fréquentielle basées sur la transformée de Fourier ont tendance à répartir l'énergie du signal sur plusieurs fréquences, ce qui conduit parfois à des interprétations erronées. Plus particulièrement, l'existence des tendances fausseraient sérieusement les caractéristiques des données pour les basses fréquences.

A ce titre, il existe plusieurs méthodes d'analyse des processus non stationnaires, comme le spectrogramme issu de la transformée de Fourier de courte durée, la distribution de Wagner-Ville, la Décomposition orthogonale aux valeurs propres (EOF pour Empirical Orthogonal Function) et les transformées en ondelettes (Loutridis, 2005). Cependant, pour calculer un spectrogramme, la transformée de Fourier sera appliquée en faisant glisser une fenêtre le long de l'axe du temps et en calculant de façon répétée la transformée de Fourier pour obtenir une distribution temps-fréquence. En effet, l'inconvénient de cette approche est qu'on doit s'assurer que les données dans la fenêtre de temps sont stationnaires. Même si la stationnarité est garantie, la méthode du spectrogramme présente un problème supplémentaire de compromis dans la résolution temporelle et fréquentielle (Rao, et al. 2008).

Par ailleurs, la distribution de Wagner-Ville est une distribution temps-fréquence de forme quadratique avec une résolution optimisée dans le domaine temps et fréquence, mais elle n'est pas toujours non négative. Huang et al. (2001) et Flandrin (1999) soulignent que les ondelettes, bien qu'elles soient un bon outil d'analyse des séries temporelles, elles constituent une mauvaise méthode d'analyse des distributions temps-énergie-fréquence. Ce manque de résolution fréquentielle est également traité en détail dans Huang et al. (1998). Loutridis (2005) souligne que la résolution temporelle et fréquentielle conduit à des compromis, car les ondelettes à grande échelle sont choisies pour déterminer les caractéristiques générales du signal et les ondelettes à petite échelle pour extraire les détails du signal.

Par conséquent, la localisation temporelle est mauvaise pour les signaux à basse fréquence et la résolution fréquentielle est mauvaise pour les signaux à haute fréquence. Peng et al. (2005) démontrent que les transformées en ondelettes peuvent générer de nombreux petits pics indésirables sur toutes les échelles de fréquence et rendre les résultats confus et difficiles à interpréter (Rao et al. 2008).

En définitive, aucune de ces méthodes ne peut simultanément fournir une bonne résolution dans le domaine temporel et fréquentiel. Cependant, Huang et al. (1998, 2003) ont proposé une nouvelle technique pour extraire efficacement l'information dans les domaines temporel et fréquentiel directement à partir des données. Elle est adaptative, efficace et sans hypothèses préalables. Cette technique est appelé la Transformée de Hilbert-Huang (HHT pour Hilbert-Huang Transform), qui est la combinaison de la Décomposition Modale Empirique (EMD) et de l'Analyse Spectrale de Hilbert (HSA pour Hilbert Spectral Analysis).

II.2 Analyse Spectrale de Hilbert

II.2.1 Définition

En mathématiques et en traitement du signal, la Transformée de Hilbert notée $\mathcal{H}\{x\}(t)$ ou $\hat{y}(t)$, d'une fonction de la variable réelle $x(t)$ est une transformation linéaire qui permet d'étendre un signal réel dans le domaine complexe, de sorte qu'il vérifie les équations de Cauchy-Riemann.

Par définition :

$$\mathcal{H}\{x\}(t) = \hat{y}(t) = (h * x)(t) = vp \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \right\} = \frac{1}{\pi} vp \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \right\} \quad (20)$$

où

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (21)$$

et

$$vp \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \right\} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{-\infty}^{t-\epsilon} x(\tau) h(t - \tau) d\tau + \int_{t-\epsilon}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \right\} \quad (22)$$

et où vp étant l'abréviation de valeur principale de Cauchy.

La transformée de Hilbert a été utilisée, afin de calculer des fréquences et des amplitudes instantanées et de décrire le signal plus localement.

La figure II.1 montre un exemple d'une fonction créneau et sa transformée de Hilbert. La figure II.2 présente la partie réelle (en bleu) et partie imaginaire(en pointillé) de la transformée de Hilbert de la fonction $x = \sin(2 * \pi * 60 * t)$.

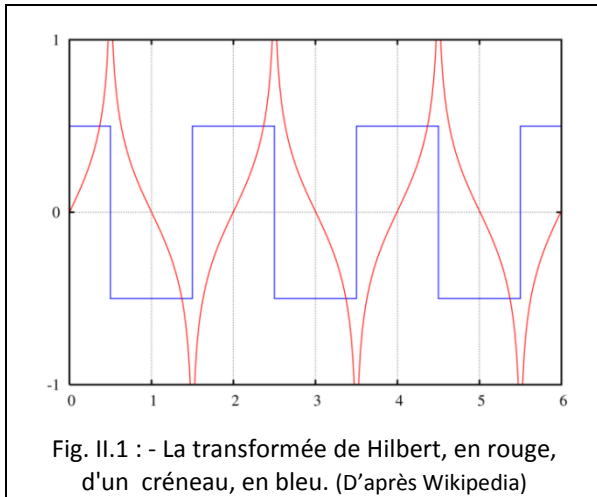


Fig. II.1 : - La transformée de Hilbert, en rouge, d'un créneau, en bleu. (D'après Wikipedia)

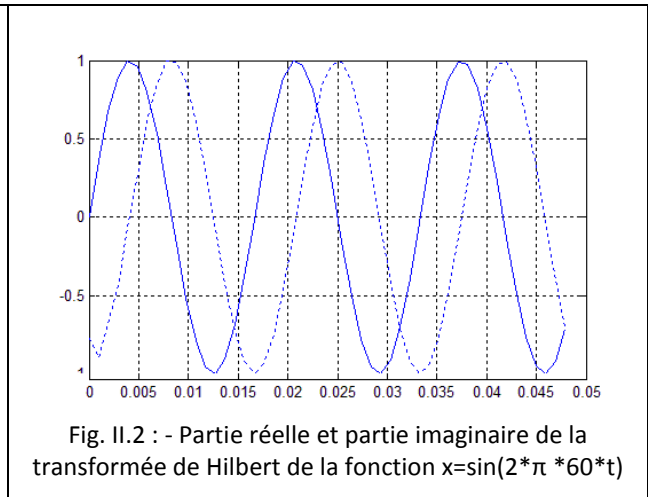


Fig. II.2 : - Partie réelle et partie imaginaire de la transformée de Hilbert de la fonction $x=\sin(2*\pi *60*t)$

Il s'ensuit que la transformation de Hilbert d'un signal peut être calculée dans le domaine fréquentiel en remarquant que la transformée de Fourier de la fonction h est :

$$\mathcal{H}(\omega) = \mathcal{F}\{h\}(\omega) = -i \operatorname{sgn}(\omega) \quad (23)$$

où

- $\mathcal{F}\{h\}$ désigne la transformée de Fourier de h ,
- i désigne l'unité imaginaire (parfois notée j)
- ω est la fréquence angulaire, et

$$\operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{si } \omega > 0, \\ 0, & \text{si } \omega = 0, \\ -1, & \text{si } \omega < 0, \end{cases} \quad \text{qui est souvent appelée fonction de signe.}$$

Ainsi, comme la transformée de Fourier d'une convolution est égale au produit des transformées de Fourier de ses constituants, on a :

$$\mathcal{F}\{\hat{x}\}(\omega) = \mathcal{F}\{h * x\}(\omega) = \mathcal{H}(\omega)\mathcal{F}\{x\}(\omega) = -i \operatorname{sgn}(\omega)\mathcal{F}\{x\}(\omega) \quad (24)$$

La transformée de Hilbert a pour effet de tourner de $+90^\circ$ la composante de fréquence négative de $x(t)$ et de -90° la composante de fréquence positive. Autrement dit, la transformée de Hilbert tourne de 90° le plan de projection du signal analytique.

II.2.2 Spectre de Hilbert

Byron et Fuller (1992) et Gabor (1946) ont montré qu'une fonction analytique peut être formée avec la paire de la transformée de Hilbert, comme indiqué dans l'équation suivante :

$$z(t) = x(t) + i\hat{y}(t) = A(t)e^{i\theta(t)} \quad (25)$$

où

$$A(t) = (x(t)^2 + \hat{y}(t)^2)^{1/2}, \theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{\hat{y}(t)}{x(t)} \right) \text{ et } i = \sqrt{-1} \quad (26)$$

où $A(t)$ et $\theta(t)$ représentent respectivement les Amplitudes Instantanées et les Fonctions de Phase.

La fréquence instantanée peut alors être écrite comme la dérivée temporelle de la phase (Gabor 1946), comme indiqué dans l'équation suivante :

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (27)$$

L'estimation de l'Amplitude Instantanée et de la fréquence instantanée d'un signal $x(t)$ par la Transformée de Hilbert peut être schématisée par la figure II.3.

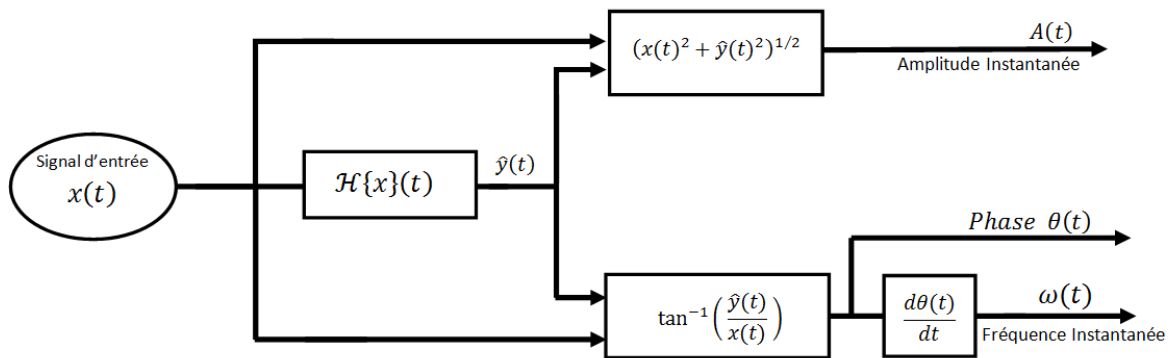


Fig. II.3 : - Principe d'estimation de la Fréquence Instantanée via le signal analytique $z(t)$ de $x(t)$.

Notez que la fonction analytique $z(t)$ est l'approximation mathématique du signal original $x(t)$.

Comme les fonctions d'amplitude et de fréquence sont exprimées en fonction du temps, le spectre de Hilbert, qui affiche les contributions d'amplitude relative ou d'énergie (carré d'amplitude) pour une certaine fréquence à un moment donné, peut être construit comme $\mathcal{H}(\omega, t)$. Ensuite, un spectre marginal peut être calculé comme indiqué dans l'équation 28, où le spectre est intégré sur le domaine temporel de 0 à T.

$$E(\omega) = \int_0^T \mathcal{H}(\omega, t) dt \quad (28)$$

Le spectre marginal représente la somme de toutes les amplitudes (énergies) sur toute l'étendue des données.

II.3 Décomposition Modale Empirique

II.3.1 Introduction

La Décomposition Modale Empirique (EMD pour Empirical Mode Decomposition) a été introduite pour la première fois en 1998 par l'équipe de Norden E. Huang de la NASA (Huang et al. 1998) pour étudier des données climato-atmosphériques. Elle a été introduite dans le but de proposer une méthode souple d'emploi permettant de faciliter la lecture des données, c'est-à-dire l'extraction d'informations, généralement en vue d'une application donnée. C'est une méthode non linéaire d'analyse de données qui ne fait pas appel à des hypothèses de stationnarité. Elle est par ailleurs intuitive et simple à mettre en œuvre, ne nécessitant quasiment aucun paramétrage. Enfin, c'est une méthode totalement adaptative, dans le sens où l'espace de représentation est construit directement à partir du signal.

La décomposition modale empirique est définie par un processus appelé Tamisage (Sifting) permettant de décomposer temporellement un signal en une somme de composantes oscillantes (contributions de base) appelées Modes Empiriques ou Fonctions Modales Intrinsèques connues sous le nom de IMF pour Intrinsic Mode Functions, qui sont des signaux de type AM-FM mono composante (au sens large), chacun de moyenne nulle (Huang et al. 1998).

II.3.2 Fonction Modale Intrinsèque

- Principe

L'idée principale de la décomposition modale empirique est de considérer le signal comme une superposition de plusieurs oscillations ayant chacune une échelle caractéristique. La décomposition est réalisée de façon itérative en supposant à chaque étape que le signal est la somme d'une composante lente (basse fréquence) qui est le "résidu" et une composante rapide (haute fréquence) "IMF", on continue l'itération en décomposant à nouveau le résidu obtenu, à la fin on obtient une série temporelle $x(t)$ qui est la somme d'un nombre fini de IMFs et d'un résidu $r(t)$. Pour illustrer la décomposition, nous considérons l'exemple simple d'un signal $x(t)$ formé de deux contributions : une oscillation rapide et une autre lente :

$$\underbrace{x(t)}_{\text{Signal}} = \underbrace{d(t)}_{\text{Oscillation}} + \underbrace{m(t)}_{\text{Tendance}} \quad (29)$$

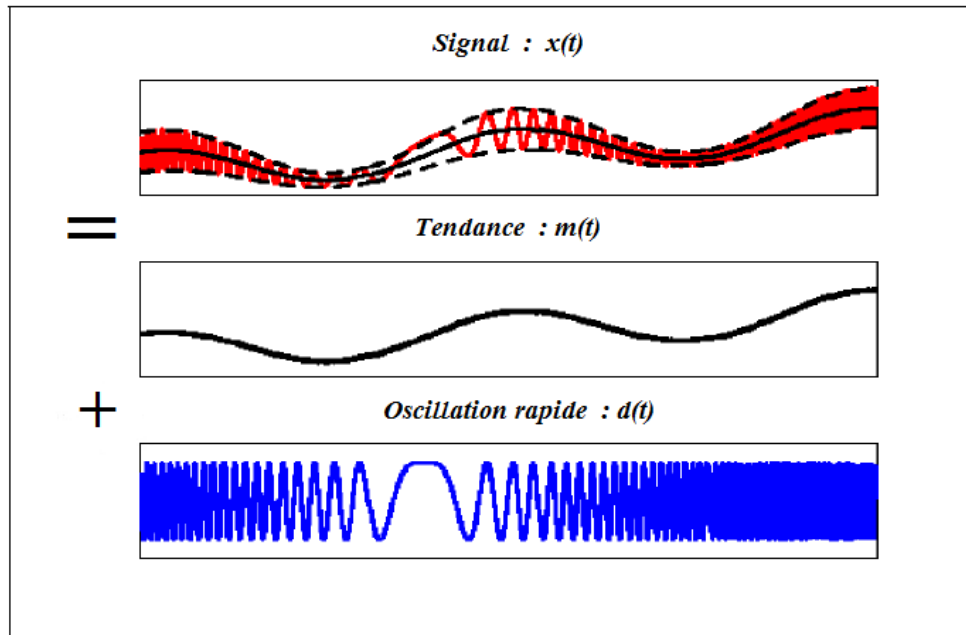


Fig. II.4 : - Principe de la décomposition modale empirique
Oscillation rapide (IMF) + oscillation lente (Tendance)
(D'après Cexus 2005)

Conceptuellement, la mise en place de la méthode permettant de décrire cette décomposition est assez simple. Il suffit de considérer le signal à l'échelle de ses oscillations locales, de soustraire l'oscillation la plus rapide du signal et de réitérer le processus sur le résidu de manière à écrire le signal $x(t)$ comme une combinaison finie d'oscillations.

Le signal $x(t)$ peut alors s'écrire :

$$x(t) = \sum_{j=1}^N IMF_j(t) + r(t), \quad (N \in \mathbb{N}^*), \quad (30)$$

où $IMF_j(t)$ est la j^e oscillation, $r(t)$ le résidu de la décomposition et N le nombre d'IMF (ou modes).

L'approche proposée repose entièrement sur les caractéristiques oscillatoires de $x(t)$. Cette décomposition est entièrement pilotée par les données du signal (ou *data driven*) et adaptée à celui-ci. C'est pourquoi le nom de *fonction modale intrinsèque* (IMF) a été retenu, principalement car il associe naturellement l'idée de décrire un signal $x(t)$ suivant ses différents modes d'oscillations naturelles. La méthode est par construction, d'après l'équation 30, une décomposition complète, N étant fini. En effet, si l'on additionne toutes les IMF ainsi que le résidu alors, on reconstruit linéairement le signal original sans perte ou déformation de l'information initiale (Cexus 2005 et Huang et al. 1998).

Même si la notion d'IMF repose plus sur une intuition que sur une définition très rigoureuse, cette fonction doit respecter certains critères comme précisé ci-dessous (Cexus 2005).

Définition : Une IMF (ou mode empirique) est une fonction telle que :

$$IMF: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ t \rightarrow IMF_j(t) \end{cases} \quad (31)$$

qui doit être :

- a) de moyenne nulle ;
- b) dont les nombres d'extrema et de passages à zéro diffèrent au plus de un (en d'autres termes, cela signifie qu'entre un minimum et un maximum successif, une IMF passe par zéro) ;
- c) qui suit une loi de modulation en amplitude et en fréquence (comportement oscillant) naturellement de type mono-composante.

- Le point (a) est lié à la contrainte d'estimation de la Fréquence Instantanée d'un signal mono-composante avec la Transformée de Hilbert.
- Le point (b) repose sur la définition de bande étroite d'un signal mono-composante.
- La dernière remarque (c) est plus une conséquence due au processus d'estimation de l'IMF.

Ainsi, même si la notion d'IMF repose essentiellement sur un concept, celle-ci présente des caractéristiques très strictes et peut être formalisée par le modèle suivant :

$$IMF_j(t) \approx \Re \{ a_j(t) \cdot e^{i\phi_j(t)} \} \quad (32)$$

avec $a_j(t)$ l'amplitude de l'enveloppe de la j^e IMF et $\phi_j(t)$ sa phase.

En fait, les contraintes imposées reposent sur la volonté d'estimer la Fréquence Instantanée et l'Amplitude Instantanée d'une IMF en utilisant la Transformée de Hilbert. En effet, l'objectif initial de l'EMD est de réaliser une décomposition temporelle en signaux mono-composante pour calculer leurs Fréquences Instantanées, définies comme étant la dérivée de la phase du signal analytique. Par la suite, la connaissance des Fréquences Instantanées permet d'aboutir à une représentation temps-fréquence.

- **Moyenne Locale**

L'EMD postule que tout signal réel x se décompose en une "moyenne locale" m et une composante fortement oscillante d . On peut ensuite extraire le mode oscillant de $m(t)$, et itérer le procédé jusqu'à n'obtenir qu'un résidu non oscillant. Cette décomposition est par nature exacte. Mais les notions de "moyenne locale" et de "mode oscillant", bien qu'assez intuitives, sont très floues (Kerebel et al. 2011).

Définition : *La moyenne locale d'un signal $x(t)$ est la demi-somme de ses enveloppes supérieures et inférieures, qui sont obtenues par interpolation des maxima et des minima respectivement.*

Il existe différentes méthodes d'interpolation pour les enveloppes. La plus utilisée est l'interpolation spline cubique (Cexus 2005).

II.3.3 Sifting Process

Le principe de la décomposition modale empirique est assuré par le processus de tamisage connu sous le nom de "Sifting Process" et défini par l'algorithme décrit dans ce qui suit.

- **Notations :**

ϵ : indique le seuil prédéfini, c'est un critère de condition de la boucle indiquée par i

j : représente l'indice de l'IMF.

i : constitue l'indice de l'itération appliquée sur le résidu pour vérifier le critère d'une IMF.

r_j : désigne le résidu après l'obtention de la j^{eme} IMF.

$h_{j,i}$: c'est une variable intermédiaire de calcul qui prend la valeur du nouveau résidu a la première itération, puis, elle prend la différence entre le résidu et la valeur de l'enveloppe moyenne aux itérations suivantes.

$U_{j,i}$: représente l'enveloppe supérieure de $h_{j,i}$ construite par interpolation des maxima.

$L_{j,i}$: représente l'enveloppe inférieure de $h_{j,i}$ construite par interpolation des minima.

$\mu_{j,i}$: désigne l'enveloppe moyenne, obtenu a partir des deux enveloppes de $h_{j,i}$.

$SD(i)$: indique le critère d'arrêt a la i^{eme} itération.

• **Algorithme :**

Les différentes étapes du procédé de tamisage peuvent s'écrire sous la forme du pseudo-code suivant :

Etape 1 : Fixer $\epsilon, j \leftarrow 1(j^e IMF)$

Etape 2 : $r_{j-1}(t) \leftarrow x(t)$ (résidu)

Etape 3 : Extraire la $j^e IMF$:
 (a) $h_{j,i-1}(t) \leftarrow r_{j-1}(t), i \leftarrow 1$ (*i*, itération de la boucle de sifting)
 (b) Extraire les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$
 (c) Calculer les enveloppes supérieure et inférieure: $U_{j,i-1}$ et $L_{j,i-1}(t)$ par interpolation (splines cubiques par exemple) avec les maxima et minima locaux de $h_{j,i-1}(t)$ respectivement.
 (d) Calculer l'enveloppe moyenne:

$$\mu_{j,i-1}(t) \leftarrow (U_{j,i-1}(t) + L_{j,i-1}(t)) / 2.$$

 (e) Mettre à jour: $h_{j,i} \leftarrow h_{j,i-1}(t) - \mu_{j,i-1}(t), i \leftarrow i + 1$
 (f) Calculer le critère d'arrêt(par exemple):

$$SD(i) = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{j,i-1}(t) - h_{j,i}(t)|^2}{(h_{j,i-1}(t))^2}$$

 où T représente le nombre d'échantillons du signal.
 (g) Décider: répéter l'étape(b) – (f) tant que $SD(i) < \epsilon$ et alors mettre $IMF_j(t) (\equiv IMF_j(t) \leftarrow h_{j,i}(t))$ ($j^e IMF$)

Etape 4 : Mettre à jour le résidu : $r_j(t) \leftarrow r_{j-1}(t) - IMF_j(t)$

Etape 5 : Répéter l'étape 3 avec $j \leftarrow j + 1$ jusqu'à ce que le nombre d'extrema dans $r_j(t)$ soit inférieur à 2

L'algorithme décrit ci-dessus, comporte deux boucles imbriquées l'une dans l'autre, celle indiquée par j permet d'extraire l' IMF , qui nous détermine le niveau de profondeur de décomposition et l'autre indiquée par i conditionne la fonction $IMF_j(t)$ de manière à respecter les critères requis ; avoir deux enveloppes symétriques afin que le signal extrait IMF_j soit bien une IMF . Une bonne décomposition donnée par cet algorithme est conditionnée par le choix de certains paramètres. La décomposition modale empirique peut être décrite par l'organigramme de la figure II.5.

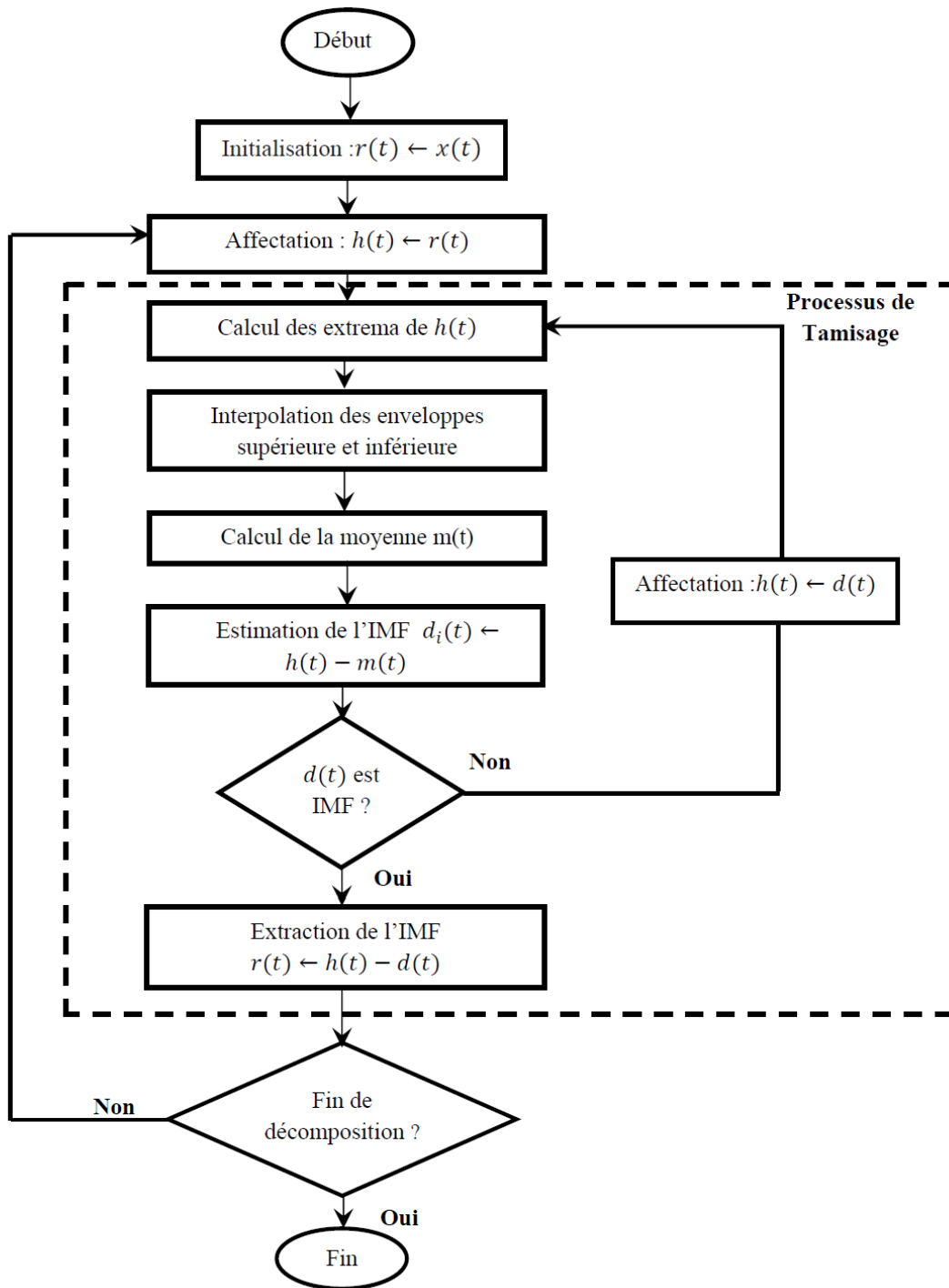


Fig. II.5 : - Organigramme du Pseudo-code de l'EMD.
(D'après Cexus 2005, Gada 2011)

- **Décomposition**

Les étapes permettant d'extraire les *IMF* peuvent être résumées comme suit :

On initialise tous d'abord le signal $h_0(t)$ par $x(t)$ et le signal résidu $r(t) = x(t)$.

La figure (II.6) ci-contre représente le signal $x(t)$, en vue d'une décomposition modale empirique. Le premier pas de la décomposition consiste à identifier les extrema locaux du signal $h_0(t)$. C'est le début du processus de tamisage. On interpole ensuite tous les maxima avec la méthode des splines cubiques pour construire l'enveloppe supérieure env_{sup} (U) et on fait de même avec les minima pour construire l'enveloppe inférieure env_{inf} (L). La figure (II.7) montre les deux courbes d'interpolation des minima (en rouge) et maxima (en bleu) locaux du signal $x(t)$. Notons que l'interpolation est une étape très importante dans le processus de décomposition car elle conditionne la forme des IMF . Plusieurs méthodes d'interpolation peuvent être utilisées. La méthode des splines cubiques reste cependant la plus utilisée. Par la suite, on calcule la moyenne (fig. II.8) :

$$m_1(t) = (env_{sup} + env_{inf})/2.$$

On calcule la différence entre le signal et le moyenne $m_1(t)$ afin de déterminer la première composante IMF notée $h_1(t)$, tel que :

$$h_1(t) = h_0(t) - m_1(t).$$

La figure (II.9) montre le résultat de cette différence. On remplace ensuite le signal $h_0(t)$ par le signal $h_1(t)$ et on refait les étapes précédentes jusqu'à satisfaire un critère donné.

A l'issue de cette étape qui indique la fin du processus de tamisage, on recueille la première composante IMF $d_1(t) = h_1(t)$ et on calcule le signal résidu $r_1(t) = r_0(t) - d_1(t)$

Cette première IMF forme la composante haute fréquence du signal et le résidu $r_1(t)$ contient les composantes des plus basses fréquences. Par la suite, on remplace $r_0(t)$ par $r_1(t)$ et $h_0(t)$ par $r_1(t)$ et on refait les étapes décrites précédemment afin d'extraire les autres composantes IMF . Ces étapes sont répétées jusqu'à atteindre le nombre d' IMF désiré où le nombre d'extrema de $r_0(t)$ est inférieur à 2.

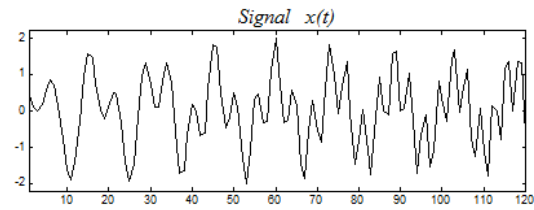


Fig. II.6 : - Représentation du signal $x(t)$

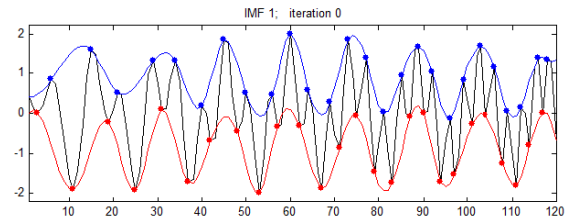


Fig. II.7 : - Enveloppe supérieure et inférieure obtenues par interpolation des maxima et minima locaux.

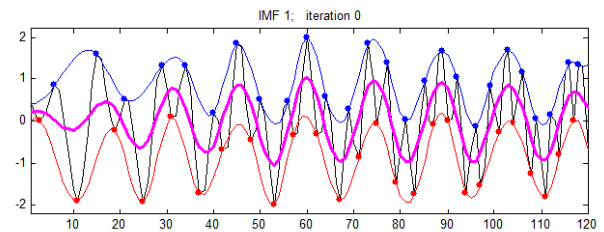


Fig. II.8 : - Moyenne locale du signal $x(t)$.

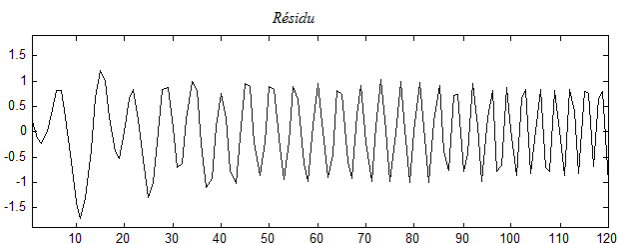
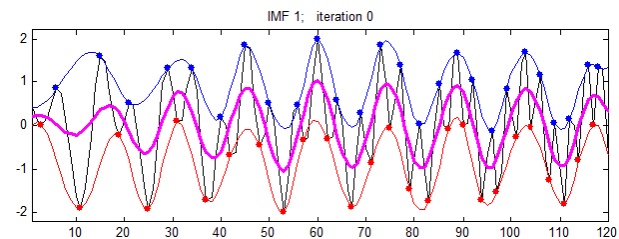


Fig. II.9 : - Processus du tamisage pendant l'extraction de l' IMF_1 .

