



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Amar Thelidji- Laghouat

FACULTÉ: Génie civil et architecture

DEPARTEMENT : GÉNIE CIVIL

MEMOIRE DE MASTER

**Présenté Par : Boudiche Wael
Rahmouni Houssem**

DOMAINE : Science et Technologie

FILIERE : Génie Civil

OPTION : Sciences et Techniques Topographiques

Thème

DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS DE PROJECTION UTM (CAS D'ALGÉRIE)

Jury de soutenance :

Nom et Prénom	Grade	Qualité
MR. DJABALLAH.A	M.A.A	Président
MR. BENCHEHIDA.A	M.A.B	Examineur
MR. CHADLI.K	M.A.A	Encadreur

Année universitaire

2017/2018

Dédicaces

C'est avec un grand honneur que je dédie ce modeste travail à ma très chère mère, pour ses sacrifices tout au long de ma vie, à mon père qui m'a toujours soutenu à affronter les difficultés, à mes frères et mes sœurs, A toute la famille Rahmouni.

A tous ceux qui m'aiment et pensent à Moi.

A tous ceux que j'aime et ceux qui pensent à moi, je dédie ce mémoire.

A tous mes amis chacun par son nom.

À tous je dédié ce travail.

Housseem

Dédicaces

Je dédie ce travail en premier lieu aux deux êtres qui me sont les plus chers :

A mon père « Hmida »

A l'homme le plus sincère et digne au monde. Aucun mot ne peut exprimer l'amour, l'estime et le dévouement que j'ai toujours eu pour vous. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jours et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail est le fruit de vos sacrifices que vous avez consentis pour mon éducation pour mon éducation et formation.

A ma mère « Maouillaa »

L'école de mon enfance, le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple du dévouement. A celle qui me comprend, celle m'aime infiniment, celle qui m'encourage toujours pour continuer mon chemin et atteindre mon objectif : Ton amour, ta tendresse et ton dévouement restent ma ligne de conduite tout au long de ma vie.

A mon grand père

Qui nous a séparés cette année, je t'aime trop mon chère grand père. Repose en paix.

A mes frères « Wassim » et « Yassin »

Merci d'être toujours à mes côtés, par votre présence, par votre amour dévoué et votre tendresse, pour donner du goût et du sens à ma vie. En témoignage de mon amour et de ma grande affection, je vous prie de trouver dans ce travail l'expression de mon estime et mon sincère. Que dieu vous protège.

A celui qui me protège tout le temps, celui qui m'aide et celui qui m'encourage. A celui qui occupe une place unique dans ma vie, celui qui occupe une place unique dans ma vie, celui que j'adore.

A celle qui une grande place dans mon cœur, a celle qui a été toujours présente pour les bons conseils. A la plus tendre Omayma.



REMERCIEMENTS

Avant toute chose, on remercie Dieu, le Tout Puissant, pour nous avoir donné la force et la patience pour mener à terme ce travail.

Nos remerciements les plus sincères à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail ainsi qu'à la réussite de cette formidable année universitaire.

Nous tenons à présenter nos sincères remerciements à Mr. Chadli KADRI, de nous avoir honoré en acceptant de nous encadrer et structurer ce travail ainsi que sa contribution inestimable à le mettre à terme, sa ponctualité et sa disponibilité même en dehors des heures de travail.

Nous remercions les membres du jury Mr. DJABALLAH.A et Mr. BENCHEHIDA.A pour l'honneur qu'ils nous ont fait d'avoir acceptés d'évaluer notre travail.

Merci à tous et à toutes.



Résumé

Dans le cadre de ce projet intitulé 'Détermination des coordonnées UTM (Cas de l'Algérie)' nous avons procédé à la réalisation d'une interface sur le logiciel MATLAB.

Notre projet est résidé dans la construction d'un algorithme de conversion de données géodésique.

Il est capable de convertir les coordonnées géographiques vers les coordonnées UTM ou inversement et calculer le facteur d'échelle. Les données obtenues peuvent être exportées sous forme de fichiers Excel.

Il prit encore en considération le calcule :

- Le facteur d'échelle combiné (CSF) qui est le produit entre et le facteur d'échelle. D'altitude (HSF) et le facteur d'échelle de la projection (PSF).
- Calcul et interpolation de hauteur de géoïde.

Les mots clés : Facteur d'échelle de projection, facteur d'échelle d'altitude, facteur d'échelle combiné, la représentation UTM, les coordonnées géographique, les coordonnées UTM .



□□ إطار هذا □□□□□□□□□□ "تحديد □□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□□) □□□□□□□□□□ واجهة □□□□□□□□□□

.MATLAB

هذا □□□□□□□□□□ يقوم □□□□□□□□□□ تحويل البيانات الجيوديسية.

يستطيع تحويل الإحداثيات الجغرافية إلى الإحداثيات الأفقية □□□□□□□□□□ هو قادر أيضا على حساب المعامل السلمي المركب الذي هو جداء بين المعامل السلمي الخاص بالإسقاط و المعامل السلمي الخاص □□□□□□□□□□.

□□□□□□□□□□ ارتفاع الجيود .

Liste des figures

Figure 1 .1: Triangle sphérique.....	6
Figure 2.1:Le Triangle sphérique polaire.....	6
Figure 3.1:Calcul de la formule fondamentale.....	7
Figure 4.1:La règle de Nepier.....	9
Figure 5.1: L'ellipsoïde de révolution.....	10
Figure 6.1:L'ellipsoïde global et local, géoïde.....	11
Figure 7.1: Coordonnées cartésiennes.....	12
Figure 8.1: Coordonnées géographiques.....	13
Figure 9.1: Altitude Orthométrique.....	14
Figure 10.1:Changement de système de coordonnées.....	17
Figure 11.1:Passage de h à H.....	22
Figure 12.2: Schéma explicatif d'une projection.....	24
Figure 13.2: Les coordonnées géographiques.....	25
Figure 14.2: Schéma explicatif pour la projection cylindrique et conique.....	25
Figure 15.2: Principe de la projection conique Lambert.....	29
Figure 16.2: Quatre zones Lambert du nord au sud (Zone de France.....	29
Figure 17.2: Principe de la projection Universelle Transverse Mercator.....	31
Figure 18.2: Exemple de projection UTM.....	31
Figure 19.2 : L'influence du facteur d'échelle d'altitude sur la variation de la distance au sol et la distance au plan.....	37
Figure 20.2 : Etude de la variation du rayon.....	38
Figure 21.2: La fenêtre de paramétrage.....	41
Figure 22.2: La fenêtre UTM2GEO.....	42
Figure 23.2: La fenêtre GEO2UTM.....	43
Figure 24.2: Les entrées de calcul.....	46
Figure 25.2: Les résultats de calcul.....	46

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Éléments constitutifs d'un système de coordonnées.....	14
Tableau 1.2 : L'effet de la variation du rayon sur la distance ellipsoïdique.....	38

Liste des abréviations

CSF: Combined Scale Factor

DD: Degré décimaux

DM: Degré minute

DMA: Défense Mapping Agency.

DMS: Degré minutes seconds

FE: False Easting

FN: False Northing

GPS: Global Positioning System

HSF: High Scale Factor

INCT : Institut National De Cartographie et de Télédétection.

PPM: Partie par million

PSF: Projected Scale Factor

SIG: Système d'Information Géographique

UTM : Mercator Transverse Universelle

IGN : Institut national de l'Information Géographique

NIMA: National Imagery and Mapping Agency

Sommaire

Dédicaces	I
Remerciement.....	III
Résumé.....	IV
Liste des figures.....	V
Liste des tableaux.....	VI
Liste des Abréviations.....	VII
Introduction générale.....	1
Partie I : Géodésie générale.....	2
Introduction.....	3
I- Les principales étapes de la géodésie en Afrique du nord.....	4
II- La géodésie.....	4
II-1- Les débuts de la géodésie.....	5
III- La trigonométrie sphérique.....	5
III-1- Le trièdre supplémentaire – le triangle sphérique polaire.....	6
III-2- Les formules de la trigonométrie sphérique.....	7
III-2-1 Etablissement de la Formule Fondamentale.....	7
III-2-2 La Formule des Sinus.....	8
III-2-3 Formules des Sinus Cosinus.....	8
III-2-4 Formule des Cotangentes.....	9
III-2-5 Cas d'un Triangle Rectangle.....	9
IV- Ellipsoïde de révolution.....	10
V- Systèmes géodésiques	11
V-1- Les systèmes d'origine terrestre.....	11
V-2- Les systèmes d'origine spatiale.....	11
VI- Types des coordonnées.....	12
VI-1- Coordonnées cartésiennes géocentriques.....	12
VI-2- Coordonnées géographiques.....	13
VI-3- Coordonnées planes.....	13

VII-Passages entre coordonnées cartésiennes et géographiques.....	14
VII -1- Passage des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes.....	14
VII -2- Passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées géographiques.....	15
VII -2-1-Processus itératif.....	15
VII -2-2-- Processus direct.....	16
VIII-Transformations des coordonnées.....	16
VIII-1- Transformations 3D tridimensionnelle.....	17
VIII-1-1- Transformation MOLODENSKY-BADEKAS.....	17
VIII-1-2-Transformation GEOGRAPHIQUE DE MOLODENSKY.....	19
VIII-2- Transformations bidimensionnelle.....	21
VIII-3- Passage d'une hauteur ellipsoïdique vers une hauteur orthométrique.....	22
Partie II : Les différents types de projection et application.....	23
Introduction	24
I- La projection cartographique.....	24
I-1- Les types de projections	26
I-1-1 Projection azimutale.....	26
I-1-2 Projection conique conforme de Lambert.....	28
I-1-3 Projection UTM	30
II-Etude de cas (Application).....	32
II-1- Problématique.....	32
II-2- Les équations utilisées dans cette application.....	32
II-2-1- les paramètres de l'ellipsoïde.....	32
II-2-2- Les paramètres de projection Mercator Transverse Universelle (UTM).....	33
II-2-3- Les termes utilisés pour calculer les équations générales	33
II-2-4 Spécifications UTM.....	35
II-2-5 Précision des équations.....	36
II-2-6 Conversion des coordonnées géographiques en coordonnées UTM.....	36
II-2-7 Conversion des coordonnées UTM en coordonnées géographiques	36
II-2-8 Facteur d'échelle de projection à partir des coordonnées géographiques.....	36
II-2-9 Facteur d'échelle de projection à partir des coordonnées de l'UTM.....	36

III- Facteur d'échelle d'altitude	36
III-1-La formule de facteur d'échelle d'altitude.....	37
III-2-La formule de facteur d'échelle combiné en fraction.....	37
III-3-La formule de la ppm.....	37
III-4-L'effet de la variation du rayon sur la distance ellipsoïdique.....	38
III-5-Organigramme de conversion des coordonnées Géographique vers UTM.....	39
III-6-Organigramme de conversion des coordonnées UTM vers Géographique.....	40
IV- Présentation Générale de l'application.....	41
IV- 1-Fonctionnement de l'application.....	44
IV-2-Exemple de calcul.....	46
Conclusion générale.....	47
Références et Bibliographie.....	48

Introduction générale

Les cartes étant plates, certaines des projections les plus simples sont faites sur des formes géométriques qui peuvent être aplaties sans étirement de la surface. Elles sont appelées surfaces développables. Les exemples les plus courants sont les cônes, les cylindres et les plans. Une projection cartographique projette systématiquement des emplacements de la surface d'un ellipsoïde vers des positions représentatives sur une surface plane.

L'un des majeures difficultés que rencontre les géodésiens est l'existence d'une quantité entre les distances calculées sur plan et distance mesurées sur terrain.

Cette dernière est reconnue mathématiquement par le facteur d'échelle.

Le facteur d'échelle est parfois négligeable ou égale à 1 c'est pour cela il faut faire des corrections au cours des conversions des données géodésique pour obtenir un facteur d'échelle correcte pour chaque zone.

Dans la plupart des bureaux d'étude le facteur d'échelle n'est pas pris en considération lors des travaux à titre topographiques ou géodésiques.

Notre projet est de faire un algorithme de conversion de données géodésiques (planes ou géographiques) qui permet de basculer facilement d'un système de représentation vers un autre.

Dans cette application, on a pris uniquement la représentation UTM, elle est capable de transformer les coordonnées géographiques vers les coordonnées UTM ou inversement et permet de calculer les différents types de facteur d'échelle. Les données obtenues peuvent être exportées sous forme de fichiers Excel.

Objectifs :

Les objectifs à atteindre dans cette application est de calculer :

- Le facteur d'échelle combiné (CSF) qui est le produit entre et le facteur d'échelle d'altitude (HSF) et le facteur d'échelle de la projection (PSF).
- Calcul et interpolation de hauteur de géoïde.
- Faciliter la conversion des coordonnées géographique vers UTM ou inversement.

Les taches réalisées dans ce mémoire :

- Citation de quelques notions sur la géodésie en générale.
- Programmer des équations sur MATLAB.
- Calcule du facteur d'échelle d'altitude et facteur d'échelle combiné.
- Elaborer une interface graphique programmé qui facilite aux utilisateurs la manipulation des équations programmés dans le programme principal.
- Exécuter l'application.

Partie1 : Géodésie Générale

Introduction

On appelle système géodésique l'ensemble constitué par les coordonnées astronomiques du point fondamental, l'azimut astronomique du côté de départ de la triangulation et les paramètres de l'ellipsoïde sur lesquels les calculs ont été effectués. Cet ensemble détermine sur l'ellipsoïde choisi une certaine position des méridiens et des parallèles à partir des quels on obtient les coordonnées géographiques de tout repère géodésique exprimer dans ce système appartenant à cette triangulation. Si l'un des trois éléments ci-dessus est modifié ; on obtient un nouveau système géodésique qui se traduit par de nouvelles coordonnées géographiques pour tous les points du réseau.

Le calcul d'un système géodésique ainsi que son utilisation sont rendus très faciles si l'on convertit dans le système des coordonnées rectangulaires les coordonnées géographiques ; qui caractérisent ce système. Cette traduction peut se faire d'une infinité de manières dont chacune définit un système de projection.

Les projections appliquées à un système géodésique peuvent changer sans que pour autant les coordonnées géographiques de ce système soient modifiées. En d'autres termes un changement de projection ne modifie pas la position des méridiens et des parallèles sur le terrain. Seules dans ce cas, les coordonnées rectangulaires sont différentes ainsi que la position d'un quadrillage qui traduit ces dernières coordonnées.

Nous appellerons système cartographique un ensemble des cartes à la même échelle, basées sur un système géodésique et dans une projection identique.