• **Convergence**

Un critère d'arrêt doit être défini pour assurer que le signal obtenu vérifie bien les propriétés d'une IMF, tout en limitant le nombre d'itérations. L'EMD est composée de deux boucles (fig. II.5) : l'une permet d'extraire l'IMF (qui détermine le niveau de profondeur de la décomposition) et l'autre conditionne la fonction $IMF_j(t)$ de manière à valider la définition d'une IMF (Cexus 2005). Cependant, dans la pratique, la boucle de tamisage qui permet d'extraire des IMF correctement conditionnées est pilotée par un critère d'arrêt noté $SD(i)$ (Huang et al. 1998). De manière générale, les définitions du critère d'arrêt du tamisage reposent toutes sur le même principe : $h_{j,i}(t)$ est de moyenne nulle et symétrique. D'après la définition, c'est une des conditions d'existence d'une IMF. Le critère proposé par Huang et al. (1998) est basé sur le calcul de la variation relative du signal entre 2 itérations consécutives de l'algorithme. Les auteurs proposent ainsi un critère d'arrêt $SD(i)$ reposant sur la déviation standard et défini par :

$$SD(i) = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{i-1}(t) - h_i(t)|^2}{[h_{i-1}(t)]^2} \quad (33)$$

Le test d'arrêt est validé lorsque la différence entre deux tamisages consécutifs est inférieure à un seuil prédéfini ϵ : $SD(i) < \epsilon$

Lorsque la différence entre deux tamisages consécutifs est inférieure à un seuil prédéfini ϵ . La valeur de ϵ permettant d'arrêter le processus de tamisage est comprise entre 0.2 et 0.3 (Huang et al. 1998). Cette valeur (ajustée empiriquement) réalise un certain compromis : si ϵ est trop grand, alors l'EMD ne permet pas de séparer correctement les modes, inversement, si ϵ est trop petit, le principe risque d'aboutir à des composantes dont l'amplitude sera quasiment constante et modulées par une seule fréquence. De plus, SD permet de limiter l'écart-type entre deux itérations consécutives de tamisage. Un autre critère local a été proposé par Rilling *et al.* (2003) et est défini comme suit :

$$\sigma(t) = \left| \frac{\mu_{i-1}(t)}{U_{i-1}(t) - L_{i-1}(t)} \right| \quad (34)$$

Partant de ce critère local $\sigma(t)$ trois conditions nécessaires sont définies pour que $h_i(t)$ soit bien une IMF :

- La différence entre le nombre de zéros de $h_i(t)$ et le nombre de maxima de $h_i(t)$ est inférieure ou égale en valeur absolue à 1 ;
- $\sigma(t) < \theta_1, (\forall t)$;
- la quantité $t\sigma(t)$ doit être comprise entre θ_2 et α .

où θ_1 et θ_2 deux seuils tels que $0 \leq \theta_2 \leq \theta_1$. La première condition signifie qu'une IMF est une fonction oscillante autour de zéro. Les deux dernières conditions exigent que le paramètre $\sigma(t)$ soit faible. Rilling *et al.* (2003) proposent comme exemple de valeurs de seuils : $\theta_1 = 0.05$, $\theta_2 \approx 10 \theta_1$, $\alpha = 0.05$.

II.4 Spectre de Hilbert-Huang

Une fois que nous avons les composants de la fonction modale intrinsèque, la Transformée de Hilbert peut être appliquée à chaque composant pour obtenir les amplitudes, et en même temps la fréquence instantanée est calculée en utilisant l'équation (27). Par conséquent, l'équation (30) est réécrite dans l'expression suivante :

$$x(t) = \Re \sum_{j=1}^N a_j(t) \exp\left(i \int \omega_j(\tau) d\tau\right) \quad (35)$$

où \Re est la partie réelle du nombre complexe.

La distribution temps-fréquence de l'amplitude est désignée par le spectre d'amplitude de Hilbert $\mathcal{H}(\omega, t)$, ou simplement le spectre de Hilbert. A un instant t , la fréquence instantanée ω et l'amplitude sont calculées simultanément pour que ces valeurs soient affectées au spectre de Hilbert $\mathcal{H}(\omega, t)$.

$a_j(t)$ est un coefficient de dilatation dépendant du temps similaire à la constante dans l'expansion de Fourier et ω_j est la fréquence instantanée à un instant τ qui diffère de la fréquence constante ω_j dans de la transformée de Fourier de l'équation (36). Elle représente une forme généralisée de l'expansion de Fourier :

$$x(t) = \Re \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp(i\omega_j t) \quad (36)$$

Avec le spectre de Hilbert défini, le spectre marginal de Hilbert défini précédemment par l'équation (27), $\mathcal{H}(\omega)$, est défini par l'équation (37), cette fois à partir des composants de la fonction modale intrinsèque. C'est une mesure de la contribution énergétique totale de chaque fréquence sur l'ensemble de l'étendue des données dans un sens probabiliste. Le spectre fournit une manière quantitative de décrire la représentation temps-fréquence-énergie en intégrant le spectre de Hilbert sur toute la durée :

$$E(\omega) = \int_0^T \mathcal{H}(\omega, t) dt \quad (37)$$

où T est la longueur totale des données.

Une autre intégration sur l'intervalle de fréquence est l'énergie instantanée $IE(t)$, qui est défini par l'équation (38). Il fournit des informations sur la variation temporelle de l'énergie :

$$IE(t) = \int_{\omega} \mathcal{H}(\omega, t) d\omega \quad (38)$$

La présentation du spectre de Hilbert brut donne des résultats "désirables" et quantitatifs. Cependant, la représentation à plus haute résolution et les petits points dispersés dans le graphique Temps-Fréquence-Energie ne sont pas faciles à interpréter dans le spectre de Hilbert brut. Par conséquent, il est souvent recommandé d'utiliser des filtres (Laplacien pondéré, Gaussien, moyen pondéré local, ...) au spectre de Hilbert. Une vue "floue" ou "lissée" peut ainsi être dérivée de la présentation originale en utilisant un filtrage bidimensionnel (Rao et al 2008).

Les propriétés de cinq méthodes d'analyse spectrale décrites dans ce chapitre et dans le chapitre précédent basées sur la capacité à traiter les séries temporelles non linéaires et non stationnaires sont énumérées au tableau suivant :

	Fourier	MTM	Ondelettes	Hilbert-Huang
Base	à priori	à priori	à priori	Adaptative
Fréquence	Convolution : Globale Incertaine	Convolution : Globale Incertaine	Convolution : Régionale Incertaine	Différentiation : Locale Certaine
Présentation	Energie-Fréquence	Energie-Fréquence	Energie-Temps- Fréquence	Energie-Temps- Fréquence
Non Linéarité	Non	Non	Non	Oui
Non Stationnarité	Non	Oui	Oui	Oui
Extraction de caractéristiques	Non	Non	Non (Discrète) Oui (Continue)	Oui
Base Théorique	Théorie complète	Théorie complète	Théorie complète	Empirique

Tableau II.1: Comparaison des différentes méthodes d'analyse spectrale
(D'après Huang et al. 1998)

Pour résumer, l'analyse par la Transformée de Hilbert-Huang d'un signal multi-composantes comporte essentiellement deux étapes : la décomposition temporelle (EMD) et l'estimation des Fréquences instantanées et des Amplitudes Instantanées à l'aide de la Transformée de Hilbert (Cexus 2005). Ceci est illustré par l'organigramme simplifié de la figure II.10.

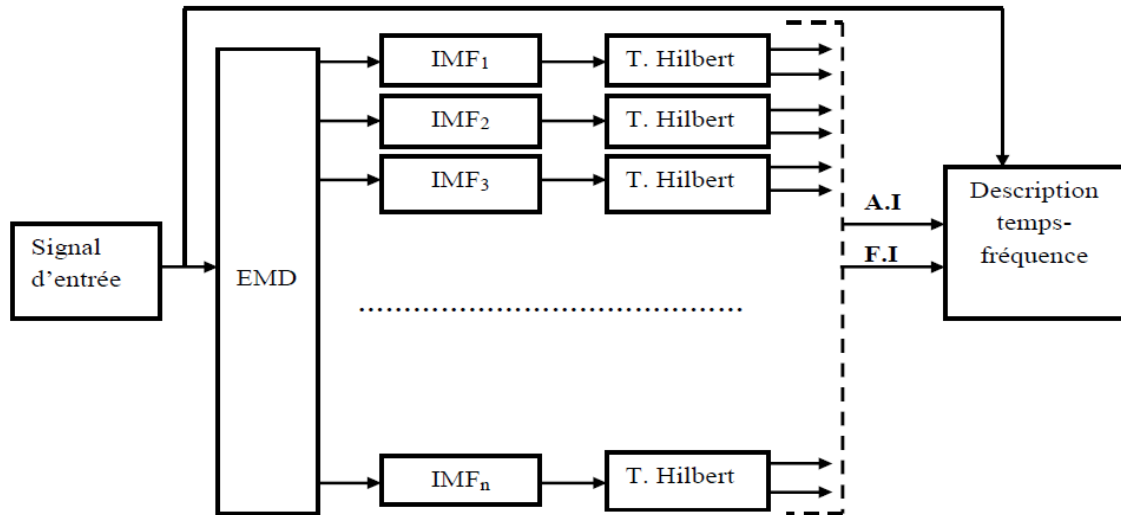


Fig. II.10 : - Organigramme simplifié de la Transformée de Hilbert-Huang. (D'après Gada 2013).

Thomas Oberlin (2013), à l'aide d'un signal test, montre un exemple d'application de la Transformée de Hilbert-Huang. La Figure II.11 (a) montre un signal test, composé de trois modes modulés, bien séparés fréquentiellement. Les IMFs et le spectre de Hilbert-Huang de ce signal sont tracés dans les Figures II.11 (b) et (c) respectivement. Il est clair que l'EMD parvient à séparer les composantes, et permet d'obtenir une représentation temps-fréquence concentrée du signal.

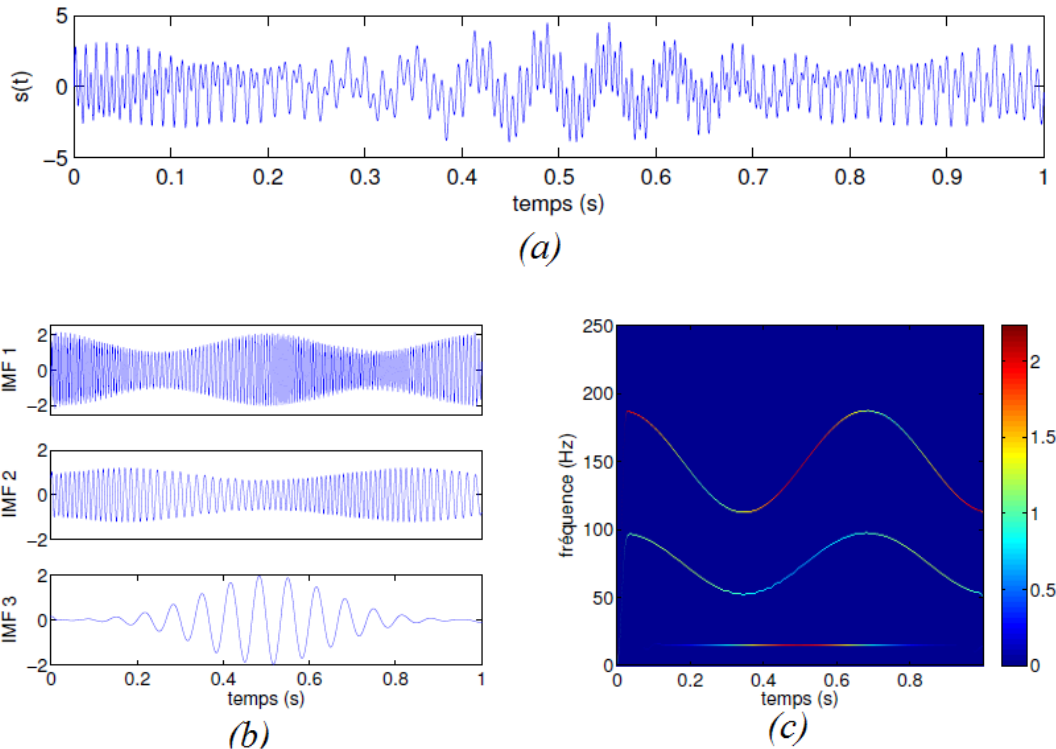


Fig. II.11 : - Décomposition modale empirique d'un signal test à 3 composantes bien séparées en fréquence. (a) Le signal ; (b) Les trois IMFs correspondent aux trois composantes du signal ; (c) Spectre de Hilbert-Huang. (D'après Oberlin 2013).

Chapitre III

**Application des méthodes
d'analyse spectrale : Energie-
Temps-Fréquence à l'analyse du
régime pluviométrique**

Application des méthodes d'analyse spectrale : Energie-Temps-Fréquence à l'analyse du régime pluviométrique

III.1 Introduction

Le système hydrologique est un système naturel complexe où de nombreux facteurs influencent le climat et conditionnent son comportement. La variabilité et les tendances observées dans le climat subissent également l'influence de ce que l'on appelle des téléconnexions, c'est-à-dire des oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle.

Dans ce dernier chapitre, on s'attachera à analyser les séries pluviométriques à l'aide des méthodes temps-fréquence issues de la transformée de Fourier, de la transformée en Ondelettes et de la transformée de Hilbert-Huang afin d'étudier la périodicité du régime pluviométrique, les oscillations à long et à court terme et les tendances intégrées dans les données pluviométriques. On procédera par la suite à l'analyse des données des indices d'oscillations océaniques et atmosphériques pour une caractérisation spectrale afin de mettre en évidence les relations probables avec les précipitations et leur impact sur le régime pluviométrique global en Algérie du Nord.

III.2 Présentation de la région d'étude

III.2.1 Situation géographique

L'Algérie septentrionale d'une superficie de 150 000 km² environ est limitée au Nord par la mer Méditerranée et au Sud par l'Atlas Saharien (fig. III.1). Elle occupe la partie centrale des Atlas. C'est un pays de montagnes basses et moyennes, de hautes plaines et de plateaux. L'altitude moyenne ne dépasse pas 900 m. La partie côtière est occupée par des plaines basses petites et d'anciens massifs cristallins très démembrés. En limite Sud se trouve le système montagneux de l'Atlas Tellien, dont certains sommets atteignent ou dépassent 2000 m d'altitude. Ces montagnes sont coupées de gorges profondes où s'intercalent d'importantes cuvettes.

Plus au Sud, s'étend la région des hauts-plateaux atteignant 800 à 1200 m d'altitude. Dans les parties les plus basses de ces derniers, s'encastrent les Chotts. Au sud les hauts plateaux sont encadrés par les chaînes de l'Atlas Saharien et par le massif des Aurès, dont certains sommets dépassent 2300 m d'altitude (fig. III.2).



Fig. III.1 Situation géographique de la région d'étude.

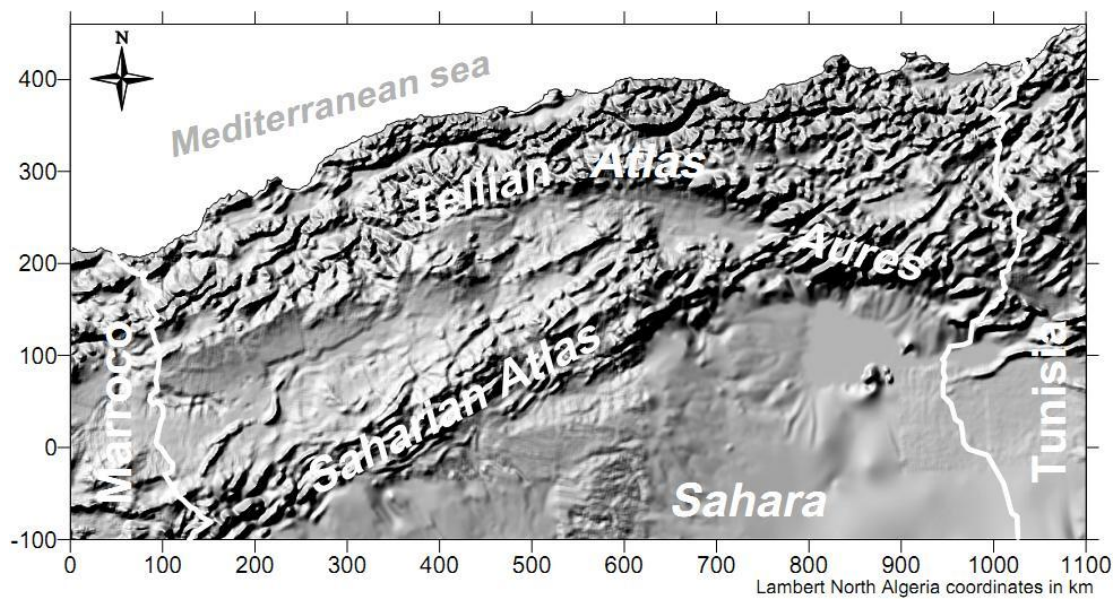


Fig. III.2 Topographie de l'Algérie du Nord.

III.2.2 Climatologie

Le climat de l'Algérie du Nord est subtropical méditerranéen, se caractérise par un été très chaud et sec et un hiver relativement chaud et pluvieux. Dans les hauts-plateaux le climat est plus sec et plus continental. Le facteur prédominant dans la formation de l'écoulement des cours d'eau est évidemment la précipitation, qui est très irrégulière durant l'année.

L'altitude et l'orientation des chaînes montagneuses vis-à-vis des vents dominants, l'éloignement de la mer et la nature de la couverture végétale ont une grande influence sur les précipitations et leur répartition spatiale.

C'est pour cela que les précipitations moyennes annuelles en Algérie septentrionale varient très fortement d'une région à l'autre. Elles s'échelonnent de 1600 voir 1900 mm sur les cimes des montagnes de grande et petite Kabylie jusqu'à 200 mm dans les régions intérieures du pays. En hiver, une petite partie de ces précipitations tombe sous forme de neige. Son épaisseur n'est jamais importante mais peut atteindre 30 cm et plus en montagne.

Les températures moyennes annuelles de l'air sont de l'ordre de 18°C dans les régions côtières et de 14°C plus au Sud.

Le couvert végétal naturel est méditerranéen ou semi-désertique et obéit à la loi de l'étagement en montagne.

III.2.3 Présentation des données

- **Précipitations**

Nous nous intéressons dans cette étude aux données pluviométriques au pas mensuels de quatre stations situées dans la partie septentrionale de l'Algérie, dont trois situées dans des régions côtières : celle de Annaba située à l'Est du pays, et celle de Dar El Beida située dans la banlieue d'Alger au centre du pays, et celle d'Oran est située à l'Ouest du pays. La quatrième station est celle de Aïn Oussera située à l'intérieur du pays au niveau des Hauts plateaux. La figure(III.3) donne la répartition des pluies pour les quatre stations. Ces données sont celles issues de la banque de données : The World Bank Group (Climate Change Knowledge Portal), téléchargées du site suivant :

http://sdwebx.worldbank.org/climateportal/index.cfm?page=country_historical_climate&Th isCCCode=DZA

Les données pluviométriques couvrent une longue période de 1901 jusqu'en 2015. La figure (III.3) présente l'évolution des précipitations mensuelles au cours du temps des quatres stations retenues dans cette étude. Les principales caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant :

Stations	Coordonnées	Périodes	Moyennes(mm)	Variances(mm^2)	Min(mm)	Max(mm)
Annaba	36.89° N - 7.79° E	1901-2015	54.3402	2.233*10 ³	0	266.60
Dar El Beida	36.54° N - 3.19° E	1901-2015	47.8459	2.128*10 ³	0	334.60
Oran	35.69° N - 0.66° O	1901-2015	31.0861	926.5115	0	173.30
Aïn Oussera	35.48° N - 2.72° E	1901-2015	34.8699	905.2414	0	169.30

Tableau n° : III.1 – Coordonnées et Caractéristiques statistiques des pluies mensuelles.

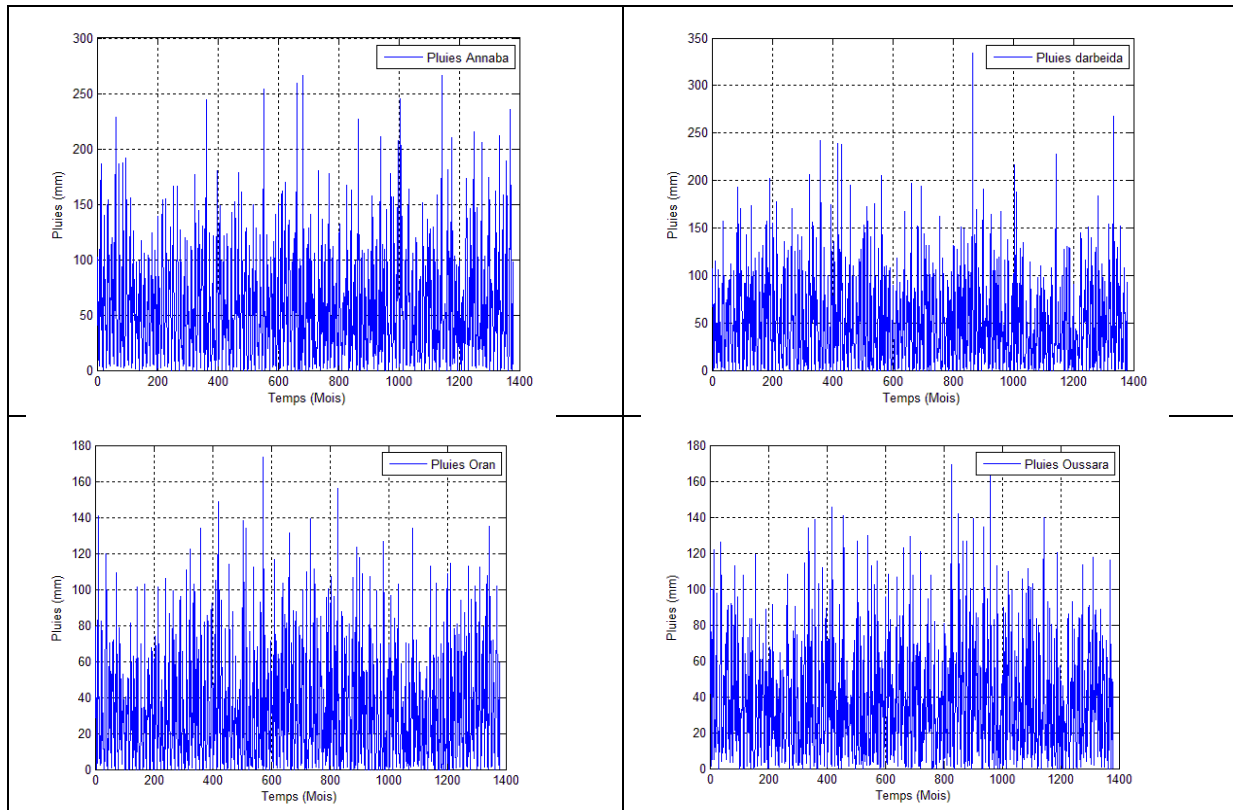


Fig. III.3 : Répartition des pluies pour la période 1901-2015

- **Indices climatiques**

La circulation atmosphérique, communément décrite par les modèles spatiaux de pression au niveau de la mer et leur évolution dans le temps, est l'une des forces motrices les plus importantes du climat de surface. Plusieurs régimes de téléconnexion (oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle) connus dont on se sert pour décrire diverses caractéristiques de la circulation sur la planète, les principales oscillations qui ont une incidence sur le climat et sur les régimes pluviométriques comprennent notamment : l'Oscillation Nord-Atlantique, l'Oscillation Australe, l'Oscillation décennale du Pacifique, l'Oscillation multidécennale de l'Atlantique, ainsi que d'autres schémas de circulation régionale comme l'oscillation méditerranéenne et l'Oscillation Méditerranéenne Occidentale.

- **L'Oscillation Nord-Atlantique**

L'Oscillation Nord-Atlantique NAO, pour North Atlantic Oscillation est un phénomène à la fois océanique et atmosphérique. Il fait référence aux mouvements de va-et-vient, selon un axe Nord-Sud, de masses d'air situées au-dessus de l'Arctique et de l'Islande en direction des Açores et de la péninsule Ibérique. La NAO influence le climat sur tout le pourtour de l'Atlantique Nord, principalement en Europe. Elle occasionne entre autres des changements de pression au sol qui conditionnent directement la position et l'intensité de l'anticyclone des Açores.

La NAO a été découverte pour la première fois par Sir Gilbert Walker dans les années 1920, elle caractérise la circulation atmosphérique de l'hémisphère Nord (Fig.III.4 et Fig III.5). La NAO régit les hivers d'Europe du Nord. Elle est mise en évidence par les différences de pression entre les Açores et l'Islande. La NAO est plus importante en hiver et présente deux phases à savoir : une phase positive et une phase négative. Chaque phase est responsable de conditions atmosphériques distinctes autour de l'Atlantique Nord. En outre la NAO caractérise un fort gradient de pressions présent sur l'Atlantique Nord. Selon, la position relative des hautes et des basses pressions, la NAO sera dite positive ou négative. En cas de NAO positive (fig.III.4), il y a un fort courant d'ouest générant de multiples dépressions vers l'Europe du nord. En cas de NAO négative (Fig. III.4), le rail dépressionnaire est moins intense et passe plus au sud.

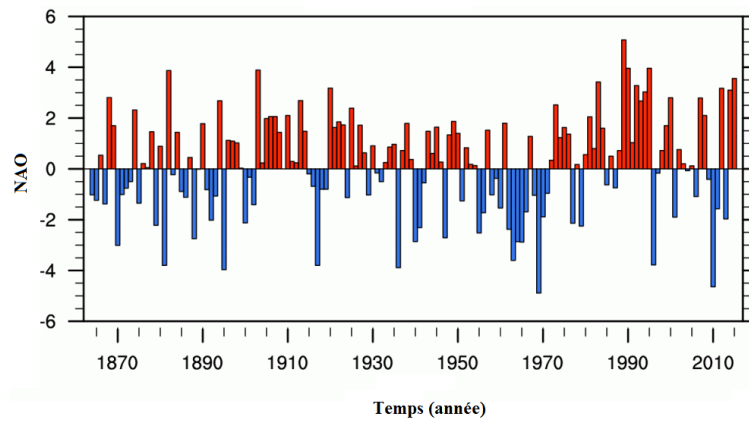


Fig. III.4 : - L'indice d'oscillation Nord-Atlantique 1864-2015

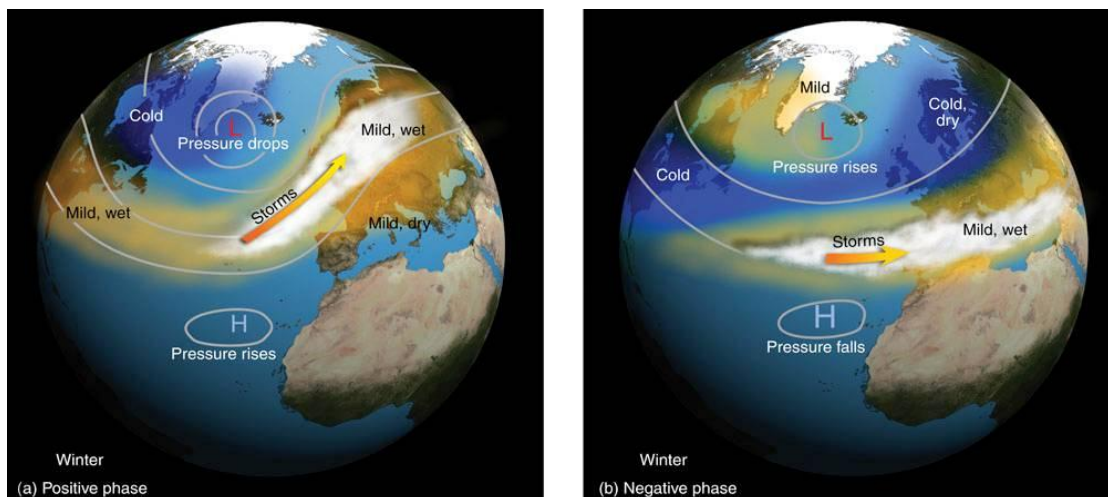


Fig.III.5: - Les deux phases de l'indice NAO

▪ L'Oscillation australe

L'oscillation australe est un phénomène météorologique découvert au début du XX^e siècle par le mathématicien anglais Sir Gilbert Walker, directeur général des observatoires météorologiques des Indes. Il découvrit que la pression atmosphérique au niveau de la mer oscille régulièrement dans l'océan Pacifique sud entre un "indice haut" et un "indice bas", phénomène que Walker baptisa l'*oscillation australe*. Ainsi en novembre, la pression est plus élevée à l'est de Tahiti que plus à l'ouest. Cette différence de pression le long de l'équateur crée une circulation des masses d'air vers l'ouest. À d'autres époques, le phénomène inverse se produit : pression plus élevée à l'ouest de Tahiti, affaiblissement des alizés de surface et déplacement des masses d'air vers l'est. Cette phase d'indice bas est généralement accompagnée d'un El Niño. L'oscillation australe et le El Niño combinés donne l'ENSO.

Ceci est accompagné d'un réchauffement des températures océaniques de surface dans le centre et l'est de l'océan Pacifique ainsi que d'une diminution de la force des alizés. Des phénomènes météorologiques inhabituels se produisent alors dans tout le Pacifique : sécheresse dans les régions habituellement humides, fortes pluies dans les régions sèches, cyclones dans le Pacifique central (Polynésie française). Une valeur positive persistante est, elle, accompagnée du phénomène inverse de La Niña (Fig.III.6).

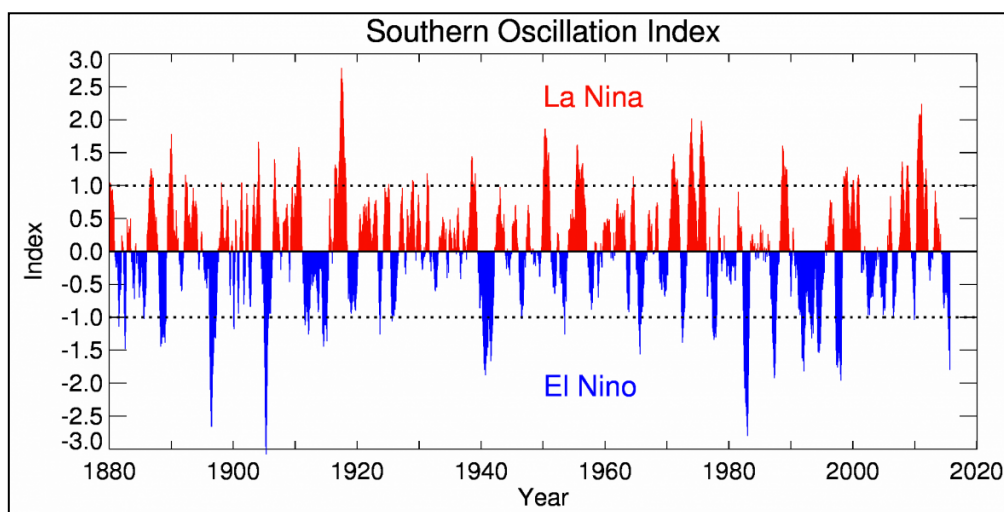


Fig.III.6: - SOI : L'indice d'oscillation Australe

Ce phénomène est évalué par l'indice SOI pour South Oscillation Index, calculé avec les pressions de Darwin située au Nord de l'Australie et de Papeete au niveau de la station de FAAA à Tahiti, gérée par Météo-France (Fig.III.7).

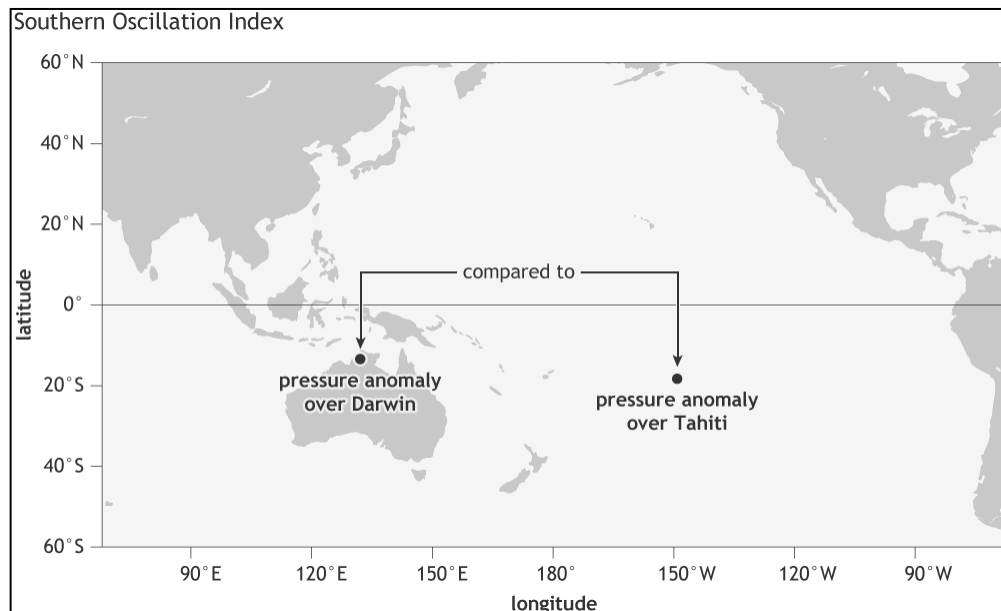


Fig.III.7: - SOI : calculé avec les pressions à Darwin et à Tahiti.

▪ **L'Oscillation Méditerranéenne**

L'Oscillation Méditerranéenne a été défini par Conte et al. (1989) et par Palutikof et al. (1996). Conte et al. (1989) sont les premiers chercheurs à parler d'une «Oscillation Méditerranéenne (MO) pour Mediterranean Oscillation entre l'Ouest et l'Est du bassin Méditerranéen avec un indice calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger en Algérie et Le Caire en Egypte (Fig.III.8).