Afin d'apporter des solutions aux problèmes liés au calcul du facteur d'échelle ; il est indispensable d'aborder l'historique de la géodésie classique en Algérie et de connaître les différentes transformations disponibles entre le système WGS84 et les différents systèmes géodésiques en Algérie connus depuis 1875 et publiés par la NIMA et l'IGN.

[[Institut national de cartographie et de télédétection 2007](#)]

I. Les principales étapes de la géodésie en Afrique du nord :

Le réseau géodésique est constitué par deux chaînes parallèles et sept chaînes méridiennes :

Chaînes parallèles :

- Nord : de Casablanca à Tunis passant dans les régions de Mecnes, Oudjda, Oran, Alger et Constantine.
- Sud : d'Agadir à Gabès, jalonnée par Bou Dnib, Ain Safra, Laghouat et Biskra.

Chaînes méridiennes :

- Marrakech
- Mecnes
- Guercif
- Mechria
- Laghouat
- Biskra
- Gabès

Jusqu' en 1950, cet ensemble était divisé en deux tronçons distincts ayant leurs éléments de départ particuliers : la triangulation d'Algérie – Tunisie pour origine le point astronomique de Voirol (près d'Alger) et la triangulation du Maroc sur le point astronomique de Merchich (près de Casablanca).

En 1950, on a adopté pour la Tunisie un système géodésique indépendant ayant pour origine le point astronomique de Carthage (près de Tunis).
[\[Institut national de cartographie et de télédétection 2007\]](#)

II. La géodésie :

Le problème essentiel de la géodésie consiste à définir par des nombres (angles et distances) les positions relatives des points par rapport au repère. Ces points géodésiques sont matérialisés par des mires installées sur les sommets et les clochers, ou par de simples bornes. Du point de vue mathématique, le problème est complètement résolu si l'on dispose de mesures d'angles et de longueurs assez nombreuses pour déterminer les triangles formés par les points et les dièdres qui permettent de fixer les altitudes relatives des différents plans. Mais il est nécessaire de rapporter ces mesures à un système de trois axes. Il faut substituer à la surface physique réelle de la Terre, avec ses montagnes et toutes ses variations de terrain, une surface théorique facile à définir géométriquement au moyen de quelques paramètres et, surtout, facile à déterminer expérimentalement en chaque endroit où

l'on en a besoin. Ça ne peut être une sphère puisque la Terre n'en est pas une parfaite.

C'est là qu'intervient la notion de *verticale* qui est facile à définir partout grâce à un fil à plomb. Le point où cette verticale rencontre la sphère céleste s'appelle le zénith.

Le plan qui lui est perpendiculaire permet de définir l'horizontale et il est donné par la surface d'un liquide au repos. La verticale en un point est la seule donnée géométrique qui soit absolue, c'est-à-dire indépendante des points voisins. La surface terrestre théorique devra donc être perpendiculaire, en tout point, à la verticale. Mais il y a une infinité de telles surfaces de niveau, parallèles entre elles. On choisira celle qui vient se raccorder, le long du littoral, à la surface de la mer. Un nouveau problème se pose alors : le niveau de la mer change et il faut donc déterminer son niveau moyen qui servira de zéro. Cette détermination s'effectue grâce à un appareil appelé *marégraphe*. Cependant rien ne nous dit que tous ces zéros, obtenus en divers points de la Terre, appartiendront rigoureusement à la même surface de niveau [C. Brezinski,2010].

II. 1- Les débuts de la géodésie :

Les anciens croyaient que la Terre était plate. Mais, était-ce un disque ou un carré ? Les deux points de vue pouvaient être admis et l'ont été selon les cultures.

Les premières conceptions géodésiques sont naturellement liées à l'astronomie. Thalès de Milet (Milet, c. 625 - c. 547 av. J.-C.) montre que les étoiles décrivent des cercles autour du pôle et prédit une éclipse du Soleil vers 585 av. J.-C. Grâce à la géométrie (et son fameux théorème en particulier) il calcule la hauteur des pyramides et mesure des distances en mer. Les Présocratiques (Anaximène, Anaximandre, Parménide, Héraclite, Empédocle, etc.) ont longtemps penché vers une conception plate de la Terre. Cependant ce sont les Grecs qui, les premiers, tiendront des raisonnements scientifiques en faveur de la rotondité de la Terre. En effet, Anaxagore, au V^e siècle avant J.-C., avait remarqué l'ombre circulaire faite par la terre lors des éclipses de Lune. La vision des navires à l'horizon renforçait cette conception. Enfin, quand on marche en direction du Nord, on voit l'Étoile Polaire de plus en plus haut dans le ciel et le Soleil de plus en plus bas à midi, phénomènes qui ne pourraient avoir lieu si la Terre était plate. Eudoxe de Cnide (Cnide, c. 406 - c. 355 av. J.-C.) pense que la Terre est une sphère au centre d'une autre sphère plus grande. Pour les Ioniens, la géographie est inséparable de la géométrie [C. Brezinski,2010].

III. La trigonométrie sphérique :

La trigonométrie sphérique établit les relations liant les grandeurs caractéristiques d'un triangle sphérique.

On considère une sphère de centre un point O et de rayon l'unité et trois points sur

la sphère A, B, et C.

Définition : On appelle triangle sphérique la figure formée par les 3 arcs de grands cercles AB, AC, et CB inférieurs à 200 grades.

Les grandeurs qui caractérisent le triangle sphérique ABC sont :

- Les 3 côtés notés respectivement a , b , c , équivalents aux angles au centre des directions OA, OB, OC :

Soit $a = (\widehat{OB, OC})$, $b = (\widehat{OA, OC})$, $c = (\widehat{OA, OB})$.

- Les 3 angles dièdres des faces du trièdre OA, OB, OC notés A, B, C

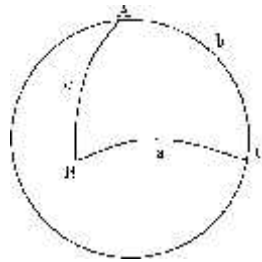


Figure 1.1: Triangle sphérique

On remarque que les angles et côtés du triangle sont des grandeurs mesurables par des angles. [Institut national de cartographie et de télédétection 2007]

III. 1-Le trièdre supplémentaire – le triangle sphérique polaire :

Au trièdre OA, OB, OC on associe le trièdre supplémentaire dont les arrêtes OA^j , OB^j , OC^j sont respectivement orthogonales aux faces OBC, OAC, OAB. Le point A^j est choisi tel que A et A^j soient dans la même demie sphère limitée par BC. Soit le point C^j opposé au point C. On a donc (Fig2.1) :

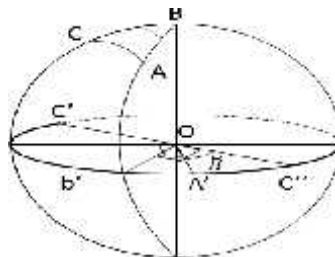


Figure 2.1 : Le triangle sphérique polaire

$$(\widehat{O\hat{A}, O\hat{C}j}) = \pi - (\widehat{O\hat{B}C, O\hat{A}B}) = \pi - B = (\widehat{O\hat{A}j, O\hat{C}j})$$

D'où les relations :

$$(\widehat{O\hat{B}j, O\hat{C}j}) = a^j = \pi - A$$

$$(\widehat{O\hat{A}j, O\hat{C}j}) = b^j = \pi - B$$

$$(\widehat{O\hat{A}j, O\hat{B}j}) = c^j = \pi - C$$

Définition : Le triangle sphérique A^j, B^j, C^j est dit triangle polaire du triangle ABC .

Comme le triangle ABC est le triangle polaire de $A^jB^jC^j$, on a :

$$a = \pi - A^j$$

$$b = \pi - B^j$$

$$c = \pi - C^j$$

III. 2- Les formules de la trigonométrie sphérique :

Un triangle sphérique est entièrement défini par la donnée de 3 de ses 6 éléments.

Alors entre 4 éléments quelconques, il y a :

$$C^4 = \frac{6!}{6 \cdot 4!2!} = 15$$

Les relations non indépendantes comme suit :

- 3 côtés, 1 angle : 3 relations ;
- 3 angles, 1 côté : 3 relations ;
- 2 côtés, 2 angles (opposés aux côtés) : 3 relations ;
- 2 côtés, 2 angles (adjacents aux côtés) : 6 relations.

- [\[Institut national de cartographie et de télédétection 2007\]](#)

III. 2-1 Etablissement de la Formule Fondamentale :

Soit un triangle sphérique ABC , en calculant le produit scalaire $\mathbf{OB} \cdot \mathbf{OC}$ de 2 manières (**Fig.3**), on arrive à la formule fondamentale :

$$\mathbf{OB} = \cos(\pi/2 - c) \cdot \mathbf{OH} + \sin(\pi/2 - c) \cdot \mathbf{OA} = \text{sinc} \cdot \mathbf{OH} + \text{cosc} \cdot \mathbf{OA}$$

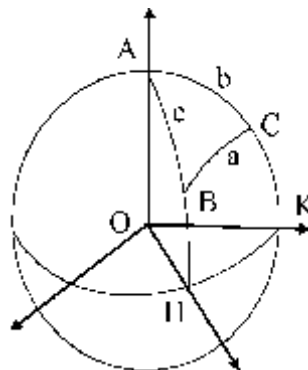


Figure 3.1: Calcul de la formule fondamentale

D'où : $OC = \sin b.OK + \cos b.OA$

$$OB.OC = \sin c.\sin b.OH.OK + \cos b.\cos c$$

Or : $OH.OK = ||OH||.||OK||.\cos(OH, OK) = 1.1.\cos A = \cos A$

Et : $OB.OC = ||OB||.||OC||.\cos(OB, OC) = 1.1.\cos a = \cos a$

D'où : $\cos a = \cos b.\cos c + \sin b.\sin c.\cos A$ (1.1)

En utilisant le triangle polaire, on a :

$$\cos a^j = \cos b^j.\cos c^j + \sin b^j.\sin c^j.\cos A^j$$

Or : $a^j = \pi - A$, $b^j = \pi - B$, et $c^j = \pi - C$, $a = \pi - A^j$,

D'où : $\cos A = -\cos B.\cos C + \sin B.\sin C.\cos a$ (2.1)

III. 2-2 La Formule des Sinus

On a :

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$$

Soit : $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$,

On arrive à :

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c}$$

D'où : $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$ (3.1)

III. 2-3 Formules des Sinus Cosinus :

En utilisant la formule fondamentale, on a :

$$\cos a = \cos b.\cos c + \sin b.\sin c.\cos A$$

$$\cos b = \cos a.\cos c + \sin a.\sin c.\cos B$$

Et en remplaçant dans la deuxième formule, l'expression de $\cos a$,

On obtient : $\sin c.\cos b = \sin b.\cos c.\cos A + \sin a.\cos B$,

D'où : $\sin a.\cos B = \cos b.\sin c - \cos c.\sin b.\cos A$ (4.1)

III. 2-4 Formule des Cotangentes

En remplaçant dans (4.1) $\sin a$ par $\sin A \cdot \sin b / \sin B$, on obtient :

$$\sin A \cdot \cotg B = \cotg b \cdot \sin c - \cos c \cdot \cos A \quad (5.1)$$

III. 2-5 Cas d'un Triangle Rectangle

Pour un triangle sphérique rectangle, un des angles vaut $\pi/2 = 90^\circ$. Les formules se simplifient, leur nombre est :

$$C^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

Supposons que $A = \pi/2$, on fait le schéma ci-dessous (**Fig4.1**).

On trouve les relations en appliquant la règle mnémonique de Nepier :

Le cosinus d'un élément quelconque est égal à :

- Au produit des cotangentes des éléments adjacents ;
- Au produit des sinus des éléments non adjacents.

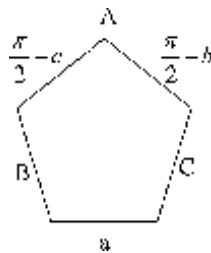


Figure 4.1: La règle de Nepier

Exemple :

- $\cos a = \cotg B \cdot \cotg C,$
- $\cos a = \sin(\pi/2 - c) \cdot \sin(\pi/2 - b) = \cos c \cdot \cos b.$ (6.1)

Soit strictement positif.

[Institut national de cartographie et de télédétection 2007]

IV. Ellipsoïde de révolution :

L'ellipsoïde de révolution utilisé en géodésie est produit par la rotation d'une ellipse autour de son petit axe. C'est une surface mathématique bien définie dont la forme et les dimensions sont définies par deux paramètres, les longueurs du demi-petit axe (**b**) et du demi-grand axe (**a**). La forme d'un ellipsoïde de référence peut être également définie par son aplatissement : $f = (a - b) / a$ ou son excentricité :

$$e = (a^2 - b^2)^{1/2} / a.$$

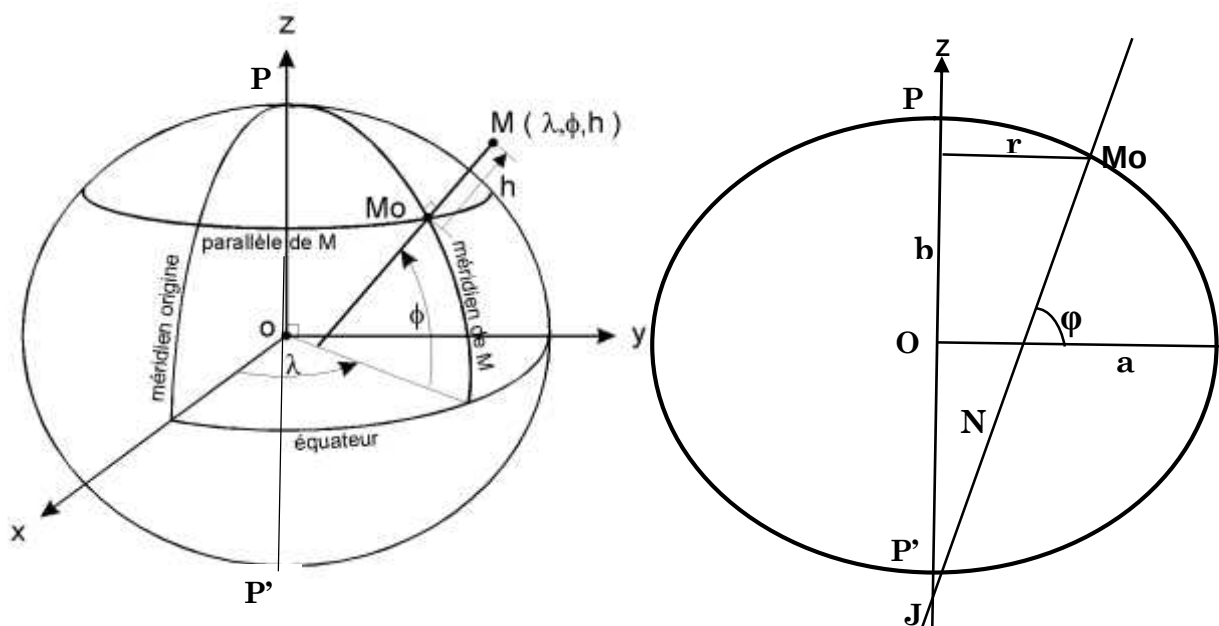


Figure 5.1 : L'ellipsoïde de révolution.

Parallèle : Cercle de rayon.

Méridien : Demi ellipse (a , b), contenant (PP')

Equateur : Grand cercle de rayon a .

Azimut : Angle qui fait une direction avec le méridien passant par le point (direction du Nord géographique : Pole P).

Longitude ϕ : Angle dièdre compris entre la méridienne origine de GREENWICH et le méridien de lieu.

Latitude : Angle contenue dans le plan du méridien compté depuis l'équateur et qui fait un angle avec la normale **N** (JMo).

$$N = JMo = r / \cos j \quad (7.1)$$

$$e^2 = 1 - (b/a)^2 \quad (8.1)$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 j} \quad (9.1)$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{W^3} = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 j)^{3/2}} \quad (10.1)$$

$$N = \frac{a}{W} = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 j)^{1/2}} \quad (11.1)$$

N : grande normale.

r : Rayon de courbure moyenne au point de latitude **j** .

e : excentricité de l'ellipse définissant l'ellipsoïde de révolutions.

a et **b** : demi grand et petite axe perspective [\[Ali Zeggai, 2004\]](#).

V. Systèmes géodésiques :

Ces sont les systèmes géodésiques dont l'origine est proche ou voisine du center des masses de la terre et sont lies a un ellipsoïde local ou mondial, appelé parfois datum géodésique [\[Ali Zeggai, 2004\]](#).

V. 1- Les systèmes d'origine terrestre :

Ils sont basés sur l'utilisation des mesures de géodésie terrestre classique s'appuient notamment :

- Sur le choix d'un point fondamental.
- Sur le choix d'une (ou plusieurs) base origine.
- Sur le choix d'un ellipsoïde.

L'ellipsoïde est choisi de sorte à négliger la déviation de la verticale au point fondamental, la surface de l'ellipsoïde est tangente à celle du géoïde en ce point. Le calage se réalise en pratique en fixant les coordonnées géodésiques du point fondamental et l'azimute de la base origine à des valeurs issues de mesures astronomiques. Enfin, on fixe la hauteur au-dessus de l'ellipsoïde du point fondamental égale à son altitude.

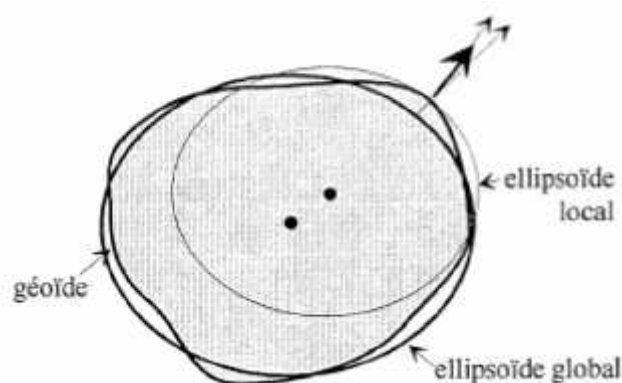


Figure 6.1 : L'ellipsoïde global et local, géoïde

V. 2- Les systèmes d'origine spatiale :

Ces sont les systèmes définis par le traitement de mesures de géodésie spatiale suivant une méthode dynamique en considérant le champ de pesanteur terrestre et

définie par :

Origine O : Center de masse de la terre obtenu en annulant les termes de degré un (01) dans le développement en harmoniques sphériques du potentiel terrestre.

Echelle : L'unité de longueur est donnée par le choix de la constante gravitationnelle.

Orientation : Elle s'obtient par rotation à partir du système inertiel dans lesquels les équations dynamiques sont calculées et par l'introduction des phénomènes de précession, nutation, mouvement du pôle et rotation de la terre (Pole instantané)

[\[S. Lannuzel, 2000\].](#)

VI. Types des coordonnées :

La position d'un point dans l'espace peut être exprimée sous forme de coordonnées cartésiennes géocentriques (utilisant un repère tridimensionnel ayant son origine au centre des masses de la Terre, comme intermédiaire lors de calculs), soit sous forme de coordonnées géographiques (sous la forme : longitude, latitude et hauteur ellipsoïdale), soit en coordonnées planes (sur une représentation cartographique en projection).

VI. 1- Coordonnées cartésiennes géocentriques :

Les coordonnées cartésiennes géocentriques (X, Y, Z) sont exprimées selon les trois 3 axes d'un repère ayant son origine au centre des masses de la Terre.

Nous supposons qu'elles sont toujours exprimées en mètres. Il est clair que les coordonnées cartésiennes sont tridimensionnelles.

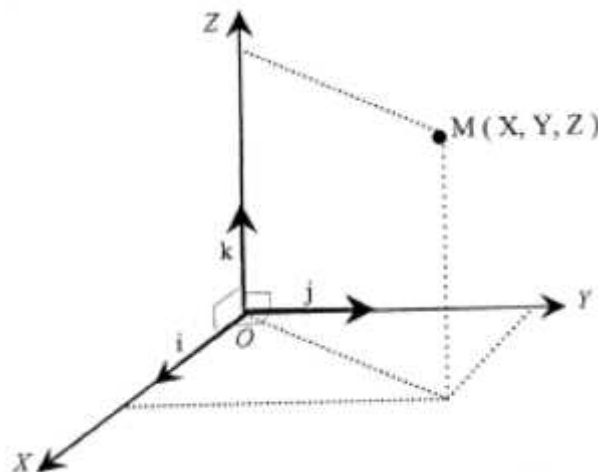


Figure7.1 : Coordonnées cartésiennes

VI. 2- Coordonnées géographiques :

Si on choisit un ellipsoïde comme surface de référence terrestre (on parle d'ellipsoïde géodésique) et un méridien origine (origine de la mesure des longitudes), on peut définir les coordonnées géographiques (λ, φ, h) d'un point M quelconque de l'espace.

Les coordonnées (λ, φ, h) sont tridimensionnelles dans la mesure où elles permettent la description d'un point quelconque de l'espace. Mais les coordonnées (λ, φ) elles, sont bidimensionnelles ou planimétriques, elles constituent un paramétrage d'une surface. [\[Didier BOUTELOUP, 2002\]](#).

λ : longitude géodésique.

φ : latitude géodésique.

h : hauteur ellipsoïdique.

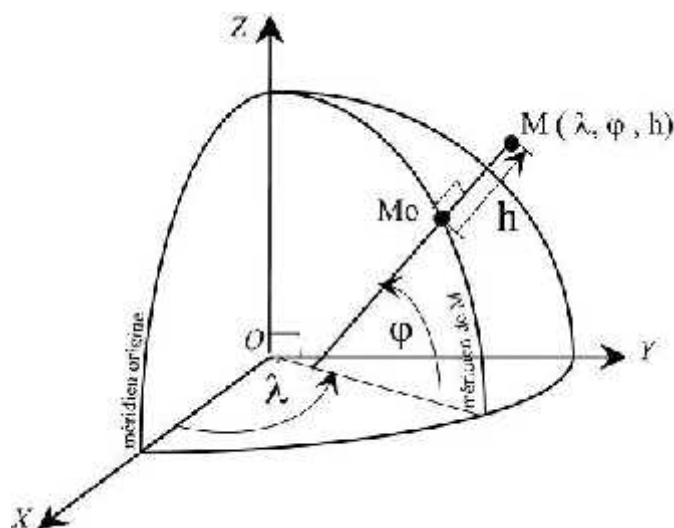


Figure 8.1 : Coordonnées géographiques

VI. 3- Coordonnées planes :

Les coordonnées planes sont utilisées sur les cartes et les plans, dont la réalisation nécessite un système de projection cartographique. Chaque point de la surface terrestre est d'abord projeté sur l'ellipsoïde selon la direction normale. Puis l'ellipsoïde est transformé en surface plane. Les coordonnées associées à cette surface plane sont des coordonnées cartésiennes bidimensionnelles : E (Easting) pour l'abscisse et N (Northing) pour l'ordonnée. Elles sont calculées en fonction de la longitude λ et de la latitude φ .

Ces coordonnées sont également appelées coordonnées en projection ou coordonnées cartographiques.

Altitudes :

L'altitude d'un point de la surface topographique est, de manière très approchée, la distance entre le point et une surface de référence appelée géoïde.

Le géoïde est une surface équipotentielle du champ de pesanteur ($W=W_0$) qui correspond approximativement au niveau moyen des mers.

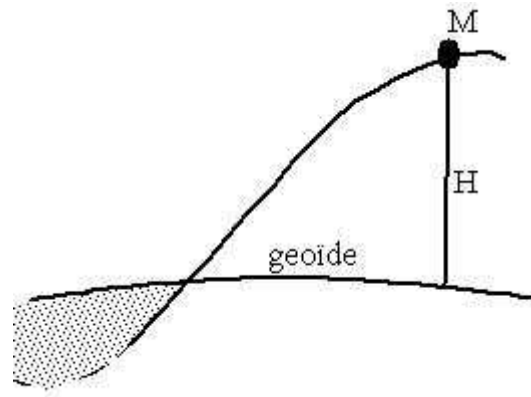


Figure 9.1 : Altitude Orthométrique

Le tableau ci-dessous résume les éléments nécessaires à la description d'un type de coordonnées :

	Cartésiennes	Géographiques	Planes
Désignation	(X, Y, Z)	(λ , ϕ , h)	(E, N)
Unité angulaire		X	
Unité linéaire		X	
Projection			x
Méridien origine		X	x
Ellipsoïde		X	x
Système géodésique	X	X	x

Tableau 1.1 : Éléments constitutifs d'un système de coordonnées.

VII. Passages entre coordonnées cartésiennes et géographiques :

VII. 1-Passage des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes :

Pour transformer des coordonnées géographiques (λ , ϕ , h), en coordonnées géocentriques (X, Y, Z), on applique les formules suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = (N + h) \cdot \cos j \cdot \cos l \\ Y = (N + h) \cdot \cos j \cdot \sin l \\ Z = (N(1 - e^2) + h) \cdot \sin j \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (12.1) \\ (13.1) \\ (14.1) \end{array}$$

Avec :

$$N = \frac{a}{W} = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 j)^{1/2}} \quad (N : \text{normale a ellipsoïde au point M}). \quad (15.1)$$

$$e^2 = 1 - (b/a)^2 \quad (16.1)$$

Les paramètres a (grand axe) et e (excentricité de ellipsoïde) sont dépendants de l'ellipsoïde de référence utilisé.

L'altitude h utilise dans la détermination des coordonnées géocentriques est la hauteur qui sépare le point à transformer de la surface de l'ellipsoïde (ne pas confondre avec au-dessus de la mer) [\[Ali Zeggai, 2004\]](#).

VII. 2- Passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées géographiques :

Le passage $(x, y, z) \rightarrow (\lambda, \varphi, h)$ est un peu plus compliqué car la grandeur N est fonction de la latitude. Le triple (X, Y, Z) peut être converti ou transformé de la manière suivante :

VII. 2-1 Processus itératif :

Détermination de la longitude :

$$l = \arctg \frac{Y}{X} \quad (17.1)$$

Détermination de la latitude :

La latitude est obtenue par des approximations successives, les étapes sont les suivantes :

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (18.1)$$

$$j_0 = \arctan \frac{Z}{P} \quad (19.1)$$

$$N_0 = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 j_0)^{1/2}}$$

$$j_1 = \arctan \left(\frac{Z + N_0 \cdot e^2 \cdot \sin j_0}{P} \right)$$

Etc...

$$N_i = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 j_i)^{1/2}} \quad (20.1)$$

$$j_{i+1} = \arctan \left(\frac{Z + N_i \cdot e^2 \cdot \sin j_i}{P} \right) \quad (21.1)$$

Jusqu'à ce que la condition soit vérifiée $|j_{i+1} - j_i| \leq \text{critère d'arrêt}$.

Hauteur ellipsoïdique :

Après calcul de la latitude par approximations successives, la hauteur ellipsoïdique est obtenue par la formule suivante :

$$h = \frac{P}{\cos j} - N \quad (22.1)$$

[\[Didier BOUTELOUP, 2003\].](#)

VII. 2-2 Processus direct :

Détermination de la longitude :

$$l = \arctg \frac{Y}{X} \quad (23.1)$$

Détermination de la latitude :

$$f = 1 - \sqrt{1 - e^2} \quad (24.1)$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (25.1)$$

$$m = \arctan \left[\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \cdot \left((1 - f) + \left(\frac{e^2 a}{R} \right) \right) \right] \quad (26.1)$$

$$j = \arctan \left[\frac{Z(1 - f) + e^2 a \cdot \sin^3 m}{(1 - f) \left[\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \cdot \cos^3 m \right]} \right] \quad (27.1)$$

Hauteur ellipsoïdique :

Après calcul de la latitude, la hauteur ellipsoïdique est obtenue par la formule suivante :

$$h = \left[\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \cos j \right] + \left[Z \sin j \right] - \left[a \sqrt{1 - e^2} \sin j \right] \quad (28.1)$$

Les deux processus fournissent un résultat numérique identique.

[\[Didier BOUTELOUP, 2003\].](#)

VIII. Transformations des coordonnées :

La transformation des données d'un système géodésique à un autre, nécessite la connaissance des paramètres de passage avec l'emploi d'un modèle adéquat.

Il n'existe aucune méthode théorique directe de passage d'un système à l'autre car chaque système géodésique (spatiale) repose sur le choix d'un modèle

[\[Ali Zeggai, 2004\].](#)

VIII. 1- Transformations 3D tridimensionnelle :

La transformation ne peut s'effectuer que par la connaissance des coordonnées de certaines stations dans les deux systèmes on obtient une transformation tridimensionnelle a sept (07) paramètres à savoir :

- Trois (3) constances de translation.
- Trois (3) paramètres définissant la rotation générale dans l'espace.
- Paramètre d'échelle, plus connu sous le nom de facteur d'échelle.