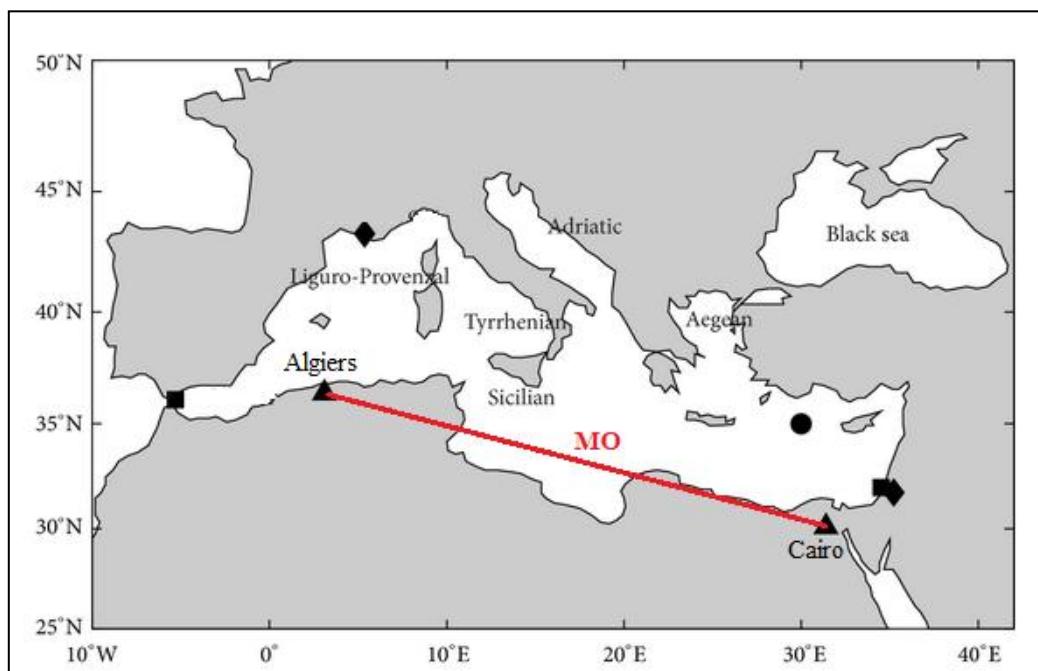


Fig.III.8 : - MO : l'indice d'Oscillation Méditerranéenne est calculé comme la différence des pressions normalisée entre Alger et Le Caire.

L'Oscillation Méditerranéenne (MO) est lié à l'activité de la cyclogenèse en Méditerranée, principalement dans la baie de Gênes. Dans la phase positive de MO, la cyclogenèse est anormalement intense alors que dans la phase négative, elle est anormalement faible. L'indice d'oscillation Méditerranéenne et l'indice d'oscillation Nord-Atlantique sont fortement corrélés entre eux, comme les passages des fronts froids de l'Atlantique, décrits par la variabilité de l'indice d'oscillation Nord-Atlantique l'un des déclencheurs de la cyclogenèse méditerranéenne.

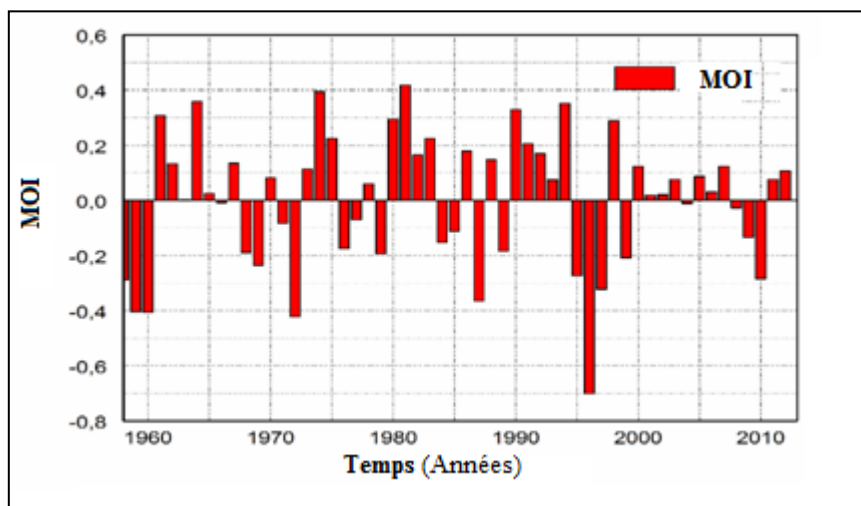


Fig.III.9 : - Evolution de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (OMI)

▪ L'Oscillation Méditerranéenne Occidentale

L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale WeMO pour Western Mediterranean Oscillation, proposé par Martin-Vide et Lopez-Bustins (2006) est défini comme la différence des pressions de surface normalisées entre les stations de San Fernando e Espagne et Padua en Italie (Fig.III.10 et Fig III.11). Il est caractérisé dans sa phase positive par le renforcement de l'Anticyclone des Açores et son extension sur le quart Sud-ouest de la péninsule ibérique, associée à de faibles pressions au niveau du Golfe de Ligurie, induisant une circulation générale NO-SE des masses d'air en surface. A l'inverse, sa phase négative correspond à une zone de basses pressions centrée sur le quart Sud-ouest de la péninsule ibérique associée au renforcement de l'Anticyclone central européen et à son extension sur le Golfe Ligurie, induisant une circulation générale Est-Ouest des masses d'air en surface.

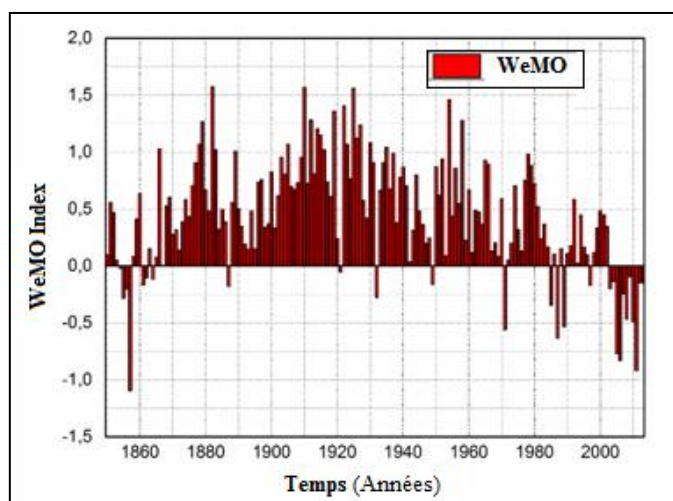


Fig. III.10 : - Evolution de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO)

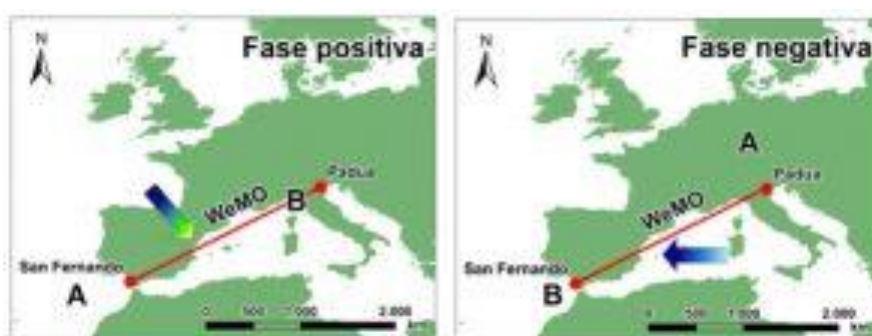


Fig. III.11: - Présentation des deux phases de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (d'après Estrela et al., 2002; Azorín-Molina and Lopez-Bustins, 2004).

• Présentation des données des Indices climatiques

Les indices d'oscillations climatiques retenus dans cette étude sont : NAO, SOI, WeMO et le MO. Les indices, leurs périodes, leurs types et la source des données sont résumés dans le tableau suivant :

Indice	Période	Type	Source
NAO	1901-2015	mensuel	Climatic Research Unit, University of East Anglia (https://climatedataguide.ucar.edu/sites/default/files/nao_station_monthly.txt)
SOI	1901-2015	mensuel	Climatic Research Unit, University of East Anglia (https://www.ncdc.noaa.gov/teleconnections/enso/indicators/soi/)
WeMO	1901-2015	mensuel	Group of Climatology-university of Barcelona -Javier Martin-Vide And Joan-Albert Lopez-Bustins (Spain) (http://www.ub.edu/gc/English/wemo.htm)
MO	1958-2000	Mensuel	Climatic Research Unit, University of East Anglia (https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/moi/moi1.output.dat)
MO	1948-2016	Journalier	Climatic Research Unit, University of East Anglia (https://crudata.uea.ac.uk/cru/data/moi/moi1.output.dat)

Tableau.III.2: - Description des indices utilisés dans cette étude.

Nous avons utilisés pour les indices NAO, SOI et le WeMO le pas mensuel sur une période s'étalant de Janvier 1901 à Décembre 2015. Pour le MO, les données mensuelles disponibles ne couvrent que de Janvier 1958 à Décembre 2000.

Cependant, nous disposant pour le MO de données journalières qui couvrent la période de Janvier 1948 à Décembre 2016. A cette échelle, il serait intéressant de voir l'influence du MO sur les pluies lorsque le temps à travers la Méditerranée est fortement influencé par les phénomènes d'échelle synoptique. La figure(III.12) ci-contre montre la variabilité de l'indice.

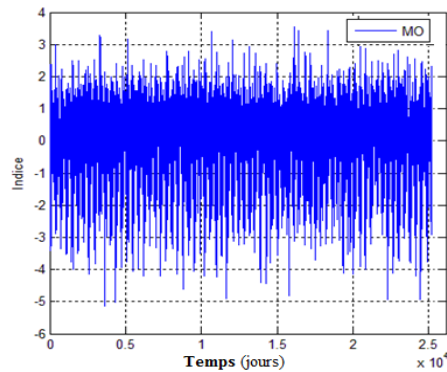


Fig.III.12 : - Répartition de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas journalier (1948-2016).

La figure(III.13) donne la répartition des indices au pas mensuel du NAO, WeMo, SOI et le MO à travers le temps qui semble être fortement différents.

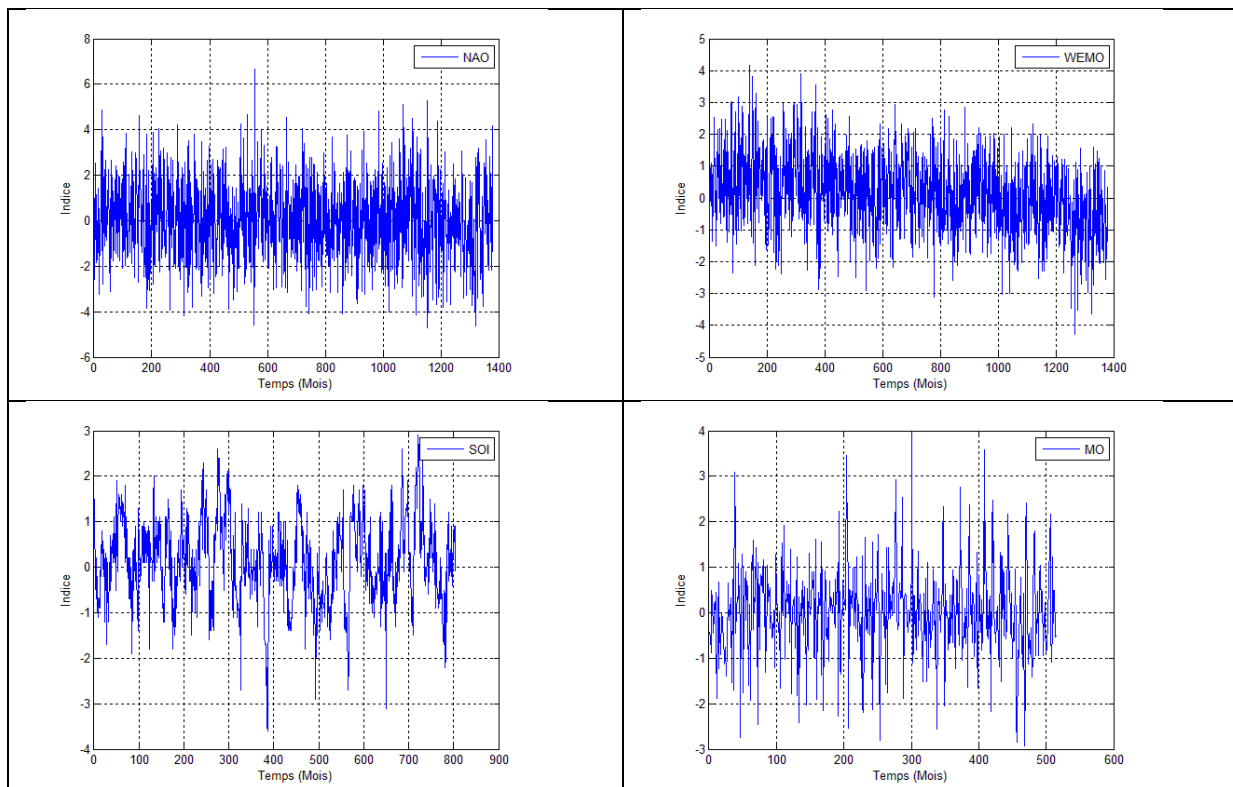


Fig. III.13 : - Répartition à travers le temps des indices climatiques

III.3 Résultats et interprétation

III.3.1 Analyses univariées des pluies

- **Densité Spectrale de Puissance**

Pour l'estimation de la densité spectrale de puissance, nous avons utilisé dans un premier temps la méthode la plus simple celle du périodogramme dans ses deux versions bilatérale et unilatérale sur l'ensemble de l'intervalle de Nyquist. Nous avons utilisé également une version améliorée du périodogramme qui est celle de la méthode de Welch afin de caractériser les fréquences caractéristiques. Par ailleurs nous avons également utilisé pour le calcul de la densité spectrale de puissance la technique MTM introduite par David J. Thomson afin de réduire les effets de bruits et extraire les fréquences les plus caractéristiques. En dernière étape nous avons utilisé deux autres méthodes non-paramétriques, l'une basée sur le modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et l'autre basée sur la méthode de covariance et covariance modifiée qui estime la densité spectrale de puissance en adaptant un modèle autorégressif au signal en minimisant les erreurs de prédiction avant et arrière dans le sens des moindres carrés.

On note cependant, que nous avons tenté d'appliquer l'une des méthodes d'analyses caractéristiques celle des algorithmes MUSIC, mais les résultats obtenus ont été très différents de ceux obtenus par les méthodes citées précédemment. Ceci est probablement dû à une mauvaise maîtrise de la technique et sur le choix appropriés de ses paramètres. A ce titre, nous avons renoncé de présenter les résultats obtenus par cette technique.

Pour les pluies à Annaba, les résultats obtenus sont présentés dans la figure(III.14). Nous constatons sur la figure III.14 que pour les deux premières techniques (a) et (b) que seule la fréquence correspondant à la composante annuelle est bien visible. La méthode de Welch (c) et la méthode MTM de Thomson (d) montrent uniquement et nettement la composante annuelle, alors que la méthode basée sur le modèle autorégressif de Yule-Walker et la méthode de covariance et covariance modifiée mettent en évidence d'une façon spectaculaire la composante annuelle ainsi que d'autres composantes de moindre magnitude à six mois et à quatre mois.

Afin de comparer les résultats obtenus pour les quatre stations, la figure(III.15) présente les Densités spectrales de puissance des stations de Annaba, Dar El Beida (DEB), Oran et Ain Oussera en utilisant le modèle autorégressif de Yule-Walker (a) et la méthode de covariance et covariance modifiée (b). Nous constatons que le comportement spectral est presque identique pour les quatre stations et que la composante annuelle (12 mois) est la plus dominante. D'autres composantes moins importantes sont également présentes dont la plus évidente est la composante semestrielle (6 mois).

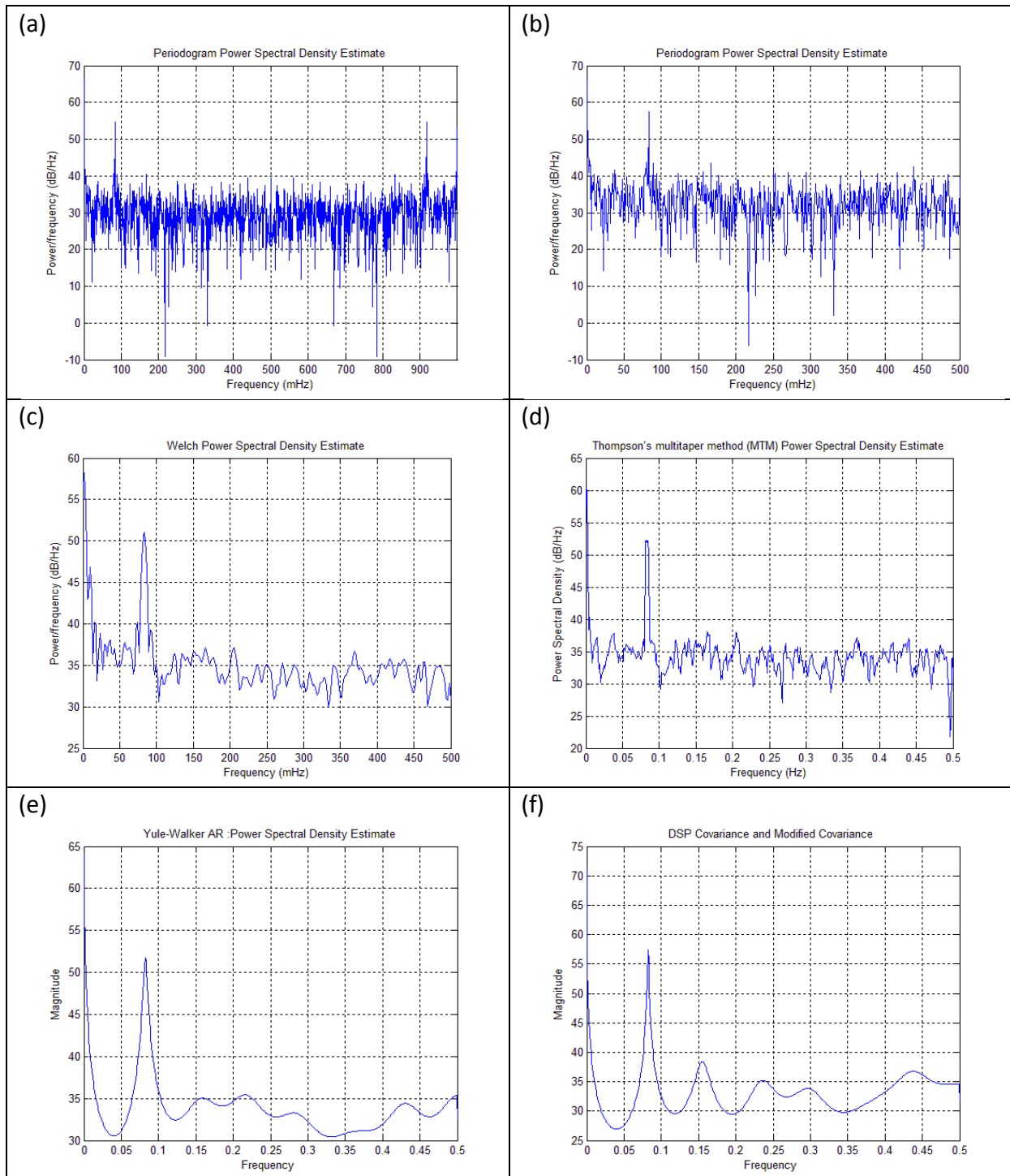


Fig. III.14 : - Densité spectrale des pluies à Annaba utilisant les méthodes : (a)- Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)- Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.

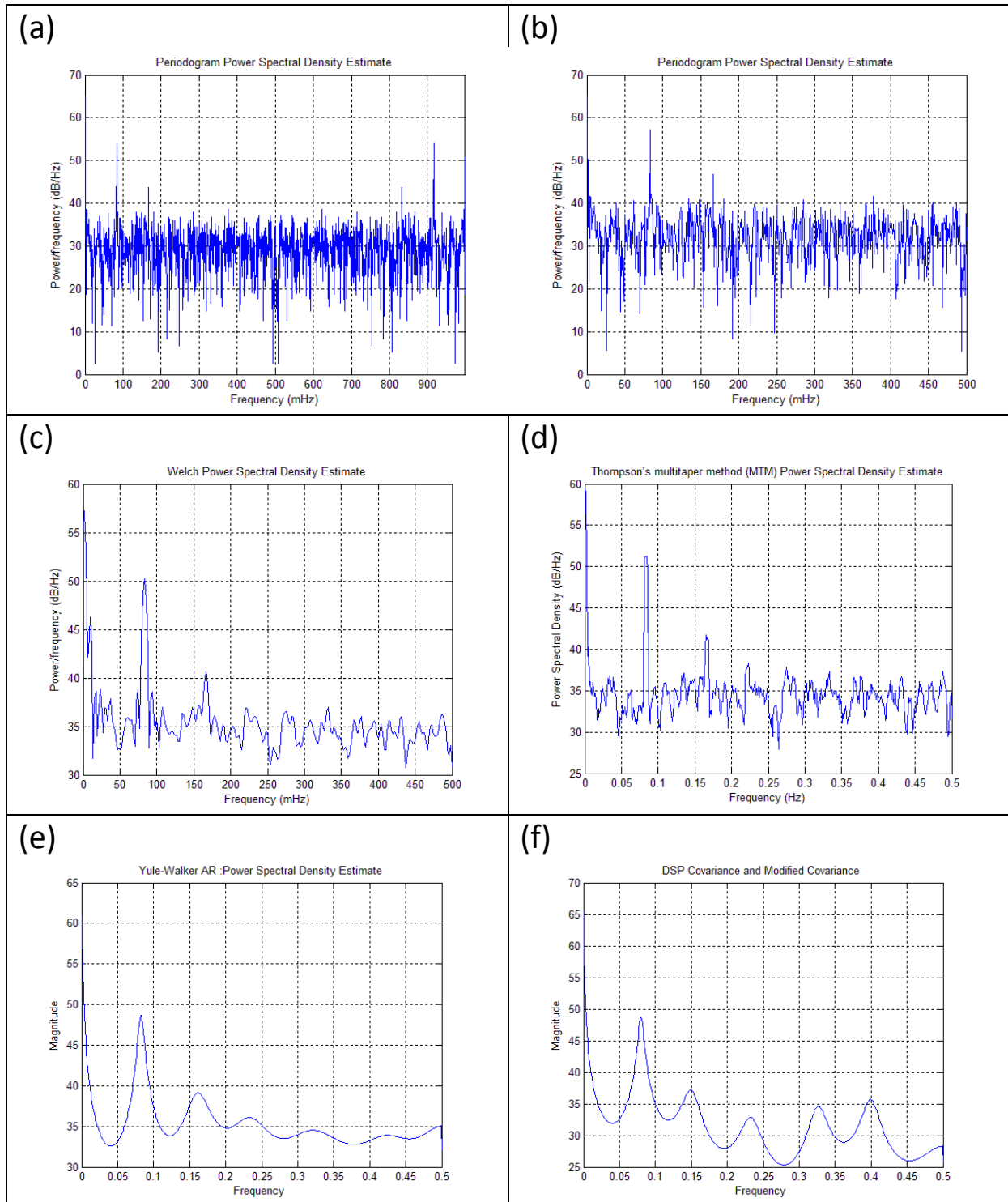


Fig.III.14 : - Densité spectrale des pluies à Dar El Beida utilisant les méthodes : (a)- Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)- Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.

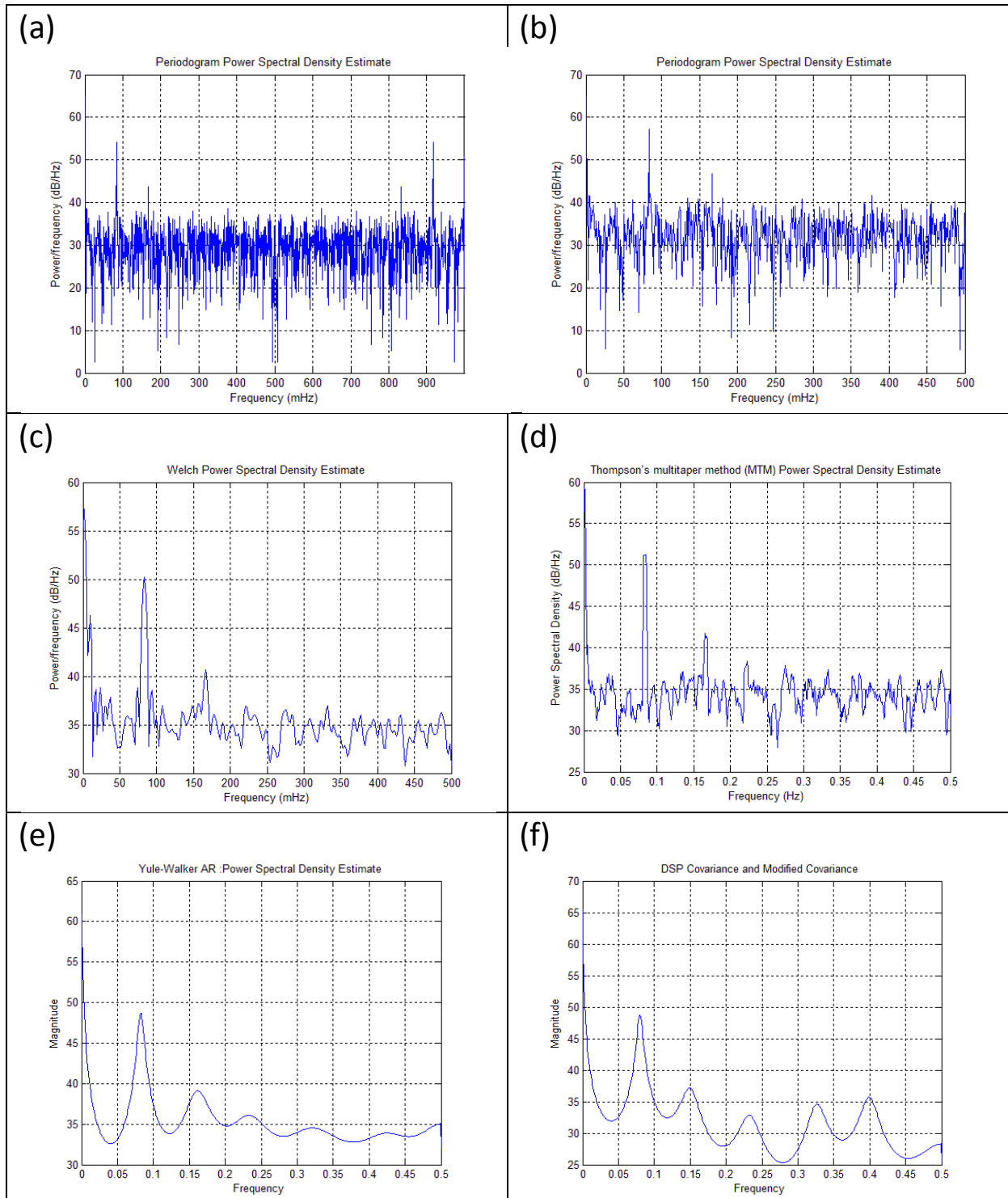


Fig.III.14 : - Densité spectrale des pluies à Oran utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.

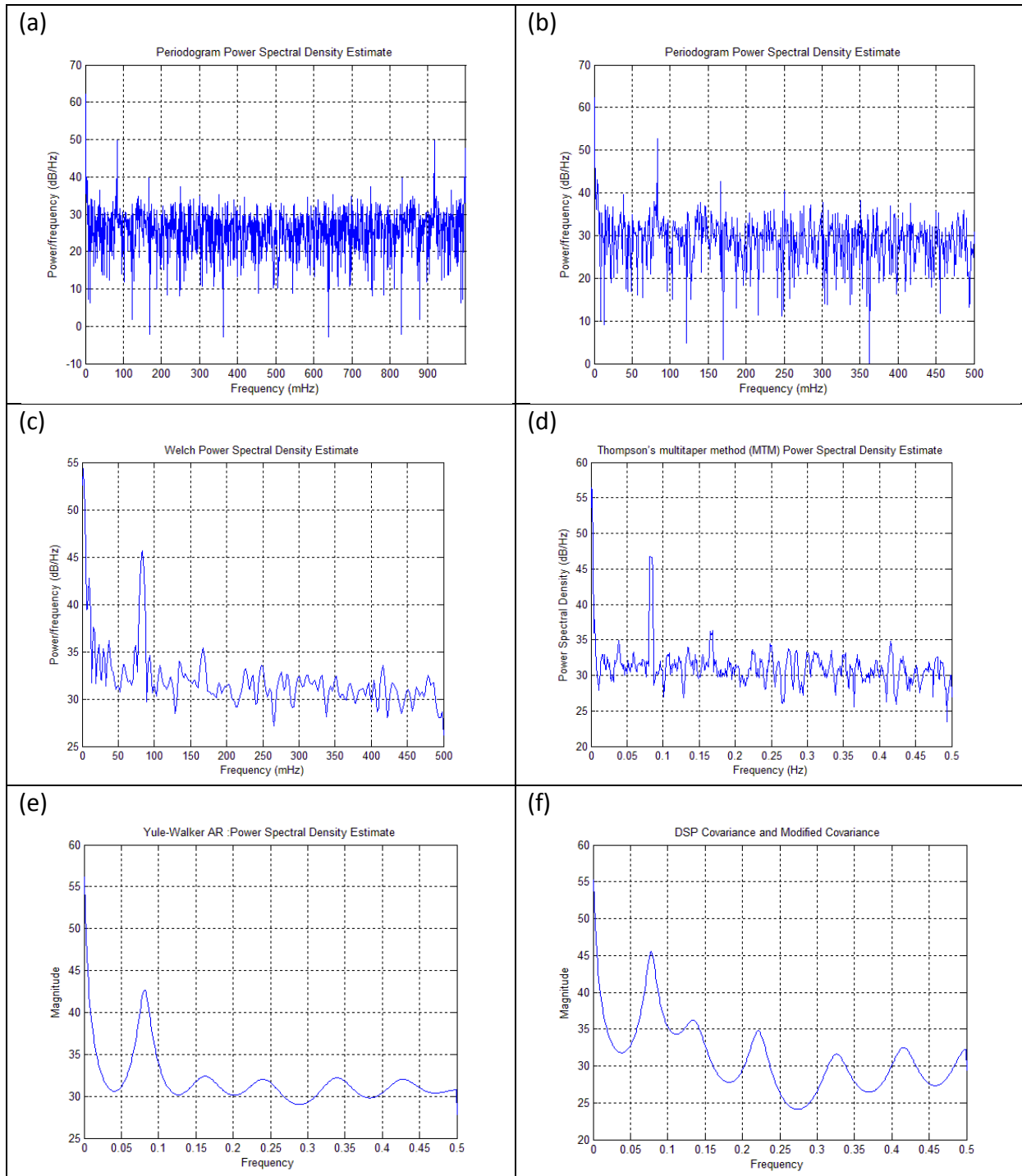


Fig.III.14 : - Densité spectrale des pluies à Ain Oussera utilisant les méthodes : (a)- Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)- Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.

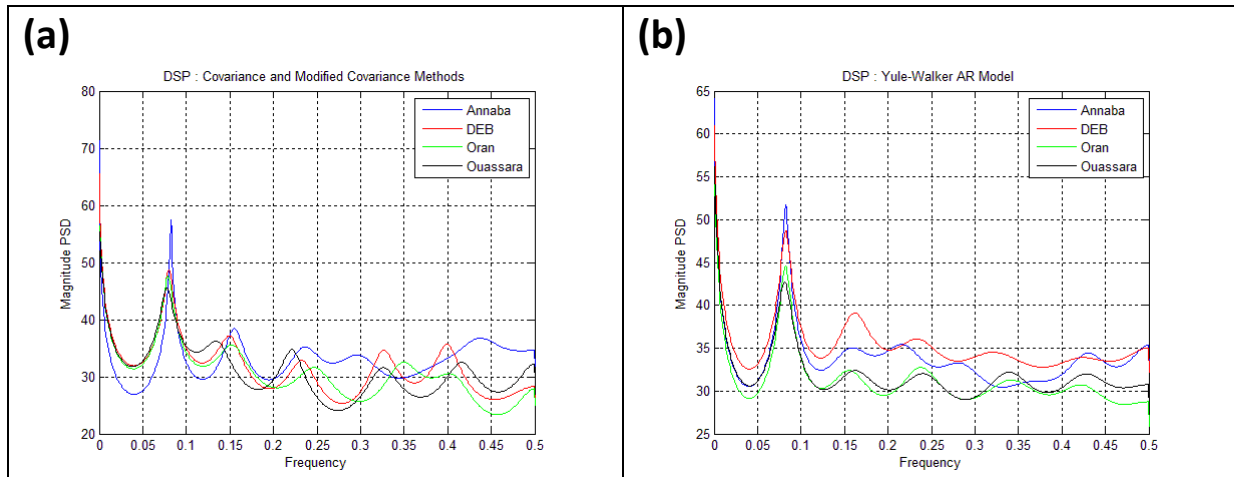


Fig.III.15 : - Densité spectrale des pluies pour les quatre stations (Annaba, Dar El Beida (DEB), Oran et Ain Oussera) utilisant (a)- Le Modèle autorégressif de Yule-Walker, (b)-La méthode de covariance et covariance modifiée.