Cette transformation est appelée parfois transformations d'Helmert a sept (07) paramètres dont la forme générale :

$$X_1 = T + k.R_{(Ex,Ey,Ez)}.X_2 \quad (29.1)$$

X : Vecteur position

T : Translation

R : Rotation autour des 3 axes

K : facteur d'échelle est proche de l'unité, on peut écrire que $k=1+\delta k$ et que $|\delta k| < 0.000001$

Nous obtenons un système de trois (03) équations a sept (07) inconnues. La solution exige un minimum de trois points [[Ali Zeggai, 2004](#)].

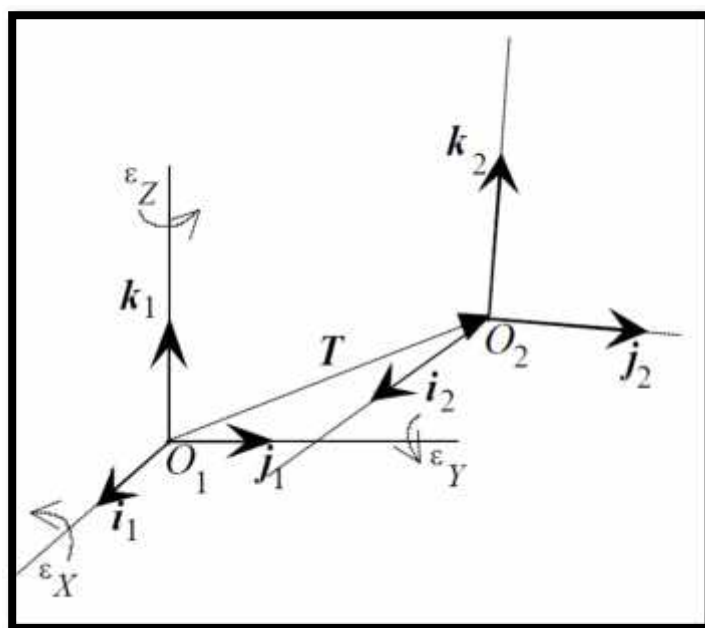


Figure 10.1 : Changement de système de coordonnées

VIII. 1-1 Transformation MOLODENSKY-BADEKAS:

Le modèle de MOLODENSKY-BADEKAS en formalisme cartésien est obtenu par l'introduction d'un vecteur définissant un point initial autour duquel s'effectuent les rotations (e_x, e_y, e_z) . Ce point est généralement pris comme centre de gravité où iso barycentre dans les deux (02) systèmes de coordonnées .Le modèle est généralement utilisé pour les transformations locales du type cadastre [[Ali Zeggai, 2004](#)].

On prendra comme point initial. Le centre de gravité dans les deux systèmes :

$$\vec{X}_0 \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n} \end{pmatrix} \quad (30.1)$$

Système N°1

$$\vec{x}_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} \end{pmatrix} \quad (31.1)$$

Système N°2

A la déference du modèle de BURSA-WOLF, MOLODENSKY-BADEKAS introduit dans son modèle, un point initiale tel que :

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \vec{T} + (1+k).R_{(Ex,Ey,Ez)}.(\vec{x} - \vec{x}_0) \quad (32.1)$$

En posant $(\vec{x} - \vec{x}_0) = \vec{x}$ et en ordonnant la matrice, le modèle de MOLODENSKY-BADEKAS devient pour n points

$$\begin{pmatrix} X_1 - x_1 \\ X_2 - x_2 \\ \dots \\ X_n - x_n \\ Y_1 - y_1 \\ Y_2 - y_2 \\ \dots \\ Y_n - y_n \\ Z_1 - z_1 \\ Z_2 - z_2 \\ \dots \\ Z_n - z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \vec{x}_1 & 0 & \vec{z}_1 & -\vec{y}_1 \\ 1 & 0 & 0 & \vec{x}_2 & 0 & \vec{z}_2 & -\vec{y}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vec{x}_n & 0 & \vec{z}_n & -\vec{y}_n \\ 0 & 1 & 0 & \vec{y}_1 & -\vec{z}_1 & 0 & \vec{x}_1 \\ 0 & 1 & 0 & \vec{y}_2 & -\vec{z}_2 & 0 & \vec{x}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \vec{y}_n & -\vec{z}_n & 0 & \vec{x}_n \\ 0 & 0 & 1 & \vec{z}_1 & \vec{y}_1 & -\vec{x}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vec{z}_2 & \vec{y}_2 & -\vec{x}_2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \vec{z}_n & \vec{y}_n & -\vec{x}_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ k \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} \quad (33.1)$$

VIII. 1-2 Transformation géographique de molodensky :

Chaque système de référence géodésique lui est associé un ellipsoïde de révolution défini par ses composantes (a, b), (a, e) ou (a, f).

Avec :

a : demi grand axe

b : demi petit axe

e : excentricité

f : aplatissement.

Les coordonnées géographiques (longitude et latitude) sont des valeurs plus représentatives dans la pratique que les coordonnées (X, Y, Z).

La transformation mise en œuvre est à neuf (09) paramètres dans laquelle s'ajoutent deux autres paramètres (Da et Df ou De).

Où :

$$Da = a_1 - a_2$$

$$Df = f_1 - f_2$$

$$De = e_1 - e_2$$

Il existe des formules qui permettent de s'affranchir des coordonnées géocentriques liées à deux (02) ellipsoïdes et permettent d'aboutir à une transformation directe. Cette transformation est issue des équations différentielles de MOLODENSKY.

Le modèle obtenu est à neuf (09) paramètres. Les équations différentielles en formalisé géographique donnent finalement : le modèle géographique de MOLODENSKY.

1°-pour 1 point :

$$\begin{pmatrix} l_2 - l_1 \\ j_2 - j_1 \\ h_2 - h_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(1,1) & \dots & A(1,7) \\ A(2,1) & \dots & A(2,7) \\ A(3,1) & \dots & A(3,7) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ k \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(1,1) & B(1,2) \\ B(2,1) & B(2,2) \\ B(3,1) & B(3,2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} da \\ df \end{pmatrix} \quad (34.1)$$

$$A(1,1) = -\sin l / (N + h) \cdot \cos j$$

$$A(1,2) = \cos l / (N + h) \cdot \cos j$$

$$A(1,3) = 0$$

$$A(1,4) = 0$$

$$A(1,5) = -(1 - (N \cdot e^2 / (N + h))) \cdot \operatorname{tg} j \cdot \cos l$$

$$A(1,6) = -(1 - (N \cdot e^2 / (N + h))) \cdot \operatorname{tg} j \cdot \sin l$$

$$A(1,7) = 1$$

$$A(2,1) = -\sin j \cdot \cos l / (r + h)$$

$$A(2,2) = -\sin j \cdot \cos l / (r + h)$$

$$A(2,3) = \cos j / (r + h)$$

$$A(2,4) = N \cdot e^2 \cdot \sin j \cdot \cos j / (r + h)$$

$$A(2,5) = (a \cdot w + h) \sin l / (r + h)$$

$$A(2,6) = -(a \cdot w + h) \cos l / (r + h)$$

$$A(2,7) = 0$$

$$A(3,1) = \cos j \cdot \cos l$$

$$A(3,2) = \cos j \cdot \sin l$$

$$A(3,3) = \sin j$$

$$A(3,4) = (a \cdot w + h)$$

$$A(3,5) = N \cdot e^2 \cdot \sin j \cdot \cos j \cdot \sin l$$

$$A(3,6) = N \cdot e^2 \cdot \sin j \cdot \cos j \cdot \cos l$$

$$A(3,7) = 0$$

$$B(1,1) = 0$$

$$B(1,2) = 0$$

$$B(2,1) = e^2 \cdot \sin j \cdot \cos j / w \cdot (r + h)$$

$$B(2,2) = a \cdot (1 - f) \cdot (2 - e^2 \cdot \sin^2 j) \cdot \sin j \cdot \cos j / w^3 \cdot (r + h)$$

$$B(3,1) = -w$$

$$B(3,2) = a(1 - f) \cdot \sin^2 j / w$$

$$\begin{aligned} w &= (1 - e^2 \sin^2 j)^{1/2} \\ \text{Et : } N &= a / w \\ r &= a(1 - e^2) / w^3 \end{aligned} \quad (35.1)$$

C'est l'écriture matricielle pour un seul point, pour le cas de n point, la solution est donnée par la méthode des moindres carrés [\[Ali Zeggai, 2004\]](#).

2°-pour n point (n>3) :

$$\begin{pmatrix} |^1_2 - |^1_1 \\ |^2_2 - |^2_1 \\ \dots\dots\dots \\ |^n_2 - |^n_1 \\ j^1_2 - j^1_1 \\ j^2_2 - j^2_1 \\ \dots\dots\dots \\ j^n_2 - j^n_1 \\ h^1_2 - h^1_1 \\ h^2_2 - h^2_1 \\ \dots\dots\dots \\ h^n_2 - h^n_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^1_{1,1} & A^1_{1,2} & A^1_{1,3} & A^1_{1,4} & A^1_{1,5} & A^1_{1,6} & A^1_{1,7} \\ A^2_{1,1} & A^2_{1,2} & A^2_{1,3} & A^2_{1,4} & A^2_{1,5} & A^2_{1,6} & A^2_{1,7} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ A^n_{1,1} & A^n_{1,2} & A^n_{1,3} & A^n_{1,4} & A^n_{1,5} & A^n_{1,6} & A^n_{1,7} \\ A^1_{2,1} & A^1_{2,2} & A^1_{2,3} & A^1_{2,4} & A^1_{2,5} & A^1_{2,6} & A^1_{2,7} \\ A^2_{2,1} & A^2_{2,2} & A^2_{2,3} & A^2_{2,4} & A^2_{2,5} & A^2_{2,6} & A^2_{2,7} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ A^n_{2,1} & A^n_{2,2} & A^n_{2,3} & A^n_{2,4} & A^n_{2,5} & A^n_{2,6} & A^n_{2,7} \\ A^1_{3,1} & A^1_{3,2} & A^1_{3,3} & A^1_{3,4} & A^1_{3,5} & A^1_{3,6} & A^1_{3,7} \\ A^2_{3,1} & A^2_{3,2} & A^2_{3,3} & A^2_{3,4} & A^2_{3,5} & A^2_{3,6} & A^2_{3,7} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ A^n_{3,1} & A^n_{3,2} & A^n_{3,3} & A^n_{3,4} & A^n_{3,5} & A^n_{3,6} & A^n_{3,7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ k \\ e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B^1_{1,1} & B^1_{1,2} \\ B^2_{1,1} & B^2_{1,2} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ B^n_{1,1} & B^n_{1,2} \\ B^1_{2,1} & B^1_{2,2} \\ B^2_{2,1} & B^2_{2,2} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ B^n_{2,1} & B^n_{2,2} \\ B^1_{3,1} & B^1_{3,2} \\ B^2_{3,1} & B^2_{3,2} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ B^n_{3,1} & B^n_{3,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} da \\ df \end{pmatrix} \quad (36.1)$$

VIII. 2- Transformations bidimensionnelle :

Les paramètres de transformation publiés par la *DMA* (Défense Mapping Agency) pour l'Algérie sont connus à ± 25 mètres, il est donc clair qu'elles ne permettent pas d'obtenir la précision exigée pour les applications à petites échelles ou à grandes échelles.

La méconnaissance de la hauteur du géoïde locale (N); nous oblige donc à adopter de nouvelles approches de transformation des coordonnées planimétriques GPS en coordonnées planimétriques locales.

Le principe de cette transformation se base sur le transport de la ligne géodésique ellipsoïdique qui lie chaque point GPS au point double initial. Un point double initial est un point connu dans les deux systèmes (ex : WGS84 et Nord Sahara 1959). Le transport se fait de l'ellipsoïde WGS84 vers l'ellipsoïde Clarke 1880A. Elle est valable uniquement à l'intérieur d'une zone d'extension limitée ($r < 50$ km).

VIII-3-Passage d'une hauteur ellipsoïdique vers une hauteur orthométrique :

Pour déterminer H connaissant h (ou inversement), on utilise la formule approchée :

$$H_{\text{Orthométric}} = h_{\text{Height Ellipsoid}} - N_{\text{Andulations}} \quad (37.1)$$

Le nivellement de précision fournit H à quelques millimètres près. Une méthode spatiale peut fournir h avec au mieux quelques centimètres d'exactitude. N est rarement connu à mieux que quelques centimètres près.

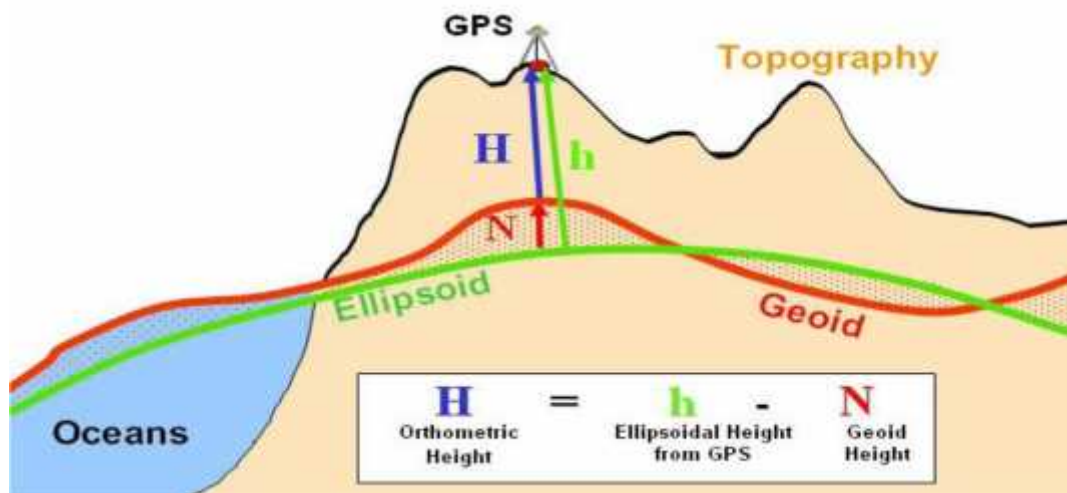


Figure 11.1: Altitude Orthométrique et Hauteur ellipsoïdique

Partie II

Les différents types de projection et application

Introduction :

Les projections cartographiques sont des techniques géodésiques permettant la représentation de tout ou partie de la terre de forme ellipsoïdale (Sphère aplatis aux sommets), sur une surface plane. Le choix d'une projection est à faire en considération des avantages et contraintes imposées par ce type de projection, chacune possédant ses propres avantages et inconvénients. Depuis des siècles, le choix d'une projection est un véritable casse-tête pour les cartographes tant les paramètres à prendre en compte sont nombreux. Les projections peuvent être soit conformes (cas le plus courant), c'est à dire qu'elles conservent localement les angles et les formes, ou alors équivalentes, où ce sont cette fois les surfaces qui seront identiques à la réalité. Il arrive qu'une projection ne conservent ni les angles ni les surfaces, elle est alors qualifiée d'aphylactique [Site-web1, 2006].

I. La projection cartographique :

Définition : La projection cartographique est un ensemble de techniques géodésiques permettant de représenter la surface de la Terre dans son ensemble ou en partie sur la surface plane d'une carte [Sigea.2006].

Les projections sont la transition d'une forme quasi sphérique (la terre en 3 dimensions) à une surface plane (la carte en 2 dimensions).

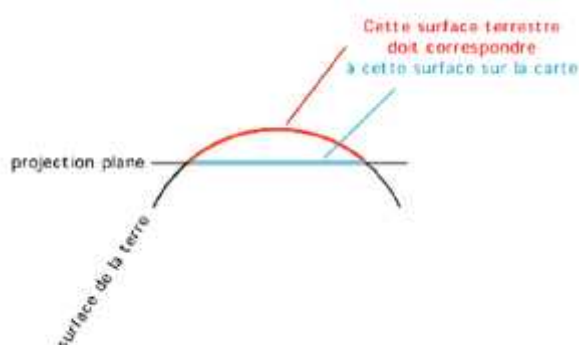


Figure 12.2: Schéma explicatif d'une projection

Les coordonnées : Le système universel de positionnement est celui des coordonnées Géographiques :

- Longitudes - angles par rapport à un méridien origine (méridien de Greenwich ou un méridien national).
- Latitudes - angles mesurés par rapport à l'équateur.
- Tous les deux sont exprimés en degrés :

Degrés, Minutes, Secondes (DMS); DM ou DD [Sigea.2006].

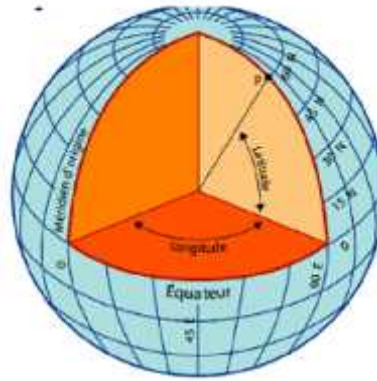


Figure 13.2: Les coordonnées géographiques

Le principe de la projection consiste à projeter des positions de la surface terrestre sur une surface géométrique donnée.

- Un cylindre
- Un cône
- Ou une surface plane

Ensuite cette surface peut être découpée pour prendre une forme plane (la carte) [Sigea.2006].

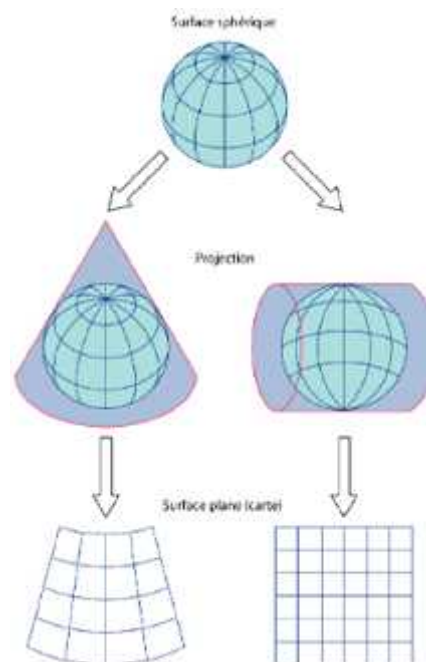


Figure 14.2: Schéma explicatif pour la projection cylindrique et conique

- Les figures géométriques peuvent être tangentes ou sécantes à l'ellipsoïde.

(La déformation moyenne est moindre pour une projection sécante tant que la position à reporter est proche de l'une des deux lignes de référence)

- Le choix d'un système de projection se fera afin de minimiser les altérations. Adapter le type de projection selon :
 - La situation du pays.
 - La position à la surface du globe. (Proximité d'un pôle, de l'équateur)
 - Etendue du pays.
 - (Île de faible surface ou pays continent) [\[Sigea.2006\]](#).

I-1- Les types de projections :

On note qu'on a plusieurs type de projections, les plus connus et utilisées sont :

- Projection Azimutale.
- Projection Lambert.
- Projection UTM (Mercator Transverse Universelle).

I-1-1 Projection azimutale:

La principale caractéristique de cette projection réside dans le fait que la distance et la direction, mesurées à partir du point central, sont toutes deux exactes. Cette projection peut prendre en compte tous les aspects : équatorial, polaire et oblique.

Méthode de projection :

Planaires – Le monde est projeté sur une surface plane à partir d'un point quelconque du globe. Bien que tous les aspects soient possibles, le plus fréquemment utilisé est l'aspect polaire, dans lequel tous les méridiens et les parallèles sont divisés également pour conserver la propriété équidistante. Les aspects obliques centrés sur une ville sont également courants.

Point de tangence

Un seul point, habituellement le pôle nord ou sud, est défini par les degrés de latitude et de longitude.

Graticules linéaires

Polaires – Les méridiens droits sont divisés également par des cercles concentriques de latitude.

Equatoriaux – L'équateur et le méridien central de la projection sont linéaires et se rencontrent à un angle de 90 degrés.

Obliques – Le méridien central est droit mais il n'y a pas d'intersection à 90 degrés, sauf le long du méridien central.

Propriétés :

- **Forme** : Sauf au centre, toutes les formes sont déformées. La distorsion s'accroît à partir du centre.
- **Surface** : La distorsion s'accroît à mesure que l'on s'éloigne du centre.
- **Direction** : Exactitude des directions à mesure que l'on s'éloigne du centre.
- **Distance** : Les distances pour tous les aspects sont exactes à mesure que l'on s'éloigne du point central. Pour l'aspect polaire, les distances le long des méridiens sont fidèles. Cependant, la distorsion s'accroît de façon régulière le long de cercles de latitude, à mesure que l'on s'éloigne du centre.
- **Limitations** : Habituellement limitée à 90° à partir du centre, bien qu'elle puisse projeter l'intégralité du globe. Les projections d'aspect polaire sont plus adaptées aux régions situées dans un rayon de 30° car la distorsion y est minimale.

Utilisations et applications :

Itinéraires de la navigation maritime et aérienne : ces cartes portent essentiellement sur un emplacement important comme point central et utilisent un aspect approprié.

- Aspect polaire – Régions polaires et navigation polaire.
- Aspect équatorial – Emplacements situés sur ou proches de l'équateur (par exemple, Singapour).
- Aspect oblique – Emplacements situés entre les pôles et l'équateur (par exemple, la cartographie à grande échelle de la Micronésie).

Si cette projection est utilisée sur l'intégralité du globe, l'hémisphère le plus proche peut être reconnu et ressemble à la projection azimutale. L'hémisphère externe distord les formes et les surfaces de façon considérable. Dans l'extrême, une projection d'aspect polaire centrée sur le pôle nord représente le pôle sud comme son cercle externe le plus grand. L'objectif de cette projection extrême est de conserver une représentation exacte de la distance et de la direction à partir du point central, quelle que soit la distorsion des formes et des surfaces.

Paramètres:

- Abscisse fictive.
- Ordonnée fictive.
- Méridien central.
- Latitude de l'origine. [\[Site web2,Esri.2016\]](#)

I-1-2 Projection conique conforme de Lambert :

Description :

Cette projection est parmi les mieux adaptées aux latitudes moyennes. Elle est similaire à la projection équivalente conique d'Albers mais elle permet une meilleure conservation des formes que des surfaces. Le système de coordonnées State Plane utilise cette projection pour toutes les zones s'étendant d'est en ouest.

Méthode de projection :

Projection conique normalement basée sur deux parallèles de référence, rendant la projection sécante. L'espacement de la latitude augmente au-delà des parallèles de référence. Il s'agit de la seule projection conique courante qui représente les pôles sous forme d'un point unique. Elle peut également être définie par un parallèle de référence et un facteur d'échelle. Si le facteur d'échelle n'est pas égal à 1,0, la projection devient une projection sécante.

Lignes de contact

Si deux parallèles de référence sont utilisées, il s'agit de ces deux parallèles.

Si un parallèle de référence unique est utilisé et que le facteur d'échelle est 1,0, il s'agit de ce parallèle.

Si un parallèle de référence unique est utilisé et que le facteur d'échelle inférieur à 1,0, le cône coupe l'ellipsoïde le long de deux parallèles.

Graticules linéaires :

Tous les méridiens.

Propriétés :

- **Forme** : Les intersections de carroyage sont à 90 °. Les petites formes sont conservées.
- **Surface** : Distorsion minime près des parallèles de référence. L'échelle des surfaces se réduit entre les parallèles de référence et augmente au-delà de ces derniers.
- **Direction** : Les angles sont partout exacts du fait de la conformité.
- **Distance** : Echelle juste le long des parallèles de référence. L'échelle se réduit entre les parallèles et augmente au-delà de ces derniers.
- **Limitations** : Mieux adaptée aux régions orientées principalement d'est en ouest et situées dans les latitudes moyennes nord ou sud. La plage de latitude totale ne doit pas dépasser 35°.

Utilisations et applications

Système SPCS pour les zones s'étendant d'est en ouest.

Feuilles quadrillées de 7^{1/2} minutes USGS pour respecter le système de coordonnées State Plane.

Utilisée pour de nombreuses cartes USGS créées après 1957. Elle a remplacé la projection polyconique.

Paramètres :

- Abscisse fictive.
- Ordonnée fictive.
- Méridien central.
- Parallèle de référence 1.
- Parallèle de référence 2.
- Facteur d'échelle.
- Latitude de l'origine. [[Site web2,Esri.2016](#)]

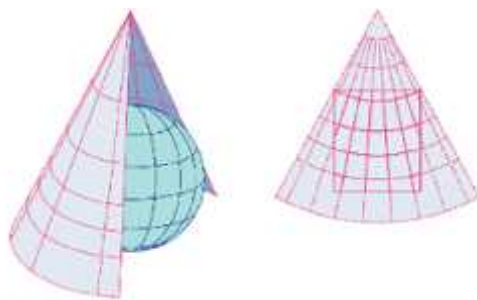


Figure 15.2: Principe de la projection conique Lambert

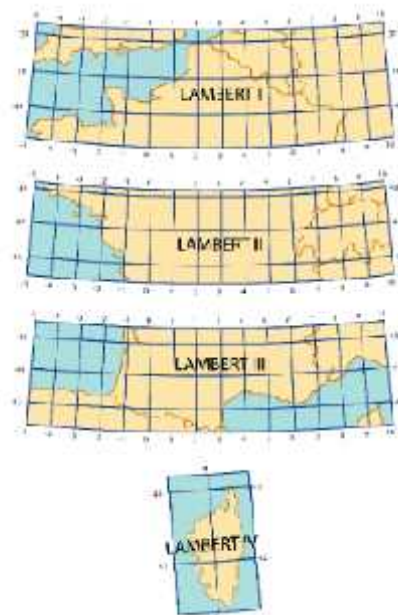


Figure 16.2: Quatre zones Lambert du nord au sud (Zone de France)

I-1-3 Projection UTM :

Description :

Crée initialement pour afficher des relèvements au compas précis pour la navigation maritime, cette projection définit en outre clairement et précisément les formes locales. Une version de projection Mercator basée sur sphère est utilisée par plusieurs sites de cartographie Web. Le rayon de la sphère est égal au demi-grand axe du système WGS 1984, soit 6 378 137,0 m. Deux méthodes existent pour émuler la projection de Mercator utilisée par les services Web. Si l'implémentation de la projection de Mercator prend en charge les ellipsoïdes, le système de coordonnées projetées doit être basé sur un système de coordonnées géographiques basé sur une sphère. Cela impose d'utiliser les équations de la sphère. L'implémentation de la sphère auxiliaire de Mercator possède les équations de la sphère uniquement. De plus, elle possède un paramètre de projection qui identifie le rayon de la sphère à utiliser si le système de coordonnées géographiques est basé sur un ellipsoïde. La valeur par défaut de zéro (0) utilise le demi-grand axe

Méthode de projection :

Il s'agit d'une projection cylindrique. Les méridiens sont parallèles les uns aux autres et équidistants. Les lignes de latitude sont également parallèles mais elles s'éloignent les unes par rapport aux autres en direction des pôles. Les pôles ne sont pas affichables.

Lignes de contact :

L'équateur ou deux latitudes symétriques autour de l'équateur.

Graticules linéaires :

Tous les méridiens et tous les parallèles.

Propriétés :

- **Forme** : La forme de cette projection est conforme. Les petites formes sont représentées convenablement car cette projection conserve les relations angulaires locales.
- **Zone** : La surface est de plus en plus déformée vers les régions polaires. Par exemple, bien que le Groenland ne représente qu'un huitième de la surface de l'Amérique du Sud, le Groenland semble plus grand dans la projection de Mercator.
- **Direction** : Toute ligne droite dessinée sur cette projection représente un relèvement au compas réel. Ces lignes à direction exactes sont des loxodromies et ne décrivent généralement pas la distance la plus courte entre les points.
- **Distance** : L'échelle est respectée le long de l'équateur ou le long des latitudes sécantes.
- **Limitations** : Les pôles ne peuvent pas être représentés sur la projection de Mercator. Tous les méridiens peuvent être projetés mais les limites supérieures et inférieures de latitude sont approximativement 80° Nord et Sud. Du fait de la distorsion importante de la surface, la projection de Mercator n'est pas adaptée aux cartes du monde géographiques générales.

Utilisations et applications :

- Carte de navigation maritime standard (direction).
- D'autres utilisations directionnelles : déplacement aérien, direction du vent, courants marins.
- Cartes mondiales conformes.

La meilleure utilisation des propriétés conformes de la projection s'applique aux régions proches de l'équateur comme l'Indonésie et les parties de l'océan pacifique.