- **Spectrogrammes**

Les spectrogrammes calculés pour les pluies sont ceux utilisant la transformée de Fourier à court terme (STFT) à partir des séries temporels des pluies comme décrit dans le chapitre I. La figure(III.16) illustre les spectrogrammes obtenus pour les pluies des quatre stations : (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida, (c) – Oran et (d) – Ain Oussera. Les spectrogrammes mettent nettement en évidence la fréquence 0.083 correspondant à la composante annuelle.

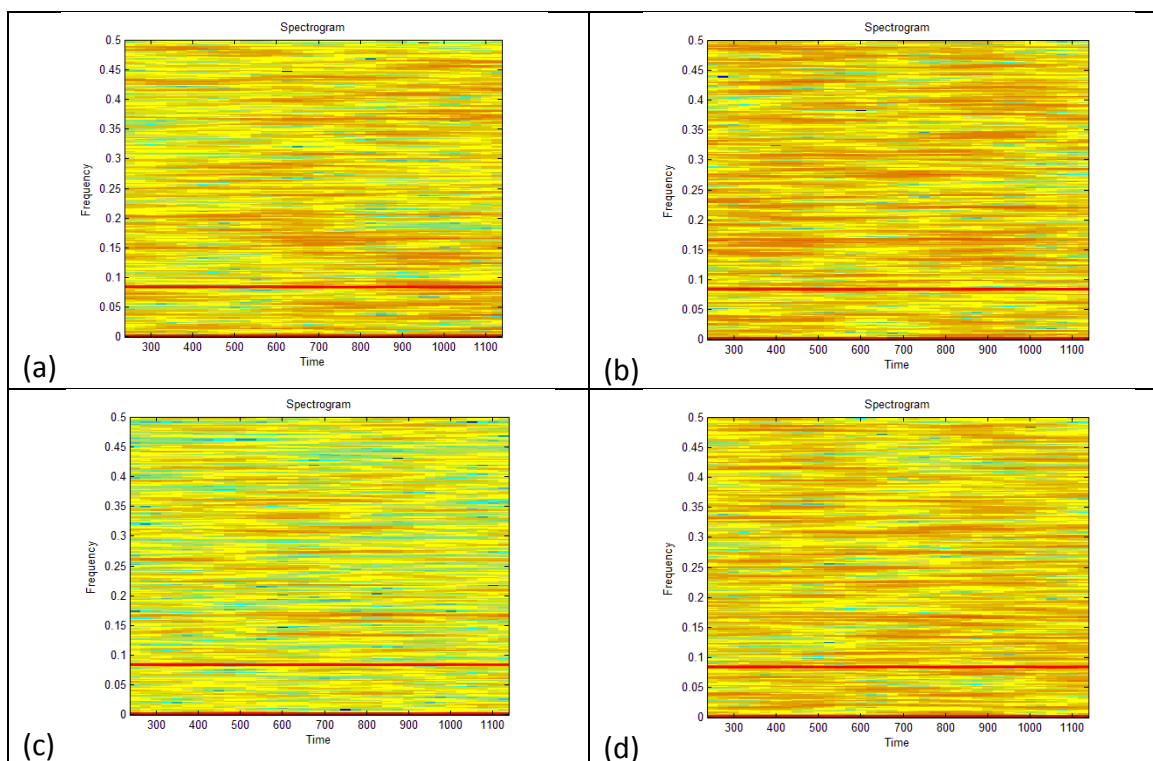


Fig. III.16: - Spectrogrammes des pluies : (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida, (c) – Oran et (d) – Ain Oussera.

- **Analyse en Ondelettes Continue**

Les techniques de transformées en ondelettes ont été appliquées aux données mensuelles des quatre stations : (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida, (c) – Oran et (d) – Ain Oussera. Les spectres en ondelettes de Morlet de pluies ont été calculés et représentés sur la figure(III.17). Les calculs ont été effectués sous Matlab en utilisant l'algorithme présenté par Torrence et Compo (1998). A petites échelles, les spectres en ondelettes de Morlet des pluies mettent en évidence temporellement des processus à hautes fréquences qui sont très épars et discontinus. A plus grande échelle, les spectres révèlent nettement la composante annuelle. Pour des échelles plus grandes, on remarque la présence de certains processus plus ou moins bien localisés en temps correspondant à des processus pluriannuels.

Les spectres Globaux mettent nettement en évidence les composantes annuelles (12 mois) ainsi que d'autres composantes très faiblement manifestées à plus grandes échelles.

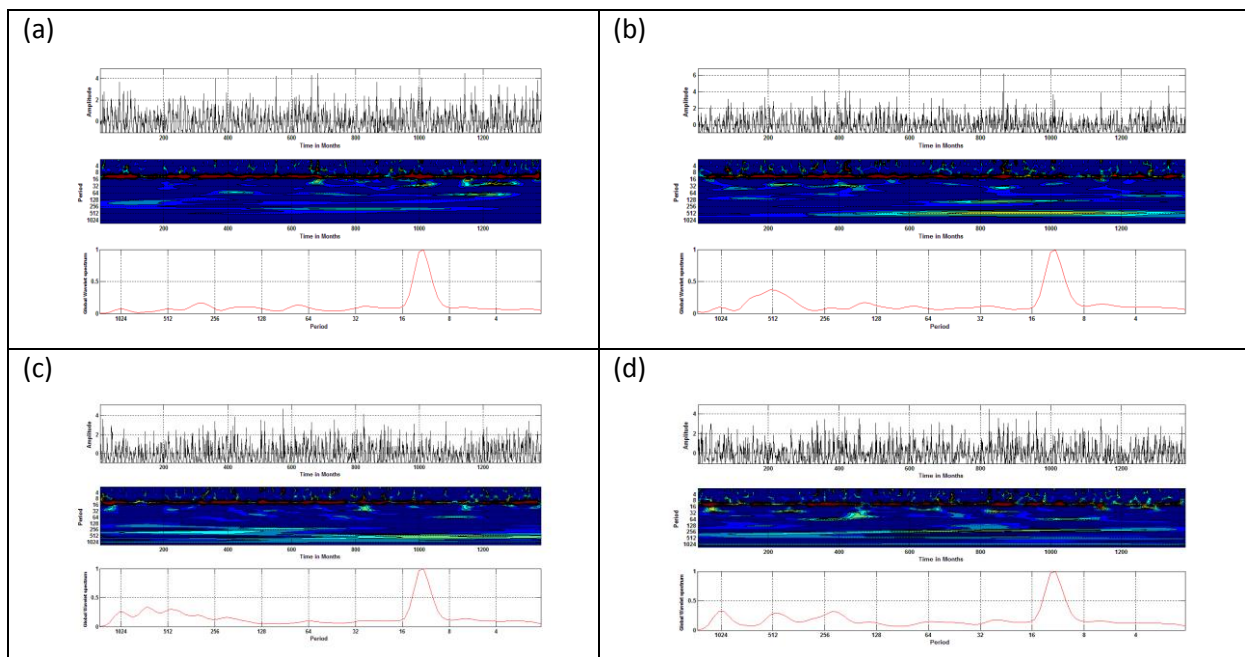


Fig.III.17: - Analyse en ondelettes continue de Morlet. : Série chronologique ; Spectre en ondelettes de Morlet ; Spectre global pour les quatre stations (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida, (c) – Oran et (d) – Ain Oussera.

- **Analyse en Ondelettes Discrète (Multirésolution)**

Des analyses multirésolution en ondelettes avec l'ondelette de Daubechies (daub 10) sont appliquées sur les données mensuelles des pluies. L'évolution temporelle des coefficients en ondelettes de Daubechies est représentée en figure(III.18). Cette répartition apparaît comme non uniformément répartie dans le temps et à travers les échelles. L'analyse permet de capturer, en particulier les variations du signal aux différentes échelles. Ainsi, de grandes variations impliquent de fortes valeurs pour les coefficients aux petites échelles.

A long terme, l'approximation des niveaux les plus élevés (a_{10}) correspond à une image lissée du signal, elle met en évidence la tendance générale du processus, pour toutes les stations, on constate une tendance à la baisse traduisant une période plus sèche.

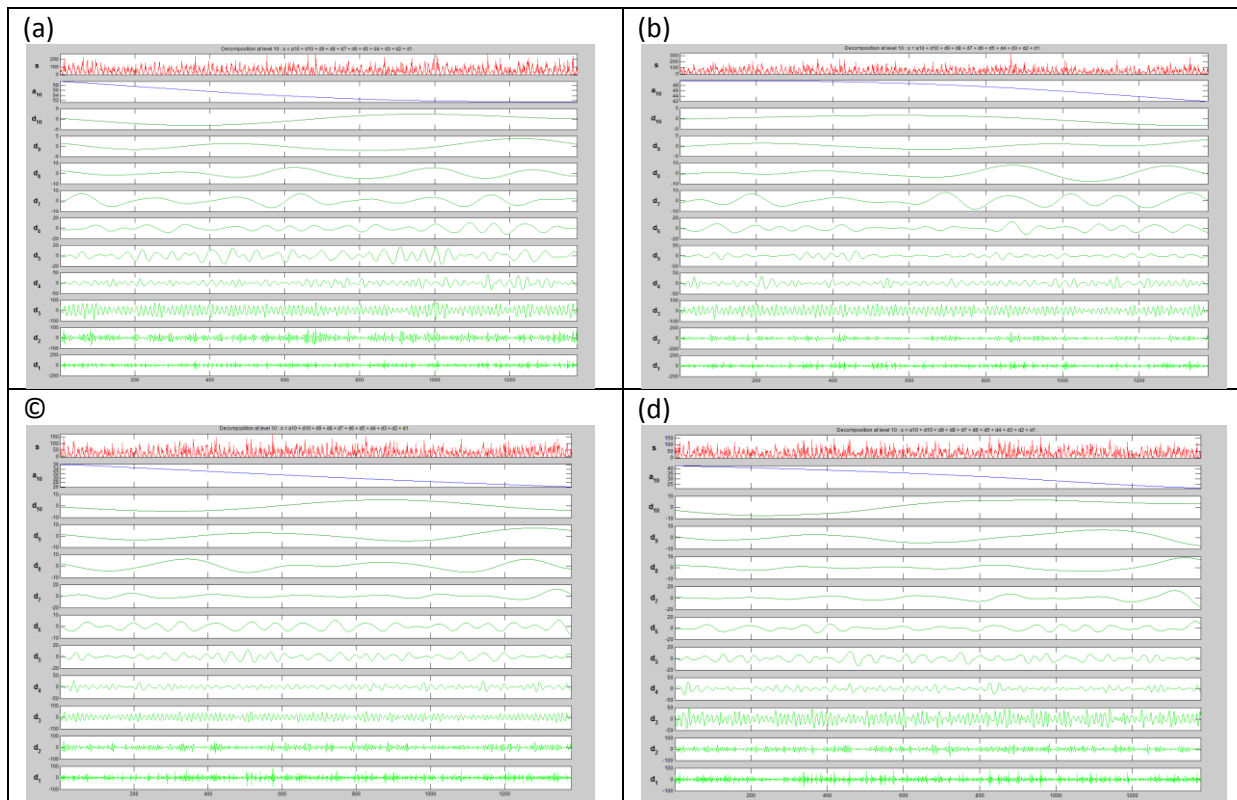


Fig.III.18 : - Visualisation de l'analyse multirésolution des pluies mensuelles de : (a) – Annaba, (b) – Dar El Beida et (d) – Ain Oussera (période 1901-2015).

- **Décomposition Modale Empirique**

La méthode de décomposition modale empirique est appliquée aux données de pluies d'Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera selon le processus de tamisage (*Sifting Process*) décrit dans le chapitre précédent. Les résultats sont présentés dans la figure (III.19). Les IMFs montrent que de fortes fluctuations existent surtout à petite échelle. Cependant, les résidus indiquent que la tendance des pluies mensuelles pour les stations de Dar El Beida et Ain Oussera diminue, alors que pour les stations d'Annaba et Oran, la tendance après une diminution augmente légèrement. Ceci n'a pas été donné par l'analyse multirésolution.

La distribution de probabilité des différents IMFs est illustrée à la figure(III.20). Selon le théorème central limite, la fonction de densité de probabilité est approximativement la distribution normale lorsque le nombre d'échantillons est grand. Intuitivement, ceci affirme que toute somme de variables aléatoires indépendantes tend dans certains cas vers une variable aléatoire gaussienne.

Sur la figure(III.20), nous constatons que l'écart augmente au fur et à mesure que le nombre de mode augmente parce qu'il y a de faibles oscillations dans les modes à fréquence plus élevée. Les IMFs isolent des processus physiques de différentes échelles de temps et donnent également la variation temporelle sans recourir à l'hypothèse linéaire. Par conséquent, les IMFs peuvent être utilisées efficacement pour construire la distribution temps-fréquence sous la forme du spectre de Hilbert.

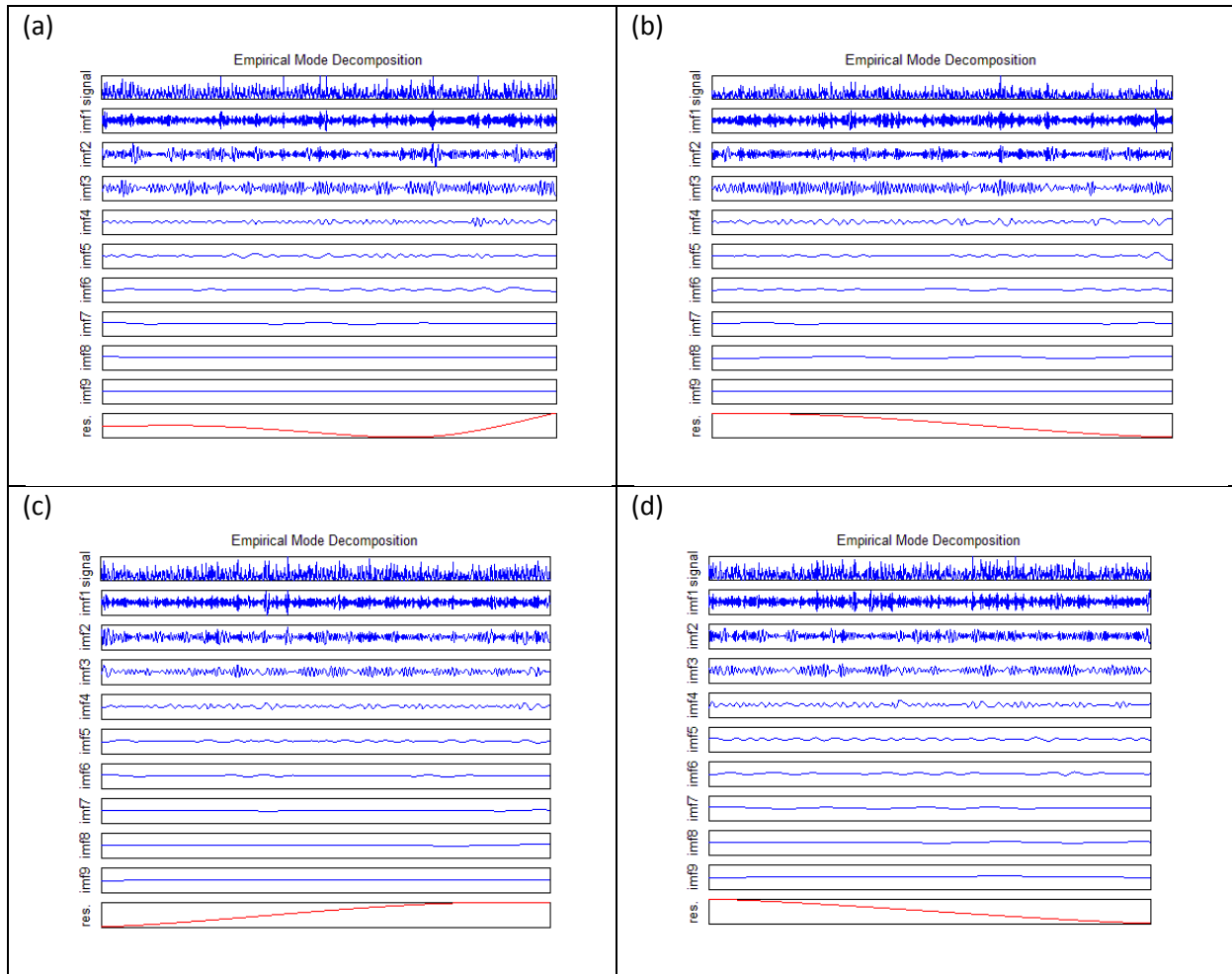


Fig. III.19 : - Décomposition par EMD des pluies mensuelles de (a)-Annaba, (b)-Dar El Beida, (c)-Oran et (d)-Ain Oussera: le signal initial (Pluies), les 9 IMFs, et le résidu (de haut en bas).

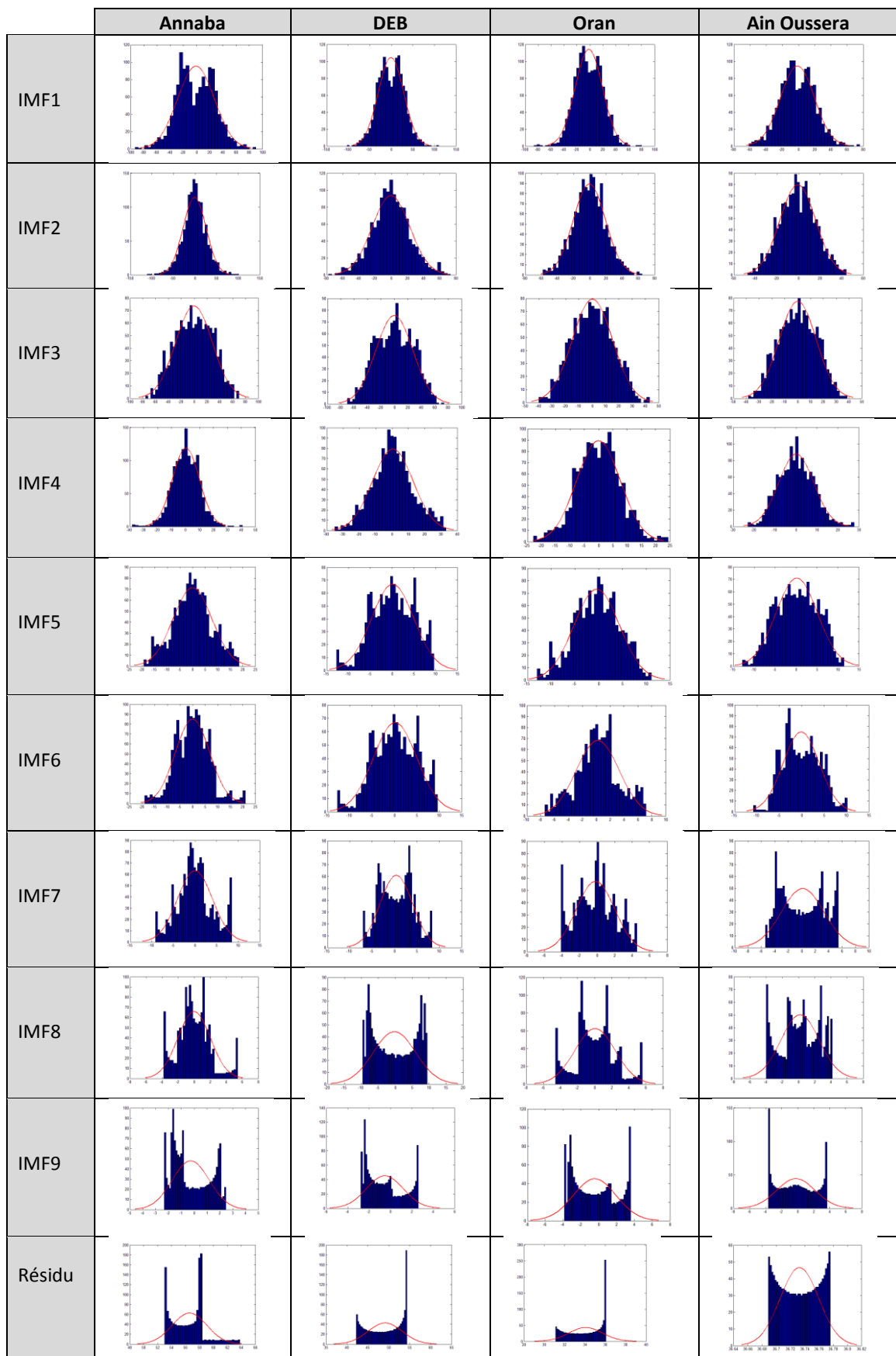


Fig.III.20 : - Distribution de probabilité des IMFs des pluies mensuelles.

- **Spectre de Hilbert-Huang**

Après avoir calculé et présenté les composants de la fonction modale intrinsèque, la Transformée de Hilbert a été appliquée à chaque composant pour obtenir les amplitudes instantanées et les fréquences instantanées. Le spectre de Hilbert-Huang est une distribution temps-fréquence-énergie, et il est facile d'observer clairement les variations fréquentes et non fréquentes des pluies à tout moment sur toute la période d'observation des données. La figure III.21 présente les spectres de Hilbert-Huang des pluies des quatre stations d'Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera.

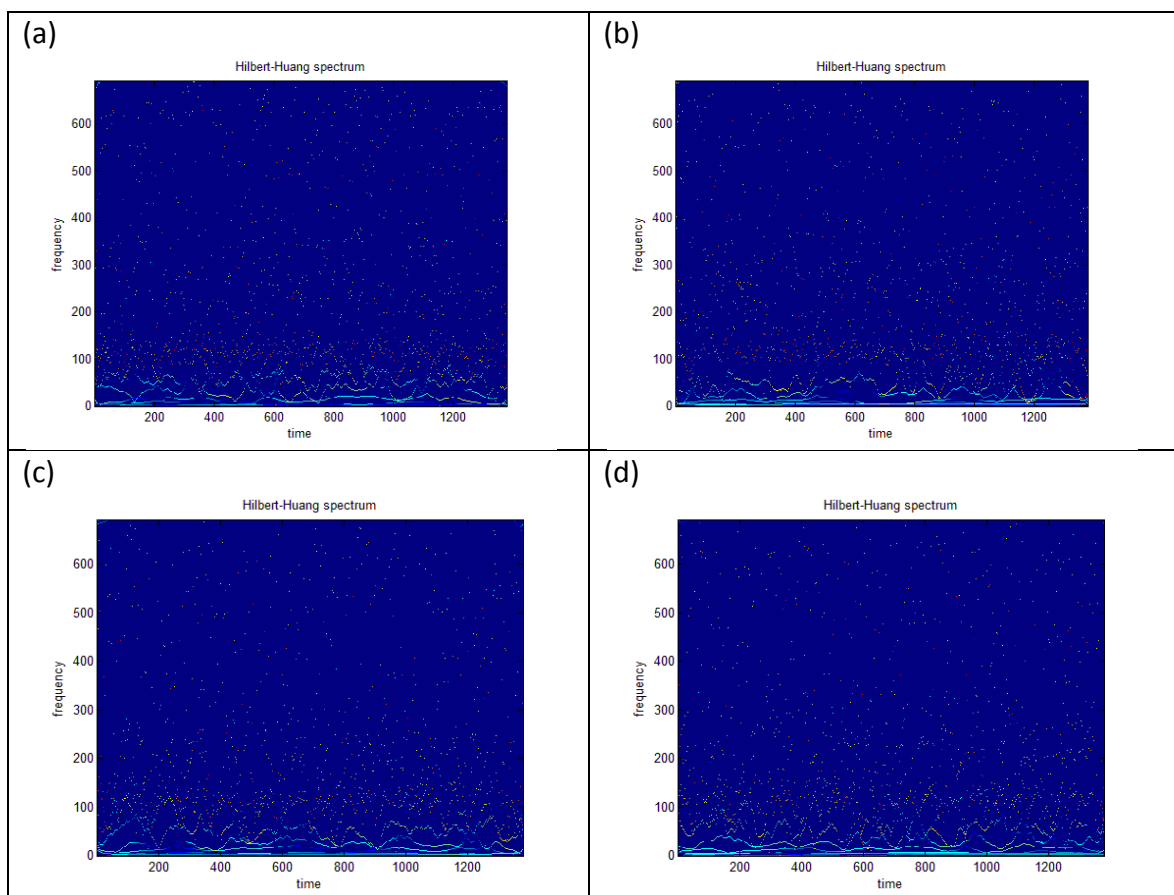


Fig. III.21 : - Spectre de Hilbert-Huang des pluies mensuelles : (a)- Annaba, (b)- Dar El Beida, (c)- Oran et (d)- Ain Oussera.

Nous constatons que les fréquences les plus caractéristiques et les plus élevées sont celles correspondant aux environs de la valeur 115 dB (fréquence non normalisée) qui correspond au cycle annuel. D'autres fréquences moins spectaculaires correspondent aux cycles de 6 mois et de 4 et 3 mois sont également visibles. Tous les cycles visibles sur les spectres ne sont tout à fait constants mais changent avec le temps ce qui est déjà un signe de variabilité climatique.

III.3.2 Analyses univariées des Indices

- **Densité Spectrale de Puissance**

Pour l'Indice d'Oscillation Nord-Atlantique (NAO), les résultats obtenus de l'estimation de la Densité Spectrale de Puissance à l'aide des méthodes : Périodogramme, Welch, MTM, Modèle autorégressif de Yule-Walker et Covariance et covariance modifiée sont présentés dans la figure(III.22). Nous constatons sur la figure (III.22) que pour les deux premières techniques (a) et (b) que les fréquences sont très bruitées et difficilement exploitables, malgré l'identification de la fréquence 83 dB correspondant au cycle annuel, les périodogrammes restent peu exploitables. La méthode de Welch (c) et la méthode MTM de Thomson (d) font apparaître plusieurs fréquences caractéristiques : une fréquence de 0.083 (Hz) correspondant au cycle annuel, une fréquence de 0.17 (Hz) correspondant au cycle semestriel (six mois), ainsi que d'autres à 0.24, 0.32 et 0.48 (Hz) correspondant respectivement aux cycles de quatre mois, trois mois et deux mois. Les deux dernières méthodes non-paramétriques, celle du modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et celle de la méthode de covariance et covariance modifiée montrent une forme très lissée de la fonction de densité spectrale et exhibent nettement les fréquences caractéristiques correspondant aux cycles : annuel, semestriel, quatre mois, trois mois et deux mois.

Pour l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO), les périodogrammes de la figure(III.23) (a) et (b) ne font apparaître que la fréquence 83 mHz du cycle annuel. Par contre, la méthode de Welch et la méthode MTM (figure III.23 (c) et (d)), montrent au moins deux fréquences caractéristiques celle de 83 mHz et 170 mHz correspondant au cycle annuel et au cycle semestriel. Les deux méthodes non-paramétriques, celle du modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et celle de la méthode de covariance et covariance modifiée montrent clairement la fréquence la plus caractéristique de 0.083 Hz du cycle annuel, ainsi que d'autres fréquences moins spectaculaires de valeurs 0.165, 0.230, 0.30 et 0.43 correspondant aux cycle semestriel et pluri-mensuels (4, 3 et 2 mois).

Pour l'indice d'Oscillation australe (SOI), les spectres de densité spectrale montrent une décroissance nette avec la fréquence montrant ainsi une forte énergie pour les fréquences à grande échelle (Fig.III.24). Les fréquences les plus caractéristiques sont visiblement nettes sur la figure III.24 (c) et (d) obtenues par les méthodes non-paramétriques du modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et de la méthode de covariance et covariance modifiée. Ces fréquences ont les valeurs suivantes : 0.0214, 0.0986, 0.181, 0.242 et 0.340 correspondants respectivement aux cycles : 46 mois (3.8 ans), 10 mois, 5 à 6 mois, 4 mois et 3 mois. Le cycle annuel n'est pas mis en évidence pour le SOI.

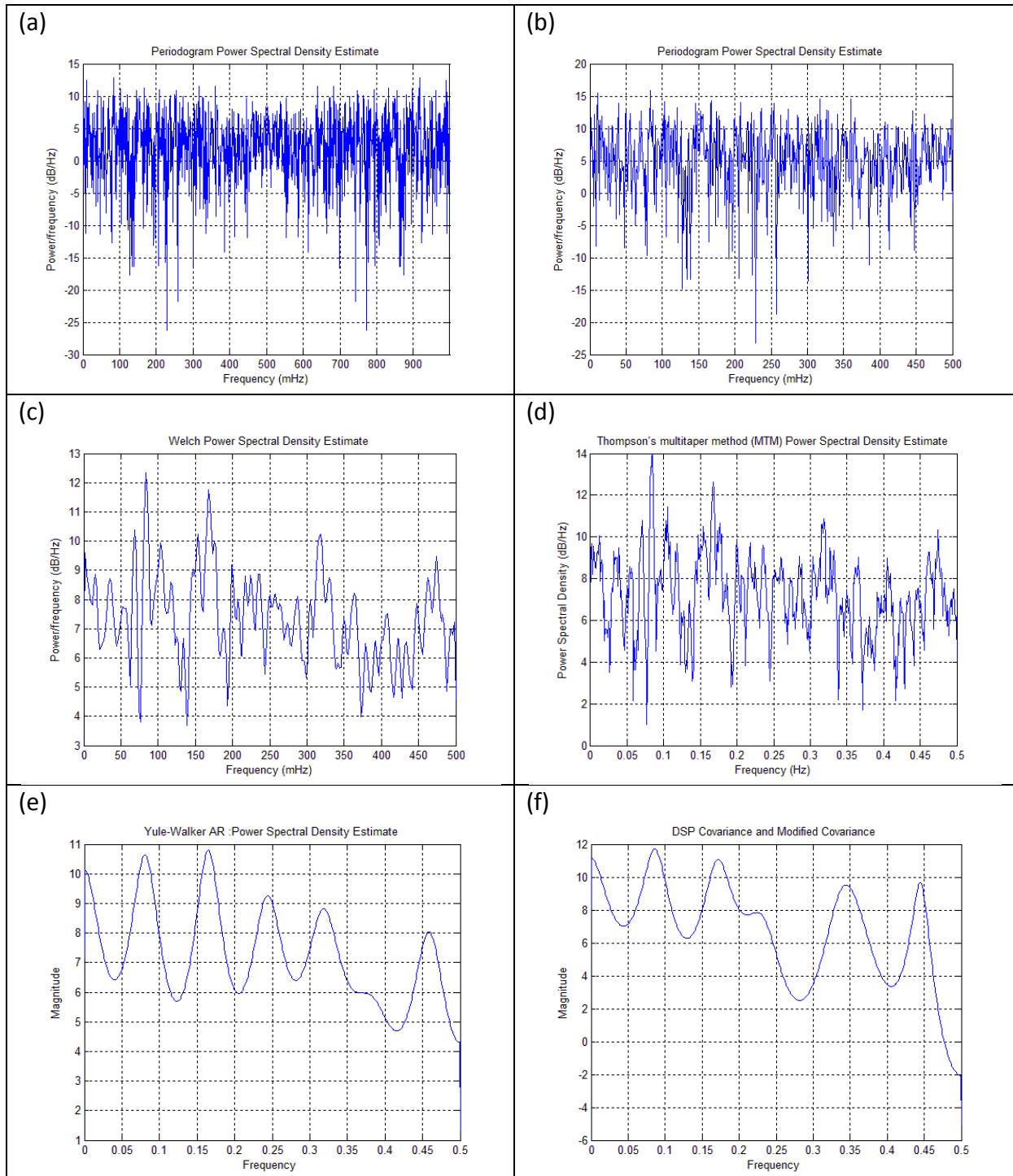


Fig.III.22 : - Densité spectrale de l'Indice d'Oscillation Nord-Atlantique (NAO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.

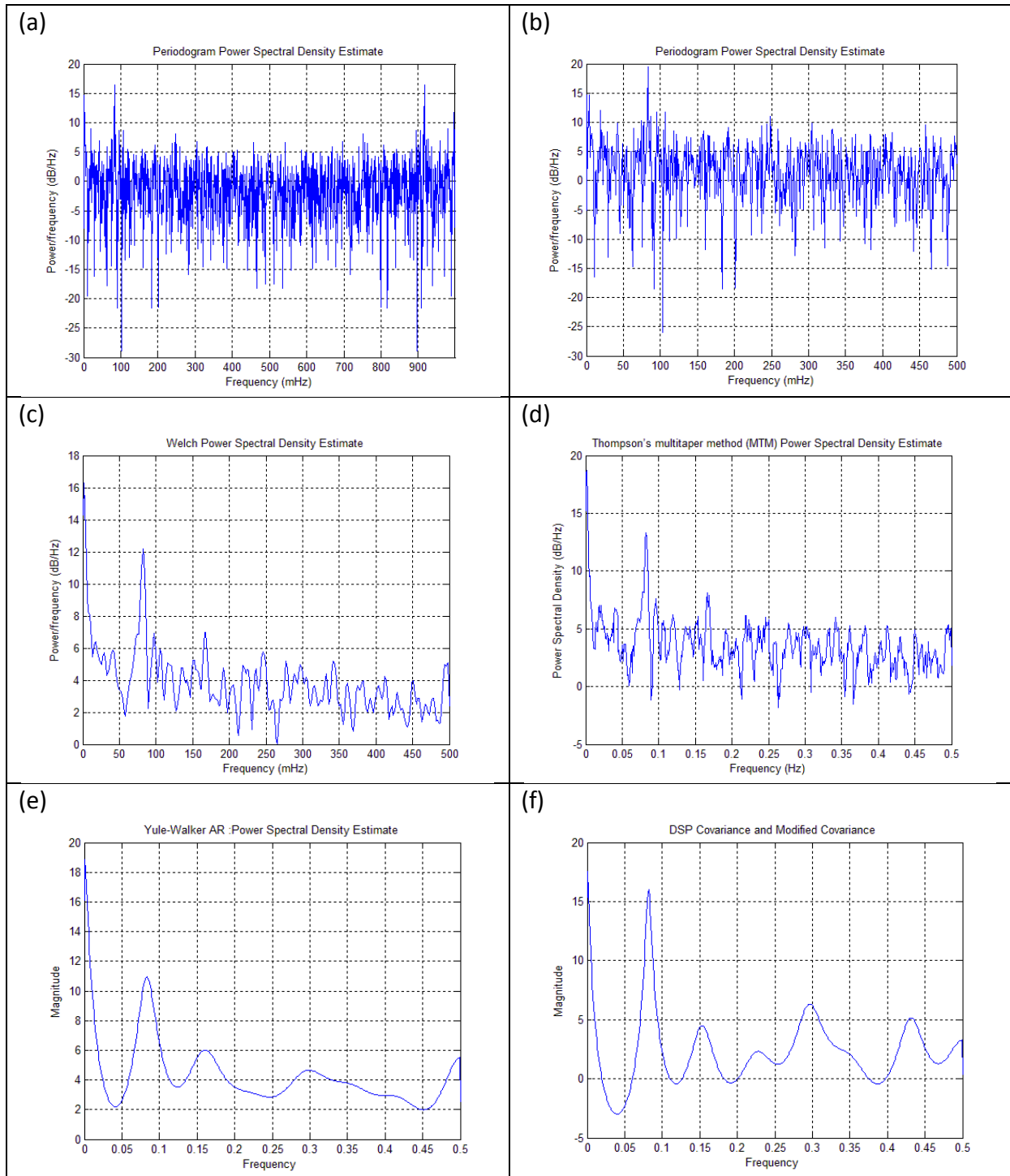


Fig. III.23: - Densité spectrale de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)- Covariance et covariance modifiée.

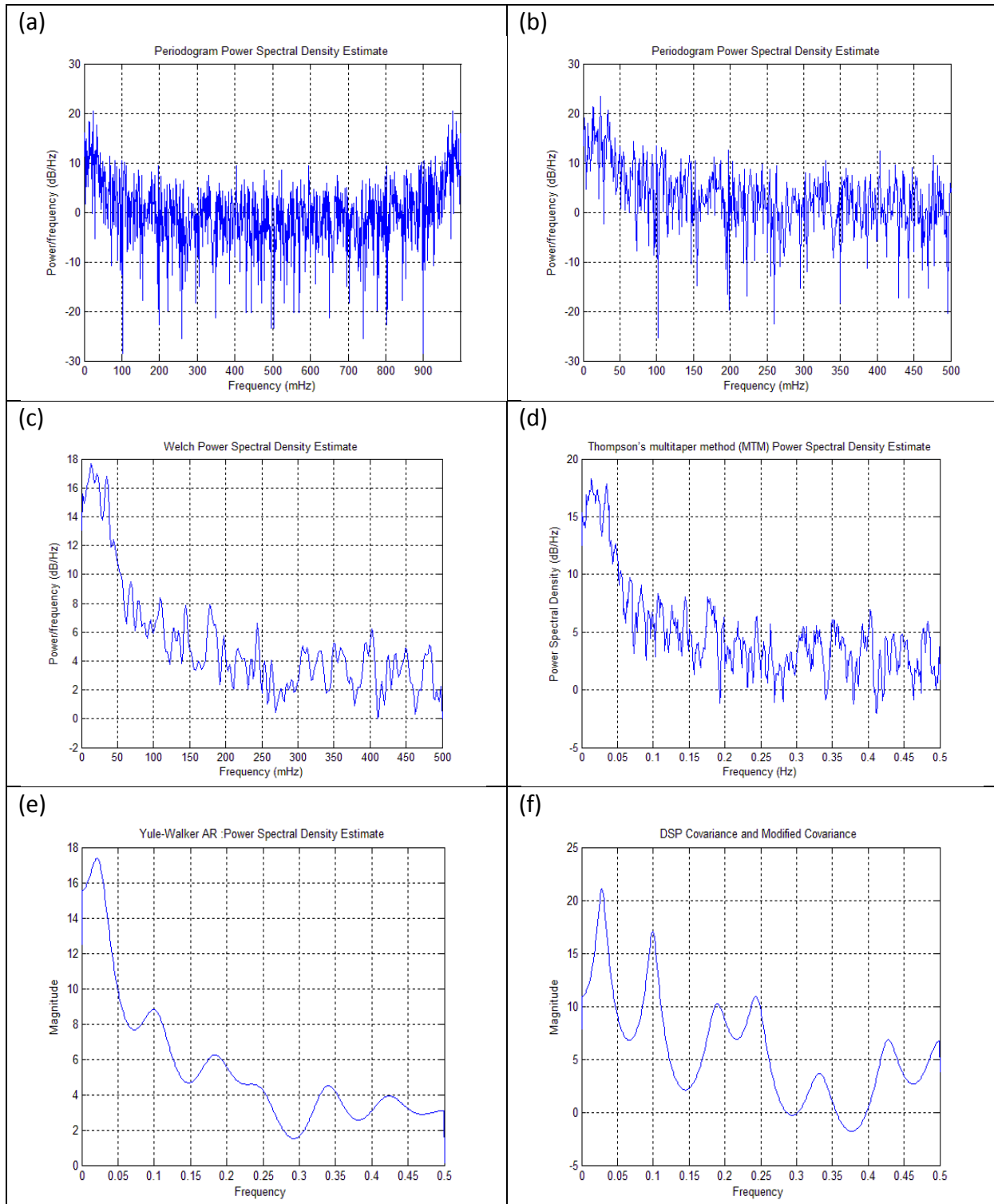


Fig.III.24 : - Densité spectrale de l'indice d'Oscillation australe (SOI) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)- Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée.

Pour l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO), la série de données mensuelles n'est pas aussi longue que les précédentes pour être représentative, elle couvre uniquement la période 1958 à 2000, mais nous constatons sur la figure III.26 quelques fréquences caractéristiques. Les valeurs de ces fréquences sont au environ de : 0.83, 0.17, 0.37 qui correspondent au cycle annuel, au cycle semestriel, et de deux et trois mois.

L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier a été utilisé dans cette étude uniquement pour voir et vérifier si le MO à ce pas influencerait par les phénomènes d'échelle synoptique les pluies. Nous constatons sur la figure III.27 une décroissance du spectre de la densité spectrale de puissance. Quelques fréquences nettement visibles sur la figure III.27 (e) et (f) de 0.0244, 0.0996 correspondant à des phénomènes d'échelle synoptique.

Afin de comparer les densités spectrales de puissance des indices climatiques entre eux pour faire apparaître les corrélations possibles, nous avons présentés sur les graphiques ci-dessous les résultats obtenus en utilisant deux estimateurs différents de la densité spectrale. La figure III.25 montre une très bonne concordance entre les indices du NAO, WeMO et MO tout au moins en ce qui concerne les basses fréquences, ce qui prouve vraisemblablement la corrélation entre ces indices, par contre le SOI se comporte différemment en présentant des fréquences caractéristiques différentes.

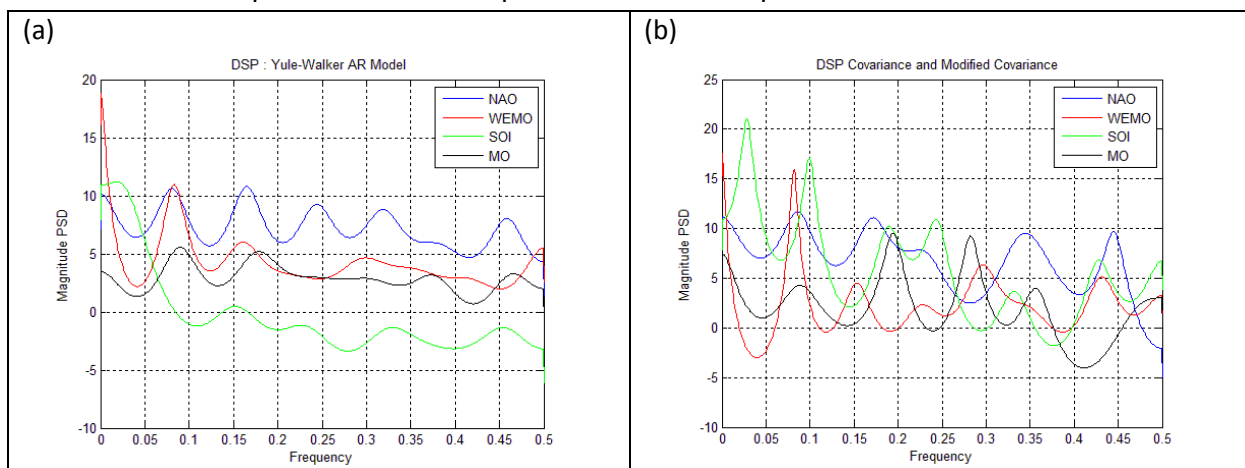


Fig.III.25: - Densité spectrale des indices climatiques (NAO, WeMO, SOI et MO) utilisant (a)- Le Modèle autorégressif de Yule-Walker, (b)-La méthode de covariance et covariance modifiée.

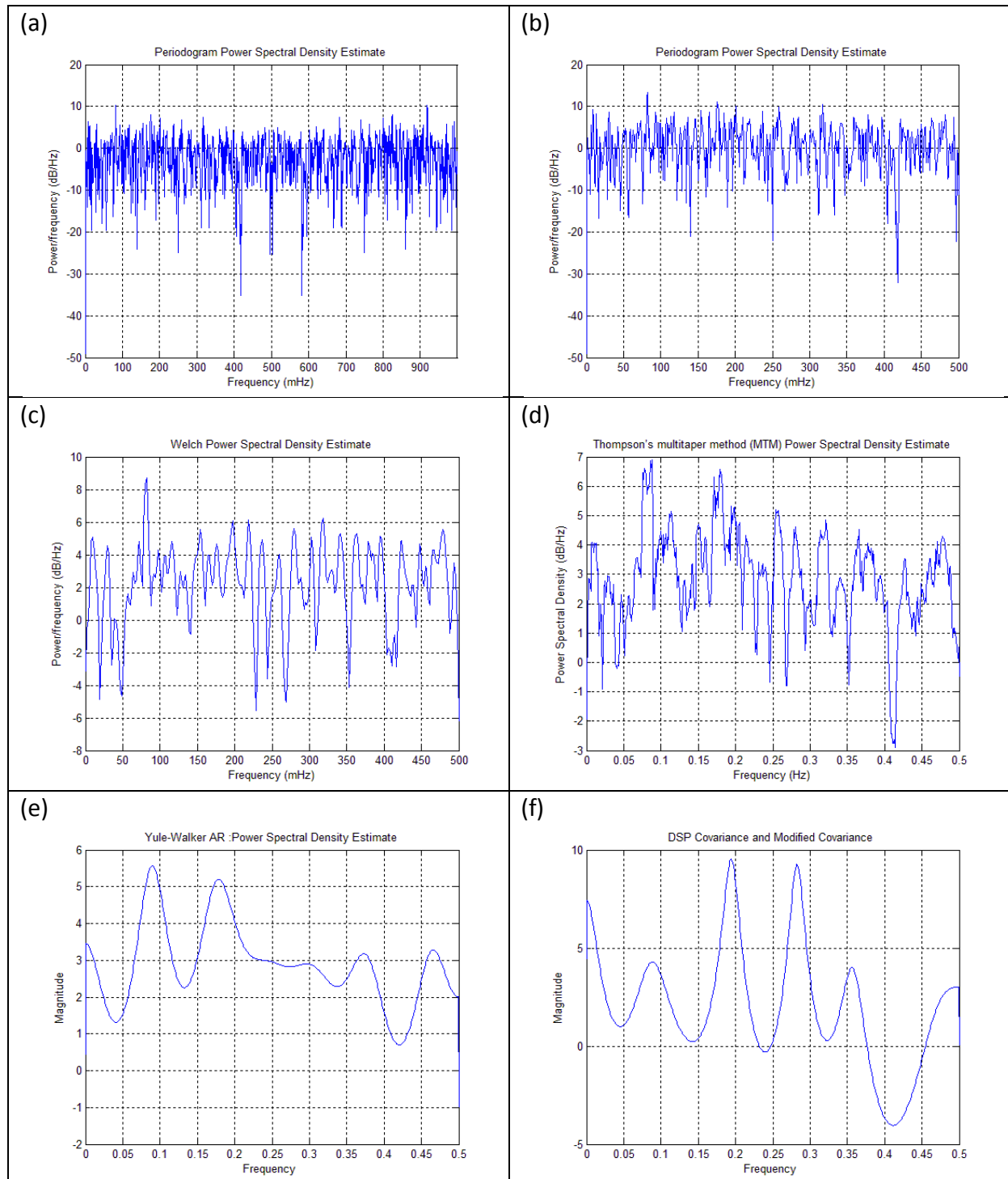


Fig. III.26 : - Densité spectrale de L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée. (L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) mensuel : période 1958-2000).

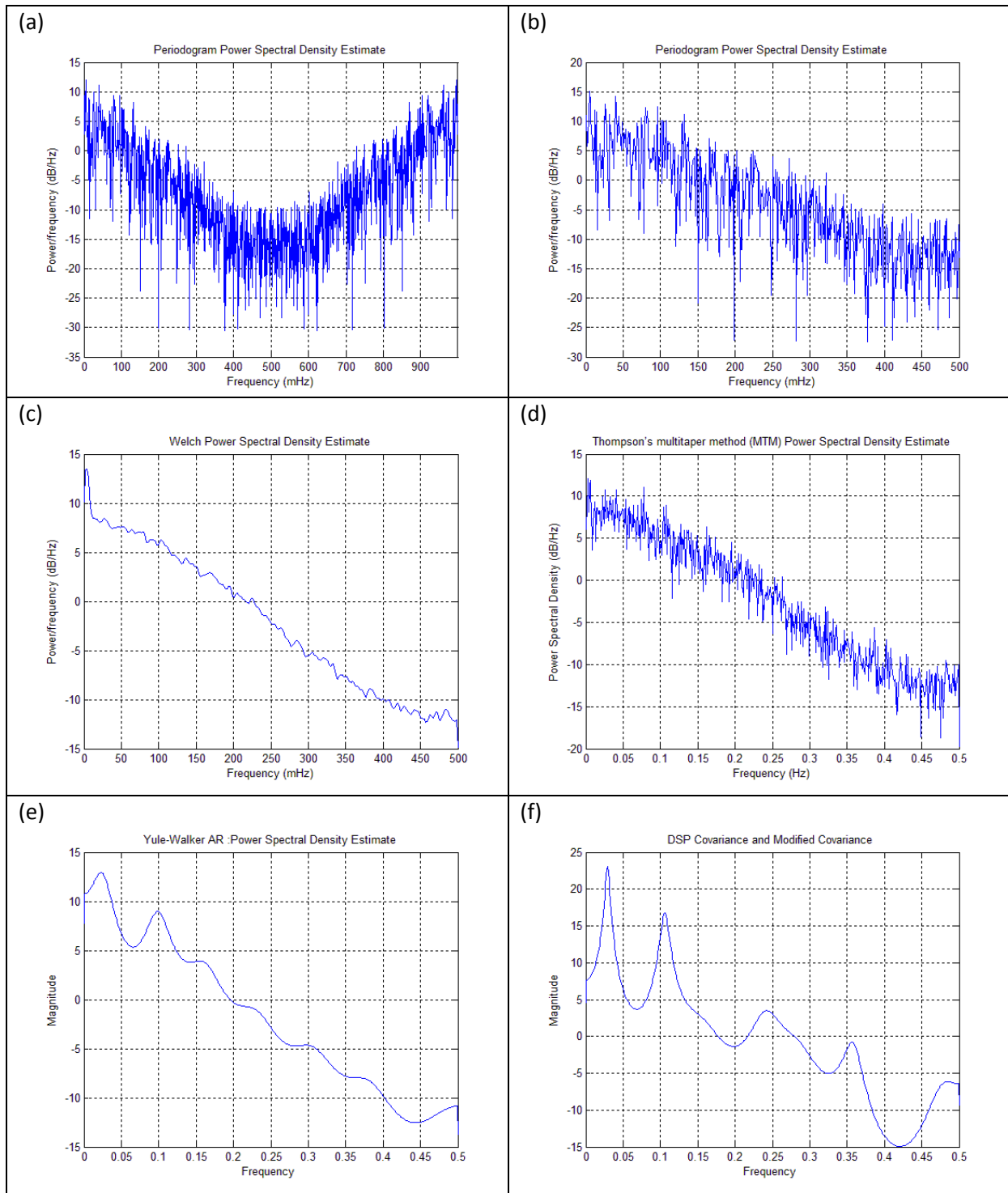


Fig.III.27: - Densité spectrale de L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) utilisant les méthodes : (a)-Périodogramme bilatéral, (b)- Périodogramme unilatéral, (c)- Méthode de Welch, (d)-Méthode MTM, (e)- Modèle autorégressif de Yule-Walker, (f)-Covariance et covariance modifiée. (L'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) Journalier : période 1948-2016)

• Spectrogrammes

Les spectrogrammes calculés pour les indices climatiques sont ceux utilisant la transformée de Fourier à court terme (STFT) utilisant une fenêtre de type Kaiser. La figure III.28 illustre les spectrogrammes obtenus pour les indices climatiques : (a) – NAO, (b) – WeMO, (c) – SOI et (d) – MO. Pour le NAO aucune structure n'est évidente, mais de différentes fréquences existent à travers le temps. Pour le WeMO, la fréquence 0.083 du cycle annuel est nettement visible à travers une grande partie du temps. Pour le SOI, les basses fréquences (égales et inférieures à 0.05) sont les plus dominantes et les plus caractéristiques. Cependant, pour le MO, le nombre de données n'est pas suffisant pour avoir une très bonne résolution, le spectrogramme n'est pas exploitable.

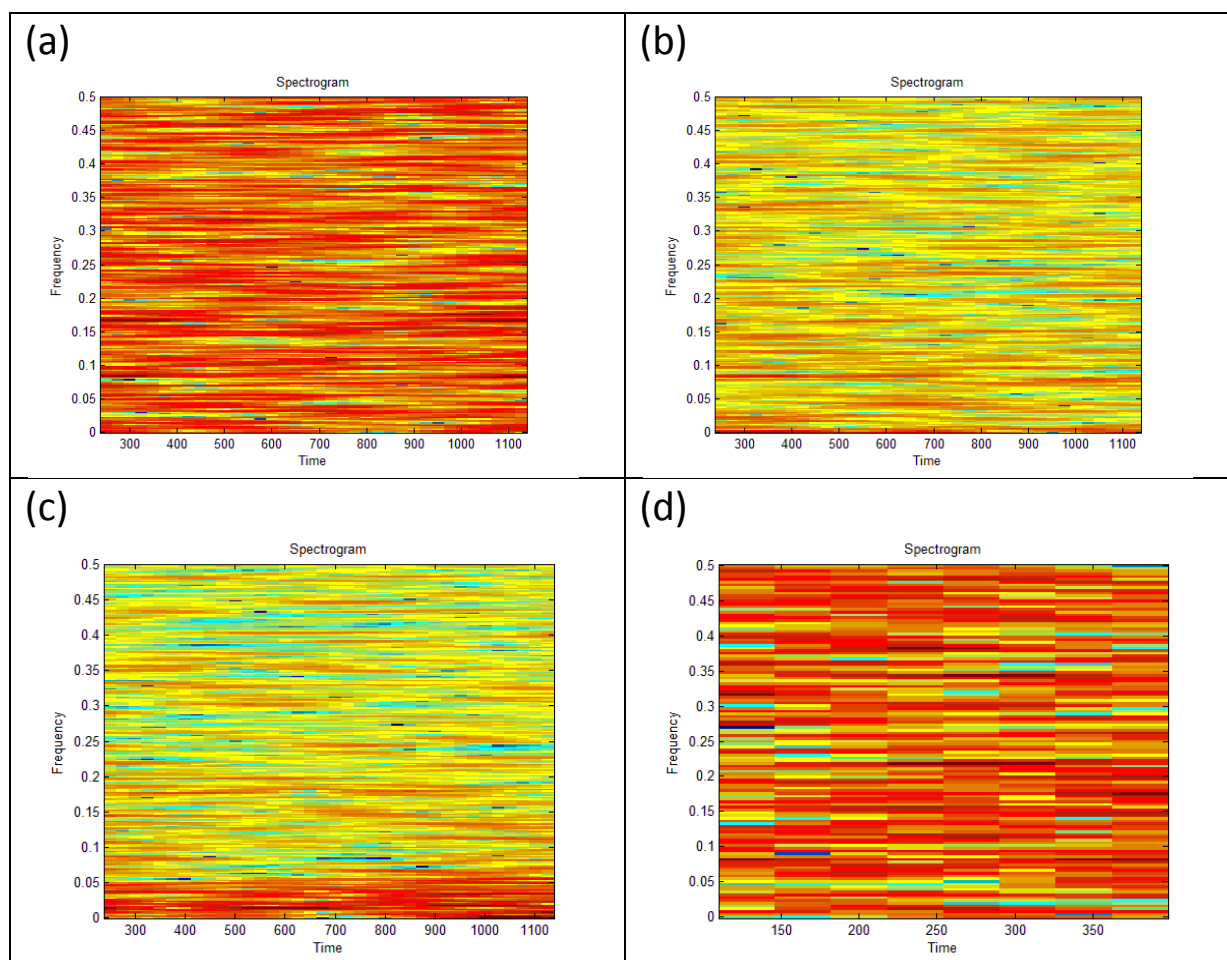


Fig. III.28 : - Spectrogrammes des Indices climatiques : (a) – NAO, (b) – WeMO, (c) – SOI et (d)– MO.

La figure III.29 présente le spectrogramme des données journalières de l'indice d'oscillation Méditerranéenne (MO) durant la période 1948-2016. Nous constatons là-aussi aucune structure évidente sur le spectrogramme, mais nous remarquons que les basses fréquences sont les plus dominantes et ceci à travers toute la période d'observation.

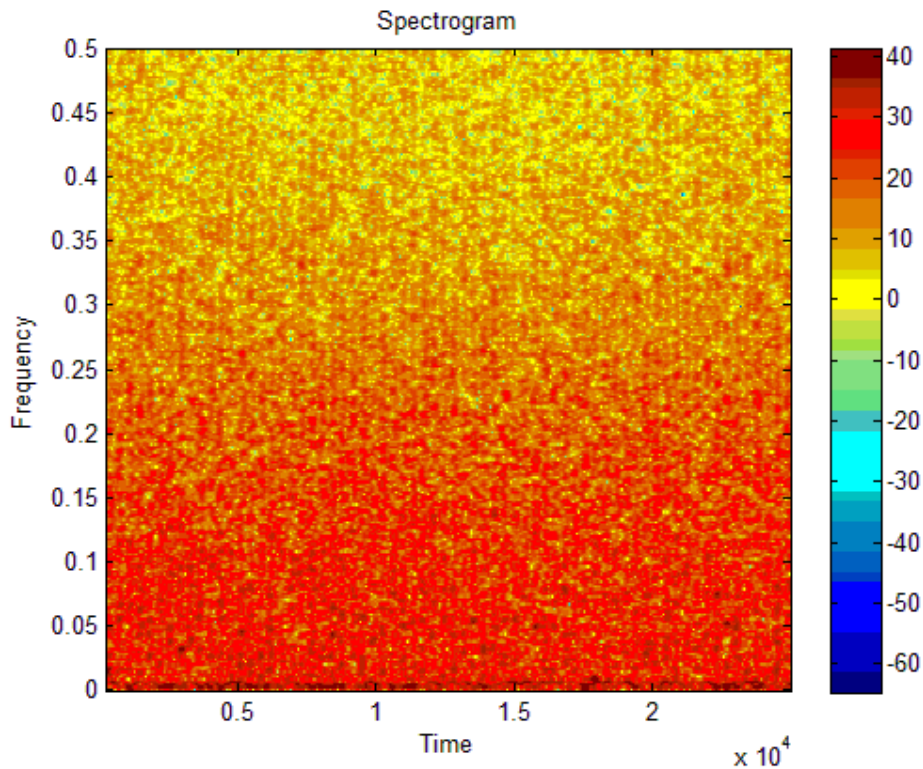


Fig. III.29 : - Spectrogramme de l'Indice d'oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier de la période 1948-2016.

• Analyse en Ondelettes Continue

Les techniques de transformées en ondelettes ont été appliquées également aux données des indices d'oscillations climatiques (NAO, WeMO, SOI et MO). Les spectres en ondelettes de Morlet des indices sont représentés sur la figure III.30.

Pour l'indice d'oscillation Nord-Atlantique (NAO) (Fig.III.30.(a)), on constate plusieurs composantes correspondant aux cycles de : 6 mois, 1 an, 2 ans, 8 ans, 12 ans et plus de 30 ans. Ce dernier est très bien illustré sur le spectre en ondelettes de Morlet s'étalant essentiellement sur la deuxième moitié de la durée d'observation. Pour les autres composantes, elles présentent une forte discontinuité temporelle. La composante annuelle est très peu illustrée sur le spectre global.

Pour l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) (Fig. III.30 (b)), nous remarquons plusieurs composantes qui correspondent aux cycles suivants : 1 an, 4-5 ans, 13 ans, 20-23 ans et plus de 50 ans. Ces cycles sont très discontinus à travers le temps et présentent souvent des singularités temporelles.

Pour l'indice d'Oscillation australe (SOI) (Fig.III.30 (c)), plusieurs jours composantes sont visibles, les plus importantes sont celles correspondant aux cycles suivants : 2-3 ans, 3-4 ans, 6 ans, 11-12 ans, 20-27 ans et plus de 40 ans. Le cycle annuel est complètement absent. Le spectre en ondelettes de Morlet de l'indice d'Oscillation australe (SOI) présente une structure différente des deux premiers indices, ceci est probablement dû à l'effet lointain du SOI. Le spectre Global illustre clairement ces différentes composantes.

Pour l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) (Fig.III.30 (d)), malgré la faible durée d'observation, nous remarquons plusieurs composantes assez représentatives du MO, les plus importants cycles sont : 6 mois, 1 an, 2-3 ans, 6-7 ans et celui de 8-9 ans.

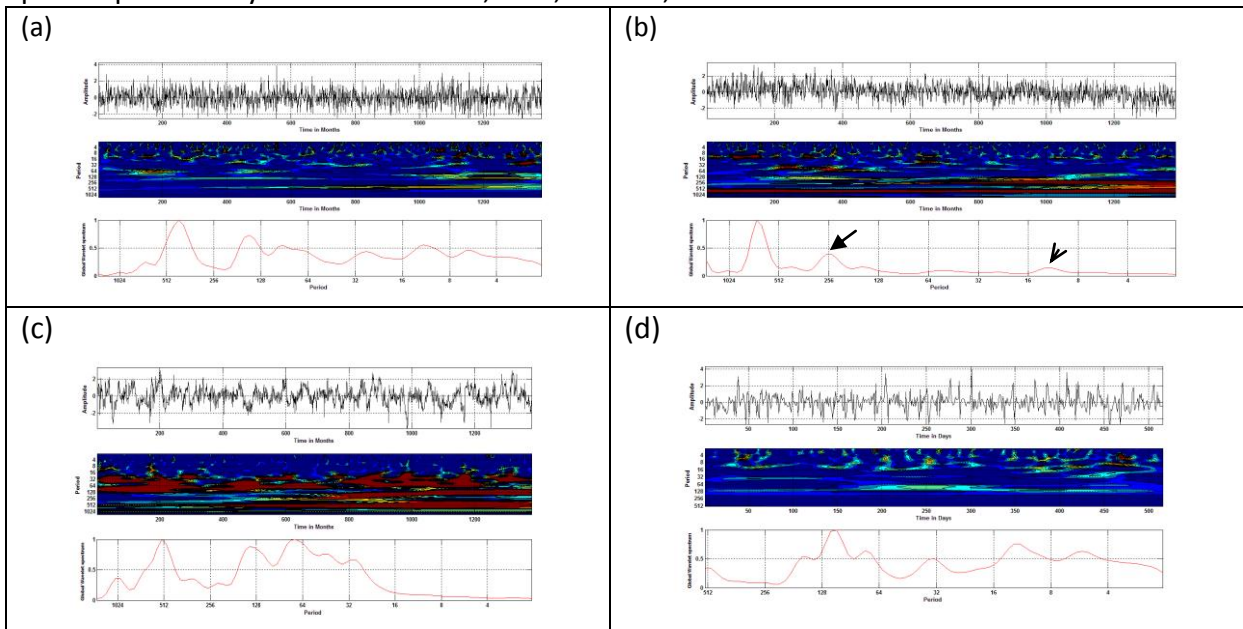


Fig.III.30 : - Analyse en ondelettes continue de Morlet. : Série chronologique ; Spectre en ondelettes de Morlet ; Spectre global des indices d'oscillation (a) – NAO, (b) – WeMO, (c) – SOI et (d) – MO

Les techniques de la transformée en ondelettes continue ont été appliquées également aux données journalières de l'indice d'oscillation Méditerranéenne (MO) (fig. III.31). A petites échelles, le spectre en ondelettes de Morlet de l'indice MO mettent en évidence temporellement des processus à hautes fréquences qui sont régulièrement distribués à travers le temps et régulièrement discontinus, et ils se propagent à travers la gamme des échelles.

La composante annuelle (365 j) est très bien illustrée et ceci à travers toute la période d'observation. Le spectre global montre bien que le cycle annuel est le plus dominant et le plus important pour le MO à l'échelle journalière.

D'autres composantes sont également visibles, celle de 6 mois est parmi les plus nettement visible. Il existe ceux de 4-5 ans, 9-10 ans et une à plus grande échelle de 13 ans.

En définitive, l'analyse en ondelettes continue a permis de montrer que certaines composantes sont tout à fait concordantes entre les pluies mensuelles et les indices d'oscillation Nord-Atlantique (NAO), l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) et l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) à l'échelle mensuelle. Le SOI pourrait avoir une influence même lointaine sur les pluies mais à l'échelle mensuelle ceci n'a pas été constaté.