Paramètre :

- Abscisse fictive.
- Ordonnée fictive.
- Méridien central. [\[Site web2,Esri.2016\]](#)

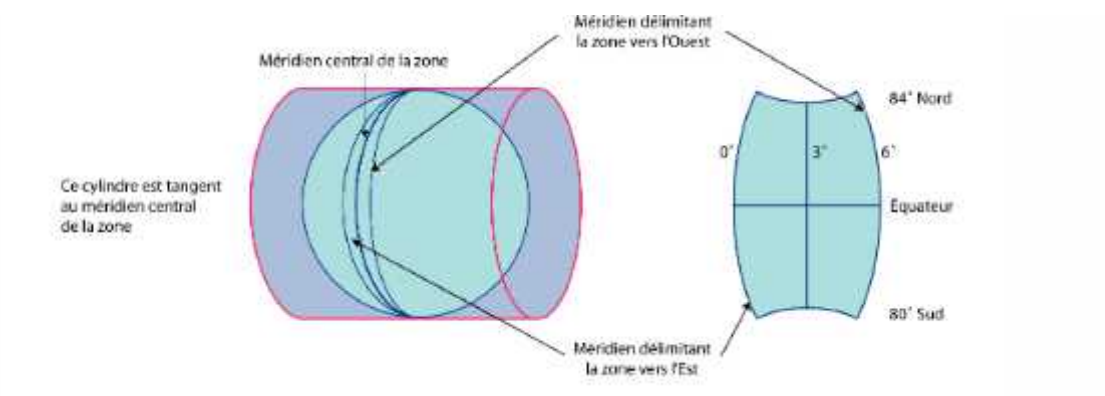


Figure 17.2: Principe de la projection Universelle Transverse Mercator

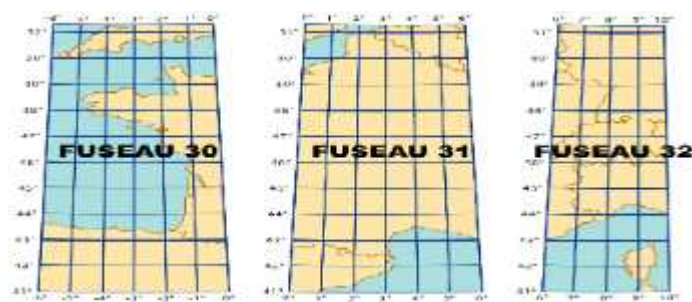


Figure 18.2: Exemple de projection UTM

II. Etude de cas (Application):

II 1-Problématique :

Si une mesure a été prise entre deux points le long du méridien central tout en utilisant la projection de Mercator Transverse universelle (UTM), le facteur d'échelle serait 0,9996. Si une distance au sol noté X m a été mesurée avec un appareil de mesure électronique de Distance, il serait bien montré que X sur le plan ($X * 0,9996$).

L'effet d'un facteur d'échelle est parfois négligeable, mais l'utilisateur doit toujours vérifier. Dans les cas extrêmes comme dans les zones urbaines où la valeur de propriété est élevée, l'impact de négliger et de ne pas tenir compte des facteurs d'échelle peut avoir une influence importante sur les propriétaires de droits de propriété.

Dans la plupart des bureaux d'étude le facteur d'échelle n'est pas pris en considération lors des travaux de terrassement.

La programmation des équations citées ci-dessous dans le logiciel MATLAB nous mènent à élaborer un programme qui nous aide à calculer le facteur d'échelle pour chaque zone.

II 2-Les équations utilisées dans cette application :

II 2-1 les paramètres de l'ellipsoïde :

Par convention, les paramètres d'ellipsoïde sont définis comme suit :

a : demi grand axe de l'ellipsoïde.

b : demi petit axe de l'ellipsoïde.

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (1.2) : \text{Aplatissement}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} : (1\text{ere excentricité}) \quad (2.2)$$

$$n = \frac{a-b}{a+b} = \frac{f}{2-f} \quad (3.2)$$

$$p : \text{premier rayon de courbure dans le méridien } p = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} \quad (4.2)$$

v : deuxième rayon de courbure.

$$v = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} = \rho (1 + e^2 \cos^2 \phi) \quad (5.2) \quad [\text{Hager and all, 1989}]$$

II 2-2 Les paramètres de projection Mercator Transverse Universelle (UTM) :

ϕ : Latitude (angle entre la normal à l'ellipsoïde passant par M et le plan équatorial).

λ : Longitude (angle entre le plan méridien origine et le méridien M).

ϕ' : Foot Latitude.

λ_0 : Longitude de l'origine (le méridien central) de la projection.

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$: Différence de longitude par rapport au méridien central.

K_0 : Facteur d'échelle central, une réduction arbitraire appliquée à toutes les longueurs géodésiques pour l'U.T.M, $K_0 = 0.9996$.

FN : Translation du nord (0 pour l'hémisphère nord, 10 000 000 pour l'hémisphère sud).

FE : Translation de l'Est (500,000).

$\Delta E = E - F$ (Pour l'utilisation générale de la formule, la valeur dépend du signe, pour une utilisation dans les tableaux, la valeur est toujours considérée comme positive).

E : L'abscisse(Easting).

C : Convergence des méridiens (l'angle est entre le vrai nord et le nord de l'UTM)

N: L'ordonnée (Northing) [Hager and all, 1989].

II 2-3 Les termes utilisés pour calculer les équations générales :

Les équations ci-dessous sont intégrées dans le logiciel MATLAB pour nous aider à convertir les coordonnées d'un système géographique vers un système UTM ou inversement :

$$T1 = Sk0 \quad (6.2)$$

$$T2 = \frac{U_0}{2} \frac{k}{\phi} \quad (7.2)$$

$$T3 = \frac{U_0}{2} \frac{c}{\phi} (5 - t_1^2 \phi + 9e'^2 c^2 \phi + 4e'^4 \cos^4 \phi) \quad (8.2)$$

$$T4 = \frac{U_0}{720} \frac{\cos^5 \phi k_0}{\phi} (61 - 58t_1 n^2 \phi \tan^4 \phi + 270e'^2 c^2 s^2 \phi - 330t_1 n^2 \phi e'^2 c^2 s^2 \phi + 445e'^4 \cos^4 \phi + 324e'^6 \cos^6 \phi - 680t_1 n^2 \phi e'^4 \cos^4 \phi + 88e'^8 \cos^8 \phi - 600t_1 n^2 \phi e'^6 \cos^6 \phi - 192t_1 n^2 \phi e'^8 \cos^8 \phi) \quad (9.2)$$

$$T5 = \frac{U_0}{4} \frac{c}{\phi} \frac{e'^5 \phi}{\phi} (1385 - 3111t_1 n^2 \phi + 543 \tan^4 \phi - t_1 g^6 \phi) \quad (10.2)$$

$$T6 = U c_1 \quad k_0 \quad (11.2)$$

$$T7 = \frac{U c_1^2 \phi U}{6} (1 - t_1 n^2 \phi + e'^2 c_1 s^2 \phi) \quad (12.2)$$

$$T8 = \frac{U c_1^5 \phi U}{1} (5 - 18 t_1 n^2 \phi + \tan^4 \phi + 14 e'^2 c_1 s^2 \phi - 58 t_1 n^2 \phi e'^2 c_1 s^2 \phi + 13 e'^4 \cos^4 \phi + 4 e'^6 \cos^6 \phi - 64 t_1 n^2 \phi e'^4 \cos^4 \phi - 24 t_1 n^2 \phi e'^6 \cos^6 \phi) \quad (13.2)$$

$$T9 = \frac{U c_1^7 \phi U}{5} (61 - 479 t_1 n^2 \phi + 179 \tan^4 \phi - \tan^6 \phi) \quad (14.2)$$

$$T10 = \frac{t_1 \phi'}{2 U \mu k U^2} \quad (15.2)$$

$$T11 = \frac{t_1 \phi'}{2 \mu U^2 k U^4} (5 + 3 t_1 n^2 \phi' + e'^2 c_1 s^2 \phi' - 4 e'^4 \cos^4 \phi' - 9 t_1^2 \phi'^2 e'^2 c_1^2 \phi') \quad (16.2)$$

$$T12 = \frac{t_1 \phi'}{7 \mu U^5 k U^6} (61 + 90 t_1 n^2 \phi' + 46 e'^2 c_1 s^2 \phi' + 45 \tan^4 \phi' - 252 t_1 n^2 \phi' e'^2 c_1 s^2 \phi' - 3 e'^4 \cos^4 \phi' + 100 e'^6 \cos^6 \phi' - 66 t_1 n^2 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' - 90 \tan^4 \phi' e'^2 c_1 s^2 \phi' + 88 e'^8 \cos^8 \phi' + 225 \tan^4 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' + 84 t_1 n^2 \phi' e'^6 \cos^6 \phi' - 192 t_1 n^2 \phi' e'^8 \cos^8 \phi') \quad (17.2)$$

$$T13 = \frac{t_1 \phi'}{4 \mu U^7 k U^8} (1385 + 3633 t_1 n^2 \phi' + 4095 \tan^4 \phi' + 1575 \tan^6 \phi') \quad (18.2)$$

$$T14 = \frac{1}{U c_1 \phi' k U^5} \quad (19.2)$$

$$T15 = \frac{1}{6 U^2 c_1 \phi' k U^2} (1 + 2 \tan^2 \phi' + e'^2 c_1 s^2 \phi') \quad (20.2)$$

$$T16 = \frac{1}{1 U^5 c_1 \phi' k U^5} (5 + 6 e'^2 c_1 s^2 \phi' + 28 t_1 n^2 \phi' - 3 e'^4 \cos^4 \phi' + 8 t_1 n^2 \phi' e'^2 c_1 s^2 \phi' + 24 \tan^4 \phi' - 4 e'^6 \cos^6 \phi' + 4 t_1 n^2 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' + 24 t_1 n^2 \phi' e'^6 \cos^6 \phi') \quad (21.2)$$

$$T17 = \frac{1}{5 U^2 c_1 \phi' k U^2} (61 + 662 t_1 n^2 \phi' + 1320 \tan^4 \phi' + 720 \tan^6 \phi') \quad (22.2)$$

$$T18 = \sin \phi (23.2)$$

$$T19 = \frac{s_1 \phi^2 \phi}{3} (1 + 3 e' \cos^2 \phi + 2 e'^4 \cos^4 \phi) \quad (24.2)$$

$$T20 = \frac{s_1 \phi c_1^4 \phi}{1} (2 - t_1 n^2 \phi + 15 e' c_1 s^2 \phi + 35 e'^4 \cos^4 \phi - 15 t_1 n^2 \phi e'^2 c_1 s^2 \phi + 33 e'^6 \cos^6 \phi - 50 t_1 n^2 \phi e'^4 \cos^4 \phi + 11 e'^8 \cos^8 \phi - 60 t_1 n^2 \phi e'^6 \cos^6 \phi - 24 t_1 n^2 \phi e'^8 \cos^8 \phi) \quad (25.2)$$

$$T21 = \frac{s_1 \phi c_1^5 \phi}{3} (17 - 26 t_1 n^2 \phi + 2 \tan^4 \phi) \quad (26.2)$$

$$T22 = \frac{t_1 \phi'}{U k U} \quad (27.2)$$

$$T23 = \frac{t_1 \phi'}{3 U^2 k U^2} (1 + t_1 n^2 \phi' - e'^2 \phi' - 2 e'^4 \cos^4 \phi') \quad (28.2)$$

$$T24 = \frac{t_1 \phi'}{10^5 K U^5} (2 + 5 \tan^2 \phi' + 2 e'^2 \cos^2 \phi' + 3 \tan^4 \phi' + t_1 n^2 \phi' e'^2 \cos^2 \phi' + 9 e'^4 \cos^4 \phi' + 20 e'^6 \cos^6 \phi' - 7 t_1 n^2 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' - 27 t_1 n^2 \phi' e' \cos^6 \phi' + 11 e'^8 \cos^8 \phi' - 24 t_1 n^2 \phi' e'^8 \cos^8 \phi') \quad (29.2)$$

$$T25 = \frac{t_1 \phi'}{3 \cdot 10^7 K U^7} (17 + 77 t_1 n^2 \phi' + 105 \tan^4 \phi' + 45 \tan^6 \phi') \quad (30.2)$$

$$T26 = \frac{c_1^2 \phi}{2} (1 + e'^2 c_1 s^2 \phi) \quad (31.2)$$

$$T27 = \frac{c_1^4 \phi}{2} (5 - 4 t_1 n^2 \phi + 14 e' c_1 s^2 \phi + 13 e'^4 \cos^4 \phi - 28 t_1 n^2 \phi e'^2 c_1^2 \phi + 4 e'^6 \cos^6 \phi - 48 t_1 n^2 \phi e'^4 \cos^4 \phi - 24 t_1 n^2 \phi e'^6 \cos^6 \phi) \quad (32.2)$$

$$T28 = \frac{\cos^6 \phi}{720} (61 - 148 t_1 n^2 \phi + 16 \tan^4 \phi) \quad (33.2)$$

$$T29 = \frac{1}{24 U^2 k_0^2} (1 + e'^2 c s^2 \phi) \quad (34.2)$$

$$T30 = \frac{1}{24 U^4 k_0^4} (1 + 6 e'^2 \cos^2 \phi' + 9 e'^4 \cos^4 \phi' + 4 e'^6 \cos^6 \phi' - 24 \tan^2 \phi' e'^4 \cos^4 \phi' - 24 \tan^2 \phi' e'^6 \cos^6 \phi') \quad (35.2)$$

$$T31 = \frac{1}{7 \cdot 10^6 K U^6} \quad (36.2) \quad [\text{Hager and all, 1989}].$$

II 2-4 Spécifications UTM:

- Projection : Mercator Transverse (Gauss-Kruger type) dans les zones de largeur 6°.
- Unité de mesure : Mètre.
- Numéro de la zone : Commencant par 1 pour la zone de 180 ° W à 174 ° W, et croissant vers l'est jusqu'à 60 pour la zone de 174 ° E à 180 ° E.
- Limites des latitudes : Nord : 84°N

Sud : 80°S

- Limites de zone et chevauchement : Les zones sont délimitées par des méridiens dont les longitudes sont des multiples de 6° à l'ouest ou de l'est de Greenwich. Sur les cartes à grande échelle, un chevauchement d'environ 40 km de chaque côté de la jonction est prévu pour les arpenteurs-géomètres et pour l'arpentage et le tir de l'artillerie. Ce chevauchement n'est jamais utilisé pour donner une référence d'UTM.
- Couplage de la région polaire : L'U.T.M. chevauche 30 'dans la UTM stéréographique polaire universelle, qui s'étend des pôles à 83 ° 30'N ou 79 ° 30'S respectivement

II 2-5 Précision des équations:

Les calculs dans ce chapitre, en utilisant la latitude géodésique, sont précis à 0,01 seconde d'arc près pour les coordonnées géographiques et à 0,01 mètre près pour les coordonnées de l'UTM. [Hager and all,1989]

II 2-6 Conversion des coordonnées géographiques en coordonnées UTM:

Les formules générales pour le calcul de N et E sont :

$$N = FN + (T1 + \Delta\lambda^2 T2 + \Delta\lambda^4 T3 + \Delta\lambda^6 T4 + \Delta\lambda^8 T5) \quad (37.2)$$

$$E = FE + (\Delta\lambda T6 + \Delta\lambda^3 T7 + \Delta\lambda^5 T8 + \Delta\lambda^7 T9) \quad (38.2)$$

II 2-7 Conversion des coordonnées UTM en coordonnées géographiques :

Les formules générales pour le calcul de ϕ et λ sont:

$$\phi = \phi' - \Delta E^2 T10 + \Delta E^4 T11 - \Delta E^6 T12 + \Delta E^8 T13 \quad (39.2)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta E T14 - \Delta E^3 T15 + \Delta E^5 T16 - \Delta E^7 T17 \quad (40.2)$$

II 2-8 Facteur d'échelle de projection à partir des coordonnées géographiques :

La formule générale pour le facteur d'échelle de projection est :

$$K = k_0 (1 + \Delta\lambda^2 T29 + \Delta\lambda^4 T27 + \Delta\lambda^6 T31) \quad (41.2)$$

II 2-9 Facteur d'échelle de projection à partir des coordonnées de l'UTM :

La formule générale pour le facteur d'échelle de projection est :

$$K = k_0 (1 + \Delta E^2 T29 + \Delta E^4 T30 + \Delta E^6 T31) \quad (42.2)$$

III. Facteur d'échelle d'altitude :

La figure (19.2) illustre la relation entre la distance sur une surface topographique et une distance sur un plan de projection (UTM). Il montre que la distance au sol à une altitude au-dessus du niveau de mer (le géoïde) est plus longue que la distance au niveau de la mer.