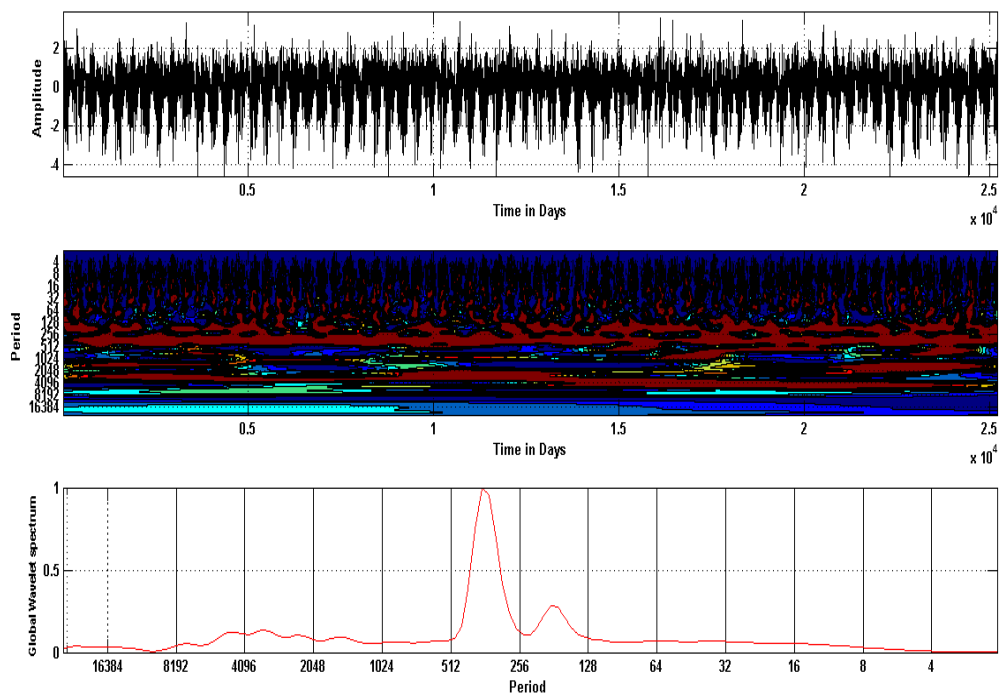


Fig. III.31: - Analyse en ondelettes continue de Morlet. : Série chronologique ; Spectre en ondelettes de Morlet ; Spectre global de indice d'oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier de la période 1948-2016.

• Analyse en Ondelettes Discrète (Multirésolution)

Des analyses multirésolution en ondelettes avec l'ondelette de Daubechies (daub 10) ont été également appliquées sur les données mensuelles des indices d'oscillation climatiques.

L'évolution au cours du temps des coefficients en ondelettes de Daubechies est représentée en figure III.32. Cette répartition apparaît comme non uniformément répartie dans le temps est à travers les échelles.

A long terme, l'approximation des niveaux les plus élevés (a_{10}) correspond à une image lissée du signal, elle met en évidence pour l'indice d'oscillation Nord-Atlantique (NAO) une tendance à la hausse (Fig. III.32 (a)), par contre pour le WeMO le processus général a une tendance à la baisse (Fig. III.32 (b)). du processus, pour toutes les stations, on constate une tendance à la baisse traduisant une période plus sèche. De même pour le SOI, la tendance générale est à la baisse (Fig. III.32 (c)). Cependant, le MO présente après une très légère baisse une hausse puis une baisse (Fig. III.32 (d)).

La figure III.33 donne l'évolution en fonction du temps des coefficients en ondelettes de Daubechies de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas Journalier avec un niveau de résolution $M=12$. Nous constatons que l'approximation (a_{12}) présente des fluctuations ce qui nécessite une augmentation de la résolution. La boîte à outils Matlab est limitée à une résolution ($M=12$). Nous avons utilisé un autre code sous Matlab qui nous a permis d'augmenter la résolution jusqu'à $M=14$ avec une fonction Daubechies type (Daub 20). A ce titre, la figure III.34 donne une approximation (a_{14}) plus précise, elle montre une nette tendance à la baisse.

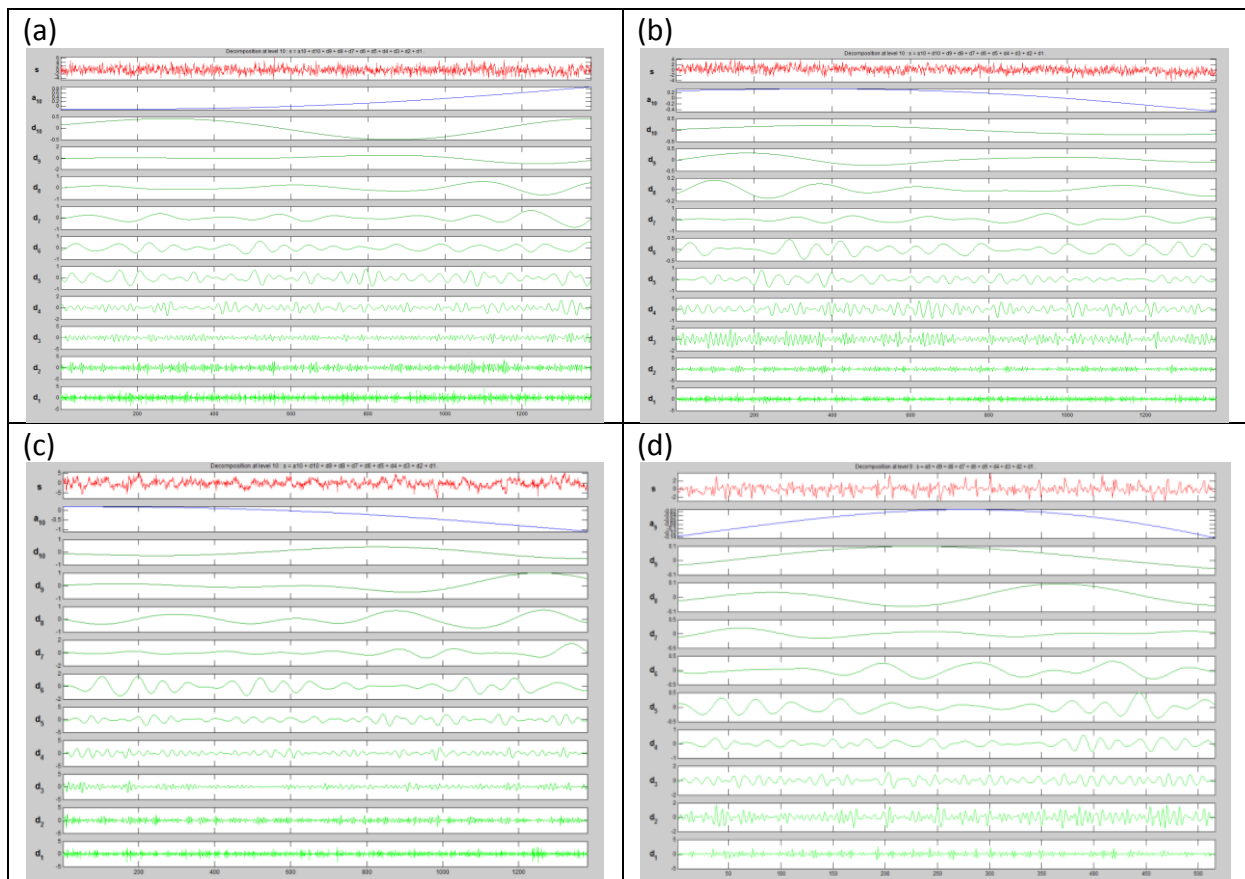


Fig. III.32 : - Visualisation de l'analyse multirésolution des indices d'oscillation climatique au pas mensuel : (a)-NAO, (b)-WeMO, (c)-SOI et (d)-MO, (période 1901-2015).

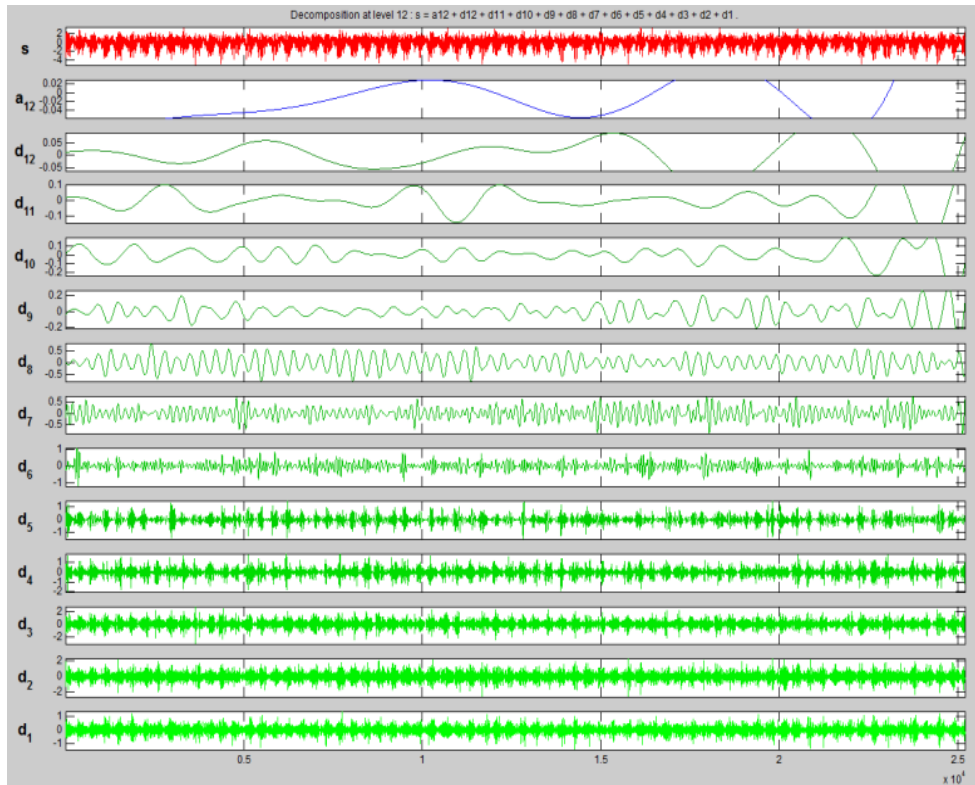


Fig. III.33 : - Visualisation de l'analyse multirésolution de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas Journalier avec un niveau de résolution M=12 : (période 1948-2016).

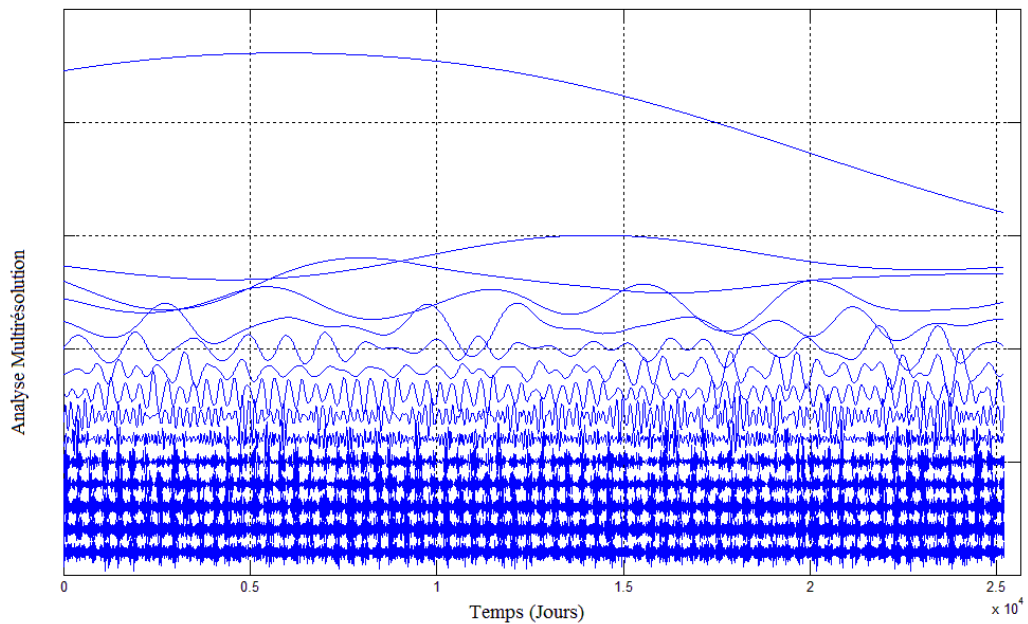


Fig. III.34 : - Visualisation de l'analyse multirésolution de l'indice d'oscillation Méditerranéenne au pas Journalier avec un niveau de résolution M=14 : (période 1948-2016).

• Décomposition Modale Empirique

La décomposition modale empirique a été appliquée aussi aux données des indices d'oscillation climatique (NAO, WeMO, SOI et MO) selon le processus de tamisage. Les résultats obtenus sont présentés dans la figure III.35. Les IMFs montrent que de fortes fluctuations existent surtout à petite échelle, qui se propagent d'une façon plus ou moins modérée aux autres IMFs. Les résidus indiquent pour les indices : NAO, WeMO et SOI une tendance à la baisse (Fig. III.35 (a, b, et c)). Pour le MO, le résidu indique le même comportement déjà constaté sur les résultats obtenus à l'aide de l'analyse en ondelettes multirésolution, un comportement qui débute par une baisse puis une hausse et se termine par une baisse (Fig. III.35 (d)).

La décomposition par EMD de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier est présentée sur la figure III.36. Elle illustre de haut en bas : l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO), puis les 13 IMFs et en bas le résidu. Ce dernier semble donner une tendance à la hausse. Ce résultat est tout à fait inverse à ce que nous avons obtenu par l'analyse en ondelettes multirésolution.

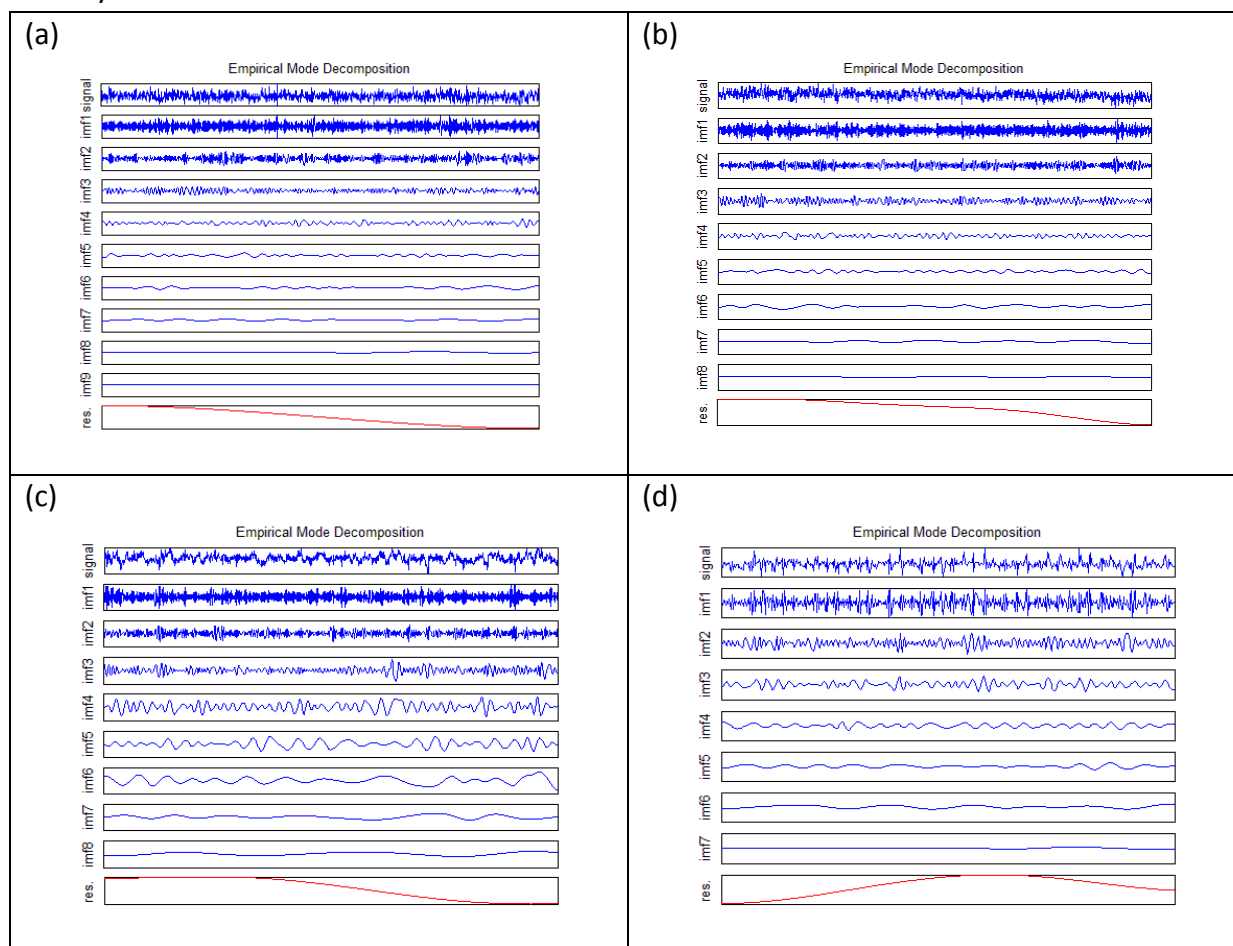


Fig. III.35 : - Décomposition par EMD des indices d'oscillation climatique au pas mensuel : (a)-NAO, (b)-WeMO, (c)-SOI et (d)-MO : le signal initial (Indices), les 9 IMFs, et le résidu (de haut en bas).

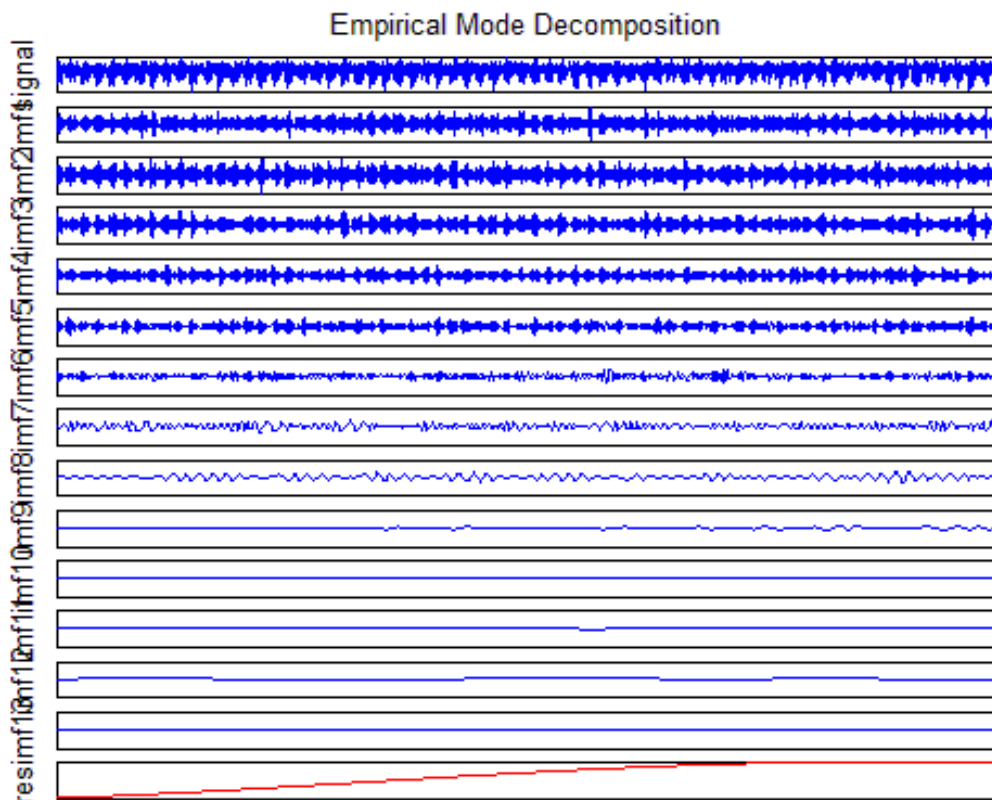


Fig. III.36 : - Décomposition par EMD de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier (période 1948-2016) : le signal initial (Indice MO), les 13 IMFs, et le résidu (de haut en bas).

La distribution de probabilité des différents IMFs est présentée à la figure III.37 où nous constatons que l'écart augmente progressivement que le nombre de mode augmente, et ceci à cause des faibles oscillations dans les modes à fréquence plus élevée. A ce titre, les IMFs peuvent être utilisées efficacement pour construire la distribution temps-fréquence sous la forme du spectre de Hilbert.

De même pour l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier sur la période : 1948-2016, la distribution de probabilité des ses IMFs est présentée à la figure III.38. Toujours sur la base du théorème central limite, la fonction de densité de probabilité est approximativement la distribution normale lorsque le nombre d'échantillons est grand. Les IMFs dans ce cas aussi isolent des processus physiques de différentes échelles de temps et donnent également la variation temporelle sans recourir à l'hypothèse linéaire ce qui autorise d'utiliser les IMFs pour construire la distribution temps-fréquence sous la forme du spectre de Hilbert pour le calcul des Amplitudes Instantanées et les Fréquences Instantanées.

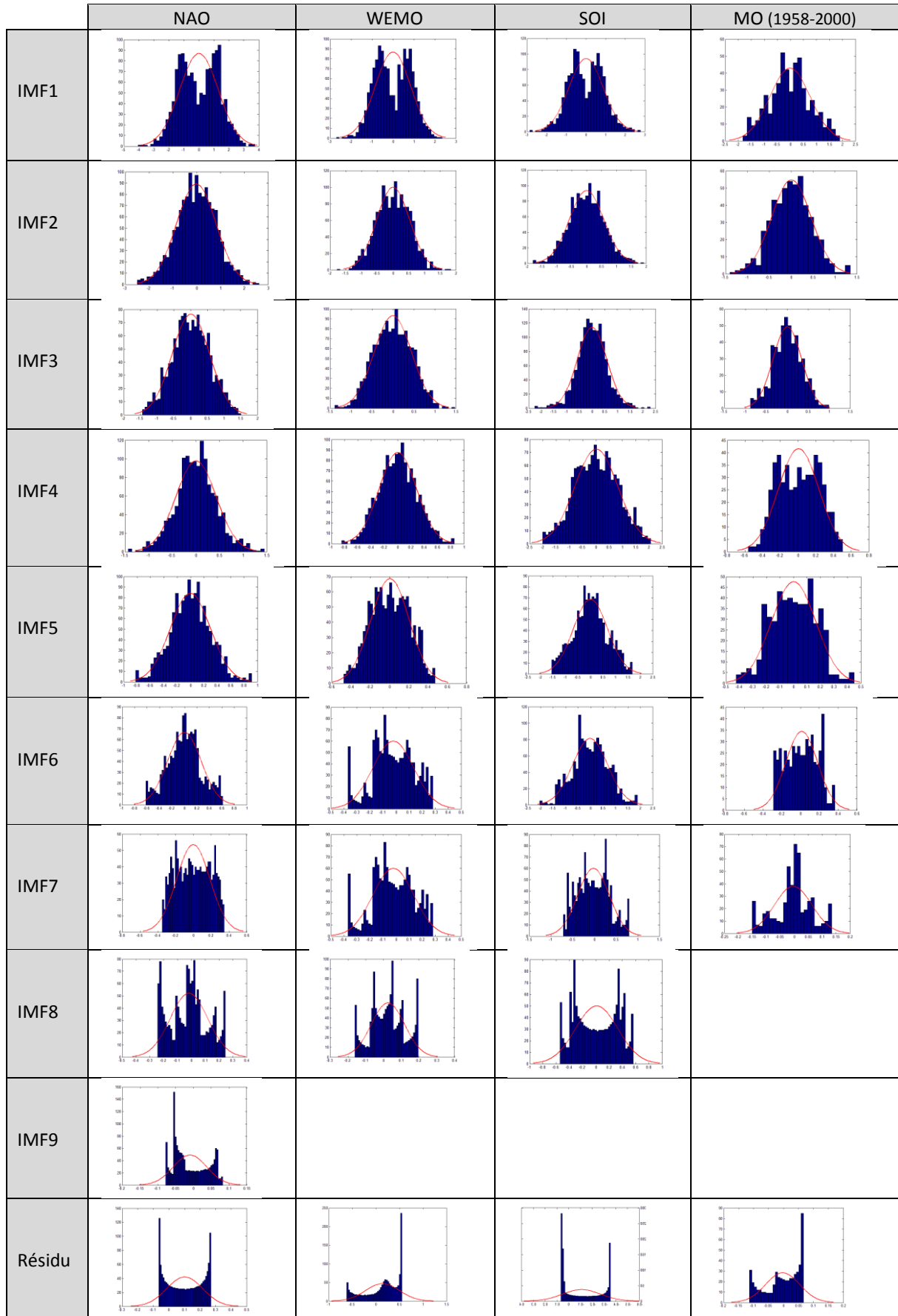


Fig. III.37 : - Distribution de probabilité des IMFs des Indices climatiques mensuels.

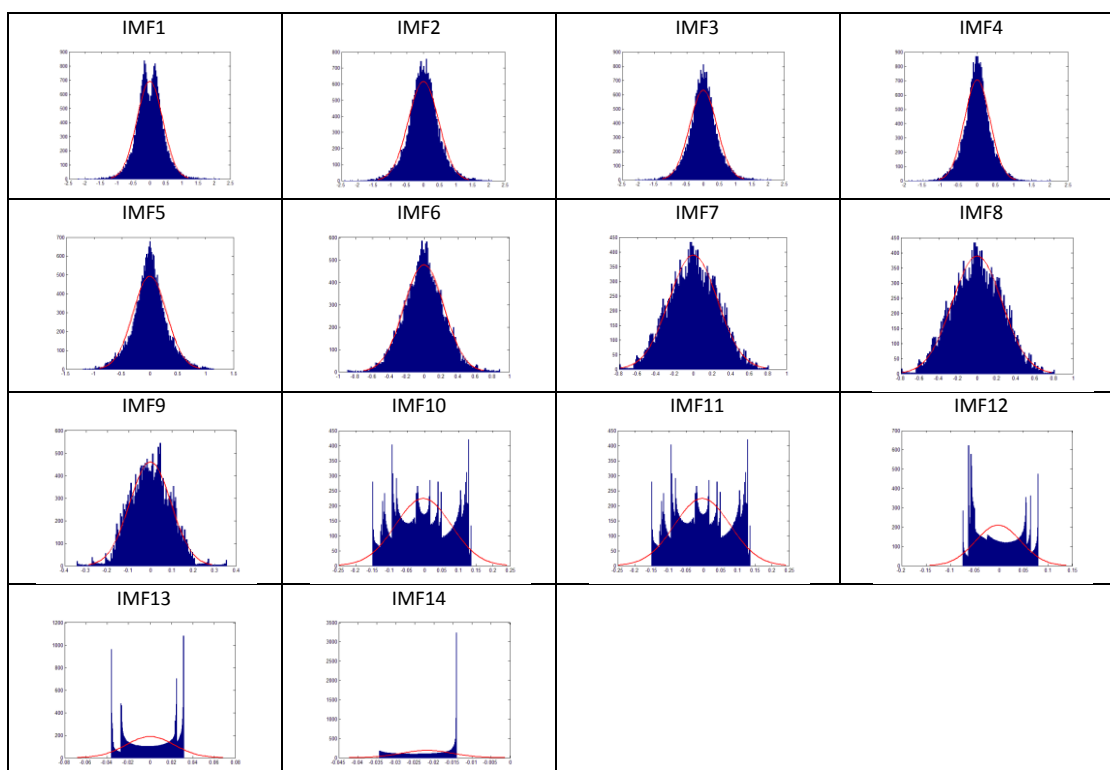


Fig. III.38 : - Distribution de probabilité des IMFs de l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier (Période : 1948-2016).

• Spectre de Hilbert-Huang

Après avoir calculé et présenté les composants de la fonction modale intrinsèque, la Transformée de Hilbert a été appliquée à chaque composant pour obtenir les amplitudes instantanées et les fréquences instantanées selon l'équation (26) et la figure 2.3 du chapitre II.

La figure III.39 présente les spectres de Hilbert-Huang des indices d'oscillation climatique au pas mensuel (NAO, WeMO, SOI et MO). Nous distinguons clairement les variations fréquentes et non des indices sur toute la durée d'observation.

Nous constatons que les fréquences les plus caractéristiques et les plus élevées sont celles correspondant aux basses fréquences du cycle annuel et du cycle semestriel. D'autres fréquences moins spectaculaires correspondent aux cycles pluriannuels. Les spectres du NAO et WeMO présentent une forte concordance par contre le spectre du SOI se comporte différemment. Pour le MO, son spectre ne montre pas de fréquences caractéristiques pluriannuelle, mais ceux du cycle annuel et semestriel ainsi que plurimensuel sont nettement visibles.

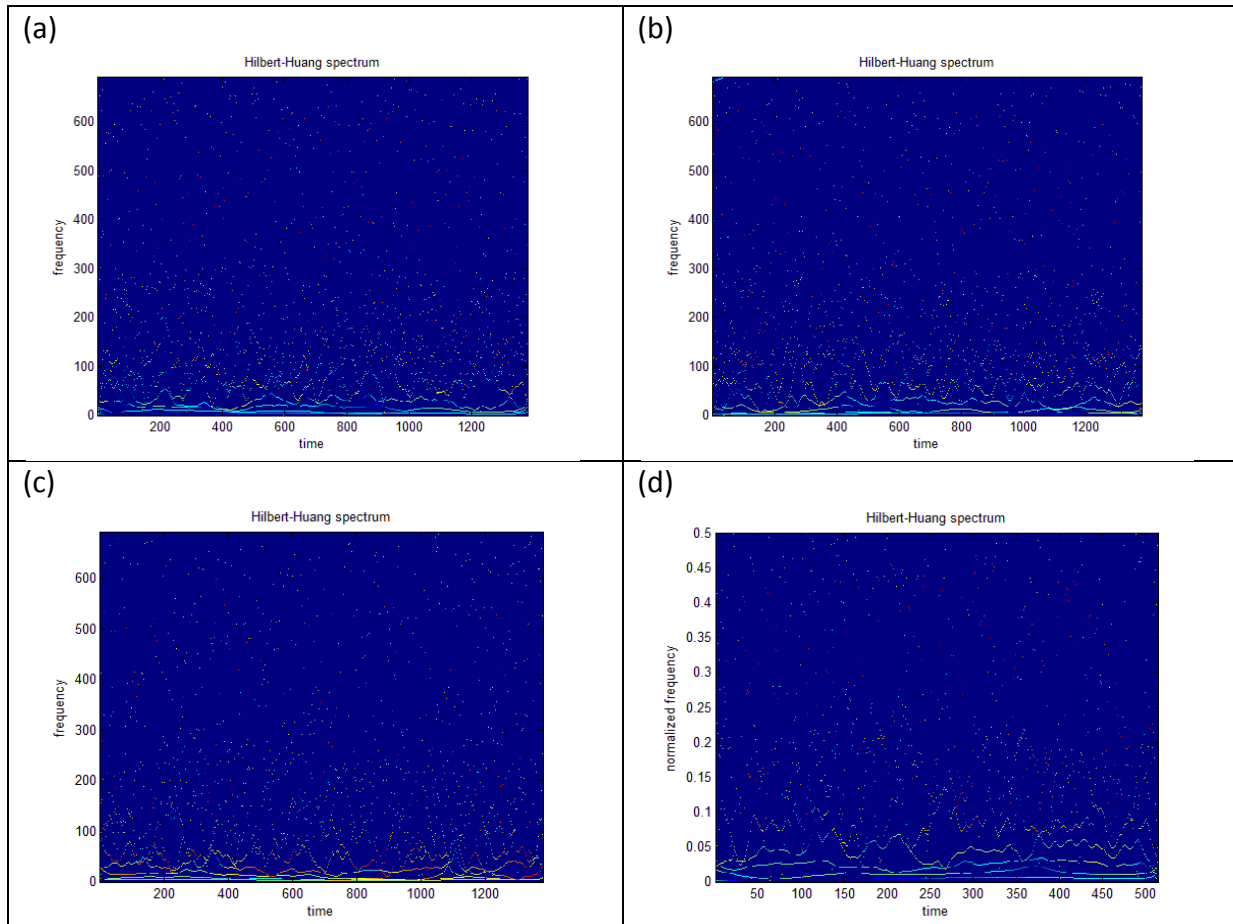


Fig. III.39 : - Spectre de Hilbert-Huang des indices d'oscillation climatique au pas mensuel : (a)- NAO, (b)- WeMO, (c)- SOI et (d)- MO.

Nous avons également appliqué la Transformée de Hilbert aux composants de la fonction modale intrinsèque pour obtenir les amplitudes instantanées et les fréquences instantanées de l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas Journalier (Période : 1948-2016). La figure PPP présente le spectre de Hilbert-Huang l'indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO). Elle montre nettement la prédominance des basses fréquences, alors que les moyennes et les hautes fréquences sont éparées et presque aléatoires.