Dans le cas où l'altitude ellipsoïdique est inconnue ou peut être non mesurable par les méthodes de topographie classique ; on peut rajouter une quantité qui s'appelle la hauteur de géoïde (N) à l'altitude orthométrique (H).

Si la valeur géoïde est au-dessus de l'ellipsoïde, « N » est positif. Si la valeur géoïde est inférieure à l'ellipsoïde, « N » est négatif. La relation entre H (hauteur au-dessus le géoïde), h (hauteur au-dessus de l'ellipsoïde) et N (géoïde – séparation ellipsoïde (ou sphéroïde)) est $H = h - N$.

L'intégration de l'altitude ellipsoïdique aux points sur la surface topographique peut entraîner une variation de rayon de la terre et ça va créer une déformation entre une distance plan et une distance mesurable sur le terrain.

Pour contourner ce problème il est nécessaire d'intégrer un paramètre de correction de l'effet d'altitude ce dernier est t'appelé le facteur d'échelle d'altitude.

Le facteur d'échelle d'altitude peut être combiné avec le facteur d'échelle de projection en les multipliant pour obtenir le facteur d'échelle combiné qui amènera une distance au sol à une distance de projection [Chris Hutchison ,2013].

III 1-La formule de facteur d'échelle d'altitude :

$$HSF = \frac{R}{R+H} \quad (43.2)$$

$$\text{Avec : } R = \sqrt{\rho} * \mu \quad (44.2)$$

$$H = h - N \quad (45.2)$$

III 2-La formule de facteur d'échelle combiné en fraction :

CSF=PSF * HSF, exprimé en mètre.

III 3-La formule de la ppm :

$$CSF \text{ (ppm)} = ((CSF) - 10) * 10^6 \text{ exprimé en mètre.} \quad (46.2)$$

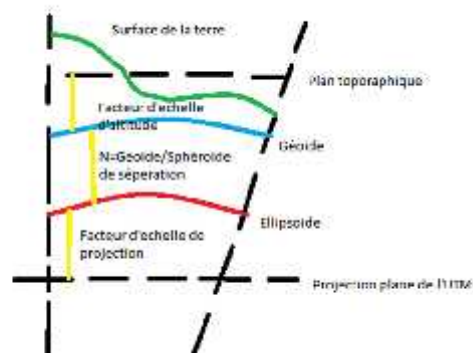


Figure 19.2 : L'influence du facteur d'échelle d'altitude sur la variation de la distance au sol et la distance au plan.

III 4-L'effet de la variation du rayon sur la distance ellipsoïdique :

$$\frac{d_{hi}}{R_m + h_{si}} = \frac{d}{R_m + h_s} = \frac{d_s}{R_m}$$

Pour une altitude RL 3000 m et une distance au sol est égale à 10000 mètres on a

La distance au terrain=10000m	
Altitude=3000m	
Rayon au pôle = 6378279,922	
Rayon à l'équateur = 6377994,08	
$\frac{10000}{6378279,922 + 3000} = \frac{d_s}{6378279,922}$	$\frac{1}{6,0 + 3} = \frac{d_s}{6,0}$
La distance au plan = 9995,2987 (m)	La distance au plan = 9995,2985 (m)

Tableau 2.2 : L'effet de la variation du rayon sur la distance ellipsoïdique

- Par conséquent, la variation maximale du rayon n'a aucun effet pratique sur une traversée de 10 km.

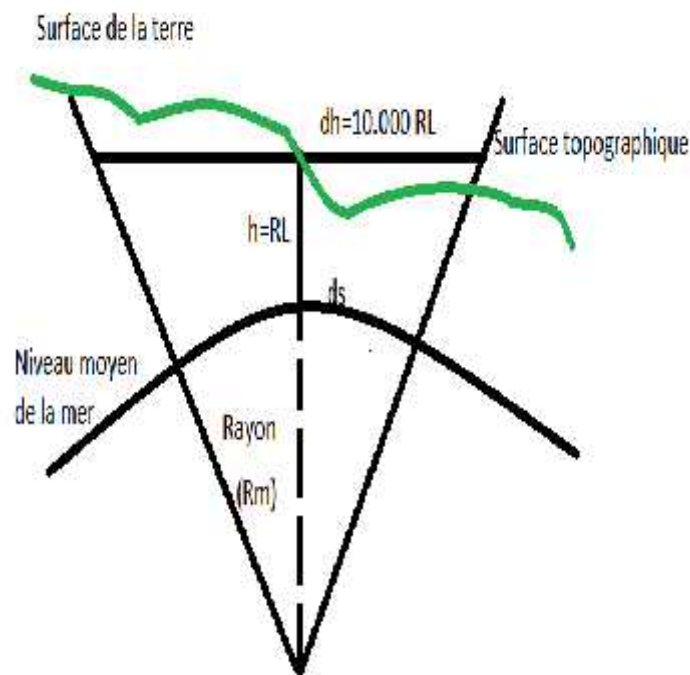
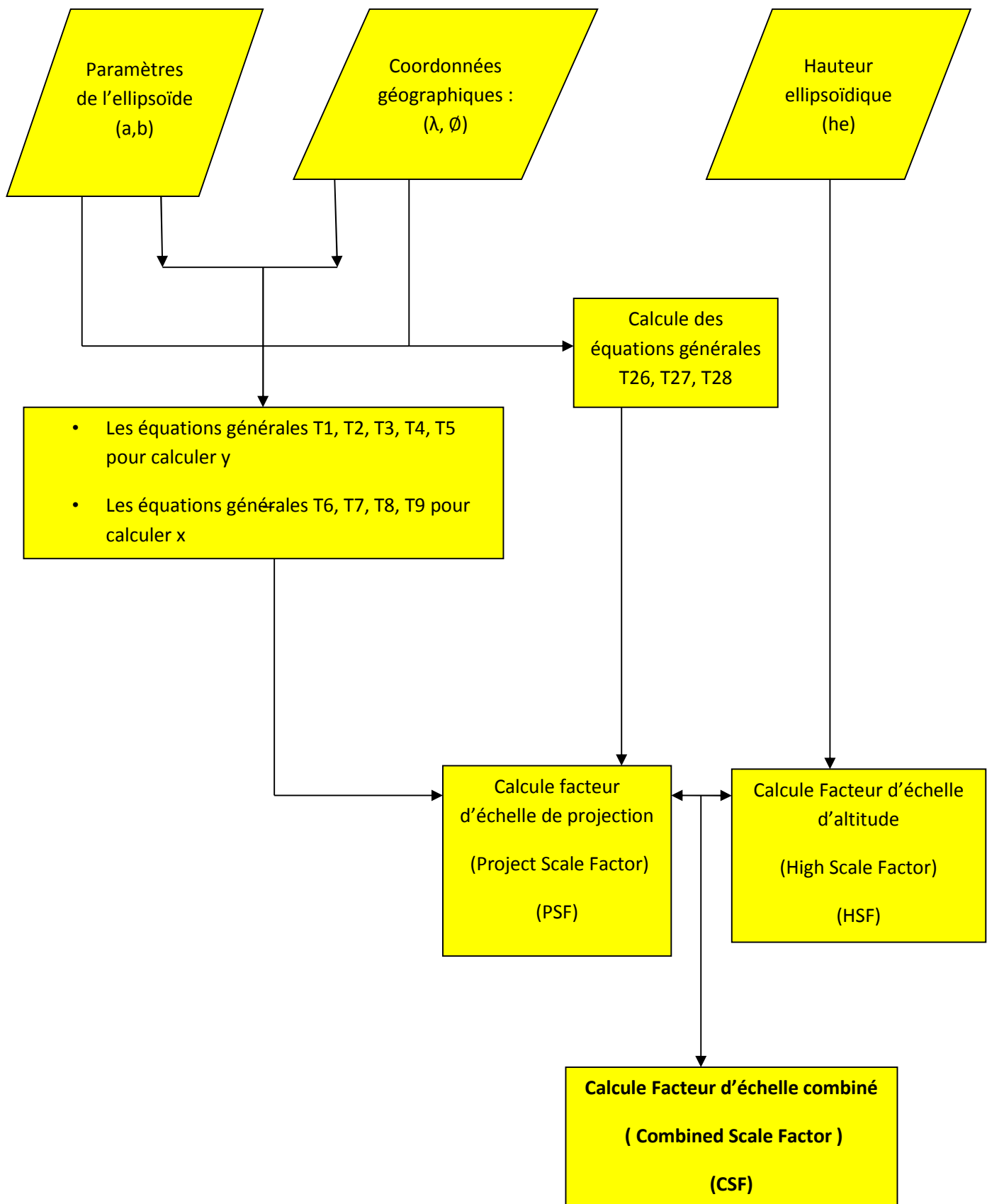
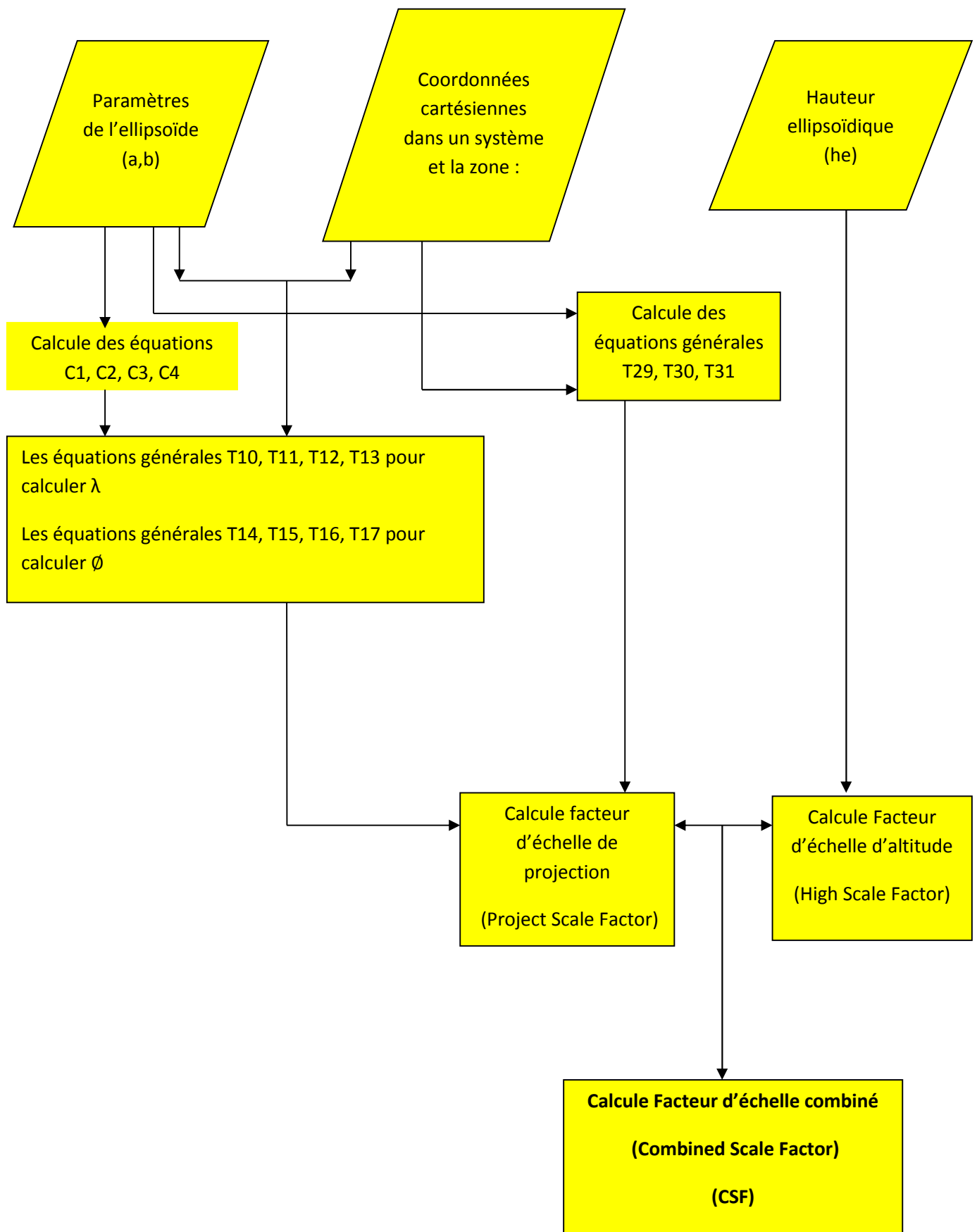


Figure 20.2: Etude de la variation du rayon

III 5-Organigramme de conversion des coordonnées Géographique vers UTM :



III 6-Organigramme de conversion des coordonnées UTM vers Géographique :



IV. Présentation Générale de l'application :

Cette application permet de convertir facilement des coordonnées entre systèmes géodésiques pour plusieurs pays ou territoires :

- Choisir la zone d'étude.
- Choisir les systèmes de départ et d'arrivée dans les listes déroulantes
- Entrer les coordonnées dans le système de départ, par importation d'un fichier Excel qui contient les coordonnées depuis un tableur.
- Pour les projections géographiques (lon/lat), les données peuvent être saisies en degrés-minutes-secondes.

On a 3 fenêtres de contrôles :

La fenêtre de Paramétrage :

Contient toutes les informations qui concernent le paramétrage du calcul et la détermination des coordonnées

The screenshot shows the 'Paramétrage' window of the application. It features a tabbed interface with 'Paramétrage', 'UTM2Geo', and 'Geo2UTM'. The 'Paramétrage' tab is active, displaying various configuration options. At the top, there is a 'Fichier' input field and an 'Importer' button. To the right, a 'Feuille' dropdown menu is set to 'Feuille1'. Below these, the 'Datum' is set to 'WGS84'. Further right, the 'Demi grand axe a' is set to '6378137.00' and the 'Demi petit axe b' is set to '6356752.31'. The 'Angle' section has a 'Type d'angle' dropdown with options 'ddd.ddddd' (selected) and 'dd°mmss.ss'. The 'Altitude' section has a 'Type d'altitude' dropdown with options 'Ellipsoïdique' (selected), 'Orthométrique', and 'Indisponible'. At the bottom of the window are buttons for 'UTM2Geo', 'Geo2UTM', and 'Fermer'.

Figure 21.2: La fenêtre de paramétrage

Cette fenêtre s'occupe de calculs effectués pour la conversion des coordonnées d'un système UTM vers un système Géographique.

The screenshot shows the 'UTM2Geo' window in the CSFF application. The window has three tabs: 'Paramétrage', 'UTM2Geo' (which is the active tab), and 'Geo2UTM'. The main area contains a table with 7 rows of data. To the right of the table is a 'Paramètres' (Parameters) section with a list of checkboxes. At the bottom right, there are two buttons: 'Enregistrer' (Save) and 'Fermer' (Close).

Id	Hemisphere	Zone	X	Y	Alt
P1	N	45	500000	8.1005e+06	
P2	N	3	500000	8.9997e+06	
P3	S	2	5.2511e+05	-8.5470e+06	
P4	N	22	4.5284e+05	-7.2088e+06	
P5	S	43	5.4852e+05	5.4555e+06	
P6	N	32	4.1983e+05	-4.5724e+06	
P7	N	32	4.0355e+05	3.3192e+06	

Paramètres

- ☐ Id
- ☒ Hemisphere
- ☒ Zone
- ☒ X_grid
- ☒ Y_grid
- ☒ Alt
- ☒ Lon
- ☒ Lat
- ☒ PSF
- ☒ HSF
- ☒ CSF_Frac
- ☒ CSF_PPM

Enregistrer

Fermer

Figure 22.2: La fenêtre UTM2GEO

Cette fenêtre s'occupe de calcul effectué pour la conversion des coordonnées d'un système Géographique vers un système UTM.

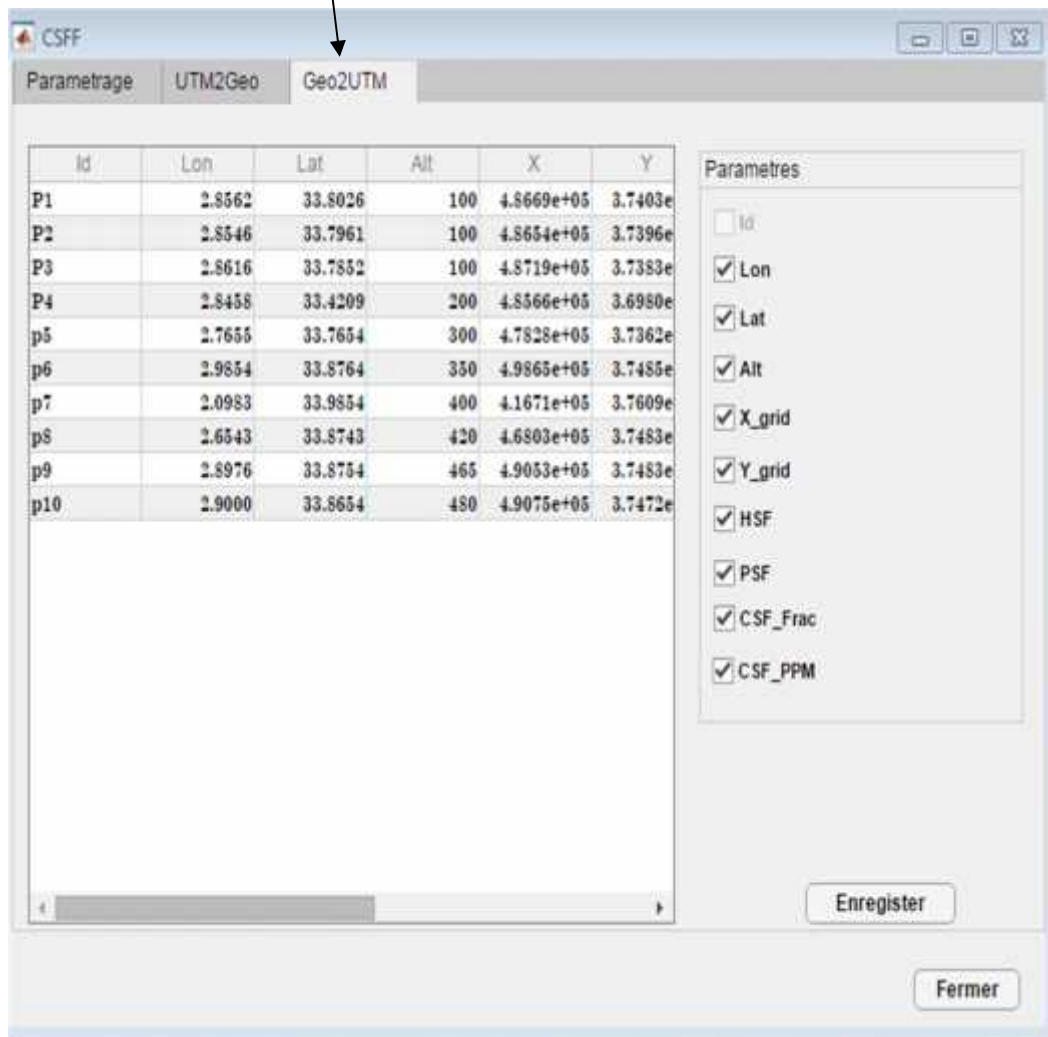


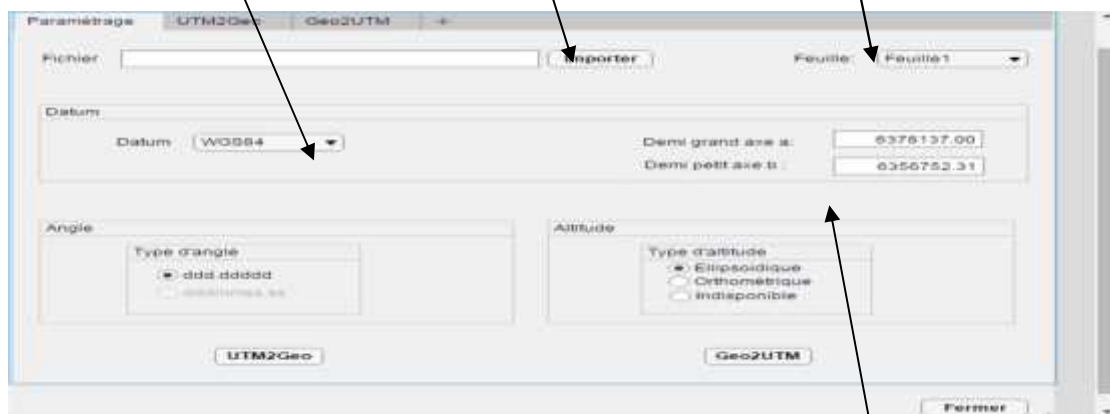
Figure 23.2: La fenêtre GEO2UTM

IV 1-Fonctionnement de l'application :

C'est un bouton qui permet de parcourir un fichier Excel qui contient les données à convertir

Ce bouton permet à l'utilisateur d'effectuer son choix à propos de l'ellipsoïde

Ce bouton permet l'utilisateur de choisir la feuille préférée si son fichier Excel importé contient des plusieurs feuille



On choisissant notre ellipsoïde cette interface nous affiche les paramètres de l'ellipsoïde automatiquement.

NB : Les paramètres de l'ellipsoïde WGS84 s'affichent automatiquement dès que l'utilisateur ouvre l'application.

Ce bouton donne la main à l'utilisateur de changer le type d'altitude

Il y a trois types d'altitude :

Ellipsoïdique ,Orthométrique,Indisponible

Ce bouton permet à l'utilisateur de changer l'unité d'angle.

Nb : On a travaillé avec l'unité degré minute. Seconde par défaut.

The screenshot shows a 'Paramétrage' (Settings) window with two tabs: 'UTM2Geo' and 'Geo2UTM'. The 'UTM2Geo' tab is active. The window contains the following elements:

- Fichier:** A text input field and an 'Importer' button.
- Feuille:** A dropdown menu currently showing 'Feuille1'.
- Datum:** A dropdown menu showing 'WGS84'.
- Angle:** A section with a 'Type d'angle' dropdown menu. It has two radio button options: 'ddd.ddddd' (selected) and 'dddmmss.ss'.
- Altitude:** A section with a 'Type d'altitude' dropdown menu. It has three radio button options: 'Ellipsoïdique' (selected), 'Orthométrique', and 'Indisponible'.
- Demi grand axe a:** A text input field with the value '6378137.00'.
- Demi petit axe b:** A text input field with the value '6356752.31'.
- Buttons:** At the bottom, there are two buttons: 'UTM2Geo' and 'Geo2UTM'. A 'Fermer' (Close) button is in the bottom right corner.

Ce bouton permet de calculer la conversion des coordonnées UTM vers les coordonnées Géographique.

Ce bouton permet de calculer la conversion des coordonnées Géographique vers les coordonnées UTM.

IV 2-Exemple de calcul :

On a fait un exemple de passage des coordonnées géographique vers les coordonnées UTM en introduisant les données ci de-dessous et on va voir les résultats de calculs obtenus :

	A	B	C	D
1	Id	Long	Lat	Altitude
2	P1	2.85622	33.802578	100
3	P2	2.8546	33.796114	100
4	P3	2.861586	33.785176	100
5	P4	2.84577	33.420945	200
6	p5	2.76545	33.765433	300
7	p6	2.98543	33.876432	350
8	p7	2.0983	33.98543	400
9	p8	2.65432	33.874328	420
10	p9	2.89763	33.875432	465
11	p10	2.899965	33.865432	480

Figure 24.2 : Les entrées de calcul

➤ Les résultats obtenus après l'exécution de l'application :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Id	Lon(°)	Lat(°)	ALT	X_grid(m)	Y_grid(m)	PSF	HSF	CSF_FRAC	CSF_PPM
2	P1	2.85622	33.802578	100	486691.585	3740275.93	0.99960218	0.9999843	0.99958648	-414
3	P2	2.8546	33.796114	100	486540.625	3739559.44	0.99960223	0.9999843	0.99958653	-414
4	P3	2.861586	33.785176	100	487185.675	3738345.81	0.99960202	0.9999843	0.99958633	-414
5	P4	2.84577	33.420945	200	485661.274	3697965.22	0.99960253	0.99996859	0.99957114	-429
6	p5	2.76545	33.765433	300	478280.438	3736172.93	0.99960582	0.99995289	0.99955872	-442
7	p6	2.98543	33.876432	350	498652.547	3748455.3	0.99960002	0.99994504	0.99954508	-455
8	p7	2.0983	33.98543	400	416714.445	3760907.05	0.99968551	0.99993718	0.99962271	-378
9	p8	2.65432	33.874328	420	468030.194	3748275.7	0.9996126	0.99993404	0.99954667	-454
10	p9	2.89763	33.875432	465	490532.573	3748349.05	0.9996011	0.99992698	0.99952811	-472
11	p10	2.899965	33.865432	480	490747.441	3747240.07	0.99960106	0.99992462	0.99952571	-475

Figure 25.2 : Les résultats de calcul

Conclusion générale

Les projections cartographiques et les transformations de coordonnées sont les fondamentaux pour établir un cadre de référence commun à l'exploitation des données géographiques. C'est le recours à un ellipsoïde commun, à un Datum commun, à des projections cartographiques communes et enfin à un système de coordonnées cartésiennes commun qui rend possible l'utilisation de la géométrie plane pour toutes les opérations de superposition de données et d'analyse spatiale. La projection des données géographiques d'un modèle ellipsoïdal de la Terre vers un système de coordonnées planes a toujours comme conséquence la déformation des aires, des formes, des distances. En choisissant de manière appropriée la projection, l'utilisateur peut préserver les caractéristiques qui lui importent, mais, inéluctablement, au détriment d'autres.

Dans ce projet nous avons cité brièvement le passage d'un système UTM vers un système géographique ou l'inverse en se basant sur des équations intégrées dans un logiciel de programmation MATLAB qui nous donne l'opportunité de déterminer ces éléments : CSF, HSF, PSF pour que notre passage d'un système à l'autre soit correct.

Cette application nous permette de mieux comprendre l'utilité de système de projection et l'importance qu'on doit apporter non seulement au facteur d'échelle de projection mais il faut prendre en considération la différence d'altitude entre point observés.

Absence et la négligence de ce dernier peut entrainer des difficultés de maitriser les ouvres et les taches qui suivent des observations topographiques (calcul de volume, emplacement des structures, ...)

Recommandations :

On peut développer l'application en intégrant :

- La représentation Lambert.
- Autres ellipsoïdes que (WGS84, Nord Sahara, GRS80).
- La convergence des méridiens.

Références et bibliographie

- Ali Zeggai.**2004. '*Transformation entre système de référence géodesique,cours magister*'
- C. Brezinski.**2010. '*Géodésie, topographie et cartographie*'
- Chris Hutchison** .2013.'*Height scale factor*'
- Didier BOUTELOUP.**2002.'*Cours de géodesie*'
- Hager and all.**1989.'*The universal grids:Universal Tranverse Mercator(UTM) and Universal Polar Stereographic (UPS)*'
- Hana Labath and all** '*Comment cartographier la terre*'
- Institut national de cartographie et de télédétection** .2007.
- Sigea.**2006. '*Projections cartographiques*'
- [Site-web1 ,2006]** : '*Tpecartographie.weebly*'
- Siteweb 2, Esri.**2016. '*Projection polyconique*'
- S. Lannuzel.**2000.'*Referentielle géodesique –Coordonnées- '*