III.3.3 Analyses croisées

- **Analyse Spectrale Croisée**

L'objectif de cette analyse croisée est de chercher à mettre en évidence une relation de causalité éventuelle entre les indices d'oscillation climatique et les pluies au pas mensuel. Dans un premier temps, nous avons effectué cette analyse avec les indices NAO, WeMO et SOI avec les pluies mensuelles d'Annaba sur la période d'observation 1901-2015. Les figures III.40 ,III.41 et III.42 présentent les résultats obtenus. Par la suite, nous avons effectué une analyse entre les IMFs des Indices et les IMFs des pluies.

Le corrélogramme croisé entre l'indice(NAO) et les Pluies à Annaba (fig. III.40 (a)) illustre une relation de causalité éventuelle faible, ce qui indique que la réponse aux

impulsions indices est probablement lente. Le système effectue un filtrage des indices, il possède une capacité de régulation très significative. Les valeurs relativement faibles indiquées par le corrélogramme indiquent l'absence de relation rapide entre l'indice et les pluies mensuelles ce qui suggère la non linéarité de système.

L'estimation de la Densité Spectrale de Puissance Croisée par la méthode de Welch (fig. III.40 (b)), montre nettement la présence de la composante du cycle annuel et la composante du cycle semestriel.

La figure III.40 (c) présente la corrélation croisée fenêtrée, elle montre les intervalles où la corrélation croisée est fortement significative entre 100-200 et 1200-1300.

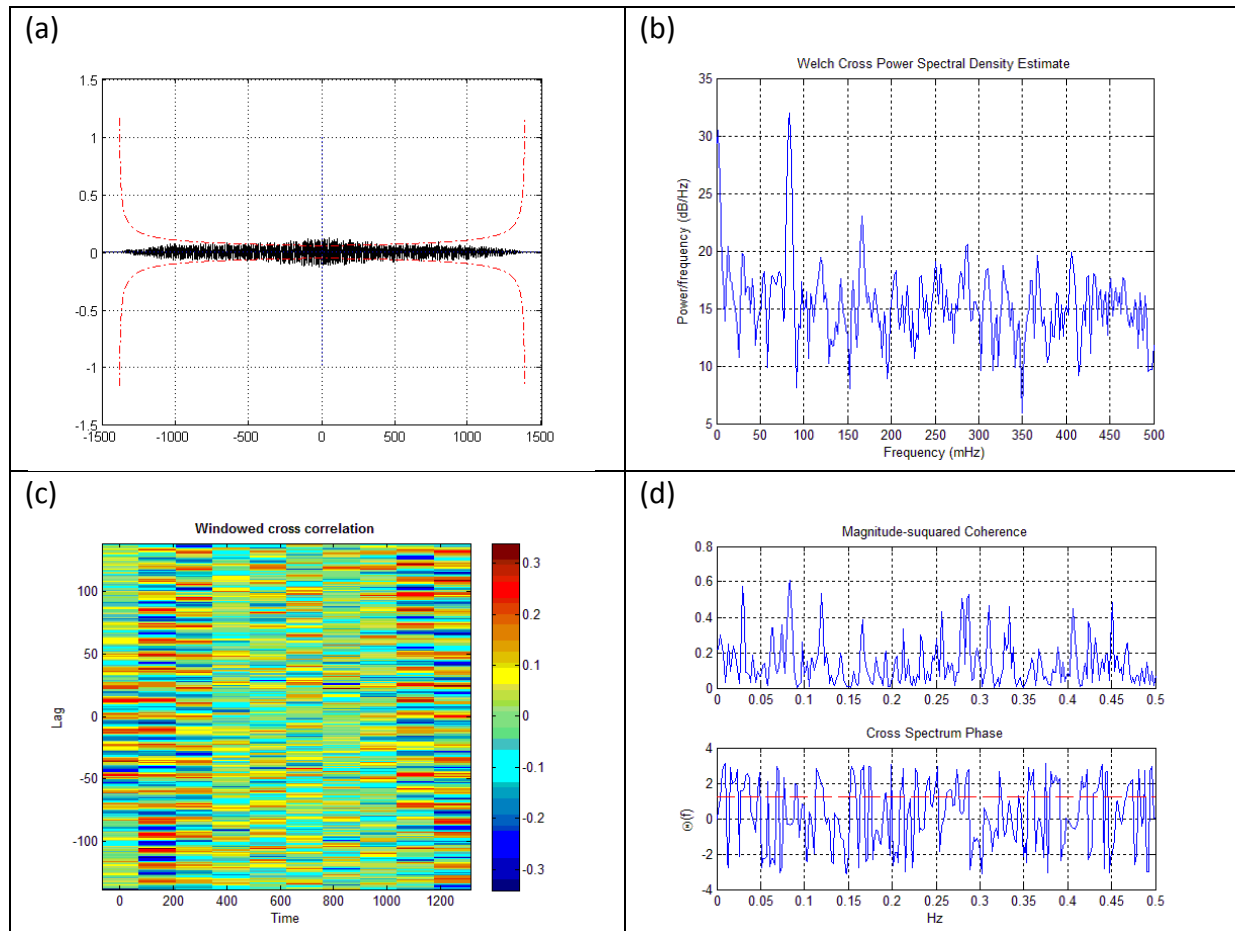


Fig.III.40: - Analyse Spectrale croisée : (a)- Corrélogramme Croisé, (b)-Densité Spectrale de Puissance Croisée, (c)-Corrélation Croisée fenêtrée, (d)-Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation Nord-Atlantique (NAO) et les pluies à Annaba.

La figure III.40 (d), nous présente la fonction cohérence et la fonction phase. La fonction cohérence nous renseigne sur la linéarité du système. Elle est assimilée à une intercorrélation entre les événements à l'entrée et à la sortie du système dans le domaine fréquentiel. Dans le cas d'un système non linéaire, les sorties ne sont pas proportionnelles aux entrées et le coefficient de cohérence sera inférieur à 1. Dans le cas du NAO-Pluies, la cohérence est moyennement faible, ce qui indique que la relation Indice-Pluie est loin d'être

linéaire. La fonction de phase exprime le déphasage entrée-sortie pour chaque fréquence. La fonction phase n'est pas interprétable ici, car la réponse du système au signal d'entrée est très étalée.

La figure III.41, présente le Corrélrogramme Croisé (a), la Densité Spectrale de Puissance Croisée (b), Corrélation Croisée fenêtrée (c), et les Fonctions Cohérence et Phase Croisée (d) entre l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) et les pluies à Annaba.

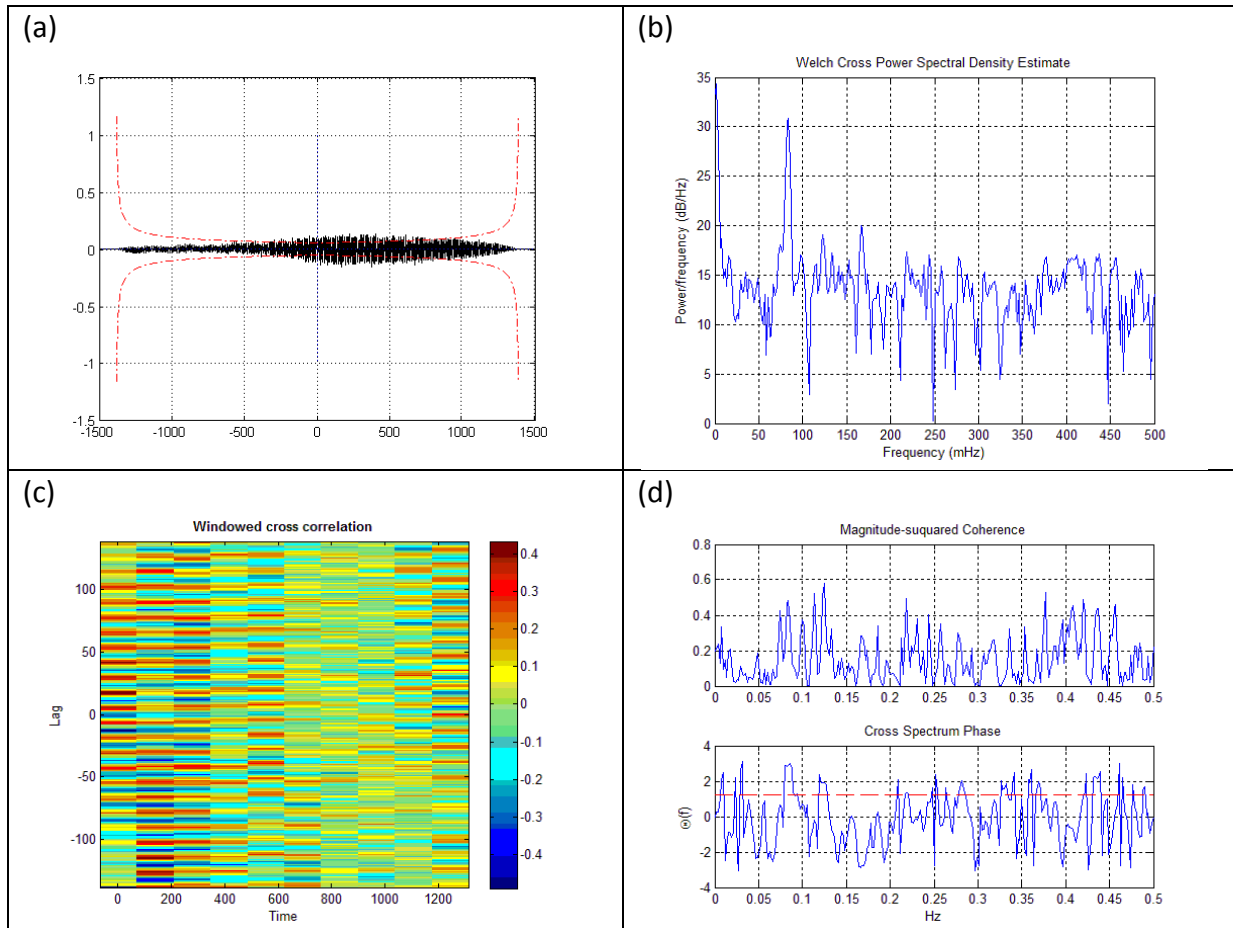


Fig. III.41 : - Analyse Spectrale croisée : (a)- Corrélrogramme Croisé, (b)-Densité Spectrale de Puissance Croisée, (c)-Corrélation Croisée fenêtrée, (d)-Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO) et les pluies à Annaba.

Le corrélrogramme croisé (Fig. III.41 (a)) montre là-aussi une relation de causalité assez évidente même si les valeurs de la corrélation restent faibles. Le spectre de densité spectrale de puissance croisée met nettement la composante du cycle annuel ainsi que d'autres composantes pour des cycles inférieurs. La fonction cohérence présente un comportement assez comparable à celui du NAO-Pluies (Annaba).

Sur la figure(III.42) représente le Corrélrogramme Croisé (a), la Densité Spectrale de Puissance Croisée (b), la Corrélation Croisée fenêtrée (c) et les Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation australe (SOI) et les pluies mensuelles à Annaba. Elle montre un corrélrogramme à valeurs très faibles et peu significatives. Elle montre une densité spectrale de puissance croisée décroissante où uniquement la composante annuelle

est très visible. D'autres composantes pluriannuelles sont également visibles. La figure III.42 (c) montre une corrélation croisée fenêtrée où quelques fréquences caractéristiques sont éparpillées et dispersées. Dans ce cas, la cohérence est moyennement faible, ce qui indique une relation non-linéaire entre l'indice et les pluies. Ceci est dû probablement à l'effet lointain de l'indice d'oscillation australe sur les pluies de la région.

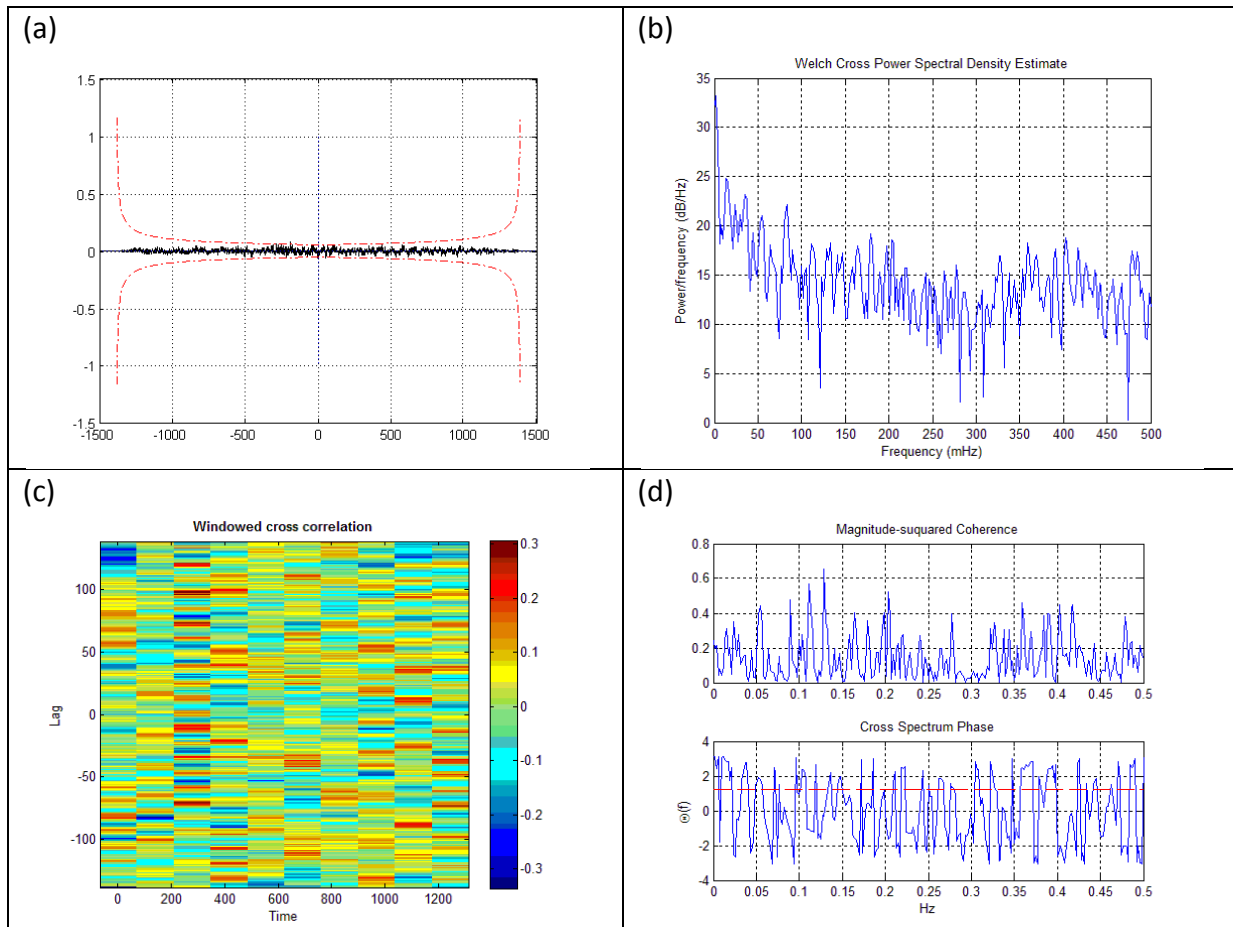


Fig. III.42: - Analyse Spectrale croisée : (a)- Corrélogramme Croisé, (b)-Densité Spectrale de Puissance Croisée, (c)-Corrélation Croisée fenêtrée, (d)-Fonctions Cohérence et Phase Croisée entre l'indice d'Oscillation australe (SOI) et les pluies à Annaba.

Nous avons également cherché à mettre en évidence une relation de causalité éventuelle entre les indices d'oscillation climatique et les pluies au pas mensuel par l'intermédiaire des IMFs des indices d'oscillations climatique et les IMFs des pluies mensuelles. La figure III.46 présente la fonction cohérence entre les différents indices (NAO, WeMO et SOI) et les pluies mensuelles à Annaba. Elle montre une fois de plus la relation non-linéaire de l'indice et des pluies. Les résultats entre les indices et les pluies à Dar El Beida, Oran et Ain Oussera sont en annexes.

Les figures (III.43),(III.44)et (III.45)montrent l'évolution de la cohérence moyenne entre les indices d'oscillation climatique et les pluies. Elles montrent une augmentation de la cohérence moyenne lorsque le nombre de mode augmente. Ceci peut être interprété comme étant une relation entre l'indice et les pluies à plus grande échelle. Pour la figure III.43, le relation entre l'indice et les pluies par contre se fait plus à petite échelle.

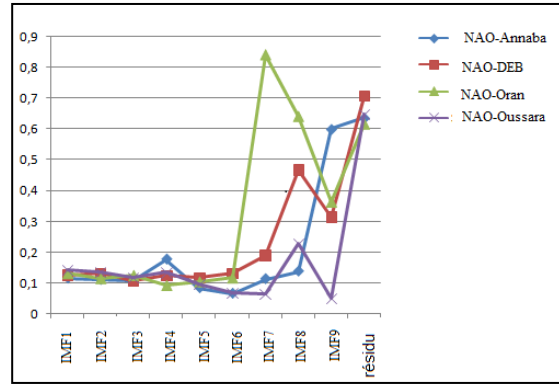


Fig. III.43 : - Cohérence moyenne IMF par IMF entre l'Indice NAO et les pluies à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussara.

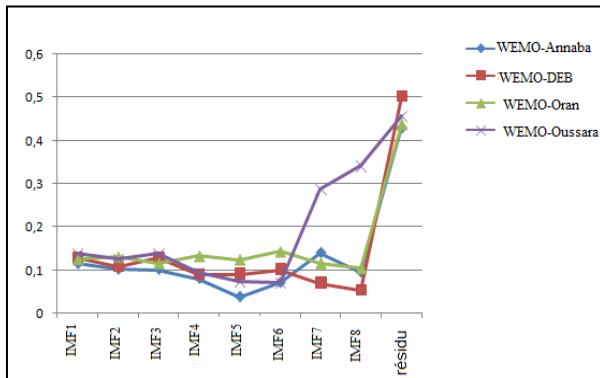


Fig. III.44 : - Cohérence moyenne IMF par IMF entre l'Indice WeMO et les pluies à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussara.

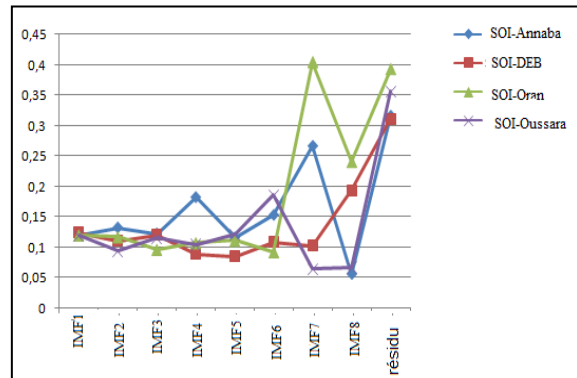


Fig. III.45 : - Cohérence moyenne IMF par IMF entre l'Indice SOI et les pluies à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussara.

• Analyse Corrélatoire-EMD Croisée

Afin de mettre en évidence une relation de causalité éventuelle entre les indices d'oscillation climatique et les pluies au pas mensuel, une analyse corrélatoire-EMD croisée a été proposée. Les résultats obtenus entre les indices d'oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les pluies mensuelles à Annaba sont résumés dans la figure III.47.

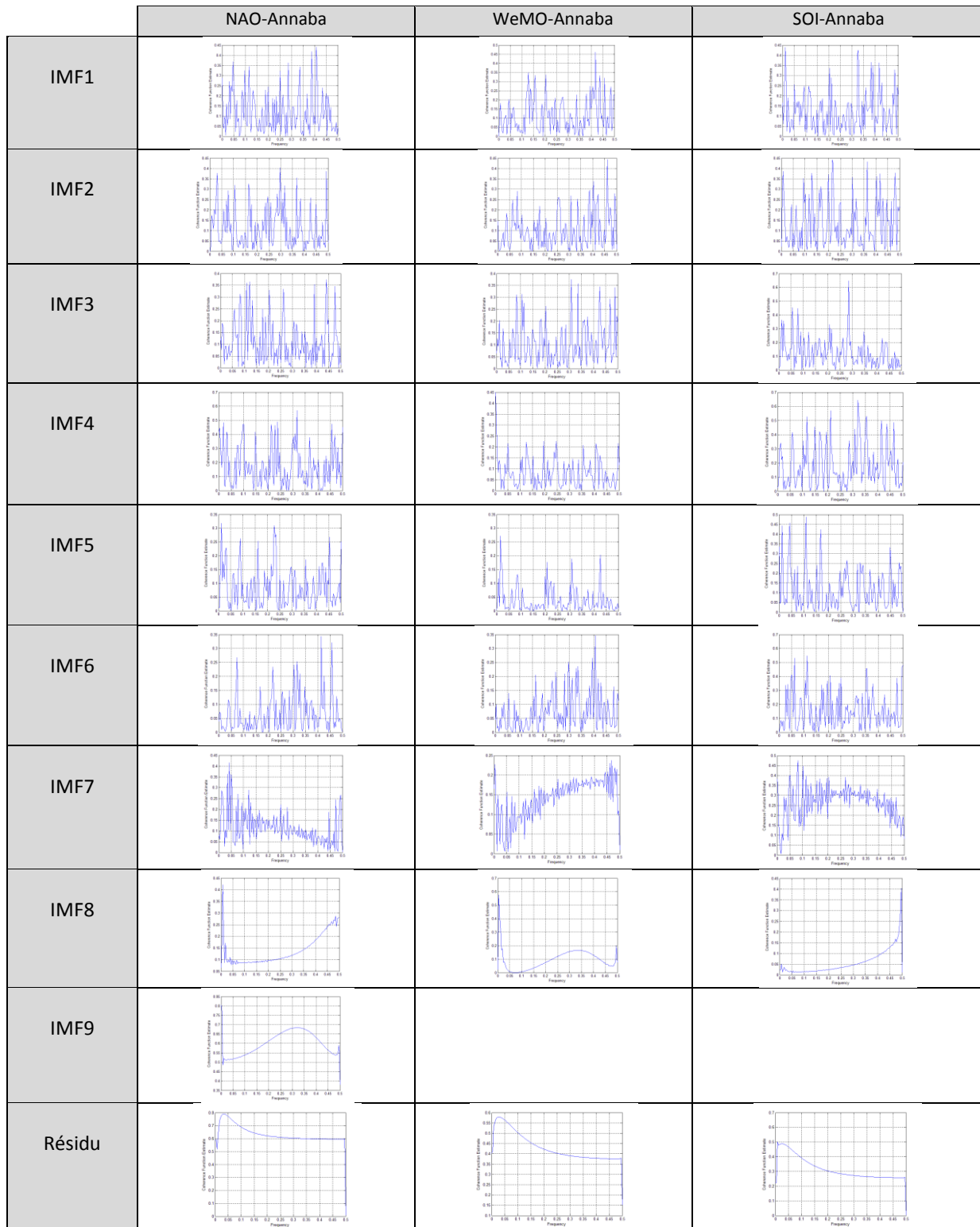


Fig. III.46 : - Fonction cohérence entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Annaba (Période 1901-2015).

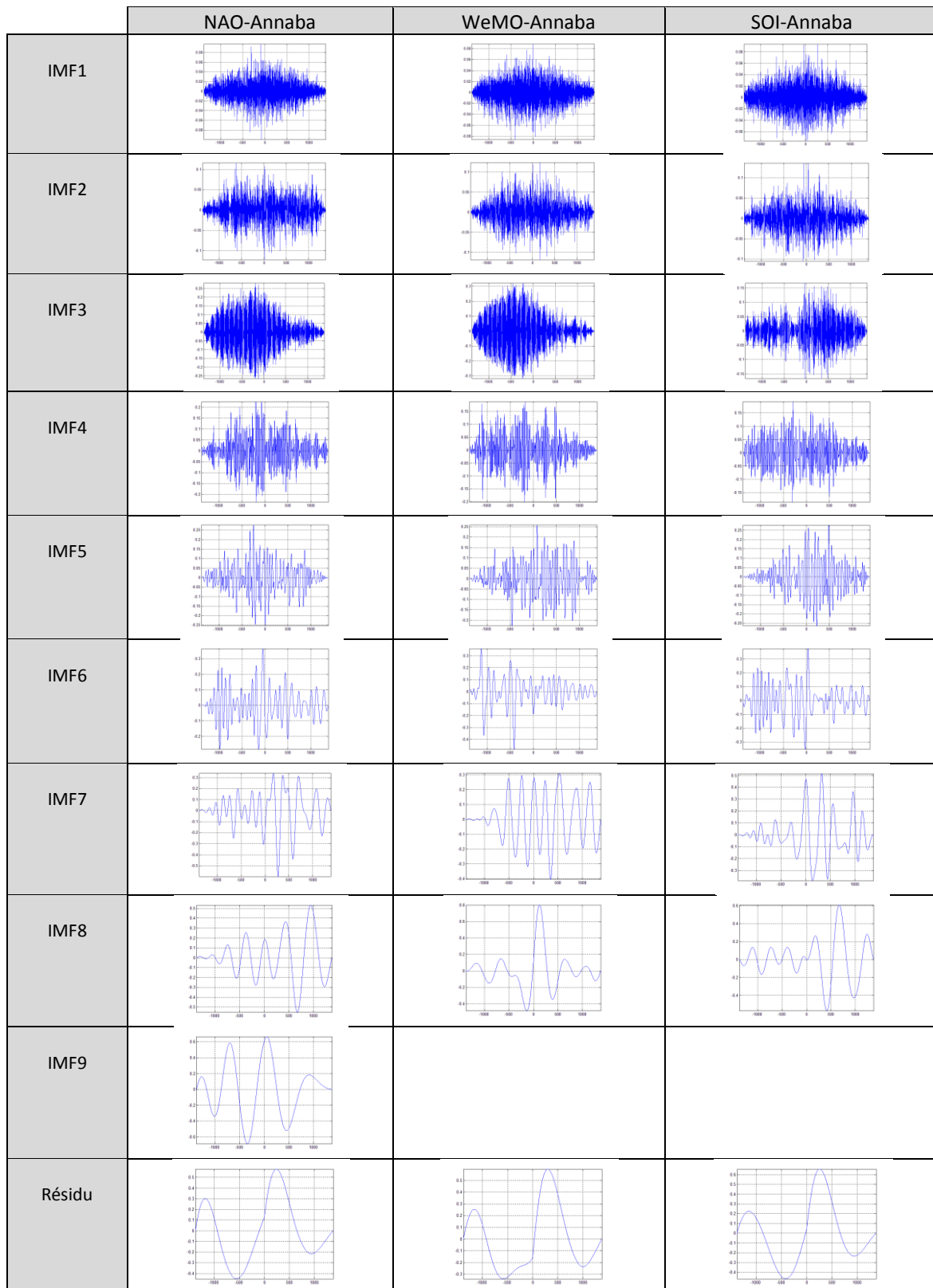


Fig. III.47 : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Annaba (Période 1901-2015).

La figure III.47, montre des corrélogrammes significatifs dont la corrélation semble augmenter avec l'ordre des IMFs. Les résultats des autres corrélogrammes croisés entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Dar El Beida, Oran et Ain Oussera sont présentés en annexes.

L'analyse corrélatoire-EMD entre IMFs des indices et IMFs des pluies au pas mensuel met en évidence le comportement des pluies aux variations des indices. La figure III.48 représente le maximum de corrélation croisée en fonction de l'ordre des IMFs pour les différentes stations d'observation. On constate que le système climatique de la région est caractérisé par une montée assez lente et un maximum significatif à partir le l'IMF7.

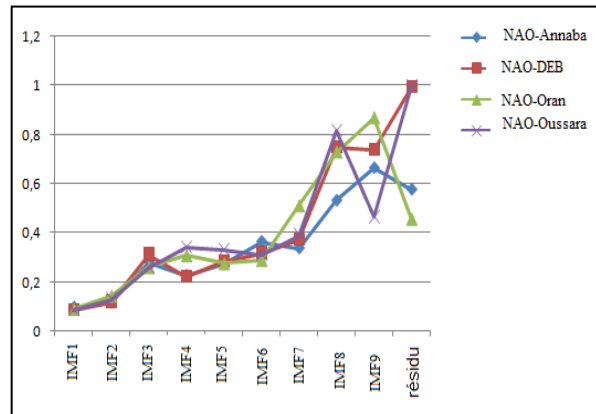


Fig. III.48 : - Maximum de corrélation entre IMFs de l'Indice NAO et les pluies mensuelles à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussara (1901-2015).

A ce titre, les pluies semblent sensibles aux fluctuations des indices à plus grande échelle. Ceci est d'autant plus confirmé par les figures III.49 et III.50 montrant nettement cette augmentation progressive avec l'ordre des IMFs.

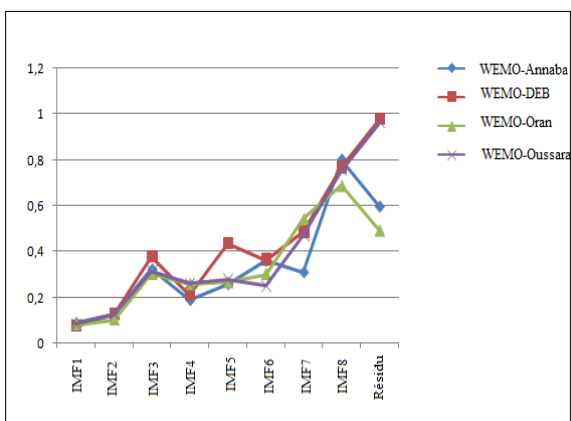


Fig. III.49 : - Maximum de corrélation entre IMFs de l'Indice WEMO et les pluies mensuelles à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussara (1901-2015).

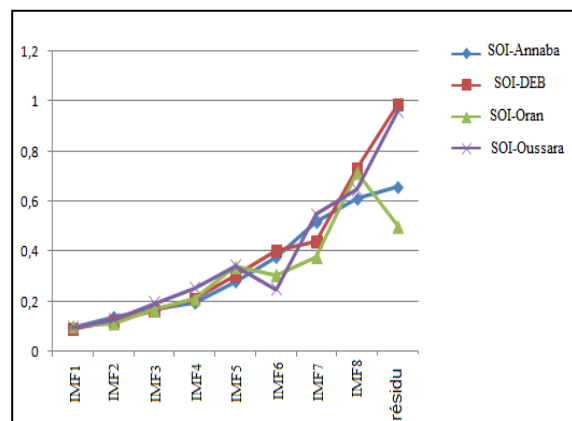


Fig. III.50: - Maximum de corrélation entre IMFs de l'Indice SOI et les pluies mensuelles à Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussara (1901-2015).

III.4 Conclusion

Nous avons observé que le comportement spectral par la transformée de Fourier est presque identique aux quatre stations pluviométriques et que la composante annuelle est la plus dominante ainsi que d'autres composantes à plus petites échelles, notamment la composante semestrielle.

Nous avons remarqué également qu'à l'aide de transformée en ondelettes, que les spectres mettent nettement en évidence les composantes annuelles ainsi que d'autres composantes très faiblement manifestées à plus grandes échelles.

La méthode de décomposition modale empirique appliquée aux données de pluies mensuelles d'Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera selon le processus de tamisage, les IMFs obtenus montrent que de fortes fluctuations existent surtout à petite échelle. Cependant, les résidus indiquent que la tendance des pluies mensuelles pour les stations de Dar El Beida et Ain Oussera diminue, alors que pour les stations d'Annaba et Oran, la tendance après une diminution augmente légèrement.

Nous avons constatés sur les spectres de Hilbert-Huang que les fréquences les plus caractéristiques et les plus élevées sont celles correspondant aux environs de la valeur 115 dB qui correspond au cycle annuel. D'autres fréquences moins spectaculaires correspondent aux cycles de 6 mois et de 4 et 3 mois sont également visibles. Tous les cycles visibles sur les spectres ne sont pas tout à fait constants mais changent avec le temps ce qui est déjà un signe de variabilité climatique.

Les analyses croisées entre les indices et les Pluies montrent globalement une relation de causalité éventuelle faible, mais une capacité de régulation très significative. Les valeurs relativement faibles indiquées par les corrélogrammes indiquent l'absence de relation rapide entre les indices et les pluies mensuelles ce qui suggère la non linéarité du système, d'ailleurs ce qui a été confirmé par la fonction cohérence.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Ce mémoire a eu pour objectif l'analyse des données pluviométrique et des indices climatiques afin de mettre en évidence leur impact sur le régime pluviométrique en Algérie septentrionale.

Le travail de ce projet a consisté dans un premier temps à faire une synthèse bibliographique qui donne un aperçu sur les outils mathématiques utilisés en l'occurrence la transformée de Fourier, la transformée en Ondelettes et la transformée de Hilbert-Huang.

Ces techniques d'analyse ont été réalisées afin d'étudier la périodicité, les oscillations à long à moyen et à court terme, les tendances intégrées dans les données pluviométriques et mettre en évidence les relations éventuelles avec les indices d'oscillations océaniques et atmosphériques à grande échelle et même à l'échelle régionale.

La deuxième partie de ce travail comprend principalement l'application des méthodes d'analyse spectrale : Energie-Temps-Fréquence aux séries de données pluviométriques mensuelles de quatre stations pluviométriques situées dans le Nord d'Algérie : Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera. Parallèlement à ces analyses, nous avons effectué l'analyse des indices d'oscillations climatiques en l'occurrence NAO, WeMO, SOI et MO.

Les résultats de ces analyses semblent significatifs et promoteurs, ils montrent que :

- ✓ le comportement spectral est presque identique pour les quatre stations pluviométriques et que la composante annuelle (12 mois) et la plus dominante, d'autres composantes moins importantes sont également visibles, la composante semestrielle (6 mois), la composante 3-4 mois est pratiquement présente pour les quatre stations ;
- ✓ les spectrogrammes pour les pluies des quatre stations : Annaba, Dar El Beida, Oran et Ain Oussera mettent nettement en évidence la fréquence 0.083 correspondant à la composante annuelle ;
- ✓ à petites échelles, les spectres en ondelettes de Morlet des pluies mettent en évidence temporellement des processus à hautes fréquences qui sont très épars et discontinus. A plus grande échelle, les spectres révèlent nettement la composante annuelle. Pour des échelles plus grandes, on remarque la présence

de certains processus plus ou moins bien localisés en temps correspondant à des processus pluriannuels ;

- ✓ à long terme, l'approximation des niveaux les plus élevés (a_{10}) met en évidence la tendance générale du processus, pour toutes les stations, on constate une tendance à la baisse traduisant une période plus sèche ;
- ✓ la méthode de décomposition modale empirique montre que de fortes fluctuations existent surtout à petite échelle. Cependant, les résidus indiquent que la tendance des pluies mensuelles pour les stations de Dar El Beida et Ain Oussera diminue, alors que pour les stations d'Annaba et Oran, la tendance après une diminution augmente légèrement ;
- ✓ les résultats de l'application de transformée de Hilbert pour chaque IMF montrent que les fréquences les plus caractéristiques et les plus élevées sont celles correspondant aux environs de la valeur 115 dB (fréquence non normalisée) qui correspond au cycle annuel. D'autres fréquences moins spectaculaires correspondent aux cycles de 6 mois et de 4 et 3 mois sont également visibles. Tous les cycles visibles sur les spectres ne sont pas tout à fait constants mais changent avec le temps ce qui est déjà un signe de variabilité climatique ;
- ✓ pour l'Indice d'Oscillation Nord-Atlantique (NAO), La méthode de Welch et la méthode MTM de Thomson font apparaître plusieurs fréquences caractéristiques : une fréquence de 0.083 (Hz) correspondant au cycle annuel, une fréquence de 0.17 (Hz) correspondant au cycle semestriel (six mois), ainsi que d'autres à 0.24, 0.32 et 0.48 (Hz) correspondant respectivement aux cycles de quatre mois, trois mois et deux mois. Les méthodes non-paramétriques, celle du modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et celle de la méthode de covariance et covariance modifiée montrent une forme très lissée de la fonction de densité spectrale et exhibent nettement les fréquences caractéristiques correspondant aux cycles : annuel, semestriel, quatre mois, trois mois et deux mois ;
- ✓ pour l'indice d'Oscillation Méditerranéenne Occidentale (WeMO), Les méthodes non-paramétriques, celle du modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et celle de la méthode de covariance et covariance modifiée montrent clairement la fréquence la plus caractéristique de 0.083 Hz du cycle annuel, ainsi que d'autres fréquences moins spectaculaires de valeurs 0.165, 0.230, 0.30 et 0.43 correspondant aux cycle semestriel et pluri-mensuels (4, 3 et 2 mois) ;

- ✓ pour l'indice d'Oscillation australe (SOI), les méthodes non-paramétriques du modèle autorégressif (AR) de Yule-Walker et de la méthode de covariance et covariance modifiée présente les fréquences suivantes : 0.0214, 0.0986, 0.181, 0.242 et 0.340 correspondants respectivement aux cycles : 46 mois (3.8 ans), 10 mois, 5 à 6 mois, 4 mois et 3 mois. Le cycle annuel n'est pas mis en évidence pour le SOI ;
- ✓ pour l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO), la série de données mensuelles n'est pas aussi longue que les précédentes pour être représentative, elle couvre uniquement la période 1958 à 2000, mais nous constatons quelques fréquences caractéristiques. Les valeurs de ces fréquences sont au environ de : 0.83, 0.17, 0.37 qui correspondent au cycle annuel, au cycle semestriel, et de deux et trois mois ;
- ✓ l'Indice d'Oscillation Méditerranéenne (MO) au pas journalier a été utilisé dans cette étude uniquement pour voir et vérifier si le MO à ce pas influencerait par les phénomènes d'échelle synoptique les pluies. Nous constatons une décroissance du spectre de la densité spectrale de puissance. Quelques fréquences nettement visibles de 0.0244, 0.0996 correspondants à des phénomènes d'échelle synoptique.

Dans cette étude, nous avons mis en évidence une étroite relation entre les indices d'oscillations climatiques (MO et WeMO) et les pluies en Algérie toute au moins dans la partie Nord du pays. L'indice d'Oscillation Nord-Atlantique est très bien corrélé au WeMO et au MO et par conséquent aux pluies.

Cependant, pour l'indice d'oscillation australe (SOI) son influence n'est probablement qu'à des échelles plus grandes ce qui nécessite des études plus approfondies.

Nous proposons des analyses types Energie-Temps-Fréquence des pluies et des indices au pas journalier afin de mettre en évidence les relations éventuelles à des échelles plus petites et d'autres méthodes complémentaires telles que la distribution de Wagner-Ville et la décomposition orthogonale aux valeurs propres qui pourront contribuer à une meilleure compréhension de ces phénomènes Hydro-climatiques.

Références Bibliographiques

- Barnhart, Bradley Lee (2011) - The Hilbert-Huang Transform: theory, applications, development. PhD (Doctor of Philosophy) thesis, University of Iowa, 89p.
- Brigham, E. (1988) - The Fast Fourier Transform and its Applications. Prentice Hall. Englewood Cliffs NJ, 448 p.
- Byron F.W., and Fuller R.W. 1992: *Mathematics of Classical and Quantum Physics*, Dover Publications, Inc., New York.
- Cexus J-C. (2005) – Analyse des signaux non-stationnaires par Transformation de Huang, Opérateur de Teager-Kaiser, et Transformation de Huang-Teager (THT). Thèse de Doctorat, Université de Rennes 1. 181p.
- Flandrin , P (1999) - Time-frequency/ time-scale analysis. Academic Press, San Diego, CA.
- Gabor, D. (1946) - Theory of communication. *J. Inst. Elect. Eng.*, Vol. 93, No. 3, pp. 429 – 457.
- Gada S. (2013) – Décomposition Modale Empirique: Application à l'analyse de la texture. Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. 99p.
- Gingras D. (2013) - Processus stochastiques et traitement statistique de signaux aléatoires. Notes de cours. Université de Sherbrooke, Canada, 62 p.
- JAWERT B. & SWELDENS W. (1989) – An overview of wavelet based multiresolution. *SIAM Review*, 31(4), pp 628-666.
- Hayes M.H. (1996) - Statistical Digital Signal Processing and Modeling. New York: John Wiley & Sons.
- Huang NE, Shen Z, Long SR, Wu MC, Shih HH, Zheng Q, Yen N, Tung C., Liu HH(1998)- The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society London* 1998.A454:903–995.
- Kay S.M. (1988) - Modern Spectral Estimation. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Kerebel M. , Pellissier L., Stan D. & Vachier-Mammar C., (2011) – L'Empirical Mode Decomposition, algorithmes et utilisations. Rapport de stage réalisé sous la direction de Corinne Vachier-Mammar, (Université) (Ecole Nationale de Cachan) 37p.
- Loutridis SJ (2005). Instantaneous energy density as a feature for gear fault detection. *Mechanical Systems and Signal Processing* 20(5):239–1253.
- Mallat S. (1989) - A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet transform. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell*, 11:674–693, 1989.
- Marple S.L. (1987) - Digital Spectral Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Oberlin T. (2013) – Analyse de Signaux Multicomposantes : Contributions à la Décomposition Modale Empirique, aux Représentations temps-fréquence et au Synchrosqueezing. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 173p.

Orfanidis S.J. (1996) - Introduction to Signal Processing. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Percival D.B., and A.T. Walden. (1993) - Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques. Cambridge: Cambridge University Press.

Proakis, J.G., and D.G. Manolakis. (1996) - Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Qian, S. (2002) - Introduction to Time-Frequency and Wavelet Transforms, Prentice-Hall Inc. Upper Saddle River, NJ. 304 p.

Rao Ramachandra A. & En-Ching Hsu (2008) – Hilbert-Huang Transform analysis of Hydrological and environmental time series. Water Science and Technology Library, Vol. 60. Ed. Springer, 244p.

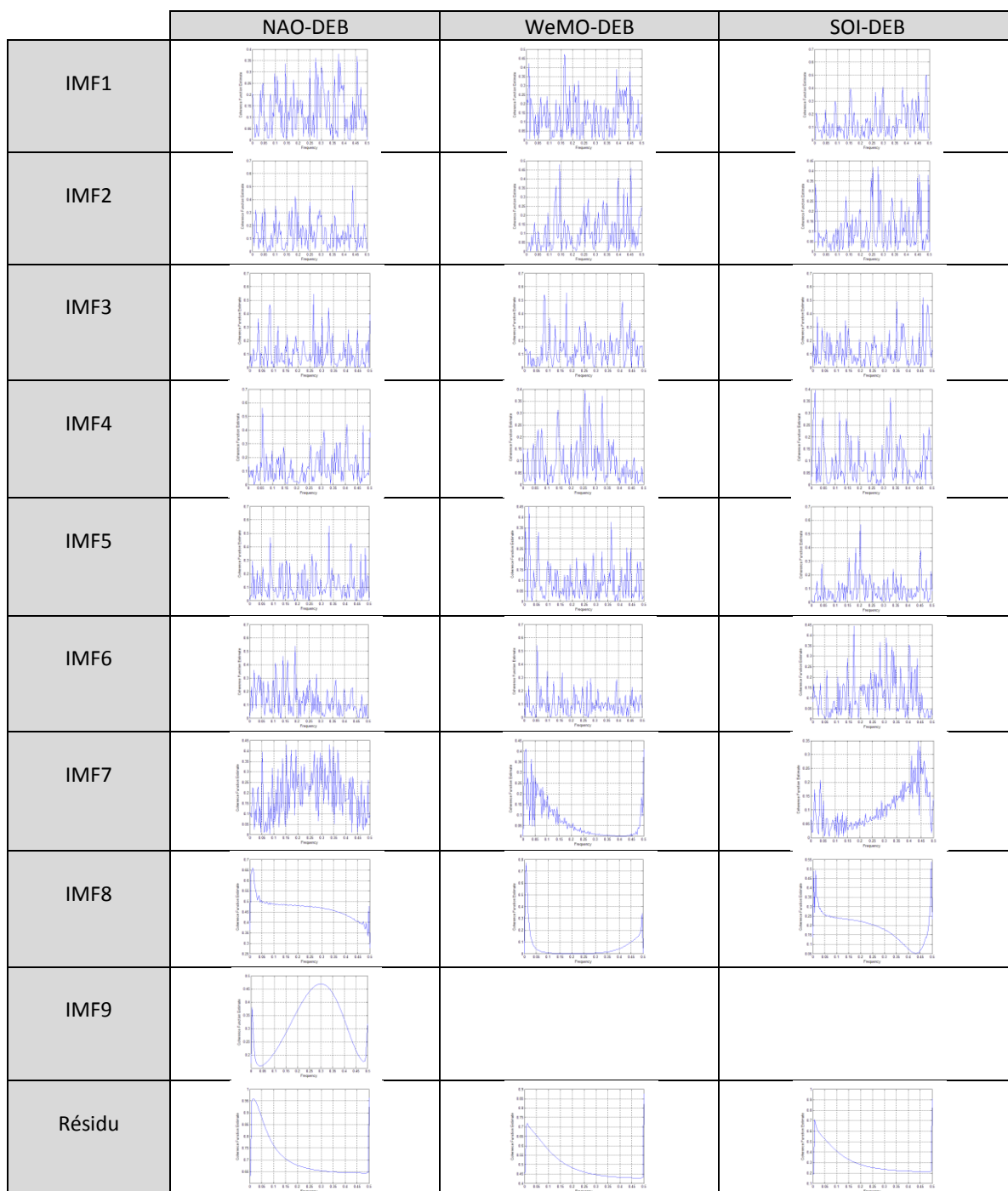
Rilling G., P. Flandrin et P. Goncalvès (2003) - On empirical mode decomposition and its algorithms. *In IEEE-EURASIP, Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing, NSIP '03*, Grado (I), juin 2003.

Stoica, P., and R. Moses. (1997) - Introduction to Spectral Analysis. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

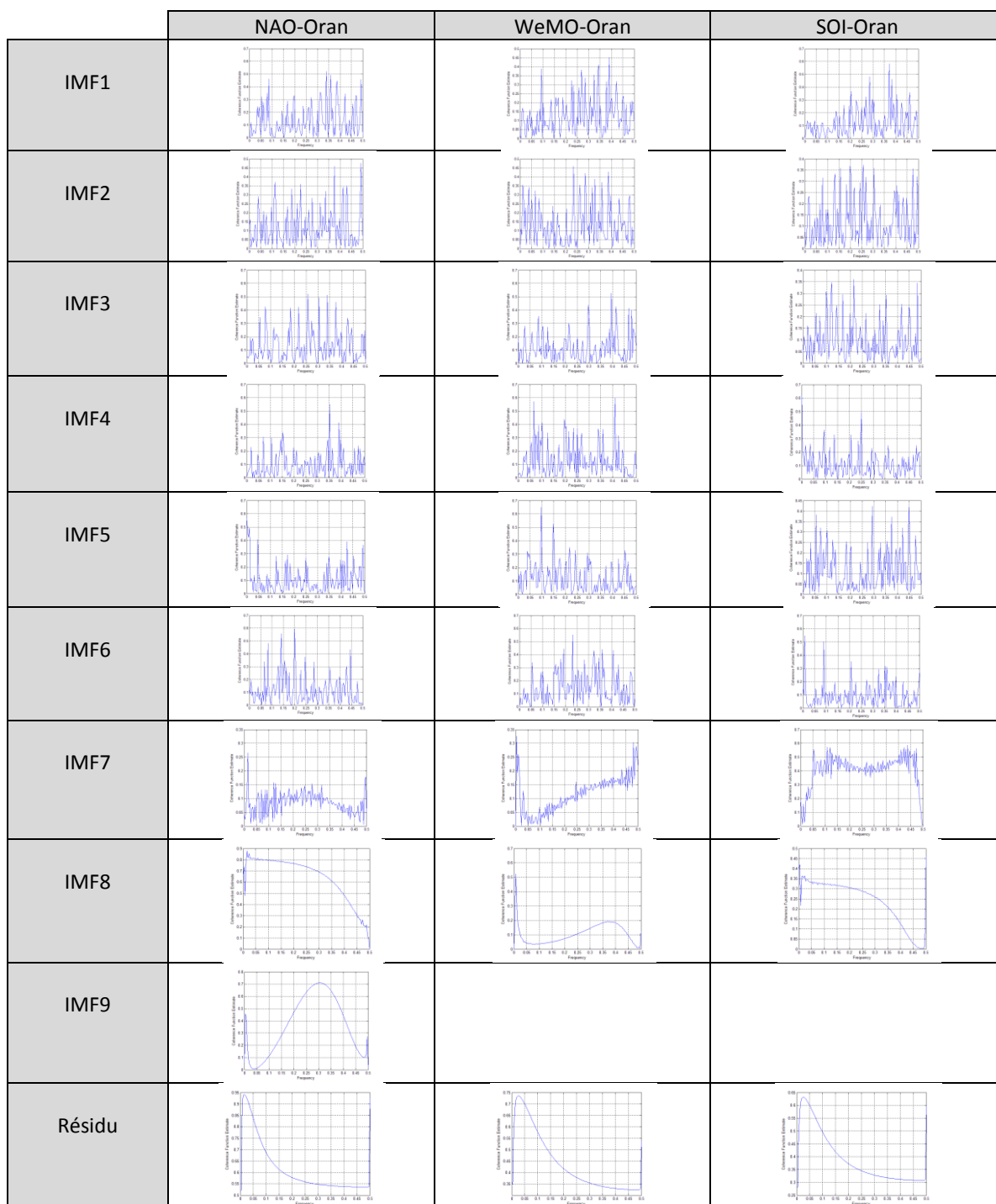
TORRENCE C. & COMPO G. (1998) – A practical guide to wavelet analysis. Bull. Of the American Meteorological Society, 79, pp 61-78.

Welch, P.D. (1967) - The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms." IEEE Trans. Audio Electroacoust. Vol. AU-15 (June 1967). pp 70-73.

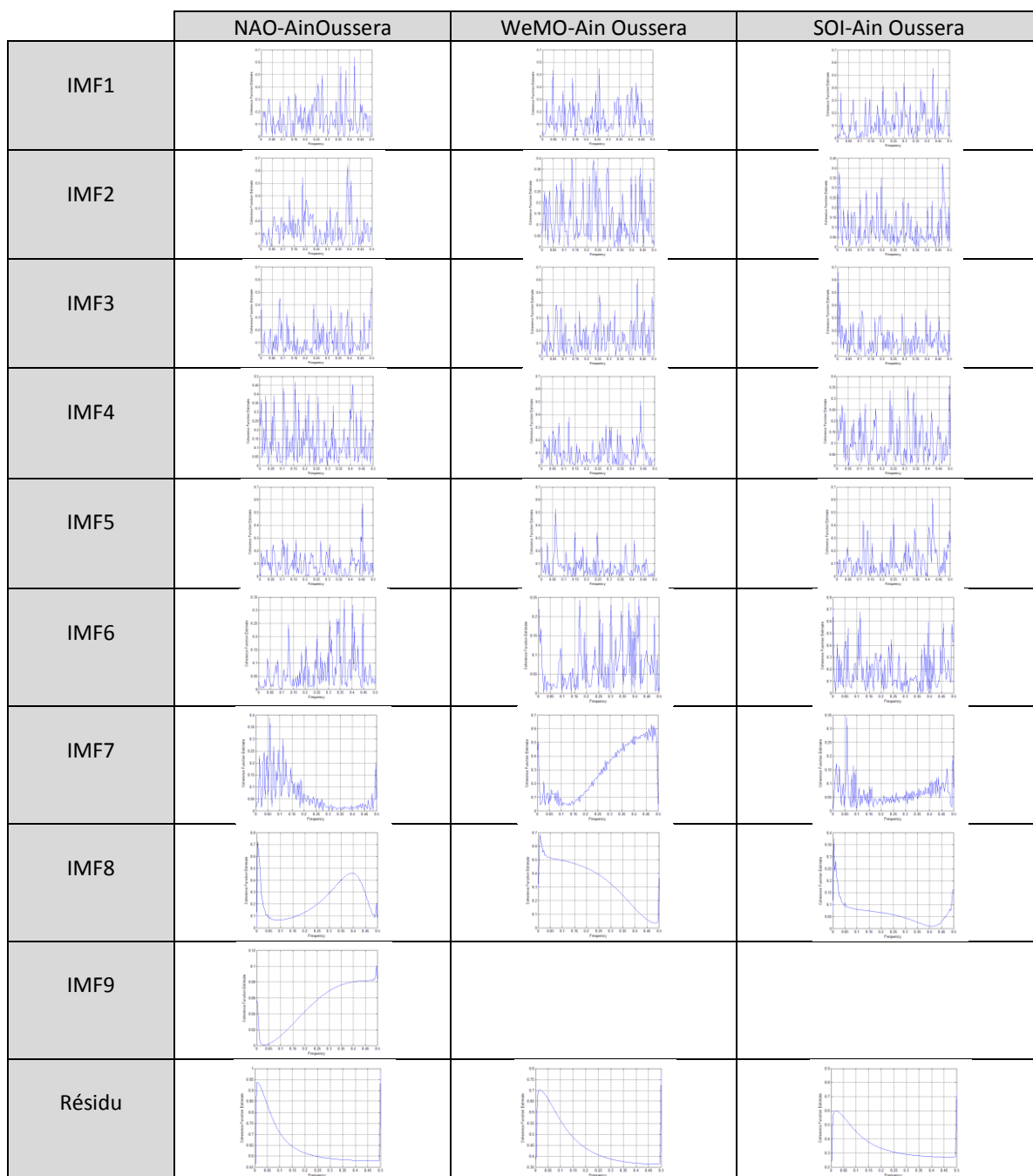
Annexes



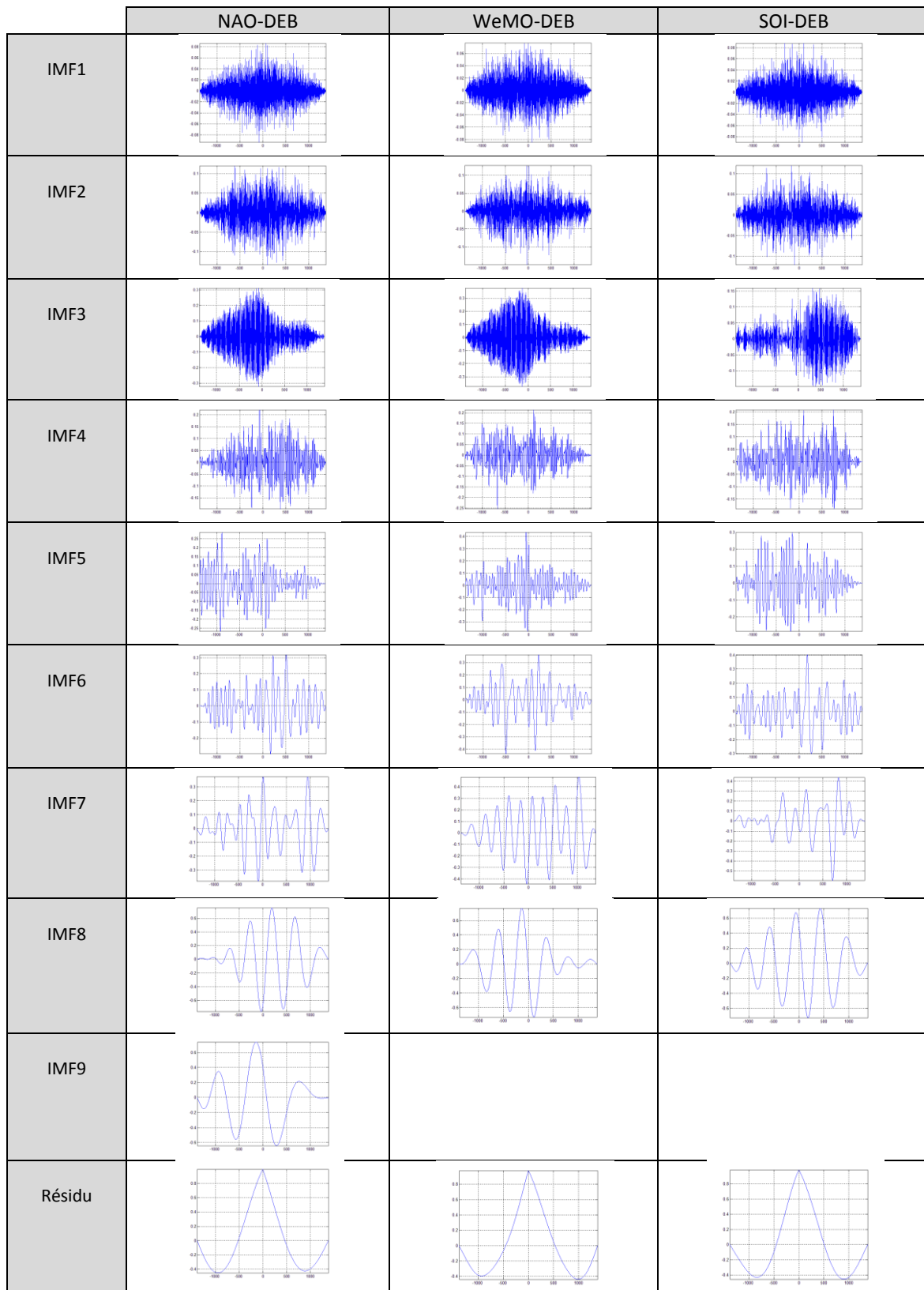
Annexe A : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Dar El Beida (Période 1901-2015).



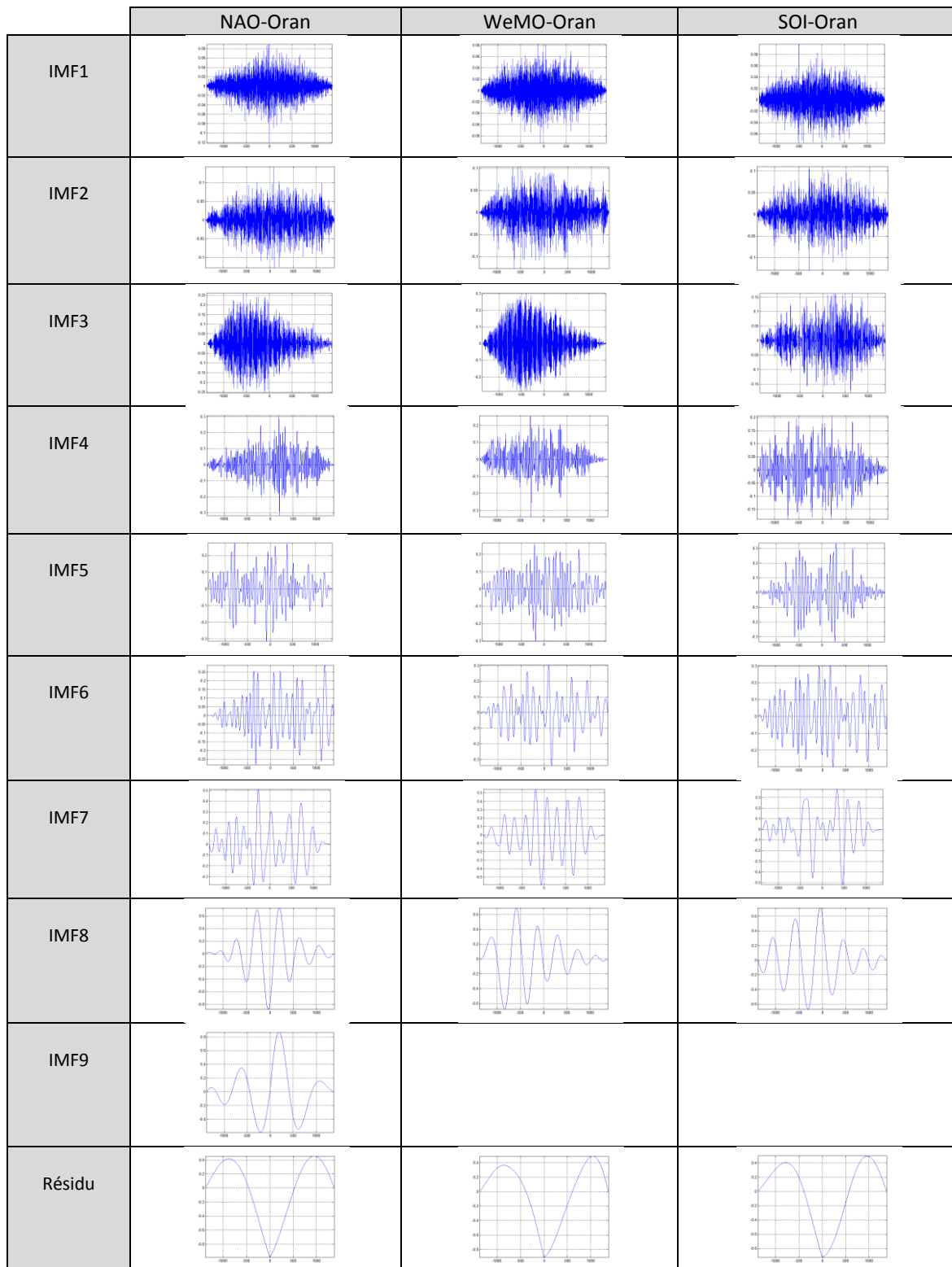
Annexe B : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Oran (Période 1901-2015).



Annexe C : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Ain Oussera (Période 1901-2015).

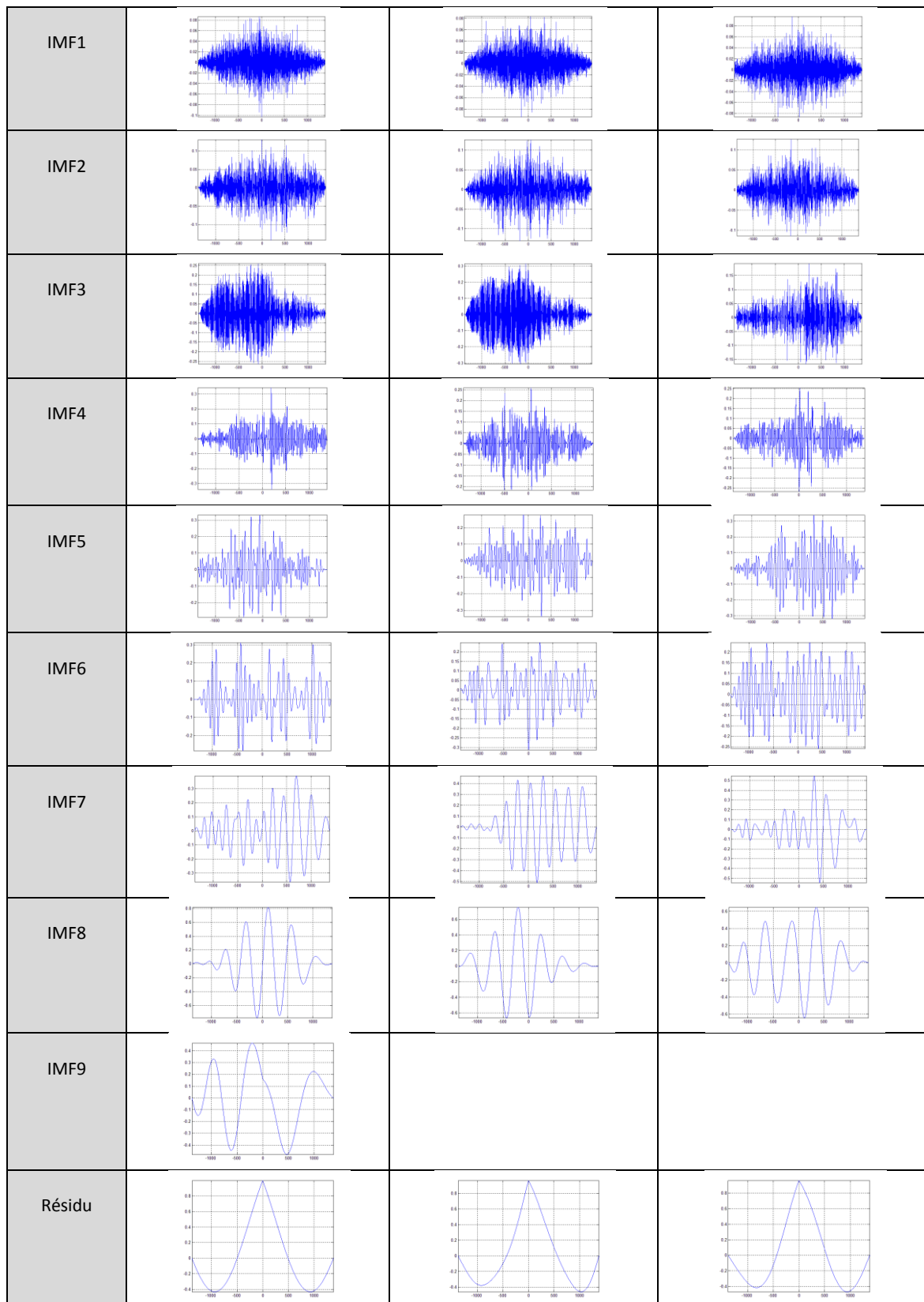


Annexe D : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Dar El Beida (Période 1901-2015).



Annexe E : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Oran (Période 1901-2015).

NAO-Ain Oussera	WeMO-Ain Oussera	SOI-Ain Oussera
-----------------	------------------	-----------------



Annexe F : - Corrélogramme Croisé entre les IMFs des indices d'Oscillation climatique (NAO, WeMO et SOI) et les IMFs des pluies mensuelles à Ain Oussera (Période 1901-2015).